

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA
PARAÍBA - CAMPUS JOÃO PESSOA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

Análise e Simulação de Filtros de Microfita Utilizando o Método FDTD

Laio Lucas de Souza

Orientador: Prof. Dr. Paulo Henrique da Fonseca Silva

JOÃO PESSOA
2015

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
CAMPUS JOÃO PESSOA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ANÁLISE E SIMULAÇÃO DE FILTROS DE MICROFITA UTILIZANDO O MÉTODO FDTD

LAIO LUCAS DE SOUZA

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, como requisito necessário à obtenção do grau de Mestre em Ciências no domínio da Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Henrique da Fonseca Silva.

JOÃO PESSOA
2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP
Biblioteca Nilo Peçanha – IFPB, *campus* João Pessoa

S729a Souza, Laio Lucas de.
Análise e simulação de filtros de microfita utilizando o método FDTD / Laio Lucas de Souza. – 2015.
88 f. : il.

Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – IFPB / Coordenação de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, 2015.
Orientador: Prof. Dr. Paulo Henrique da Fonseca Silva.

1. Engenharia elétrica. 2. Domínio do tempo. 3. Filtro de microfita. 4. Spur-line. 5. Defected Ground Structure - DGS. I. Título.

CDU 621.3

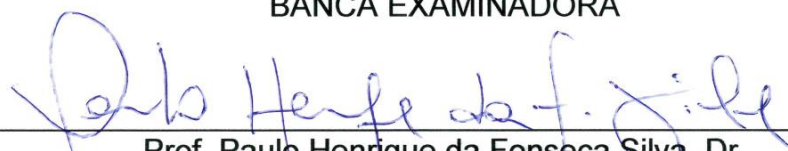
LAIO LUCAS DE SOUZA

ANÁLISE E SIMULAÇÃO DE FILTROS DE MICROFITA UTILIZANDO O MÉTODO FDTD

Dissertação de Mestrado submetida à Coordenação do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, como requisito necessário à obtenção do grau de Mestre em Ciências no domínio da Engenharia Elétrica.

João Pessoa, 27 de Março de 2015.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Paulo Henrique da Fonseca Silva, Dr.
Orientador, IFPB



Prof. Alfrêdo Gomes Neto, Dr.
Examinador Interno, IFPB



Prof. Adaildo Gomes D'Assunção Júnior, Dr.
Examinador Interno, IFPB



Prof. Elder Eldervitch Carneiro de Oliveira, Dr.
Examinador Externo, UEPB

JOÃO PESSOA
2015

Dedicatória

A minha esposa Gabrielle.
Aos meus pais.

Agradecimentos

Agradeço a Deus, por estar presente em cada momento da minha vida confortando, fortalecendo e abençoando.

Agradeço a minha esposa Alzira Gabrielle pelo seu amor e compreensão.

Aos meus pais, por todo amor e ensinamentos.

Aos meus amigos de mestrado pelos bons momentos de estudo e diversão, em especial a Luiz e Vanessa.

Aos professores do IFPB pela grande contribuição na minha formação acadêmica.

Ao IFPB Campus João Pessoa, por oferecer todo o suporte para minha formação desde o ensino médio até o mestrado e para a realização deste trabalho.

A todos aqueles que contribuíram direta e indiretamente para a realização deste trabalho.

“Grandes coisas fez o SENHOR por nós; por isso, estamos alegres.” (Salmos: 126.3)

Resumo

Esta Dissertação descreve a aplicação do método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD – *Finite Difference Time Domain*) para a análise de filtros fabricados em linhas de microfita para a faixa de micro-ondas. O método FDTD 3-D, desenvolvido em linguagem C, implementa condições de contorno com o uso da técnica PML (*Perfect Matched Layer*), permitindo a determinação numérica dos campos eletromagnéticos com uma menor interferência das reflexões indesejáveis nos limites da malha FDTD.

A fim de comparar os resultados obtidos com o método FDTD, o *software* comercial Ansoft DesignerTM também é usado para simulação dos filtros abordados. Cinco protótipos foram construídos e caracterizados experimentalmente com o uso de um analisador de redes vetorial, Agilent N5230A. Estes resultados numéricos e experimentais são usados para a comparação do método FDTD 3-D desenvolvido.

O método FDTD foi aplicado para análise de um filtro passa-baixa em linha de microfita, de filtros DGS (*Defected Ground Structure*) unitários e periódicos e de um filtro *spur-line*. Os resultados de simulação foram concordantes com os experimentos realizados com um erro máximo de 4,8% para os filtros abordados. Através de variações na malha FDTD, uma análise de desempenho do método FDTD foi realizada em termos de precisão e esforço computacional.

Palavras-Chave — FDTD; filtros de microfita; *spur-line*; *defected ground structure*.

Abstract

This work describes the application of Finite Difference Time Domain method – FDTD to an accurate analysis of microstrip filters in microwave band. The 3-D FDTD was developed in C programming language, implements the boundary conditions using Perfect Matched Layer – PML technique, allowing a numerical determination of electromagnetic fields with minor interference effect of undesired reflections from the FDTD mesh edges.

In order to validate the results with FDTD method, a commercial software Ansoft Designer™ is used to simulation of such filters. Five prototypes was measured using a network analyzer Agilent N5230A. This numerical and theoretical results are used to validate the FDTD Method.

Additionally, the FDTD method was applied to analyze a microstrip low-pass filter, Defected Ground Structure (DGS) Filters periodic and unitary as well as one spur-line filter. The simulation results was in agreement with experiments with a maximum error of 4,8% for filters. Using variations of FDTD grid, a performance analysis of FDTD method was made in terms of accuracy and computational resources.

Key-Words — FDTD; microstrip filters; spur-line; defected ground structure.

Lista de Figuras

Figura 2.1 – Ilustração do cálculo da derivada de primeira ordem, [32].	24
Figura 2.2 – Célula de Yee, [32].	26
Figura 2.3 – Disposição dos campos elétrico e magnético na formulação do método FDTD, [37].	28
Figura 2.4 – Pulso gaussiano no domínio do tempo.	31
Figura 2.5 – Aplicação do pulso gaussiano em malha FDTD de uma dimensão.	31
Figura 2.6 – Aplicação de fonte senoidal em malha FDTD de uma dimensão.	32
Figura 2.7 - Disposição das componentes de campo em 2-D no modo TM, [14].	34
Figura 2.8 – Propagação de pulso gaussiano em malha bidimensional.	34
Figura 2.9 – Componentes de campo nas faces da célula de Yee, [31].	37
Figura 2.10 – Propagação de pulso gaussiano em 3-D.	38
Figura 2.11 – Propagação de pulso gaussiano com escolha de Δt não estável.	41
Figura 2.12 – Variação da velocidade de fase em função de p .	42
Figura 3.1 – Células da ABC simples em duas dimensões, [31].	46
Figura 3.2 – Camada PML circundando o espaço de estudo, [21].	51
Figura 3.3 – Onda senoidal propagando-se em malha FDTD com camada PML.	54
Figura 4.1 – Plano de excitação para estrutura de microfita, [11].	56
Figura 4.2 – Linha de Microfita.	57
Figura 4.3 – Fluxograma do algoritmo.	59
Figura 4.4 – Geometria e dimensões do filtro passa baixas, [3].	60
Figura 4.5 – Domínio computacional para simulação de filtro passa baixas.	60
Figura 4.6 – Distribuição do campo E_z em quatro instantes no tempo.	61
Figura 4.7 – Pulso incidente e pulso transmitido pelo filtro passa baixas no domínio do tempo.	61
Figura 4.8 – Comparação entre resultados simulados e experimental para o $ S_{21} $ do filtro (RT Duroid 5880).	62
Figura 4.9 – Protótipo construído (RT Duroid 5880).	63
Figura 4.10 – Distribuição do campo E_z em quatro instantes no tempo.	63
Figura 4.11 – Pulso incidente e pulso transmitido pelo filtro passa baixas no domínio do tempo.	64

Figura 4.12 - Comparação entre resultados simulados e experimental para o coeficiente de transmissão do filtro (FR4).	64
Figura 4.13 – Protótipo construído (FR4).	65
Figura 4.14 – $ S_{21} $ para as três configurações de malha.	65
Figura 4.15 – Tempo de simulação.	66
Figura 5.1 – Elementos DGS unitários: (a) Euclidianos e (b) pré-fractais de Koch.	68
Figura 5.2 – Elementos DGS periódicos: (a) HPDGS e (b) VPDGS.	68
Figura 5.3 – Filtros DGS unitários projetados com elementos pré-fractais de Koch (vista inferior): (a) $k = 0$; (b) $k = 1$.	70
Figura 5.4 – Fotografias dos protótipos de filtros DGS unitários fabricados:	70
(a) $k = 0$; (b) $k = 1$.	70
Figura 5.5 – Distribuição do campo E_z , filtro DGS ($k = 0$).	71
Figura 5.6 – Pulso incidente e pulso transmitido pelo filtro no domínio do tempo, filtro DGS ($k = 0$).	71
Figura 5.7 – Resultados medidos e simulados do coeficiente de transmissão $ S_{21} $ do filtro DGS ($k = 0$).	72
Figura 5.8 – Distribuição do campo E_z , filtro DGS ($k = 1$).	72
Figura 5.9 – Pulso incidente e pulso transmitido pelo filtro no domínio do tempo, filtro DGS ($k = 1$).	73
Figura 5.10 – Resultados medidos e simulados do coeficiente de transmissão $ S_{21} $ do filtro DGS ($k = 1$).	73
Figura 5.11 – Filtro HPDGS projetado.	74
Figura 5.12 – Fotografia do protótipo do filtro HPDGS fabricado.	75
Figura 5.13 – Distribuição do campo E_z , filtro HPDGS.	75
Figura 5.14 – Resultados medidos e simulados do coeficiente de transmissão $ S_{21} $ do filtro HPDGS.	76
Figura 5.15 – Acoplamento de linhas de microfita [65].	77
Figura 5.16 – Filtro <i>spur-line</i> .	77
Figura 5.17 – Distribuição do campo E_z em quatro instantes no tempo.	78
Figura 5.18 – Pulso incidente e pulso transmitido pelo filtro <i>spur-line</i> no domínio do tempo.	79
Figura 5.19 – Módulo do coeficiente de transmissão $ S_{21} $.	79
Figura 5.20 – Campo resultante na banda de passagem.	80
Figura 5.21 – Campo resultante na banda de rejeição.	80

Lista de Siglas

ABC	<i>Absorbing Boundary Conditions</i>
DGS	<i>Defected Ground Structure</i>
DTFT	<i>Discrete Time Fourier Transform</i>
FEM	<i>Finite Element Method</i>
FDTD	<i>Finite Difference Time-Domain</i>
GPA	<i>Ground Plane Aperture</i>
HPDGS	<i>Horizontally Periodic Defected Ground Structure</i>
MoM	<i>Method of Moments</i>
PBG	<i>Photonic Band Gap</i>
PEC	<i>Perfect Electrical Conductor</i>
PML	<i>Perfect Match Layer</i>
UPML	<i>Uniaxial Perfect Match Layer</i>
VPDGS	<i>Vertically Periodic Defected Ground Structure</i>

Lista de Símbolos

ϵ	permissividade elétrica, (F/m)
μ	permeabilidade magnética, (H/m)
ρ_v	densidade volumétrica de carga, (C/m ³)
σ	condutividade do meio, (S/m)
\vec{E}	vetor campo elétrico, (V/m)
E_x	campo elétrico na direção x, (V/m)
E_y	campo elétrico na direção y, (V/m)
E_z	campo elétrico na direção z, (V/m)
\vec{H}	vetor campo magnético, (A/m)
H_x	campo magnético na direção x, (A/m)
H_y	campo magnético na direção y, (A/m)
H_z	campo magnético na direção z, (A/m)
∇	operador nabla
Δx	dimensão x da célula de Yee, (m)
Δy	dimensão y da célula de Yee, (m)
Δz	dimensão z da célula de Yee, (m)
Δt	passo de tempo, (s)
i	posição da célula segundo o eixo cartesiano x
j	posição da célula segundo o eixo cartesiano y
k	posição da célula segundo o eixo cartesiano z
n	instante de tempo discreto
\vec{J}	vetor densidade de corrente, (A/m ²)
T	largura do pulso gaussiano, (s)

c	velocidade de propagação da luz, (m/s)
k	número de onda
ω	frequência angular, (rad/s)
v	velocidade de fase, (m/s)
n	número de passos de tempo

Sumário

1. Introdução.....	15
2. Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo	18
2.1 Breve Histórico do Método FDTD	19
2.2 Equações de Maxwell	21
2.3 Diferenças Finitas	23
2.4 Algoritmo de Yee.....	25
2.5 Método FDTD Unidimensional	26
2.5.1 Propagação no Vácuo	26
2.5.2 Propagação em Meio com Perdas.....	29
2.6 Excitação no Método FDTD	30
2.7 Método FDTD Bidimensional	32
2.8 Método FDTD Tridimensional	35
2.9 Estabilidade	38
2.10 Dispersão Numérica.....	41
2.11 Parâmetros Dependentes da Frequência	42
3. Condições de Contorno Absorvedoras.....	45
3.1 Condição Absorvedora Simples.....	45
3.2 Condição Absorvedora de Mur.....	47
3.3 Camadas Perfeitamente Casadas – PML.....	50
4. Simulação de Filtro Passa Baixas de Microfita Utilizando o Método FDTD ...	55
4.1 Considerações Sobre a Fonte de Campo	55
4.2 Tratamento da Interface Dielétrico-Ar	56
4.3 Tratamento dos Condutores	57
4.4 Fluxograma do Algoritmo	58
4.5 Análise de Filtro Passa Baixas.....	59

4.6 Análise do Tempo de Simulação.....	65
5. Simulação de Filtros DGS e Spur-Line.....	67
5.1 Filtros DGS	67
5.1.1 Filtros DGS Unitários	69
5.1.2 Filtros DGS Periódicos.....	74
5.2 Filtro Spur-Line.....	76
Conclusões	81
Referências Bibliográficas	82
Apêndice	87

Capítulo 1

Introdução

Os filtros desempenham um importante papel em muitas aplicações de micro-ondas, pois o espectro eletromagnético é limitado e precisa ser compartilhado. Os filtros são utilizados para selecionar os sinais de micro-ondas dentro de determinados limites espectrais definidos em cada aplicação. Os filtros projetados em linhas de microfita possuem um perfil adequado para uso em superfícies planas ou curvas, apresentam uma faixa larga de operação no domínio da frequência, em particular na faixa de micro-ondas. Além disso, características desejáveis, tais como, custo, peso e tamanho reduzidos, facilidade de fabricação, demonstram o potencial desta tecnologia [1]-[2].

Vários dispositivos compactos e de alto desempenho são projetados em linhas de microfita, por exemplo, que utilizam estruturas DGS e PBG (*Photonic Band Gap*), com a inserção de aberturas (unitárias ou periódicas) no plano terra. Por exemplo, as propriedades ressonantes das células DGS têm sido usadas em projetos de filtros [3]-[7]. Diversos tipos de estruturas DGS são encontradas na literatura, tais como: retangular [3],[5]-[6], quadrada [8]-[9], circular [10]. Os defeitos no plano terra dos filtros DGS alteram a sua distribuição de corrente. Essa perturbação muda as características da linha de transmissão de microfita, modificando a indutância e a capacitância da linha.

Com o aumento das aplicações para aparelhos e sistemas de micro-ondas pela indústria das telecomunicações, a necessidade de operação em banda larga e/ou multibanda, bem como, a miniaturização de dispositivos, por exemplo, em aparelhos portáteis, são fatores que demandam cada vez mais por ferramentas de análise eletromagnética precisas, que sejam capazes de minimizar o ciclo de desenvolvimento de produtos voltados para este mercado competitivo. Neste contexto, atualmente diversos *softwares* comerciais de análise de onda completa são disponíveis no mercado.

A aplicação de diferenças finitas às equações de Maxwell se constitui em um método eficaz para o estudo de dispositivos e circuitos de microfita, sendo bem adequado para implementação em algoritmos computacionais [11]. Assim, o método FDTD foi escolhido devido à simplicidade e aplicação direta para solução das equações de Maxwell no domínio do tempo.

O FDTD é um método que possibilita a observação no domínio do tempo dos campos de ondas eletromagnéticas em propagação. Após uma única simulação do método FDTD, as respostas no domínio da frequência de um dado dispositivo de microfita podem ser obtidas com o uso da transformada de Fourier. Uma das primeiras aplicações do método FDTD a dispositivos de microfita foi publicada em 1990 [11]. Desde então, diversas aplicações e problemas relacionados à estabilidade, precisão e desempenho do método também têm sido abordados [12]-[22].

Neste contexto, associado ao avanço da capacidade de processamento dos computadores, a aplicação do método FDTD para análise de dispositivos de microfita torna-se plenamente viável. Portanto, justifica-se, com base no já citado, a importância do emprego do FDTD para análise precisa de estruturas em linhas de microfita. Além disso, o desenvolvimento de uma ferramenta de análise de onda completa, como o método FDTD, pode servir como uma alternativa frente aos custos, algumas vezes proibitivos, dos *softwares* comerciais disponíveis no mercado.

Com o desenvolvimento desta dissertação foi realizado um estudo de filtros fabricados em linhas de microfita utilizando o Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD), que a partir de resultados numéricos e experimentais foi analisado os principais aspectos associados à implementação computacional do método FDTD para estes filtros.

Também é objetivo desse trabalho o desenvolvimento de uma ferramenta de simulação que utilize o método FDTD para a modelagem de dispositivos de microfita, para que possibilite aos estudantes e professores os detalhes necessários a compreensão dos fenômenos eletromagnéticos e possibilite a aplicação do método em diversos problemas eletromagnéticos e em novas pesquisas.

O Capítulo 2 deste trabalho apresenta a fundamentação teórica do método FDTD, iniciando com a teoria das equações de Maxwell e o princípio do método que é abordado para casos de uma, duas e três dimensões. É descrito o tipo de

excitação e a modelagem de meios com perdas, entre outros fatores indispensáveis à compreensão e uso do método FDTD. No Capítulo 3 são apresentadas as condições de contorno absorvedoras. A formulação matemática referente à camada perfeitamente casada (PML) é detalhada. No Capítulo 4, descreve-se a aplicação do método FDTD 3-D desenvolvido para estruturas de microfita, incluindo a análise de desempenho do método FDTD para um filtro passa baixas. No Capítulo 5 são apresentados os resultados de aplicação do método FDTD para os filtros DGS e *spur-line* abordados. Na seção seguinte são apresentadas as conclusões e propostas para trabalhos futuros.

Capítulo 2

Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo

Este capítulo apresenta a fundamentação teórica referente ao método FDTD. Por meio dos conceitos propostos por Yee [13], um conjunto de equações de diferenças finitas é apresentado em substituição às conhecidas equações integrais e diferenciais de Maxwell. A passagem entre os domínios é possibilitada com a discretização espacial e temporal proposta na técnica. Essa mudança de domínios gera uma grade espacial de pontos onde os campos elétrico e magnético são amostrados. A resolução dessa grade é responsável pela acuidade com que os problemas serão tratados.

Os conceitos referentes à estabilidade numérica do algoritmo são apresentados e a discussão dessas particularidades leva, por fim, a relação entre os valores utilizados como incrementos temporal e espacial que garantem a estabilidade do método.

O método FDTD parte diretamente das equações de Maxwell e apresenta grande precisão quando são atendidas as condições de estabilidade e dispersão. Um dos grandes diferenciais do método FDTD é a sua capacidade de obter os campos elétricos e magnéticos no domínio do tempo e em qualquer lugar do espaço discretizado através das células de Yee.

As dimensões da estrutura estão diretamente relacionadas com o tamanho do passo de tempo e o número de passos de tempo utilizado. Algumas estruturas requerem uma quantidade de passos de tempo grande o suficiente para que os campos transmitidos e refletidos pela estrutura possam ser separados computacionalmente com precisão. Além disso, uma quantidade relevante de passos de tempo é necessária para que uma quantidade relevante de reflexões provenientes da estrutura seja armazenada. Dessa forma, a quantidade de passos de tempo, o

número de células e o tempo total de um passo de tempo influenciam diretamente o tempo total de simulação [23].

Outra dificuldade clássica do método é a de representar estruturas curvas ou de alta complexidade geométrica. Na verdade, para que estruturas como essa possam ser representadas é necessário uma grande quantidade de células espaciais de pequenas dimensões, o que nos remete a um passo de tempo pequeno e conseqüentemente um tempo maior de simulação [23].

O método FDTD teve uma lenta evolução por necessitar de computadores com um elevado desempenho, pois requer muita memória e velocidade de processamento para sua execução. Contudo, a evolução da microinformática foi fortíssima nas últimas décadas, fazendo com que o desempenho das estações de trabalho de alguns anos atrás tenha sido superado pelos atuais microcomputadores domésticos.

2.1 Breve Histórico do Método FDTD

O método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo foi proposto por Yee em 1966 [13]. Paralelamente, outros métodos numéricos de onda completa, tais como, o método dos momentos (MoM) e o método dos elementos finitos (FEM), entre outras formas de soluções das equações de Maxwell têm sido desenvolvidas. Contudo, o método FDTD proposto por Yee continua sendo bastante utilizado, por ser extremamente robusto, simples e elegante.

A literatura abordando o método FDTD é vasta e são relacionadas algumas publicações [12]-[22]. Algumas destas publicações, que tiveram maior relevância para o desenvolvimento do FDTD, são sumarizadas brevemente a seguir:

- 1966 - Descrição do método FDTD por Yee [13].

A origem do método FDTD se deu em 1966. Neste ano, Kane S. Yee desenvolveu um trabalho que chamou de “Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell s Equations in Isotropic Media”. O trabalho de Yee marcou o início do estudo do método FDTD.

- 1975 - Obtenção dos critérios de estabilidade por Taflove e Brodwin [18]:

Allen Taflove e Morris E. Brodwin reformularam os critérios de estabilidade desenvolvidos por Yee e estenderam a sua formulação para espaços tridimensionais, onde simularam a propagação de ondas planas senoidais em cilindros dielétricos.

- 1981 - Mür publica a primeira condição de contorno absorvedora [19]:

Gerrit Mür desenvolveu condições de contorno absorvedoras (ABC) aplicáveis ao método das diferenças finitas no domínio do tempo para espaços bidimensionais e tridimensionais. As equações que descreviam a atualização dos campos na região absorvedora dispensavam o armazenamento de valores passados de campo e apresentavam grande estabilidade numérica.

- 1988 - Aplicação do método FDTD no cálculo de absorção de energia eletromagnética [24]:

Dennis M. Sullivan et. al., em 1988, apresentaram um estudo sobre a taxa de absorção de radiação por um ser humano utilizando o método FDTD.

- 1988 – Características de dispersão em estruturas de microfita [25]:

Em 1988 Xiaolei Zhang et. al., mostraram como utilizar o método FDTD para obter as características de dispersão de estruturas baseadas em microfita. Os parâmetros de espalhamento foram obtidos calculando a transformada de Fourier da resposta no domínio do tempo a um pulso gaussiano.

- 1990 - Aplicação do método FDTD a estruturas de microfita [11]:

Sheen et. al. publicam resultados da aplicação de FDTD em circuitos microfita com algumas modificações em relação a aplicação de Zhang.

- 1992 – Aplicação do FDTD na eletrônica [26]:

Em 1992 Wenquan Sui et. al. estenderam as equações tradicionais utilizadas no método FDTD para representar dispositivos elétricos passivos como resistores e capacitores, assim como elementos ativos como diodos e transistores. A possibilidade de simular componentes dessa natureza permitiu simular o comportamento de circuitos mais complexos.

- 1994 - Berenger publica a teoria das camadas perfeitamente casadas – PML [21]:

Berenger apresentou em 1994 a formulação para uma região de contorno absorvedor de alto desempenho aplicável a simulações utilizando FDTD capaz de ser empregada em espaços bidimensionais. O princípio de funcionamento dessa região absorvedora se baseava em uma região de impedância casada cuja condutividade era incrementada na medida em que a onda se propaga por seu interior, ficando conhecida pela sigla PML (*Perfect Matched Layer*). Ainda nesse mesmo ano Daniel S. Katz et. al. estenderam a formulação apresentada por Berenger para espaços tridimensionais [27].

- 1995 - Sacks apresenta o conceito da UPML [22].

Após a publicação do trabalho de Berenger, outros trabalhos surgiram na tentativa de reduzir o problema das reflexões. As principais modificações aparecem nos trabalhos de Sachs *et al* [22], Zhao [28] e Gedney [29]. Em Sachs *et al* (1995), foi apresentada pela primeira vez uma proposta baseada na construção de um meio com propriedades de anisotropia. Esta formulação exige um longo tempo de processamento.

2.2 Equações de Maxwell

As equações que determinam a dinâmica das ondas eletromagnéticas foram desenvolvidas por James Clerk Maxwell (1831-1879), que foi o primeiro a publicar uma teoria unificando os campos da eletricidade e do magnetismo. Maxwell introduziu o conceito de corrente de deslocamento e fez a previsão teórica da

existência das ondas eletromagnéticas [30]. Em um meio homogêneo, isotrópico e linear, as equações de Maxwell na forma diferencial podem ser escritas conforme (2.1)-(2.4), [31]:

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho_v \quad (2.1)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2.2)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2.3)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (2.4)$$

Acrescenta-se às equações a resposta do meio por meio das relações constitutivas, se o meio for linear, homogêneo e isotrópico, tem-se: $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$ e $\vec{B} = \mu \vec{H}$. Além disso, se o meio for condutor e obedecer a lei de Ohm, então $\vec{J} = \sigma \vec{E}$. Logo, chega-se as equações (2.5)-(2.8).

$$\nabla \cdot \epsilon \vec{E} = \rho_v \quad (2.5)$$

$$\nabla \cdot \mu \vec{H} = 0 \quad (2.6)$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (2.7)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \sigma \vec{E} + \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad (2.8)$$

em que, ϵ é a permissividade elétrica do meio; \vec{E} é o campo elétrico; ρ_v é a densidade volumétrica de cargas; μ é a permeabilidade magnética; \vec{H} é o campo magnético; σ é a condutividade do meio; $\sigma \vec{E}$ é a densidade de corrente de condução; $\epsilon \partial \vec{E} / \partial t$ é a densidade de corrente de deslocamento.

As equações rotacionais de Maxwell, (2.7) e (2.8), são discretizadas na formulação do método FDTD. Aplicando-se o conceito de rotacional [30] e escrevendo essas equações em coordenadas retangulares, resulta um conjunto de seis equações escalares, [32]:

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_y}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial y} \right) \quad (2.9)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \quad (2.10)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial t} = \frac{1}{\mu} \left(\frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \right) \quad (2.11)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} \right) \quad (2.12)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} \left(\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \right) \quad (2.14)$$

2.3 Diferenças Finitas

A aproximação por diferenças finitas, que é a base para a formulação do método FDTD, consiste na aproximação das derivadas de uma equação diferencial parcial por diferenças finitas, que resulta numa equação de diferenças apropriada para implementação computacional [33].

Considerando-se uma função $f(x)$, contínua e diferenciável (ver Figura 2.1), sua derivada no ponto x_0 pode ser aproximada por diferenças finitas conforme (2.15)-(2.17), [32]-[33]

diferença finita à direita:

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad (2.15)$$

diferença finita à esquerda:

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} \quad (2.16)$$

diferença finita central:

$$f'(x_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} \quad (2.17)$$

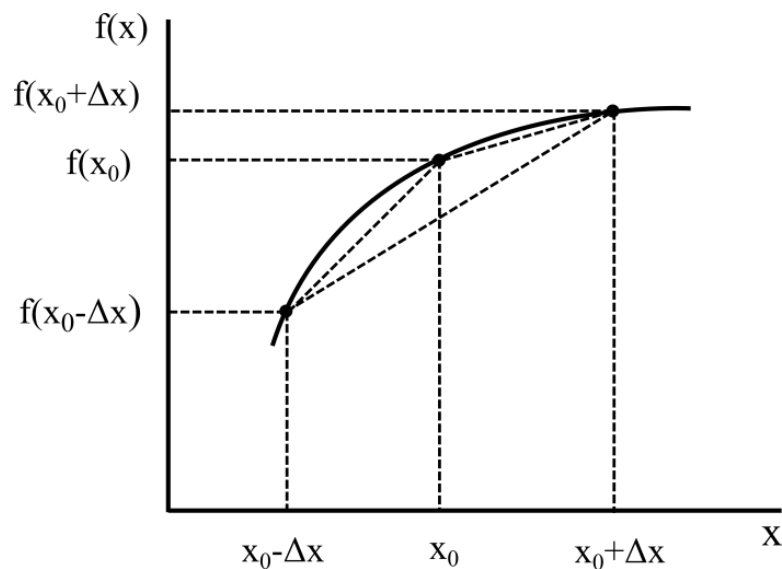


Figura 2.1 – Ilustração do cálculo da derivada de primeira ordem, [32].

A ordem dos erros das aproximações por diferenças finitas das derivadas de primeira ordem da função $f(x)$ são calculados através da série de Taylor para $f(x)$. Desta forma, obtém-se a seguinte aproximação para as equações (2.15), (2.16) e (2.17) respectivamente [34]:

$$\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} + \frac{\Delta x}{2} \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x_0} + \frac{(\Delta x)^2}{3!} \left. \frac{d^3 f}{dx^3} \right|_{x_0} + \dots \quad (2.18)$$

$$\frac{f(x_0) - f(x_0 + \Delta x)}{\Delta x} = \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} + \frac{\Delta x}{2} \left. \frac{d^2 f}{dx^2} \right|_{x_0} + \frac{(\Delta x)^2}{3!} \left. \frac{d^3 f}{dx^3} \right|_{x_0} + \dots \quad (2.19)$$

$$\frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} = \left. \frac{df}{dx} \right|_{x_0} + \frac{(\Delta x)^2}{3!} \left. \frac{d^3 f}{dx^3} \right|_{x_0} + \dots \quad (2.20)$$

Observa-se que o erro na aproximação da derivada à esquerda e à direita é da ordem de Δx , enquanto que, para a derivada central é da ordem de $(\Delta x)^2$. O erro é menor em (2.20) já que $\Delta x < 1$. Assumindo-se um número infinito de termos na série de Taylor, resulta uma solução exata da equação. No entanto, por razões práticas, a série de Taylor é truncada e isso impõe um erro que existe em todas as soluções de diferenças finitas [32].

2.4 Algoritmo de Yee

O algoritmo de Yee consiste num método para solução numérica das equações de Maxwell, em que, essas são substituídas por um conjunto de equações de diferenças [13]. O princípio do algoritmo está na solução dos campos elétrico e magnético no tempo e no espaço de estudo. Para isso, na discretização espacial o campo elétrico é deslocado em relação ao campo magnético no espaço. No método FDTD, o espaço contínuo é substituído por uma malha discreta, que é representada por um conjunto de células tridimensionais. Yee utilizou um cubo para representar cada uma das componentes de campo (ver Figura 2.2), [35]. De acordo com o algoritmo de Yee, um ponto no espaço é representado por [13]:

$$(i, j, k) = (i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z) \quad (2.21)$$

assim, pode-se escrever uma função na forma discreta como [13]:

$$F|_{i,j,k}^n = F(i\Delta x, j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) \quad (2.22)$$

Yee utilizou diferenças finitas centrais para representar as derivadas espaciais e temporais com uma precisão de segunda ordem, [30]:

$$\frac{\partial F|_{i,j,k}^n}{\partial x} = \frac{F|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n - F|_{i-\frac{1}{2},j,k}^n}{\Delta x} + Er(\Delta x^2) \quad (2.23)$$

$$\frac{\partial F|_{i,j,k}^n}{\partial t} = \frac{F|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - F|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} + Er(\Delta t^2), \quad (2.24)$$

em que, Er é o erro de segunda ordem introduzido pela discretização.

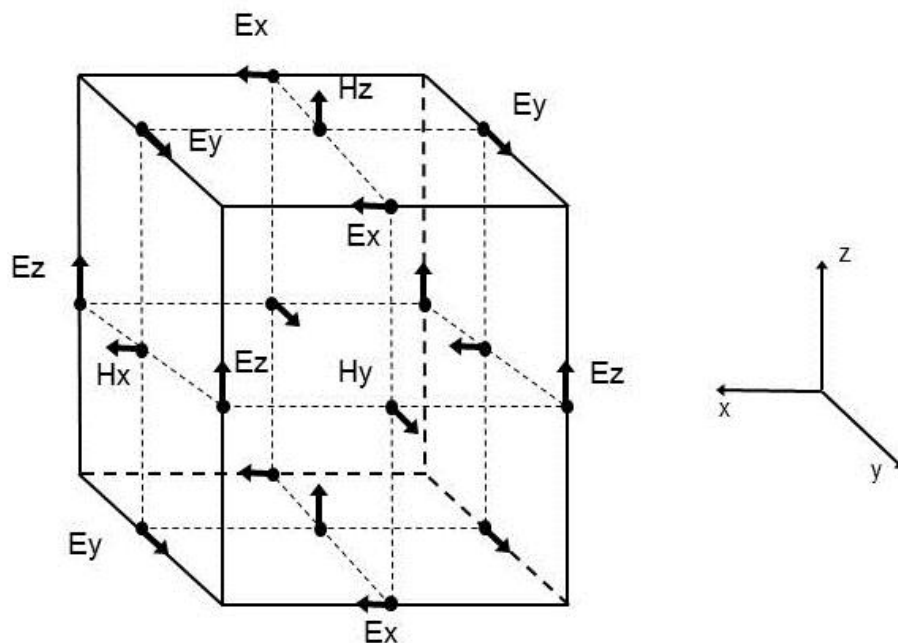


Figura 2.2 – Célula de Yee, [32].

2.5 Método FDTD Unidimensional

2.5.1 Propagação no Vácuo

Devido a uma maior complexidade em se trabalhar com o método FDTD em três dimensões, geralmente iniciamos o estudo do método com a análise em uma dimensão por apresentar uma melhor didática na compreensão do método.

A partir das equações de Maxwell dependentes do tempo, (2.7) e (2.8), e considerando o meio homogêneo e livre de carga, resulta:

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \rightarrow \begin{cases} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \\ \frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = -\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} \end{cases} \quad (2.25)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \rightarrow \begin{cases} \frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = \epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \epsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = \epsilon \frac{\partial E_z}{\partial t} \end{cases} \quad (2.26)$$

Considerando-se $E_z = 0$, $H_z = 0$ e $\partial/\partial x = \partial/\partial y = 0$, resultam as equações que descrevem a propagação de uma onda em uma dimensão (2.27)-(2.28).

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} = -\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} \quad (2.27)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = -\epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} \quad (2.28)$$

Essas são as equações da onda plana uniforme, com campo elétrico orientado na direção x , campo magnético orientado na direção y , propagando-se na direção z . Aplicando-se a definição de diferenças finitas centrais nas derivadas espaciais e temporais em (2.27)-(2.28), resulta [37]:

$$\frac{E_x^{n+1}(k) - E_x^n(k)}{\Delta t} = -\frac{1}{\epsilon} \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(k + \frac{1}{2}\right) - H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(k - \frac{1}{2}\right)}{\Delta z} \quad (2.29)$$

$$\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(k+1/2) - H_y^{n-\frac{1}{2}}(k+1/2)}{\Delta t} = -\frac{1}{\mu} \frac{E_x^n(k+1) - E_x^n(k)}{\Delta z} \quad (2.30)$$

Essa formulação assume que os campos elétrico e magnético estão intercalados no tempo e no espaço. O campo magnético usa os argumentos $k + 1/2$ e $k - 1/2$ para indicar que os valores de campo magnético estão localizados entre os valores de campo elétrico. De maneira similar, $n + 1/2$ e $n - 1/2$ indicam que eles ocorrem antes ou depois do tempo n respectivamente. Isso está ilustrado na Figura 2.3.

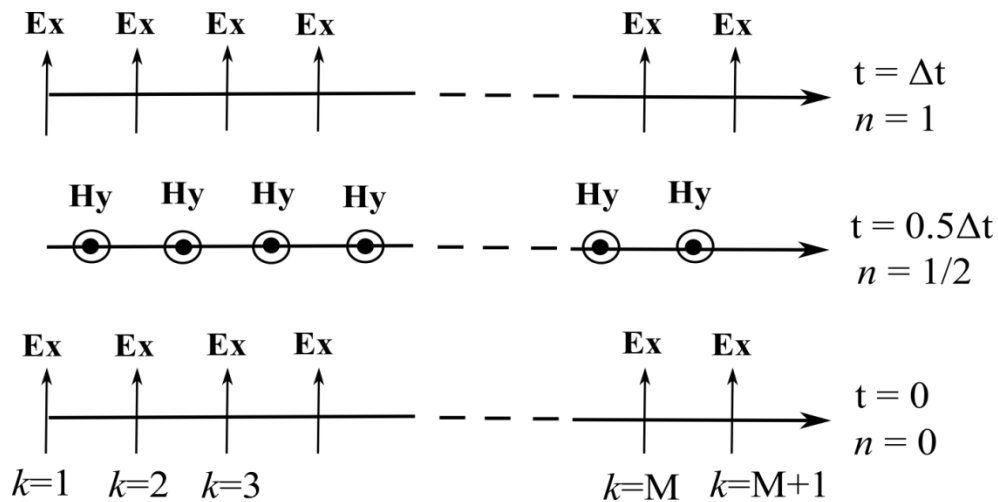


Figura 2.3 – Disposição dos campos elétrico e magnético na formulação do método FDTD, [37].

Para a aplicação em linguagens de programação as equações (2.29) e (2.30) foram reescritas da seguinte forma:

$$hy[k] = hy[k] - (dt/mu[k]) * (ex[k+1] - ex[k]) / dz \quad (2.31)$$

$$ex[k] = ex[k] - (dt/ep[k]) * (hy[k] - hy[k-1]) / dz \quad (2.32)$$

Podemos notar que as variáveis n , $n + 1/2$ ou $n + 1$ foram retiradas. Isso acontece porque o tempo está implícito no método FDTD. Na equação (2.32), o valor de ex do lado direito da equação corresponde a ex no instante n enquanto que o valor de ex calculado no lado esquerdo da equação corresponde ao campo no instante $n +$

1. A posição por sua vez está explícita e as variáveis $k + 1/2$ e $k - 1/2$ são substituídas por k e $k - 1$, respectivamente, para especificar a posição da matriz no programa a ser implementado.

2.5.2 Propagação em Meio com Perdas

Na análise de propagação de ondas eletromagnéticas em meios que apresentam condutividade utilizamos as equações:

$$\epsilon \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon_0} \nabla \times \vec{H} - \vec{J} \quad (2.33)$$

$$\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{1}{-\mu_0} \nabla \times \vec{E} \quad (2.34)$$

sendo \vec{J} a densidade de corrente, que pode ser escrita por:

$$\vec{J} = \sigma \vec{E} \quad (2.35)$$

em que, σ é a condutividade. Substituindo a densidade de corrente na equação (2.33) e escrevendo a componente de campo E_x obtém-se [14]:

$$\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \nabla \times \vec{H} - \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \vec{E} \quad (2.36)$$

$$\frac{\partial E_x(t)}{\partial t} = -\frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{\partial H_y(t)}{\partial z} - \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} E_x(t) \quad (2.37)$$

Aplicando-se diferenças finitas centrais nas derivadas temporais e espaciais em (2.36)-(2.37), obtemos:

$$\frac{E_x^{n+1}(k) - E_x^n(k)}{\Delta t} = -\frac{1}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(k + \frac{1}{2}\right) - H_y^{n+\frac{1}{2}}\left(k - \frac{1}{2}\right)}{\Delta z} - \frac{\sigma}{\epsilon_0 \epsilon_r} \frac{E_x^{n+1}(k) + E_x^n(k)}{2} \quad (2.38)$$

$$\frac{H_y^{n+\frac{1}{2}}(k+1/2) - H_y^{n-\frac{1}{2}}(k+1/2)}{\Delta t} = -\frac{1}{\mu} \frac{E_x^n(k+1) - E_x^n(k)}{\Delta z} \quad (2.39)$$

2.6 Excitação no Método FDTD

No método FDTD, a excitação pode ser atribuída em um ponto da malha, seja sobre o campo elétrico ou sobre o campo magnético. Uma das características da utilização da técnica FDTD é a possibilidade de análise de um determinado problema em uma faixa de frequência contínua. A transformada de Fourier possibilita esse tipo de estudo através da utilização da resposta temporal obtida. Para tanto é necessária à utilização de sinais de excitação específicos para esse fim. As formas de onda mais utilizadas são o pulso gaussiano e a senóide. Os pulsos gaussianos que são bastante conhecidos e usados na literatura por possuírem um espectro também com forma gaussiana. Quanto mais estreito for um pulso gaussiano no tempo (mais próximo a um impulso), mais largo será seu espectro de frequências. Quando se deseja analisar um largo espectro de frequência o pulso gaussiano é empregado como excitação, já para analisar apenas uma frequência a excitação senoidal é empregada.

O pulso gaussiano provê informação em uma banda bem definida no espectro, indo da frequência 0 (sinal dc) até a frequência de corte do mesmo, que é determinada pela largura do pulso no tempo. Além disso, esse tipo de sinal tem comportamento suave, que é interessante para simulações de variáveis discretas.

Um pulso gaussiano é representado por [11]:

$$E(t) = e^{\left(-\frac{t-t_0}{T}\right)^2} \quad (2.40)$$

em que, os parâmetros t_0 e T são responsáveis pelo atraso temporal e pela largura do pulso, respectivamente. O comportamento tanto temporal quanto espectral do pulso são determinados pela escolha de valores corretos dos mesmos.

A excitação deve começar suavemente com valores próximo a zero, evitando que variações bruscas causem oscilações indesejáveis nos resultados. A variação brusca da excitação acarreta a inserção de componentes de alta frequência no

sistema, o que na maioria das vezes é indesejado. Logo, devem-se utilizar suavizações no início e/ou final da excitação [31]. Na Figura 2.4 tem-se a resposta de um pulso gaussiano no domínio do tempo.

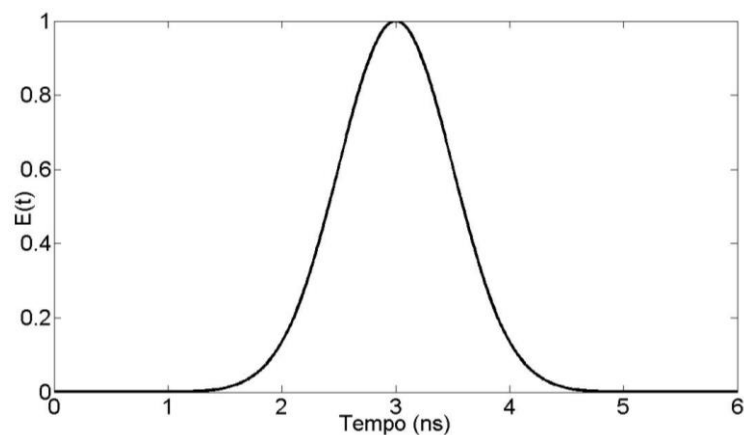


Figura 2.4 – Pulso gaussiano no domínio do tempo.

A Figura 2.5 mostra o resultado da aplicação do pulso gaussiano em uma malha unidimensional por meio do método FDTD. Esta simulação foi feita utilizando as equações (2.29) e (2.30) que representam os campos elétrico e magnético se propagando no vácuo em relação ao eixo z . A Figura 2.5 foi plotada no instante que apresenta 100 passos de tempo. Foi utilizada uma malha com 100 pontos e a fonte está posicionada no centro da malha. O pulso gaussiano tem $t_0 = 40$ ns e $T = 12$ ns.

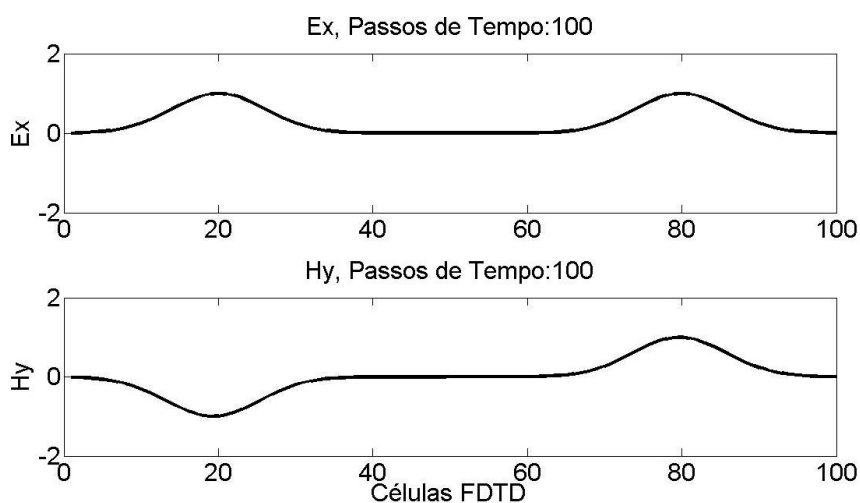


Figura 2.5 – Aplicação do pulso gaussiano em malha FDTD de uma dimensão.

Foi realizada também uma análise utilizando uma fonte senoidal em uma malha unidimensional utilizando o método FDTD. Dessa vez o estudo se realizou a partir de uma onda que se propaga (em relação ao eixo z) até metade da malha no vácuo, onde a partir desse ponto acaba incidindo em um meio condutivo, descrito por (2.38) e (2.39). Foi utilizada uma malha com 300 pontos; a fonte senoidal tem frequência de 500 MHz; o dielétrico que foi posicionado no centro da malha tem constante dielétrica relativa de 4,4 e condutividade de 0,04; a simulação foi realizada utilizando 700 passos de tempo. Na Figura 2.6 são apresentados os resultados desta aplicação do método FDTD em uma dimensão.

No Apêndice deste trabalho se encontra os códigos dessas duas aplicações, que foram desenvolvidas em MATLAB.

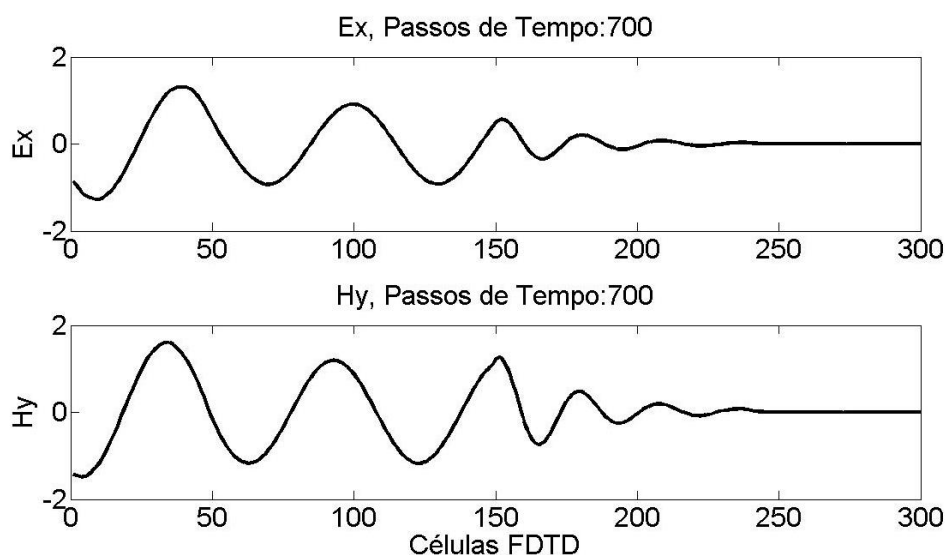


Figura 2.6 – Aplicação de fonte senoidal em malha FDTD de uma dimensão.

2.7 Método FDTD Bidimensional

Para o estudo do método FDTD em duas dimensões podem ser utilizadas equações do modo TE, que são compostas pelas componentes de campo E_x , E_y e H_z ou as equações do modo TM, que são compostas pelas componentes de campo E_z , H_x e H_y . Neste trabalho foram utilizadas as equações do modo TM para demonstrar o método FDTD em duas dimensões conforme são apresentadas em [14]:

Para o modo TM temos que $E_x = 0$, $E_y = 0$ e $H_z = 0$, as equações que representam a propagação em duas dimensões são demonstradas a seguir.

$$\frac{\partial D_z}{\partial t} = \frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} \quad (2.41)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial t} = -\frac{\partial E_z}{\partial y} \quad (2.42)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial t} = -\frac{\partial E_z}{\partial x} \quad (2.43)$$

Aplicando-se a aproximação por diferenças finitas centrais nas derivadas parciais em (2.41)-(2.43), resulta:

$$\begin{aligned} & \frac{D_z^{n+1}(i,j) - D_z^n(i,j)}{\Delta t} \\ &= \frac{H_y^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) - H_y^{n+1/2}\left(i - \frac{1}{2}, j\right)}{\Delta x} \\ & \quad - \frac{H_x^{n+1/2}\left(i, j + \frac{1}{2}\right) - H_x^{n+1/2}\left(i, j - \frac{1}{2}\right)}{\Delta y} \end{aligned} \quad (2.44)$$

$$\frac{H_x^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) - H_x^{n-1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right)}{\Delta t} = -\frac{E_z^n(i, j+1) - E_z^n(i, j)}{\Delta y} \quad (2.45)$$

$$\frac{H_y^{n+1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right) - H_y^{n-1/2}\left(i + \frac{1}{2}, j\right)}{\Delta t} = -\frac{E_z^n(i+1, j) - E_z^n(i, j)}{\Delta x} \quad (2.46)$$

O arranjo dos campos na malha bidimensional é ilustrado na Figura 2.7, em que os nós de campo elétrico ocorrem a passos inteiros no espaço e os nós de campo magnético estão deslocados de meio passo no espaço tanto na direção x quanto na direção y . O mesmo ocorre na variável tempo: o campo elétrico ocorre em intervalos inteiros no tempo e as componentes de campo magnético são atualizadas a cada meio passo de tempo a partir da componente elétrica.

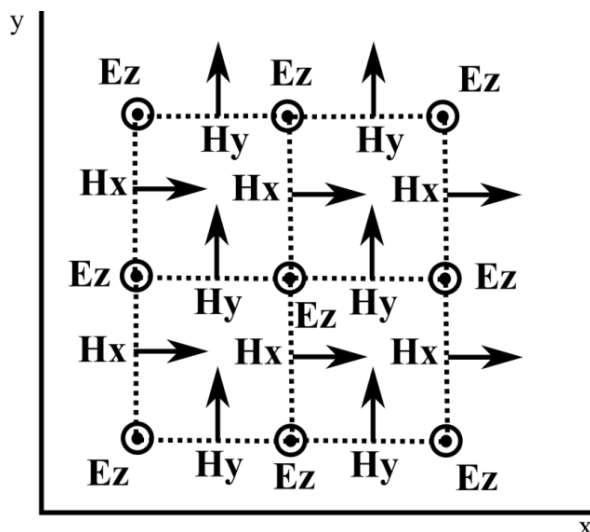


Figura 2.7 - Disposição das componentes de campo em 2-D no modo TM, [14].

Para a aplicação do método FDTD em duas dimensões foi desenvolvido um programa em MATLAB que implementa as equações (2.44)-(2.46). Um pulso gaussiano com $t_0 = 20$ ns e $T = 6$ ns é gerado no centro de uma malha que tem 100×100 pontos. A Figura 2.8 ilustra a componente de campo E_z nos instantes de 30, 50, 70 e 90 passos de tempo.

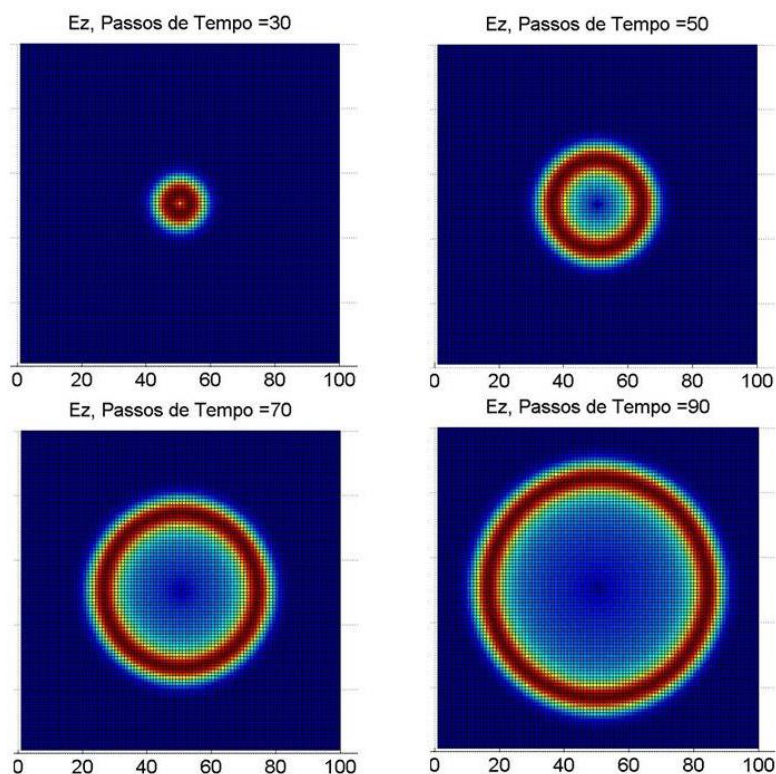


Figura 2.8 – Propagação de pulso gaussiano em malha bidimensional.

2.8 Método FDTD Tridimensional

A simulação utilizando o método FDTD em três dimensões é semelhante à simulação em duas dimensões. Dessa vez, no cálculo são incluídas todas as componentes de campo elétrico e magnético e o método é capaz de resolver uma quantidade maior de problemas. Aumenta-se com isso o esforço computacional envolvido na solução dos problemas.

Como já foi dito, o método FDTD fornece uma solução direta das equações de Maxwell, levando-se em conta os campos elétrico e magnético em três dimensões. Assim, aplicando-se os conceitos de diferenças finitas centrais em (2.9)-(2.14) obtemos as seguintes equações de diferenças finitas [14]:

$$H_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = H_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu\Delta z} \left[E_y \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k+1}^n - E_y \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n \right] - \frac{\Delta t}{\mu\Delta y} \left[E_z \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_z \Big|_{i,j+1,k+\frac{1}{2}}^n \right] \quad (2.47)$$

$$H_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} = H_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu\Delta x} \left[E_z \Big|_{i+1,j,k+\frac{1}{2}}^n - E_z \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n \right] - \frac{\Delta t}{\mu\Delta z} \left[E_x \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k+1}^n - E_x \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k+1}^n \right] \quad (2.48)$$

$$H_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} = H_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu\Delta y} \left[E_x \Big|_{i+\frac{1}{2},j+1,k}^n - E_x \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n \right] - \frac{\Delta t}{\mu\Delta x} \left[E_y \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n - E_y \Big|_{i+1,j+\frac{1}{2},k}^n \right] \quad (2.49)$$

$$E_x \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^{n+1} = E_x \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon\Delta y} \left[H_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right] - \frac{\Delta t}{\epsilon\Delta z} \left[H_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (2.50)$$

$$E_y \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^{n+1} = E_y \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon\Delta z} \left[H_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k-\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right] - \frac{\Delta t}{\epsilon\Delta x} \left[H_z \Big|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z \Big|_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2},k}^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (2.51)$$

$$E_z \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^{n+1} = E_z \Big|_{i,j,k+\frac{1}{2}}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon\Delta x} \left[H_y \Big|_{i+\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_y \Big|_{i-\frac{1}{2},j,k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right] - \frac{\Delta t}{\epsilon\Delta y} \left[H_x \Big|_{i,j+\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} - H_x \Big|_{i,j-\frac{1}{2},k+\frac{1}{2}}^{n+\frac{1}{2}} \right] \quad (2.52)$$

Adotando a simplificação proposta em [11], que substitui os índices espaciais $\pm 1/2$ para uma forma mais conveniente à implementação computacional, obtém-se as seguintes equações recursivas de diferenças finitas para o cálculo dos campos [17]:

$$H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = H_x|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu\Delta z} [E_y|_{i,j,k}^n - E_y|_{i,j,k-1}^n] - \frac{\Delta t}{\mu\Delta y} [E_z|_{i,j,k}^n - E_z|_{i,j-1,k}^n] \quad (2.53)$$

$$H_y|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = H_y|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu\Delta x} [E_z|_{i,j,k}^n - E_z|_{i-1,j,k}^n] - \frac{\Delta t}{\mu\Delta z} [E_x|_{i,j,k}^n - E_x|_{i,j,k-1}^n] \quad (2.54)$$

$$H_z|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} = H_z|_{i,j,k}^{n-\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\mu\Delta y} [E_x|_{i,j,k}^n - E_x|_{i,j-1,k}^n] - \frac{\Delta t}{\mu\Delta x} [E_y|_{i,j,k}^n - E_y|_{i-1,j,k}^n] \quad (2.55)$$

$$E_x|_{i,j,k}^{n+1} = E_x|_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon\Delta y} \left[H_z|_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] - \frac{\Delta t}{\epsilon\Delta z} \left[H_y|_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] - \frac{\Delta t}{\epsilon} \sigma E_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.56)$$

$$E_y|_{i,j,k}^{n+1} = E_y|_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon\Delta z} \left[H_x|_{i,j,k+1}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] - \frac{\Delta t}{\epsilon\Delta x} \left[H_z|_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_z|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] - \frac{\Delta t}{\epsilon} \sigma E_y|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.57)$$

$$E_z|_{i,j,k}^{n+1} = E_z|_{i,j,k}^n + \frac{\Delta t}{\epsilon\Delta x} \left[H_y|_{i+1,j,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_y|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] - \frac{\Delta t}{\epsilon\Delta y} \left[H_x|_{i,j+1,k}^{n+\frac{1}{2}} - H_x|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \right] - \frac{\Delta t}{\epsilon} \sigma E_z|_{i,j,k}^{n+\frac{1}{2}} \quad (2.58)$$

Segundo a notação de Yee, cada nó está relacionado a um vetor de campo, possuindo propriedades eletromagnéticas (σ, ϵ, μ). Na geração da malha FDTD estas propriedades são atribuídas às células e a seus respectivos nós. Assim, meios não homogêneos são calculados normalmente [36]. Na fronteira entre dois ou mais meios é comum utilizar o valor médio das propriedades dos materiais (σ, ϵ, μ) [17].

No cálculo dos campos, a cada passo de tempo, primeiro, por exemplo, calculam-se todas as componentes de campo magnético e depois todas as componentes de campo elétrico, onde o valor atual de campo magnético (elétrico) a

ser computado depende do seu valor anterior e dos valores de campo elétrico (magnético) anteriores.

O sistema formado pela disposição das células desta maneira permite a obtenção de equações para o cálculo dos campos em um determinado instante a partir do conhecimento da situação no instante anterior. Assim, Yee utiliza a diferença temporal Δt entre os campos para a atualização dos mesmos.

A Figura 2.9 apresenta as componentes de campo em cada face da célula de Yee, onde os campos no centro da face são calculados em função das componentes que o circulam.

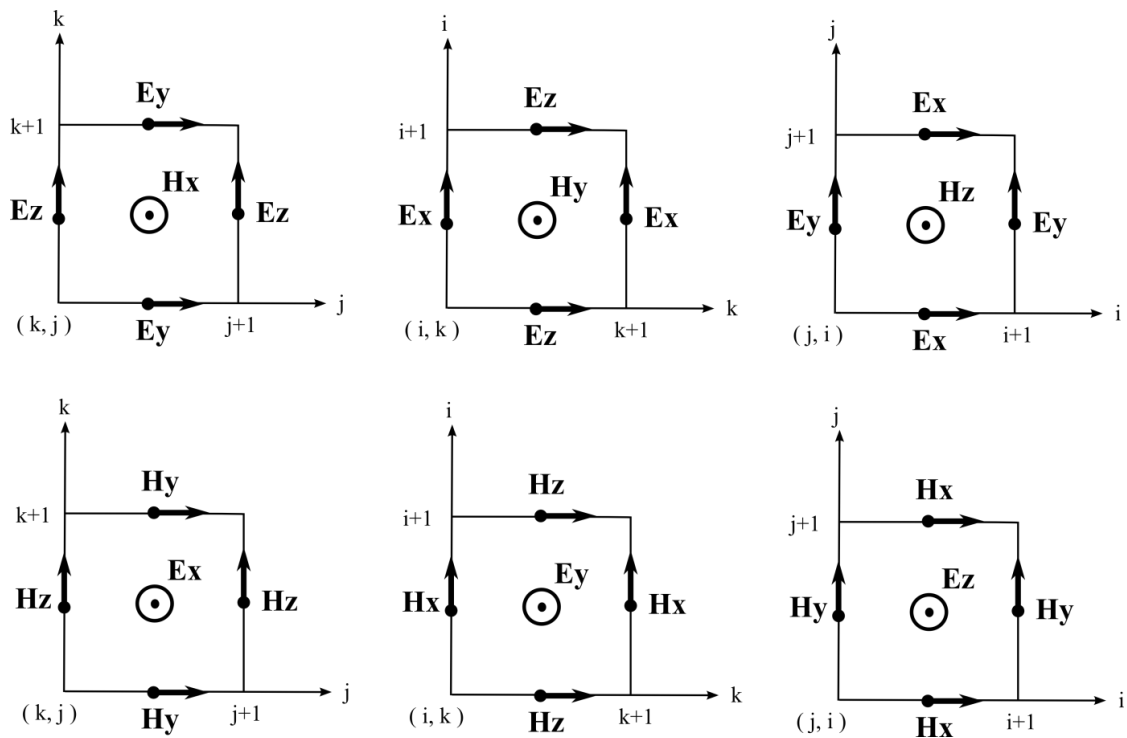


Figura 2.9 – Componentes de campo nas faces da célula de Yee, [31].

Para a demonstração do método FDTD em três dimensões foi desenvolvido um programa em MATLAB para o cálculo das componentes de campo. Um pulso gaussiano com $t_0 = 20$ ns e $T = 6$ ns é gerado no centro de uma malha que tem $100 \times 100 \times 30$ pontos. A Figura 2.10 ilustra a componente de campo E_z no meio da malha nos instantes de 30, 50, 70 e 90 passos de tempo.

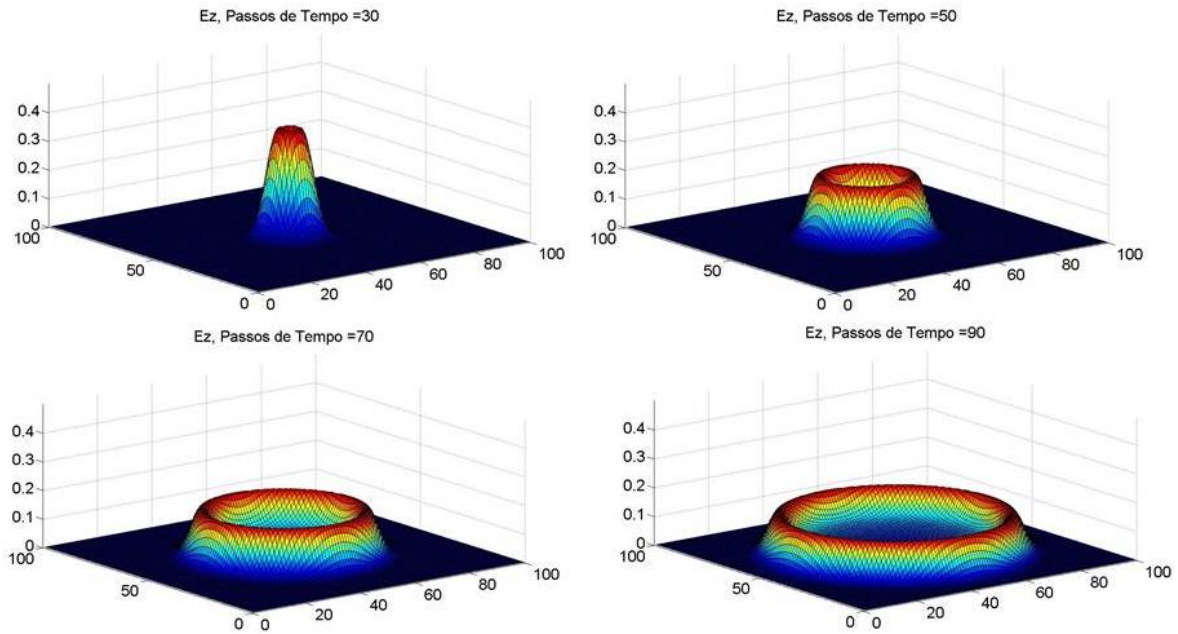


Figura 2.10 – Propagação de pulso gaussiano em 3-D.

2.9 Estabilidade

Para analisar a estabilidade das equações de diferenças finitas, as equações de Maxwell (2.7) e (2.8) são substituídas pelas equações de onda numa região uniforme do espaço, livre de cargas com velocidade de propagação c .

$$\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (2.59)$$

$$\nabla^2 \vec{H} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (2.60)$$

As componentes de campo \vec{E} ou \vec{H} são representadas por ψ para satisfazer a equação em coordenadas cartesianas:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \psi = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad (2.61)$$

A solução para uma equação de onda plana para esta equação é da forma [38]:

$$\psi(x, y, z, t) = \text{Re} \left\{ e^{j(\omega t - k_x x - k_y y - k_z z)} \right\} \quad (2.62)$$

Na malha em que o espaço e tempo são discretos, esta solução é modificada pela mudança: $x \rightarrow n_x \Delta x$, $y \rightarrow n_y \Delta y$, $z \rightarrow n_z \Delta z$, $t \rightarrow n_t \Delta t$. Obtendo-se a solução da equação de onda plana discretizada [38]:

$$\psi(n_x, n_y, n_z, n_t) = \text{Re} \left\{ e^{j(\omega n_t \Delta t - k_x n_x \Delta x - k_y n_y \Delta y - k_z n_z \Delta z)} \right\} \quad (2.63)$$

Os operadores de diferenças finitas centrais são definidas por:

$$\delta_x \psi = \frac{\psi\left(n_x + \frac{1}{2}, n_y, n_z, n_t\right) - \psi\left(n_x - \frac{1}{2}, n_y, n_z, n_t\right)}{\Delta x} \quad (2.64)$$

$$\delta_y \psi = \frac{\psi\left(n_x, n_y + \frac{1}{2}, n_z, n_t\right) - \psi\left(n_x, n_y - \frac{1}{2}, n_z, n_t\right)}{\Delta y} \quad (2.65)$$

$$\delta_z \psi = \frac{\psi\left(n_x, n_y, n_z + \frac{1}{2}, n_t\right) - \psi\left(n_x, n_y, n_z - \frac{1}{2}, n_t\right)}{\Delta z} \quad (2.66)$$

$$\delta_t \psi = \frac{\psi\left(n_x, n_y, n_z, n_t + \frac{1}{2}\right) - \psi\left(n_x, n_y, n_z, n_t - \frac{1}{2}\right)}{\Delta t} \quad (2.67)$$

Aplicando $\delta_x \psi$ na solução da equação de onda plana (2.63) obtemos [38]:

$$\delta_x \psi = \frac{e^{-jk_x \Delta x / 2} - e^{jk_x \Delta x / 2}}{\Delta x} \psi \quad (2.68)$$

$$= \left(\frac{-2j}{\Delta x} \right) \sin\left(\frac{k_x \Delta x}{2}\right) \psi \quad (2.69)$$

Analogamente obtemos as expressões para $\delta_y \psi$ e $\delta_z \psi$. O operador de diferença no tempo $\delta_t \psi$ é obtido por:

$$\delta_t \psi = \frac{2j}{\Delta t} \sin\left(\frac{\omega \Delta t}{2}\right) \psi \quad (2.70)$$

O operador de derivada segunda é definido por:

$$\delta_x^2 \psi = -\frac{4}{\Delta x^2} \sin^2\left(\frac{k_x \Delta x}{2}\right) \psi \quad (2.71)$$

A equação de onda plana (2.61) é então aproximada para:

$$(\delta_x^2 + \delta_y^2 + \delta_z^2) \psi = \frac{1}{c^2} \delta_t^2 \psi \quad (2.72)$$

que por meio da substituição na equação discreta de onda plana obtemos a seguinte equação [38]:

$$\frac{1}{c^2} \frac{\sin^2\left(\frac{\omega \Delta t}{2}\right)}{\Delta t^2} = \frac{\sin^2\left(\frac{k_x \Delta x}{2}\right)}{\Delta x^2} + \frac{\sin^2\left(\frac{k_y \Delta y}{2}\right)}{\Delta y^2} + \frac{\sin^2\left(\frac{k_z \Delta z}{2}\right)}{\Delta z^2} \quad (2.73)$$

Assim, obtém-se o critério de estabilidade para o passo de tempo Δt [38].

$$\Delta t \leq \frac{1}{c} \left(\frac{1}{\Delta x^2} + \frac{1}{\Delta y^2} + \frac{1}{\Delta z^2} \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (2.74)$$

Essa equação representa o máximo valor de passo de tempo que pode ser usado para obedecer ao critério de estabilidade das equações de diferenças finitas. Geralmente c é a velocidade da luz no espaço livre, a menos que todo o volume seja preenchido com dielétrico, caso em que c será a velocidade da luz no dielétrico. Uma melhor visão dessa expressão é obtida por meio da análise do critério de estabilidade em uma dimensão sendo necessário que a onda não viaje mais do que um passo de espaço em um passo de tempo.

Uma análise dos efeitos de uma má escolha dos parâmetros do algoritmo foi realizada. Na Figura 2.11 observa-se o resultado do teste com instabilidade numérica. Nesse caso, utilizou-se um valor para Δt que não obedeceu à regra

apresentada em (2.74). Numa breve análise desse resultado vê-se a rápida degradação do sinal em quatro instantes no tempo.

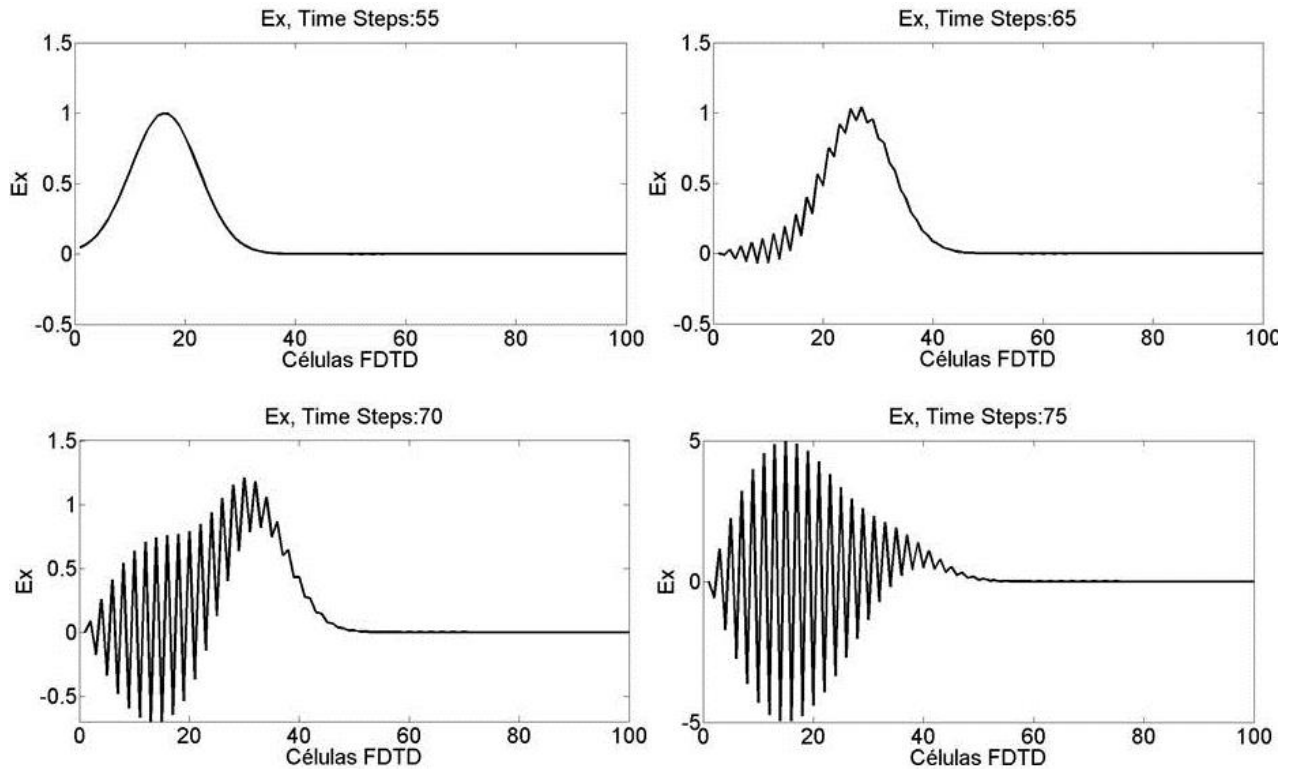


Figura 2.11 – Propagação de pulso gaussiano com escolha de Δt não estável.

2.10 Dispersão Numérica

A relação de dispersão pode ser usada para determinar a velocidade de fase da propagação da onda plana em uma malha discreta. A velocidade de fase na malha é obtida por $v = \omega / k$, em que $k = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$. A velocidade pode ser obtida de (2.73), obtemos [38]:

$$v = \frac{\omega}{k} = \frac{2}{k\Delta t} \sin^{-1} \left(c\Delta t \left[\frac{\sin^2(k_x\Delta x/2)}{\Delta x^2} + \frac{\sin^2(k_y\Delta y/2)}{\Delta y^2} + \frac{\sin^2(k_z\Delta z/2)}{\Delta z^2} \right]^{1/2} \right) \quad (2.75)$$

Essa expressão pode ser simplificada se for considerada a propagação em uma dimensão e $k = 2\pi / \lambda$, $p = \lambda / \Delta x$ e $u = c\Delta t / \Delta x$, então (2.75) é reduzida para [38]:

$$v = c \left(\frac{p}{\pi u} \right) \sin^{-1} \left(u \sin \frac{\pi}{p} \right) \quad (2.76)$$

Considerando-se a equação (2.76), a Figura 2.12 apresenta a variação na velocidade de fase de uma onda propagando-se no vácuo, para diferentes densidades de malha (FDTD 1-D). Considerou-se nessa análise $u = 0,5$. Com os resultados apresentados observa-se que a partir de 10 pontos por comprimento de onda garante uma boa aproximação para velocidade de fase em aplicações com o método FDTD.

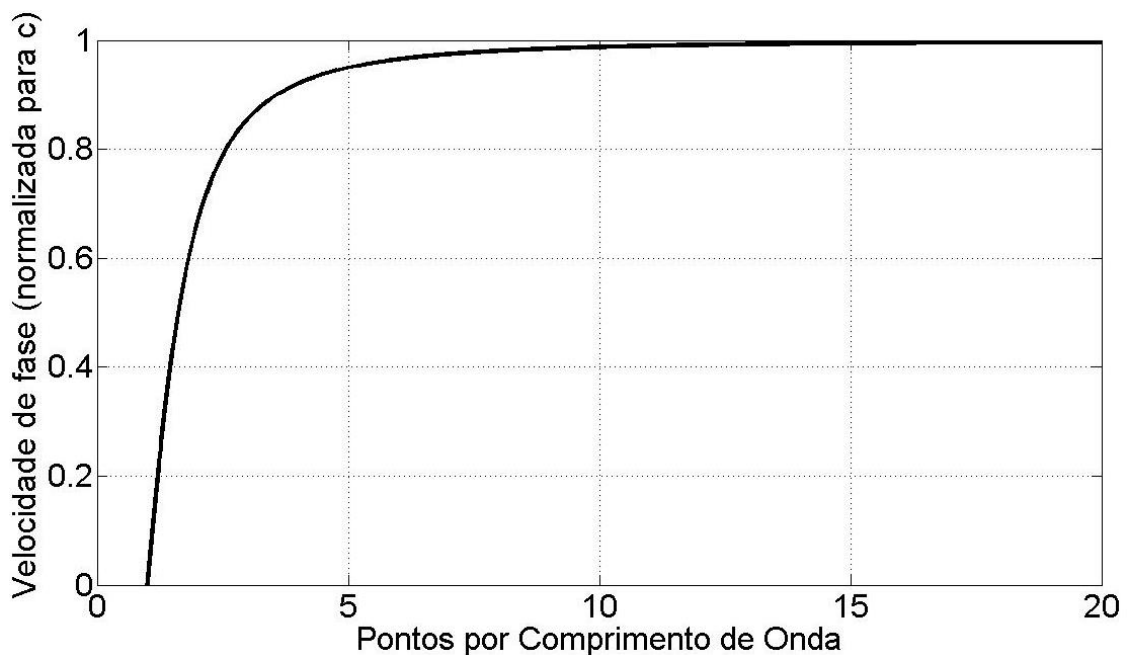


Figura 2.12 – Variação da velocidade de fase em função de p .

2.11 Parâmetros Dependentes da Frequência

Se uma onda (representada pela tensão V_1^i) incide em uma das portas de uma estrutura, existe uma relação entre a onda incidente e a onda refletida pela mesma porta (representada pela tensão V_1^o) que é dada por: $V_1^o = S_{11}V_1^i$, sendo S_{11} um parâmetro de espalhamento. Da mesma forma deve haver uma equação para a onda espalhada pelas outras portas do tipo: $V_x^o = S_{x1}V_1^i$. Assim, escrevendo a relação para uma estrutura de N portas, obtém-se [17]:

$$\begin{bmatrix} V_1^o \\ V_2^o \\ \vdots \\ V_N^o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & \cdots & S_{1N} \\ S_{21} & S_{22} & \cdots & S_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ S_{N1} & S_{N2} & \cdots & S_{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^i \\ V_2^i \\ \vdots \\ V_N^i \end{bmatrix} \quad (2.77)$$

ou de forma simplificada:

$$[V^o] = [S][V^i] \quad (2.78)$$

em que, $[S]$ é a matriz de espalhamento.

Para uma estrutura de microfita, o valor da tensão em cada uma das portas é proporcional ao valor do campo. Com isso um ponto de amostragem abaixo de cada uma das portas de interesse é suficiente para caracterizar o problema [39]. Os parâmetros de espalhamento dependem da frequência e para que os mesmos sejam calculados deve-se aplicar a transformada de Fourier aos sinais no tempo. Assim, um dado parâmetro de espalhamento pode ser obtido:

$$S_{nm}(f) = \frac{\mathcal{F}\{E_n(t)\}}{\mathcal{F}\{E_m(t)\}} \quad (2.79)$$

A transformada de Fourier permite representações de um sinal no domínio da frequência. Um sinal não periódico no domínio de tempo contínuo pode ser representado por uma superposição de senoides complexas [40]. Dessa forma a conversão de um sinal representado no domínio de tempo contínuo se dá da seguinte forma:

$$X(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)e^{-j\omega t} dt \quad (2.80)$$

em que $x(t)$ é a representação temporal do sinal, $X(j\omega)$ é a representação do sinal no domínio da frequência representado por ω .

A ferramenta para o cálculo da transformada de Fourier para tempo discreto é a DTFT (*Discrete Time Fourier Transform*), cuja expressão é dada em (2.81). Essa formulação é a mais próxima da situação a ser estudada, na qual um dado sinal é

representado por amostras em um domínio de tempo discreto. Essa análise é utilizada na obtenção dos parâmetros de espalhamento.

$$X[j\Omega] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n]e^{-j\Omega n} \quad (2.81)$$

Com a teoria referente ao Método FDTD apresentada, desde aspectos mais básicos (em uma dimensão) até os mais avançados (em três dimensões) fica demonstrada a importância no estudo gradual em termos de complexidade relacionada ao FDTD. Devemos agora nos aprofundar no estudo das condições de contorno absorvedoras, aspecto fundamental para a simulação das estruturas.

Capítulo 3

Condições de Contorno Absorvedoras

Um fator que contribuiu para o progresso do método FDTD foi o desenvolvimento de condições de contorno absorvedoras (ABC – *Absorbing Boundary Conditions*). Essas condições permitem a simulação de estruturas que operam em regiões definidas como abertas, ou seja, em um domínio espacial ilimitado. Certamente não há computadores com memória suficiente para tratar um espaço infinito. Portanto, o domínio computacional deve ser limitado a um tamanho suficiente para abrigar a estrutura de interesse com alguma reserva e sua fronteira deve ser construída de tal forma a simular um espaço aberto para os campos existentes no interior desse domínio.

A seguir serão apresentadas três condições de contorno absorvedoras: condição simples apresentada por Taflove e Brodwin [36], condição absorvedora de MUR de primeira ordem de precisão [19], camada perfeitamente casada (PML - *Perfectly Matched Layer*) [21]. Estas ABC's foram escolhidas pela simplicidade e/ou precisão que apresentam.

3.1 Condição Absorvedora Simples

A condição absorvedora simples é implementada calculando-se a média dos campos próximos ao contorno da malha, tentando simular todos os possíveis ângulos de incidência de uma onda saindo do domínio de estudo. Leva-se em conta o tempo que os campos levariam até atingir a fronteira da malha.

Supondo-se uma onda viajando a velocidade da luz (c), com $\Delta t = \Delta x / (2c)$, esta onda percorreria um Δx em dois Δt 's. Assim, o campo na fronteira é igual à média dos campos próximos a ela dois instantes de tempo antes. A média é feita entre os pontos adjacentes ao ponto calculado.

Considerando-se o caso da Figura 3.1, temos as seguintes equações para a região absorvedora:

- Fronteira Inferior:

$$E_z|_{i,0}^n = \frac{E_z|_{i-1,1}^{n-2} + E_z|_{i,1}^{n-2} + E_z|_{i+1,1}^{n-2}}{3} \quad (3.1)$$

- Fronteira Superior:

$$E_z|_{i,2}^n = \frac{E_z|_{i,j-1}^{n-2} + E_z|_{i,j}^{n-2} + E_z|_{i,j+1}^{n-2}}{3} \quad (3.2)$$

- Fronteira Lateral Esquerda:

$$E_z|_{0,j}^n = \frac{E_z|_{1,j-1}^{n-2} + E_z|_{1,j}^{n-2} + E_z|_{1,j+1}^{n-2}}{3} \quad (3.3)$$

- Fronteira Lateral Direita:

$$E_z|_{4,j}^n = \frac{E_z|_{3,j-1}^{n-2} + E_z|_{3,j}^{n-2} + E_z|_{3,j+1}^{n-2}}{3} \quad (3.4)$$

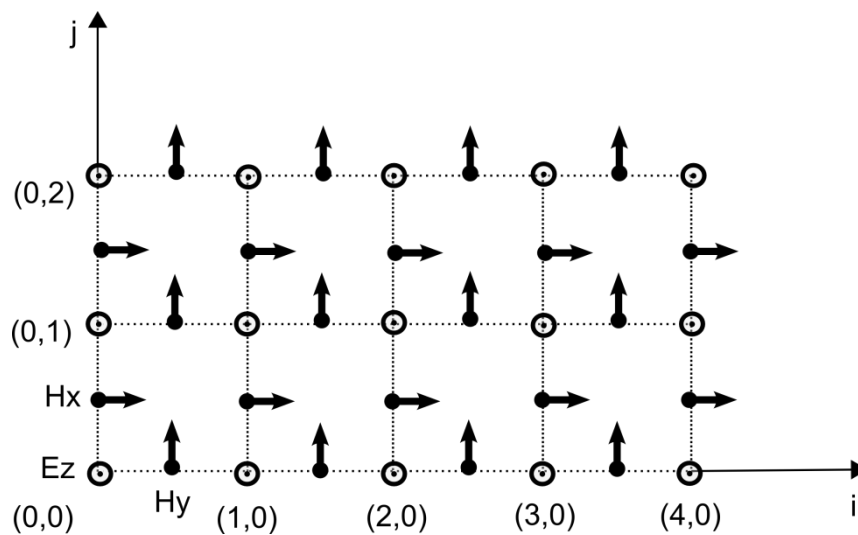


Figura 3.1 – Células da ABC simples em duas dimensões, [31].

A vantagem da ABC simples é a facilidade de implementação. Suas desvantagens decorrem da necessidade de uma relação inteira entre o incremento temporal e o espacial, bem como, às consideráveis reflexões para ondas que não incidam perpendicularmente sobre a fronteira absorvedora.

3.2 Condição Absorvedora de Mur

Uma outra forma a ser utilizada é aplicando a equação de onda para estimar o valor dos campos no exterior do domínio computacional. Essa técnica é chamada de condição de fronteira de re-radiação e tem sido bastante usada no truncamento de domínios computacionais [41].

A equação diferencial parcial que permite descrever a propagação de ondas em apenas um sentido é denominada “*equação de onda de sentido único*”, em inglês “*One – Way Wave Equation*” e foi desenvolvida por Engquist e Majda [42]. Esta equação pode ser utilizada para estimar o valor dos campos de uma onda fora do domínio computacional. Em seu trabalho, Engquist e Majda derivaram a equação de onda de sentido único para ser utilizada nas condições de contorno para equações diferenciais.

A equação de onda de sentido único pode ser obtida por fatoração do operador diferencial de segunda de ordem (G), definido em coordenadas cartesianas por:

$$G \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \equiv D_x^2 + D_y^2 - \frac{1}{v^2} D_t^2 \quad (3.5)$$

sendo v a velocidade da onda.

A equação de onda em duas dimensões e em coordenadas cartesianas é dada por:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} = 0 \quad (3.6)$$

sendo W um campo escalar.

Esta equação pode ser reescrita de forma compacta como:

$$GW = 0 \quad (3.7)$$

O operador G pode ser decomposto em dois operadores diferentes de primeira ordem G^+ e G^- definidos por:

$$G^+ = D_x + \frac{D_t}{v} \sqrt{1 - S^2} \quad (3.8)$$

$$G^- = D_x - \frac{D_t}{v} \sqrt{1 - S^2} \quad (3.9)$$

em que S é o operador dado por:

$$S \equiv \frac{D_y}{\left(\frac{1}{v}\right) D_t} \quad (3.10)$$

Sendo assim, (3.7) pode ser reescrita na forma

$$[G^+ \cdot G^-]W = 0 \quad (3.11)$$

$$G^+W = 0 \quad (3.12)$$

$$G^-W = 0 \quad (3.13)$$

A equação (3.11) descreve uma onda se propagando tanto no sentido progressivo como regressivo. Já as equações (3.12) ou (3.13) descrevem uma onda se propagando em apenas um sentido. Engquist e Majda mostram em seu trabalho que para absorver uma onda incidente em uma fronteira, posicionada em $x = x_{\min}$, deve-se aplicar (3.12) e, para uma fronteira posicionada em $x = x_{\max}$, deve-se utilizar (3.13).

A operação raiz quadrada presente em G^+ e G^- faz com que eles não sejam operadores diferenciais. Esta característica impede que estes operadores possam ser diretamente implementados nos algoritmos FDTD. Para contornar essa dificuldade, as equações obtidas através desses operadores devem ser primeiramente transformadas em equações diferenciais parciais lineares. Uma forma

simples de se fazer isso, é através de aproximações de $\sqrt{1 - S^2}$ por série de Taylor, como por exemplo, mostrado na seguinte equação (3.14).

$$\sqrt{1 - S^2} \cong 1 \quad (3.14)$$

Isso cria uma solução aproximada da função original e, por conseguinte, a absorção da onda não é perfeita. Substituindo-se (3.14) em (3.9), obtém-se uma aproximação de primeira ordem para o operador G^- , dada por:

$$G^- = D_x - \frac{D_t}{v} \quad (3.15)$$

Assim, a equação de onda (3.13) pode ser reescrita na forma

$$\frac{\partial W}{\partial x} - \frac{1}{v} \frac{\partial W}{\partial t} = 0 \quad (3.16)$$

Na discretização proposta por Mur, as componentes da equação (3.16) são reescritos na forma [19]

$$\left. \frac{\partial W}{\partial x} \right|_{1/2,j}^{n+1/2} = \frac{W|_{1,j}^{n+1/2} - W|_{0,j}^{n+1/2}}{\Delta x} = \frac{1}{\Delta x} \left[\frac{W|_{1,j}^{n+1} + W|_{1,j}^n}{2} - \frac{W|_{0,j}^{n+1} + W|_{0,j}^n}{2} \right] \quad (3.17)$$

$$\left. \frac{\partial W}{\partial t} \right|_{1/2,j}^{n+1/2} = \frac{W|_{1/2,j}^{n+1} - W|_{1/2,j}^n}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta t} \left[\frac{W|_{1,j}^{n+1} + W|_{0,j}^{n+1}}{2} - \frac{W|_{1,j}^n + W|_{0,j}^n}{2} \right] \quad (3.18)$$

Reagrupando-se estas equações em (3.16), obtém-se o valor do campo na fronteira $x = x_{\min}$, dado por [19]

$$W|_{0,j,k}^{n+1} = W|_{1,j,k}^n + \frac{v\Delta t - \Delta x}{v\Delta t + \Delta x} [W|_{1,j,k}^{n+1} - W|_{0,j,k}^n] \quad (3.19)$$

Para as fronteiras posicionadas em $x = x_{\max}$, $y = y_{\min}$ e $y = y_{\max}$, basta repetir o mesmo procedimento apresentado.

3.3 Camadas Perfeitamente Casadas – PML

Jean Pierre Berenger [21] propôs um novo tipo de condição de contorno absorvente, chamada Camadas Perfeitamente Casadas, ou PML (*Perfect Matched Layer*), que é baseada numa camada absorvedora artificial envolvendo a região de simulação. Esta camada absorve qualquer onda que se propague através dela, de forma similar ao que ocorre com as camadas de Mur. A técnica é analisada a fim de promover melhor entendimento do seu princípio teórico e suas aplicações.

A PML é uma condição absorvedora considerada perfeitamente casada porque ondas eletromagnéticas podem penetrá-la sem reflexão na interface do meio PML para qualquer ângulo de incidência e frequência. Isto é conseguido substituindo o espaço ilimitado por um meio especialmente projetado para o fim de absorção. A PML é formada por camadas absorvedoras colocadas em torno do domínio de estudo.

Para ilustrar a formulação da PML, considera-se um problema 2-D que possui as componentes E_x , E_y e H_z , modo TE. No meio PML as equações de Maxwell podem ser escritas como:

$$\epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma E_x = \frac{\partial H_z}{\partial y} \quad (3.20)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma E_y = -\frac{\partial H_z}{\partial x} \quad (3.21)$$

$$\mu \frac{\partial H_z}{\partial t} + \sigma^* H_z = \frac{\partial E_x}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (3.22)$$

em que, σ^* é a condutividade magnética do meio. Fisicamente σ^* não existe, mas é usado para facilitar a solução de problemas eletromagnéticos.

Para que a impedância do meio seja igual a do vácuo, resultando em reflexão zero, a seguinte condição deve ser satisfeita [21]:

$$\frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{\sigma^*}{\mu_0} \quad (3.23)$$

Em problemas 2-D, a componente de campo paralelo à direção de propagação da onda é escrito como a soma escalar de dois subcomponentes. Além disso, são atribuídos diferentes valores de condutividade para diferentes direções. Para o caso TE, as seguintes equações substituem as de Maxwell na PML:

$$\epsilon \frac{\partial E_x}{\partial t} + \sigma_y E_x = \frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} \quad (3.24)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_y}{\partial t} + \sigma_x E_y = -\frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial x} \quad (3.25)$$

$$\mu \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{zx} = -\frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (3.26)$$

$$\mu \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{zy} = -\frac{\partial E_x}{\partial y} \quad (3.27)$$

em que $H_z = H_{zx} + H_{zy}$.

Como a componente H_z é dividido em dois subcomponentes, H_{zx} e H_{zy} , para o cálculo do campo elétrico entre o vácuo e a PML usa-se $H_z = H_{zx} + H_{zy}$. A Figura 3.2 ilustra a PML em 2 dimensões, com detalhes para as condutividades elétrica e magnética. A PML termina em um condutor perfeito, aplicando-se a condição de contorno correspondente.

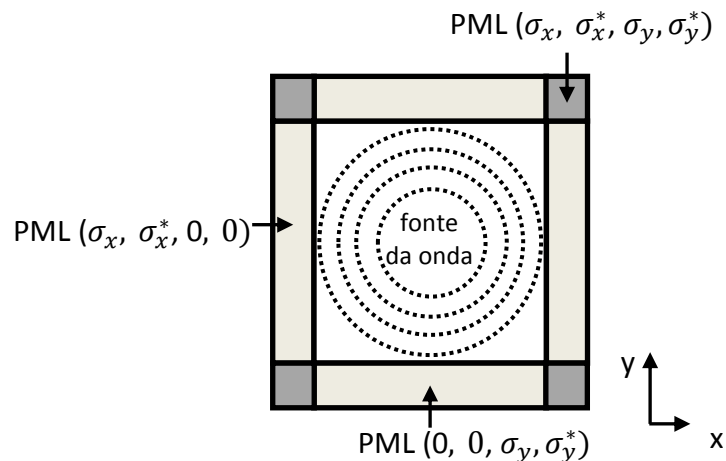


Figura 3.2 – Camada PML circundando o espaço de estudo, [21].

Para o caso TM, as equações na PML são dadas por:

$$\mu \frac{\partial H_x}{\partial t} + \sigma_y^* H_x = - \frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} \quad (3.28)$$

$$\mu \frac{\partial H_y}{\partial t} + \sigma_x^* H_y = \frac{\partial (E_{zx} + E_{zy})}{\partial x} \quad (3.29)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_{zx}}{\partial t} + \sigma_x E_{zx} = \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (3.30)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_{zy}}{\partial t} + \sigma_y E_{zy} = - \frac{\partial H_x}{\partial y} \quad (3.31)$$

em que $E_z = E_{zx} + E_{zy}$.

As condutividades inclusas na PML absorvem a energia eletromagnética, dissipando-a. A subdivisão de campo é estendida para o caso tridimensional [43], onde os seis componentes de campo das equações de Maxwell são divididos em dois subcomponentes cada. Assim, para a PML 3D os campos elétrico e magnético são divididos, resultando em doze subcomponentes, E_{xy} , E_{xz} , E_{yz} , E_{yx} , E_{zx} , E_{zy} , H_{xy} , H_{xz} , H_{yz} , H_{yx} , H_{zx} e H_{zy} . Da mesma forma, os campos podem ser então encontrados e as equações semelhantemente ao caso 2-D. Logo, as equações de Maxwell são escritas como:

$$\epsilon \frac{\partial E_{xy}}{\partial t} + \sigma_y E_{xy} = \frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial y} \quad (3.32)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_{xz}}{\partial t} + \sigma_z E_{xz} = - \frac{\partial (H_{yz} + H_{yx})}{\partial z} \quad (3.33)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_{yz}}{\partial t} + \sigma_z E_{yz} = \frac{\partial (H_{xy} + H_{xz})}{\partial z} \quad (3.34)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_{yx}}{\partial t} + \sigma_x E_{yx} = - \frac{\partial (H_{zx} + H_{zy})}{\partial x} \quad (3.35)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_{zx}}{\partial t} + \sigma_x E_{zx} = \frac{\partial (H_{yz} + H_{yx})}{\partial x} \quad (3.36)$$

$$\epsilon \frac{\partial E_{zy}}{\partial t} + \sigma_y E_{zy} = -\frac{\partial (H_{xy} + H_{xz})}{\partial y} \quad (3.37)$$

$$\mu \frac{\partial H_{xy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{xy} = -\frac{\partial (E_{zx} + E_{zy})}{\partial y} \quad (3.38)$$

$$\mu \frac{\partial H_{xz}}{\partial t} + \sigma_z^* H_{xz} = \frac{\partial (E_{yz} + E_{yx})}{\partial z} \quad (3.39)$$

$$\mu \frac{\partial H_{yz}}{\partial t} + \sigma_z^* H_{yz} = -\frac{\partial (E_{xy} + E_{xz})}{\partial z} \quad (3.40)$$

$$\mu \frac{\partial H_{yx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{yx} = \frac{\partial (E_{zx} + E_{zy})}{\partial x} \quad (3.41)$$

$$\mu \frac{\partial H_{zx}}{\partial t} + \sigma_x^* H_{zx} = -\frac{\partial (E_{yz} + E_{yx})}{\partial x} \quad (3.42)$$

$$\mu \frac{\partial H_{zy}}{\partial t} + \sigma_y^* H_{zy} = \frac{\partial (E_{xy} + E_{xz})}{\partial y} \quad (3.43)$$

em que,

$$H_x = H_{xy} + H_{xz}, H_y = H_{yz} + H_{yx}, H_z = H_{zx} + H_{zy}, E_x = E_{xy} + E_{xz}, E_y = E_{yz} + E_{yx}, E_z = E_{zx} + E_{zy}.$$

Com o objetivo de analisar as condições de contorno de Mur e a PML, em [27] foi realizada uma comparação do erro entre as duas condições de contorno absorvedoras que definiu que a ordem de grandeza do erro na PML é menor que utilizando a condição de contorno de Mur. Por esse motivo a condição de contorno PML foi utilizada nesse trabalho para a simulação dos filtros.

Para avaliar o uso da PML foi usada uma malha 2-D com 200 x 200 células; $\Delta x = \Delta y = 1$ cm, $\Delta t = 16,6$ ps, e foram simuladas $n = 300$ iterações no tempo. A largura da PML é de 8 células e uma fonte senoidal com frequência de 2 MHz foi localizada

no centro da malha FDTD. O resultado de E_z é apresentado na Figura 3.3. Percebe-se com o uso da PML que a onda eletromagnética não sofre reflexões nos contornos do domínio de estudo.

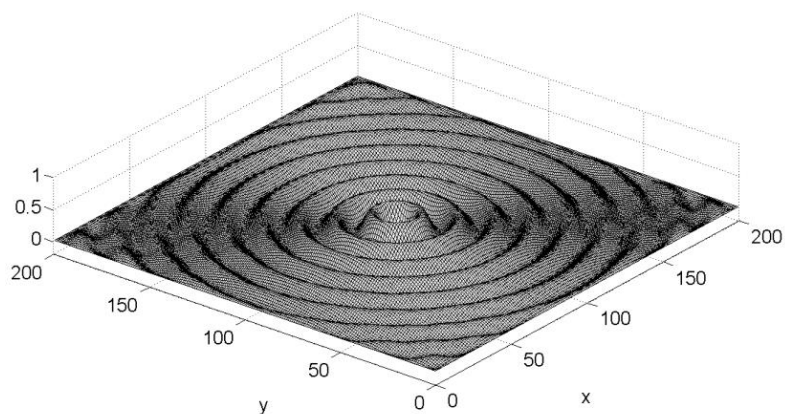


Figura 3.3 – Onda senoidal propagando-se em malha FDTD com camada PML.

Capítulo 4

Simulação de Filtro Passa Baixas de Microfita Utilizando o Método FDTD

Neste capítulo é apresentado o tratamento a ser adotado para simulação de estruturas de microfita utilizando o método FDTD. Segue-se uma discussão sobre as condições dos problemas a serem analisados como, a fonte de excitação do problema e as interfaces do circuito, bem como os tipos de análises a serem apresentados em cada caso. É apresentado o comportamento do campo elétrico dando assim uma interpretação do confinamento do campo eletromagnético na estrutura.

O presente capítulo apresenta ainda os estudos de caso onde são realizadas análises no domínio da frequência, a partir dos parâmetros de espalhamento, e também análises no domínio do tempo. Ressalta-se o fato de que comparações foram realizadas para a validação dos algoritmos FDTD implementados. Assim, as implementações utilizando o método FDTD proposto são comparadas com as implementações utilizando o Método dos Momentos (MoM). O *software* utilizado para simulação utilizando o método dos momentos foi o Ansoft Designer. Neste trabalho as simulações do método FDTD foram realizadas em um computador com processador Core i3 - 550 de 3,2 GHz e 3 GB de RAM.

O *software* do método FDTD foi desenvolvido utilizando a linguagem de programação C e durante o trabalho o programa foi chamado de FDTD – IFPB. A análise dos resultados obtidos foram interpretados graficamente usando o *software* Matlab.

4.1 Considerações Sobre a Fonte de Campo

Uma consideração importante a ser feita sobre a fonte é a forma de excitação. Usualmente pode ser realizada de duas formas: por um vetor densidade de corrente

em um determinado ponto da grade FDTD ou pela definição de um plano de excitação. Utiliza-se nesse trabalho o plano de excitação através da imposição de um campo elétrico vertical numa região retangular abaixo da estrutura a ser estudada, como apresentado na Figura 4.1. Utilizando esse tipo de excitação as outras componentes de campo no mesmo plano podem ser calculadas [11].

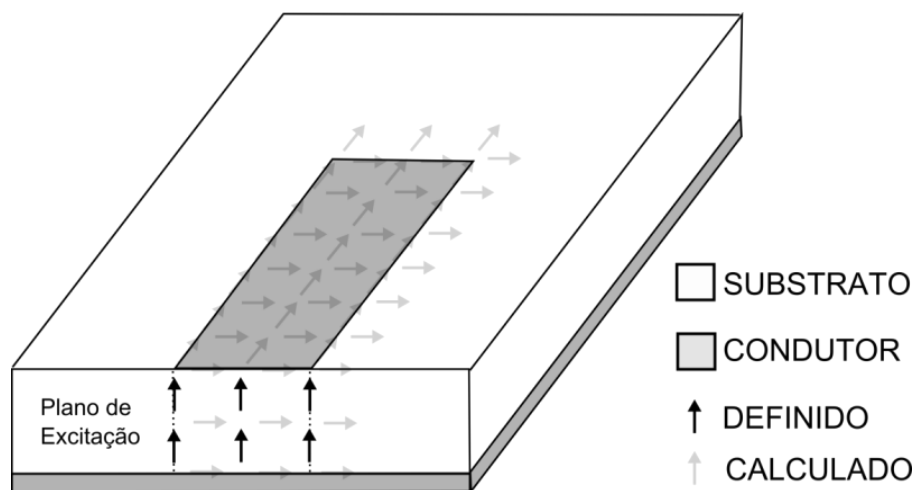


Figura 4.1 – Plano de excitação para estrutura de microfita, [11].

4.2 Tratamento da Interface Dielétrico-Ar

As estruturas de microfita a serem analisadas possuem uma característica bastante específica de interface entre dois meios dielétricos. Essa descontinuidade deve ser tratada de forma eficiente para que não influencie nos cálculos a serem realizados. Como a obtenção do conjunto de equações da técnica FDTD é realizada para uma região uniforme, casos como estes devem ser estudados separadamente.

No tratamento do problema leva-se em conta que o plano da interface é composto por duas componentes de campo elétrico tangentes e uma componente de campo magnético perpendicular, independentemente da orientação utilizada para a estrutura. No cálculo da componente de campo magnético perpendicular a esse plano o valor de μ existente nas equações de diferenças finitas não muda, já que as componentes do campo elétrico utilizadas no cálculo segundo as leis de Maxwell são tangentes ao plano.

Para o cálculo dos campos elétricos tangentes a esse plano utiliza-se, no entanto, componentes de campos magnéticos em ambos os meios dielétricos. Sendo os meios diferentes existe uma discrepância entre os valores de ϵ , que reflete nas equações de FDTD. A nova formulação que contempla a diferença entre os meios é obtida de forma simples a partir das equações base do FDTD, e sugere uma modificação na constante ϵ das mesmas [39]. Em outras palavras, para o plano da interface deve-se substituir o valor de ϵ por uma média dos valores dos dois meios:

$$\epsilon = \frac{\epsilon_1 + \epsilon_2}{2} \quad (4.1)$$

4.3 Tratamento dos Condutores

No método FDTD desenvolvido neste trabalho, as fitas condutoras, que compõem um dado circuito de microfita, possuem espessura próxima de zero. Nos casos de tratamento da superfície condutora como condutor elétrico perfeito (PEC) as componentes de campo elétrico tangenciais são impostas como sendo iguais a zero. Já as componentes de campo magnético do mesmo plano, devem ser calculadas durante o processo. A Figura 4.2 apresenta as componentes de campo elétrico que devem ser nulas na direção x e y .

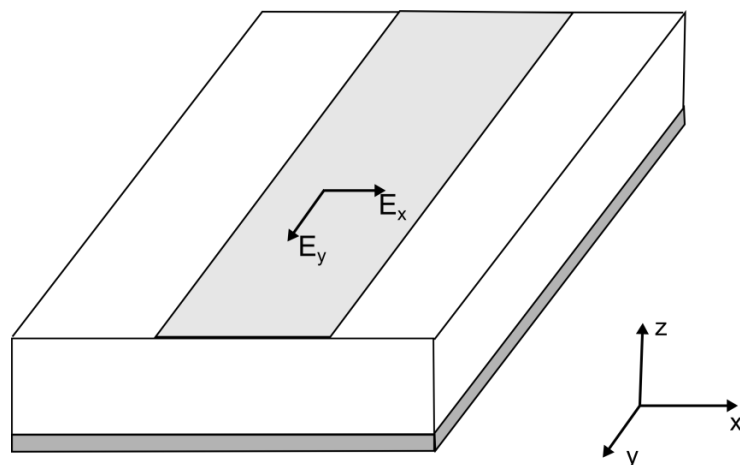


Figura 4.2 – Linha de Microfita.

4.4 Fluxograma do Algoritmo

Após apresentar, de forma resumida, os princípios de e a descrição do método FDTD, é apresentado o fluxograma do algoritmo. O algoritmo desenvolvido é representado na forma de fluxograma na Figura 4.3. A primeira etapa consiste na definição dos valores iniciais, tais como: constantes, tamanho e quantidade de células, passo de tempo. No bloco seguinte, se constroem as camadas PML e a região de estudo, os tipos de materiais que compõem a estrutura e sua geometria. Com o domínio de simulação preparado, começa-se o processo iterativo, no qual a cada passo do algoritmo os valores de campo elétrico e magnético no domínio da simulação são atualizados. Finalmente os valores de campo elétrico e magnético obtidos durante a simulação são usados para obtenção dos parâmetros S no domínio da frequência, onde as características de um dado dispositivo (frequência de ressonância, frequência de corte, largura de banda, etc.) podem também ser calculadas.

No início do algoritmo as seguintes etapas são realizadas:

- Atribuição dos valores das constantes.
- Tamanho e quantidade de células no domínio de simulação.
- Definição dos tipos de materiais que compõem a estrutura e o valor de suas propriedades eletromagnéticas.
- Iniciar todas as componentes de campo elétrico e magnético do domínio de simulação com o valor nulo.

Após definir as configurações iniciais, o próximo passo é gerar o domínio de simulação. Nesta etapa, o modelo da estrutura é construído ao atribuir a cada nó da malha o tipo de material que o compõe. Os demais nós que não correspondem à geometria da estrutura são considerados regiões de espaço livre. Por simplicidade de implementação do algoritmo FDTD, optou-se por utilizar uma malha uniforme com nós equidistantes.

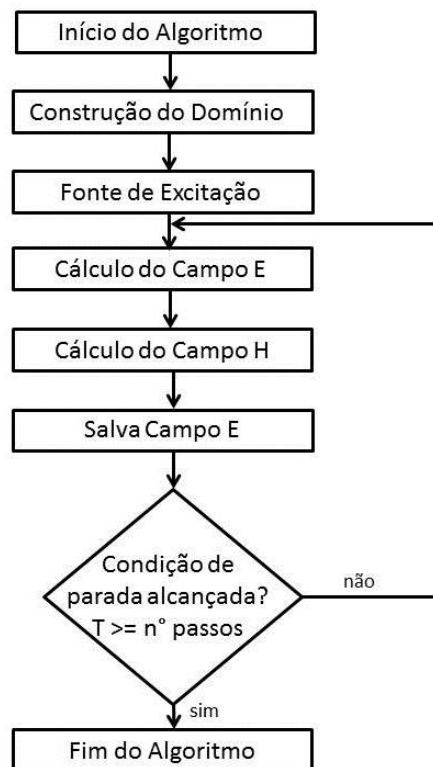


Figura 4.3 – Fluxograma do algoritmo.

4.5 Análise de Filtro Passa Baixas

O primeiro dispositivo abordado foi um filtro do tipo passa baixas, que possui a geometria e dimensões apresentadas na Figura 4.4. A análise deste filtro é bem estabelecida na literatura e motivou a sua escolha como um *benchmark* para o método FDTD desenvolvido. Dois casos foram analisados com diferentes substratos dielétricos: RT Duroid 5880 e FR4 (*fiberglass*).

O processo de modelagem de uma estrutura se inicia na determinação das dimensões da célula espacial e o passo de tempo. Como discutido anteriormente, as dimensões Δx , Δy , Δz e Δt devem assumir valores que tendem a zero para um resultado exato. Entretanto, por se tratar de um método numérico devem ser escolhidas dimensões de modo a atender as condições de estabilidade e dispersão sem que impeçam a eficiência computacional do método.

O filtro passa baixas foi simulado com os seguintes parâmetros de discretização para a malha FDTD: $\Delta x = 0,1355$ mm; $\Delta y = 0,1411$ mm; $\Delta z = 0,0882$ mm; observando-se o critério de estabilidade foi adotado um passo de tempo $\Delta t = 0,1471$ ps. Além disso, o pulso gaussiano teve como parâmetros $T = 75$ ps e $t_0 = 450$

ps. A primeira análise foi feita para o filtro com dielétrico RT Duroid 5880: com permissividade elétrica relativa $\epsilon_r = 2,2$ e uma altura do substrato $h = 0,794$ mm.

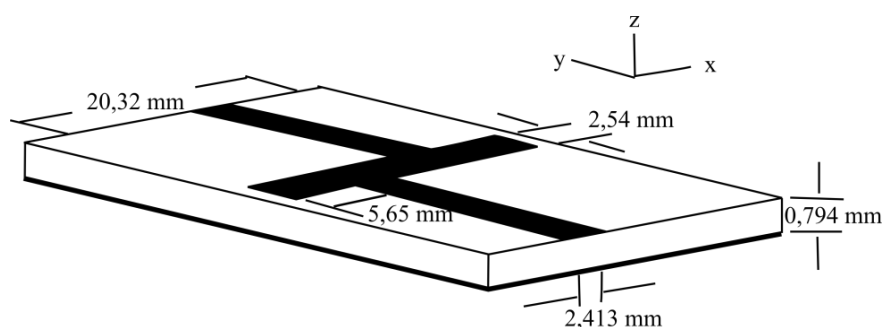


Figura 4.4 – Geometria e dimensões do filtro passa baixas, [3].

Ao todo, o espaço discretizado contendo a estrutura do filtro e as condições de contorno absorvedoras são compostas por uma matriz com $240\Delta x \times 300\Delta y \times 65\Delta z$ células espaciais. É necessário ainda especificar as propriedades eletromagnéticas de cada célula de modo a caracterizar a permissividade do substrato e do ar. Além disso, foram utilizadas 12 células na direção x , 15 na direção y e 40 na direção z para implementação da camada PML. Foi colocada uma camada de ar com 16 células espaciais posicionada na parte superior do filtro na direção z . A Figura 4.5 mostra uma vista superior do filtro passa baixas, discretizado para simulação em domínio computacional.

Durante toda a simulação do filtro, o valor de campo elétrico foi armazenado em dois pontos de observação ($144\Delta x, 66\Delta y, 8\Delta z$) e ($96\Delta x, 233\Delta y, 8\Delta z$), para que possa ser calculada a transformada de Fourier e assim obtermos os parâmetros S em função da frequência. Esses pontos também são apresentados na Figura 4.5.

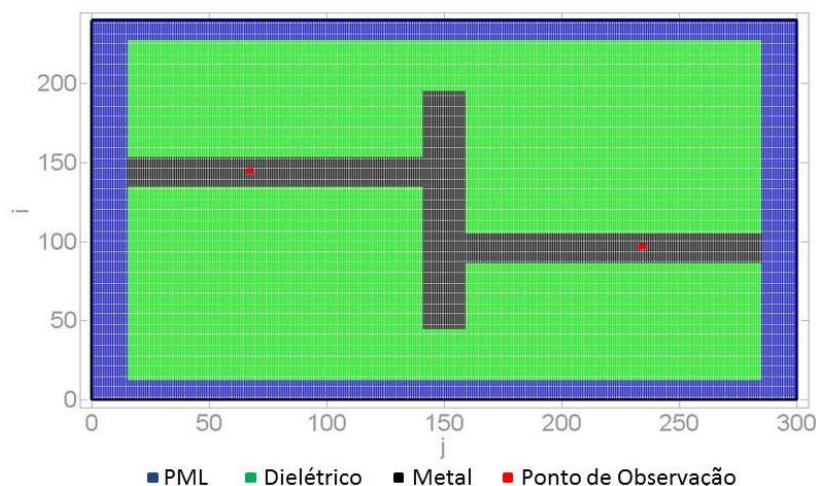


Figura 4.5 – Domínio computacional para simulação de filtro passa baixas.

A simulação do filtro foi realizada durante $n = 15000$ passos de tempo até que os campos atingissem valores próximos de zero. A distribuição espacial da componente E_z do campo elétrico (observada no centro do substrato dielétrico) é apresentada na Figura 4.6 em diferentes instantes no tempo. As reflexões devido às discontinuidades da linha de microfita são observadas, bem como, a propagação da energia para a porta 2 do filtro.

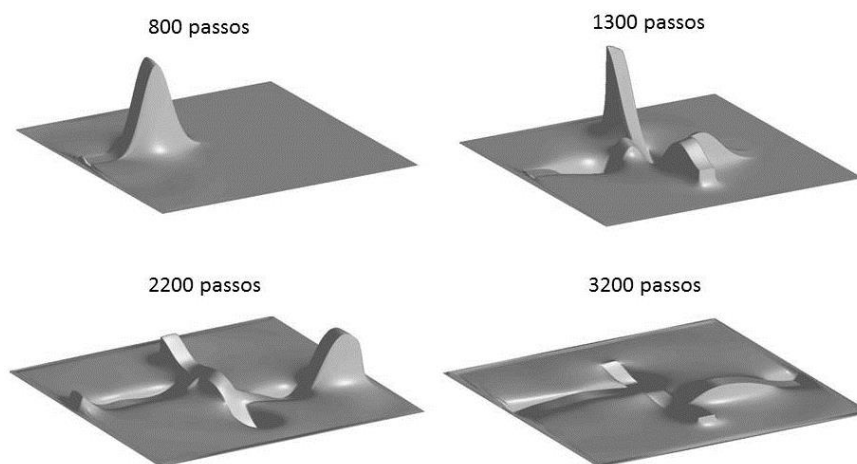


Figura 4.6 – Distribuição do campo E_z em quatro instantes no tempo.

Com a aplicação do pulso gaussiano na porta 1 do filtro podemos obter sua resposta transitória e propagação até a porta 2. Na Figura 4.7 é mostrada a resposta do pulso, que foi armazenada nos dois pontos de observação, no domínio do tempo.

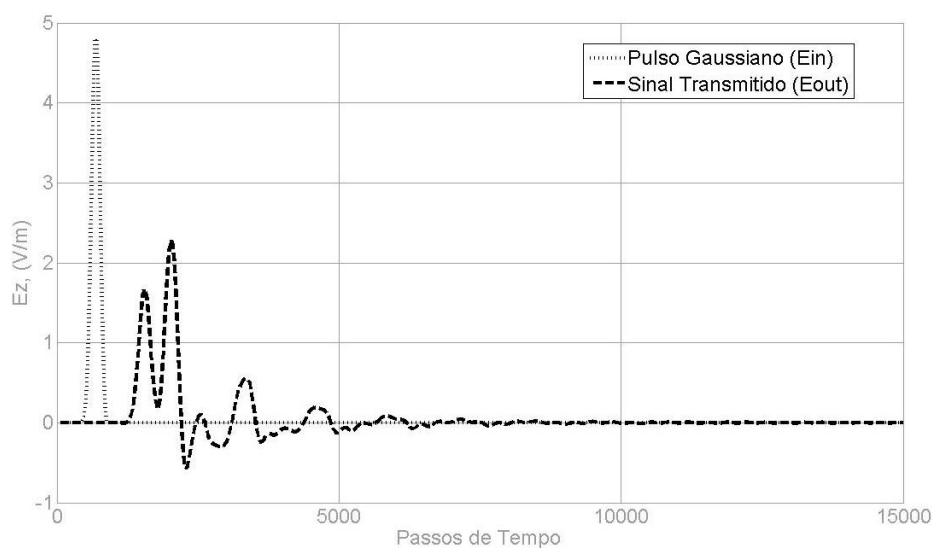


Figura 4.7 – Pulso incidente e pulso transmitido pelo filtro passa baixas no domínio do tempo.

Por ser um método de simulação no domínio do tempo, a resposta em frequência deve ser obtida a partir da transformada de Fourier da resposta transitória da estrutura no domínio do tempo como descrito na seção 2.11. Para se obter o parâmetro de espalhamento $|S_{21}|$, aplica-se a equação (4.2), [2]. Como se observa na Figura 4.8, os valores obtidos através do método FDTD foram comparados com os resultados do programa Ansoft Designer, que utiliza Método dos Momentos, bem como, com resultados experimentais que foram realizados utilizando o analisador de redes da marca Agilent, modelo N5230A. A Figura 4.9 apresenta o protótipo do filtro construído. Observa-se que a resposta do método FDTD está em conformidade com os valores medidos. Em relação aos resultados medidos na frequência de corte, os erros obtidos nos programas FDTD - IFPB e Ansoft Designer foram: 0,1% e 0,1%, respectivamente.

$$|S_{21}| = 20 \log_{10} \left(\frac{E_{out}(f)}{E_{in}(f)} \right) \quad (4.2)$$

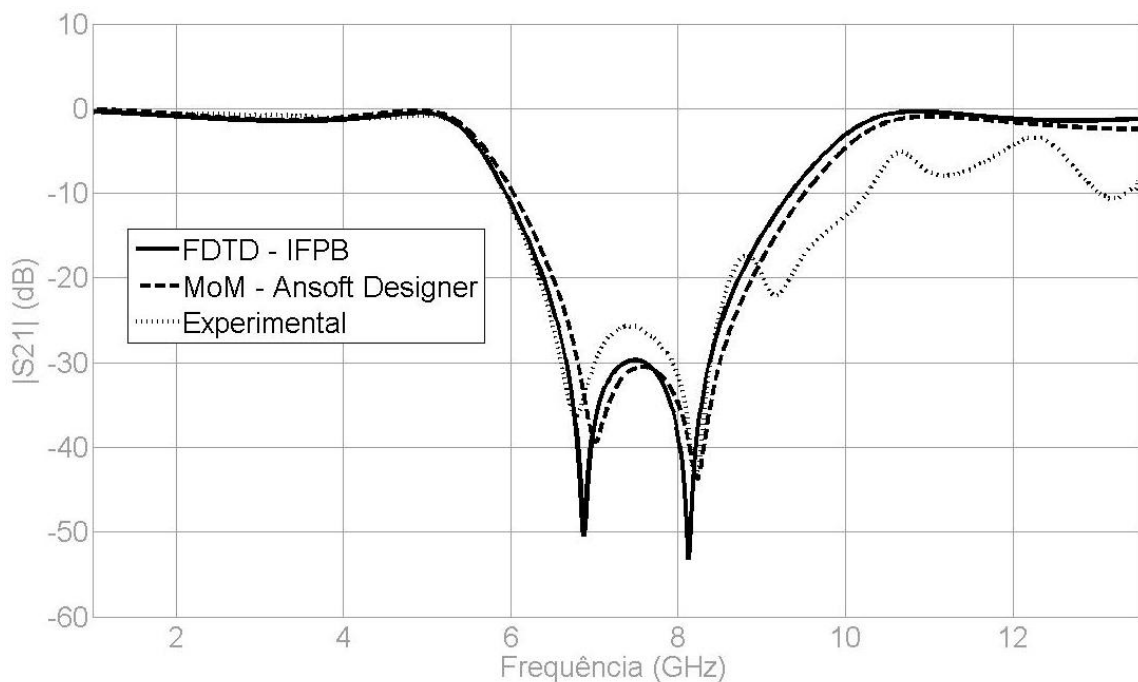


Figura 4.8 – Comparação entre resultados simulados e experimental para o $|S_{21}|$ do filtro (RT Duroid 5880).

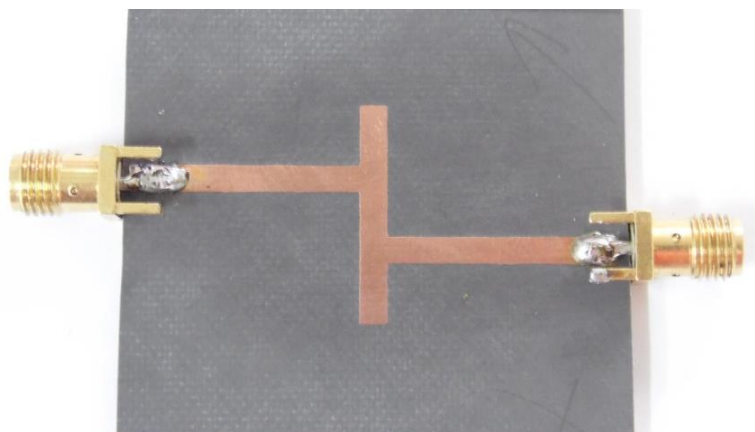


Figura 4.9 – Protótipo construído (RT Duroid 5880).

A análise do filtro utilizando FR4 seguiu as seguintes configurações de discretização: $240\Delta x \times 300\Delta y \times 72\Delta z$ células espaciais. Além disso, foram utilizadas 12 células na direção x , 15 na direção y e 40 na direção z para aplicação da camada PML. Foi colocada uma camada de ar com 15 células espaciais posicionada na parte superior do filtro na direção z . O laminado FR4 tem constante dielétrica $\epsilon_r = 4,4$ e uma altura do substrato $h = 1,5$ mm. A simulação do filtro foi realizada durante $n = 15000$ passos de tempo e os campos foram armazenados nos pontos de observação $(144\Delta x, 66\Delta y, 17\Delta z)$ e $(96\Delta x, 233\Delta y, 17\Delta z)$. Além disso, o pulso gaussiano utilizado teve como parâmetros $T = 75$ ps e $t_0 = 450$ ps. A distribuição espacial da componente E_z do campo elétrico é apresentada na Figura 4.10 em quatro instantes no tempo.

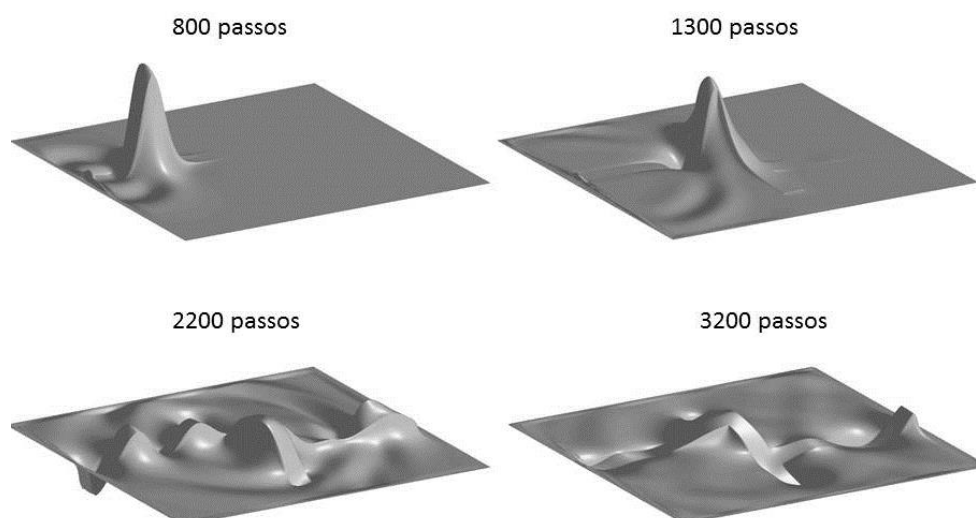


Figura 4.10 – Distribuição do campo E_z em quatro instantes no tempo.

A resposta do filtro no domínio do tempo e seu coeficiente de transmissão no domínio da frequência são apresentados nas Figuras 4.11 e 4.12, respectivamente. O protótipo construído é apresentado na Figura 4.13. Em relação aos resultados medidos na primeira frequência de corte, os erros obtidos nos programas FDTD - IFPB e Ansoft Designer foram: 0,1% e 1,7%, respectivamente.

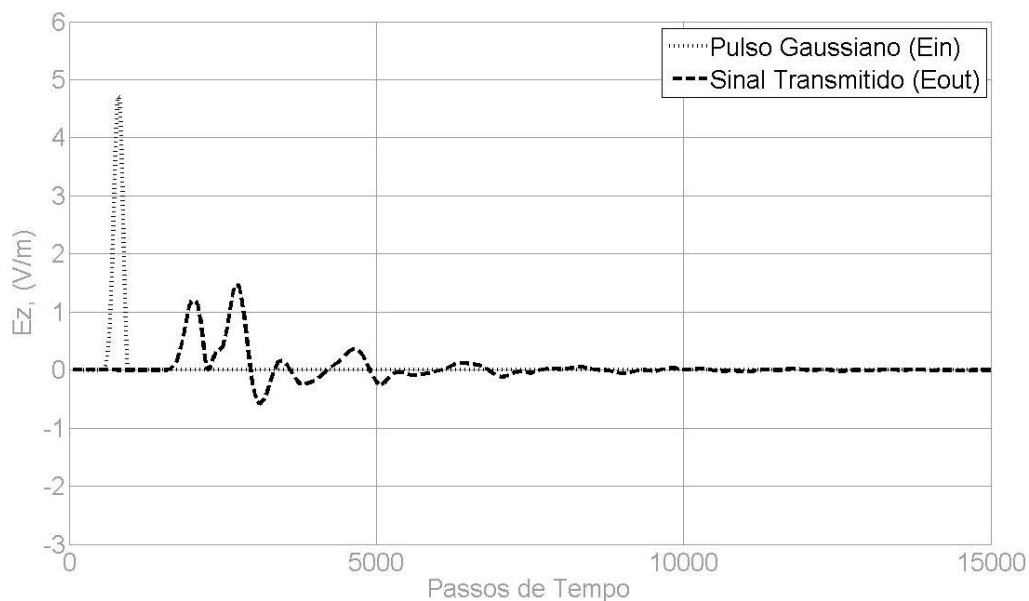


Figura 4.11 – Pulso incidente e pulso transmitido pelo filtro passa baixas no domínio do tempo.

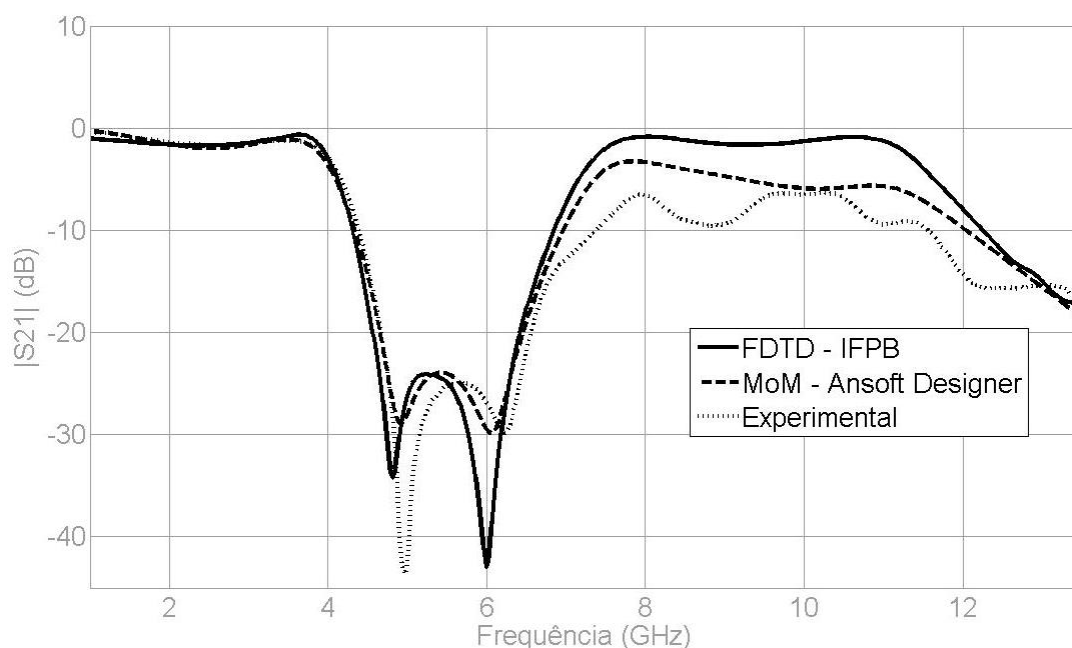


Figura 4.12 - Comparação entre resultados simulados e experimental para o coeficiente de transmissão do filtro (FR4).



Figura 4.13 – Protótipo construído (FR4).

4.6 Análise do Tempo de Simulação

A fim de analisar o desempenho do método FDTD em termos de precisão e esforço computacional, a simulação do filtro passa baixas foi realizada utilizando-se três configurações da malha FDTD: Malha 1: $240\Delta_x \times 300\Delta_y \times 65\Delta_z$; Malha 2: $160\Delta_x \times 200\Delta_y \times 43\Delta_z$; Malha 3: $80\Delta_x \times 100\Delta_y \times 22\Delta_z$. Os resultados do parâmetro $|S_{21}|$ para as três malhas é mostrado na Figura 4.14, para todos os casos as simulações foram em 15000 passos de tempo.

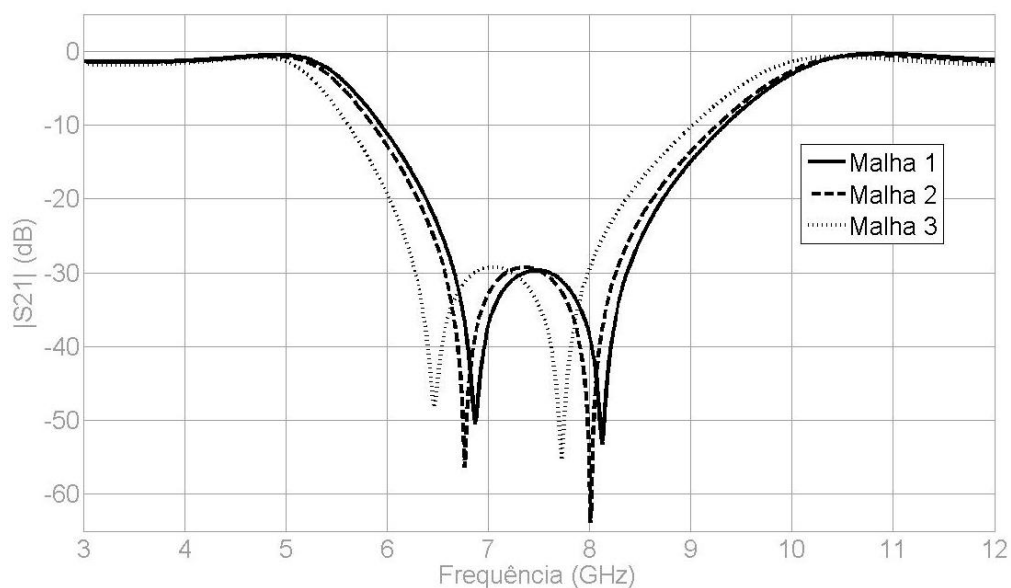


Figura 4.14 – $|S_{21}|$ para as três configurações de malha.

A configuração de malha 1 foi a mesma utilizada na simulação da Figura 4.8 e obteve uma boa aproximação em relação ao resultado experimental no qual a frequência de corte obtida, 5,48 GHz, foi a mesma do resultado simulado em FDTD, por isso foi usada como referência. A simulação referente à malha 2 obteve uma frequência de corte de 5,4 GHz. A simulação da malha 3 obteve uma frequência de corte de 5,2 GHz.

A Figura 4.15 apresenta o tempo de simulação obtido para as três configurações de malha. Com esses resultados, observa-se que com uma malha mais refinada obtemos uma maior precisão nos resultados, mas como desvantagem um maior custo computacional, em relação ao tempo de simulação e ao consumo de memória.

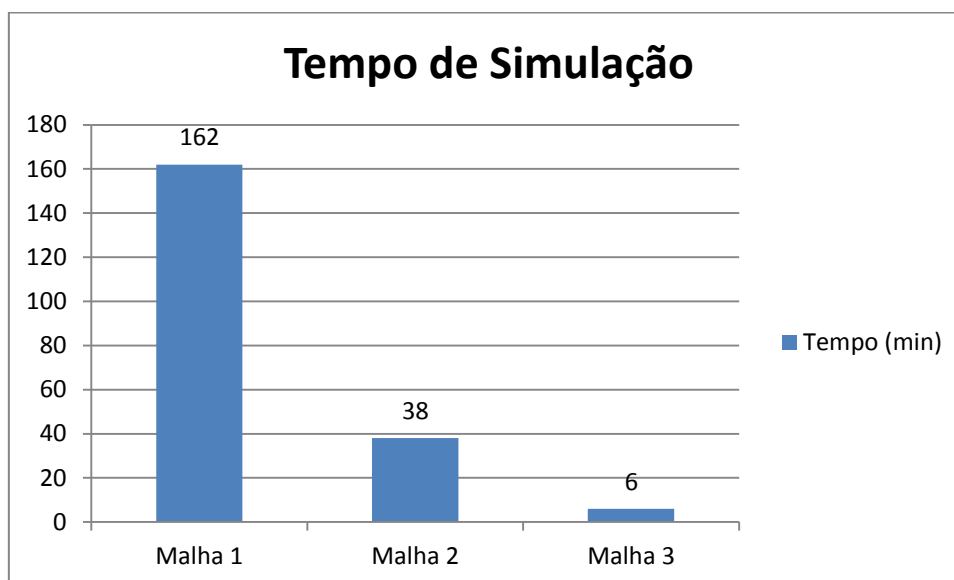


Figura 4.15 – Tempo de simulação.

Capítulo 5

Simulação de Filtros DGS e *Spur-Line*

5.1 Filtros DGS

As linhas de microfita com estruturas periódicas, aberturas, fendas ou defeitos no plano terra, têm despertado bastante interesse dos pesquisadores devido às suas propriedades. Várias configurações de aberturas no plano terra têm sido propostas, tais como: *photonic band gap* (PBG), *ground plane aperture* (GPA) e *defected ground structure* (DGS) [44]-[46]. A inclusão de aberturas, fendas ou defeitos modifica a distribuição de corrente no plano terra, produzindo variações na capacitância e indutância da linha. Estes valores estão associados às dimensões de cada elemento DGS e à posição destes em relação à linha de transmissão [47]-[49]. Uma unidade ou elemento DGS pode ser modelada por um circuito equivalente do tipo *LC* [50].

A propagação de ondas em estruturas periódicas tem sido estudada para a rejeição de certas faixas de frequência. Contudo, o projeto de circuitos com o uso destas técnicas apresenta algumas dificuldades, tais como: modelagem, sintonia da estrutura e irradiação através das aberturas no plano terra [51]. Por outro lado, na técnica GPA, que consiste na inserção de abertura centrada sob a linha de microfita, a modelagem através de circuito equivalente é simples, mas as propriedades da linha e sua impedância característica mudam conforme a largura da abertura [51]. A fim de contornar estas limitações, a técnica DGS foi proposta em 2001 por Park *et al* [46].

As aplicações da geometria fractal para o projeto de antenas e circuitos de micro-ondas têm aumentado bastante nos últimos anos, possibilitando soluções competitivas para o projeto de dispositivos compactos e de alto desempenho, tais como: antenas, filtros, acopladores, superfícies seletivas em frequência [52]-[58]. Uma propriedade dos fractais é o preenchimento eficiente do espaço, que possibilita o aumento do comprimento elétrico de um elemento ou estrutura ressonante. Isto torna possível o projeto de antenas e circuitos mais compactos [56]-[57]. Entre os fractais mais usados em projetos de antenas e circuitos de micro-ondas, destacam-

se os fractais geométricos de Minkowski, Sierpinski, Peano, Dürer, Hilbert, Gosper, Koch, entre outros.

Por sua vez, a técnica DGS também tem encontrado várias aplicações em projetos de dispositivos de micro-ondas, tais como: antenas, filtros e acopladores [58]-[61]. Por exemplo, a técnica DGS pode ser aplicada para aumentar o acoplamento mútuo de linhas paralelas [60], bem como, para reduzir o acoplamento mútuo entre os elementos de um arranjo de antenas [61]. Os elementos DGS são classificados como unitários e periódicos [48],[51]. Os DGS unitários convencionais apresentam a forma de halteres (*dumbbell*), Figura 5.1. Os elementos DGS periódicos por sua vez são classificados como horizontal periódico (HPDGS) ou vertical periódico (VPDGS), Figura 5.2, [47]. Os filtros DGS periódicos são eficientes para supressão harmônica em circuitos de micro-ondas, pois apresentam uma banda de rejeição maior [47]. De fato, verifica-se que uma banda de rejeição mais larga é obtida com o aumento do número de elementos DGS.

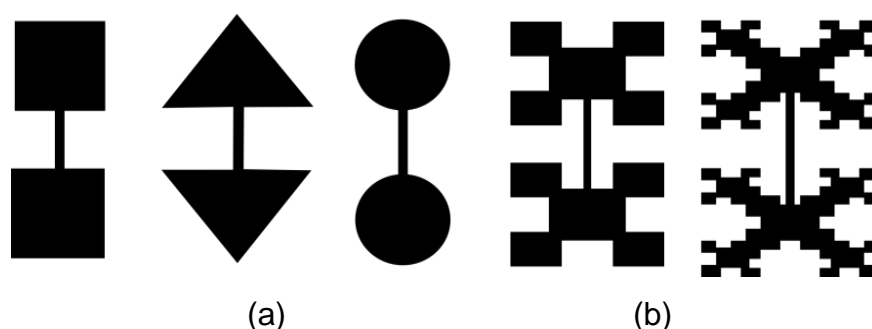


Figura 5.1 – Elementos DGS unitários: (a) Euclidianos e (b) pré-fractais de Koch.

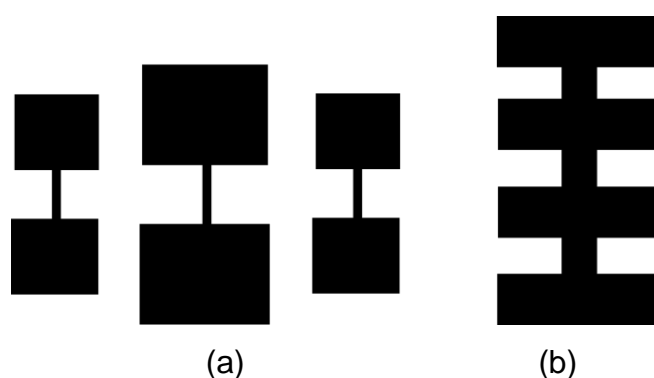


Figura 5.2 – Elementos DGS periódicos: (a) HPDGS e (b) VPDGS.

Os filtros em linhas de microfita com elementos DGS pré-fractais Koch são projetados assumindo-se um substrato dielétrico de fibra de vidro com permissividade elétrica relativa $\epsilon_r = 4,4$ e uma espessura $h = 1,5$ mm. Para operação em um sistema com impedância característica $Z_0 = 50 \Omega$, a largura da linha de microfita vale: $w = 2,87$ mm, Figura 5.3(a). As frequências de corte $f_c(k)$, de ressonância $f_r(k)$ são analisadas em termos do nível k do elemento DGS pré-fractal. Outro parâmetro dos filtros também é determinado: *roll-off*. Para a verificação dos resultados de simulação obtidos, alguns protótipos de filtros DGS unitários e periódicos foram construídos e medidos. Os filtros DGS estudados neste trabalho são os mesmos filtros apresentados em [62].

5.1.1 Filtros DGS Unitários

Os filtros DGS unitários projetados com elementos pré-fractais de Koch são ilustrados na Figura 5.3. A curva de Koch é definida aqui por três parâmetros: dois fatores de escala, $a = 1/3$ e $b = 1/4$, e o número de iterações fractais (ou níveis), $k = 0$ e 1. Os filtros têm dimensões $W = 40$ mm e $L = 40$ mm. Os leiautes de projeto são obtidos a partir do elemento DGS *dumbbell* convencional: com duas aberturas quadradas de lado $\ell = 8$ mm, conectadas por uma fenda de largura $c = 0,4$ mm, Figura 5.3(a).

Cada lado das aberturas quadradas, Figura 5.3(a), corresponde a um segmento de reta gerador da curva fractal de Koch. Assim, o nível do fractal é zero, pois nenhuma iteração fractal foi efetuada. Após a primeira iteração fractal, $k = 1$, obtém-se o filtro DGS unitário apresentado na Figura 5.3(b), com 40 segmentos. O fractal de Koch é obtido quando o número de iterações fractais tende ao infinito. Contudo, apenas uma iteração fractal é considerada devido às limitações do processo de fabricação e também na dificuldade da criação da malha em FDTD para este caso.

Na Figura 5.4 são apresentadas as fotografias dos filtros DGS unitários fabricados.

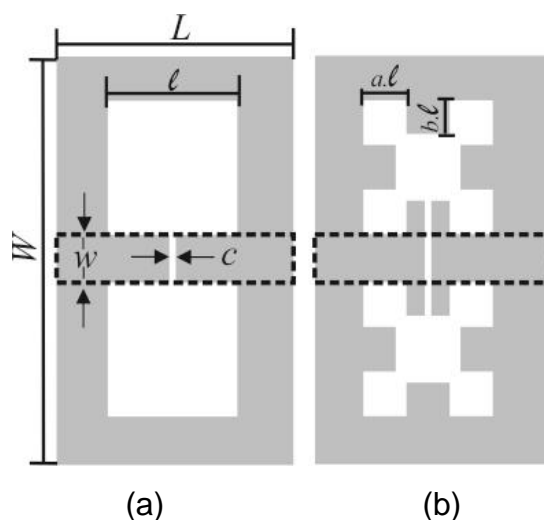


Figura 5.3 – Filtros DGS unitários projetados com elementos pré-fractais de Koch (vista inferior): (a) $k = 0$; (b) $k = 1$.

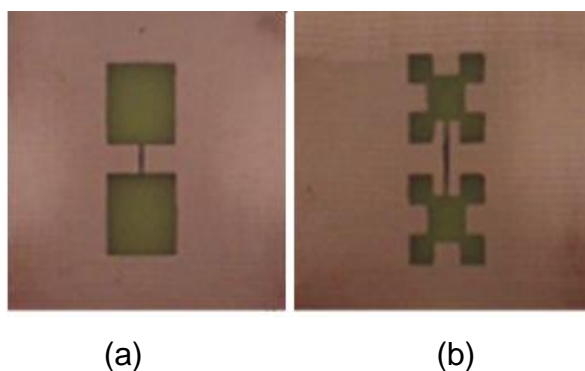


Figura 5.4 – Fotografias dos protótipos de filtros DGS unitários fabricados: (a) $k = 0$; (b) $k = 1$.

Os filtros DGS unitários foram simulados utilizando os seguintes parâmetros de discretização para a malha FDTD: $\Delta x = 0,4$ mm, $\Delta y = 0,05$ mm, $\Delta z = 0,05$ mm. Observando o critério de estabilidade utilizou-se um passo de tempo $\Delta t = 0,0833$ ps. Além disso, o pulso gaussiano utilizado teve como parâmetros $T = 100$ ps e $t_0 = 400$ ps.

O domínio FDTD (espaço discretizado contendo a estrutura do filtro e as condições de contorno absorvedoras) é composto por uma matriz com $100\Delta x \times 800\Delta y \times 100\Delta z$ células espaciais. Na implementação da camada PML foram usadas 10 células na direção x , 15 na direção y e 40 células posicionadas na parte inferior e superior na direção z . Foi utilizada uma camada de ar com 16 células espaciais posicionada na parte inferior e superior do filtro na direção z . O valor de campo elétrico foi armazenado em dois pontos de observação $(51\Delta x, 39\Delta y, 64\Delta z)$ e $(51\Delta x, 761\Delta y, 64\Delta z)$.

A simulação do filtro DGS, de nível $k = 0$, foi realizada durante $n = 12000$ passos de tempo até que os campos atingissem valores próximos de zero. A distribuição espacial da componente E_z do campo elétrico é apresentada na Figura 5.5 em diferentes instantes no tempo.

Na Figura 5.6 é mostrada a resposta do pulso, que foi armazenada nos dois pontos de observação, no domínio do tempo. Os resultados medidos e simulados obtidos para o parâmetro $|S_{21}|$ para o filtro DGS com nível 0 é apresentado na Figura 5.7. Em relação aos resultados medidos na primeira frequência de corte, os erros obtidos nos programas FDTD - IFPB e Ansoft Designer foram: 2,46% e 9,32%, respectivamente. Na frequência de ressonância os erros foram 0,66 % e 1,04 % respectivamente.

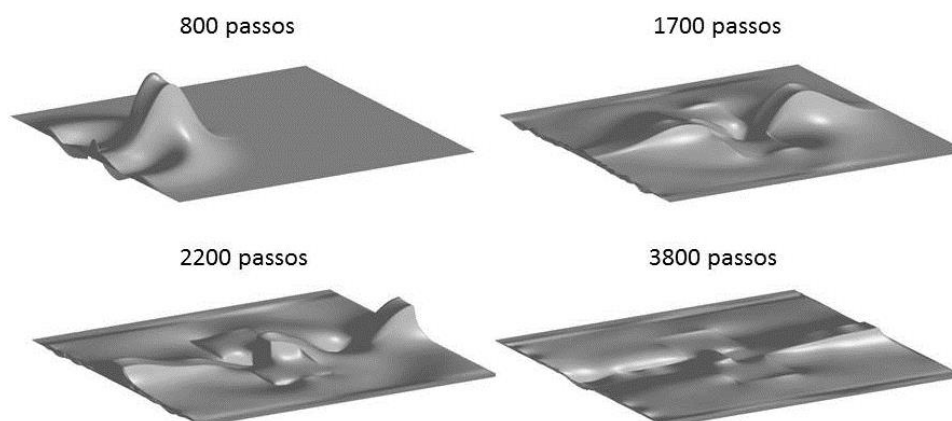


Figura 5.5 – Distribuição do campo E_z , filtro DGS ($k = 0$).

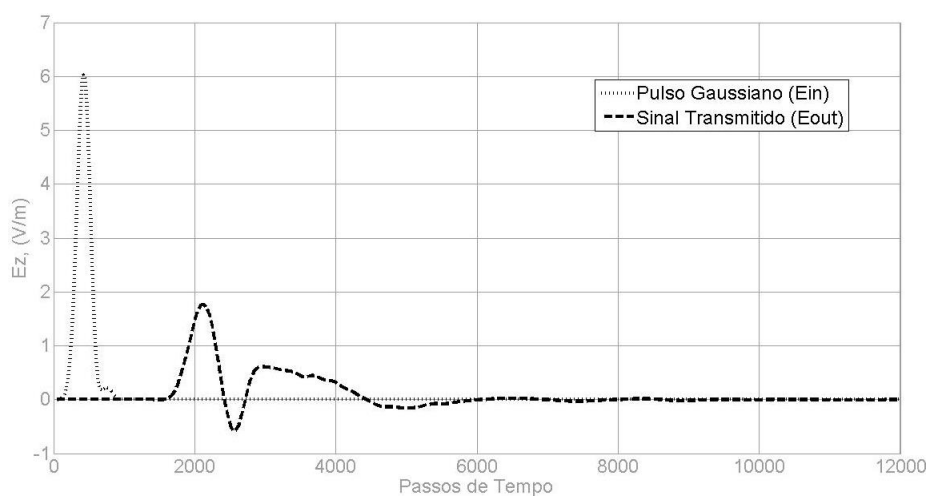


Figura 5.6 – Pulso incidente e pulso transmitido pelo filtro no domínio do tempo, filtro DGS ($k = 0$).

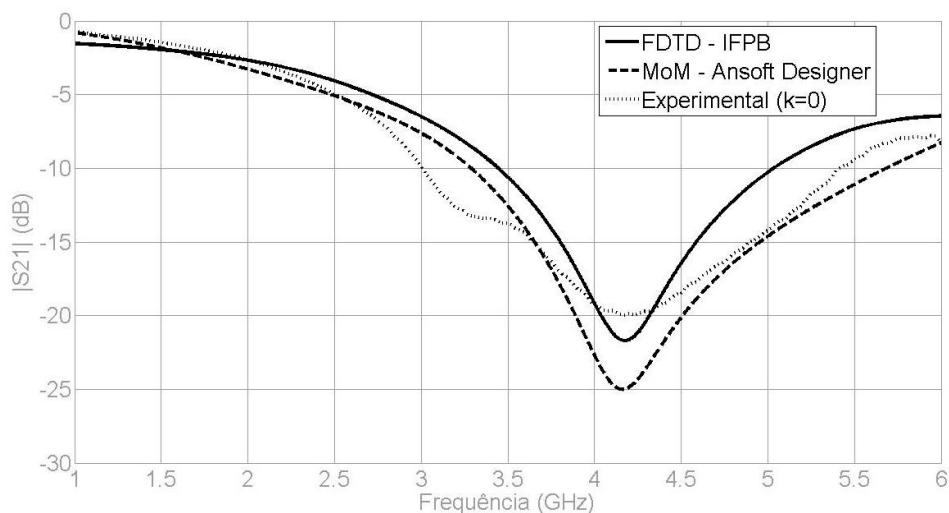


Figura 5.7 – Resultados medidos e simulados do coeficiente de transmissão $|S_{21}|$ do filtro DGS ($k = 0$).

Na simulação do filtro DGS com $k = 1$ o espaço discretizado contendo a estrutura do filtro: $\Delta x = 0,2$ mm, $\Delta y = 0,05$ mm, $\Delta z = 0,05$ mm com $200\Delta x \times 800\Delta y \times 100\Delta z$. As configurações das condições de contorno absorvedoras e a posição dos dois pontos de observação são as mesmas utilizadas na simulação com $k = 0$.

A simulação do filtro DGS, $k = 1$, foi realizada durante $n = 12000$ passos de tempo. A distribuição espacial da componente E_z do campo elétrico é apresentada na Figura 5.8 em diferentes instantes no tempo.

A resposta do filtro no domínio do tempo e seu coeficiente de transmissão no domínio da frequência são apresentados nas Figuras 5.9 e 5.10, respectivamente.

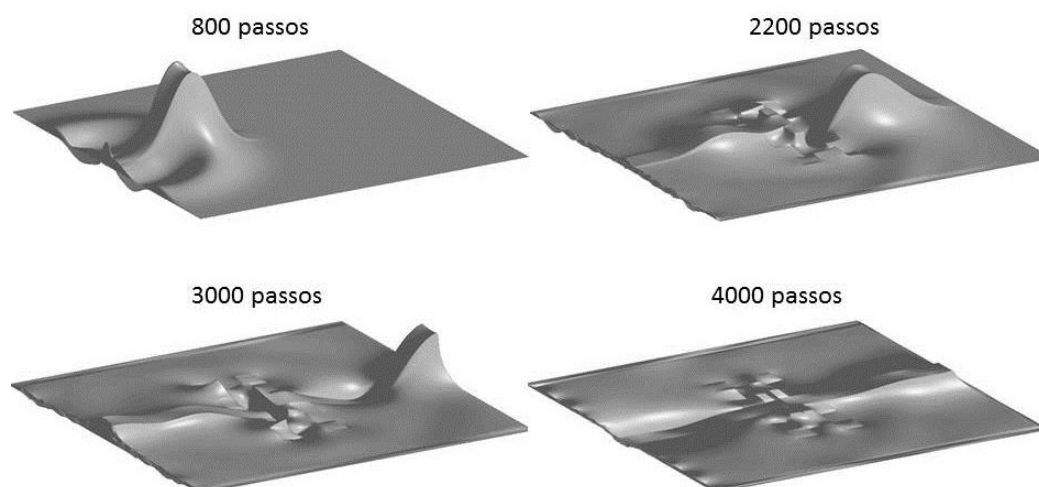


Figura 5.8 – Distribuição do campo E_z , filtro DGS ($k = 1$).

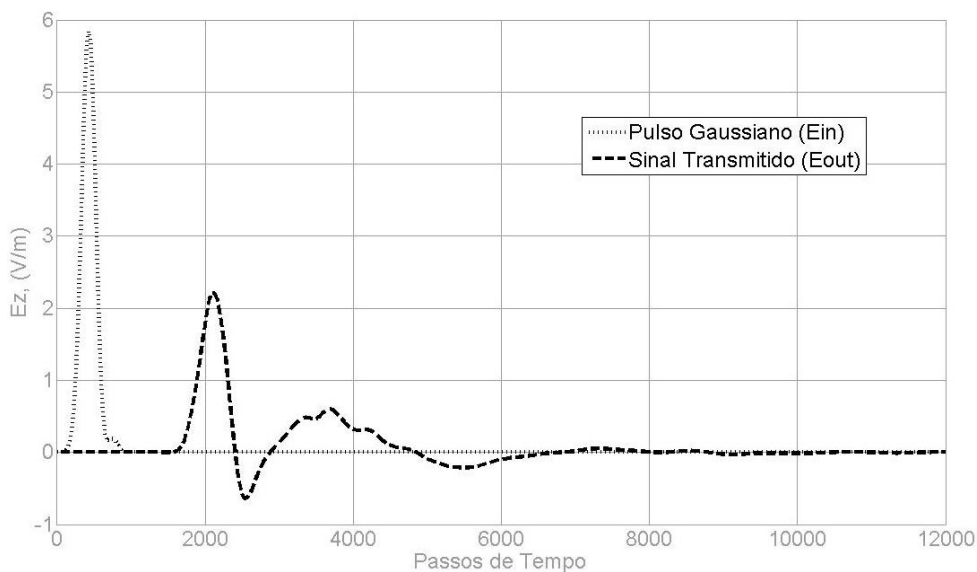


Figura 5.9 – Pulso incidente e pulso transmitido pelo filtro no domínio do tempo, filtro DGS ($k = 1$).

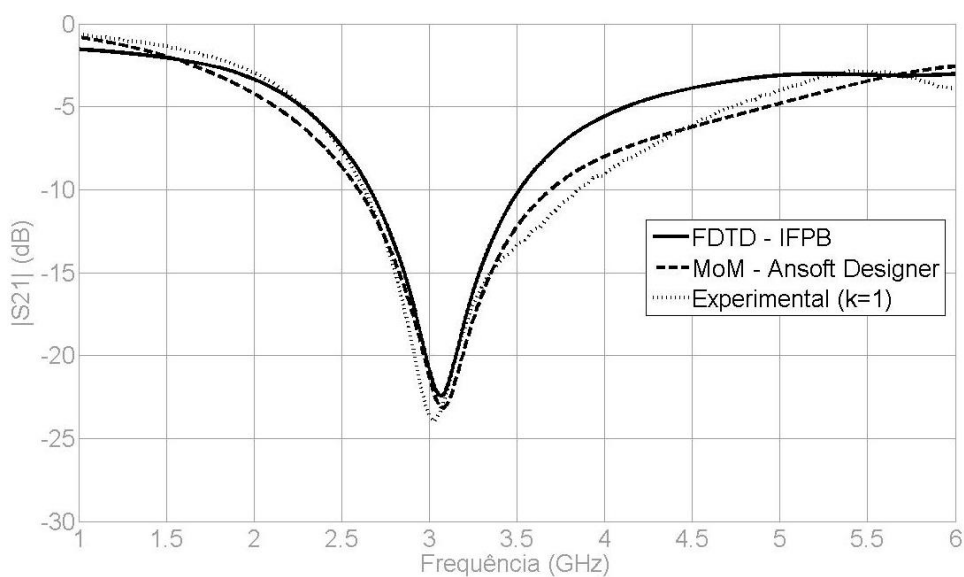


Figura 5.10 – Resultados medidos e simulados do coeficiente de transmissão $|S_{21}|$ do filtro DGS ($k = 1$).

Em relação aos resultados medidos na primeira frequência de corte, os erros obtidos nos programas FDTD - IFPB e Ansoft Designer foram: 4,8 % e 12,18 %, respectivamente. Na frequência de ressonância os erros foram 1,23 % e 1,49 % respectivamente.

Observamos uma boa concordância no resultado obtido pelo programa FDTD-IFPB em relação aos resultados medidos dos filtros com $k = 0$ e $k = 1$. Não foi realizada uma análise utilizando o nível 2 da geometria fractal porque seria necessário uma densidade maior de pontos e a limitação de memória RAM impediu essas simulações.

Os valores da frequência de corte (-3 dB), frequência de ressonância e *roll-off* são dados na Tabela I. O valor de *roll-off* corresponde à razão entre as frequências de corte e de ressonância $fc(k)/fr(k)$ [63]. Verifica-se que estas frequências são reduzidas quando o nível pré-fractal k aumenta, enquanto que o *roll-off* aumenta. Essas características também aconteceram em [62].

Tabela I. Resultados medidos e simulados obtidos para os filtros DGS unitários pré-fractais.

Filtro DGS Unitário	Resultados Simulados (FDTD-IFPB)			Resultados Medidos		
	fc (GHz)	fr (GHz)	<i>roll-off</i>	fc (GHz)	fr (GHz)	<i>roll-off</i>
0	2,15	4,17	0,51	2,1	4,17	0,50
1	1,91	3,06	0,62	2,01	3,03	0,66

5.1.2 Filtros DGS Periódicos

Nesta seção, descreve-se o projeto de filtros HPDGS. O filtro analisado tem dimensões totais $W = 40$ mm e $L = 70$ mm. Ele é formado a partir de elementos DGS unitários convencionais, espaçados de 4 mm, em forma de halteres, com quadrados de lados 8 mm e 10 mm, conforme ilustrado na Figura 5.11. A largura da fenda vale $c = 0,4$ mm. A fotografia do protótipo é apresentada na Figura 5.12.

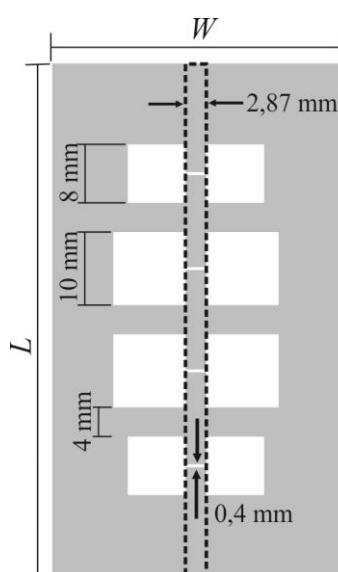


Figura 5.11 – Filtro HPDGS projetado.

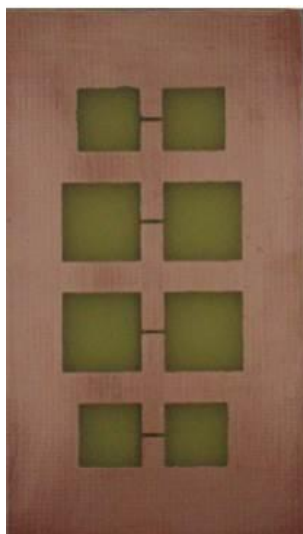


Figura 5.12 – Fotografia do protótipo do filtro HPDGS fabricado.

Na simulação do filtro HPDGS o espaço discretizado contendo a estrutura do filtro foi o seguinte: $\Delta x = 0,2$ mm, $\Delta y = 0,05$ mm, $\Delta z = 0,05$ mm com $200\Delta x \times 700\Delta y \times 100\Delta z$.

A simulação do filtro HPDGS foi realizada durante $n = 60000$ passos de tempo. A distribuição espacial da componente E_z do campo elétrico é apresentada na Figura 5.13 em quatro instantes no tempo.

O módulo do coeficiente de transmissão no domínio da frequência é apresentado na Figura 5.14. Devido a um problema na malha e ao alto custo computacional não foi possível a apresentação do resultado do programa FDTD-IFPB.

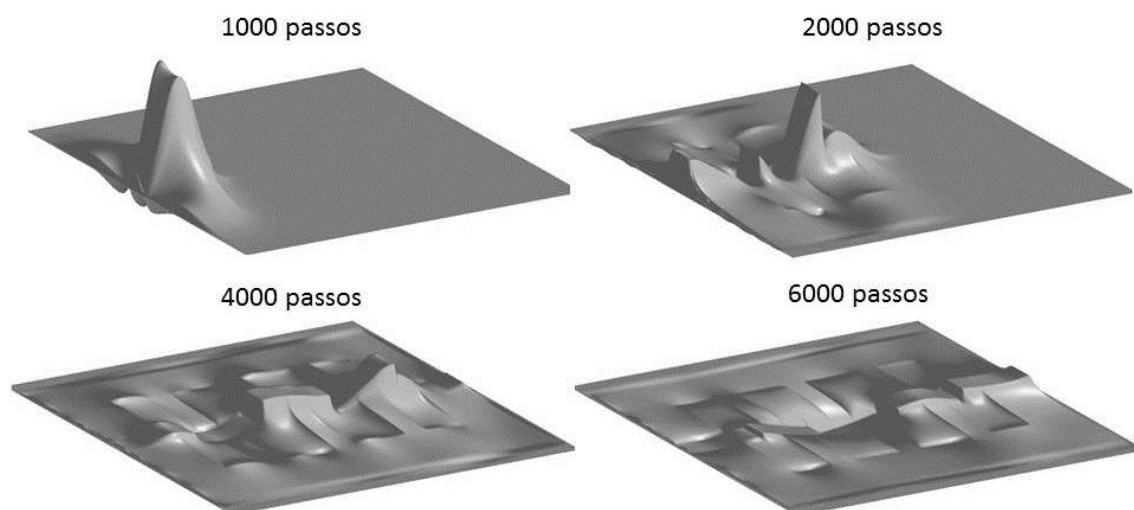


Figura 5.13 – Distribuição do campo E_z , filtro HPDGS.

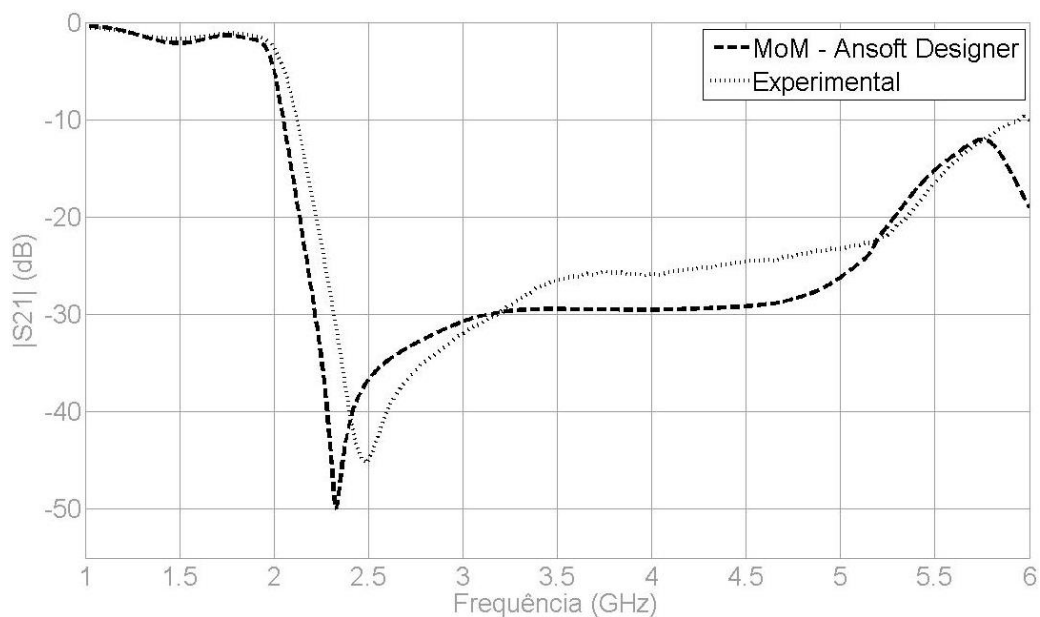


Figura 5.14 – Resultados medidos e simulados do coeficiente de transmissão $|S_{21}|$ do filtro HPDGS.

Para corrigir o problema do alto custo computacional utilizado pelo método, a aplicação de uma malha com distribuição dos pontos de maneira não uniforme é uma solução promissora, pois possibilitará a simulação de estruturas mais complexas, como fractal de nível 2, e estruturas de maiores dimensões.

5.2 Filtro *Spur-Line*

Os filtros *spur-line* são filtros de microfita do tipo rejeita faixa que apresentam moderada largura de banda, da ordem de 10% [64]. Eles apresentam algumas vantagens em relação a outros tipos de filtros de microfita. A irradiação é significativamente menor que nos convencionais filtros com *shunt-stub* e apresentam uma forma mais compacta [64]. Uma vez que o seu tamanho é compacto, este tipo de filtro pode ser facilmente incorporado nas extremidades de uma antena de microfita sem aumentar seu tamanho, como em aplicações envolvendo antenas *dual band* circularmente polarizadas [65].

A análise dos filtros *spur-line* envolve o estudo de acoplamento entre linhas de microfita. As linhas acopladas são bastante usadas na implementação de filtros de microfita. A Figura 5.15 ilustra a seção transversal de um par de linhas acopladas de

microfita, sendo W a largura das linhas de microfita separadas por uma distância s . Esta configuração admite dois modos quase-TEM, um modo par e outro modo ímpar.

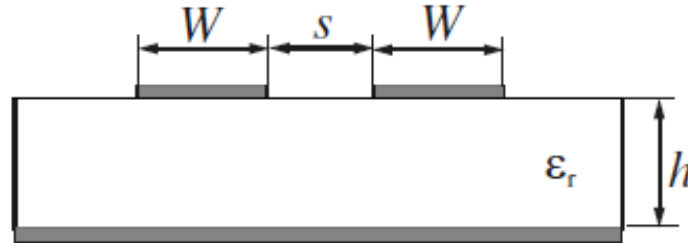


Figura 5.15 – Acoplamento de linhas de microfita [66].

O filtro *spur-line* consiste do acoplamento entre duas linhas de microfita com um quarto de comprimento de onda (em relação à frequência central do filtro rejeita faixa) com um circuito aberto no final de uma das linhas [64]. A Figura 5.16 apresenta a configuração do filtro *spur-line*.

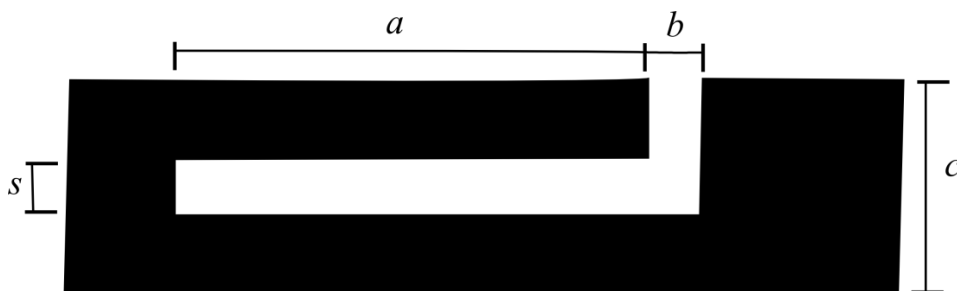


Figura 5.16 – Filtro *spur-line*.

Sendo a o comprimento da *spur-line*, b o comprimento do *gap*, c a largura da linha de microfita e s a separação entre as linhas de microfita. A dimensão do valor de a determina a frequência central do filtro rejeita faixa [64]:

$$a = \frac{3 \times 10^8}{4f_0 \sqrt{K_{effo}}} - \Delta l_1 \quad (5.1)$$

sendo, f_0 a frequência central do filtro rejeita faixa, K_{effo} a constante dielétrica do modo ímpar e Δl_1 é o comprimento efetivo do *gap* b .

Para o estudo desse filtro foi feita a análise utilizando o *software* Ansoft Designer e o FDTD-IFPB. Esse estudo é feito assumindo-se um substrato dielétrico

de fibra de vidro com permissividade elétrica relativa $\epsilon_r = 4,4$ e uma espessura $h = 1,5$ mm. Utilizando como frequência de ressonância 2,45 GHz e fazendo os cálculos a partir da equação (5.1) obtemos: $a = 17,2$ mm, para um valor de $s = 1$ mm e $b = 1$ mm. Os valores obtidos de K_{effo} e Δl_1 foram 2,85 e 0,87 mm respectivamente. As equações para determinar os valores K_{effo} e Δl_1 foram encontradas em [66].

O filtro foi simulado utilizando os seguintes parâmetros de discretização para a malha FDTD: $\Delta x = 0,2$ mm; $\Delta y = 0,2$ mm; $\Delta z = 0,1$ mm; observando o critério de estabilidade utilizou-se um passo de tempo $\Delta t = 0,1667$ ps. Além disso, o pulso gaussiano utilizado teve como parâmetros $T = 60$ ps e $t_0 = 300$ ps. A matriz que envolve o domínio computacional possui $100\Delta x \times 300\Delta y \times 50\Delta z$ células espaciais. Foram utilizadas 30 células na direção x , 15 na direção y e 30 na direção z para aplicação da camada PML. Foi colocada uma camada de ar com 5 células espaciais posicionada na parte superior do filtro na direção z . Utilizando os pontos de observação $(50\Delta x, 20\Delta y, 14\Delta z)$ e $(50\Delta x, 280\Delta y, 14\Delta z)$.

A simulação foi realizada durante $n = 12000$ passos. A distribuição espacial da componente E_z do campo elétrico é apresentada na Figura 5.17 em diferentes instantes no tempo.

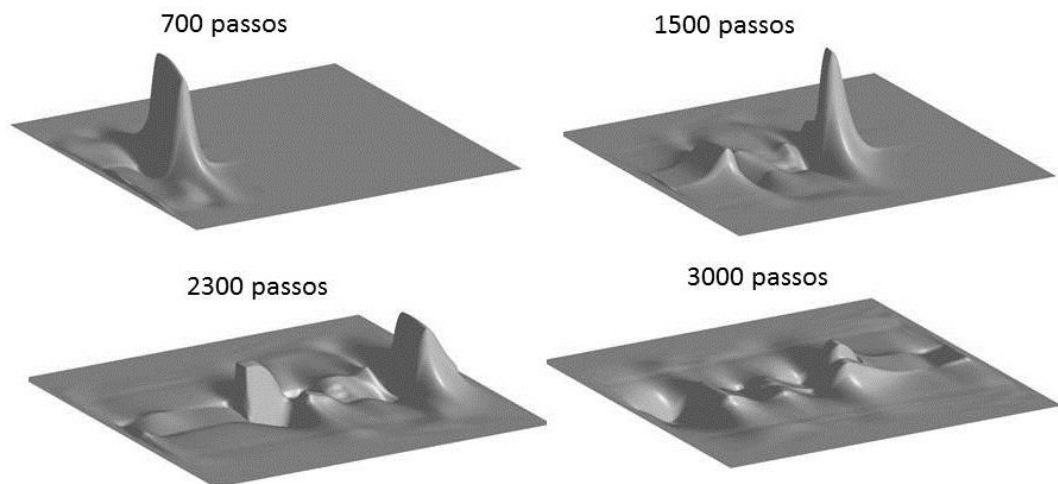


Figura 5.17 – Distribuição do campo E_z em quatro instantes no tempo.

Com a aplicação do pulso gaussiano na porta 1 do filtro obtemos sua propagação até a porta 2. Na Figura 5.18 é mostrada a resposta do pulso

armazenada nos dois pontos de observação. Os resultados do parâmetro $|S_{21}|$ é mostrado na Figura 5.19.

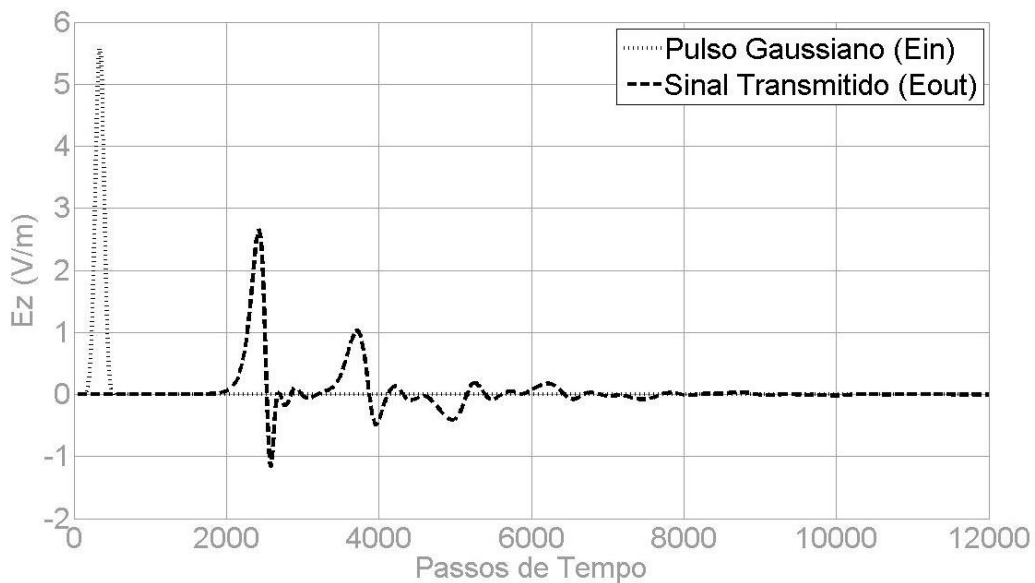


Figura 5.18 – Pulso incidente e pulso transmitido pelo filtro *spur-line* no domínio do tempo.

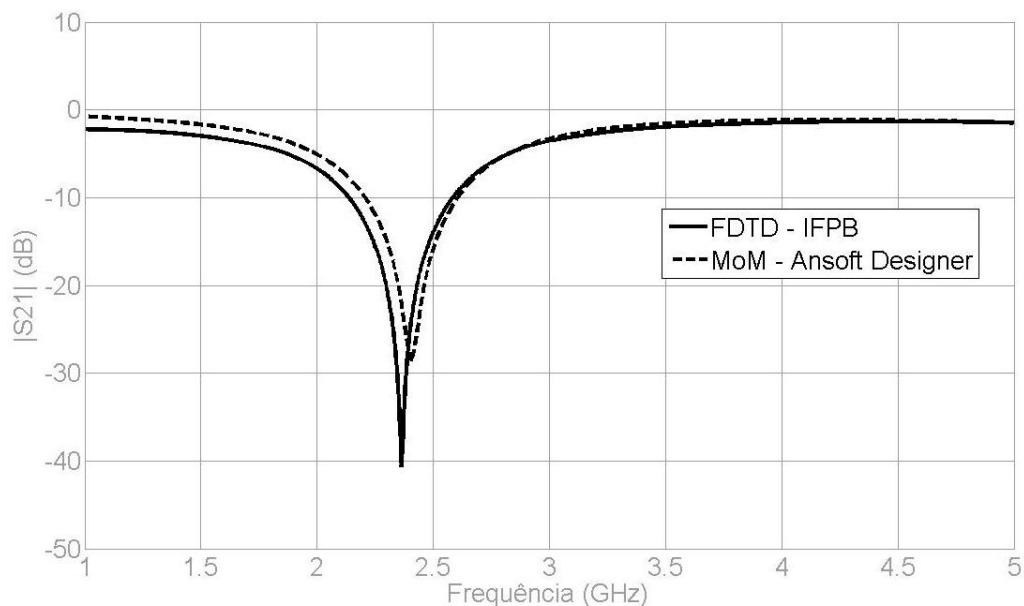


Figura 5.19 – Módulo do coeficiente de transmissão $|S_{21}|$.

Para uma visualização do comportamento do campo na banda de passagem e na banda de rejeição do filtro foi aplicada uma fonte senoidal com frequência de 4 GHz e outra na frequência de 2,36 GHz respectivamente. A Figura 5.20 apresenta o

comportamento de campo E_z na banda de passagem e na Figura 5.21 o comportamento do campo na banda de rejeição.

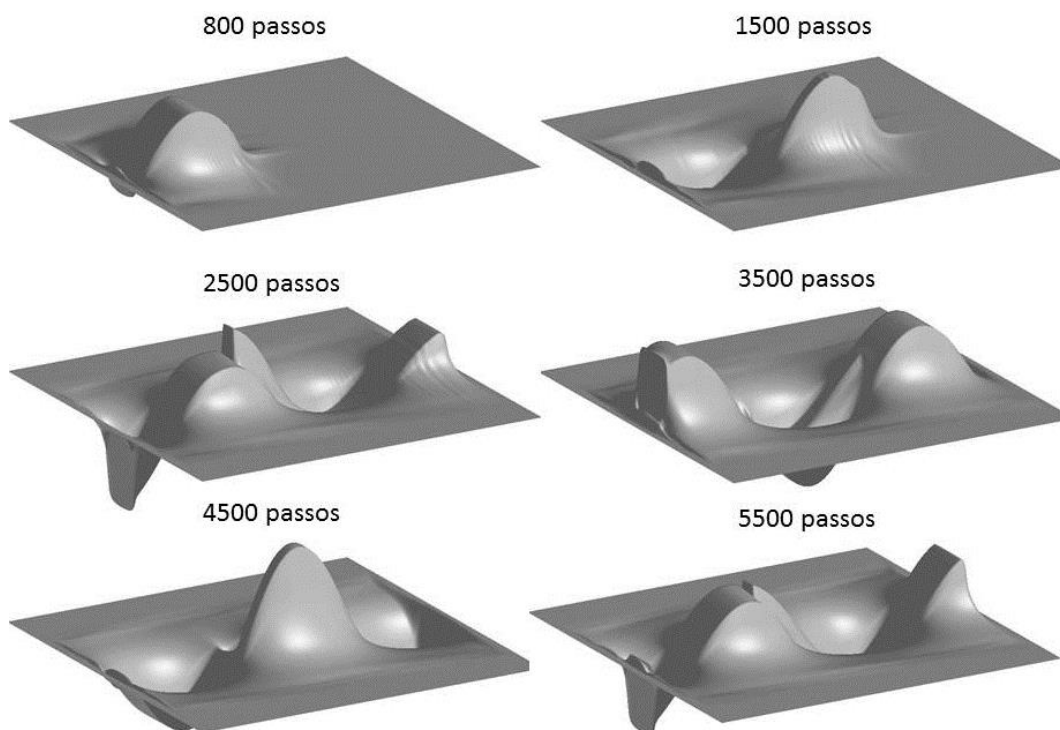


Figura 5.20 – Campo resultante na banda de passagem.

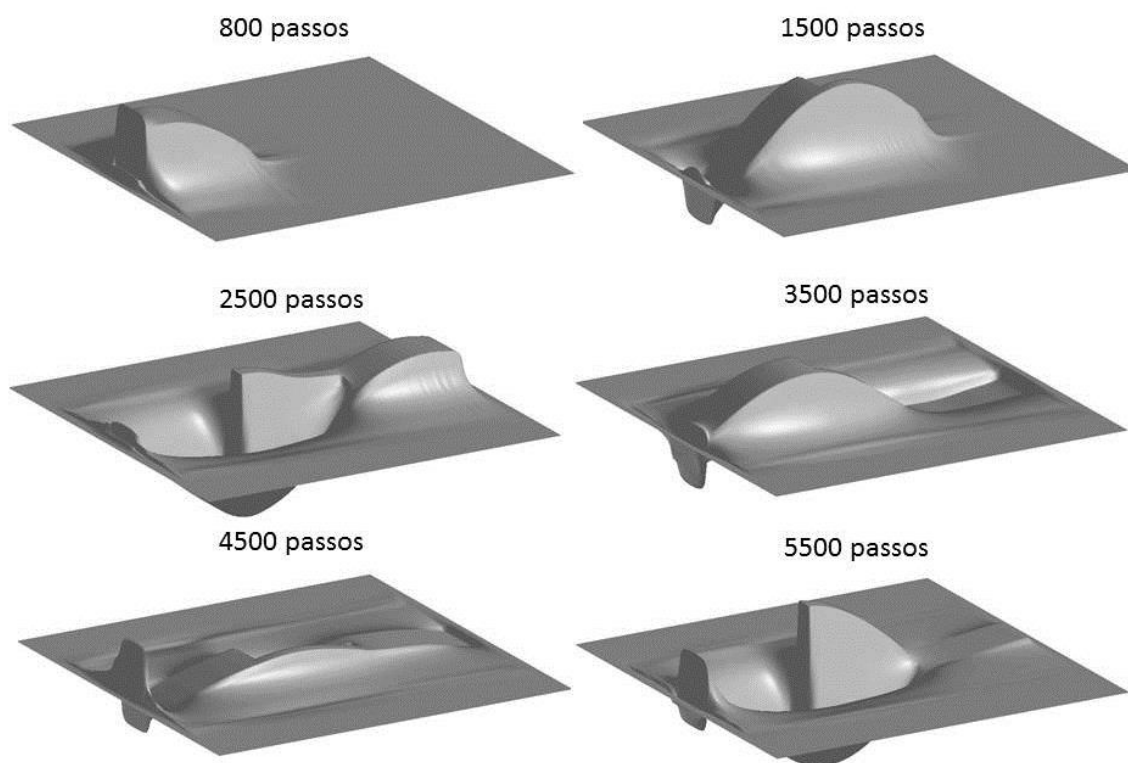


Figura 5.21 – Campo resultante na banda de rejeição.

Conclusões

Nesta Dissertação foram apresentados a teoria e os resultados numéricos da aplicação do método FDTD a filtros de microfita. Foram obtidos resultados numéricos para o módulo do coeficiente de transmissão e esses foram comparados com resultados experimentais e simulações utilizando o *software* comercial Ansoft Designer.

A construção de um algoritmo FDTD de forma gradual, no que diz respeito a complexidade, foi fator essencial para a compreensão do método. Esse tipo de abordagem permitiu a correta implementação da técnica FDTD e das suas condições de contorno.

Analisando inicialmente como estrutura básica o filtro passa baixas, o código computacional implementado mostrou-se eficiente para utilização nesses casos, apresentando uma boa concordância entre os resultados medidos e simulados para materiais de diferentes constantes dielétricas.

Foram analisados os filtros DGS unitários e periódicos. A aplicação da geometria fractal no filtro DGS unitário, verificado nos resultados medidos e simulados, provoca um aumento do fator *roll-off* possibilitando o projeto de filtros mais seletivos. Nas simulações o erro máximo obtido pelo programa FDTD – IFPB em relação aos resultados medidos foi de 4,8%, com isso verificamos uma boa concordância entre os resultados teóricos e experimentais para o filtro DGS unitário, validando a metodologia utilizando o método FDTD para o projeto desses filtros. Para a simulação dos filtros DGS foi realizada uma reformulação da camada PML para que fosse possível simulações FDTD de dispositivos de microfita com plano terra defeituoso. Possibilitando assim a simulação de várias estruturas com essa característica, como as antenas UWB.

Como trabalhos futuros, sugere-se a análise dos filtros HPDGS utilizando geometria pré-fractal de nível 2 fazendo uma relação com o seu fator *roll-off* para o desenvolvimento de filtros mais seletivos. Outras técnicas de refinamento e otimização do método FDTD como a utilização de células espaciais de tamanhos, formatos diferentes podem ser desenvolvidos com o objetivo de aumentar o grau de precisão dos resultados e diminuir o tempo de simulação. É importante o desenvolvimento de programas de paralelização no FDTD para o processamento de problemas que exigem grande densidade de malha, o uso de sistemas paralelos é fundamental, permitindo resultados mais rápidos.

Referências Bibliográficas

- [1] C. A. Balanis, *Antenna Theory: Analysis and Design*, Wiley, 1997.
- [2] R. Garg, B. Prakash, I. Bahl, A. Ittipiboon, *Microstrip Antenna Design Handbook*, Artech House, 2001.
- [3] D. Ahn, *et al.* "A Design of the Low-pass Filter using the Novel Microstrip Defected Ground Structure," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, vol. 49, no. 1, pp. 86-91, 2001.
- [4] T. Kim, C. Seo, "A Novel Photonic Bandgap Structure for Low-pass Filter of Wide Stopband," *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 10, no. 1, pp. 13-15, 2000.
- [5] R. Qiang, Y. Wang, D. Chen, "A novel Microstrip Bandpass Filter with Two Cascaded PBG Structures," *IEEE AP-S Digest*, pp. 510-513, 2001.
- [6] J. P. Kim, W. S. Park, "Microstrip lowpass Filter with Multislots on Ground Plane," *Electronic Letters*, vol. 37, no. 25, 2001.
- [7] J. Yun, *et al.* "A design of the Novel Coupled Line Bandpass Filter Using Defected Ground Structure," *IEEE MTT-S Digest*, pp. 327-330, 2000.
- [8] M. Kahriza, T. Sarkar, Z. Maricevic, "Dynamic Analysis of a Microstrip line Over a Perforated Ground Plane," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, vol. 42, no. 5, pp. 820-825, 1994.
- [9] X. Yi, P. Yeh, J. Hong, "Photonic Bandgap Structure in Thin Film Waveguides," *SBMO/IEEE MTT-S IMOC 99 Proceedings*, pp. 451-453, 1999.
- [10] V. Radisic, Y. Qian, R. Coccioli, T. Itoh, "Novel 2-D Photonic Bandgap Structure for Microstrip Lines," *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 8, no. 2, pp. 69-71, 1998.
- [11] D. M. Sheen, S. M. Ali, M. D. Abouzahra, J. A. Kong, "Application of the Three-Dimensional Finite Difference Time-Domain Method to the Analysis of Planar Microstrip Circuits," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 38, pp. 849-857, 1990.
- [12] A. Taflove, *Finite Difference Time Domain Methods for Electrodynamics Analysis*, Artech House, 1998.
- [13] K. S. Yee, "Numerical Solution of Initial Boundary Value Problems Involving Maxwell's Equations in Isotropic Media," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 14, pp. 302-307, 1966.
- [14] D. M. Sullivan, *Electromagnetic simulation using the FDTD method*, Wiley-IEEE

- Press, 2000.
- [15] D. H. Choi, W. J. Hoefer, "The finite-difference time-domain method and its application to eigenvalue problems," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 34, pp. 1464-1470, 1986.
 - [16] A. Taflove, "Application of the finite difference time-domain method to sinusoidal steady-state electromagnetic penetration problem," *IEEE Trans. Electromagnetic Compability*, vol. 22, pp. 191-202, 1980.
 - [17] A. Taflove, S. C. Hagness, *Computational electrodynamics: the Finite Deference Time Domain Method*, Artech House, 2000.
 - [18] A. Taflove, M. E. Brodwin, "Numerical solution of steady-state electromagnetic scattering problems using the time-dependent Maxwell's equations," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 23, pp. 623-630, 1975.
 - [19] G. Mur, "Absorbing boundary conditions for the finite difference approximation of the time domain electromagnetic field equations," *IEEE Transactions Electromagnetic Compability*, vol. 23, pp. 377-382, 1981.
 - [20] K. Umashankar, A. Taflove, "A Novel Method to Analyze Electromagnetic Scattering of Complex Objects," *IEEE Transactions Electromagnetic Compability*, vol. EMC-24, no. 4, pp. 397-405, 1982.
 - [21] J. P. BERENGER, "A Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves," *J. Computational Physics*, vol. 114, pp.185-200, 1994.
 - [22] Z. S. Sacks, et al. "A perfectly matched anisotropic absorber for use as an absorbing boundary condition," *IEEE Transactions Antennas and Propagation*, vol. 43, pp. 1460-1463, 1995.
 - [23] J. M. Araújo, Análise teórica e experimental de superfícies seletivas de frequência e suas aplicações em antenas planares. (Dissertação de Mestrado, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2009).
 - [24] D. M. Sullivan, OM. P. Ganghi, A. Taflov, "Use of the Finite Difference Time Domain Method for Calculating EM Absorption in Man Models," *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*. pp. 179 -186, 1988.
 - [25] X. Zhang, J. Fang, K. K. Mei, Y. Liu, "Calculations of the Dispersive Characteristics of Microstrips by the Time Domain Finite Difference Method," *IEEE Transactions On Microwave Theory and Techniques*, pp. 263-267, 1988.
 - [26] W. Sui, D. A. Christensenand, C. H. Durney, "Extending the Two Dimensional FDTD Method to Hybrid Electromagnetic Systems with Active and Passive Lumped Elements," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*. pp. 124-730, 1992.

- [27] D. S. Katz, E. T. Thiele, A. Taflove, "Validation and Extension to Three Dimensions of the Berenger PML Absorbing Boundary Condition for FDTD Meshes," *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, pp. 268-270, 1994.
- [28] L. Zhao, A. C. Congellaris, "A General Approach for the Development of Unsplit-Field Time-Domain Implementations of Perfectly Matched Layers for FDTD Grid Truncation," *IEEE Microwave and Guided Wave Letters*, vol. 6, pp. 209-211, 1996.
- [29] S. D. Gedney, "An Anisotropic Perfectly Matched Layer-Absorbing Medium for the Truncation of FDTD Lattices," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 44, pp. 1630-1639, 1996.
- [30] M. N. Sadiku, O. Elementos de Eletromagnetismo, Bookman, 2012.
- [31] C. B. Lima, Análise de dispositivos eletromagnéticos para hipertermia usando o método FDTD. (Tese de Doutorado, Universidade Federal de Santa Catarina, 2006).
- [32] M. N. Sadiku, Numerical techniques in electromagnetic, CRC Press, 2000.
- [33] R. Garg, Analytical and Computational Methods in Electromagnetics, Artech House, 2008.
- [34] M. F. Iskander, "A New Course on Computational Methods in Electromagnetics," *IEEE Trans. Educ.*, vol. 31, pp. 101-115, 1988.
- [35] J. L. R. Silva, Algoritmo FDTD para a análise de circuitos passivos de microfita com dielétricos de pequenas perdas. (Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais, 2008).
- [36] A. Taflove, E. B. Morris, "Numerical Solution of Steady-State Electromagnetic Scattering Problems Using the Time-Dependent Maxwell's Equations," *IEEE Transactions Microwave Theory and Techniques*, vol. MTT-23, no. 8, pp. 623-630, 1975.
- [37] H. Loui, "1D-FDTD using MATLAB," *ECEN-6006 NUMERICAL METHODS IN PHOTONICS PROJECT-1*, September, 2004.
- [38] D. L. Sheen, Numerical Modeling of Microstrip Circuits and Antennas. Tese de Doutorado, Massachusetts Institute of Technology, 1991.
- [39] X. Zhang, K. K. Mei, "Time-domain finite difference approach to the calculation of the frequency-dependent characteristics of microstrip discontinuities," *IEEE Trans. Microwave Theory Tech*, vol. 36, pp. 1775-1787, 1988.
- [40] S. Haykin, B. V. Veen, Sinais e Sistemas, Bookman, 2001.

- [41] A. M. Milagre, Condições de Fronteiras de Absorção no Método FDTD. (Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2007).
- [42] B. Engquist, A. Majda, "Absorbing Boundary Conditions for the Numerical Simulation of Waves," *Mathematics of Computational Physics*, vol. 31, pp. 629-651, 1977.
- [43] J. P. BERENGER, "Three-dimensional perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," *J. Computatin Physics*, vol. 127. pp. 363–379, 1996.
- [44] E. Yablonovitch, "Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics," *Physical Review Letters*, vol. 58, no. 20, pp. 2059–2062, 1987.
- [45] R. Sharma, T. Chakravarty, S. Bhooshan, et al, "Characteristic impedance of a microstrip-like interconnect line in presence of ground plane aperture," *International Journal of Microwave Science and Technology*, vol. 1, pp. 1–5, 2007.
- [46] J.-I. Park, C.-S. Kim, et al, "Modeling of a photonic bandgap and its application for the low-pass filter design," *Asia Pacific Microwave Conf. Proc. APMC*, vol. 2, pp. 331–334, 1999.
- [47] J.-K. Xiao, Y.-F. Zhu, J. S. Fu, "Non-iniform DGS low pass filter with ultra-wide stopband," *Antennas Propagation and EM Theory (ISAPE) 2010 9th International Symposium*, pp. 1216-1219, 2010.
- [48] D. Ahn, J.-S. Kim, C.-S Kim, J. Qian, Y. X. Qian; T. Itoh, "A design of the low-pass filter using the novel microstrip defected ground structure," *IEEE Trans. Microwave Theory & Tech.*, vol. 49, no. 1, pp. 86-92, 2001.
- [49] J.-S. Lim, C.-S. Kim, Y.-T. Lee, D. Ahm, S. Naum, "Design of lowpass filters using defected ground structure and compensated microstrip line," *Electronics Letters*, vol. 38, no. 22, pp. 1357-1358, 2002.
- [50] I. Chang, B. Lee, "Design of Defected Ground Structures for Harmonic Control of Active Microstrip Antennas," *IEEE AP-S Internationl Symposium*, vol. 2, pp. 852-855, 2002.
- [51] L. H. Weng, Y. C. Guo, X. W. Shi, X. Q. Chen, "An overview on defected ground structure," *Progress in electromagnetic Research*, vol.7, pp.173-189, 2008.
- [52] D. H. Werner, S. Ganguly, "An overview of fractal antenna engineering research," *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 45, no 1, pp. 38-57, 2003.
- [53] J. M. Patin, et al, "Investigations on an H-fractal wideband microstrip filter with multi-pass bands and a tuned notch band," *Progress In Electromagnetics Research B*, vol. 22, pp. 285-303, 2010.
- [54] J. P. Gianvittorio, et al, "Self-similar pre-fractal frequency selective surfaces for

- multiband and dual-polarized applications,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 51, no. 11, pp. 3088-3096, 2003.
- [55] P. H. da F. Silva, et al, “Dual-band bandstop frequency selective surfaces with Gosper pre-fractal elements,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol.54, no. 3, pp.771-775, 2012.
- [56] H. Ghali, T. A. Moselhy, “Miniaturized fractal rat-race, branch-line, and coupled-line hybrids,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 52, no. 11, November 2004.
- [57] E. E. C. Oliveira, et al, “Overall size antenna reduction using fractal elements,” *Microwave and Optical Technology Letters*, vol.51, no. 3, pp. 671–675, 2009.
- [58] J. Chen, Z.-B. Weng, Y.-C. Jiao, F.-S. Zhang, “Lowpass Filter Design of Hilbert Curve Ring Defected Ground Structure,” *Progress In Electromagnetics Research*, vol. PIER 70, pp. 269-280, 2007.
- [59] A. K. Arya, M. V. Kartikeyan, A. Patnaik, “Defected Ground Structure in the perspective of Microstrip antenna,” *Frequenz*, vol.64, Issue5-6, pp.79-84, 2010.
- [60] P. S. Kumar, S. Das, “A New Defected Ground Structure For Different Microstrip Circuit Applications,” *Radioengineering*, pp. 16-22, 2007.
- [61] G. Breed, “An Introduction to Defected Ground Structures in Microstrip Circuits,” *High Frequency Eletronics*, pp. 50-52, 2008.
- [62] L. L. de Souza, L. E. C. Cavalcante, P. H. da F. Silva, *Filtros DGS unitários e periódicos com elementos pré-fractais de Koch*, Curitiba, PR, Anais do MOMAG 2014, 2014.
- [63] A. B. Abdel-Rahman, A. K. Verna, A. Boutejdar, A. S. Omar, “Control of bandstop response of Hi-Lo microstrip low-pass filter using slot in ground plane,” *IEEE Trans. Microwave Theory and Techniques*, vol. 52, no. 3, pp. 1008-1013, 2004.
- [64] R. N. Bates, “Design of microstrip spur-line band-stop filters,” *Microwaves, Optics and Acoustics*, vol. 1, no. 6, pp. 209-214, 1977.
- [65] D. Sanchez-Hernandez, D. I. Robertson, “Analysis and design of a dual band circularly polarized microstrip patch antennas,” *IEEE Transactions*, vol. 43, no. 2, pp. 201-205, 1995.
- [66] Jia-Sheng Hong, M. J. Lancaster, *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications*, Jon Wiley & Sons, 2001.

Apêndice

Código fonte: Propagação no vácuo em 1-D

```

clc, close all, clear all

KE=input('Numero de celulas:');
kc=input('Posicao da fonte:');
NSTEPS=input('Numero de passos:');

x=1:KE;

for k=1:KE
    ex(k)=0;
    hy(k)=0;
end

t0=40;          %centro do pulso incidente
spread=12;      %Largura do pulso incidente

for n=1:NSTEPS
    for k=2:KE
        ex(k)=ex(k)+0.5*(hy(k-1)-hy(k));
    end

    %Coloca pulso Gaussiano
    pulse=exp(-0.5*((t0-n)/spread)^2);
    ex(kc)=pulse;

    for k=1:KE-1
        hy(k)=hy(k)+0.5*(ex(k)-ex(k+1));
    end

    %Plotagem dos Graficos
    subplot(2,1,1);
    plot(x,ex);
    title(['Ex, Time Steps:' num2str(n)]);
    axis([0 KE -2 2]);
    subplot(2,1,2);
    plot(x,hy);
    title(['Hy, Time Steps:' num2str(n)]);
    axis([0 KE -2 2]);
    drawnow;
end

```

Código fonte: Propagação em meio dielétrico com perdas em 1-D

```

clc, close all, clear all

KE=input('Numero de celulas:'); %numero de celulas a ser usado
kc=input('Posicao da fonte:');
f=input('Frequencia da fonte senoidal (MHz):');
ks=input('Posicao inicial do dieletrico:');
er=input('Constante Dieletrica:');
NSTEPS=input('Numero de passos:');

x=1:KE;

for k=1:KE
    ex(k)=0;
    hy(k)=0;
end

for k=1:KE
    if(k>=ks)
        cb(k)=0.5/er;
    else
        cb(k)=0.5;
    end
end

for n=1:NSTEPS

    for k=2:KE
        ex(k)=ex(k)+cb(k)*(hy(k-1)-hy(k));
    end

    ddx=0.01;
    dt=ddx/(2*3e8);
    freq=f*1e6;
    pulse=1*sin(2*pi*freq*dt*n);
    ex(kc)=pulse;

    for k=1:KE-1
        hy(k)=hy(k)+0.5*(ex(k)-ex(k+1));
    end

    subplot(2,1,1);
    plot(x,ex);
    title(['Ex, Time Steps:' num2str(n)]);
    axis([0 KE -2 2]);
    subplot(2,1,2);
    plot(x,hy);
    title(['Hy, Time Steps:' num2str(n)]);
    axis([0 KE -2 2]);
    drawnow;
end

```