



INSTITUTO FEDERAL DA PARAÍBA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA

Anderson Kerlly Rodrigues de Sousa

**MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA NO SISTEMA
MANDALA: um estudo voltado para a produção sustentável**

Cajazeiras - PB
Dezembro de 2019

MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA NO SISTEMA MANDALA: um estudo voltado para a produção sustentável

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Coordenação do Curso de Especialização em Matemática do Instituto Federal da Paraíba - Campus Cajazeiras, como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Especialista em Matemática.

Orientador: Prof. Francisco Aureliano Vidal

Campus Cajazeiras
Coordenação de Biblioteca
Biblioteca Prof. Ribamar da Silva
Catálogo na fonte: Daniel Andrade CRB-15/593

S725m

Sousa, Anderson Kerlly Rodrigues de

Modelagem matemática aplicada no sistema mandala: um estudo voltado para a produção sustentável / Anderson Kerlly Rodrigues de Sousa; orientador Francisco Aureliano Vidal.- Cajazeiras, 2019.

46 f.: il.

Orientador: Francisco Aureliano Vidal.

TCC (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Cajazeiras, 2019.

1 Modelagem matemática 2 Sistema agrícola mandala – Agricultura sustentável 3 Recursos hídricos I. Título.

519.673(0.067)

Anderson Kerlly Rodrigues de Sousa

MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA NO SISTEMA MANDALA: um estudo voltado para a produção sustentável

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Coordenação do Curso de Especialização em Matemática do Instituto Federal da Paraíba - Campus Cajazeiras, como parte dos requisitos para a obtenção do grau de Especialista em Matemática.

Aprovado em: 06/12/2019.

BANCA EXAMINADORA



Prof. Francisco Aureliano Vidal (Orientador)
Instituto Federal da Paraíba -(IFPB)



Prof. Geraldo Herbetet de Lacerda
Instituto Federal da Paraíba -(IFPB)



Prof. Patrício Luiz de Andrade
Instituto Federal da Paraíba -(IFPB)

Cajazeiras - PB
Dezembro de 2019

Resumo

Comparado aos demais recursos naturais, a água tem sua importância primordial tanto na questão de sobrevivência como pela sua utilidade em diversos segmentos da sociedade. Porém, muitas vezes o manejo das técnicas utilizadas de forma inadequada pode acarretar problemas para uma produção sustentável. Esse problema vem se expandindo por todos os estados e suas respectivas regiões como, por exemplo, as regiões semiáridas paraibana. Dessa forma, entende-se a importância da modelagem matemática, pois é a partir da mesma que se busca minimizar esse problema e definir o melhor manejo da água e do solo afim de atingir a produção desejada. Diante dos pressupostos, advém o seguinte questionamento: Qual a melhor forma de se utilizar a modelagem matemática para analisar a produtividade em canteiro no sistema Mandala que atenda aos requisitos de geração de renda para pequenas famílias rurais? Nesta perspectiva, o intuito deste trabalho consiste em estabelecer, matematicamente, um modelo que possa contribuir na busca de soluções plausíveis para a produção agroecológica; buscando assim, uma produção sustentável utilizando menor quantidade de recurso hídrico. Sendo assim, este trabalho tem como objetivo principal analisar a melhor forma de produção no sistema Mandala a partir da construção de um modelo matemático coerente. Os procedimentos desta pesquisa se basearam na utilização dos métodos: descritivo, exploratório e quantitativo de dados fornecidos em documentos científicos. Diante do exposto, foi utilizado a seguinte ordem de desenvolvimento como: especificar os tipos de culturas de melhor produtividade no alto sertão paraibano; escolher um tipo cultura para o estudo de caso; propor o modelo matemático enfatizando a produtividade e depois, analisar a renda obtida tendo em vista o valor comercial vigente para a cultura escolhida. Este trabalho é composto por quatro capítulos: o primeiro trata da revisão bibliográfica. O segundo aborda os conceitos iniciais de geometria plana. No terceiro propõe a criação da modelagem matemática para o sistema de Mandala. No quarto faz alusão a análise e discussões dos dados. E por fim, as considerações finais enfatizando os resultados do modelo matemático para o sistema de Mandala e suas possíveis restrições para o problema proposto na pesquisa.

Palavras chave: Modelagem Matemática, Mandala, Recursos Hídricos, Produção Sustentável.

Abstract

Water, compared to other natural resources, is of vital importance both in terms of survival and its usefulness in various segments of society. However, often the misuse of techniques may cause problems for sustainable production. This problem has been expanded to all states and their respective regions, such as the semiarid regions of the Paraíba State. Thus, the importance of mathematical modeling can be understood, as it seeks to minimize this problem and define the best management of water and soil in order to achieve the desired production. The following question comes to light based on the assumptions: What is the best way to use mathematical modeling to analyze garden productivity in the Mandala system that meets the income generation requirements for small rural families? In this perspective, the purpose of this work is to establish mathematically a model that can contribute to the search for plausible solutions for agroecological production that seeks sustainable production using less amount of water resource. Therefore, the main purpose of this paper is to analyze the best form of production in the Mandala system from the construction of a consistent mathematical model. The procedures of this research were based on the use of the methods: descriptive, exploratory and quantitative data provided in scientific documents. Thus, the following development order was used: to specify the types of crops with the highest productivity in the hinterlands of Paraíba State; to choose a type of culture for the case study; to propose the mathematical model emphasizing productivity and then analyze the income obtained in view of the current commercial value for the chosen culture. This work ...

KeyWords: Mathematical Modeling, Mandala, Water Resources, Sustainable Production.

Lista de Figuras

2.1	Processo de elaboração de um modelo matemático.	10
2.2	Representação artística da Mandala.	12
2.3	Representação dos canteiros no formato de Mandala.	13
3.1	Definição de circunferência.	16
3.2	Definição de círculo	17
3.3	Gráfico do $C \times r$	18
3.4	Gráfico da $A \times r$	19
3.5	Área da coroa circular	20
4.1	Representação da Mandala.	21
4.2	Representação geométrica do sistema Mandala	22
4.3	Número de mudas em função do raio da Mandala	25
4.4	Distância entre fileiras em um mesmo canteiro	27
5.1	Medidas para a construção da Mandala	30
5.2	Representação gráfica de $n \times a$	32
5.3	Representação gráfica de $N_m = f(R, r)$	36
5.4	Representação gráfica de $N_m = f(R^2, r^2)$	37
5.5	Representação gráfica de $G_e = f(P_{\text{peso}/pe}, p)$	40

Sumário

1	INTRODUÇÃO	7
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA	9
2.1	Modelagem matemática: o viés da interpretação lógica	9
2.2	O sistema Mandala	11
2.2.1	Algumas definições	11
2.3	Metodologia	15
3	CONCEITOS GEOMÉTRICOS INICIAIS	16
3.1	Circunferência e círculo	16
3.2	Comprimento da circunferência	17
3.3	Área do círculo e da coroa circular	18
4	MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO SISTEMA MANDALA	21
4.1	Cálculo do número de canteiros em função das distâncias entre ambos	23
4.2	Relação entre o comprimento do canteiro e o número de mudas	24
4.3	Relação entre o número de mudas e a área de plantio	26
4.4	Cálculo do número de fileiras	27
4.5	Cálculo do peso total da produção	29
4.6	Cálculo do ganho estimado em termos de produção	29
5	RESULTADOS	30
6	CONCLUSÃO	42
	REFERÊNCIAS	44

1. INTRODUÇÃO

Comparado aos demais recursos naturais, a água tem sua importância primordial tanto na questão de sobrevivência como pela sua utilidade em diversos segmentos da sociedade. Porém, muitas vezes o manejo das técnicas utilizadas de forma inadequada pode acarretar problemas para uma produção sustentável. Diante disso, nos últimos anos tem-se observado uma crescente demanda de estudos Sousa (2014), Alípio (2015), voltados para o melhor aproveitamento dos recursos hídricos na agricultura. Mediante aos cenários com pouca água potável, tem-se buscado alternativas de melhor gerenciamento desse recurso nos espaços agrários produtivos em todas as escalas geográficas.

Neste contexto, percebe-se que o Brasil também sofre com esse problema que vem se expandindo de forma acelerada por todos os estados e suas respectivas regiões. Em regiões semiáridas, como Nordeste brasileiro, há predominância de variações climáticas bastante acentuadas com poucos meses de chuvas e períodos longos de estiagem no mesmo ano. Com isso, ocorrem altos índices de evaporação nos quais tem-se provocado reduções significativas de precipitações nestas regiões. Conseqüentemente, não há regularidade nas distribuições das chuvas.

Mediante este fato, o que se tem notado ultimamente em regiões do semiárido paraibano é o desenvolvimento de projetos com base na agricultura familiar que visam sistematizar a produtividade local tendo em vista a pouca quantidade de água presentes nestes locais. No âmbito destes projetos, Sousa (2014) e Alípio (2015) destacam o sistema de produção em forma de Mandala. Esse tipo de sistema é caracterizado por um conjunto de canteiros circulares circuncentricos separados entre si os quais são cultivados diferentes tipos de culturas no mesmo local. A irrigação deste tipo de sistema de produção segue a curvatura dos canteiros de tal forma que a distribuição da água ocorre de maneira uniforme nos canteiros e sem desperdício.

De acordo com projeto de sustentabilidade, a Mandala é construída seguindo as seguintes condições: topografia local, tipo de solo e disponibilidade de água. É neste aspecto, que a formalização matemática das medidas se apresenta como mecanismo em prol do melhor aproveitamento da área do terreno.

Dessa forma, tendo em vista os aspectos estruturais para a construção da Mandala, entende-se a importância da modelagem matemática, pois auxilia na melhor forma de se implementar estratégias de construção dos canteiros seguindo a lógica da produtividade, ou seja, é pela modelagem matemática que se busca definir o melhor manejo da água e do solo afim de atingir a produção desejada.

Diante dos pressupostos, advém o seguinte questionamento: Qual a melhor forma de se utilizar a modelagem matemática para analisar a produtividade em canteiro no sistema Mandala; que atenda aos requisitos de geração de renda para pequenas famílias rurais?

Nesta perspectiva, o intuito deste trabalho consiste em estabelecer, matematicamente, um modelo que englobe produção e renda; pois é possível apresentar soluções plausíveis para a produção agroecológica; e assim, estabelecer a vivência da investigação de soluções de problemas do dia a dia como também despertar o desejo de usar a modelagem matemática como fator de construção do conhecimento; buscando assim, uma produção saudável utilizando menor

quantidade de recurso hídrico. Sendo assim, este trabalho tem como objetivo principal analisar a melhor forma de produção no sistema Mandala a partir da construção de um modelo matemático coerente.

Os procedimentos desta pesquisa se basearam na utilização dos métodos: descritivo, exploratório e quantitativo de dados fornecidos em documentos científicos como: artigos, TCCs, projetos e manuais técnicos os quais envolveram um levantamento bibliográfico, coleta de dados, análise e interpretação dos mesmos. Estes, por sua vez, foram de extrema importância para se chegar ao objetivo proposto.

Diante do exposto, foi utilizado a seguinte ordem de desenvolvimento como: especificar os tipos de culturas de melhor produtividade no alto sertão paraibano; escolher um tipo cultura para o estudo de caso; propor o modelo matemático enfatizando a produtividade e depois, analisar a renda obtida tendo em vista o valor comercial vigente para a cultura escolhida.

Este trabalho é composto por quatro capítulos: o primeiro trata da revisão bibliográfica acerca das características do sistema Mandala. O segundo aborda os conceitos iniciais de geometria plana, tais como: círculo, circunferência, área da circunferência e coroa circular. No terceiro propõe a criação da modelagem matemática para o sistema de Mandala. No quarto faz alusão a análise e discussões dos dados obtidos com base no modelo matemático proposto. E por fim, as considerações finais enfatizando os resultados do modelo matemático para o sistema de Mandala e suas possíveis restrições para o problema proposto na pesquisa.

2.FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E METODOLÓGICA

Neste capítulo serão apresentados os conceitos teóricos e metodológicos que abordam a temática em questão. Estes são de extrema importância para a elaboração do trabalho, pois é a partir dos mesmos que se pode buscar o entendimento e compreensão para melhor desenvolver a pesquisa e chegar ao objetivo proposto.

2.1.Modelagem matemática: o viés da interpretação lógica

A modelagem matemática é uma forma de estabelecer um padrão para um dado sistema e com isso obter informações necessárias para entendimento de um dado problema em questão. Neste contexto, entende-se que muito dos avanços tecnológicos conseguidos até esse momento advém de um processo de sistematização de conhecimentos socialmente construídos.

A ideia de construção do conhecimento está atrelada a necessidade de se buscar soluções para problemas práticos. Dessa forma, a modelagem matemática tem seu papel relevante no tocante a construção do pensamento lógico e abstrato.

Sendo assim, entende-se que o conhecimento matemático enfatiza relações lógicas através da modelagem e que essas relações tendem a estabelecer padrões que respondam a determinados tipos de problemas. O pensamento matemático é uma manifestação de caráter interdisciplinar como afirma os autores Cifuentes & Negrelli, (2012):

A possibilidade de pensar matematicamente sobre questões físicas, artísticas, históricas ou sociais etc., é uma forma de manifestação do caráter interdisciplinar que o conhecimento construído pela humanidade apresenta na sua evolução. De modo recíproco, a possibilidade de pensar filosófica ou historicamente sobre a matemática tem contribuído para ampliar esse caráter, permitindo novas abordagens no pensamento matemático (CIFUENTES & NEGRELLI, 2012, pág. 792).

Dentre os aspectos citados anteriormente, percebe-se que o conhecimento matemático nos permite um avanço para uma nova metodologia afim de se chegar ao objetivo proposto. Nessa linha de pensamento, a modelagem matemática tem sido considerada como uma prática que mais centraliza a necessidade de se buscar soluções de problemas práticos.

Em busca de uma definição mais precisa, modelar significa estabelecer um padrão que descreve o comportamento de um dado sistema. Portanto, quando se cria um modelo, na verdade o que está em jogo é a proposta de uma solução que responda a uma determinada situação problema, ou seja, buscar estabelecer um modelo fundamentado em parâmetros que modele o comportamento do problema tendo em vista as hipóteses apresentadas.

Essa prática não é uma atividade exclusivamente da Matemática, mas qualquer área do conhecimento que busque mecanismos solucionadores de situações práticas.

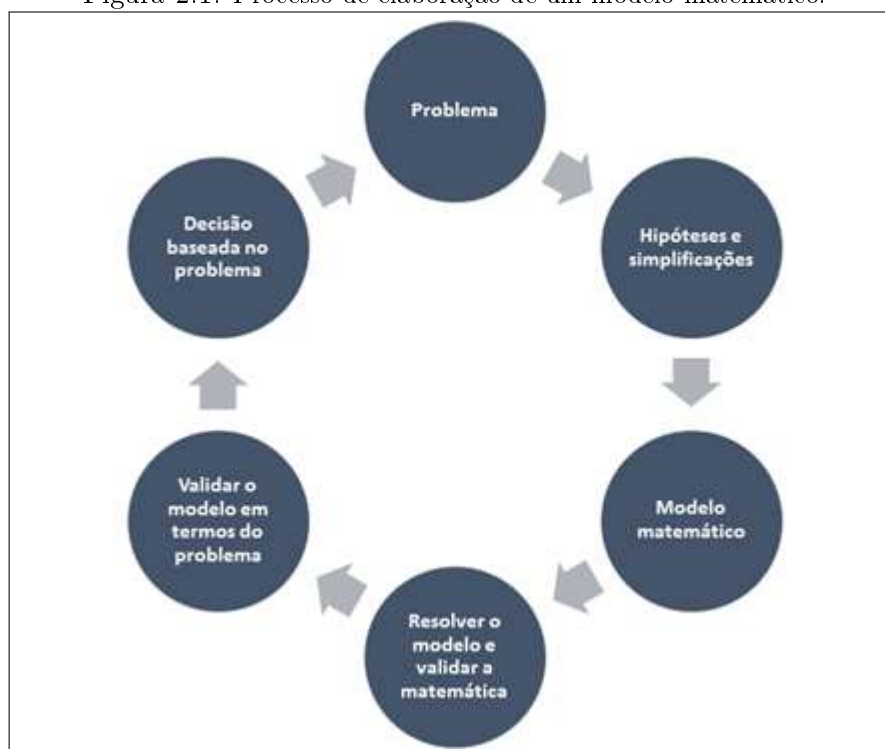
Assim, modelar significa estabelecer estratégias de resolução de problema que geralmente começa com situações complexas e não bem definidas, que envolvem objetos e ou sistemas Bean (2010).

Com efeito, a estratégia da modelagem começa com a análise do objeto de estudo. A

partir daí é que se começa a traçar detalhes com base no levantamento de hipóteses e de possíveis soluções para o objeto estudado.

Nesse sentido, o que se quer na prática é um modelo que busque solução satisfatória à determinada situação problema. Essa análise passa por todo um processo analítico de procedimento e avaliações de hipóteses e testes; como pode ser visto na figura 2.1.

Figura 2.1: Processo de elaboração de um modelo matemático.



Fonte: BEAN, 2010 adaptado pelo AUTOR (2019)

De acordo com a figura 2.1, percebe-se na sequência os passos a serem seguidos para a construção do modelo. Como se pode observar, existem várias etapas subsequentes com estratégias específicas aplicada a cada fase do processo de elaboração do modelo: verificação, testes, validação e reformulação. O resultado deste processo leva a uma das seguintes situações: ou o modelo responde de maneira satisfatória o problema em questão e aí tem-se de fato, a solução desejada ou o modelo criado não atende aos requisitos do problema. Neste último caso, o modelo deve ser recriado e o processo começa novamente com reformulações de novas hipóteses que serão submetidas ao ciclo apresentada na figura 2.1.

Como já foi afirmado anteriormente, o modelo matemático precisa ser validado e testado perante as condições impostas pelo problema, sob a condição de sua viabilidade. É através dos testes que é possível avaliar o comportamento do mesmo perante outras variáveis que não foram tratados dentro de seu escopo e que, possivelmente, vão influenciar no resultado final. Daí vem a importância do refinamento ou não do modelo que agregue novos parâmetros descobertos.

Todavia, ao tratar o problema como um todo; é preciso fazer alusão as possíveis simplificações dentro do contexto observado. Modelar a totalidade do problema pode levar a cenários altamente complexos e de difícil solução. Por isso que é importante delimitar o escopo de estudo fazendo as devidas considerações.

Vale salientar que esse processo faz parte do rol das ações de quem pesquisa e coleta dados. De fato, é pela constante investigação e pesquisa que se pode chegar a uma conclusão lógica do caso em estudo. Nas palavras de BEAN (2010), o responsável pela modelagem deve estar atento aos parâmetros e características do problema e avaliar se esse modelo construído responde de maneira satisfatória ao problema proposto:

O profissional modela uma situação, onde há um problema, para melhor entendê-la. Ele define os parâmetros, as características e as relações entre as características que são pertinentes à resolução do problema. As características e relações, extraídas de hipóteses e aproximações simplificadoras, são traduzidas em termos matemáticos (o modelo), nos quais a matemática reflete a situação do problema. Durante e depois da criação do modelo, o profissional verifica a coerência da matemática e a validade do modelo no contexto do problema original. Os ajustes, modificações ou novos modelos serão realizados ao longo do processo, até que um modelo aceitável dê conta do enfrentamento do problema (BEAN, 2010, p. 51).

Além disso, BEAN (2010), afirma ainda que:

A essência da modelagem matemática consiste em um processo no qual as características pertinentes de um objeto ou sistema são extraídas, com a ajuda de hipóteses e aproximações simplificadoras, e representadas em termos matemáticos (o modelo). As hipóteses e as aproximações significam que o modelo criado por esse processo é sempre aberto à crítica e ao aperfeiçoamento (BEAN, 2010, p. 53).

A ideia do autor reforça o que já foi afirmado anteriormente: nem sempre a modelagem criada responde satisfatoriamente o problema em vista. Dependendo do grau de complexidade do problema, tona-se algo bastante complicado e até mesmo difícil de analisar e compreender.

Portanto, modelar é um processo árduo que requer aprimoramento e reformulações de hipóteses sob a ótica do processo apresentado na figura 2.1.

No tocante a proposta deste trabalho, a maior dificuldade consistiu em definir, de maneira coerente, as medidas corretas de tal forma que se conseguisse obter uma modelagem condizente com processo de otimização de produção. Além disso, se fez necessários ajustar parâmetros de controle do modelo de tal forma que englobasse as restrições e simplificações do caso em estudo.

2.2.O sistema Mandala

Nesta seção são apresentados os conceitos iniciais do que seja uma Mandala. A ideia aqui é explorar as definições de Mandala sob a perspectiva da sustentabilidade em consonância com a escassez de água e agricultura familiar no âmbito do semiárido paraibano.

2.2.1. Algumas definições

Segundo Ramos (2006, p. 5, grifo original), “palavra ‘MANDALA’ vem do sânscrito e significa círculo. A palavra tibetana para mandala é *kyilkhor* (tib. *dkyil khor*), centro.” Além disso, o autor apresenta outra definição de acordo o dicionário de simbologia utilizado pelo o mesmo:

[...] é uma forma de Yantra (instrumento, meio, emblema), diagramas geométricos rituais, alguns dos quais se acham em concreta correspondência com um atributo divino determinado ou forma de encantamento (mantra) da qual vem a ser a cristalização visual (RAMOS, 2016, p. 12).

Dessa forma, percebe-se que a Yantra é representação geométrica da forma (circular ou triangular) que visa reverenciar o fator de divindade e harmonia com a natureza, conforme podemos observar na figura 2.2. A Mandala baseia-se num conjunto de círculos concêntricos

Figura 2.2: Representação artística da Mandala.



Fonte: Ramos, 2006.

uniformemente distribuídos ao longo de uma superfície.

Esse modelo geométrico foi incorporado no âmbito da agricultura familiar como uma estratégia inteligente de produção; onde são cultivados vários tipos de culturas ao longo dos canteiros os quais são irrigados por aspersão ou gotejamento.

Nessa perspectiva, entende-se que a Mandala tem grande importância na preservação do meio ambiente quando se trata de um modelo agroecológico baseado na agricultura sustentável. Nesse sentido, (SOUSA, 2016, p. 19) descreve que:

Neste modelo agroecológico de produção existe uma harmonia entre fauna, flora e trabalhadores rurais mantendo o ecossistema equilibrado. A construção das Mandalas visa fomentar uma agricultura sustentável, através da educação ambiental e sistema agroecológico de produção. Possibilita também a construção de um espaço rural que vise à melhoria das condições ambientais do campo e uma melhoria na qualidade de vida das famílias.

Sendo assim, o sistema de Mandala é um projeto de desenvolvimento de agricultura sustentável; cuja finalidade é favorecer a produtividade familiar; suprimindo necessidades locais e desenvolvendo um modelo de agricultura com base no empreendedorismo e cooperativismo, propiciando-lhe a geração de renda e a produção alimentar.

Em boa parte das regiões onde se tem implantado o sistema Mandala, percebe-se uma mudança de comportamento e conscientização da preservação do meio ambiente. Além disso, existe a questão do crescimento econômico, familiar e social que convergem na valorização das culturas tradicionais locais. Vale salientar que o manejo inteligente dos recursos naturais facilita o desenvolvimento da agricultura sustentável; o qual favorece o desenvolvimento das pequenas comunidades rurais locais contribuindo assim para melhoramento do homem no campo.

Dessa forma, entende-se que o sistema Mandala é um dos principais modelos de utilização de tecnologias apropriadas a realidade de pequenas comunidades rurais que buscam uma produção agrícola alternativa e inovadora com condições de fornecer alimentos e proporcionar uma fonte de renda adequada conforme é mostrado na figura 2.3.

Figura 2.3: Representação dos canteiros no formato de Mandala.



Fonte: Google.

Com isso, percebe-se que com esse tipo de modelo é possível produzir sem a necessidade de agredir ao meio ambiente e ainda com possibilidades de se usar os recursos naturais disponíveis em prol de uma boa produtividade. É neste contexto, Martins et al (2012), nos fornece, a princípio, a descrição desse sistema informando que:

[...] o Sistema Mandala é uma forma de produção de alimentos, onde o plantio é feito de forma circular. Neste sistema de produção, a horta é plantada em círculos concêntricos que representam a natureza, onde tudo é arredondado. Os plantios em círculos, diferentes dos desenvolvidos pela agricultura convencional, permitem as plantas se ajudarem mutuamente, trabalhando com conceitos de cortinas quebra ventos, de plantas repelentes a insetos, de plantas melíferas e uma série de segredos que a natureza nos ensina e que também colaboram com a recuperação da biodiversidade e do controle ecológico de insetos pragas assim como de doenças e plantas invasoras (MARTINS, et al, 2012, p. 3).

Nesse sentido, nos primeiros canteiros da Mandala são cultivadas plantas de pequeno porte, tais como ervas medicinais e hortaliças. Entre elas, existem algumas que funcionam, naturalmente, como repelentes de pragas que possam atacar as demais plantas. Nos outros canteiros, onde ocorre a produtividade de fato, tem-se plantas maiores que funcionam como barreiras de proteção contra a incidência direta dos ventos.

É basicamente um sistema altamente planejado que engloba as características da natureza local com melhor aproveitamento de recursos hídricos disponíveis. Vale ressaltar que a superfície em que a Mandala será construída depende da topologia do terreno. Ou seja, Mandalas construídas em terrenos elevados; os canteiros construídos estão em níveis diferentes de elevação. Já por outro lado, Mandalas construídas em terreno plano todos os canteiros estão sob o mesmo nível. Em ambos os contextos, tem-se conseguido ótimo aproveitamento de espaço e de recursos naturais.

Esse tipo de sistema tem sido fortemente indicado quando se deseja plantar várias culturas em pequenas áreas de produção. No âmbito da região do semiárido, esse modelo vem sendo bastante difundido, o qual tem sido aproveitado com bastante ênfase no semiárido paraibano. Esse fato é apresentado por Alípio (2015, p. 22) quando afirma que:

No cenário paraibano, o sistema chegou inicialmente no Assentamento Santa Helena, situado no município de Santa Rita, agreste paraibano. Nesta localidade, agricultores empenhados na participação do projeto, consolidaram os conhecimentos adquiridos sobre o sistema a sua prática convencional agrícola, levando adiante a construção das Mandalas, e conseqüentemente usufruindo dos benefícios trazidos pelas mesmas. O conhecimento agroecológico colocado em ação nos pequenos sistemas irrigados de hortas e pomares nesta comunidade possibilitou a diminuição dos riscos representados pela escassez de água e a conscientização frente a este problema tão comum que aflige nossa realidade. As experiências vivenciadas pelos agricultores da região do agreste paraibano se difundiram de tal modo que os eixos da sistematização e implementação do projeto se expandiram beneficiando inúmeras outras famílias em diversos pontos espalhados pelo Estado da Paraíba.

Neste contexto, ver-se a importância do sistema Mandala para com as pequenas famílias rurais na produção de hortaliças e outros derivados. Isso de fato tem a ver com dinâmica do mercado de consumo local: produzir várias culturas no mesmo espaço para se obter uma boa rentabilidade.

Sendo um meio de produção integrada, diversificada e adaptado à agricultura familiar; o sistema Mandala apresenta peculiaridades significativas, tais como: tecnologia simples de baixo custo e fácil manutenção, redução das agressões ao meio ambiente, não utilização de agrotóxicos e nem adubos químicos industriais. Além dessas características, o tipo de solo e clima da região, define as culturas produzidas nestes locais, pois o sistema Mandala está diretamente associado as características do tipo: topografia do terreno, disponibilidade de água, produtividade e custo benefício (FBB, 2009).

Tendo em vista as características apresentadas do sistema Mandala, este trabalho terá como foco de estudo a aplicabilidade da modelagem matemática aos canteiros de produtividade da Mandala considerando o tipo de cultura e o ganho real adquirido com a produção. Para uma devida análise precisa dos fatos, será necessário recorrer à alguns conceitos da Geometria Plana com o intuito de explicitar, de forma matemática, a produtividade ao longo dos anéis que

compõem a Mandala e com isso explicar, pela modelagem matemática, a melhor estratégia de produção para esse sistema.

2.3. Metodologia

A execução da pesquisa ocorreu no período de junho de 2018 a janeiro de 2019 a partir das leituras sobre o tema em questão; tendo como objetivo analisar a melhor forma de produção no Sistema Mandala a partir da modelagem matemática. Conforme (LAKATOS & MARCONI, 2008, p. 46), A pesquisa é o conjunto das atividades sistemáticas e racionais que, com maior segurança e economia, permite alcançar o objetivo, conhecimento válidos e verdadeiros, traçando o caminho a ser seguido [...] . Com efeito, percebe-se que a pesquisa atua como instrumento de busca por soluções a problemas com respaldo prático e metodológico.

Os procedimentos da presente pesquisa se basearam na utilização dos métodos: descritivo, exploratório e quantitativo de dados fornecidos em documentos os quais envolveram um levantamento bibliográfico, coleta de dados e a análise e interpretação dos mesmos. Fundamentado por Lakatos & Marconi (2003), que descreve:

Estudos exploratório-descritivos combinados [...] o que têm por objetivo descrever completamente determinado fenômeno, como, por exemplo, o estudo de um caso para o qual são realizadas análises empíricas e teóricas [...]. (LAKATOS & MARCONI, 2003, p. 188).

Diante do exposto, entende-se que são ferramentas de extrema importância pois representam grandes avanços na elaboração do trabalho e objetivo proposto. De acordo com Gil (1991, p. 46), as pesquisas descritivas têm como objetivo primordial a descrição das características de determinada população ou fenômeno, ou então o estabelecimento de relações entre variáveis.

Gil aborda ainda, que as pesquisas exploratórias têm como objetivo proporcionar maior familiaridade com o problema, com vistas a torná-lo mais explícito ou a construir hipóteses [...] . (GIL, 1991, p. 45). Nessa perspectiva, percebe-se que as mesmas contribuíram para melhorar o desenvolvimento da pesquisa.

Através da leitura dos referenciais teóricos, foi possível conseguir embasamento teórico-metodológico sobre a importância da modelagem matemática no sistema Mandala para uma melhor produção de hortaliças no semiárido nordestino. Segundo (LAKATOS & MARCONI, 2003, p. 183):

A pesquisa bibliográfica, ou de fontes secundárias, abrange toda bibliografia já tornada pública em relação ao tema de estudo, desde publicações avulsas, boletins, jornais, revistas, livros, pesquisas, monografias, teses, material cartográfico etc., até meios de comunicação orais: rádio, gravações em fita magnética e audiovisuais: filmes e televisão.

Partindo dessa proposta, este trabalho baseou-se na revisão bibliográfica acerca dos tipos e características de Sistemas Mandalas. Para isso, foram utilizados documentos do tipo: artigos, livros, TCC's, projetos e manuais técnicos. Essa base de dados foi de extrema importância, uma vez que fortaleceu a temática escolhida em consonância com o objetivo proposto.

3. CONCEITOS GEOMÉTRICOS INICIAIS

Como forma de implementar a construção da modelagem matemática para o sistema Mandala de produção foi utilizado, inicialmente, alguns conceitos da geometria euclidiana tais como: círculo, circunferência, área do círculo e coroa circular. Esses conceitos serão importantes para este trabalho pois ajudará a definir as variáveis de controle (distância, raio e largura dos canieiros, ganho real e venda) que modelam o processo de otimização de produção da Mandala. Para isso, se fez o uso do livro texto da coleção Fundamentos da Matemática Elementar dos autores Osvaldo Dolce e José Nicolau Pompeo¹. Essa obra serviu como base na fundamentação dos conceitos geométricos aplicados na elaboração do modelo matemático de produtividade da Mandala.

3.1. Circunferência e círculo

Circunferência e círculo são definidos como figuras geométricas que descrevem regiões e propriedades curvilíneas de um dado espaço. Dessa forma, são de extrema importância para o desenvolvimento deste trabalho. De acordo com DOLCE & POMPEO (2013), circunferência é definida como:

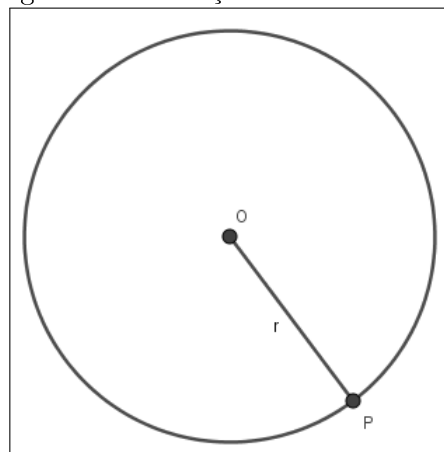
[...] é um conjunto dos pontos de um plano cuja distância a um ponto dado desse plano é igual a uma distância (não nula) dada. O ponto dado é o centro, e a distância dada é o raio da circunferência (DOLCE & POMPEO, 2013, p. 143).

Mediante ao que foi dito anteriormente, entende-se que dado um plano α , um ponto O e uma distância r qualquer, tem-se:

$$\lambda(O, r) = \{P \in \alpha / d_{P,O} = r\} \quad (3.1)$$

onde $\lambda(O, r)$ representa a circunferência de centro O e de raio r, conforme mostra a figura 3.1.

Figura 3.1: Definição de circunferência.



Fonte: AUTOR, 2019

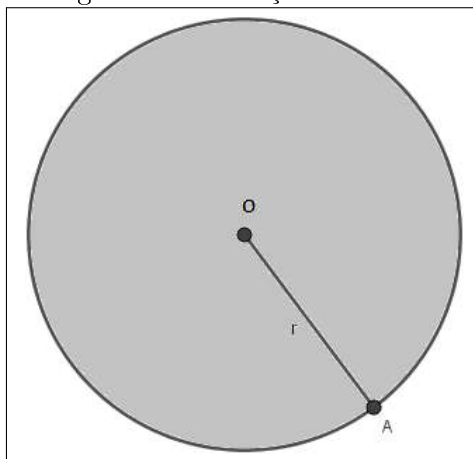
Além disso, Dolce & Pompeo (2013) conceituam a ideia de círculo da seguinte forma:

¹DOLCE & POMPEO, *Fundamentos da Matemática Elementar: Geometria plana, Vol. 09, 2013.*

[...] é um conjunto dos pontos de um plano cuja distância a um ponto dado desse plano é menor ou igual a uma distância (não nula) dada (DOLCE & POMPEO, 2013, p. 145).

Esta definição é esquematizada na figura 3.2.

Figura 3.2: Definição de círculo



Fonte: AUTOR, 2019

Dessa forma, entende-se que o círculo é o conjunto de todos os pontos de um plano cuja distância a um ponto fixo O é menor ou igual que uma distância r dada, ou seja:

$$\lambda(O, r) = \{P \in \alpha / d_{P,O} \leq r\} \quad (3.2)$$

Sendo assim, observa-se todos os pontos interiores como também aqueles que estão a uma mesma distância r de O pertencem a $\lambda(O; r)$. Esse conceito contribuirá para analisar a quantidade de mudas ou pés que deverão ser cultivadas em canteiros circulares. Outra definição que contribui para a construção da modelagem matemática é a ideia de comprimento de circunferência.

3.2. Comprimento da circunferência

Do ponto de vista da geometria euclidiana, o comprimento da circunferência é dada da seguinte forma: “[...]o comprimento do segmento retificante da circunferência, ou circunferência retificada ou perímetro do círculo, é chamado **comprimento da circunferência**”². O que os autores chamam de “circunferência retificada” na verdade corresponde a uma volta completa de um ponto qualquer sobre a circunferência. Por outro lado, “a razão entre o perímetro do círculo e seu diâmetro é um constante representando por π ”³. Dessa forma, tem-se:

$$\pi = \frac{C}{D} = \frac{C}{2r} \Rightarrow C = 2\pi r \quad (3.3)$$

onde C , D e r são o comprimento, o diâmetro e o raio da circunferência e π é a constante. Como se pode observar, o diâmetro é o dobro do raio. Um fato importante a ser analisado é que a razão C

²DOLCE & POMPEO, 2013, p. 282

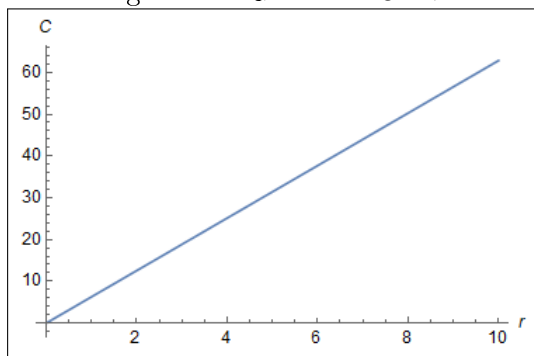
³Ibidem, 2013, p. 282

e $2r$ que fornece o valor de π não tem uma representação exata, ou seja, não tem um padrão fixo; o que mostra que π é um número irracional e tem um valor aproximadamente de $\pi \approx 3.14159\dots$ Qualquer que seja o tamanho entre C e $2r$ a razão sempre em torno de 3.141. Além disso, a Eq. 3.3 mostra também que o comprimento da circunferência é diretamente proporcional ao seu raio, isto é, quanto maior o raio, maior será o comprimento da circunferência. Ou seja:

$$C \propto r \quad (3.4)$$

onde C e r variam de forma linear. Esse comportamento é mostrado na figura 3.3 e está de acordo com os resultados fornecido pela Eq. 3.3:

Figura 3.3: Gráfico do C x r



Fonte: AUTOR, 2019.

Quando se trata dos conhecimentos sobre a dimensão de espaço, é importante frisar a ideia de área sobre regiões circulares, como por exemplo as áreas do círculo e da coroa circular.

3.3. Área do círculo e da coroa circular

Define-se área do círculo como sendo “o produto de seu semiperímetro pelo seu raio” (DOLCE & POMPEO, 2013, p. 327). Ou seja,

$$A = p \cdot r \quad (3.5)$$

onde p é o semiperímetro do círculo. Por outro lado, reescrevendo a Eq. 3.3, tem-se:

$$\pi r = \frac{C}{2} \quad (3.6)$$

onde $\frac{C}{2}$ corresponde exatamente ao semiperímetro p . Logo, a Eq. 4.9 torna-se:

$$A = \pi r \cdot r = \pi r^2. \quad (3.7)$$

Sabendo que $D = 2r$, tem-se:

$$A = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 = \pi \frac{D^2}{4}. \quad (3.8)$$

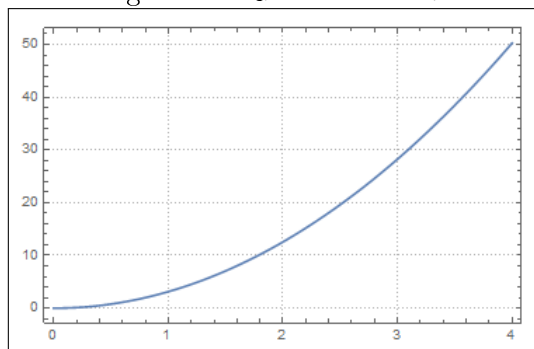
Neste contexto, as Eqs. 3.7 e 3.8 mostram duas formas diferentes de se calcular a área do círculo. A primeira depende do raio enquanto que a segunda usa apenas o diâmetro do círculo. Vale salientar que esses resultados norteiam o cálculo da quantidade de plantas que devem ser cultivadas nos canteiros circulares.

Agora, um outro fato importante a ser notado na Eq. 3.7 é a proporcionalidade quadrática da área em função do raio. Como se pode observar, a área é diretamente proporcional ao quadrado do raio, ou seja

$$A \propto r^2. \quad (3.9)$$

Com isso, o resultado da Eq. 3.7 é mostrado pelo o gráfico expresso na figura 4.4. Com efeito, percebe-se que a curva de resposta é um arco de parábola o que caracteriza a variação quadrática do raio do círculo.

Figura 3.4: Gráfico da $A \times r$



Fonte: AUTOR, 2019

Diante do que foi expresso anteriormente, entende-se, em termos práticos, que quanto maior for o raio maior será a área de distribuição. No tocante a construção de canteiros circulares, quanto maior for o raio do canteiro, maior será a área de cultivo e conseqüentemente maior a produção deseja de uma dada cultura.

Outro conceito relevante é a área da coroa circular; podendo ser definida como sendo uma região delimitada por duas circunferências de raio R e r cujo o cálculo se dar pela diferença entre as áreas das circunferências externa e a interna; como mostra a figura 4.5.

Conforme Dolce & Pompeo (2013, p. 329), a área da coroa é dada pelo seguinte resultado:

$$A_{coroa} = \pi R^2 - \pi r^2 \Rightarrow A_{coroa} = \pi(R^2 - r^2) \quad (3.10)$$

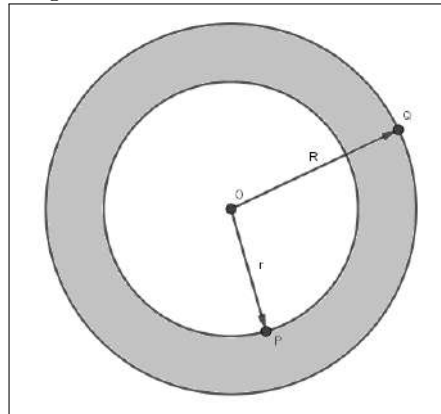
onde R e r são os raios externos e internos dos círculos. Quando r tende a R , ou seja, $r \rightarrow R$ a parcela $R - r \rightarrow 0$. Assim, $A \rightarrow 0$, logo:

$$\lim_{r \rightarrow R} A_{coroa} = \lim_{r \rightarrow R} [\pi(R^2 - r^2)] = 0 \quad (3.11)$$

Isso mostra que quanto menor a distância entre os raios dos círculos menor será a área da coroa circular.

Agora, diante dos pressupostos apresentados anteriormente, no quarto capítulo será feita

Figura 3.5: Área da coroa circular



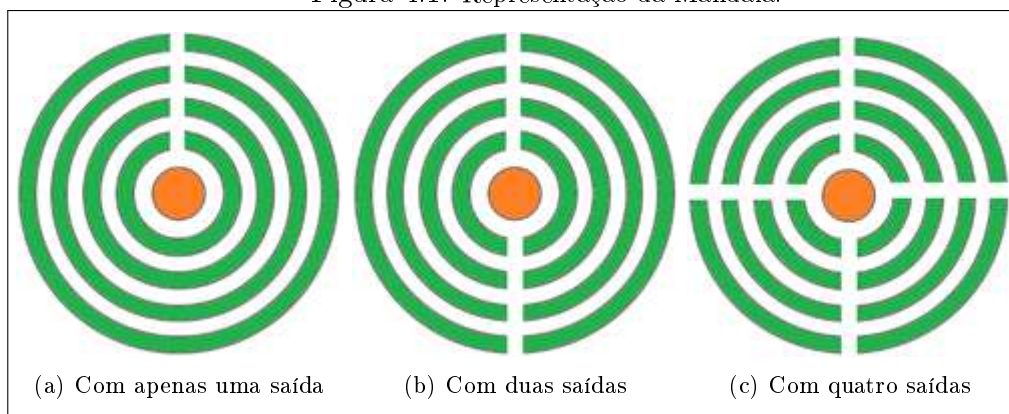
Fonte: AUTOR, 2019.

uma abordagem de forma expressiva dando alusão a descrição matemática para o sistema Mandala. Os resultados obtidos serão desenvolvidos com base na análise e estudos em FBB(2009) e Dolce & Pompeo (2013). Com isso será apresentado uma possível modelagem matemática de produtividade para a Mandala tendo em vista a relação entre as variáveis: comprimento, largura, área dos canteiros circulares, distância entre mudas, ganho real e valor de mercado. Dessa forma, será possível chegar ao consenso da eficácia de produtividade do sistema Mandala.

4.MODELAGEM MATEMÁTICA APLICADA AO SISTEMA MANDALA

Este capítulo descreve uma proposta de modelo matemático para o sistema Mandala. Essa descrição tem como base as medidas adotadas por um manual desenvolvido pelo FBB (2009), cujo tema é *PAIS - Produção Agroecológica Integrada e Sustentável: mais alimento, trabalho e renda no campo*. Este manual foi desenvolvido para pequenos agricultores cuja finalidade é a implantação do sistema Mandala em prol da inserção social e econômica de pequenos produtores; diminuição significativa de insumos agrícolas; diversificação da produção de culturas e utilização eficiente e racional dos recursos hídricos. O mesmo é de grande relevância para a elaboração do trabalho, pois fornece o esquema de construção do sistema Mandala. Neste tipo de modelo, os canteiros estão em forma de anéis com mesma distância uns dos outros, ou seja, estão uniformemente distribuídos ao longo da extensão da Mandala, como observado na figura 4.1.

Figura 4.1: Representação da Mandala.



Fonte: AUTOR, 2019.

Diante do que foi exposto anteriormente, no esquema representado pela figura 4.1, entende-se que existem diferentes tipos de Mandalas, as quais apresentam suas particularidades. Estas evidenciam as formas mais difundidas no meio agrário. Dentre estas, observa-se que existem modelos cujo o centro há presença de um galinheiro e em outros; há um reservatório d'água.

Uma outra característica presente no sistema Mandala são corredores transversais de circulação interna representados pelas imagens (a), (b) e (c) da figura 4.1. Eles servem tanto para o escoamento da água em excesso como para facilitar a manutenção interna dos canteiros.

Para o caso do modelo que consta o galinheiro no centro, esses corredores servirão também como traslado das galinhas que ficarão confinadas em cercado para que as mesmas se alimentem de insetos, restos de plantas e pragas que venham interferir no desenvolvimento da produção.

Nesta perspectiva, as galinhas tem a função moderadora sob dois aspectos: fornecem esterco que servirão de adubo natural para o cultivo de plantas e por se alimentarem de insetos e restos de plantas da produção, ainda contribuem no controle biológico de pragas.

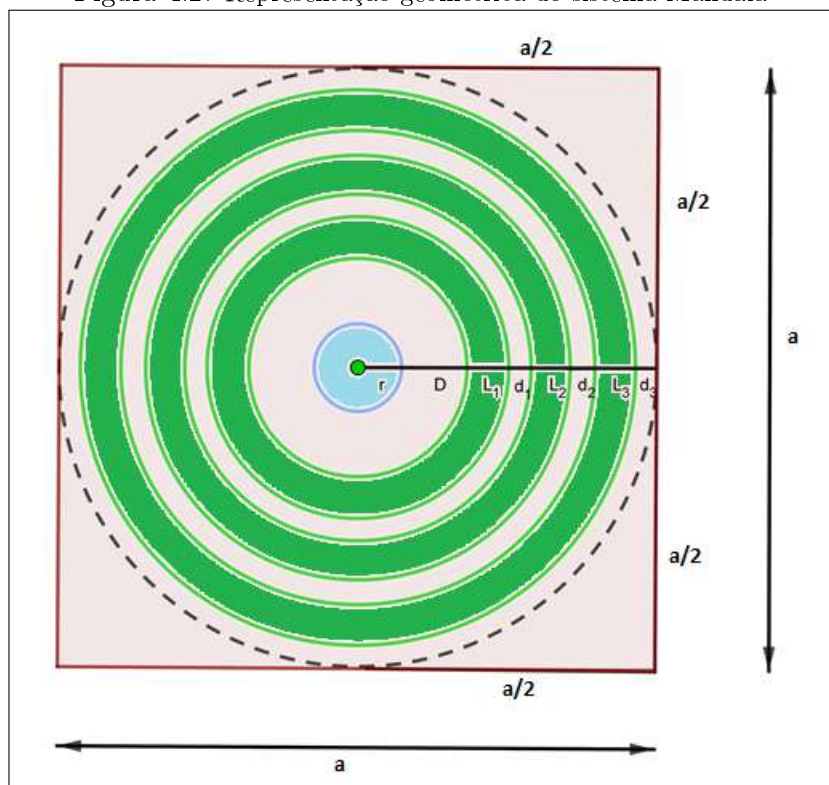
Já no segundo caso, no centro se localiza um reservatório podendo ser uma caixa d'água ou um tanque submerso ao solo. Por sua vez, este possibilita a criação de animais do tipo: patos,

marrecos ou peixes. No caso da criação de peixes, tem como função primordial se alimentar de insetos e mosquitos que podem se alojar no reservatório d'água. Dessa forma, contribui para minimizar os impactos negativos causados pela presença dessas pragas.

De acordo com as pesquisas bibliográficas realizadas ao longo deste trabalho, entende-se que independentemente de qual seja o modelo de Mandala adotado, sempre terá um reservatório d'água que será abastecido por cisterna, córrego ou açude, onde a irrigação dos canteiros ocorre por um sistema de tubulação o qual leva a água extraída por meio de uma bomba até os mesmos. Esse processo se dá por gotejamento ou aspersão.

De acordo com as pesquisas realizadas, entende-se que existem vários tipos de Mandala. Dentre estes, o trabalho destaca formatos compostos por apenas três canteiros circulares uniformemente distribuídos. Nessa perceptiva, a análise desenvolvida para os três canteiros iniciais pode ser expandida para n canteiros. Sendo assim, segue-se um modelo de representação geométrica desse sistema conforme é mostrado na figura 4.2.

Figura 4.2: Representação geométrica do sistema Mandala



Fonte: AUTOR, 2019.

Conforme a observação e análise da figura 4.2, tem-se uma Mandala inscrita no terreno na forma de um quadrado de lado a onde no centro da mesma encontra-se uma fonte de água. A distância da fonte ao primeiro canteiro é D . As medidas L_1 , L_2 e L_3 representam a larguras dos canteiros, d_1 , d_2 representam as distâncias entre os mesmos e d_3 é a distância do último canteiro a margem da Mandala.

A escolha do formato quadrangular do terreno tem a haver com o maior aproveitamento do mesmo. Dessa forma, as sobras de espaços nas extremidades são mínimas em comparação com outros formatos. Por essa razão, considera-se a escolha da Mandala inscrita num quadrado.

Além disso, se fez necessário realizar algumas simplificações dentro do problema, ou seja, estabelecer um padrão de abordagem onde a todos os canteiros têm a mesma largura e estão separados a uma mesma distância uns dos outros. O motivo de escolha de tal estratégia tem a ver com a questão da facilitação e compreensão do modelo tendo em vista a relação entre as variáveis comprimento e área dos canteiros.

É claro que nada impede de termos canteiros de larguras diferentes, mas seria mais complexo definir melhor o padrão matemático para o sistema Mandala.

De acordo com as ideias apresentadas até esse momento, será dado o início a construção da modelagem matemática sob a ótica dos seguintes processos: cálculo do número de canteiros em função das distância entre cada um, relação entre comprimento do canteiro e o número de mudas, relação entre o número de mudas e a área de plantio, cálculo do número de fileiras, cálculo do peso total da produção e o cálculo do ganho estimado em termos de produção. Para cada processo citado será referenciado com a devida justificativa matemática.

4.1.Cálculo do número de canteiros em função das distâncias entre ambos

Com efeito, analisando a figura 4.2, tem-se que a distância do centro ao último círculo corresponde ao raio e é igual ao somatório de todas as distâncias até a periferia da Mandala, ou seja:

$$R = r + D + L_1 + d_1 + L_2 + d_2 + L_3 + d_3 \quad (4.1)$$

Considerando que os canteiros têm a mesma largura $L_1 = L_2 = L_3 = L$ e que estão separados a mesma distância $d_1 = d_2 = d_3 = d$, tem-se:

$$R = r + D + L + d + L + d + L + d \Rightarrow R = r + D + 3L + 3d \Rightarrow R = r + D + 3(L + d) \quad (4.2)$$

Analisando as condições apresentadas anteriormente, percebe-se que esses resultados valem, de maneira geral, pra qualquer número n de canteiros. Assim, chega-se ao seguinte resultado:

$$R = r + D + n(L + d) \quad (4.3)$$

A partir da Eq. 4.3 é possível expressar o número n de canteiros em função das variáveis L , D , R , r e D . Com efeito, tem-se:

$$n = \frac{R - (r + d)}{L + D} \quad (4.4)$$

Analisando a Eq. 4.4 percebe-se que a mesma nos fornece algumas informações importantes como:

1. O número de canteiros n é diretamente proporcional ao raio R da Mandala, ou seja, quanto maior for o raio da Mandala maior será a quantidade de canteiros presentes como mostra a expressão abaixo:

$$n \propto R \quad (4.5)$$

2. O número de canteiros n é inversamente proporcional a soma de suas larguras com a

distância D a fonte d'água, ou seja, quanto maior for o espaço entre L e D menor será a quantidade de canteiros, ou seja:

$$n \propto \frac{1}{L + D} \quad (4.6)$$

Com efeito, observando criteriosamente a figura 4.2, ver-se que a medida do lado do quadrado equivale $a = 2R$. Daí, reescrevendo a Eq. 4.4, tem-se:

$$n = \frac{a - 2(r + D)}{2(L + d)} \quad (4.7)$$

A partir da análise feita na Eq. 4.7 percebe-se que as variáveis r , D , L e d estão diretamente relacionadas com o tamanho do terreno pois definem a área total disponível para a construção do sistema Mandala.

Mediante ao que se foi proposto, segue-se a análise da descrição do modelo matemático da relação entre o comprimento do canteiro e o número de mudas.

4.2. Relação entre o comprimento do canteiro e o número de mudas

Esta relação é de grande relevância para a avaliar a quantidade *mudas/metro* ao longo do comprimento do canteiro circular. Dessa forma, como o comprimento da circunferência é diretamente proporcional ao seu raio, é de se esperar que a quantidade de mudas distribuídas ao longo de um canteiro com esse mesmo formato também seja diretamente proporcional ao seu comprimento, ou seja,

$$N_m \propto C \quad (4.8)$$

onde C é o comprimento da fileira (circular) e N_m é a quantidade de mudas.

Por outro lado, o número de mudas N_m é inversamente proporcional as distâncias d_m entre as elas, ou seja, quanto maior a distância entre cada uma, menor será as suas quantidade, isto é:

$$N_m \propto \frac{1}{d_m} \quad (4.9)$$

onde d_m representa o espaçamento entre as mudas.

Relacionando as expressões 4.8 e 4.9 obtêm-se:

$$N_m \propto C \left(\frac{1}{d_m} \right) \quad (4.10)$$

Da relação 4.10 percebe-se que existe o fator de proporcionalidade. Este, por sua vez, tem a ver com a razão direta entre as medidas de comprimento do canteiro e o espaçamento entre as mudas. Dessa forma, atribui-se uma constante k a essa proporcionalidade o qual chega-se ao seguinte resultado:

$$N_m = k \frac{C}{d_m} \quad (4.11)$$

É possível perceber que a constante k da Eq. 4.11 é adimensional, pois compara grandezas de mesma natureza, ou seja, comprimento da circunferência C com distância entre as mudas d_m . Por outro lado, k tanto está associado a geometria do canteiro quanto a excentricidade do nível de

curvatura do mesmo. Para efeito de simplificação, considera-se $k = 1$ o que equivale ao formato circular. Sendo assim, reescrevendo a Eq. 4.11, obtém-se:

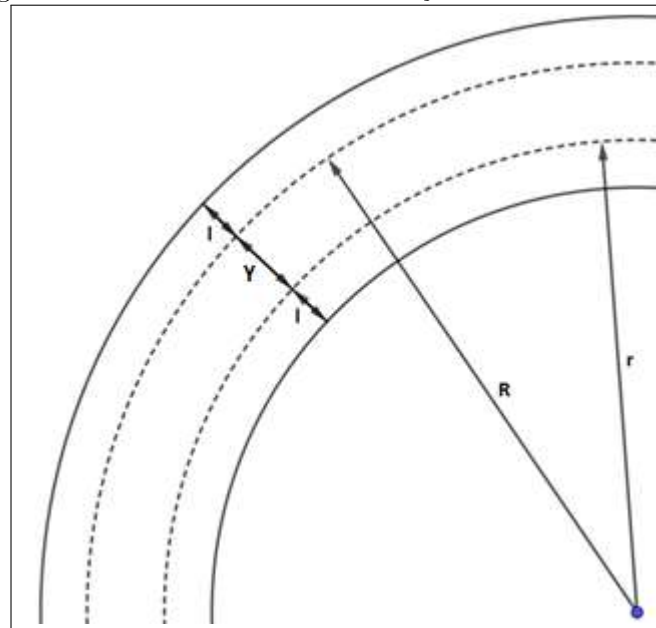
$$N_m = \frac{2\pi R}{d_m} \quad (4.12)$$

onde $C = 2\pi R$.

A Eq. 4.12 norteia o cálculo da quantidade de mudas numa dada fileira em qualquer canteiro circular da Mandala. De fato, esse resultado varia conforme o tipo de cultura a ser produzida, pois as variações de distâncias entre as fileiras e quantidade de mudas por fileira se baseiam nas características da cultura a ser cultivada. De fato, existem culturas de maior espaçamento entre as fileiras como também de menor espaçamento entre as mesmas. Tudo isso vem orientado em manuais de cultivo e colheita para cada planta cultivada.

Diante dos pressupostos, o próximo passo é saber o número de mudas que cada fileira comportará. Dessa forma, considerou-se, inicialmente, um canteiro com duas fileiras (linhas tracejadas). As fileiras se encontram a uma distância R e r em relação ao centro da Mandala, com $R > r$ conforme ilustra a figura 4.3.

Figura 4.3: Número de mudas em função do raio da Mandala



Fonte: AUTOR, 2019.

Analisando figura 4.3, foi possível observar que para calcular o número de mudas em cada fileira do canteiro, foi aplicado a Eq. 4.12. Dessa forma, entende-se que a quantidade total de mudas será pela soma das quantidades das duas fileiras, ou seja:

$$\begin{aligned} N_m &= N_1(\text{fileira 1}) + N_2(\text{fileira 2}) \\ N_m &= 2\pi \frac{R}{d_m} + 2\pi \frac{r}{d_m} \\ N_m &= \frac{2\pi}{d_m}(R + r) \end{aligned} \quad (4.13)$$

De maneira geral, para um canteiro contendo n fileiras, o resultado final será dado pelo somatório

de todas as quantidades individuais N_m de cada fileira. Portanto, tem-se:

$$\begin{aligned} N_m &= 2\pi \frac{R_1}{d_m} + 2\pi \frac{R_2}{d_m} + 2\pi \frac{R_3}{d_m} + \dots + 2\pi \frac{R_n}{d_m} \\ N_m &= \frac{2\pi}{d_m} (R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n) \\ N_m &= \frac{2\pi}{d_m} \sum_{i=1}^{N_f} R_i \end{aligned} \quad (4.14)$$

com N_f representando o número de fileiras presente no canteiro. Vale salientar que o resultado da Eq. 4.14 fica condicionado a variável N_f , ou seja, a quantidade de mudas N_m depende da quantidade de fileiras que o canteiro pode comportar. Nesse sentido, vale salientar duas considerações:

1. Tendo em vista o desenvolvimento deste trabalho, a Eq. 4.13 pode ser aplicada em qualquer que seja o tipo de cultura cultivada com base em mudas. Isso de fato tem valor significativo pois engloba as características de cultivo de plantas com certas especificidades.
2. Outro fator importante a ser enfatizado é que durante a construção do modelo matemático foi implementado simplificações e ajuste de valores. Tal procedimento se deve pelo fato de haver a existência de outras condições e variáveis que aumentariam a complexidade do modelo.

Em conformidade com o que foi apresentado, dar-se a continuação da construção da modelagem tendo em vista a relação entre o número de mudas e a área de plantio. Neste aspecto, a abordagem das quantidades de mudas começa pela relação entre área do canteiro com a área ocupada pela muda.

4.3. Relação entre o número de mudas e a área de plantio

O número de *mudas*/ m^2 que um canteiro pode comportar é dado pela razão entre a área do canteiro e a área ocupada por cada muda, ou seja:

$$N_m = \frac{A_c}{A_m} \quad (4.15)$$

onde N_m indica a quantidade de mudas, A_c a área do canteiro e A_m é a área ocupada por cada muda em cada fileira.

A Eq. 4.15 mostra a relação entre a quantidade de mudas em função da área do canteiro. Portanto, a quantidade de mudas é diretamente proporcional ao valor da área, ou seja, quanto maior seu valor maior será a quantidade de mudas a serem transplantadas. Como o canteiro tem o formato de coroa circular, a sua área será calculada pela Eq. 3.10. Assim, substituindo a Eq. 3.10 na Eq. 4.15, tem-se:

$$N_m = \frac{\pi(R^2 - r^2)}{A_m} \quad (4.16)$$

Diante do exposto, outro fato importante a ser referenciado é que na Eq. 4.16 está diretamente relacionada a produtividade no canteiro. Ou seja, quanto mais mudas cultivadas

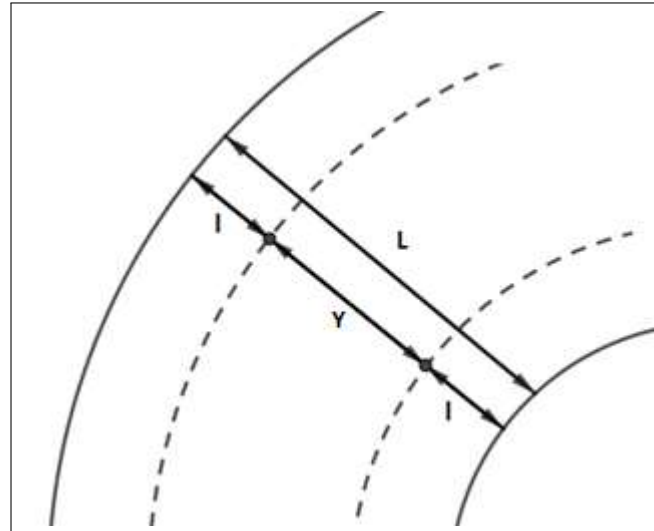
por metro quadrado, maior é a produtividade obtida. Porém, há um limite para este caso pois dependendo de qual tipo de cultura seja cultivada existe a quantidade máxima necessária que cada canteiro pode suportar. Além disso, ainda existe a questão dos espaçamentos entre as mudas que devem ser respeitados.

De imediato, segue-se a definição da modelagem matemática para o cálculo do número de fileiras em um dado canteiro.

4.4.Cálculo do número de fileiras

De início, as mudas são plantadas em fileiras e essas, por sua vez, são separadas por uma certa distância dentro do canteiro. Daí, se faz necessário, primeiro, conhecer a quantidade de fileira que cada canteiro deve comportar. Nessa perspectiva, foi idealizado um esquema representado na figura 4.4:

Figura 4.4: Distância entre fileiras em um mesmo canteiro



Fonte: AUTOR, 2019.

Como pode-se observar, a figura 4.4 representa um esquema de um trecho de canteiro com duas fileiras (linhas pontilhadas). Com efeito, seja L a largura do canteiro, l a distância da fileira à margem do canteiro e Y a distância entre as fileiras. Com isso, tem-se:

$$\begin{aligned} L &= l + Y + l \\ L &= 2l + Y. \end{aligned} \tag{4.17}$$

Analisando criteriosamente a figura 4.4 e a Eq. 4.17 nota-se as seguintes observações:

1. Se $l = 0$ tem-se $Y = L$. Neste caso, as 2 fileiras estarão localizadas na margem do canteiro;
2. Se $Y = 0$ tem-se $L = 2l$ o que induz a presença de apenas uma única fileira neste canteiro.
3. O valor de l é dependente de Y e seu valor varia conforme a quantidade de fileiras.

Com isso, chegou-se a compreensão de que o número de fileiras N_f depende da largura do canteiro da Mandala, onde as mesmas são distribuídas ao longo do comprimento acompanhando

sua curvatura. Além disso, quanto mais largo for o canteiro maior será a quantidade de fileiras presentes.

Diante do exposto, entende-se que uma forma de se conseguir estabelecer uma relação entre largura do canteiro e distância entre as fileiras é construir uma razão entre essas medidas. Essa razão nos fornece um fator de proporcionalidade entre essas distâncias como mostra a relação abaixo:

$$K = \frac{L}{Y} \quad (4.18)$$

com $L > Y$. A Eq. 4.18 tem como resultado um número que indica quantas vezes Y cabe dentro de L . O resultado dessa divisão pode ser exato ou não. Neste caso, o que interessa é apenas a parte inteira do resultado. Conforme conceitua Lopes (1999, p. 15), “[...] chama-se teto (‘ceiling’ em inglês) de um número real x ao menor número inteiro maior que ou igual a x . Notação: $\lceil x \rceil$ ”. Portanto, a quantidade de fileiras em qualquer canteiro vai ser dado pelo menor inteiro e maior do que K , ou seja:

$$N_f = \lceil K \rceil \quad (4.19)$$

Correlacionando os resultados das Eqs. 4.18 e Eq. 4.19, obtêm-se o seguinte resultado:

$$N_f = \left\lceil \frac{L}{Y} \right\rceil. \quad (4.20)$$

Além do que foi exposto, existe a variável l que é a distância da fileira a margem do canteiro, conforme é mostrado Eq. 4.17. De fato, para encontrar uma relação entre l e K se faz necessário reescrever a Eq. 4.17. Daí, obtêm-se:

$$Y = L - 2l \quad (4.21)$$

Substituindo a Eq. 4.21 na Eq. 4.18, tem-se:

$$K = \frac{L}{L - 2l} \Rightarrow l = \frac{L(K - 1)}{2K} \quad (4.22)$$

o que mostra que a distância l da fileira em relação à margem do canteiro vai depender da largura do canteiro L e do fator de proporcionalidade K .

Em conformidade com as abordagens anteriores, as duas próximas seções definem a modelagem matemática construída sob os aspectos financeiros atribuídos a produtividade na Mandala. De início, é preciso ter em mente a questão da relação entre oferta e procura. Os consumidores são atraídos tanto pelo preço como pela qualidade do produto ou serviços oferecidos. De fato, isso vai de encontro com a questão que os consumidores procuram cada vez mais quanto menor for o preço ou procuram menos quando o preço sobe. É essa variação de preços que comanda a lógica do mercado consumidor.

4.5. Cálculo do peso total da produção

Neste contexto, para se obter o peso total de produção é necessário somar os pesos individuais de cada cultura cultivada no mesmo canteiro, ou seja:

$$P_{total} = \sum_{i=1}^n P_{peso/individual} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n \quad (4.23)$$

onde P_{total} é o peso total e $P_{peso/individual}$ peso individual de cada unidade produzida. Na possibilidade de que cada unidade tenha o mesmo peso P , ou seja, $P_1 = P_2 = P_3 = \dots = P_n = P$, a Eq. 4.23 torna-se:

$$P_{total} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n = n \cdot P \quad (4.24)$$

onde n indica a quantidade de unidade presentes na produção.

Como pode ser visto na Eq. 4.24, o peso total é parâmetro de referência para avaliar o ganho real com a produtividade no sistema Mandala.

4.6. Cálculo do ganho estimado em termos de produção

De início, entende-se que o ganho real é calculado pelo o produto entre o peso total e o peso individual por cada unidade vendida, ou seja:

$$G_e = P_{total} \cdot p \quad (4.25)$$

onde G_e representa o ganho real calculado em reais e p é o preço por unidade negociada. Substituindo a Eq. 4.24 na Eq. 4.25, tem-se:

$$G_e = n \cdot P \cdot p \quad (4.26)$$

onde n é a quantidade de unidade na produção.

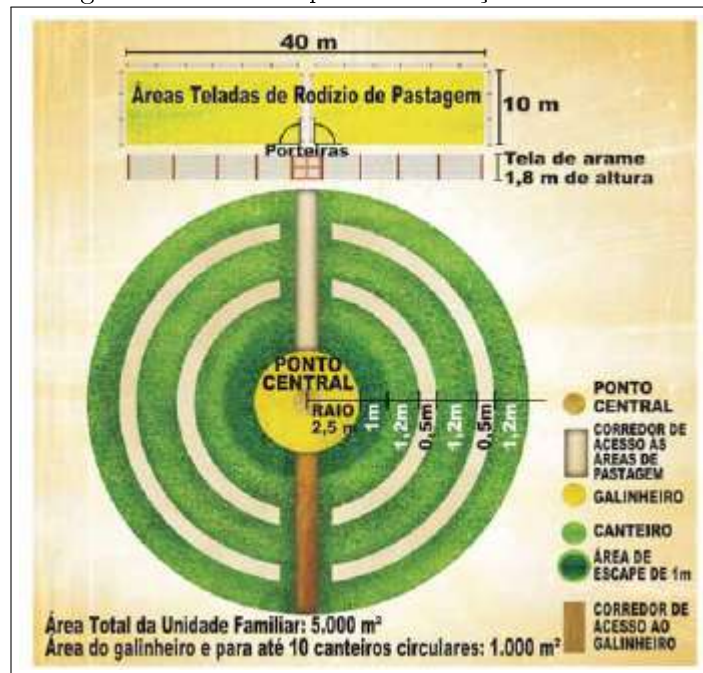
Analisando a Eq. 4.26, a parcela $P \cdot p$ corresponde exatamente ao valor obtido pela venda de uma unidade. Um fator importante observado é que o resultado da Eq. 4.26 fica condicionado as condições de mercado com as devidas variações de preços.

No capítulo seguinte, serão discutidos os resultados obtidos com a modelagem matemática desenvolvida a partir do estudo feito com o cultivo da macaxeira no sistema Mandala. A ideia central será apresentar e discutir esses resultados pela modelagem a fim de estabelecer um parâmetro de produtividade com a cultura escolhida e com isso, obter um resultado efetivo de forma que contribua para o objetivo que é analisar a melhor forma de produção no sistema Mandala a partir do modelo matemático proposto.

5.RESULTADOS

Com base no processo no que foi abordado no capítulo anterior, o foco de discussão agora gira em torno da análise da produtividade obtida para o terceiro canteiro de produtividade da Mandala tendo em vista tipo de cultura e as medidas para o cultivo. De acordo com os estudos realizados em FBB (2009) foi constatado uma série de medidas adotadas na construção de um sistema Mandala de produção, conforme é mostrado na figura 5.1

Figura 5.1: Medidas para a construção da Mandala



Fonte: FBB, 2009, p. 11.

Como se pode observar a figura 5.1, o sistema Mandala é dividido em várias partes: ponto central, corredor de acesso às áreas de pastagem, galinheiro, canteiro e área de escape de acesso ao galinheiro. Tudo isso totalizando numa área em torno de 1.000 m^2 . Os canteiros são cercados com tela de arame de $1,8\text{ m}$ de altura e são acessados por meio de porteiras. No modelo proposto pela figura 5.1, o galinheiro se localiza no centro da Mandala e é cercado por canteiros que variam de tamanho conforme vai se distanciando do centro. Cada canteiro é isolado por um corredor de acesso aonde devem circular as galinhas e o pessoal da manutenção da Mandala.

De acordo com as pesquisas realizadas em FBB (2009), foi possível obter o modelo do sistema Mandala no qual foram indicadas as medidas usadas na sua construção e como também sua área em torno de 1.000 m^2 .

Analisando a figura 5.1, foi possível calcular o raio da Mandala usando a Eq. 3.7 obtendo assim o seguinte resultado:

$$A_{total} = \pi R^2$$

$$R = \sqrt{\frac{A_{total}}{\pi}} \quad (5.1)$$

Sendo $A_{total} = 1.000 m^2$ e $\pi \approx 3,14$; estima-se que o raio da Mandala é torno de:

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{\frac{1000}{3,14}} \\ R &\approx 17,84 m \end{aligned} \quad (5.2)$$

A partir do resultado fornecido pela Eq. 5.2, foi possível determinar o diâmetro D da Mandala cujo valor é o dobro do seu raio R , ou seja, $D = 2R$. Assim, obtêm-se:

$$\begin{aligned} D &= 2 \cdot 17,84 \\ D &= 35,68 m \end{aligned} \quad (5.3)$$

Porém, é preciso levar em consideração as distâncias entre os canteiros que é de cerca de $0,5 m$ (ver a figura 5.1). Então, para uma contagem de até 10 canteiros, tem-se:

$$\begin{aligned} D_{total} &= D + 10d \\ D_{total} &= 35,68 + 10 \cdot 0,5 \\ D_{total} &= 35,68 + 5,0 \\ D_{total} &= 40,68 \end{aligned} \quad (5.4)$$

O resultado da Eq. 5.4 indica que a largura do terreno tem aproximadamente $40,68 m$.

Contudo, se faz necessário conhecer a quantidade de canteiros que podem ser construídos na Mandala. Assim, de acordo com o esquema mostrado na figura 5.1, o raio da fonte d'água que fica no centro da Mandala é em torno de $r = 2,5 m$; a distância da fonte d'água ao primeiro canteiro é de $D = 1,0 m$; distância entre cada canteiro é de $d = 0,5 m$ e a largura de cada canteiro é de $L = 1,2 m$. Nesta perceptiva, substituindo estes valores na Eq. 4.7, tem-se com resultado:

$$\begin{aligned} n &= \frac{40,68 - 2(2,5 + 1,0)}{2(1,2 + 0,5)} \\ n &\approx 9,70 \end{aligned} \quad (5.5)$$

O que pode ser observado pelo resultado fornecido pela Eq. 5.5 é que a quantidade de canteiros no sistema Mandala se aproxima de valor proposto por FBB (2009) que é 10 canteiros. Vale salientar que a quantidade de canteiros deve ser expressa em múltiplo de um inteiro e não em um número decimal. Portanto, tomando apenas a parte inteira da Eq. 5.5, isto é, $[n] = 9$ canteiros. Como existe uma diferença de apenas um canteiro quando comparado com o esquema fornecido por FBB (2009), é de esperar que essa diferença corresponda justamente a distância entre último canteiro da Mandala e a margem do terreno. Com isso, o resultado apresentado pela Eq. 4.7 nos fornece uma boa aproximação no tocante aos resultados fornecidos pelas medidas em FBB (2009).

Representado o número de canteiros n em função da largura do terreno a , isto é, $n = f(a)$, chega-se ao seguinte resultado:

$$n = \frac{a - 2(2,5 + 1,0)}{2(1,2 + 0,5)} \quad (5.6)$$

$$n = \frac{a - 7}{3,4}.$$

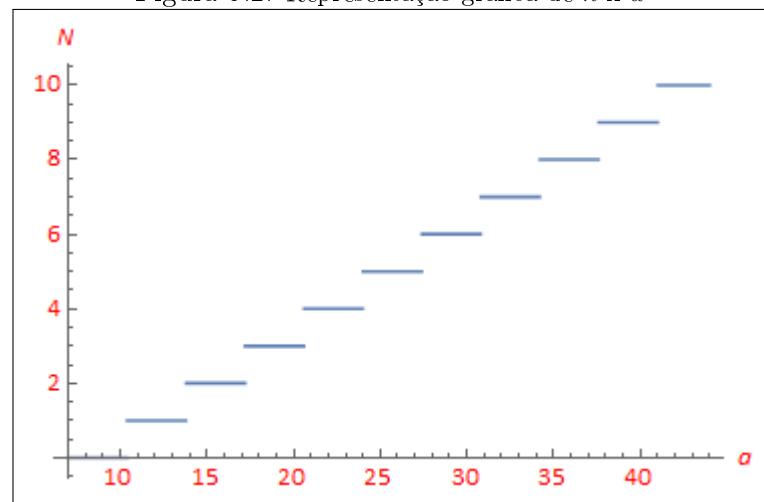
Por outro lado, foi constatado que a Eq. 5.6 apresenta as seguinte condições:

$$n = \begin{cases} 0, & \text{se } a = 7 \\ \left\lfloor \frac{a - 7}{3,4} \right\rfloor, & \text{se } a > 7 \end{cases} \quad (5.7)$$

onde a parcela $\left\lfloor \frac{a - 7}{3,4} \right\rfloor$ corresponde ao arredondamento de $\frac{a - 7}{3,4}$ para baixo, ou seja, é a parte inteira maior que ou igual a $\frac{a - 7}{3,4}$. Esse número define a quantidade de canteiros que podem ser construídos dentro da Mandala.

Analisando a Eq. 5.7, nota-se que só é possível construir o primeiro canteiro a partir de $7,0m$ de largura do terreno. A figura 5.2 mostra a quantidade de canteiros em função da largura do terreno. Como se pode observar, o eixo horizontal indica por a representa a largura do terreno enquanto que o eixo vertical indica por n representa a quantidade de canteiro construídos. O resultado de n versus a são segmentos de reta que correspondem a parte inteira da expressão 5.7.

Figura 5.2: Representação gráfica de $n \times a$



Fonte: AUTOR, 2019.

Por outro lado, usando o resultado da Eq. 5.4 para o cálculo da área total do terreno no qual a Mandala está inscrita, tem-se:

$$\begin{aligned} A &= a^2 \\ A &= (40,68)^2 \\ A &= 1.654,86 \text{ m}^2 \end{aligned} \quad (5.8)$$

Tendo em vista que $1 \text{ ha} = 10.000 \text{ m}^2$ (ha \rightarrow hectares), o resultado apresentado pela Eq.

5.8 é em torno de 0,16 *ha*, que é menor do 0,5 *ha* apresentado pelo o esquema da figura 5.1. Vale salientar que aqui foi desprezado a área destinada a pastagem que é apresentado na figura 5.1.

Em conformidade com FBB (2009), é possível estabelecer as seguintes metas:

[...] para atender uma família de cinco pessoas, a área a ser escolhida deve apresentar as seguintes características:

1. Os terrenos das hortas circulares e do galinheiro central devem ser planos;
2. Área em torno de 5.000 *m* quadrados ou 0,5 *ha*;
3. Presença de luz solar na maior parte do dia;
4. Espaço para expansão até 10 canteiros circulares, além dos três iniciais que serão instalados;
5. Fonte de água próxima, com condições para encher a caixa d'água a fim de fazer funcionar por gravidade o sistema de irrigação por gotejamento (FBB, p. 8, 2009).

Essas são as condições primordiais para atingir boa produtividade na Mandala e assim, obter ótimos rendimentos. Neste contexto, entende-se ainda que a Mandala apresenta as seguintes vantagens: menor utilização de água para irrigação; menor ocorrência de plantas daninhas e pragas; melhor aproveitamento do espaço; o sistema é orgânico; a qualidade dos produtos é maior em comparação ao sistema tradicional; é econômico; necessita de pouca mão de obra; pode ser explorado também em escala comercial.

De forma geral, é de se esperar que qualquer canteiro que possua um certo tipo de curvatura apresente essa característica em comparação com canteiros retos. Além disso, canteiros retos necessitam de grandes extensões de áreas para a produção desejada, já que são compridos e sem variação de diversidade de culturas. Por outro lado, canteiros em forma de Mandala necessitam de uma área menor, pois a produção é mais concentrada e diversificada levando assim a maior produtividade.

Nesta perspectiva de produtividade no sistema Mandala, este trabalho teve como norte analisar a importância da modelagem matemática para o levantamento dos tipos de culturas mais negociadas na região do semiárido paraibano. De acordo com pesquisa de campo realizada em feiras agroecológicas na cidade de Cajazeiras - PB, observa-se que as culturas mais negociadas são: cenoura, alface, coentro, mamão, banana, pimentão, tomate, macaxeira, couve, acerola, milho e feijão.

Com base neste levantamento das culturas negociadas, foi construída uma tabela onde mostra as distâncias entre mudas e a distância entre as fileiras de cada tipo de cultura abordada. Essa tabela é resultado da análise e estudo de banco de dados de artigos e pesquisas realizados em (EMBRAPA, 2019), (CURSOS CPT, 2019) e (INFO.HORTAS, 2019) como mostra a tabela 5.1.

Os valores apresentados nesta tabela foram de fundamental importância na elaboração do modelo matemático para a otimizar o sistema de produção na Mandala. Além disso, é possível perceber a existência de outras culturas que são semeadas diretamente em canteiros definitivos sem a necessidade de mudas, tais como o cultivo do coentro, feijão, milho e cenoura.

Outro fator importante para ser observado é a grande variedade de propriedades e características de cada cultura. Sendo assim, entende-se que não seria possível estabelecer um

Tabela 5.1: Distâncias entre mudas e fileiras medidas em metros (m)

Cultura	Distância entre mudas	Distância entre fileiras
Cenoura	0,15	0,20
Alface	0,30	0,35
Coentro	***	0,10
Pimentão	0,40	1,0
Milho	0,50	1,0
Feijão	0,50	1,0
Tomate	0,50	1,0
Macaxeira	0,60	1,0
Mamão	1,0	1,0
Banana	2,0	2,5
Acerola	3,0	3,0
Couve	0,30	1,0

Fonte: Embrapa (2019), Cursos CPT (2019) e Horta.info (2019).

panorama geral que englobasse a produtividade de todas as culturas que foram utilizadas neste trabalho.

Nessa perspectiva, percebe-se que dentre as culturas apresentadas na tabela 5.1, a escolha para o estudo da construção do modelo matemático foi o do Aipin ou macaxeira como é conhecida aqui no sertão paraibano. Além disso, a tabela mostra que o espaçamento entre duas “ruas” para o plantio da macaxeira deve ser, no mínimo, de $1,0\text{ m}$ e que cada pé deve estar distanciado um do outro em cerca de $0,60\text{ m}$ na mesma fileira. Sendo assim, esta escolha é de grande relevância pois o consumo da mesma é bem maior por parte da população.

Conforme os valores mostrados na tabela 5.1, percebe-se que para o plantio da macaxeira a distância entre fileiras é de $Y = 1,0\text{ m}$ e que a largura do canteiro é de $L = 1,2\text{ m}$. Substituindo esses valores na Eq. 4.20, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 N_f &= \left[\frac{1,2}{1,0} \right] \\
 N_f &= [1,2] \\
 N_f &= 2
 \end{aligned}
 \tag{5.9}$$

ou seja, com essas medidas é possível ter no máximo 2 fileiras para o plantio da macaxeira neste canteiro.

Nesse contexto, vale enfatizar que o cálculo do número de fileiras varia tanto com a largura do canteiro como pelo o tipo de cultura a ser cultivada, pois existem canteiros que comportam mais de uma fileira. Essas variações se dão pelo fato que diferentes culturas têm seus espaços de plantio diferenciados. Deve-se ressaltar ainda que a violação destes espaços pode influenciar significativamente na produção destes canteiros, ou seja, o simples fato de aumentar ou diminuir as distâncias entre as fileiras pode levar há uma variação na produtividade final. Nesta perceptiva, é sempre importante ter em mente os padrões ideais de cultivo para cada

cultura o que é enfatizado na tabela 5.1

Com isso, tendo em vista os valores mostrados na tabela 5.1 para o cultivo da macaxeira e escolhendo o terceiro canteiro de produtividade da Mandala, têm-se:

I) Distância da primeira fileira em relação ao centro da Mandala:

$$\begin{aligned} r &= (2,5 + 1,0 + 1,2 + 0,5 + 1,2 + 0,5)m \\ r &= 6,9m \end{aligned} \quad (5.10)$$

II) Distância da segunda fileira em relação ao centro da Mandala:

$$\begin{aligned} R &= (2,5 + 1,0 + 1,2 + 0,5 + 1,2 + 0,5 + 1,2)m \\ R &= 8,1m \end{aligned} \quad (5.11)$$

III) Espaçamento entre mudas:

$$d_m = 0,60m(\text{ver tabela 5.1.}) \quad (5.12)$$

Mediante a essas informações, foi possível obter os números de mudas existente no terceiro canteiro da Mandala a partir da Eq. 4.13. Além disso, conforme os resultados já apresentados, o terceiro canteiro comporta no máximo 2 fileiras para o cultivo da macaxeira. Conforme essas observações, obteve-se o seguinte resultado:

$$\begin{aligned} N_m &= 2\pi \frac{(6,9 + 8,1)}{0,60} \\ N_m &= 157,08 \end{aligned} \quad (5.13)$$

isto é, aproximadamente 157 mudas podem ser plantadas neste canteiro.

De maneira geral, dependendo da distância em relação ao centro da Mandala, o resultado da Eq. 5.13 muda conforme a variação de R e r . Com efeito, reescrevendo a Eq. 5.13 em função de R e r , isto é, $N_m = f(R, r)$ tem-se como resultado:

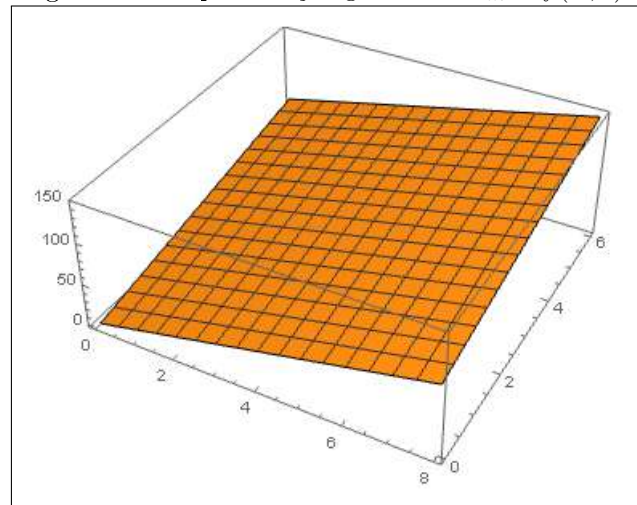
$$\begin{aligned} N_m &= \frac{2\pi}{0,60}(R + r) \\ N_m &= \frac{10}{3}\pi(R + r) \end{aligned} \quad (5.14)$$

A Eq. 5.14 tem como resposta um plano de distribuição de mudas que varia conforme a variação de r e R . Como se pode observar, a curva de resposta aumenta conforme r e R aumentam. De fato, essa variação mostra que quanto maior for a distância entre r e R , mais largo é o canteiro e portanto, mais mudas deverá suportar.

Conforme é mostrado na figura 5.3, o gráfico corresponde a uma representação tridimensional da Eq. 5.14. Como pode-se observar, R varia entre 0 e 8,1, isto é, $R \in [0; 8,1]$ e r varia entre 0 e 6,9, isto é, $r \in [0; 6,9]$. Com isso percebe-se que tanto R como r sofre variações lineares conforme é descrito na Eq. 5.14. Enquanto isso, N_m representa o plano que indica as

distribuições das mudas ao longo do canteiro.

Figura 5.3: Representação gráfica de $N_m = f(R, r)$.



Fonte: AUTOR, 2019.

No tocante a área de cultivo, a distribuição de mudas se dará na perspectiva da razão entre a área do canteiro e a área de plantio da muda. Considerando o fato de que a área plantada onde está a muda tem um formato circular, é de se presumir que esse espaço tem um área em torno de $0,35 m^2$. Isso se deve ao fato de que a distância máxima entre as mudas é de $0,60 m$ na mesma fileira, logo essa região onde se localiza a muda terá de ter um raio de no máximo $30 cm$ para que não haja interferência no plantio da outra muda. Com isso, entende-se que a área de plantio de cada muda terá como área o seguinte valor:

$$A_m = 0,35 m^2 \quad (5.15)$$

Logo, substituindo os valores das Eqs. 5.10, 5.11, 5.15 na 4.16, tem-se:

$$\begin{aligned} N_m &= \frac{\pi(8,1^2 - 6,9^2)}{0,35} \\ N_m &= 161,7 \end{aligned} \quad (5.16)$$

ou seja, o resultado obtido nesta equação foi em torno de 161 mudas no canteiro.

Comparando os resultados apresentados nas Eqs. 5.13 e 5.16 percebe-se que existe uma diferença em torno de 4 mudas. Essa diferença se deve pelo fato de que o resultado apresentado na Eq. 5.16 mostra que as mudas são distribuídas tanto dentro como na margem do canteiro enquanto que o resultado apresentado na Eq. 5.13 nos fornece a quantidade de mudas contidas apenas nas fileiras internas do canteiro. Sendo o foco de estudo as quantidades de mudas contidas nas fileiras, o resultado utilizado vai ser da Eq. 5.13. Por outro lado, seria interessante usar a Eq. 4.16 para o cálculo da quantidade de mudas para o cultivo da cenoura que, neste caso, envolveria tanto as mudas internas quanto as que ficaria na margem.

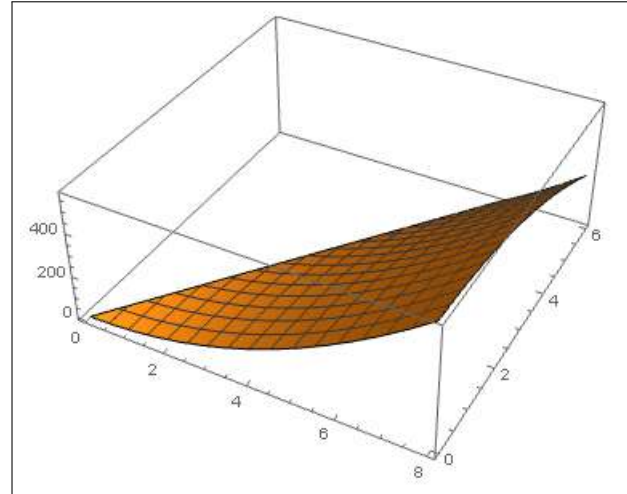
Contudo, reescrevendo a Eq. 5.16 em função de R e r , isto é, $N_m = f(R, r)$, obteve-se:

$$N_m = \frac{\pi(R^2 - r^2)}{0,35} \quad (5.17)$$

$$N_m = \frac{20}{7}\pi(R^2 - r^2)$$

A figura 5.4 mostra a representação gráfica da Eq. 5.17. Como pode-se observar, R varia entre 0 e 8,1, isto é, $R \in [0; 8,1]$ e r varia entre 0 e 6,9, isto é, $r \in [0; 6,9]$. Com isso percebe-se que tanto R como r sofre variações quadrática conforme é descrito na Eq. 5.17. Enquanto isso, N_m , representa a superfície curvada que indica as distribuições das mudas ao longo da área do canteiro.

Figura 5.4: Representação gráfica de $N_m = f(R^2, r^2)$.



Fonte: AUTOR, 2019.

A partir da observação e análise da figura 5.4 percebe-se que a distribuição de mudas varia em função da área e mostra que quanto maior for a área do canteiro maior será a quantidade de mudas por metro quadrado (*mudas/m²*). Isso pode ser constatado com o comportamento crescente da curva mostrada pelo gráfico.

Diante do que foi exposto, o próximo passo é analisar a produtividade da macaxeira no terceiro canteiro do sistema Mandala. Nesta perceptiva, foram levantados dados acerca das seguintes características: tamanhos, pesos e espessuras.

O que foi constatado em pesquisas realizadas é que não há um padrão específico entre os parâmetros do tipo: peso, número de raiz por pé, espessura e comprimento das raízes de macaxeira. Isso de fato dificulta estabelecer, forma efetiva, a construção da modelagem matemática que englobe todas essas variações destes parâmetros.

Uma saída plausível para este caso foi considerar as médias dos parâmetros peso e número de raiz por pé. Assim, com base neste procedimento, foi possível estabelecer padrões que auxiliou no cálculo da produtividade da macaxeira.

De início, foi preciso estimar o peso de um pé de macaxeira. Sendo assim, aplicando a Eq. 4.23 chegou-se ao seguinte resultado:

$$P_{\text{peso/pe}} = \sum_{i=1}^n P_{\text{peso/raiz}} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_n \quad (5.18)$$

onde $P_{\text{peso/pe}}$ é o peso do pé de macaxeira e $P_{\text{peso/raiz}}$ peso de cada raiz do mesmo pé. A Eq. 5.18 indica que o peso do pé de macaxeira é calculado pela soma dos pesos individuais de n raízes presentes no pé.

Com esse procedimento, foi constatado a seguinte dificuldade: Como estabelecer com precisão o peso exato de cada pé de macaxeira sabendo que as raízes variam de tamanho e espessura? Como proposta de solução foi aplicar a mesma estratégia discutida anteriormente: definir o peso médio de cada uma raiz.

De acordo com o banco de artigos analisados (Embrapa, 2019), (Cursos CPT, 2019) e (Info.Hortas, 2019), a quantidade de raízes em cada pé de macaxeira é variável e não tem um padrão fixo de contagem. Dessa forma, com os valores pesquisados neste banco de dados, foi estimado que essa quantidade pode ser obtida a partir da média geral das quantidades de raízes presente em cada pé de macaxeira. Com isso, estimou-se que a quantidade média de raízes em cada pé foi em torno de 10. Com base nisso, reescrevendo a Eq. 5.18, obteve-se:

$$P_{\text{peso/pe}} = \sum_{i=1}^{10} P_{\text{peso/raiz}} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_{10} \quad (5.19)$$

Além disso, o peso total de toda a produção no canteiro foi definido da seguinte forma:

$$P_{\text{total}} = P_{\text{peso/pe}} \cdot N_{\text{pes}} \quad (5.20)$$

Com efeito, correlacionando as Eqs. 5.19 e 5.20, obteve-se:

$$P_{\text{total}} = N_{\text{pes}} \cdot \left(\sum_{i=1}^{10} P_{\text{peso/raiz}} \right) \cdot \quad (5.21)$$

Este resultado tem sua importância imediata pois reflete diretamente no ganho estimado com a produção. De fato, reescrevendo a Eq. 4.26, obtêm-se:

$$G_e = N_{\text{pes}} \cdot P_{\text{total}} \cdot p \quad (5.22)$$

Neste resultado foi considerado que $n = N_{\text{pes}}$, ou seja, a quantidade de unidade de produção equivale ao número de pés de macaxeira cultivado no canteiro da Mandala. Assim, substituindo a Eq. 5.21 na Eq. 5.22 obteve-se o seguinte resultado:

$$\begin{aligned} G_e &= N_{\text{pes}} \cdot \left(\sum_{i=1}^{10} P_{\text{peso/raiz}} \right) \cdot p \\ G_e &= N_{\text{pes}} \cdot P_{\text{peso/pe}} \cdot p \end{aligned} \quad (5.23)$$

onde $P_{\text{peso/pe}} = \sum_{i=1}^{10} P_{\text{peso/raiz}}$.

A Eq. 5.23 mostra o ganho estimado com a produção de macaxeira em um canteiro

qualquer da Mandala em conformidade com o número de pés N_{pes} , peso do pé $P_{peso/pe}$ e o preço de mercado p .

Em consonância com as pesquisas realizadas em (Embrapa, 2019), (Cursos CPT, 2019) e (Info.Hortas, 2019), constatou-se também que o peso médio de cada raiz de macaxeira gira em torno de 800 g . Esse valor é fortemente influenciado pelo diâmetro (espessura) e comprimento da raiz. Por questão de simplificação, esses parâmetros não foram incorporados no cálculo do peso da mesma, uma vez que o modelo proposto pela Eq. 5.21 se tornaria mais complexo e com bastante particularidades a serem analisadas. Para tanto, ainda há a questão da qualidade do solo e da disponibilidade de água que também influencia diretamente no peso da raiz de macaxeira. Enfim, evitando correlações extensivas de todas as variáveis envolvida no peso, foi usado apenas o peso médio para cada raiz.

Como já foi estimado, cada pé de macaxeira possui, em média, 10 raízes e que cada raiz possui um peso médio em torno de $800\text{ g} = 0,8\text{ kg}$. Logo, usando a Eq. 4.24, estima-se que o peso médio individual de cada pé de macaxeira é algo que varia em torno de:

$$\begin{aligned} P_{peso/pe} &= 10 \cdot 0,800 \\ P_{peso/pe} &= 8,0\text{ kg} \end{aligned} \quad (5.24)$$

Além dos estudos e observações realizadas em (Embrapa, 2019), (Cursos CPT, 2019) e (Info.Hortas, 2019), também foram realizadas consultas em feiras livres e supermercados locais, a fim saber o preço médio do quilograma de macaxeira. Em atuais condições de mercado, foi constatado que o preço do quilograma da macaxeira é em torno de $R\$3,00$ o kg .

Em suma, substituindo $P_{peso/pe} = 8,0\text{ kg}$ (Eq. 5.24), $N_{pes} = 157,8$ (resultado da Eq. 5.13) ¹, $p = R\$3,00$ reais na Eq. 5.23, chegou-se ao seguinte resultado:

$$\begin{aligned} G_e &= (157,8) \cdot (8,0) \cdot (3,00) \\ G_e &= 3.787,20\text{ reais.} \end{aligned} \quad (5.25)$$

Esse é o ganho estimado com a venda de toda a produção da macaxeira no terceiro canteiro de produtividade da Mandala. O resultado fornecido pela Eq. 5.25 aponta para alguns aspectos importantes:

1. Esse possível ganho estimado obtido pode se dar em intervalo de tempo variável, isto é, pode acontecer em menos tempo ou mais tempo dependendo da oferta e da procura. De fato, existe o fator concorrência que influencia diretamente no preço final da macaxeira, ou seja, quando a oferta varia para mais ou para menos; a tendência é que o preço final seja diferente dos 3.787,20 reais calculado. Isso depende muito de qual época do ano e da disponibilidade de água para a produção no sistema Mandala.
2. O valor encontrado reflete no aspecto geral de produção, ou seja, não foram incluídos os possíveis gastos oriundos com a produção por questões de simplificações do modelo. De fato, seria necessário um refinamento dos parâmetros apresentados acrescentando outras

¹Aqui foi considerado que o número total de mudas N_m no terceiro canteiro corresponderia ao número de pés N_{pes} crescidos sem que houvesse alguma perda

variáveis tais como: insumos, mão de obra e transporte, o que de certa forma daria maior previsibilidade no cálculo do ganho estimado G_e . No entanto, por questões de simplificação, este trabalho se deteve apenas no valor geral arrecadado sem levar em conta os gastos provenientes com a produção.

3. Em linhas gerais, qualquer que fosse a abordagem matemática adotada, sempre se faz necessário os encadeamentos de processos que começa com o levantamento das hipóteses pra depois testá-las conforme as necessidades do problema. Neste trabalho, o ganho estimado G_e foi definido a partir de uma séries de construções matemáticas que começaram com as medidas das dimensões da Mandala pra depois chegar na questão da produtividade real com base no número de pés N_{pes} que o canteiro poderia comportar. É de se perceber, que em todas as etapas de desenvolvimento, as medidas foram justificadas dentro do escopo do modelo proposto.

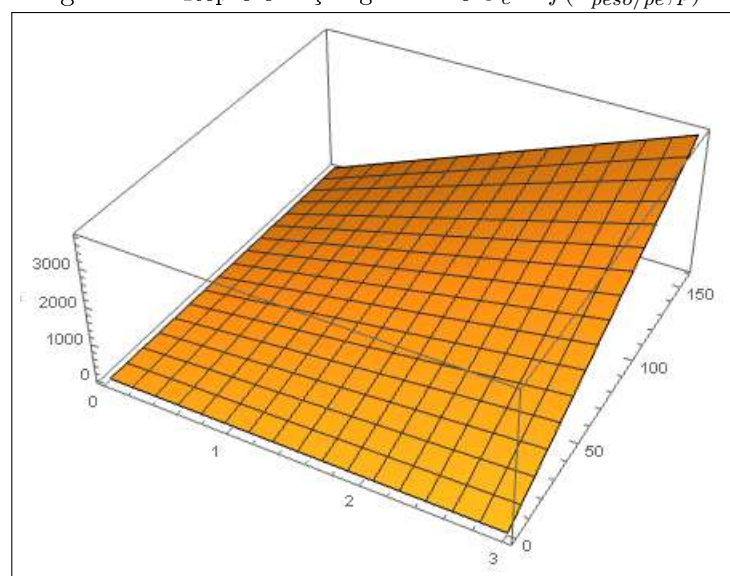
Com base nestas explicações, explicitando o ganho estimado G_e em termos do peso de cada pé de mandioca $P_{peso/pe}$ e o preço p por do quilograma, convém de estabelecer a função $G_e = f(P_{peso/pe}, p)$. Para efeito de explicação, reescrevendo a Eq. 5.22 em função de $P_{peso/pe}$ e p obteve-se:

$$G_e = 157,8 \cdot p \cdot P_{peso/pe} \quad (5.26)$$

$$G_e = 157,8pP_{peso/pe}$$

Este resultado representado graficamente na figura 5.5.

Figura 5.5: Representação gráfica de $G_e = f(P_{peso/pe}, p)$.



Fonte: AUTOR, 2019.

Como se pode perceber, $P_{peso/pe}$ varia entre 0 e 8, isto é, $P_{peso/pe} \in [0, 8]$ e p varia de 0 até 3, isto é, $p \in [0, 3]$. Além disso, a curva $f(P_{peso/pe}, p)$ representa a expansão crescente do ganho estimado em reais termos de variação de do número de pés $P_{peso/pe}$ e o preço p . Vale salientar que os resultados apresentados na expressão 5.26 são passíveis de alterações conforme

a política de preço do mercado da macaxeira. Como já foi ressaltado, o ganho estimado terá seu valor condicionado as variações climáticas, tipos de solo e os cuidados aplicados durante o plantio até a colheita da macaxeira.

Diante do que foi exposto, a modelagem desenvolvida neste capítulo foi baseada nas referências FBB (2009); Dolce & Pompeo (2013) e Burak (1987). Dessa forma, entende-se que as equações deduzidas para a produtividade no sistema Mandala foi resultado da análise criteriosa desenvolvida a partir das informações obtidas. E com isso, buscar o valor real da produtividade para qualquer tipo de cultura cultivada. Dentre as culturas analisadas, este trabalho deu ênfase ao estudo do cultivo da macaxeira.

Nesta perspectiva, a modelagem matemática desenvolvida neste trabalho seguiu um roteiro de testes e simulações de resultados tendo em vista a necessidade de se fazer uma avaliação precisa do quanto os pequenos agricultores rurais podem lucrar quando utilizam o sistema Mandala de produção como meio de subsistência.

Todavia, é preciso ter em mente que toda a modelagem desenvolvida se baseia no cenário controlado em que todas as medidas são respeitadas e sem que haja perdas na produção.

Além disso, percebeu-se o quanto é importante a aplicação da modelagem matemática quando se pretender mensurar valores dentro de certos critérios de medidas e assim favorecer o desenvolvimento de pensamento crítico perante as condições impostas pelo semiárido paraibano.

6. CONCLUSÃO

Ao término deste trabalho, após a revisão bibliográfica e análise dos resultados vimos a importância de ressaltar as contribuições trazidas pelo o uso da modelagem matemática como recursos de desenvolvimento.

Ao longo da pesquisa ficou evidente que o uso da modelagem matemática contribui como recurso de desenvolvimento de estratégia para um melhor aproveitamento da área do terreno para o cultivo de várias culturas no sistema Mandala. Sendo assim, respeitando as medidas corretas das dimensões dos canteiros e das distâncias entre as mudas chegaram-se aos resultados que foram apresentados e justificados.

Nesse contexto, como vimos anteriormente, no decorrer do trabalho que dentre as culturas elencadas na pesquisa, a de objeto de estudo foi o cultivo da macaxeira, como é regionalmente denominada no sertão do semiárido paraibano. Assim, partindo da análise das características desta cultura, foi criada toda a modelagem matemática necessária que justificou a importância do cultivo da mesma tendo em vista as condições ambientais e de valor de mercado. Além disso, foi desenvolvida toda a análise de dados a partir do plantio até a coleta; na qual se buscou correlacionar a curvatura do canteiro circular com o perfil produtivo da cultura em questão.

Com efeito, a análise matemática discutida nesta pesquisa acerca da produtividade da macaxeira trouxe a tona a questão de como se pode obter boa produtividade tendo em vista vários tipos de culturas cultivadas em um único espaço disponível. Cada espaço ocupado por um tipo de cultura corresponderá uma outra produtividade em questão e assim, somam-se as produtividades individuais de cada cultura para depois ter uma noção do ganho real obtido com a produção na Mandala.

Como foi observado, entende-se a importância de se criar um modelo matemático para responder de maneira satisfatória ao problema proposto. Dessa forma, independe de qual tipo de cultura seja cultivada no sistema Mandala, o modelo matemático justifica substancialmente a melhor estratégia de produção que melhor aproveite as dimensões do terreno em consonância com a produtividade.

Outro fator importante que foi respaldado é que o sistema Mandala apresenta as seguintes vantagens: menor utilização de água para irrigação; aproveitamento máximo da área do terreno; o sistema é orgânico; a qualidade dos produtos é maior em comparação ao sistema tradicional; é econômico; necessita de pouca mão de obra e pode ser explorado também em escala comercial.

Além disso, foi possível constatar que plantar em canteiros curvilíneos comportam mais mudas do que fazendo o plantio convencional (cultivo retilíneo). Uma plantação convencional necessita de grandes extensões de áreas para a produção desejada, já que os canteiros são retos, compridos e sem diversidade alguma. Já no sistema Mandala, necessita-se de uma área menor, pois a produção é mais concentrada e diversificada, o que ajuda no controle natural de pragas e no acúmulo de nutrientes no solo, facilitando o trabalho de manutenção do sistema.

Diante dos problemas encontrados vimos a necessidade da implantação de medidas relevantes que possam dar uma contribuição efetiva. Dessa forma, chegamos a conclusão da importância de projeto voltado para agricultura sustentável que possa contribuir com os produtores

rurais.

Portanto, a pesquisa foi de grande relevância no tocante a obtenção e análises dos dados, pois concretizou a possibilidade de relacionar produtividade do sistema Mandala em consonância com a modelagem matemática tendo em vista o objetivo proposto nesta pesquisa. Além disso, essa pesquisa vai trazer informações relevantes para os futuros pesquisadores onde os mesmos poderão agregar esse tema as suas bases de dados para futuras pesquisas.

Referências

- [1] ALÍPIO, Maria Aparecida de Sousa. *O sistema de produção de Mandalas implantado no assentamento Acauã no município de Aparecida – PB*. Monografia (Trabalho de conclusão de curso Licenciatura em Geografia), Universidade Federal de Campina Grande, Cajazeiras – PB, 2015.
- [2] ALVES, Arilde Franco, SOUSA, Cynthia Alves de. *Mandalla: Tecnología social sostenible en áreas manejadas por campesinas Quilombolas*. IV Congreso Latinoamericano de Agroecología – SOCLA Universidad Nacional Agraria La Molina 10 – 12, septiembre de 2012, Lima, Perú.
- [3] ASA - Articulação Semiárido Brasileiro. *AÇÕES - P1+2*. Boletim Eletrônico. Disponível em: <http://www.asabrasil.org.br/acoes/p1-2#objetivo-p1-2>. Acesso em 08/12/2018.
- [4] AZEVEDO, Sandra Raquew dos. Rocha Tereza Raquel Arraes. *Canteiro econômico*. PATAC - Programa de Aplicação de Tecnologias Apropriadas às Comunidades, Soledade (PB), 17/04/2018. Disponível em: <http://agroecologiaemrede.org.br/experiencias.php?experiencia=145>. Acesso em: 19/12/2018.
- [5] BEAN, Dale. *O que é modelagem matemática?*. Educação matemática em revista, São Paulo, ano 8, n. 9/10, p. 49-57, abr. 2001
- [6] BURAK, Dionísio. *Modelagem Matemática: uma metodologia alternativa para o ensino de matemática na 5ª série*. Rio Claro-SP, 1987. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – IGCE, Universidade Estadual Paulista Júlio Mesquita Filho-UNESP.
- [7] CIFUENTES, José Carlos; NEGRELLI, Leônia Gabardo. *Uma Interpretação Epistemológica do Processo de Modelagem Matemática: implicações para a matemática*. Bolema, Rio Claro (SP), v. 26, n. 43, p. 791-815, ago. 2012.
- [8] CNNPV. Poço Verde em 1 Lugar. *Canteiro Econômico é ensinado aos moradores do Jacurici*. Disponível em <http://cnnpv.blogspot.com/2016/01/canteiro-economico-e-ensinado-aos.html>. Acessado em 09/12/18.
- [9] DOLCE, Osvaldo; POMPEO, José Nicolau. *Fundamentos da Matemática Elementar: geometria plana*. Volume 09, 9ª edição, Atual editora, 2013.
- [10] FBB – Fundação Banco do Brasil. *PAIS - Produção Agroecológica Integrada e Sustentável: mais alimento, trabalho e renda no campo*. Brasília: Fundação Banco do Brasil, 2009.
- [11] LOPES, Luís. *Manual das funções exponenciais e logarítmicas*. Rio de Janeiro: Interciência, 1998.
- [12] MARTINS, SILVA, et al. XXI Encontro Nacional de Geografia Agrária Territórios em Disputa: Os desafios da Geografia Agrária nas condições do desenvolvimento brasileiro. *O Sistema Mandala de Produção de Alimentos: Uma Estratégia para o Desenvolvimento da Agricultura Familiar*. Uberlândia - MG, 15 a 19 de outubro de 2012. Disponível em http://www.lagea.ig.ufu.br/xxlenga/anais_enga_2012/eixos/1397_1.pdf Acessado em 09/12/18.
- [13] SANTOS, Odilani Sousa dos. *A sustentabilidade através da horta escolar: um estudo de caso*. João Pessoa, 2014.

-
- [14] SEGURA, Claudia Santos Codato. *Modelagem Matemática Na Formação Continuada De Professores*. Secretaria de Educação do Paraná. Disponível em http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/producoes_pde/artigo_claudia_santos_codato_segura.pdf. Acesso em 04/12/18.
- [15] SOUSA, Fernanda Sicupira de. *Uma análise sobre o projeto Mandalas implantado na comunidade assentamento Acauã no município de Aparecida – PB*. Monografia (Trabalho de conclusão de curso, licenciatura em de Geografia), Universidade Federal de Campina Grande, Cajazeiras – PB, 2014.