INSTITUTO FEDERAL
Paraíba
Campus Campina Grande

ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

LINDOMÁRIO LIMA ROCHA

LOGARITMOS: CONCEITO, HISTÓRIA, APLICAÇÕES E ENSINO

CAMPINA GRANDE - PB

2021

LINDOMÁRIO LIMA ROCHA

LOGARITMOS: CONCEITO, HISTÓRIA, APLICAÇÕES E ENSINO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Especialização em Ensino de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Salomão Pereira de Almeida

LINDOMÁRIO LIMA ROCHA

LOGARITMOS: CONCEITO, HISTÓRIA, APLICAÇÕES E ENSINO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no Curso de Especialização em Ensino de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Salomão Pereira de Almeida

Aprovado em: 10/06/2021

BANCA EXAMINADORA

Salomão Pereira de Almeida

Prof. Dr. Salomão Pereira de Almeida
Orientador – Instituto Federal da Paraíba

Prof. Me. Herede Norões Botelho
Examinador – Rede Pública e Particular de Ensino

Prof. Dr. Jonathas Jerônimo Barbosa
Examinador – Instituto Federal da Paraíba

"A descoberta acontece na mente dos que se dedicam ao estudo disciplinado."

(Robison Sá)

RESUMO

Este trabalho aborda o conceito de logaritmo, a história do seu surgimento, algumas aplicações e apresenta uma proposta didática para o seu ensino, a fim de mostrar sua importância tanto para a vida cotidiana como profissional. Há indícios de que o conceito de logaritmo já era usado desde os tempos da Babilônia. Durante anos, vários matemáticos contribuíram para o seu desenvolvimento, dentre eles se destacam John Napier, Henry Briggs e Leonhard Euler. Inventado para simplificar cálculos, transformando multiplicações e divisões em adições e subtrações, os logaritmos não perderam sua utilidade pelas modernas calculadoras e computadores, pois suas regras operatórias facilitam os cálculos feitos de forma manual. Ao final deste trabalho, sugere-se que o ensino de logaritmo deve ser reestruturado, baseado na interdisciplinaridade, com foco em aplicações nas mais diversas áreas e não somente na própria Matemática, a fim de mostrar a importância deste conteúdo.

Palavras-chave: Logaritmo, História, Aplicações, Ensino.

ABSTRACT

This work addresses the concept of logarithm, the history of its emergence, some applications and presents a didactic proposal for its teaching, in order to show its importance for both daily and professional life. There are indications that the concept of logarithm has been used since Babylonian times. For years, several mathematicians contributed to its development, among them stand out John Napier, Henry Briggs and Leonhard Euler. Invented to simplify calculations, transforming multiplications and divisions into additions and subtractions, logarithms have not lost their usefulness with modern calculators and computers, as their operating rules facilitate calculations made manually. At the end of this work, it is suggested that the teaching of logarithm should be restructured, based on interdisciplinarity, with a focus on applications in the most diverse areas and not only in Mathematics itself, in order to show the importance of this content.

Keywords: Logarithm, History, Applications, Teaching.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Os logaritmos, cujo significado é número estimado, surgiram a partir do final do século XVI quando um dos grandes desafios da matemática consistia em encontrar formas para facilitar os longos cálculos aritméticos (adição, subtração, multiplicação e divisão) com o intuito de diminuir ao máximo a possibilidade de erros (FREITAS, 2020).

Mota e Bonatti (2016) afirmam que, com os logaritmos é possível realizar multiplicações, divisões, extrações de raízes quadradas e cúbicas de grandes números de maneira mais simples do que se fosse realizar da forma tradicional que aprendemos na educação básica.

O estudo dos logaritmos integra um dos principais temas abordados no 1º ano do ensino médio. O seu uso é capaz de facilitar cálculos de matemática financeira, crescimento populacional, a energia liberada em um terremoto, intensidade sonora dentre outros.

No ensino de logaritmos, quer seja no ensino médio ou até mesmo em cursos de pré-cálculo, é notória a dificuldade que os alunos possuem em assimilar o conteúdo e utilizá-lo na resolução de exercícios e situações-problema. Tal fato torna-se um agravante para os indivíduos que ingressam em algum curso superior que exija esses conteúdos matemáticos como pré-requisitos de algum de seus componentes curriculares, como aqueles que possuem a disciplina de Cálculo Diferencial e Integral 1 no seu currículo (JUNIOR, 2020).

O advento da internet nas últimas décadas nos proporcionou o fácil acesso aos diversos meios de informação. Informação essa que é fundamental e indispensável para formação discente. A utilização da internet pode ajudar os alunos mostrando situações-problema e aplicações dos conteúdos para o seu dia-a-dia, mas às vezes isso acaba não acontecendo. De acordo com Mota e Bonatti (2016) tal problema está relacionado a pouca capacidade crítica e procedimental para lidar com a imensa quantidade de informações que o avanço dos recursos tecnológicos nos proporciona.

Diante deste cenário, este trabalho discutirá a dificuldade que os alunos apresentam em assimilar o conteúdo dos logaritmos. Será proposta de abordagem didática de logaritmos que permita ao aluno observar sua a importância através de suas aplicações nas mais diversas áreas de conhecimento.

2. JUSTIFICATIVA

Durante minha trajetória acadêmica, observei a insatisfação de alguns alunos com relação à disciplina de matemática e com o ensino de logaritmos. Tal fato estava intrinsicamente ligado ao fato de muitos não verem a necessidade de tal estudo para sua vida cotidiana e nem no desenvolvimento de sua atividade profissional. Se pensássemos como Junior (2020), alinhando o uso prático dos logaritmos, com o intuito de saber se um aluno sabe para que e onde eles possam ser utilizados, esta situação tão corriqueira de insatisfação não existiria.

Diante desta situação, vi a necessidade de pesquisar sobre o estudo dos logaritmos abordando situações práticas que envolvam o conteúdo com o intuito de desmistificar que o assunto de logaritmos não tem serventia.

3. OBJETIVOS

Geral

O presente trabalho tem como objetivo geral propor uma abordagem didática para o ensino dos logaritmos englobando suas aplicações nas mais diversas áreas de conhecimento.

Específicos

A presente pesquisa tem como objetivos específicos:

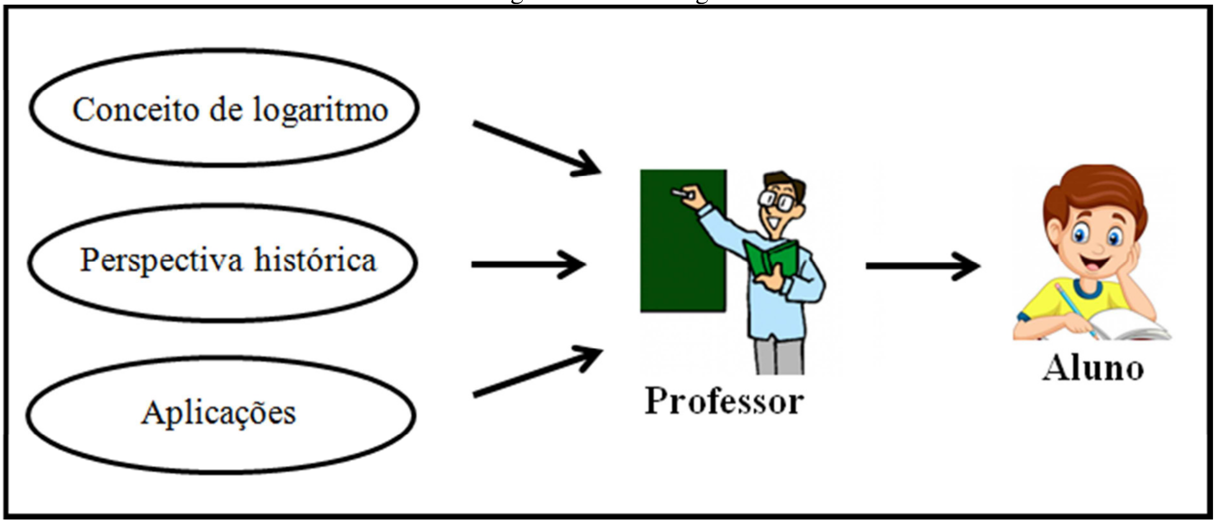
a) Investigar a história dos logaritmos;
b) Analisar a importância das aplicações matemáticas;
c) Mostrar as mais diversas formas de aplicações dos logaritmos.

4. METODOLOGIA

A partir do momento em que observei durante minha trajetória acadêmica a insatisfação de alguns alunos com relação ao ensino de logaritmos, vi a necessidade de estudar as aplicações dos mesmos com o propósito de mostrar a relevância do conteúdo para a vida cotidiana dos alunos. Pensei então em verificar as mais diversas situações que se podem aplicar logaritmos, com intuito de motivar alunos e instigá-los a aprender.

Dentro deste contexto, o presente trabalho trata-se de uma revisão bibliográfica, abordando o conceito de logaritmos e suas mais diversas aplicações no cotidiano como também as perspectivas históricas dos mesmos conforme demonstrado na figura 1.

Figura 1. Metodologia



Fonte: O autor

Para esse estudo foi realizada uma análise em monografias, dissertações, artigos científicos e documentos oficiais, tais como os Parâmetros Curriculares Nacionais e a BNCC.

Esta pesquisa se classifica mediante os seguintes aspectos:

a) Com base em seus objetivos: pesquisa exploratória, pois a pesquisa terá como objetivo procurar um padrão para melhorar o ensino de logaritmos de tal forma que os alunos saibam a importância de se estudar os mesmos. A finalidade da pesquisa é descobrir os melhores meios de ensinar logaritmos, mostrando a sua importância através das suas aplicações nas mais diversas áreas;

b) Com base nos procedimentos técnicos: pesquisa bibliográfica, considerando que a pesquisa será organizada com base em materiais de diversos autores.

5. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

5.1 LOGARITMO

Logaritmo é um assunto estudado na primeira série do ensino médio que será utilizado como ferramenta em outras disciplinas durante toda vida acadêmica do aluno. O referente assunto dentre outros assuntos da matemática gera dificuldades de entendimento por parte dos alunos. Dificuldade essa que é agravada por falta de uma abordagem histórica do conteúdo e que enfatize as aplicações em outras áreas, proporcionando uma interdisciplinaridade entre os conteúdos. A ausência de tal abordagem passa uma ideia negativa sobre o assunto como também da matemática como um todo.

Os logaritmos estão presentes nas mais diversas áreas de conhecimento tais como: matemática, física, biologia, química, medicina, geografia, etc. Portanto é um assunto que deve ser de fato aprendido pelo aluno no ensino médio, pois será bastante utilizado no decorrer da trajetória escolar como também profissional.

Definição de logaritmos: Dado $a > 0$ e $a \neq 1$, chamamos de logaritmo de x $(x > 0)$ na base a, o número y tal que $a^y = x$. Denotaremos y por: $y = \log_a x$ (FREITAS, 2020).

Calcular o logaritmo de um número consiste em descobrir qual é este número que servirá de expoente à base para obtermos o número dado (SILVA, 2016).

O estudo dos logaritmos é um dos assuntos mais importantes presente no currículo do ensino médio, pois com ele podemos facilitar muitos cálculos como potenciação, multiplicação, divisão, adição e subtração de números muito grandes o que poderia levar ao erro se feitos sem a noção de logaritmo. Por essa facilitação no cálculo ele possui diversas aplicações nas diversas áreas de conhecimento.

5.2 ORIGEM DO LOGARITMO

Os logaritmos foram apresentados no século XVI, por John Napier, escocês, matemático prático, que no desempenho de suas funções como administrador de terras e bens, tinha necessidade de cálculos com conceitos que na época ele chamou de logaritmos (do grego *logos* = números, *arritmos* = ritmos, um de seus estudos, foi por ele denominado: *Mirifici logarithmorum canonis descriptio* (Descrição da maravilhosa lei dos logaritmos). Desde então foram usados na matemática e em todas as ciências naturais de modo crescente e permanente (SILVA, 2016).

Os logaritmos foram criados como instrumentos para tornar mais simples cálculos aritméticos complicados. Antes do uso dos logaritmos os cálculos eram feitos através de relações trigonométricas. Entre os séculos XV e XVI os logaritmos foram bastante utilizados na astronomia e nas grandes navegações. Posteriormente verificou-se que a importância dos logaritmos na matemática e nas ciências em geral era bem maior do que se pensava. Com efeito, diversos fatos matemáticos, bem como vários fenômenos naturais e até mesmo sociais, podem ser expressos quantitativamente por meio de logaritmos (BRENER, 2013).

Euler é o grande herói, apresentado como o marco definitivo que separa a pré-história da história dos logaritmos, como aquele que separa o erro da verdade, a irracionalidade da racionalidade, como aquele que estabeleceu definitivamente a consistência, a objetividade, a harmonia e a beleza nesse campo da matemática (FIGUEIRA, 2017).

Segundo Mizael (2019), o logaritmo foi criado pelo matemático John Napier em 1614 com o objetivo simplificar o cálculo de um produto pelo de uma soma. Na época, a noção de função não existia e os logaritmos serviram de ferramenta para o desenvolvimento desse conceito definido por Euler somente em 1748. Para Napier, os logaritmos são números que correspondem a números proporcionais. Usa uma proporção geométrica, ou seja, (a, b, c, d) são em proporção geométrica se, e somente se, $ad = bc$, assim, a soma $log(a) + log(d) = log(b) + log(c)$.

Mizael (2019) também cita outro matemático de destaque, o Joost Bürgi em 1632, o qual criou logaritmos semelhantes aos de Napier, tentando simplificar as operações de multiplicação, divisão, raízes quadradas e cúbicas, colocando-as juntas em uma única tabela para logaritmos. Napier publicou a descoberta dos logaritmos em 1614, enquanto que as tabelas de logaritmos foram publicadas por Bürgi somente em 1620.

Os vestígios do surgimento dos logaritmos estão atrelados aos povos da antiguidade. Existem indícios de que os babilônios construíram tabelas logarítmicas e que Arquimedes, ao se deparar com números grandes, elaborou citações que tiveram importância na elaboração dos conceitos iniciais sobre logaritmos (SILVA, 2016).

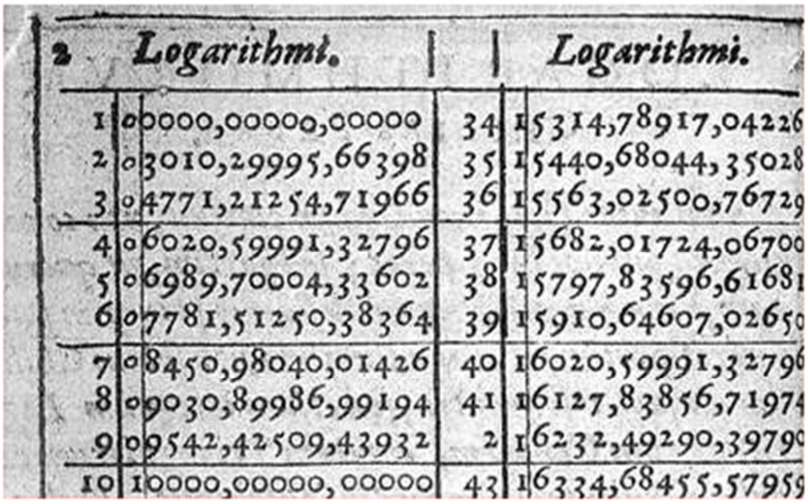
Os logaritmos surgiram entre o final da Idade Média e o começo da Idade Moderna quando ocorreu o início das atividades comerciais e, consequentemente, uma maior circulação de dinheiro. Tornou-se necessário encontrar uma forma de calcular números grandes de forma mais fácil com o intuito de eliminar prejuízos causados por erros de cálculos. A Astronomia também impulsionou o desenvolvimento dos logaritmos, pois esta se utiliza de números muito grandes (SILVA, 2016).

É comum os livros de ensino médio, os textos e trabalhos matemáticos excluírem os números reais negativos, definindo logaritmo como operações inversas de potenciação ou de função exponencial.

Com o surgimento das modernas calculadoras eletrônicas e dos computadores o uso dos logaritmos como instrumentos de cálculo caiu em desuso. Porém o ensino dos mesmos é importantíssimo, pois as variações exponenciais e logarítmicas modelam fenômenos e também são úteis para construção de algumas escalas como iremos verificar nos capítulos a seguir deste trabalho.

Os logaritmos foram organizados de várias formas para facilitar sua utilização. Uma destas formas foi organizá-los em tábuas de logaritmos decimais construída por Briggs, conforme Figura 2.

Figura 2. Primeira tábua de logaritmos decimais construída por Briggs



2	Logarithmi.		Logarithmi.
1	0 0000,00000,00000	34	1 5314,78917,04226
2	0 3010,29995,66398	35	1 5440,68044,35028
3	0 4771,21254,71966	36	1 5563,02500,76729
4	0 6020,59991,32796	37	1 5682,01724,06700
5	0 6989,70004,33602	38	1 5797,83596,61681
6	0 7781,51250,38364	39	1 5910,64607,02650
7	0 8450,98040,01426	40	1 6020,59991,32796
8	0 9030,89986,99194	41	1 6127,83856,71974
9	0 9542,42509,43932	2	1 6232,49290,39790
10	1 0000,00000,00000	43	1 6334,68455,57959

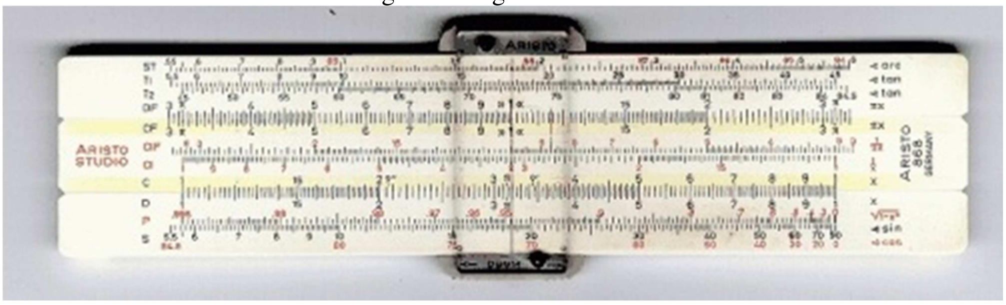
Fonte: KILHIAN (2011)

Outra forma de organizar os logaritmos seria através de réguas de cálculos, como mostram as figuras 3, 4, 5 e 6.

Figura 3. Régua de cálculo construída por John Napier

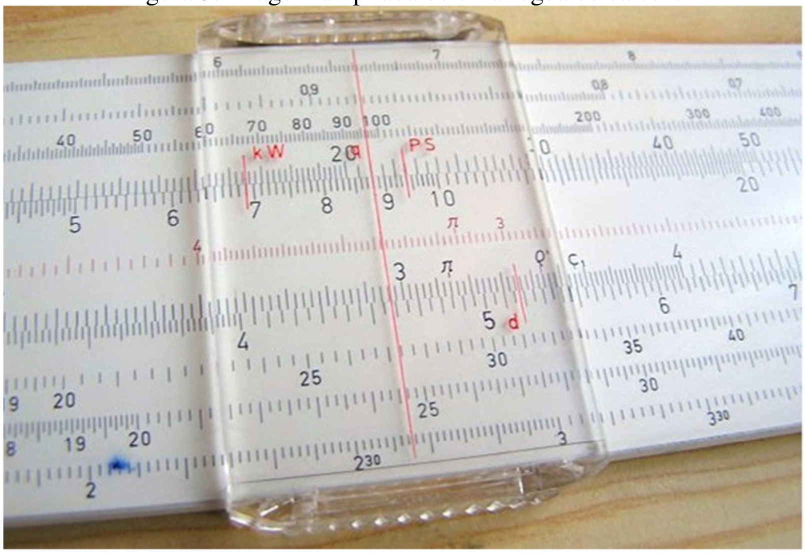
Fonte: A RÉGUA (2008)

Figura 4. Régua de cálculo



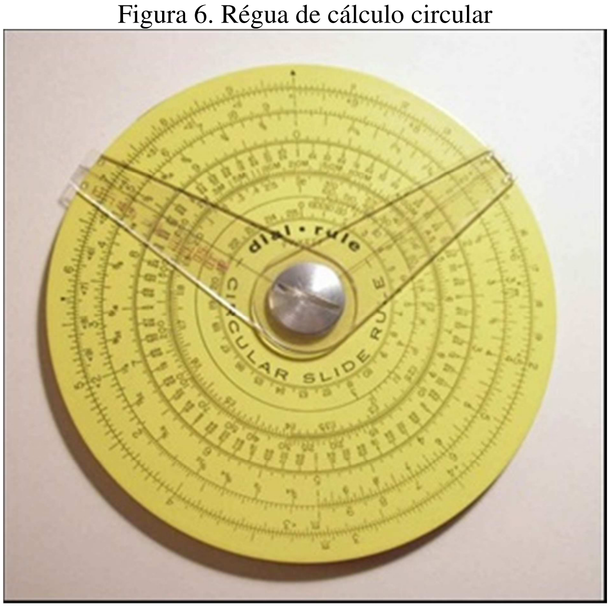
Fonte: JU (2021)

Figura 5. Imagem ampliada de uma régua de cálculo



Fonte: JU (2021)

Figura 6. Régua de cálculo circular



Fonte: JU (2021)

De acordo com RAMOS (2015), Napier queria transformar operações complicadas em operações mais simples. Obviamente, é muito mais fácil somar e subtrair que multiplicar e dividir. Note que para calcular $452 \cdot 28$ devemos fazer duas multiplicações e uma soma e para calcular $452 + 28$ fazemos apenas uma soma. Com base nisso e nas inspirações que seus antepassados deixaram na época, Napier almejava escrever qualquer número positivo como uma potência de algum dado número fixo (posteriormente chamado de base), então a multiplicação e a divisão de números seria o equivalente à adição ou à subtração de seus expoentes e, além disso, elevar um número a n-ésima potência seria equivalente a somar o expoente n vezes a ele próprio, ou seja, multiplicá-lo por n e encontrar a n-ésima raiz de um número seria equivalente a n subtrações repetidas, ou seja, a divisão por n e assim as multiplicações ficariam reduzidas à somas; as divisões à subtrações; as potências à multiplicações e as raízes à divisões, facilitando muito as computações numéricas.

Veja como exemplo a tabela 1:

Tabela 1: Relação de potências de 2

PA	n	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
PG	2^n	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16	32	64	128	256	512	1024	2048	4096

Fonte: RAMOS (2015)

Se quisermos calcular quanto é $128 \cdot 32$; procuramos na tabela o expoente de 128 que é 7 e o expoente de 32 que é 5. Somamos os expoentes: $5 + 7 = 12$ e procuramos o expoente 12 na tabela que corresponde a 4096. Logo $128 \cdot 32 = 4096$. Analogamente, diminuímos os expoentes para resolver a divisão $\frac{128}{32}$. Achamos $7 - 5 = 2$ e na tabela, o expoente 2 é 4, obtendo $\frac{128}{32} = 4$. Também utilizamos a tabela se quisermos calcular, por exemplo, $4^5 = (2^2)^5$. Como $4 = 2^2$, usamos o expoente 2 e multiplicamos por 5 obtendo o expoente 10 e teremos na tabela 1024, logo 4^5 = 1024. Analogamente, para calcular $\sqrt[3]{4096}$ fazemos o expoente de 4096 que é 12 dividido por 3, pois queremos a raiz cúbica e obtemos o expoente 4 e encontramos na tabela 16, ou seja $\sqrt[3]{4096} = 16$. Mas, se esse esquema perde seu valor se for usado apenas com inteiros, esse método só teria utilidade prática se pudesse ser usado também com frações. Para isso acontecer, basta preencher os espaços vazios da tabela e isso pode ser feito de duas maneiras: usando expoentes fracionários ou escolhendo como base um número suficientemente pequeno, de modo que suas potências cresçam bem lentamente e então as lacunas na tabela ficam sendo mínimas. Como na época de Napier os expoentes fracionários não eram inteiramente conhecidos, Napier ficou anos decidindo por qual número utilizar para criar sua tabela então se decidiu por $0,9999999$ ou $1 - 10^{-7}$ provavelmente porque era comum na época dividir o raio de um círculo unitário em 10000000 ou 10^7 partes na trigonometria e então começou seu tedioso trabalho de subtrações repetidas para encontrar os termos sucessivos de sua progressão. Sua tabela inicial tinha 101 elementos e cada termo era obtido subtraindo-se do termo anterior a sua 10^7 parte.

A tabela 2 mostra a primeira tabela dos logaritmos construída por Napier.

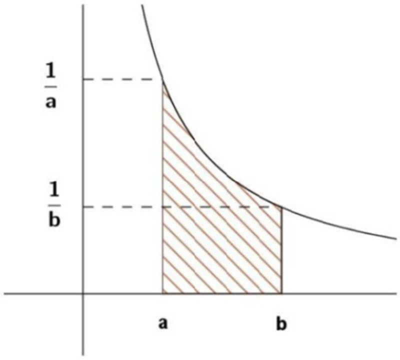
Tabela 2: Primeira tabela de logaritmos de Napier

PG	Aproximação	PA
10^7	10 000 000	0
$10^7 \cdot (1 - 10^{-7})$	9 999 999	1
$10^7 \cdot (1 - 10^{-7})^2$	9 999 998	2
$10^7 \cdot (1 - 10^{-7})^3$	9 999 997	3
. . .	. . .	. . .
$10^7 \cdot (1 - 10^{-7})^{100}$	9 999 900	100

Fonte: RAMOS (2015)

De acordo com Ramos (2015), a definição geométrica de um logaritmo consiste no procedimento para calcular a área da faixa de uma hipérbole, conforme ilustrado na figura 7, o qual foi muito importante para o desenvolvimento da Matemática, principalmente no final século XVII e século XVIII. Atualmente, pode ajudar não só no ensino da Geometria como pode dar uma noção de Cálculo ainda no Ensino Médio, sendo mais vantajoso para o aluno do que a definição do logaritmo como expoente. Não se faz mais necessário ficar muito tempo se preocupando com as tábuas de logaritmos como antigamente e este espaço poderia ser ocupado com outras coisas. O trabalho também defende o ensino do Cálculo no Ensino Médio, o qual tem o intuito de levar o logaritmo para o contexto do cálculo, no caso o logaritmo seria a área sob uma faixa da hipérbole sendo assim uma antecipação ao estudo do Cálculo Integral, para posteriormente definir os logaritmos naturais usando essa definição.

Figura 7. Faixa da hipérbole H_a^b



Fonte: Alhadas (2015)

5.3 A IMPORTÂNCIA DAS APLICAÇÕES MATEMÁTICAS

No cenário brasileiro atual, os currículos de diferentes segmentos educacionais, na sua maioria, são estruturados em disciplinas isoladas, com programas estabelecidos como se cada disciplina tivesse um fim em si mesmo.

Lorenzato (2010) afirma que a manipulação do material didático permite e enseja reflexões profundas articulando concreto e abstrato, o que permite a formalização de conceitos a partir de exemplos particulares.

Na prática, são essas grades e programas que guiam as atividades dos cursos em diferentes níveis. As disciplinas, que compartimentalizam o conhecimento, em geral são dispostas em uma ordem que deve ser seguida, de modo a garantir que o estudante em cada etapa tenha adquirido todos os pré-requisitos necessários para acompanhar o que se propõe naquele momento. Em geral os currículos são estáticos e inflexíveis (FRANCHI, 2020).

Lévy (1999) destaca que devemos construir novos modelos do espaço dos conhecimentos. No lugar de uma representação em escalas lineares e paralelas, em pirâmides estruturadas em "níveis", organizadas pela noção de pré-requisitos e convergindo para saberes "superiores", a partir de agora devemos preferir a imagem de espaços de conhecimentos emergentes, abertos, contínuos, em fluxo, não lineares, se reorganizando de acordo com os objetos ou os contextos, nos quais cada um ocupa uma posição singular e evolutiva.

Lévy (1999) enfatiza também um novo estilo de pedagogia, que favorece ao mesmo tempo as aprendizagens personalizadas. O qual deve levar em consideração a forma de aprendizagem de cada aluno de tal forma que se tenha uma aprendizagem eficaz e eficiente.

Segundo Franchi (2020), os ambientes de aprendizagem devem ser organizados com base na investigação, reflexão, diálogo e cooperação dos alunos. Fazendo isso criará um ambiente de aprendizagem interessante e produtivo favorecendo assim o ensino.

Ao proporcionarmos ao aluno um ambiente educacional que lhe permita resolver problemas práticos de seu cotidiano irá despertar no mesmo um interesse maior pelo estudo, uma vez que o ensino terá sentido, e o conteúdo terá utilidade para sua vida.

O educador deve sempre ter em mente este ensinamento de Lévi (1999) e buscar sempre criar espaço que permitam à criação de saberes superiores aquilo que o conteúdo proporciona, ou seja, o professor deve buscar atividades práticas para induzir ao aluno a aumentar o conhecimento sobre o objeto de estudo. Uma alternativa para isso é criar problemas práticos do cotidiano do aluno para que o mesmo seja instigado a ser pesquisador de toda situação em que seja colocado.

Diante desta situação Mota e Bonatti (2016) destacam que é dever do docente contribuir para a construção da cidadania por meio da educação, oferecendo aos alunos a instrumentalização necessária para que possam intervir na sua própria realidade, transformando-a.

Franchi (2020) mostra em seus estudos que é importante que o professor utilize projetos como ferramenta de resolução de problemas ligados à realidade social, e, ao mesmo tempo, que valorizem os conteúdos puramente matemáticos, que despertem nos alunos o interesse por investigar a ciência Matemática. A falta de abertura para enxergar alternativas e a extrema rigidez no cumprimento de programas faz com que muitas vezes deixemos escapar oportunidades de criar situações as quais propiciam uma aprendizagem de forma contextualizada e com significado para o estudante.

Conforme Lorenzato (2010) ninguém ama o que não conhece, e este pensamento explica porque tantos alunos não gostam de matemática. Se a eles não foi dado conhecer a matemática, como podem vir a admirá-la?

6. PROPOSTA DE ABORDAGEM DIDÁTICA

Como visto nos capítulos anteriores é importante que o professor possua uma abordagem didática com foco na apresentação de exemplos e problemas do cotidiano do aluno de tal forma que o aluno veja a importância de se estudar o conteúdo. Como forma de motivar o aluno, o professor deve sempre buscar problemas da realidade do discente como também exemplos práticos da realidade profissional que o aluno pretende exercer ou já exerce.

Conforme Mota e Bonatti (2016), o ensino de matemática deve ser alinhado com o uso das tecnologias de comunicação e informação para que assim seja possível aumentar a eficácia do ensino garantindo dessa forma a formação de um aluno crítico, com capacidade de observação, com espírito de pesquisa e com estratégias de comunicação.

É evidente que a internet facilitou bastante o acesso a informação e ao aliá-la com a educação permite que o aluno se debruce cada vez mais sobre o conteúdo estudado criando um aluno crítico e observador.

Ao utilizar tecnologia como forma de aprimorar o ensino cria-se a possibilidade do aluno se aprofundar no assunto e ele mesmo buscar situações do cotidiano e aplicar o conteúdo que está sendo utilizado. Diante desta situação surgiu o interesse de se estudar as aplicações dos logaritmos para que o aluno, ao verificar a diversidade das aplicações, se sinta motivado e assim busque cada vez mais se aprimorar no conteúdo.

Segundo Junior (2020) a maioria dos professores de ensino médio tratam os logaritmos apenas da forma apresentada pelos livros didáticos que as escolas onde trabalham adotaram, a fim de cumprirem o currículo escolar. Assim, em geral, os logaritmos acabam sendo introduzidos aos alunos de uma forma abstrata, por uma definição baseada na função exponencial, e isto acarreta uma série de dificuldades de aprendizado.

Ao preparar uma aula o docente deve ter consciência que nem todo problema é adequado para ser aplicado com intuito de promover uma aprendizagem significativa. O professor deve sempre por meio de situações problema buscar desafiar o saber do aluno, fazer parte do contexto da vida do mesmo (para assim ser interessante para ele), fazer o aluno pensar em uma solução e não ser um problema de fácil aplicação de fórmulas sem incentivar o seu raciocínio.

A falta de abertura para enxergar alternativas e a extrema rigidez no cumprimento de programas faz com que muitas vezes deixemos escapar oportunidades de criar situações que propiciem que a aprendizagem ocorra de forma contextualizada e com significado para o estudante (FRANCHI, 2020).

Atualmente, o regimento de toda educação deve ser pautada na BNCC, a Base Nacional Comum Curricular, a qual destaca que uma das atuações do currículo é decidir sobre formas de organização interdisciplinar dos componentes curriculares e fortalecer a competência pedagógica das equipes escolares para adotar estratégias mais dinâmicas, interativas e colaborativas em relação à gestão do ensino e da aprendizagem (BRASIL, 2017).

As habilidades da BNCC que envolvem o ensino de logaritmo são:

a) (EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas nos quais seja necessário compreender e interpretar a variação das grandezas envolvidas, em contextos como os de abalos sísmicos, pH, radioatividade, Matemática Financeira, entre outros.

b) (EM13MAT403) Analisar e estabelecer relações, com ou sem apoio de tecnologias digitais, entre as representações de funções exponencial e logarítmica expressas em tabelas e em plano cartesiano, para identificar as características fundamentais (domínio, imagem, crescimento) de cada função.

Os logaritmos podem ser utilizados em vários problemas que surgem em nosso cotidiano. As suas aplicações podem ser feitas nas mais variadas áreas do conhecimento, como por exemplo: na matemática, na química, na física, na astronomia, na medicina etc. Portanto, cabe ao professor adequar a sua realidade e criar uma aula significativa para o aluno sendo contrário ao abordado nos livros didáticos o qual muitas vezes traz somente problemas simples envolvendo o conteúdo e sem qualquer adequação ao convívio social.

O professor deve ter como foco em seu trabalho a BNCC, buscando sempre a interdisciplinaridade, ou seja, repassando o conteúdo de forma que englobe as mais diversas áreas possíveis.

6.1 EXEMPLO DE PROPOSTA DE ABORDAGEM DIDÁTICA

A seguir será descrito uma proposta que poderá ser utilizada em sala de aula para o ensino de logaritmo:

1) **Identificação:**

Disciplina: Matemática
Série: 1º ano do Ensino Médio
Tempo de duração: 3 horas/aula

2) **Tema:** Logaritmos

2.1 – Subtemas: história dos logaritmos, definição de logaritmos, propriedades dos logaritmos, função logarítmica, equações logarítmicas e aplicações.

3) Justificativa:

O estudo de logaritmos permite resolver várias situações encontradas no nosso cotidiano sendo então imprescindível seu estudo.

4) Objetivos:

- Conhecer a história dos logaritmos;
- Compreender a ideia de logaritmo;
- Reconhecer a importância do estudo de logaritmo;
- Explorar logaritmo de um número;
- Reconhecer as funções logarítmicas;
- Analisar as funções logarítmicas;
- Reconhecer equações logarítmicas;
- Resolver situações-problemas envolvendo logaritmos (Aplicações).

5) Recursos utilizados:

Lousa, pincel, apagador e folhas de papel.

6) Procedimentos:

Iniciar com a apresentação da história dos logaritmos mostrando sua utilidade e relevância para posteriormente ser explorado seu conceito, propriedades e aplicações.

7) Atividade:

As aplicações podem ser abordadas na sala de aula como: trabalho de pesquisa, explanação no quadro, como lista de exercícios ou como o professor achar pertinente.

8) Problematização:

As tabelas 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9 expõem exemplos de problemas envolvendo logaritmos nas áreas de Matemática Financeira, Química, Física, Geologia, Biologia, Acústica e Equilíbrio Químico, para o professor abordar nas aulas e mostrar aos alunos a importância dos logaritmos.

A Tabela 3 mostra uma aplicação na área de Matemática Financeira.

Tabela 3: Exemplo de aplicação de logaritmos na área de Matemática Financeira

Descrição	Em uma situação hipotética, uma pessoa aplicou a importância de $R\$\ 400{,}00$ em uma determinada instituição financeira, que paga juros mensais de 3%, no regime de juros compostos. Em quanto tempo após a aplicação o montante atingirá $R\$\ 3000{,}00$?
Resolução	Em problemas envolvendo a determinação do tempo em juros compostos é fundamental o uso de logaritmos. Fórmula para o cálculo dos juros compostos: $\mathrm{M} = \mathrm{C} \cdot (1 + \mathrm{i})^t$. De acordo com o problema apresentado, temos: $M\ (montante) = 3000$ $C\ (capital) = 400$ $i\ (taxa) = 3\% = 0{,}030$ $t = ?$ $\mathrm{M} = \mathrm{C} \cdot (1 + \mathrm{i})^t$ $3000 = 400 \cdot (1 + 0{,}030)^t$ $3000/400 = 1{,}030^t$ $1{,}030^t = 7{,}5$ Aplicando o logaritmo: $\log 1{,}030^t = \log 7{,}5$ $\mathrm{t} . \log 1{,}030 = \log 7{,}5$ $t \cdot 0{,}0128 = 0{,}8750$ $t = 0{,}8750 / 0{,}0128$ $t = 68{,}35\ meses$ O montante de $R\$\ 3000{,}00$ será atingido após $68{,}35$ meses de aplicação.

Fonte: O autor

A Tabela 4 mostra uma aplicação na área de Química.

Tabela 4: Exemplo de aplicação de logaritmos na área de Química

Descrição	Determinar o tempo em que $500\ g$ de certa substância radioativa levam para se reduzir a $100\ g$, sabendo que a mesma se desintegra a uma taxa de 2% ao ano. Utilize a expressão: $Q\ =\ Q(0) \cdot e^{-r \cdot t}$, onde que Q é a massa da substância, r é a taxa e t é o tempo em anos.
Resolução	$Q\ =\ Q(0) \cdot e^{-r \cdot t}$ $100\ =\ 500 \cdot e^{-0{,}02 \cdot t}$ $100\ /\ 500\ =\ e^{-0{,}02 \cdot t}$ $1\ /\ 5\ =\ e^{-0{,}02 \cdot t}\ (aplicando\ a\ definição)$ $\log 1\ /\ 5 =\ \log e^{-0{,}02 \cdot t}$ $-0{,}6989 =\ -0{,}02 \cdot t\ \log e$ $-0{,}02 \cdot t\ =\ -6989\ /\ 0{,}4342$ $-0{,}02 \cdot t\ =\ -1{,}6094$ $t\ =\ -1{,}6094\ /\ -0{,}02$ $t\ =\ 80{,}47\ anos$ A substância levará $80{,}47$ anos para reduzir-se a $100\ g$.

Fonte: O autor

A Tabela 5 mostra uma aplicação na área de Física.

Tabela 5: Exemplo de aplicação de logaritmos na área de Física

Descrição	Determinar a temperatura da água 5 min depois dela ter fervido. Dados: Equação de resfriamento da água: $t - a = (b - a)10^{-0,06\cdot n}$ n = Tempo em minutos do resfriamento; a = Temperatura ambiente; b = temperatura da água no início do resfriamento; t = temperatura final da água. $\log 70 = 1{,}8451$; $\log 10 = 1$; $\log 35{,}08 \approx 1{,}5451$; $n = 5$; $a = 30\ ºC$; $b = 100\ ºC$; $t = ?$
Resolução	$t - 30 = (100 - 30)10^{-0,06\cdot 5}$ $t - 30 = 70 \cdot 10^{-0,06\cdot 5}$ $t - 30 = 70 \cdot 10^{-0,3}$ $\log(t - 30) = \log(70 \cdot 10^{-0,3})$ $\log(t - 30) = \log 70 - 0{,}3 \cdot \log 10$ $\log(t - 30) = 1{,}8451 - 0{,}3 \cdot 1$ $\log(t - 30) = 1{,}5451$ $\log(t - 30) = \log(35{,}08)$ $t - 30 = 35{,}08$ $t = 35{,}08 + 30$ $t = 65{,}08$ Logo, a temperatura da água 5 min depois dela ter fervido é de $65{,}08\ ºC$

Fonte: TELECURSO 2000

A Tabela 6 mostra uma aplicação na área de Geologia.

Tabela 6: Exemplo de aplicação de logaritmos na área de Geologia

Descrição	A intensidade I de um terremoto, medida na escala Richter, é um número que varia $I = 0$ até $I = 8{,}9$ para o maior terremoto conhecido I é dado pela fórmula: $$I = \frac{2}{3} \cdot \log \frac{E}{E_0}$$ Na qual E é a energia liberada no terremoto em quilowatt-hora e $E_o = 7 \cdot 10^{-3} kWh$. Qual a energia liberada num terremoto de intensidade 8 na escala Richter?
Resolução	$$8 = \frac{2}{3} \cdot \log \frac{E}{7 \cdot 10^{-3}}$$ $$8 \cdot 3 = 2 \cdot \log \frac{E}{7 \cdot 10^{-3}}$$ $$\frac{8 \cdot 3}{2} = \log \frac{E}{7 \cdot 10^{-3}}$$ $$12 = \log \frac{E}{7 \cdot 10^{-3}}$$ $$\log \frac{E}{7 \cdot 10^{-3}} = 12$$ $$10^{12} = \frac{E}{7 \cdot 10^{-3}}$$ $$10^{12} \cdot 7 \cdot 10^{-3} = E$$ $$E = 7 \cdot 10^{9} kWh$$ A energia liberada num terremoto de intensidade 8 na escala Richter é de $7 \cdot 10^{9} kWh$.

Fonte: Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP

A Tabela 7 mostra uma aplicação na área de Biologia.

Tabela 7: Exemplo de aplicação de logaritmos na área de Biologia

Descrição	A altura média de um tronco de certa espécie de árvore evolui desde que é plantada, segundo o seguinte modelo matemático: $$h(t) = 1{,}5 + \log_3(t+1)$$ com $h(t)$ em metros e t em anos. Se uma dessas árvores é cortada quando seu tronco atingiu $3{,}5\ m$ de altura, qual o tempo em anos transcorrido do momento da plantação até o do corte?
Resolução	Se $h(t)$ é altura da árvore na idade t, então queremos t tal que $h(t) = 3{,}5$. Assim: $$3{,}5 = 1{,}5 + \log_3(t+1)$$ Pelo conceito de logaritmo, $$2 = \log_3(t+1)$$ $$t + 1 = 3^2$$ $$t + 1 = 9$$ $$t = 8$$ Então a árvore foi cortada 8 anos após sua plantação.

Fonte: Universidade Federal de São Carlos - UFSC

A Tabela 8 mostra uma aplicação na área de Acústica.

Tabela 8: Exemplo de aplicação de logaritmos na área de Acústica

Descrição	Num estádio de futebol, o nível de intensidade sonora é normalmente de $60\ dB$. No momento de um gol a intensidade sonora amplia-se 1000 vezes. Qual é, em dB, o nível de intensidade sonora no momento do gol? $$N = 10 \cdot \log \frac{I}{I_{REF}}$$ N = Nível da Intensidade Sonora I = Intensidade no Momento I_{REF} = Intensidade de referência
Resolução	$$N_G - N_N = 10 \cdot \log \frac{I_G}{I_N}$$ N_G = ? = Nível da Intensidade Sonora no momento do gol; $N_N = 60dB$ = Nível da Intensidade Sonora normalmente no estádio $I_G = 1000 \cdot I_N$ = Intensidade no momento do gol; I_N = intensidade normalmente no estádio. $$N_G - 60 = 10 \cdot \log \frac{1000 \cdot I_N}{I_N}$$ $$N_G - 60 = 10 \cdot \log 1000$$ $$N_G - 60 = 10 \cdot \log 10^3$$ $$N_G - 60 = 10 \cdot 3 \cdot \log 10$$ $$N_G - 60 = 10 \cdot 3 \cdot 1$$ $$N_G = 60 + 30$$ $$N_G = 90dB$$ O nível de intensidade sonora no momento do gol, em dB, é de $90\ dB$.

Fonte: Academia Militar das Agulhas Negras - AMAN

A Tabela 9 mostra uma aplicação na área de Equilíbrio Químico.

Tabela 9: Exemplo de aplicação de logaritmos na área de Equilíbrio Químico

Descrição

A água comercializada em garrafões pode ser classificada como muito ácida, ácida, neutra, alcalina ou muito alcalina, dependendo de seu pH, dado pela expressão:

$$pH = \log_{10} \frac{1}{H},$$

Em que H é a concentração de íons de hidrogênio, em mol por decímetro cúbico. A classificação da água de acordo com seu pH é mostrada no quadro.

pH	Classificação
$pH \geq 9$	Muito alcalina
$7{,}5 \leq pH < 9$	Alcalina
$6 \leq pH < 7{,}5$	Neutra
$3{,}5 \leq pH < 6$	Ácida
$pH < 3{,}5$	Muito ácida

Para o cálculo da concentração H, uma distribuidora mede dois parâmetros A e B, em cada fonte, e adota H como sendo o quociente de A por B. Em análise realizada em uma fonte, obteve $A = 10^{-7}$ e a água dessa fonte foi classificada como neutra.

O parâmetro B, então, encontrava-se no intervalo:

A $(-10^{145}, -10^{13}]$

B $[10^{-6/7}, 10^{-1})$

C $[10^{-1}, 10^{1/2})$

D $[10^{13}, 10^{145})$

E $[10^{6 \cdot 10^{7}}, 10^{7{,}5 \cdot 10^{7}})$

Resolução	H é o quociente de A por B, temos: $$H = \frac{A}{B}$$ Substituindo o valor de A na equação, temos: $$H = \frac{10^{-7}}{B}$$ Invertendo o H para adequá-lo a formula do pH, temos: $$\frac{1}{H} = \frac{B}{10^{-7}}$$ Como a água foi classificada como neutra usaremos esta faixa de pH. $$6 \leq pH \leq 7{,}5$$ Substituindo a equação no lugar de pH, temos: $$6 \leq \log_{10}\left(\frac{1}{H}\right) \leq 7{,}5$$ Substituindo o valor de $^1/_H$ na inequação, temos: $$6 \leq \log_{10}\left(\frac{B}{10^{-7}}\right) \leq 7{,}5$$ Encontrando o valor de B nesta parte da inequação, temos: $$\log_{10}\left(\frac{B}{10^{-7}}\right) \geq 6$$ $$\frac{B}{10^{-7}} \geq 10^{6}$$ $$B \geq 10^{6} \cdot 10^{-7}$$ $$B \geq 10^{-1}$$ Encontrando o valor de B na outra parte da inequação, temos: $$\log_{10}\left(\frac{B}{10^{-7}}\right) \leq 7{,}5$$ $$\frac{B}{10^{-7}} \leq 10^{7{,}5}$$ $$B \leq 10^{7{,}5} \cdot 10^{-7}$$ $$B \leq 10^{0{,}5}$$ $$B \leq 10^{1/2}$$ Logo: $10^{-1} \leq pH \leq 10^{1/2}$ Resposta: Letra C

Fonte: Exame Nacional do Ensino Médio - ENEM

A Tabela 10 mostra as bases mais utilizadas pelos logaritmos nas mais diversas áreas de conhecimento.

Tabela 10: Bases mais utilizadas pelos logaritmos.

Bases logarítmicas	Onde são aplicados
Logaritmo comum ou logaritmo na base 10.	❖ Ciência e engenharia; ❖ Ondulatória; ❖ Potencial hidrogeniônico (pH); ❖ Escalas; ❖ Tábuas logarítmicas; ❖ Calculadoras e espectroscopia; ❖ Intensidade sonora; ❖ Intervalos musicais; ❖ Números primos; ❖ Matemática financeira; ❖ Crescimento populacional; ❖ Geografia; ❖ Psicologia; ❖ Escala Richter; ❖ Fractais.
Logaritmo Neperiano ou natural ou logaritmo que tem a base constante e irracional e ($e \approx 2{,}718$).	❖ Na matemática pura; ❖ No cálculo integral e diferencial; ❖ Matemática; ❖ Física; ❖ Química; ❖ Estatística; ❖ Economia; ❖ Teoria da informação; ❖ Alguns campos da engenharia; ❖ Desintegração radioativa; ❖ O método do carbono 14; ❖ Logaritmos complexos.
Logaritmo binário ou logaritmo na base 2.	❖ Na ciência da computação; ❖ Teoria da informação; ❖ Teoria musical; ❖ Fotografia; ❖ Intervalos musicais; ❖ Psicologia; ❖ Música.

Fonte: O autor

Os currículos educacionais devem ser estruturados com base na interdisciplinaridade, pois ao concluir o Ensino Médio o aluno, irá prestar o Exame Nacional do Ensino Médio (Enem) aonde irá se deparar com problemas interdisciplinares e muitas vezes do cotidiano do mesmo. Diante deste cenário a escola deve se reestruturar a fim de fornecer meios para que o aluno tenha este conhecimento ainda na educação básica com o intuito de deixá-lo preparado para prestar qualquer exame ao nível do Enem ou até mesmo para o mercado de trabalho.

7. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O objetivo deste trabalho foi propor uma abordagem didática para o ensino dos logaritmos englobando suas aplicações, uma vez que as aplicações dos mesmos são muito ricas o que justifica o seu ensino e utilidade. O uso de aplicações foi sugerido afim de melhorar o ensino tornando-o mais significativo e com utilidade para a vida dos alunos como o todo. As aplicações podem ser abordadas na sala de aula como trabalho de pesquisa, explanação no quadro, como lista de exercícios ou como o professor achar pertinente. O uso de aplicações envolvendo logaritmos pode ser feito também por professores de outras disciplinas de mesma série ou de séries futuras, haja vista a interdisciplinaridade e a aproximação entre outras áreas.

Primeiramente foi feita uma investigação histórica dos logaritmos com o objetivo de saber: como surgiram; quais os principais nomes que contribuíram para o seu estudo e desenvolvimento; como se desenvolveram durante o decorrer do tempo; qual a sua definição, como foram organizados em tábuas, tabelas e réguas; como ocorre sua aproximação com: progressão aritmética e geométrica, com a geometria, com o calculo de área da faixa da hipérbole e com cálculo diferencial e integral; Como realizar cálculos através de tabela de logaritmos.

Simultaneamente foi analisada a importância das aplicações matemáticas e constatou-se a necessidade de utilizar novos meios e formas para melhorar o ensino, proporcionando ao aluno uma aprendizagem personalizada e interdisciplinar pautada na investigação, reflexão, diálogo e cooperação dos alunos.

Posteriormente foram apresentados alguns exemplos de aplicações dos logaritmos em algumas áreas e também tabelas listando diversas possibilidades de aplicações focadas nas bases logarítmicas mais utilizadas.

Por fim considero os objetivos alcançados e cada etapa realizada com sucesso e de forma satisfatória.

Durante o trabalho foram identificados outros pontos interessantes de serem estudados em pesquisas futuras, pontos estes que veremos no tópico a seguir.

8. SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Sugestões para trabalhos futuros:

- Estudar a abordagem geométrica dos logaritmos;
- Discutir a construção de uma tábua de logaritmos moderna utilizando programação computacional;
- Trabalhar com modelagem matemática e logaritmos;
- Utilizar de tecnologias da informação e comunicação no ensino de logaritmos;

REFERÊCIAS

ALHADAS, Marcony Meneguelli**. Proposta de ensino de logaritmos para o nível médio, usando uma abordagem geométrica.** Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede PROFMAT)- Universidade Federal de Juiz de Fora (UFJF), Juiz de Fora, 2015.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular. Brasília**: MEC, 2017. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/docman/abril-2018-pdf/85121-bncc-ensino-medio/file>. Acesso em: 18 de novembro de 2020.

BRENER, Carlos Luiz da Silva. **Objetos de Aprendizagem para o ensino de logaritmos e exponenciais**. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede PROFMAT)- Instituto de Matemática Pura e Aplicada (IMPA), Rio de Janeiro, 2013.

FIGUEIRA, Ramon Formiga. **O número de Euler**. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede PROFMAT)- Universidade Federal da Paraíba (UFPB), João Pessoa, 2017.

FRANCHI, Regina Helena de Oliveira Lino. **A abordagem de conteúdos de Matemática em Práticas de Modelagem e as implicações para o currículo**. Revista Com a Palavra, O Professor. Bahia, v. 5, nº 11, p. 199-219, 2020.

FREITAS, Alexandre Grilli. **Exponenciais e logaritmos: Tópicos da história, da teoria e aplicações no mundo real**. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede PROFMAT)- Universidade de São Paulo (USP),São Paulo, 2020.

A RÉGUA de Cálculo. **The history of informatics**, 2008. Disponível em: <https://thehistoryofinformatic.wordpress.com/2008/04/04/a-regua-de-calculo/>. Acesso em: 04 de janeiro de 2021.

JU. **JUra? Régua de Cálculo – parte 1**. Disponível em: <http://professoraju-mat.blogspot.com/2010/10/jura-regua-de-calculo-parte-1.html>. Acesso em: 04 de janeiro de 2021.

JUNIOR, Rogerio Luiz Quintino de Oliveira. **Uma Introdução Didática aos Logaritmos de Napier a partir de sua origem histórica**. Revista Cadernos de Educação. Rio de Janeiro, v. 5, nº2n p. 150-169, 2020.

KILHIAN, Kleber. **A construção da Primeira Tábua de Logaritmos Decimais por Briggs**, 2011. Disponível em: < https://www.obaricentrodamente.com/2011/08/construcao-da-primeira-tabua-de.html >. Acesso em: 04 de janeiro de 2021.

LÉVY, P. **Cibercultura**. São Paulo: Editora 34 Ltda, 1999.

LORENZATO, S. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. O laboratório de ensino de matemática na formação de professores.** 3 ed. Campinas, SP. Autores Associados, 2010.

MIZAEL, Joel dos Reis. **Logaritmo, história e aplicações**. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional). Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação (ICMC-USP), São Carlos, 2019.

MOTA, Fabiano; BONATTI, Cristiane. **Conhecendo logaritmos: utilizando como elemento de apoio didático a calculadora científica**. Revista Maiêutica. Indaial, v. 4, nº 1, p. 19-31, 2016.

RAMOS, Simone Sotozono Alonso. **Logaritmos: uma abordagem didática**. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede PROFMAT). Universidade Federal do Paraná (UFPR), Curitiba, 2015.

SILVA, Verônica Vale da. **A história dos logaritmos e suas aplicações no dia-a-di**a. Monografia (Especialização em Ensino de Matemática para o Ensino Médio). Universidade Federal do Rio Grande do Norte (UFRN), Caicó, 2016.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
Campus Campina Grande
R. Tranqüilino Coelho Lemos, 671 - Dinamérica, CEP 58432-300, Campina Grande (PB)
CNPJ: 10.783.898/0003-37 - Telefone: (83) 2102.6200

Documento Digitalizado Ostensivo (Público)

Entrega de Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização)

Assunto:	Entrega de Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização)
Assinado por:	Lindomário Rocha
Tipo do Documento:	Anexo
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Ostensivo (Público)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- **Lindomário Lima Rocha, ALUNO (202011280030) DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO EM MATEMÁTICA - CAMPINA GRANDE**, em 16/06/2021 21:39:17.

Este documento foi armazenado no SUAP em 16/06/2021. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 255501
Código de Autenticação: da4f9007f5