INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA

CAMPUS CAJAZEIRAS

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

AMABEL TRAJANO FIGUEIREDO LIMA

UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA A FUNÇÃO EXPONENCIAIL UTILIZANDO A INTERDISCIPLINARIDADE E O GEOGEBRA

CAJAZEIRAS

2021

AMABEL TRAJANO FIGUEIREDO LIMA

UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA A FUÇÃO EXPONENCIAL UTILIZANDO A INTERDISCIPLINARIDADE E O GEOGEBRA

Trabalho de conclusão de curso apresentada junto ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal da Paraíba, como requisito para à obtenção parcial do título de Licenciado em Matemática.

ORIENTADOR(A): Prof. Me. Stanley Borges Oliveira

.

CAJAZEIRAS

2021

Campus Cajazeiras
Coordenação de Biblioteca
Biblioteca Prof. Ribamar da Silva
Catalogação na fonte: Daniel Andrade CRB-15/593

L732p

Lima, Amabel Trajano Figueiredo

Uma proposta de ensino para a função exponencial utilizando a interdisciplinaridade e o GeoGebra / Amabel Trajano Figueiredo Lima; orientador Stanley Borges Oliveira.- 2021.
52 f.: il.

Orientador: Stanley Borges Oliveira.
TCC (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Cajazeiras, 2021.

1. Funções exponenciais 2. Interdisciplinaridade 3. Situação problema 4. Ensino de matemática I. Título.

517(0.067)

AMABEL TRAJANO FIGUEIREDO LIMA

UMA PROPOSTA DE ENSINO PARA FUNÇÃO EXPONENCIAIL UTILIZANDO A INTERDISCIPLINARIDADE E O GEOGEBRA

Trabalho de conclusão de curso apresentada ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Data de aprovação: 22/07/2021

BANCA EXAMINADORA:

Stanley Borges de Oliveira

Prof(a). Me. Stanley Borges de Oliveira

Instituto Federal da Paraíba – IFPB

Francisco Aureliano Vidal

Prof(a). Me. Francisco Aureliano Vidal

Instituto Federal da Paraíba – IFPB

Kissia Carvalho

Prof(a). Ma. Kissia Carvalho

Instituto Federal da Paraíba – IFPB

Dedico esse trabalho ao meu Deus que sempre me guiou, aos meus pais, Josefa e Francisco Eudes, que sempre me ensinaram a ter respeito e ser uma pessoa de princípios. Ao meu irmão,

amigos e amigas que sempre foram companheiro

AGRADECIMENTOS

À Deus primeiramente, que sem ele eu não estaria concluindo este trabalho.

Aos meus pais e amigos, que me ofereceram apoio e compreenderam minhas escolhas.

Ao Professor Me. Stanley Borges Oliveira, que me orientou desde o início, para que este trabalho de conclusão do curso, opiniões e conselhos que fizeram total diferença.

Aos meus colegas das turmas de 2016.1 e 2016.2, que foram companheiros e que contribuíram também para a realização desse sonho.

Aos meus colegas de curso, Joseane, Juliana, Marcos, Francisco, Maria Beatriz (Bia) por tornarem alguns momentos mais leves.

Aos meus amigos, Maria do Socorro e Gilvandro, por terem me oferecido ombro amigo em momentos que mais precisei durante essa trajetória.

Ao Instituto Federal da Paraíba, Campus Cajazeiras, que me foi dado a oportunidade. Enfim, a todos que contribuíram de forma direta ou indireta para realização deste trabalho.

Saber muito não lhe torna inteligente. A inteligência se traduz na forma que você recolhe, julga, maneja e, sobretudo, onde e como aplica esta informação.

(CARL SAGAN)

RESUMO

Este trabalho tem como intenção apresentar problemas didáticos para os docentes explanarem o conteúdo sobre função exponencial para turmas da 1ª série do Ensino Médio, trazendo a interdisciplinaridade em situações problemas e tendo como ferramenta de ensino o aplicativo "Geogebra". Para tanto, usamos a interdisciplinaridade, situações problemas e o GeoGebra como instrumento de ensino na transmissão dos conceitos relacionados ao assunto escolhido, argumentado por teorias oficiais da educação, como a Base Nacional Curricular, e os Parâmetros Curriculares procurando sempre buscar habilidades e competências para que possa associar conceitos e estratégias. O objetivo desse trabalho é sugerir ao professor uma proposta de uma aula mais atrativa, para os discentes possam compreender o conteúdo de função exponencial de maneira completa, através da interdisciplinaridade e o geogebra. Para que ocorresse a progressão da pesquisa, foi preciso executar uma pesquisa de cunho bibliográfico, baseada nos eixos ordenados sobre interdisciplinaridade. Mencionamos as relações entre as propriedades da potência e da função exponencial juntamente com suas representações gráficas. Ressaltamos que essa temática precisa ser discutida pelo professor, de maneira estruturada pela interdisciplinaridade e tecnologia. Os resultados da pesquisa apontaram que não se deve mecanizar o ensino da função exponencial e que as manifestações do aluno sobre o conteúdo, através de perguntas, podendo torna-los pessoas críticas quanto ao assunto, por meio da interdisciplinaridade e situações problemas.

PALAVRAS-CHAVE: Função exponencial. Interdisciplinaridade. Situação problema. Ensino de matemática.

ABSTRACT

This paper aims to present teaching problems for teachers to explain the content about exponential function for classes of 1st grade of high school, bringing interdisciplinarity in problem situations and having the application "Geogebra" as a teaching tool. For this, we use interdisciplinarity, problem situations and GeoGebra as a teaching tool in the transmission of concepts related to the chosen subject, argued by official theories of education, such as the National Curricular Base, and the Curricular Parameters always looking for skills and competencies so that it can associate concepts and strategies. The objective of this work is to suggest to the teacher a proposal for a more attractive class, so that the students can understand the content of exponential function in a complete way, through interdisciplinarity and Geogebra. For the research progression to occur, it was necessary to perform a bibliographical research, based on the axes of interdisciplinarity. We mentioned the relationships between the properties of the power and the exponential function along with their graphical representations. We emphasize that this theme needs to be discussed by the teacher in a way that is structured by interdisciplinarity and technology. The results of the research pointed out that one should not mechanize the teaching of the exponential function and that the manifestations of the student about the content, through questions, can make them critical people about the subject, through interdisciplinarity and problem situations.

KEYWORDS: Exponential function. Interdisciplinarity. Problem situation. Mathematics teaching.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Pode-se admitir que a Matemática é uma ciência exata(disciplina) que possui relações fortes com cálculos e números. Nessa perspectiva, vale destacar que desde o medievalismo ela é executada na sociedade para auxiliar a humanidade. Com isso, apesar as pessoas não tivessem, efetivamente, informações Matemáticas evoluídas, é importante ressaltar que possuíam um certo senso numérico, uma vez que podemos pontuar que a utilização dos mesmos em ocupações corriqueiras que podem ser citadas por contagens simples como a percepção do número de animais, componentes de uma família ou quantidade de procriação.

Nesse sentido, falando de ensino de Matemática, Santos e Oliveira (2012.p7) afirmam que “Os saberes Matemáticos devem conduzir os discentes a criar situações superiores às que lhes são tradicionalmente apresentadas em sala de aula por meio da ação, da interatividade na realidade em que vive”.

Nessa perspectiva, pode-se perceber que o ensino em sala de aula é capaz de ir mais adiante dos saberes de fórmulas matemáticas e de cálculos, proporcionando ao educando que ele possa refletir e associar diferentes disciplinas. Com isso, nota-se que o ensino da função exponencial associado a interdisciplinaridade e o geogebra, oferece ao aluno uma instrução mais atrativa e assim ele torne-se ser critico e pensante.

Para este estudo temos como objetivo de executar atividades didáticas interdisciplinares com intuito de oferecer aos professores um material para ministrar a matéria de função exponencial, utilizando a interdisciplinaridade como metodologia de ensino, e tendo o *software* computacional “Geogebra”. Além disso, procuramos instruir os educandos de maneira que eles possam relembrar, interpretar, fazer investigações relacionadas ao problema proposto, saber manipular expressões que possam aparecer em diferentes situações problema; reconhecer as variáveis graficamente e o circunstanciado do crescimento da função e as respectivas informações possam ser produzidas através do Geogebra.

Desse modo, para a evolução deste trabalho, foi preciso fazer uma pesquisa bibliográfica, tendo como embasamento materiais de apoio que já foram anteriormente elaborados, tais como livros, artigos e sites de informações. Sob esse viés possui abordagem qualitativa, pois destaca-se o processo de soluções das respectivas situações.

Dessa maneira, é comum procurar por soluções e construção de atividades didáticas sobre o tema relatado. Para a elaboração desta proposta deve-se ter embasamento na interdisciplinaridade e “Geogebra”. Vale salientar que o *software* não será utilizado apenas para construções de gráficos, mas também para auxiliar o aluno nas soluções do problema, de modo que eles possam ter mais tempo de interpretar e pensar em planos que se possa desenvolver as atividades e principalmente para se ter visão e noção de fenômenos e propriedades que venham atribuídos a situação problema.

O interesse pela temática se deu quando já na graduação, estudamos a disciplina de Matemática Básica I. Além disso, nos deparamos com aplicações interessantes relacionada a função exponencial e também ao ter contato como professora com as turmas de Ensino Médio, em especial, com os alunos da 1ª série, no período em exercício do estágio III, do curso de licenciatura em Matemática, no Instituto Federal de Educação da Paraíba, Campus Cajazeiras, com a perspectiva de futuro docente da educação.

Assim, o trabalho está estruturado da seguinte maneira: Neste capítulo 1, fazemos uma abordagem geral do trabalho, apresentado a temática, os objetivos, justificativa, corpo teórico e estrutura do trabalho. No Capítulo 2 foram abordados estudos sobre interdisciplinaridade, geogebra como ferramenta de ensino e uma breve contextualização sobre o surgimento da função exponencial, levando em consideração as ideias de Fazenda (2008), Antiseri (1975), Japiassu (2006), Mialich (2013), D’Ambrosio (1986), além outros registros oficiais da Educação brasileira. Para o capítulo 3, abordamos definições relacionadas a função exponencial, propriedades, representações gráficas no geogebra, exemplos relacionados ao assunto, fizemos também uma revisão sobre potências e expressões que possam estar em problemas. Já no 4º capítulo, abordamos propostas de atividades interdisciplinares, envolvendo áreas distintas que possui relação e aplicações na função exponencial, vale salientar que também fizemos as representações gráficas e soluções dos problemas utilizando o geogebra. E por fim, as conclusões que foi justificado o uso da interdisciplinaridade e TIC como meio de ensino na justificativa de conceituar o tema já definido é proposto por documentos oficiais como Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil 1998); foi mostrado como meio de investigações diante de aspectos peculiares ao serem instituídos pela BNCC (Brasil, 2018) que normaliza as competências e habilidades exigidas por tal documento.

2 PRESSUPOSTOS TEÓRICOS

2.1 ENTENDENDO A INTERDISCIPLINARIDADE

Muitas vezes é observado as dificuldades dos alunos em compreender a matemática contextualizada. Dessa forma, vamos trabalhar neste texto um lado especifico, que são as funções exponenciais e as suas características, pois na maioria das vezes, a falta de interpretação por parte dos discentes e a falta de empenho de alguns professores, em passar o conteúdo de forma fragmentada, dificulta muito na hora de compreender o que é cobrado em questões contextualizadas, desse modo, contornado o ensino mecânico.

Nessa perspectiva, o professor pode reivindicar o uso da interdisciplinaridade e o auxílio do “Geogebra”, que podem ajudar tanto o professor como mediador; inovador e atrativador para o ensino como também o educando, que é um aprendiz, tornando-os indivíduos de pensamento crítico diante das situações e principalmente na resolução e interpretação de problemas e gráficos. Assim eles podem ter contato com a sua vivência, abrangendo a relação entre as demais disciplinas da escola.

A interdisciplinaridade consiste na aproximação comunicativa entre duas ou mais disciplinas, de modo coparticipante e integrante, para o entendimento e resolução de problemas, com explicação e atuação em indagações práticas, observando e instigando os alunos a serem críticos, de tal forma que os discentes possam tentar produzir o seu próprio conhecimento. É nítido que as áreas do saber são diferentes, porém inseparáveis, pois as especialidades oferecem seu valor explicativo assim como seus modos de aprendizado. Assim, a interdisciplinaridade exige determinada comunicação, partindo do pressuposto que cada área do saber (disciplina) possui sua própria linguagem tecnicista especializado e com complexidade no discurso.

É importante saber que para concretizar a comunicação e a clareza, as especialidades não abrangem todo o conhecimento, pois possui suas limitações e precisa colher informações das demais disciplinas e assegurar os conflitos entre áreas para complementar a compreensão do assunto ou aplicabilidade. Sendo assim, a interdisciplinaridade garante o conhecimento de novas perspectivas, compatibilidade e compreensão tanto na habilidade como no teórico. Fazenda (2008), conceitua interdisciplinaridade como uma atitude moderna perante a questão de compreensão, de abertura à entendimentos de particularidades do ato de aprender e dos teoricamente conhecidos, colocando-os em pauta. Além disso, faz descrição numa ação em mudança. Podemos entrever que esse movimento em sua categoria pode ter outros sentidos, assim como hipótese a metamorfose, a incerteza. A interdisciplinaridade visa romper com a divisão de disciplinas do saber, pois é através dela que o educador pode transmitir conhecimentos aos seus alunos, e com isso eles possam compreender, interpretar e associar conteúdo de áreas distintas e de forma integral.

Com base na teoria de Antiseri (1975), é possível entender que na interdisciplinaridade podemos resgatar a conformidade de compreensão sobre as coisas (ocorrência histórica, composição filosófica, ocorrência educativa, modo humano, fato social e sinal natural), isto é, unidades que foram descentralizadas ao decorrer de pesquisa cientifica, pelo qual, segue em caminho estudos mais progressivos. Assim, o objetivo da interdisciplinaridade não consiste apenas em conhecer um pouco de cada disciplina do saber, mas nos ensina a encarar problemas tais como explicação, previsão e interpretação, assim com a competência e ajuda de especialista que domine diversos assuntos.

A interdisciplinaridade busca dar conta, sentido e aspecto real como preparação formal de uma sentença e comunicação entre diversas áreas. Portanto o professor deve instigar o aluno a ser um sujeito produtor do seu conhecimento, instrumentalizá-lo para que ele possa compreender não somente o conteúdo especifico, mas sim as demais áreas que possam vir sendo abordadas implicitamente. Segundo os Parâmetros Curriculares Nacionais:

> A interdisciplinaridade deve ser compreendida a partir de uma abordagem relacional, em que se propõe que, por meio da prática escolar, sejam estabelecidas interconexões e passagens entre os conhecimentos através de relações de complementaridade, convergência ou divergência (BRASIL, 1999, p. 36).

No ambiente escolar, observamos que a interdisciplinaridade visa a realização de trabalho em conjunto, de docentes e discentes, e não distância das disciplinas e desenraizamento de competição no âmbito escolar, sendo assim, a interdisciplinaridade é combate contra os efeitos da alienação e da separação de trabalho. Japiassu (2006, p.27) nos faz recordar que o campo da interdisciplinaridade não é uma classe do aprendizado, mas sim uma classe de desempenho e para isso "necessita ser compreendida como uma postura [...] sem ter o devaneio de que apenas basta a simples situação em interação dos cientistas de distintas disciplinas para que se possa criar a interdisciplinaridade".

Podemos considerar a interdisciplinaridade como uma "atitude inovadora perante a questão do conhecimento, de fissura ao conhecimento à conformação confidencial do ato de compreender e dos aparentemente explícitos" (FAZENDA, 2001, p.11), ou seja, uma maneira inovadora de observar as perguntas de sequência filosófica do conhecimento, metodológica e ciência dos valores vivenciadas pelos docentes no seu âmbito escolar, portanto a "interdisciplinaridade é de grande importância um processo que necessita ser vivenciado e compreendido" (Fazenda, 2001, p.11), para termos tal prática em sala de aula.

Desse modo, o entendimento das diferenças entre ciência e matéria é significativo, pois podemos analisar que a Matemática, é considerada como uma matéria de "extrema nobreza" por dar a viabilidade de desenvolver argumentos, lógica, exatidão e a clareza, por isso é considerado como ciência no âmbito escolar, sendo assim é importante pontuar que é através da interdisciplinaridade que podemos fazer a junção entre ciência e matéria, e assim romper com a prática da educação bancária, pelo qual o aluno só recebe informações e não compartilha as suas experiências do seu cotidiano relacionado ao conteúdo explanado pelo professor. Segundo Fazenda Souza:

> Se é que queremos relacionar a matemática com a vida, se é que desejamos que ela se torne uma ferramenta auxiliadora para o aluno entender o que está acontecendo com o universo do qual faz parte. Para isso a interdisciplinaridade pode nos ajudar, fazendo com que entremos em contato com o lado dinâmico e vivo das coisas e transformemos a matemática em um conhecimento vivo e humano. (SOUZA *apud* FAZENDA, 1995, p. 108).

A interdisciplinaridade será utilizada nesse trabalho para as aplicações das Funções Exponenciais em áreas distintas, como a Biologia, Matemática financeira, Química, Física, entre outras, para que possamos fazer observações e ligações entre áreas distintas e fenômenos afins que venham ocasionar em gráficos. A seguir, vamos apresentar o geogebra como uma ferramenta de ensino, que será necessário para podermos estudar gráficos de funções exponenciais e também para que possamos nos auxiliares na resolução de problemas, como no caso da calculadora, que já vem inserido nesse software.

2.2 GEOGEBRA COMO FERRAMENTA DE ENSINO

O “GeoGebra” é um software computacional de ensino que faz parte das tecnologias de informações, bastante usado nas aulas de matemática, que foi desenvolvido por Markus Hohenwarter, líder do instituto de didática da Matemática, onde agrega em um só local diferentes áreas, como geometria, cálculo e álgebra, no qual uma facilita o entendimento de gráficos, e conseguimos compreender fenômenos que podem acontecer em diferentes casos.

Mialich (2013) fala que o “GeoGebra” é uma ferramenta de ensino, capaz de manipular com incógnitas para números, integrar e derivar funções e calcular, logo é um software bastante útil para auxiliar o professor em diversas áreas da matemática para que possam compreender diferentes casos que possam surgir ao andar dos conteúdos explanados pelo docente.

É imprescindível compreender que o uso das novas tecnologias estão cada vez mais presente no cotidiano das salas de aula, sendo assim, elas possuem o papel de fazer parte do processo de ensino e aprendizagem.

> É impossível ignorar as novas tecnologias da informação e da comunicação (TIC) que transformaram a sociedade e ainda estão a modificar os meios de comunicação, o ambiente de trabalho e o próprio pensamentohumano. Nas últimas décadas, o recurso computacional passou a receber maior destaque na educação, não somente pela demanda da sociedade moderna, altamente tecnológica, mas também devido a seu potencial pedagógico. (JUNIOR; VENTURA; CALIXTO,2014, p. 756)

E consequentemente completa:

> (...)determinados conceitos matemáticos podem ser compreendidos pela visualização e experimentação com o apoio de programas computacionais específicos. A representação de objetos tridimensionais no plano éuma das principais dificuldades dos professores de Matemática quando propõem o estudo de Geometria Espacial. O objeto representado no pa pel nem sempre corresponde à formação da imagem mental que se tem dele, dificultando assim a visualização e a compreensão por parte dos alunos. (JUNIOR; VENTURA; CALIXTO,2014, Pág. 756)

O percurso das novas tecnologias é um acervo cada vez mais avançado, e obviamente é uma via de caminho único. O professor, por sua vez, deve sempre procurar atualizar-se das novidades para que possa entrar em sala de aula e ter dominância de tais ferramentas.

Na atualidade, a calculadora é uma ferramenta tecnológica bastante acessível, de preço relativamente baixo, que está presente no cotidiano do aluno. A calculadora é uma obra tecnológica, da qual foi desenvolvida pela humanidade, é considerada como recurso facilitador de resolver cálculos, sendo assim, fazendo parte da modernidade e do futuro, porém no âmbito escolar é vista como uma vilã perante alguns professores de Matemática.

É evidente pontuar, que a maior parte dos educadores de matemática são irredutíveis ao uso dessa ferramenta em aulas, pois os professores são fiéis a esta teoria incerta, do qual os alunos podem ficar subordinados a calculadora e podendo não aprender a calcular. Segundo D'Ambrosio (1986, p. 56):

> Hoje, todo mundo deveria estar utilizando a calculadora, uma ferramenta importantíssima. Ao contrário do que muitos professores dizem, a calculadora não embota o raciocínio do aluno – todas as pesquisas feitas sobre aprendizagem demonstram isso.

A calculadora é uma ferramenta de ensino que possui grande potencial, como evidencia Silva (1989-p.6), pelo qual nos permite compreender a construção de definições, para que possamos desenvolver o raciocínio lógico e consequentemente resolvermos os cálculos.

Na construção de definições, a utilização da calculadora nos possibilita a facilidade de desenvolver a compreensão como dos conceitos dos números reais. Em relação aos números, pode ser usado em leques maiores diante das situações, uma vez que com a utilização da calculadora nos possibilita a redução de tempo, para que o aluno tenha mais oportunidades de analisar e raciocinar a melhor estratégia de interpretar o problema e facilitar na resolução, e assim validar os resultados dentro dos parâmetros exigidos pelo problema.

Desse modo o "Geogebra" será referenciado neste trabalho, para auxiliarmos na resolução dos cálculos e também para observarmos fenômenos que podem ocorrer nos gráficos, sendo facilitando as soluções e a compreensão.

2.3 UMA BREVE CONTEXTUALIZAÇÃO SOBRE A HISTÓRIA DAS FUNÇÕES

O conceito de função que temos atualmente, foi desenvolvida ao longo dos anos por diferentes nomes na matemática. Nos séculos passados, a noção de função apareceu em tabelas escritas pelos Babilônios. O primeiro registro importante que foi visto sofre funções, foi realizada na obra do matemático e francês Nicole Oresme (1323- 1382), que desenvolveu a ideia de criar desenhos de gráficos de funções, para que fossem caracterizados a representação de variáveis distintas, das quais como a velocidade de um copo em relação ao tempo. Na época, Oresme utilizou respectivamente, a velocidade e o tempo, que através da evolução chamamos na modernidade de coordenada, das quais são chamadas de abscissa e ordenada, diante disso, foi uma das maiores descobertas para a representação das funções em gráficos. Gottfried Leibniz (1646-1716) e Leonhard Euler (1707-1783) foram renomados matemáticos que também contribuíram para os conceitos aproximados de função, conceito sobre curvas e imagem geométrica, e por fim foi descrito a notação de função que temos hoje, pelo qual ela é representada por $f(x),$ relacionado a função de na variável x.

Poderíamos mencionar que o matemático e Alemão Peter Gustav Lejeune Dirichlet (1805- 1859) também deu seus auxílios finais para o desenvolvimento das funções, seja y uma variável que está sendo relacionada a x. Assim, sempre que atribuirmos um valor qualquer a x, possui um critério que y é encontrado de acordo com número que transigirmos a, de maneira resumida, podemos concluir que y é variável da função que é dependente de x.

Segundo Leibniz em meados do final do século XIX, foi criado a teoria de conjuntos e, com isso, foi possível conceituarmos que função é tido como um conjunto de pares ordenados $(x,\ y),$ com x sendo referente do conjunto A e y como elemento do conjunto B, e que para todo subsídio de x pertencente a A, vai possuir um só subsídio em B.

Nesta seção, fizemos um breve apanhado sobre autores e anos, que contribuíram significativamente para a evolução do conceito de função que temos atualmente. É importante ressaltar que é de fundamental importância o professor sempre poder apresentar a parte introdutória do conteúdo e com ela, possa vir a história da matemática de determinado assunto que esteja sendo estudado. A seguir vamos explanar o conceito de função exponencial e suas respectivas propriedades, para que posteriormente possamos aplicá-las em problemas.

3 FUNÇÃO EXPONENCIAL

Iezzi *et al* (1993, p.27) apresenta que o conceito de função exponencial que atualmente temos, passou por diversos processos de experimentação, caracterização e reestruturação, que foram estabelecidos por importantes matemáticos, como ressaltado anteriormente, o conceito de função se originou e com o passar aconteceu evoluções até chegarmos no que temos atualmente. Assim, uma função é designada como função exponencial, quando possui uma relação de dependência e a sua particularidade principal é a parte da variável x, de certa forma, podemos encontrá-la como expoente: $f(x) = a^x$, ou seja, a sua denominação exponencial.

3.1 UMA BREVE REVISÃO DE POTÊNCIA

A seguir, fizemos uma breve revisão sobre as potências de um número real, afim de compreender melhor essas propriedades quando estivermos trabalhando com funções exponencial.

Quando o expoente de um número real é um número natural, podemos interpretá-la como uma multiplicação com fatores iguais. Então seja um número real a e um número natural n, tal que n diferente de 0, a potência a^n é a multiplicação de a por si mesmo n vezes.

Como falamos sobre função exponencial, nosso objetivo é entender as propriedades de potência como expoente natural e expandir tais propriedades para números inteiros, racionais e reais

3.1.1 Revisão de Propriedades da Potência

A seguir, estudaremos a definição de potência de um número real com expoente natural, inteiro, racional e real, e principalmente, as propriedades que essa definição traz.

Definição: Sejam $a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$ e $b \in \mathbb{R}$, então, conforme Lima et al. (2006) e Lima (2017) segue que:

i) (Potência de Expoente Inteiro Positivo) Seja $n \in \mathbb{Z}^+$. A potência de base a e expoente n é o número a^n tal que:

$$a^0 = 1$$

$$a^1 = a$$

De modo geral, para $n \geq 2$, temos que a^n é o produto de n fatores iguais a a. Assim,

$$a^n = \underbrace{a.a.\dots.a}_{n}$$

ii) (Potência de Expoente Inteiro Negativo) Seja $n \in \mathbb{Z}^+$, temos que $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$;

iii) (Potência de Expoente Racional) Seja $r \in \mathbb{Q}$, tal que $r = \frac{m}{n}$ e $n, m \in n \in \mathbb{Z}\backslash\{0\}$, temos que $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$, em particular para $m = 1$ obtemos $a^{1/n} = (\sqrt[n]{1})$.

iv) (Potência de Expoente Real) Temos que a potência a^x está definida para todo $x \in \mathbb{R}$.

Propriedades: Se $a, b\ \mathbb{R}\backslash\{0\}$ e $x, y \in \mathbb{R}$, então:

i) $a^x . a^y = a^{x+y}$;

ii) $\frac{a^x}{a^y} = a^{x-y}$;

iii) $(a\ .\ b)^x = a^x . b^x$;

iv) $\left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x}$;

v) $(a^x)^y = a^{x.y}$.

Demonstração. Encontra-se em Lima *et al*. (2006) e Lima (2017).

Exemplos: (Enem - 2012) A Agência Espacial Norte Americana (NASA) informou que o asteroide YU 55 cruzou o espaço entre a Terra e a Lua no mês de novembro de 2011. A ilustração a seguir sugere que o asteroide percorreu sua trajetória no mesmo plano que contém a órbita descrita pela Lua em torno da Terra. Na figura, está indicada a proximidade do asteroide em relação à Terra, ou seja, a menor distância que ele passou a superfície terrestre.

FIGURA 01: Asteróide YU 55

FONTE: Reprodução/Enem

Com base nessas informações, a menor distância que o asteroide YU 55 passou da superfície da Terra é igual a

a)3,25.10^2 km

b)3,25.10^3 km

c)3,25.10^4 km

d)3,25.10^5 km

e) 3,25.10^6 km

Resposta: Alternativa correta: d) 3,25. 10^5 km

Na figura, está indicada a menor distância que ele passou da superfície terrestre, que é 325 mil km, ou seja, 325 000 km. Esse número deve ser escrito em notação científica. Para isso, devemos "andar" com a vírgula até encontrar um número menor que 10 e maior ou igual a 1. O número de casas decimais que a vírgula "andou" corresponde ao expoente da base 10 na fórmula (10^n).

Chegamos ao número 3,25 e, para isso, a vírgula "andou" 5 casas decimais. Portanto, em notação científica, a proximidade do asteroide em relação à Terra é 3,25 . 10^5km.

Exemplo (EPCAR - 2011) Simplificando-se a expressão

$$S = \frac{(x^{-2})^{2^{2^2}} . [(-x^{-2})^{3^{2^2}}]^{-1}}{x^{23} . \ [(-x^{3})^{32}]^{2^3}}$$

Onde $x \neq 0, x \neq 1$ e $x \neq -1$, obtém-se.

a) $-\ x^{-94}$
b) x^{94}
c) x^{-94}
d) $-\ x^{94}$

Resposta) Alternativa correta: a) $-x^{-94}$.

Usando as propriedades de potência temos

$$\mathrm{S} = \frac{(x^{-2})^{2^{2^2}} . [(-x^{-2})^{3^{2^2}}]^{-1}}{x^{23} . [(-x^{3})^{32}]^{2^3}}$$

Resolve as potencias $2^2 = 4$ e $2^3 = 8$,

$$\mathrm{S} = \frac{(x^{-2})^{2^4} . [(-x^{-2})^{3^4}]^{-1}}{x^{8} . \ [(-x^{3})^{9}]^{8}}$$

Agora as potencia $2^4 = 4$ e $3^4 = 81$,

$$S = \frac{(x^{-2})^{16} . \ [(-x^{-2})^{81}]^{-1}}{x^{8} . [(-x^{3})^{9}]^{8}}$$

Calculando $(x^{-2})^{16} = x^{-32}$, $(-x^{-2})^{81} = -x^{-162}$ e $(-x^{3})^{9} = -x^{27}$,

$$S = \frac{x^{-32} . [-x^{-162}]^{-1}}{x^{8} . (-x^{27})^{8}}$$

Agora, $[-x^{-162}]^{-1} = -x^{162}$ e $(-x^{27})^{8} = -x^{162}$,

$$S = \frac{x^{-32} . [-x^{162}]}{x^{8} . (x^{216})}$$

Multiplicação de potências de mesma base soma-se os expoentes:

$$S = \frac{[-x^{130}]}{(x^{224})}$$

Divisão de potências de mesma base subtrai-se os expoentes:

$$S = -x^{130-224}$$

O resultado final é:

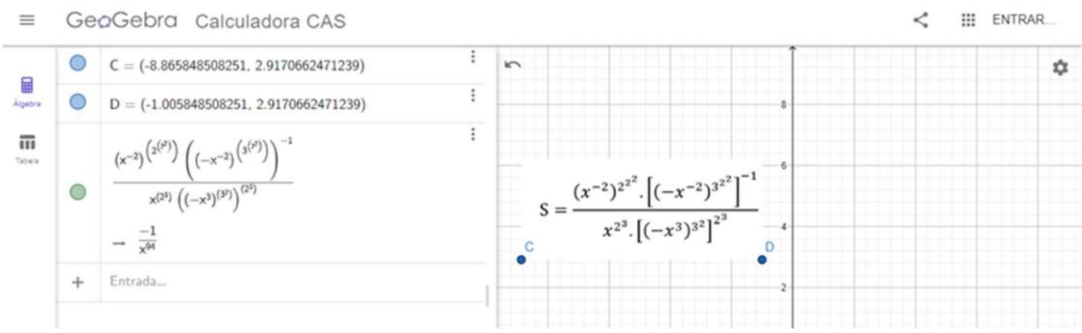
$$S = -x^{-94}.$$

Portanto, a alternativa correta é a letra A cujo resultado é $-x^{-94}$.

Caso o aluno tem um boa base algébrica ou queria conferir esse resultado usando a calculador CAS do Geogebra ele poderia digitar "((x^(-2))^(2^(2^(2)))*((-x^(-2))^(3^(2^(2))))^(-1))/(x^(2^(3))*((-x^(3))^(3^(2)))^(2^(3)))" que a calculadora daria o resultado conforme figura:

O resultado apresentado foi $\frac{-1}{x^{94}}$, que sabemos, usando as propriedades, ser igual $-x^{-94}$.

FIGURA 02: Resultado da Geogebra



FONTE: autora, 2021.

3.2 FUNÇÃO EXPONENCIAL

Para sabermos a simbologia e definição de função exponencial, foi preciso fazermos uma breve revisão sobre potências, definições de potências, e apresentar algumas propriedades válidas, pelo qual esse estudo se assemelha. A seguir vejamos a definição de função exponencial.

Definição: Dada a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}^+$ que é definida por $f(x) = a^x$, de base $a \in \mathbb{R}^+$e $a \neq 1$ é chamada f de função exponencial.

Exemplos: Vejam as seguintes funções exponenciais de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}^+$

a) $f(x) = 3^x$

b) $g(x) = (\frac{3}{2})^x$

c) $h(x) = (\sqrt{2})^x$

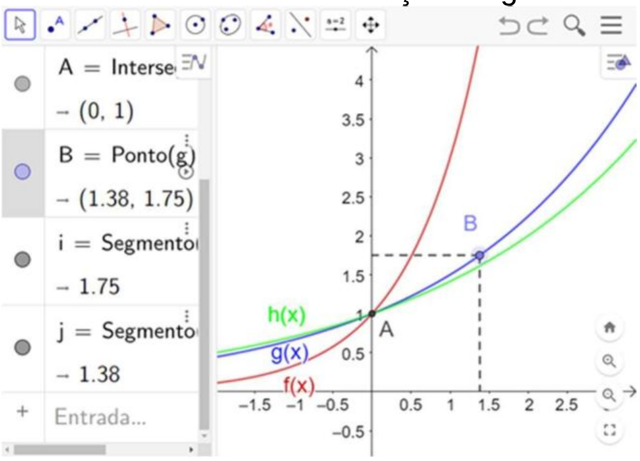
3.2.1 Gráficos de Função Exponencial

Com relação aos gráficos de funções exponenciais, temos a sua definição a seguir.

Definição: O gráfico de uma função é o conjunto de pares ordenados (x, y) do plano cartesiano, onde $f(x) = y$. Em caso especial, quando f é a função exponencial, x e $f(x)$ são pares de números reais que representam o gráfico da tal função.

Exemplos: Vejam os gráficos das funções exponenciais de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}^+$ dadas por, $f(x) = 3^x, g(x) = (\frac{3}{2})^x$ e $h(x) = (\sqrt{2})^x$ na figura a seguir:

FIGURA 03: Gráfico das funções f. g e h



FONTE: autora, 2021

Podemos obeservar alguns elementos nesses gráficos da figura 3: Vejamos que os três graficos passam pelo mesmo ponto $A = (0,1)$; os três gráficos tem pontos cada vez mais altos (mais distantes do eixo x) a medida que olhamos para a direita (valores crescentes de x). O gráfico de f tem pontos mais baixos nos valores negativos de x e muda essa relação no valores positivos de x.

O processo para fazer o gráfico dessa funções no papel é simples. Basta fazer uma lista de pontos (que pode ser feito numa tabela com valores para x e para $f(x)$) e ligando o pontos numa linhas suave. Embora seja um processo, importe para ser exercitado no aluno que esta aprendendo a fazer gráficos torna-se demorado para alunos mais experientes.

Nesse ponto, o geogebra traz a vantagem de construir esses grafico rapidamente deixando o aluno com mais tempo para pensar nas propriedade que os gráfico apresenta. Por exemplo faça o seguinte exercício:

Exercício: Contrua os gráfico das funções $f_1(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $g_1(x) = \left(\frac{2}{3}\right)^x$ e $h_1(x) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^x$ (pode ser usado o geogebra no site www.geogebra.org/classic para contruir os gráficos) e escreva um texto comentando sobre as diferenças e semelhanças entre os graficos f_1, g_1 e h_1. Depois escreva as diferenças entre os graficos da figura 3 e os gráficos produzido nesse exercício considerando as difrenças entre f e f_1, g e g_1 e h e h_1. Tente explicar porque essas diferenças acontencem.

Em relação ao gráfico da função exponencial, podemos mencionar algumas de suas propriedades.

Propriedades:

i) Toda função exponencial possui o ponto de coordenadas (0,1).

ii) Para todo $a \in \mathbb{R}^+$ e para todo $x \in \mathbb{R}$, a função a^x sempre será positiva.

iii) A função exponencial é injetora, quando $f(x) = a^x$, com $0 < a \neq 1$,sejam x_1 e x_2, de modo que $x_1 \neq x_2$ (exemplo $x_1 < x_2$).

iv) O gráfico da função exponencial não passa pelo 2º e 3º quadrante do plano cartesiano, pois no contradomínio, sempre será como foi visto na definição, os números reais e maiores que 0.

Demonstração: Podemos encontrá-la no Iezzi et al. (1993, p.28 e p.33)

3.2.2 Função crescente e decrescente

Nesta seção, iremos abordar as definições de função exponencial crescente ou decrescente e suas propriedades. Observe a seguir:

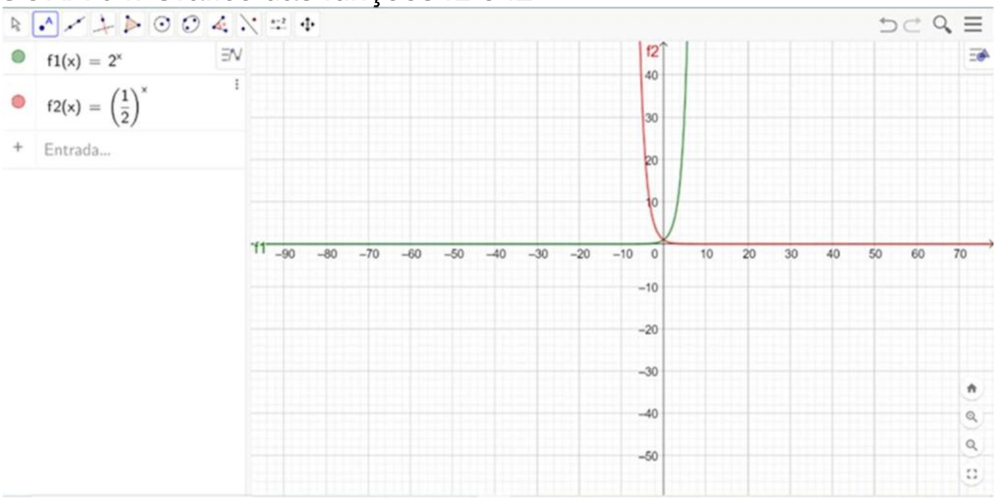
Definição: Dizemos que uma função é **crescente** quando, aumentando os valores atribuídos ao domínio (representado pela variável x), os respectivos valores do contradomínio (representado pela variável de y), consequentemente ficam cada vez maiores. Já para as funções **decrescente** ocorre o processo contrário, ou seja, na medida que os valores de x aumentam os valore de y diminuem.

Agora vamos ver um exemplo teórico do crescimento e decrescimento das respectivas funções a seguir.

Exemplo: Sejam as respectivas funções exponenciais $f_1(x) = 2^x$ e $f_2(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, respectivamente de base 2 e $\left(\frac{1}{2}\right)$.

Vamos utilizar o geogebra para plotarmos duas funções distintas, das quais temos a $f_1(x)$ e $f_2(x)$ que representa respectivamente uma função crescente e a outra decrescente, pois a base da primeira função satisfaz a condição mínima que é $a > 1$ para ser crescente, nela podemos perceber $a = 2$, já na segunda função temos a condição de que para ser decrescente $0 < a < 1$, observe que nela temos $a = \frac{1}{2}$.

FIGURA 04: Gráfico das funções f1 e f2.



FONTE: autora, 2021

É importante ressaltar que o gráfico de uma função nada mais é do que o conjunto dos pares de pontos $(x,\ f(x))$ e para que a nossa explanação fique clara, vamos plotar aqui quatro pontos, mas que saibamos que para cada número real que se atribui temos pontos associados ao gráfico. Segundo Iezzi et al. (1993) Dada uma Função Exponencial $f(x) = a^x$, dizemos que é crescente ou decrescente respectivamente se, e somente se, $a > 1$ (ou $0 < a < 1$). A seguir podemos ver as seguintes propriedades da função exponencial em que ela vai ser crescente ou decrescente.

Propriedades:

(i) O gráfico da função $f(x) = a^x$ é crescente quando a base $a > 1$. Nesse caso podemos dizer que quanto maior for o valor de x maior será o resultado de y.
(ii) O gráfico da função é decrescente quando a base for um valor que estiver $0 < a < 1$. Nesse caso quanto maior for o valor de x menor será o valor de y.
(iii) Consideramos que uma função exponencial é crescente quando dados dois valores
diferentes x_1 e $x_2 \in \mathbb{R}$, com $a > 1$ e $x_1 > x_2$, assim teremos consequentemente $a^{x_1} > a^{x_2}$.
(iv) Uma função é considerada decrescente quando dois valores distintos x_1 e $x_2 \in \mathbb{R}$, com $a \in \mathbb{R}$, $0 < a < 1$, temos que $a^{x_1} > a^{x_2}$ se, e somente se, $x_1 < x_2$
Demonstração: Podemos encontrá-la no Iezzi et al. (1993, p.28, 32 -33)

Com base nas propriedades que vimos sobre função exponencial, podemos responder os seguintes exercícios que o leitor poder fazer com facilidade usando o Geogebra.

Exercício 1. Construa o gráfico cartesiano da função exponencial definida por $f(x) = 5^{x-1}$.
Exercício 2. Construa o gráfico cartesiano da função exponencial definida por $g(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1}$.
Exercício 3. Usar o geogebra (no site www.geogebra.org/classic) para construí um controle deslizante (na barra de ferramentas tem um "botão" como na figura 6) com a variação de 1 a 5. Depois construa o gráfico usando o controle deslizantes como base de uma função exponencial (1) controle deslizante: a (variando de 1 a 5), função exponencial: f(x)=a^x). Mova o controle deslizante e escreva um texto explicando o que ocorre com a função.

FIGURA 05: Controle deslizante.

FONTE: autora, 2021

Exercício 4. Repita o exercício 3 com o controle deslizante variando de 0 a 1 e escreva um texto explicando o que ocorre de diferente da função anterior.

4 APLICAÇÕES DA FUNÇÃO EXPONENCIAL

Neste capítulo será feito abordagens distintas através de situações problemas interdisciplinares que visa relacionar outras áreas do conhecimento à função exponencial, tendo o geogebra como ferramenta de ensino.

4.1 ATIVIDADE 1

Essa atividade consiste em associar conceitos matemáticos e em especial a função exponencial à situação problema, que envolve a área das ciências biológicas.

Segundo o site de informações G1, publicado em 27 de fevereiro de 2020, o novo Coronavírus, mais conhecido por Covid-19, é o nome de uma família de vírus que possui estrutura em formato de coroa, que circulam entre animais, como por exemplo morcegos e roedores, porém passam a infectar humanos quando existe convivência próxima e com isso, os vírus sofrem mutações. O Covid-19 iniciou a sua circulação em escala assombrosa no ano de 2019 na china, porém essa família é conhecida desde do ano de 1960.

A Organização Mundial de Saúde afirma que a doença é transmitida de uma pessoa para outra por meio de pequenas gotículas expelida pelo nariz ou boca, quando o indivíduo infectado espirra ou tosse; causando infecções respiratórias que possam levar até a morte.

SITUAÇÃO-PROBLEMA: Supondo que uma pequena cidade do interior da Paraíba possua um crescimento na quantidade de infectados, e que nela tenha exatamente 19683 habitantes, sendo que a cada 3 dias o número de indivíduos infectados se triplique. Ao primeiro dia, temos o diagnóstico de uma pessoa infectada, quantos dias serão precisos para que nesta cidade tenha um terço de pessoas infectadas? Deixando bem claro que nenhuma medida restritiva seja tomada para a moderação dos aumentos de casos de Covid-19.

É importante ressaltar que foi mencionado apenas situações brutas para podermos contextualizar o problema e consequentemente sabermos como se dá a evolução da doença.

Possíveis provocações ao aluno:

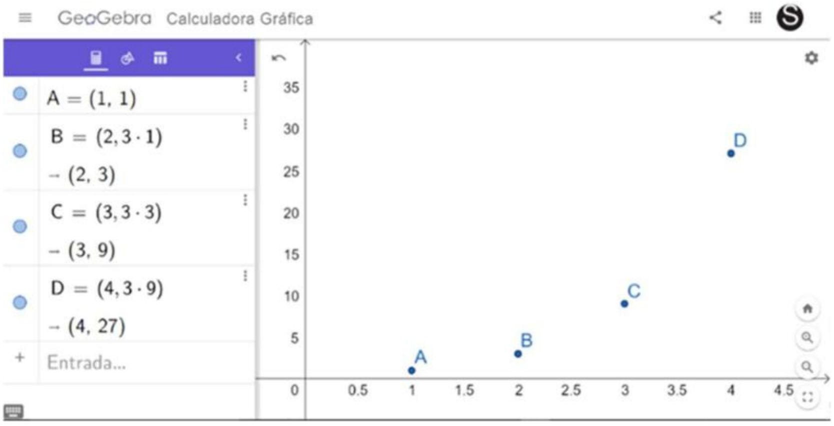
- O que devemos fazer no problema nessa questão?
- Qual caminho se dever seguir para descobrir a quantidades de dias que serão precisos para que um terço da população estejam infectados?

Sabendo que o número de habitantes é 19. 683 habitantes, e que a cada três dias o número de pessoas infectadas pela doença triplique e que no primeiro dia seja diagnosticado. Logo após a seleção dos dados para a solução do problema apresentado e relações existentes, o educador é responsável por incentivar os discentes a buscarem conexões solicitadas. Então, esta é a oportunidade de executamos um plano para discutido para solucionar a questão juntos com os alunos. Uma discussão para o caso podes ser: para que pudéssemos encontrar o número de dias e consequentemente o crescimento de pessoas infectadas pela doença, ordenar os dados extraídos e representar na fórmula que possa ser encontrada, sendo assim será feito uma análise de informações oferecidas pelo problema para que os discentes possam representar em gráficos.

Depois de ser feito as interações, é necessário que o professor faça provocações aos alunos, para que eles possam raciocinar e fazer observações sobre o que foi solicitado pelo problema. Esse é o momento de o aluno desenvolver as suas habilidades e conhecimentos a respeito de função exponencial para que por fim as soluções do problema sejam encontradas.

O docente poderá analisar os pontos de vista de cada aluno perante a solução que foi mostrada. Assim, pode-se fazer uso do Geogebra para resolver essa situação problema. Incialmente, tentaríamos fazer uma representação pontual usando o eixo x para representar os ciclos e o eixo y para representar o número de infectados. Assim, plotaríamos os pontos A= (1,1) (ciclo 1, números de infectados 1); B= (2,3) (ciclo 2, números de infectados 3.1=3); C= (3,9) (ciclo 3, números de infectados 3.3=9); D= (4,27) (ciclo 4, números de infectados 3.9=27) (figura 6):

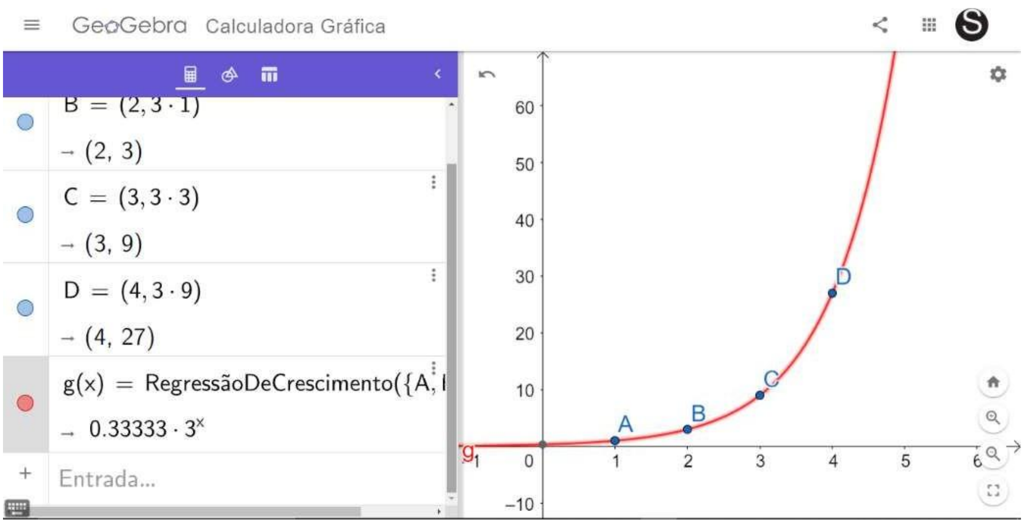
FIGURA 06: Pontos A, B, C, D



FONTE: autora, 2021

A representação desses quatros pontos nos dá uma boa perspectiva de que estamos trabalhando com um modelo matemático de uma função exponencial. Agora podemos auxiliar os discentes a buscar uma função no Geogebra para esses pontos. Digitando na barra de opções o comando “Regressão De Crescimento” com a lista de pontos de (A, B, C, D) vejamos o que o gráfico nos mostra (figura 7):

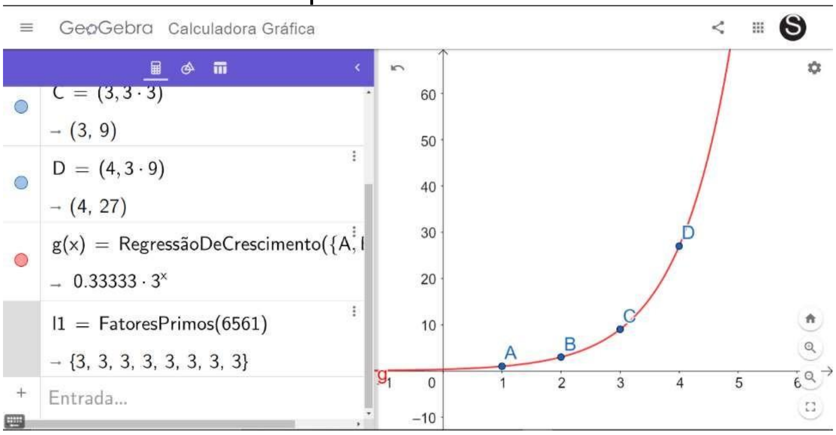
FIGURA 07: Função exponencial da Função regressão de crescimento (A, B, C, D) do Geogebra.



FONTE: autora, 2021.

O comando "Regressão De Crescimento" com a lista de pontos de (A, B, C, D) nos apresenta a função $g(x) = \frac{1}{3}\,3^{x}$ o que é equivalente a $g(x) = 3^{x-1}$. O próximo passo é descobrirmos quantos ciclos são necessários para que um terço da população esteja infectada. Sabemos que um terço da população é de 6561 habitantes. Podemos usar o comando "Fatores Primos (6561)" que nos fornecera a lista completa de fatores primos desse número (figura 8):

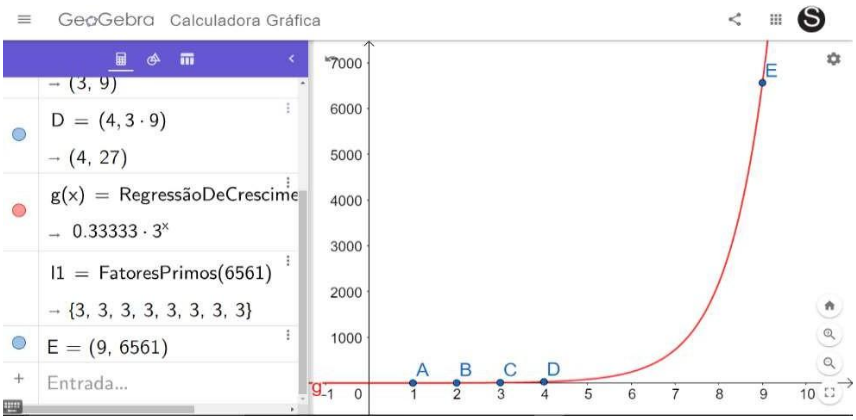
FIGURA 08: Fatores primos de 6561



FONTE: autora, 2021

Como podemos ver que a fatoração de $6561 = 3^{8}$. Comparando com $g(x) = 3^{x-1}$ concluímos que $x = 9$. (existe no Geogebra uma calculadora chamada CAS. Com ela podemos usar o comando "Resolver ($6561 = 3^{x-1}$)" e obtermos a solução dessa equação que é $x = 9$) Isso nos diz que o no ciclo 9 teremos um terço da população infectada (6561) (figura 10).

FIGURA 09: Ponto E = (9, 6561)



FONTE: autora, 2021

Para concluirmos, quantos dias teremos para que um terço da população esteja infectada, usamos o fato de que os infectados triplicam a cada 3 dias, e isto quer dizer que cada ciclo ocorre a cada 3 dias. Sabemos que são necessários 9 ciclos para que um terço da população esteja infectada, então são necessários $3 \times 9 = 27$ dias no total.

Vejamos que ao usarmos o Geogebra para encontrar a resposta para este problema matemático, damos a oportunidade de os alunos veem graficamente a velocidade que cresce esse tipo de função exponencial, reforçando a compreensão do assunto e de forma explicita, mas muito efetiva para aqueles alunos que aprendam melhor com a presença de imagens. O uso da interdisciplinaridade nesse contexto possibilita ao discente uma vivencia com assuntos do seu dia a dia aumentado seu poder de crítico de compreender um pouco mais do mundo a sua volta. Claro que também poderíamos optar por responder a questão de forma analítica sem o uso do Geogebra. Considerando o quadro 01, representando o número de infectados e o número de ciclos, sabendo que 1 ciclo tem equivalência de três dias, temos que:

QUADRO 01: Número de infectados e número de ciclos

NÚMERO DE CICLOS	**NÚMERO DE INFECTADOS**	**I**	**I**
1	1	1	3^0
2	3	3	3^1
3	9	3.3	3^2
4	27	3.3.3	3^3
5	81	3.3.3.3	3^4
...			...
c		$3.3.\ldots.3 = c-1$	3^{c-1}

FONTE: autoria própria.

Como vemos, os valores que foram atribuídos, podem ser generalizados para que possamos obter a expressão que representa o número de infectados de modo a termos que $I(c) = 3^{c-1}$ com c representando os números de ciclos, calculando um terço da população: $19683\frac{1}{3} = 6561$.

A seguir, iremos achar o número que será preciso para termos 6561 pessoas contaminadas, sendo assim $I(c) = 6561$. Como $I(c) = 3^{c-1}$, temos que $6561 =$

3^{c-1}, fatorando 6561 e consequentemente deixando na mesma base; $6561 = 3^8$, sendo assim $3^8 = 3^{c-1}$, como ambas igualdades são iguais possuem mesma base, usando a propriedade da exponencial, temo que $8 = c - 1$, resolvendo esta equação, encontramos $c = 9$.

Outrossim, como foi apresentado anteriormente, que cada ciclo dura 3 dias, podemos concluir que $3.\ 9 = 27$. Infere-se que serão necessários 27 dias para que um terço da população desta cidade esteja infectada pelo novo corona vírus se não forem tomadas medidas restritivas. Assim, cada situação abordada pelos discentes apresentam uma forma valiosa de aprendizado. O uso do “Geogebra” apresenta uma boa compreensão gráfica e visual com grande velocidade comparada ao processo de fazer o desenho de forma manual, enquanto a forma analítica apresenta uma boa compreensão numérica.

Com isso, ambas são uma forma valiosa de oportunidades para o aprendizado. Quando o aluno já tem conhecimento de como construir gráficos o geogebra é uma valiosa ferramenta para ganhar tempo na construção dos gráficos e visualização da situação geral, sobrando tempo para o aluno refletir no demais aspectos dos problemas estudados.

4.2 ATIVIDADE 2

Essa atividade consiste em associar conceitos da função exponencial à resolução do problema com aplicação, pelo qual envolve conhecimento da física. A termologia é uma das áreas do campo da física, que estuda temperatura, calor, dilatação térmica, mudança de estado físico, estudo dos gases e dilatação térmica.

Na termologia encontramos uma divisão em três partes: a termometria que estuda a temperatura e as escalas termométricas, das quais são Celsius(ºC), Fahrenheit(ºF) e Kelvin(ºK); Calorimetria, responsável por estudar as trocas de calor que podem ocorrer entre corpos; e a termodinâmica área responsável por estudar as relações que existem entre calor, energia e trabalho.

SITUAÇÃO-PROBLEMA – Adaptado (UFRP – 2013): Uma pizza a $185°C$ celsius que foi retirada de um forno quente. Entretanto, somente quando a temperatura atingir $65°C$ será possível segurar um de seus pedaços com as mãos nuas, sem se queimar.

Suponha que a temperatura y da pizza, em graus celsius, possa ser descrita em função do tempo x, em minutos, pela expressão $T(x) = 160.\ 2^{-0,8x} + 25$. Qual é o tempo necessário para que se possa segurar um pedaço de pizza com as mãos nuas, sem se queimar?

Possíveis provocação do professor para os alunos:

- Se atribuirmos um tempo zero, quantos graus celsius vai estar?
- Em quanto tempo pode-se pegar a pizza com as mãos nuas?
- Esta função é crescente ou decrescente, explique por quê?

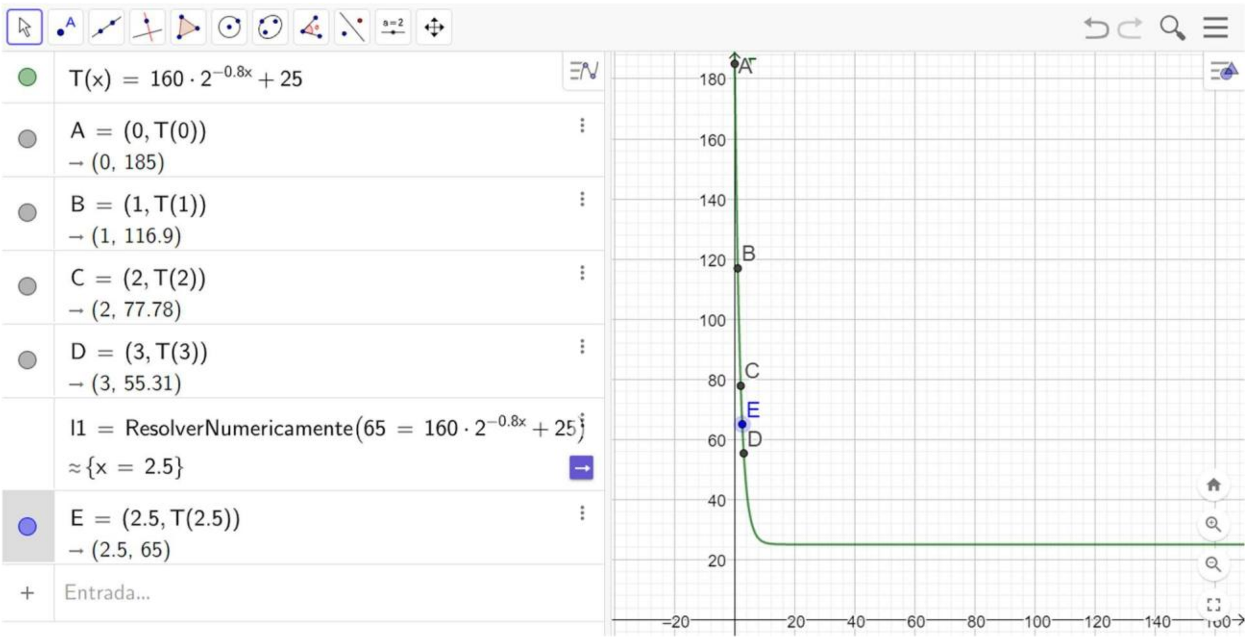
Após a realização da discussão e troca de conhecimento entre professor e aluno sobre o problema proposto, é necessário que ainda o educador instigue os educandos, para que eles possam pensar, fazer análise do que foi solicitado e, consequentemente, possam pôr em prática as suas habilidades e aprendizados adquiridos sobre função exponencial e termologia, como no caso deste problema e por fim, cada discente possam desenvolver as respectivas soluções.

PRÁTICA ADOTADA: Depois do discursão com os alunos sobre os planos e estratégias de solução deles, o docente pode fazer observações sobre pontos, opiniões distintas de cada discente em relação as soluções do problema encontradas. De início podemos pegar a expressão dada pelo problema que é representada por $T(x) = 160.\ 2^{-0,8x} + 25$, e fazer a substituição do tempo $x = 0$, para seja possível encontrar a temperatura da pizza no tempo 0, sendo assim temos que fazendo os cálculos $T\ (0) = 160.\ 2^{-0,8.0} + 25$, resulta em $T\ (0) = 185°C$, dessa forma podemos observar que a temperatura da pizza atinge $185°C$ no tempo 0.

Dessa maneira, pode-se utilizar o geogebra, para auxiliar na resolução do problema. O passo a ser seguido é descobrirmos em quanto tempo uma pessoa pode segurar um pedaço de pizza com as mãos nuas. Sabendo que 65ºC é a temperatura desejada da pizza para poder ser segurada com as mãos após ser retirada do forno, podemos analisar $65 == 160.2^{-0,8x} + 25$. Resolvendo a equação, concluímos que $x = 2,5$ minutos (o Geogebra possui uma calculadora chamada CAS. Nela podemos utilizar o comando “Resolver (65 = 160. $2^{-0,8x}$+25)”.

Com isso, podemos obter a solução dessa equação que é $x = 2{,}5$ minutos), sendo assim isso nos declara que 2,5 minutos será o tempo necessário para que se possa pegar o pedaço de pizza com a mão desnuda. Ainda no geogebra podemos digitar comando T(x)=160.2^(-0.8x) + 25 e fazendo a representação dos pontos no gráfico usando os comandos e com o auxílio da calculadora para obtermos os resultados (0, T (185)) (tempo 0 minutos, temperatura 160. $2^{-0{,}8.0}$ + 25 =185ºC); (1, T (1)) (tempo 1 minuto, temperatura 160. $2^{-0{,}8.\,1}$ + 25 =$\frac{581℃}{5}$); (2, T (2)) (tempo 2 minutos, temperatura 160. $2^{-0{,}8.\,2}$ + 25 = $\frac{381℃}{5}$) e (3, T (3)) (tempo 3 minutos, temperatura 160. $2^{-0{,}8.\,3}$ + 25 = $\frac{269℃}{5}$).

FIGURA 11: Gráfico de temperatura



FONTE: autora, 2021

Agora, podemos tirar conclusões que o gráfico da função é uma curva exponencial decrescente, pois como foi visto em seções anteriores, quando a base é $0 < a < 1$, e no caso do problema acima, identificamos que a função é decrescente. É importante pontuar que podemos utilizar estratégias distintas para que possamos encontrar as respectivas soluções do problema, das quais podemos mencionar o raciocínio com base em conhecimentos já adquiridos para resolver algebricamente e o outro é usar Geogebra. Com ele proporcionamos a oportunidade aos alunos de um ensino mais dinâmico para que eles possam observar melhor graficamente a curva e a velocidade que cresce esse tipo de função exponencial e fortalecendo a assimilação do conteúdo de forma compreensível com a presença de gráficos construídos com muita rapidez, principalmente para aqueles que sentem dificuldades em visualização de gráficos.

4.3 ATIVIDADE 3

Essa atividade consiste em relacionar conceitos da função exponencial à resolução de situação problema na matemática financeira, afim de associar conceitos e informações das distintas áreas.

A matemática financeira é um dos ramos da matemática, que visa estudar a variação do dinheiro em relação ao tempo, é usufruído para a administração de finanças e despesa do nosso cotidiano, como também com cálculos complexos e investimentos e empréstimos bancários. Assim, a matemática financeira possui um amplo estudo de problemas e nela podemos encontrar abordagens tais como aplicações de juros; investimento financeiro; aumento e desconto percentual; cálculos que envolvem porcentagem e depreciação dos valores.

SITUAÇÃO-PROBLEMA: João é um pequeno empresário no ramo de trailer de lanches e com a crise financeira e consequentemente com a falta de movimento em seu comércio, ele optou por fazer outros negócios, como por exemplo, o investimento em uma aplicação bancária (comumente chamada de renda fixa), sendo assim teve a ideia e aplicou R$ 8.000,00 que apresenta taxa fixa de rendimento igual a 1,8% ao mês. Quanto será o valor de resgate dessa aplicação de R$ 8.000,00 nesse fundo de investimento, que apresenta taxa fixa de rendimento igual a 1,8% ao mês, durante 5 mês? Por quanto tempo esse capital deve permanecer investido para que o valor do resgate seja igual a R$ 9,900,00 aproximadamente?

Possíveis provocação do professor para os alunos:

- O que acontecerá com o dinheiro de João (o empresário de trailers de lanches) com o passar do tempo?
- Como João se beneficiará nisso?
- Quanto será o valor de resgate de uma aplicação de R$ 8.000; 00 em fundo que apresenta taxa fixa de rendimento igual a 1,8% ao mês, durante 5 mês?

- Por quanto tempo esse capital deve permanecer investido para que o valor do resgate seja igual a 9.900,00 aproximadamente?

PRÁTICA ADOTADA: Depois de ser feita a seleção de informações estabelecida para que possam achar a solução do problema proposto, o docente vai incentivar os discentes a procurar o que foi solicitado. Logo, este é o momento de colocar em prata os cálculos.

Nesse caso, o professor dever discutir um pouco sobre o sistema de capitalização do dinheiro de forma resumida. Principalmente no referente a juros compostos. Fazer a devidas associações com o conteúdo de função exponencial que está relacionado à situação, e para que seja possível de encontrarmos as respectivas soluções, sendo assim é preciso responder as perguntas tais como o valor do resgate da aplicação de R$ 8.000,00 que foi feita em fundo que tem rendimento igual a 1,8% ao mês, durante 5 meses, consequentemente podemos encontrar o tempo que o investidor leva para que o resgate do investimento seja igual a 9.900,00.

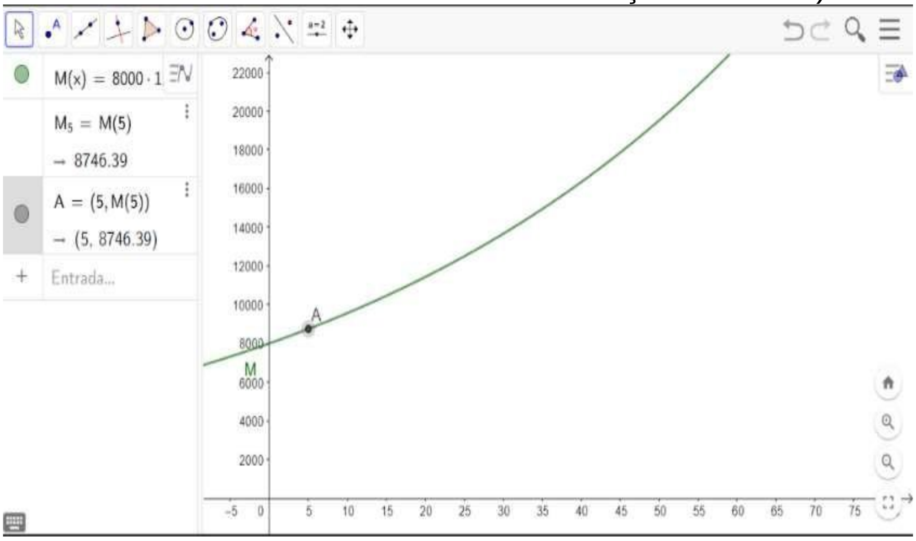
Após ter ocorrido as conversações, é preciso que o professor faça mais provocações aos educandos para que eles sejam capazes de raciocinar e fazer análises sobre o que foi proposto pelo problema, sendo assim é o momento de o aluno expandir as suas habilidades e compreensões acerca do problema sobre função exponencial e matemática financeira, para que por fim, as soluções sejam encontradas.

Posteriormente a produção do plano, o educador pode fazer observações sobre o ponto de vista de cada aluno a respeito do problema diante das soluções encontradas por eles. Mais uma vez, podemos utilizar o Geogebra para auxiliarmos nas soluções do problema. De início, vamos descobrir o montante da seguinte forma: Uma aplicação financeira é o modelo matemático de uma função exponencial do tipo $M(x) = C(1 + i)^x$, onde x representa o tempo de aplicação em meses, i é a taxa (nesse caso, mensal), C é o capital aplicado inicialmente, e $M(x)$ é o montante no momento do resgate após x meses. Logo, vamos representar no Geogebra a função $M(x) = 8000 * (1 + 0.018)^x$.

Para descobrimos quanto será o valor do montante usamos o Geogebra o comando $M\_5 = M(5)$ que nos dará o resultado $M_5 = 8746.39$. Podemos também evidenciar no gráfico o pondo onde esse resultado acontece com o comando $A =$

$(5, M(5))$ (ver figura 11 abaixo mostrando o resultado dos comandos que usamos até agora).

FIGURA 10: Ponto A – evidenciando a solução do item a)

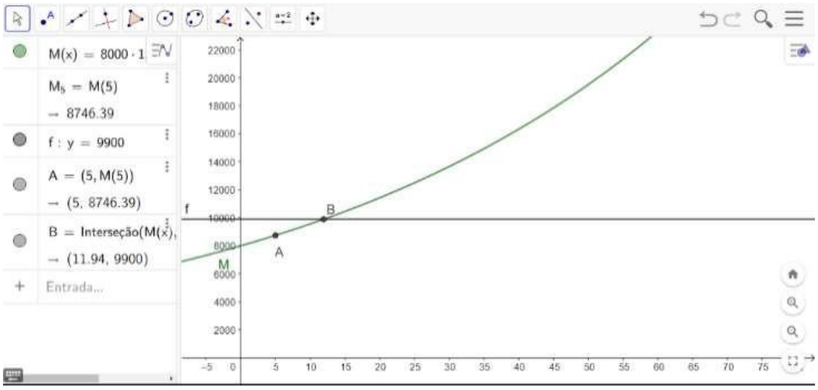


FONTE: autora, 2021

Em teoria o gráfico desse exemplo é pontual (meses inteiros para capitalização do capital, esse ponto também pode ser discutido com os alunos e pode ser representado no Geogebra os pontos de forma equiespaçados em uma unidade conforme a situação. Mas optamos por representar a linha continua por simplicidade para o aluno), ainda com o auxílio do geogebra podemos achar o tempo que será necessário para o montante ($M(x)$) ser aproximadamente R$ 9.900,00. Para tanto vamos usar uma reta horizontal nesse valor. Isso é, vamos usar o comando $y = 9900$.

Depois vamos encontrar o ponto de intersecção entre a função $M(x)$ e $y = 9900$ com o comando $B = Intersecção(M(x),\ f)$ que resultará o ponto $B = (11{,}94;\ 9900)$. Observe o gráfico desses passos:

FIGURA 11: Mostrando a resposta do item B.



FONTE: autora, 2021

Esse passo nos mostra que é preciso, aproximadamente, 11,94 meses para resgatar o valor de 9900,00 (observamos isso no ponto $B = (11.94{,}9900)$). Conforme podemos concluir que serão necessários 12 meses para João poder obter R$ 9.900,00 (um pouco mais se levamos em consideração os cálculos completos).

O uso do Geogebra possibilita o aluno responder de maneira simples e prática questão de função exponencial dando ênfase melhor ao comportamento gráfico da função exponencial. Vale ressaltar que o aluno talvez não possa responder o item b) desse problemas sem o auxílio do Geogebra, que seria necessário o aluno ter conhecimento de função logaritmos. Assunto que será estudado posteriormente. Por hora essa vantagem de usar a calculadora o facilita compreender a resposta e poderá ampliar seus conhecimentos posteriormente quando foi adicionado o conceito de função inversa da função exponencial.

4.4 ATIVIDADE 4

Essa atividade visa associar conceitos da função exponencial à resolução de situação problema que envolve a química com a intenção de relacionar entre si conceitos e informações de ambas áreas.

A técnica do ^{14}C (carbono 14) foi descoberta pelo químico norte americano, Willard Libby, no ano de 1940, quando ele percebeu que a quantidade de ^{14}C nos tecidos orgânicos sem vida diminui em ritmo constante com o passar dos tempos. O número de ^{14}C presente nesse fóssil nos dá a noção dos anos que aquele cadáver ou restos mortais tem desde a sua morte. Isso quer dizer que o ^{14}C morre junto com o indivíduo e depois disso a quantidade de ^{14}C vai diminuído com o decorrer dos anos.

Atualmente, esta técnica é utilizada pelos paleontólogos nos estudos para desvendar a idade aproximada de cadáveres antigos, ossos e conchas marinhas, entre outras espécies arqueológicas de origem biológica. Esta técnica só é aplicada em vestígios que tem no máximo 70 mil anos.

Nos seres vivos existe uma quantidade bem pequena de átomos de carbono-14, um isótopo radioativo do elemento carbono. Enquanto o vegetal ou animal estão vivos, a concentração desse isótopo se mantém constante, pois todo carbono-14 que se desintegra nos vegetais é reposto quando ocorre a fotossíntese. Já nos animais essa reposição é feita através da alimentação. Quando o animal ou vegetal morrem, deixam de repor o carbono-14 e assim ele se desintegra de acordo com uma função exponencial. A meia-vida desse isótopo gira em torno de 5.600 anos. Suponha que um fóssil tenha sido encontrado com um percentual de carbono-14 igual a 12,5% do que o animal ou vegetal apresenta durante a sua vida. Para se ter ideia da idade do fóssil basta fazer a conta no "sentido contrário" até chegar em 100%.

SITUAÇÃO-PROBLEMA- (ENEM-2017-Adaptada): A técnica do carbono-14 permite a datação de fósseis pela medição dos valores de emissão beta desse isótopo presente no fóssil. Para um ser em vida, o máximo são 15 emissões beta/(min g). Após a morte, a quantidade de 14C se reduz pela metade a cada 5.730 anos.
Considere que um fragmento fóssil de massa igual a 30 g foi encontrado em um sítio arqueológico, e a medição de radiação apresentou 6.750 emissões beta por hora. Qual é a idade desse fóssil, em anos?

Antes de resolver essas problema observamos que:

Essa atividade é perfeitamente adequada para uma pratica de interdisciplinaridade propondo aos alunos que pesquisem (as informações introdutórias nessa atividade foram apresentadas para um entendimento da questão, mas pode ser muito bem direcionada para uma pesquisa) com professores de outras disciplinas sobre a técnica de datação de carbono 14.

Essa integração entre as áreas de conhecimento vai exatamente de encontro com nossa proposta de aulas que junte os conhecimentos e tornem os alunos mais críticos sobre os assuntos estudados de forma separadas, mas que na verdade se completam.

Com os alunos com mais entendimento sobre o processo de datação de carbono 14 (que o professo pode oferecer sites, resumos ou ele mesmo fazer uma breve explicação caso tenha pressa em aplicar a questão) já podem compreender melhor o enunciado da questão.

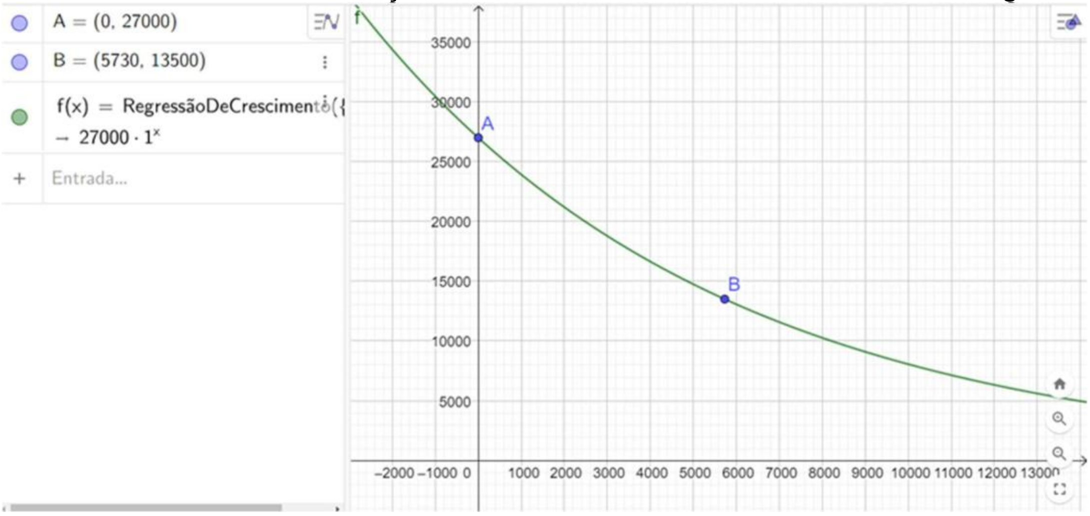
Logo após as descobertas de dados vindos no problema, o professor pode instruir os alunos para que eles possam responder o que foi solicitado pelo problema. Vale ressaltar que é preciso se ter um esquema fundamentado com as possíveis perguntas: achar a quantidade de emissão de beta para um fosse de 30g; encontrar a expressão matemática que representa a função; encontrar o ponto de intersecção dos gráficos e o por último, a idade desse fóssil.

Ademais de ter ocorrido as interações em sala de aula, é necessário que o docente ainda faça fomentações a turma e com isso, eles possam fazer observações sobre o problema e assim, eles façam uso dos seus conhecimentos a respeito de função exponencial e decaimento radioativo, para que diante disso cada um possa achar as soluções do problema de acordo com entendimento individual.

PRÁTICA ADOTADA: Primeiramente vamos achar a quantidade de emissões beta por hora de um fóssil que se tem massa igual a 30 g ainda vivo. Identificando emissões beta pela letra E, assim temos que $E = \frac{15 \text{ emissões beta } .30}{\text{min.g}}$, temos como resultado $E = \frac{450 \text{ emissões beta}}{\text{min}}$. Como o problema apresenta a emissão beta do fóssil encontroado por hora, vamos multiplicar este valor por 60 minutos, pois 1 hora equivale a 60 minutos. $E = \frac{450 \text{ emissões beta } .60 \text{ min}}{\text{min. } 1\text{hora}}$, assim $E = \frac{27000 \text{ emissões beta}}{\text{hora}}$.

A seguir, vamos utilizar o “Geogebra” para que seja feita a representação através de pontos, vamos adotar a seguinte nomenclatura de eixos: indicaremos o eixo y para a quantidade E de emissões beta por hora do fóssil em função do tempo, enquanto que o eixo x representa o tempo em anos após a morte do fóssil. Podemos plotar os pontos A = (0,27000)(0 anos após a morte, 27000 emissões betas por hora); B=(5730,13500))(5730 anos após a morte, 27000/2=13500 emissões betas por hora) (o ponto A é o último momento onde os cálculos apontam que o fóssil encontrado ainda tinha vida, enquanto o ponto B representa a meia vida do fóssil em degeneração. Como sabemos que o decaimento radioativo é representado pelo modelo matemático de uma função exponencial podemos instruir os discentes a procurar a função exponencial no geogebra para os pontos A e B utilizando o comando “Regressão de crescimento” com os seguintes pontos listados (A, B). Observe o que o gráfico expressa:

FIGURA 12: Gráfico da função de emissão de carbono do fóssil de 30 gramas.



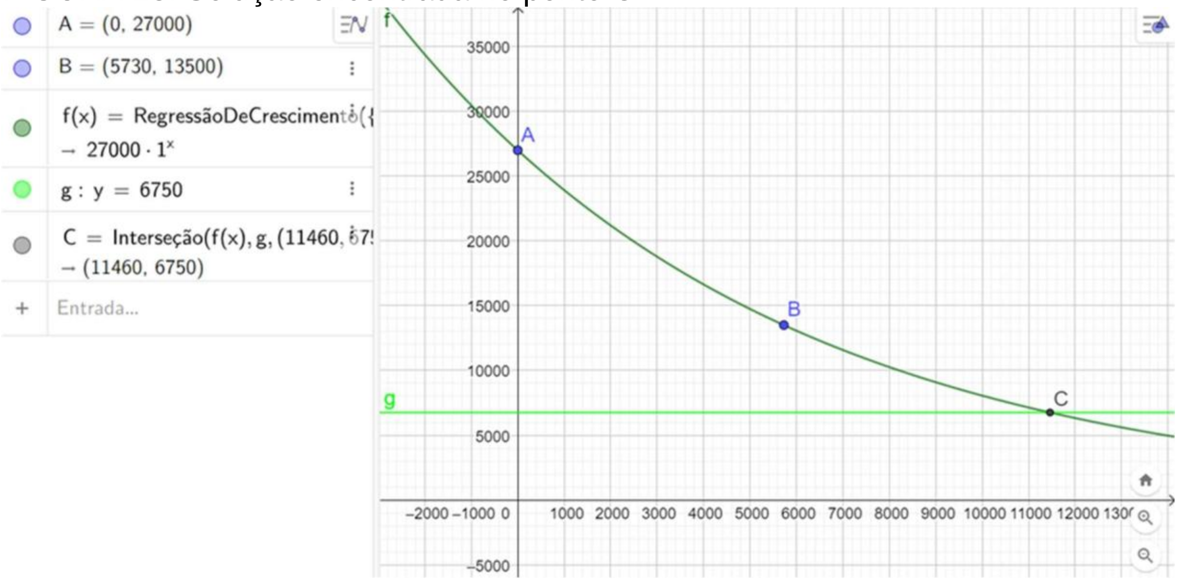
FONTE: autora, 2021

Vejamos que no comando “Regressão de crescimento” com apenas os pontos (A, B) na lista nos mostra a função do tipo $f(x) = 27000 \cdot 1^{x}$ que matematicamente representa uma função constante (reta horizontal), mas o gráfico dessa função é uma função exponencial conforme sabemos e podemos ver na figura 13 mais a direita. Isso nos mostra que o Geogebra tem sua limitação algébricas para representar alguns valores quando não explicitamente apresentados. Mas por outro lado a representação gráfica parece muito acertada por ainda representar uma função exponencial passando pelos dois pontos que verdadeiramente abrangem a questão.

Vamos prosseguir com a resposta usando o gráfico apresentado pelo Geogebra e ver qual a conclusão. Queremos calcular quantos anos tem o fóssil dos problemas, sabendo que quando encontrado ele emitiu 6750 emissões beta por hora. Vamos usar esse valor para produzir a reta y=6750 no Geogebra e encontrar o ponto de interseção com o gráfico produzido na figura 13. (usaremos o comando Interseção(f(x), g), pois o programam usou a letra g para representar a reta y=6750).

O ponto de interseção encontrado foi $C = (11460{,}6750)$ (Figura 14), que representa nesse caso que o fóssil tem 11460 anos quando foi encontrado:

FIGURA 13: Solução encontrada no ponto C.



FONTE: autora, 2021

O aluno mais experiente no assunto de função exponencial percebendo que o decaimento radioativo tem como base central a meia vida poderia ter raciocinado que ser a expressão de meia vida pode ser modelado pela expressão $2^n = \frac{27000}{6750}$, em que n representa os períodos para meia vida de degeneração do fóssil, 27000 a emissão beta por hora no período zero e 6750 a emissão beta por hora quando o fóssil foi encontrado. O que implica que $n = 2$, ou seja, seria necessário 2 períodos até o fóssil ser encontrado. Agora basta multiplicar 2 por 6750. que obtemos o valor igual a 11460. Isso nos assegura que a idade desse fóssil é de 11640 anos. Mesmo resultado que encontramos anteriormente usando o Geogebra.

Observe que o Geogebra promove ao aluno uma forma mais simplificada de resolver cálculos, caso ele não dominasse tão bem o assunto. Assim lhe é dada uma oportunidade de refletir sobre o conhecimento que lhe está sendo apresentado. A interdisciplinaridade também é uma importante ferramenta para que o discente se desenvolva com pensamento crítico sobre o mundo a sua volta.

5 CONCLUSÃO

Para o desenvolvimento deste trabalho, foi preciso utilizarmos a interdisciplinaridade como metodologia de ensino, trazendo os principais objetivos a interdisciplinaridade e a TIC, no sentido de buscar realizar um estudo voltado para as funções exponenciais, juntamente com as suas aplicações, realização de caracterização, levamos definições e propriedades associadas aos conceitos.

Além disso, foi possível desenvolver uma proposta de ensino, pela qual nos favoreceu a ideia que, por intermédio da interdisciplinaridade e mediada pela ferramenta de ensino Geogebra, foram orientadas referenciadas pelos estudos de D'Ambrosio e Calixto(1986) .

É importante pontuar que ao alcançarmos os objetivos desde trabalho, pudemos alcançar a resposta da problemática inicial sobre o covid 19, o modo de como elaborarmos os exercícios didáticos para o ensino de funções exponenciais, como foi citado por Fazenda (1995, 2001, 2008), Antiseri (1975), Japiassu (2006), Parâmetros curriculares, pelos quais foram mencionados durante progresso deste estudo. Foi exposto uma proposta em que tal função pode ser ensinado e aprendido por meio do Geogebra, que é uma ferramenta de ensino digital, pela qual possui maior flexibilidade na instalação (gratuito e até versão online).

É possível que este instrumento tecnológico, o educador analise as inúmeras formas de apresentar o conteúdo por intermédio de situações dinâmicas que favorece tanto o mediador professor como aluno construtor do conhecimento.

Outra situação interessante que não podemos deixar de mencionar, é o ponto de contemplação aos docentes que lecionam a matemática básica, que é importante relacionar os conteúdos ensinados com as vivências do cotidiano e com as demais disciplinas da escola.

A apresentação sobre funções exponenciais possibilita aos educandos associar em ocasiões exige expor a investigação, exprimir modelos ou organizar hipóteses. Desta forma pode-se tentar não mecanizar o ensino na resolução de exercícios para que o aluno possa sempre fazer questionamento e com isso eles possam tornar-se seres pensantes e construtores do próprio conhecimento.

Este método de ensino pode estimular os alunos com as suas habilidades em outras áreas do saber, proporcionando melhorias na explicação e compreensão de encarar a realidade e possíveis empecilhos, e colocando-os em desafios que possam exigir dedicação. Ao fazermos uso deste tipo de atividade, estamos proporcionando um vasto conhecimento, por intermédio do raciocínio lógico, logo esta sugestão poderá clarear os problemas encontrados em âmbito escolar, disponibilizando ao professor o melhor método de ensino e consequentemente para que haja progresso significativo na formação do aluno.

Dessa forma, foi bastante satisfatório elaborarmos este projeto para educadores que prezam pela interação efetiva dos alunos na produção do conhecimento, para que possa proporcionar um espaço que desperta curiosidade e gosto pelo pensamento crítico e deixando sempre claro que independentemente, da visão do professor como explanar os conhecimentos.

Diante disso, poderia ter realizado um questionário investigativo com os educadores para saber se eles usam a interdisciplinaridade na abordagem do assunto de função exponencial e o geogebra como ferramenta de ensino e com os educandos para que saber o que eles acham sobre aplicações do assunto em outras áreas do currículo acadêmico.

REFERÊNCIAS

ANTISERI, Dario. **Breve nota epistemológica sull'interdisciplinarità**: orientamenti pedagogia 141. Brescia: Editora La Scuola, 1975.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Ensino Médio. Brasília, DF, 1998.

BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria da Educação Básica. Base Nacional comum curricular – BNCC. Brasília, 2018.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Da realidade à ação: reflexões sobre Educação e Matemática**. São Paulo: Summus: Unicamp,1986.

EVES, H. **Introdução à História da Matemática.** Trad. Hygino H. Domingos. 5. ed. Campinas, SP: UNICAMP, 2011. 848p

FAZENDA, Ivani (Org). **O que é interdisciplinaridade?** São Paulo: Cortez, 2008.

FAZENDA, I. C. A. **Dicionário em construção:** interdisciplinaridade. São Paulo: Cortez, 2001.

G1 GLOBO. **NOTÍCIAS**. 2020. Disponível em <https://g1.globo.com/bemestar/coronavirus/noticia/2020/02/27/o-que-e-o-coronavirus.ghtml>. Acesso em: 29 mar. 2021.

GUIA DO ESTUDANTE. **FÍSICA**. 2012. Disponível em <https://guiadoestudante.abril.com.br/estudo/resumo-de-fisica-termologia/>. Acesso em: 18 jun. 2021

IEZZI, GELSON; Dolce Osvaldo; Murakami Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar**. São Paulo: Atual,1993.

JAPIASSU, Hilton. **Interdisciplinaridade e patologia do saber.** Rio de Janeiro: Imago, 1976.

IEZZI, GELSON; Dolce Osvaldo; Murakami Carlos. **Fundamentos de Matemática Elementar**. São Paulo: Atual, v. 2, n. 1, 1993.

JUNIOR, J. C. de S.; VENTURA, A. C.; CALIXTO, R. A. Geogebra 3d: uma ferramenta para estudo de volumes no ensino médio. **Revista da Universidade Vale do Rio Verde,** Universidade Vale do Rio Verde, v. 12, n. 1, p. 755–764, 2014.

MIALICH, F. R. **Poliedros e teorema de euler**. Universidade Estadual Paulista (UNESP), 2013.

SILVA, Albano V. Calculadoras na Educação Matemática: contributos para uma reflexão. **Revista Educação e Matemática.** Lisboa, n. 11, p. 3-6, jul./set. 1989

SANTOS, A. O.; OLIVEIRA, G.S.**Contextualização no Ensino-Aprendizagem da Matemática: Princípios E Práticas**. Uberlândia, 2012.

LIMA, E. L. et al. (2006) LIMA, E.L. *et al*. **A Matemática do Ensino Médio**. vol.1. 9. ed. Coleção do Professor de Matemática. Rio de Janeiro: SBM, 2006.238p

LIMA, E. L. **Números e Funções Reais**. 1. ed. 3. reimpressão. Coleção PROFMAT. Rio de Janeiro: SBM, 2017. 289p.

MAIS BOLSAS. **QUÍMICA**. 2017. Disponível em <https:www.maisbolsas.com.br/enem/química/radioatividade-meia-vida>. Acesso em 2021.

SOUZA, Ricardo Luís de. Conversando sobre interdisciplinaridade no ensino de matemática. In: FAZENDA, Ivani (Org.). **A academia vai à escola**. Campinas: Papirus, 1995.

TODA MATÉRIA. **MATEMÁTICA**. 2011. Disponível em <https://www.todamateria.com.br/matemática-financeira-conceitos-formulas>. Acesso em:25 mai. 2021.

TERRA NOTÍCIAS. **EDUCAÇÃO**. 2012. Disponível em <https://noticias.terra.com.br(adaptado)(fonte:reprodução/enem/>. Acesso em:26 mai. 2021.

APÊNDICE I

SUGESTÕES DE PROBLEMAS

Deixamos aqui outras sugestões de situações problemas interdisciplinares para que sejam resolvidas através do geogebra principalmente com o auxilio de professores de outras áreas.

ATIVIDADE 1- Os antibióticos são utilizados no tratamento de infecções causadas por bactérias. A má utilização desse tipo de medicamento leva ao surgimento de bactérias cada vez mais resistentes, tornando alguns antibióticos ineficazes. Isso implica um ciclo vicioso que já ocasionou o desenvolvimento de mais de 200 tipos diferentes de antibióticos. A fim de inibir a automedicação e o uso indiscriminado, em maio de 2011, a Agência Nacional de Vigilância Sanitária (Anvisa) publicou a resolução que determina que as farmácias devem comercializar antibióticos mediante a retenção da receita médica. Ainda assim, é importante utilizar antibióticos apenas nos casos realmente necessários, seguindo as orientações médicas e respeitando a posologia e a duração do tratamento. A amoxicilina é um conhecido antibiótico usado no tratamento de diversas infecções não complicadas, receitado por médicos no Brasil. A bula da amoxicilina, como a de todos os medicamentos, contém, entre outros tópicos, a composição, as informações ao paciente, as informações técnicas e a posologia. Nas informações técnicas, é possível ler que a meia-vida da amoxicilina após a administração do produto é de 1,3 hora. Mas o que essa informação significa?

A cada período de 1,3 hora ou 1 hora e 18 minutos (para facilitar vamos considerar 1 hora e 20 minutos), a quantidade de amoxicilina no organismo decresce em 50% do valor que tinha no início do período.

• Considere que um adulto ingeriu uma cápsula com 500 mg de amoxicilina e faça o que se pede a seguir.

a) Complete a tabela abaixo, copiando-a em seu caderno.

Quantidade de amoxilina no organismo							
Número de meias vidas	0	1	2	3	4	5	6

b) Faça, em seu caderno(geogebra), o gráfico da função que relaciona a quantidade de

amoxicilina no organismo (em miligramas), e o tempo (em horas) transcorrido após a ingestão.

c) Responda: qual é a lei da função que relaciona a quantidade (q) de amoxicilina no

organismo e o número (n) de meias-vidas?

O tempo de meia-vida é um importante parâmetro para médicos e também para a indústria farmacêutica. O conhecimento da meia-vida dos medicamentos possibilita uma estimativa da velocidade com que o processo ocorre, originando informações importantes para a interpretação dos efeitos terapêuticos, da duração do efeito farmacológico e do regime posológico adequado. A posologia recomendada para uma cápsula de amoxicilina de 500 g, por exemplo, é de 8 em 8 horas.

d) Responda: considerando a quantidade de amoxicilina ingerida em uma cápsula, qual

a porcentagem desse fármaco presente no organismo após 8 horas da ingestão? Por que é imprescindível respeitar os horários prescritos pelo médico?

ATIVIDADE 2 - Grande parte dos brasileiros guarda suas reservas financeiras na caderneta de poupança. O rendimento líquido anual da caderneta de poupança gira em torno de 6%. Isso significa que, a cada ano, o saldo dessa poupança cresce 6% em relação ao saldo do ano anterior.

a) Álvaro aplicou hoje R$ 2 000,00 na poupança. Faça uma tabela para representar,

ano a ano, o saldo dessa poupança nos próximos cinco anos.

b) Qual é a lei da função que relaciona o saldo (s), em reais, da poupança de

Álvaro e o número de anos (x) transcorridos a partir de hoje (x 5 0)?

c) É possível que em 10 anos o saldo dessa poupança dobre?

ATIVIDADE 3- (Unicamp-SP) O processo de resfriamento de um determinado corpo é descrito por: onde é a temperatura do corpo, em graus Celsius, no instante t, dado em minutos, é a temperatura ambiente, suposta constante, e e são constantes. O referido corpo foi colocado em um congelador com temperatura de 218 °C. Um termômetro no corpo indicou que ele atingiu 0 °C após 90 minutos e chegou a 216 °C após 270 minutos.

a) Encontre os valores numéricos das constantes;

b) Determine o valor de t para o qual a temperatura do corpo no congelador é apenas 23 °C superior à temperatura ambiente.

c) use o Geogebra para representar os elementos da solução.

ATIVIDADE 4- (PUCC-SP) Numa certa cidade, o número de habitantes, num raio de r km a partir do seu centro é dado por $P(r) = k * 2^{3r}$, em que k é constante e r > 0. Se há 98 304 habitantes num raio de 5 km do centro, quantos habitantes há num raio de 3 km do centro?

ATIVIDADE 5- (UFPI) A análise de uma amostra de um meteorito indicou que ele contém três átomos de chumbo $_{82}Pb^{206}$ para cada átomo de $_{92}U^{238}$. Considerando que nenhum $_{82}Pb^{206}$ estaria presente na formação do meteorito e que ele é formado pelo decaimento radioativo do $_{92}U^{238}$, cuja meia-vida é $4,5 \cdot 10^9$ anos, determine a idade do meteorito.