INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
CAMPUS CAJAZEIRAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA

DANIEL DE SOUSA CALDEIRA

# ABORDAGEM DE POLÍGONOS COM MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULATIVOS: uma proposta de utilização do Origami e do Tangram.

CAJAZEIRAS
2022

**DANIEL DE SOUSA CALDEIRA**

# ABORDAGEM DE POLÍGONOS COM MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULATIVOS: uma proposta de utilização do Origami e do Tangram.

Monografia apresentada ao programa de **curso de Especialização em Matemática do Instituto Federal da Paraíba**, como requisito à obtenção do título de **Especialista em Matemática**.

**Orientadora**: Profa. Dra. Fernanda Andréa Fernandes Silva

**Cajazeiras**

**2022**

**DANIEL DE SOUSA CALDEIRA**

# ABORDAGEM DE POLÍGONOS COM MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULATIVOS: uma proposta de utilização do Origami e do Tangram.

Monografia apresentada ao programa de **curso especialização em Matemática do Instituto Federal da Paraíba**, como requisito à obtenção do título de **Especialista em Matemática**.

Data de aprovação: 07/12/2022

Banca Examinadora:

Fernanda Andréa F. Silva

Profa. Dra. Fernanda Andrea Fernandes silva

Instituto Federal da Paraíba – (IFPB-Cajazeiras)

Antônia Edivaneide de Sousa Gonzaga

Profa. Dra. Antônia Edivaneide de Sousa Gonzaga

Instituto Federal da Paraíba – (IFPB- Cajazeiras)

Geraldo H. L.

Prof. Me. Geraldo Herbetet de Lacerda

Instituto Federal da Paraíba – (IFPB- Cajazeiras)

IFPB / Campus Cajazeiras
Coordenação de Biblioteca
Biblioteca Prof. Ribamar da Silva
Catalogação na fonte: Cícero Luciano Félix CRB-15/750

C146a Caldeira, Daniel de Sousa.

Abordagem de polígonos com materiais didáticos manipulativos : uma proposta de utilização do Origami e do Tangram / Daniel de Sousa Caldeira. – 2022.

85f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Cajazeiras, 2022.

Orientador(a): Profª. Dra. Fernanda Andréa Fernandes Silva.

1. Ensino de matemática. 2. Geometria. 3. Polígono. 4. Origami. 5 Tangram. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba. II. Título.

IFPB/CZ CDU: 514:37

Dedico este trabalho aos meus pais, que são meus alicerces em todos os projetos da minha vida, e que sempre me apoiam e incentivam na realização de cada sonho; a minha irmã; meus familiares; meus amigos; e a todos os professores que fizeram parte de minha formação profissional até os dias atuais.

**AGRADECIMENTOS**

Primordialmente agradeço a Deus por permitir a realização de mais um desejo de meu coração que é a conclusão deste curso, pois tudo é possível apenas com a sua permissão. Gratidão também por sempre me conduzir nas minhas decisões e escolhas que me fizeram chegar até aqui. Assim como agradeço grandemente aos meus pais, Manoel Caldeira Dos Santos e a Maria Lucineide de Sousa que mesmo diante das dificuldades da vida nunca mediram esforços para ver essa conquista acontecendo, sou grato por toda dedicação depositada na minha formação humana e profissional e o principal de tudo por serem sempre presentes em minha vida.

Agradeço também a minha irmã, Rosaliny Sousa Caldeira por todo apoio, companheirismo e palavras de incentivo durante toda essa trajetória.

Ao meu ex-professor, Me. Francisco Airton Alves de Sousa por ser um dos grandes contribuidores e incentivadores dessa conquista e pela escolha da área das exatas.

Agradeço à minha amiga Cosma Dayane Furtado Dos Santos por todo apoio emocional, pelo companheirismo, confiança e por todas as vibrações positivas.

E por fim, deixo meu agradecimento especial à minha orientadora, professora Dr(a). Fernanda Andrea Fernandes Silva, por sua paciência, compreensão, ajuda e por sempre se prontificar a me atender durante a elaboração deste trabalho.

“Aprender é a única coisa que a mente nunca se cansa, nunca tem medo e nunca se arrepende.”

Leonardo da Vinci

## RESUMO

Este trabalho teve como objetivo analisar a abordagem de uma situação de ensino envolvendo polígonos com o auxílio de materiais didáticos manipulativos, Origami e Tangram, visando o desenvolvimento do pensamento geométrico de alunos do 6° ano do ensino fundamental. Tendo sido fundamentado em Lorenzato (1995, 2006, 2008) e Passos (2006) para o uso dos materiais didáticos manipuláveis no ensino da matemática; e em Costa e Câmera dos Santos (2016, 2017) para o desenvolvimento do pensamento geométrico, de acordo com Van Hiele. Foi adotada uma abordagem qualitativa por buscar coletar dados não mensuráveis, e configurou-se como uma pesquisa descritiva por descrever características dos sujeitos da pesquisa e resultados. Ainda se enquadra como pesquisa de campo, já que foi buscado analisar os efeitos provocados por uma situação de ensino diretamente com o público alvo em que a temática trabalhada é abordada. A situação de ensino foi adaptada de Imenes (1988) e Omura (2012) e aplicada para 17 alunos de uma turma de 6° ano do ensino fundamental, de uma escola da rede municipal de Monte Horebe-PB. Verificamos que a abordagem adotada, além de tornar as aulas dinâmicas e atribuir significado aos conceitos geométricos trabalhados, promoveu a interação e o desenvolvimento do pensamento geométrico, quesito essencial na sala de aula de matemática. Além de ter sido proporcionado momentos de investigação e de desenvolvimento da criatividade.



**Palavras-chave**: Materiais manipuláveis, Pensamento geométrico, Polígonos, Origami,Tangram.

# ABSTRACT

This work aimed to analyze the approach of a teaching situation involving polygons with the aid of manipulative didactic materials, Origami and Tangram, aiming at the development of the geometric thinking of 6th grade students in the of elementary school. Having been grounded in Lorenzato (1995, 2006, 2008) and Passos (2006) for the use of manipulative teaching materials in teaching mathematics; and in Costa and Câmara dos Santos (2016, 2017) for the development of geometric thinking, according to Van Hiele. A qualitative approach was adopted for seeking to collect non-measurable data, and it was configured as a descriptive research for describing characteristics of the research subjects and results. It still fits as field research, since it was sought to analyze the effects caused by a teaching situation directly with the target audience in which the worked theme is approached. The teaching situation was adapted from Imenes (1988) and Omura (2012) and applied to 17 students from a 6th grade class in the of elementary school, from a municipal school in Monte Horebe-PB. We found that the approach adopted, in addition to making the classes dynamic and assigning meaning to the geometric concepts worked on, promoted interaction and the development of geometric thinking, an essential requirement in the mathematics classroom. In addition to providing moments of research and development of creativity.

**Keywords**: manipulable materials, geometric thinking, polygons, Origami, Tangram.

## LISTA DE FIGURAS

# LISTA DE QUADROS

## SUMÁRIO

# 1. INTRODUÇÃO

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular– BNCC, os recursos didáticos como os materiais manipulativos são essenciais para a construção dos conceitos matemáticos, em especial os conceitos geométricos. Pois, podem levar à reflexão e ao desenvolvimento de estratégias, elementos primordiais para o raciocínio matemático quando trabalhados com o viés das metodologias ativas, ou seja, tendo o aluno como protagonista para a sua aprendizagem.

Por outro lado, Costa e Câmara dos Santos (2017) apontam para resultados obtidos nas avaliações de larga escala por alunos brasileiros, demonstrando que algo precisa ser melhorado, pois,

> Os alunos do ensino básico têm apresentado baixos desempenhos em Geometria nas avaliações em larga escala, em âmbitos estadual (PERNAMBUCO, 2015), nacional (BRASIL, 2015) e internacional (OECD, 2015). (COSTA, A P.; CÂMARA DOS SANTOS, M., 2017, p.3).

Acreditamos que vários fatores concorrem para estes resultados entre eles, está a forma como os conhecimentos geométricos são trabalhados em sala de aula. De forma frequente, a unidade temática geometria ainda é ignorada ou abordada de forma superficial pelo professor, não favorecendo o desenvolvimento das habilidades e competências necessárias aos discentes (POLLI, 2017; LORENZATO,1997, 2006). Além disso, a inquietude e desmotivação fazem parte do perfil de alguns estudantes, somados a questões históricas de que a matemática é uma das disciplinas mais complexas da matriz curricular, o que torna o ensino da disciplina um desafio.

Apenas livro didático, lousa e pincel não combinam mais com a sala de aula da atualidade. O ensino de matemática requer um sentido, sendo necessário que exista dinamismo, que o aluno participe ativamente e que seu interesse seja despertado. No ensino da geometria então, essa necessidade é primordial e para isso existem diversos recursos didático-metodológicos, mas que nem sempre, ou na maioria das vezes não são utilizados. A era tecnológica que vivenciamos nos oferta uma diversidade de ferramentas digitais que podem ser usados em sala de aula, porém algumas escolas ainda não oferecem essa tecnologia, o que não pode ser usado como justificativa para a não inserção desses recursos didáticos, visto que existem outros meios que não envolvem um maior poder aquisitivo, como por exemplo, o Origami e o Tangram que podem ser confeccionados pelos próprios alunos.

Partindo desse pressuposto, o presente trabalho buscou propor e aplicar uma situação de ensino para alunos do 6° ano do ensino fundamental de uma escola municipal situada na zona rural de Monte Horebe-PB, envolvendo o ensino de polígonos com o auxílio do Tangram e do Origami.

Sendo assim, temos como objetivo geral, analisar a abordagem de uma situação de ensino envolvendo polígonos para o 6° ano do ensino fundamental com uso de recursos didáticos manipuláveis.

E como objetivos específicos, propor uma situação de ensino que envolva polígonos para o 6° ano do Ensino Fundamental, usando o Tangram e o Origami; aplicar a situação de ensino proposta; investigar o nível do pensamento geométrico dos estudantes; analisar os impactos da situação de ensino envolvendo construções geométricas com uso do Tangram e do Origami para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Nessa perspectiva, temos o seguinte questionamento: Quais contribuições os recursos didáticos manipuláveis podem trazer para o ensino dos polígonos e o desenvolvimento do pensamento geométrico?

Segundo Carvalho e Lima (2010) aulas tradicionais e monótonas onde o aluno é um mero receptor passivo não é um bom caminho para a construção do conhecimento, e se mantida a adoção dessas velhas práticas, não será possível inverter o quadro atual de fracasso escolar. Nesse sentido, buscamos utilizar os materiais manipuláveis, Origami e Tangram para abordar polígonos a partir da sua construção, possibilitando uma aula dinâmica onde o aluno é o protagonista no processo de aprendizagem.

Entretanto, é importante ressaltar que o uso desses recursos didáticos deve ser planejado e interligado a metodologias que agreguem ao processo de aprendizagem, uma vez que quando não existe uma finalidade e metas traçadas em nada irão acrescentar. Isto é, para se alcançar os resultados almejados é necessário planejamento. Nesse contexto, convém destacar, os Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs, os quais apontam que

> tem-se buscado, sem sucesso, uma aprendizagem em Matemática pelo caminho da reprodução de procedimentos e da acumulação de informações; nem mesmo a exploração de materiais didáticos tem contribuído para uma aprendizagem mais eficaz, por ser realizada em contextos pouco significativos e de forma muitas vezes artificial (BRASIL, 1998, p.29).

Nessa perspectiva, dividimos esta pesquisa em 5 capítulos. Na introdução apresentamos o tema da pesquisa, os objetivos gerais e específicos e a questão norteadora do estudo. No segundo capítulo discutimos algumas pesquisas que trabalharam com o campo de pesquisa da temática abordada.

No terceiro capítulo, dividido em 4 tópicos, abordamos no primeiro o desenvolvimento do pensamento geométrico sob a perspectiva da teoria de Van-Hiele. No segundo tópico, discutimos o ensino da geometria; no terceiro, tratamos sobre as finalidades e potencialidades dos materiais didáticos manipuláveis no ensino e apresentamos o Origami e Tangram. Por fim, no quarto e último tópico realizamos uma caracterização dos polígonos, onde tratamos dos triângulos e quadriláteros.

No quarto capítulo, descrevemos o percurso metodológico da pesquisa, apresentando entre outras coisas, o tipo de pesquisa quanto a abordagem e aos objetivos, a situação de ensino e o público alvo. Finalmente, no quinto capítulo realizamos a discussão e análise dos resultados obtidos na situação de ensino, relacionando esses resultados aos níveis de pensamento geométrico de Van-Hiele que os alunos se encontram.

# 2. MATERIAIS DIDÁTICOS MANIPULATIVOS: ALGUMAS PESQUISAS NA ÁREA

Neste capítulo temos a intenção de apresentar e discutir algumas pesquisas desenvolvidas na área da geometria que buscaram trabalhar com materiais didáticos manipulativos na educação básica.

Murari (2011), por meio de uma revisão literária relata e analisa experiências e resultados do uso de materiais manipuláveis no ensino de conteúdos geométricos. Sua pesquisa apontou as necessidades de reformulações que o ensino requer, trazendo o professor como um dos principais personagens nessa mudança. Acrescenta, que o modelo tradicional de ensino precisa perder espaço, e mesmo existindo resistência de alguns professores na adoção de novas metodologias é algo que se faz necessário. Reforça também que os materiais manipuláveis podem ser aliados no ensino da geometria desde que exista um planejamento voltado à realidade do aluno, de forma a gerar uma aprendizagem significativa.

Embasado em Nacarato (2005), o autor defende que a forma como os materiais manipuláveis são levados a sala de aula é decisivo no alcance ou não dos objetivos almejados, uma vez que se não houver planejamento para sua utilização, podemos alcançar resultados contrários aos desejados. Sendo assim, o que teria função de facilitar a aprendizagem pode gerar uma dificuldade ainda maior para os discentes. Ser motivadores, ser uma boa base para partir para a abstração, proporcionar manipulação individual e representar de forma clara conceitos matemáticos são alguns critérios citados pelo autor quando faz inferência a Passos (2006), para se escolher bons materiais manipulativos.

Pereira (2013), tendo como contexto uma turma de 8° ano do Ensino Fundamental de uma escola de Feira de Santana/Ba e uma turma de 9° ano do Ensino Fundamental de uma escola de Salvador/Ba, ambas da rede Pública de Ensino, investigou as contribuições que os materiais manipulativos oferecem no engajamento dos estudantes nas aulas de Geometria. Apoiado na perspectiva de aprendizagem situada, de acordo com Lave e Wenger (1991), e auxiliado por um kit de materiais manipuláveis: três quadrados de cores e tamanhos distintos e um triângulo retângulo, desenvolveu juntamente com outras duas professoras convidadas a colaborar com o projeto, atividades voltadas a compreensões relacionadas ao teorema de Pitágoras.

Ainda com a representação de um círculo e com auxílio de palitos por meio de orientações roteirizadas, estimulou o conhecimento sobre os ângulos.

A partir das observações feitas durante a realização das atividades, entrevistas, filmagens e análise de documentos, o autor concluiu que o uso dos materiais manipuláveis estimula a participação dos estudantes e viabiliza um papel de maior destaque para os mesmos. Ressaltando que houve maior abertura dos alunos no quesito de opinar e relatar suas conclusões, o autor evidencia que os manipuláveis aprimoram o reconhecimento e identificação de elementos presentes em situações cotidianas. Visto que além de promover maior engajamento, esses materiais proporcionam um ambiente de aprendizagem interativa que possibilita troca entre professor e aluno.

Guimarães (2015), apresenta uma proposta de intervenção para abordagem dos polígonos com amparo em recursos manipuláveis, para turmas de 6° ao 9°ano dos anos finais do Ensino Fundamental. Neste trabalho a autora discute o Origami, Tangram e o Geoplano como ferramentas pedagógicas para o ensino de geometria. Respaldada na literatura de Aschenbach, Rêgo (2004), Rêgo (2006), aposta no uso do Origami para trabalhar polígonos e conceitos geométricos, enquanto que o Tangram foi utilizado para discutir conceitos de áreas, perímetros e ângulos e o geoplano para construir fórmulas do cálculo de áreas. O estudo aborda construções de retas paralelas, perpendiculares, polígonos como, retângulo, quadrado, triângulo equilátero, pentágono regular, hexágono regular e octógono regular através de dobraduras. E ainda, mediatriz, bissetriz, mediana, propriedades e pontos notáveis dos triângulos. A autora concluiu que o uso dessas ferramentas pode estimular a participação, a criatividade dos discentes e facilitar a construção do conhecimento, partindo do concreto para o abstrato.

Além disso, afirma que a sala de aula deve ser um ambiente que proporcione troca de saberes, onde o professor assume um papel de relevância no sentido de tornar as aulas mais atrativas, visto que aulas enfadonhas voltadas a repetição e reprodução não são mais aceitas. Sendo assim, cabe ao docente dinamizar e planejar aulas que aproximem e relacionem o cotidiano do aluno ao conhecimento. Com base, em Lorenzato (2006) defende que os materiais manipulativos são essenciais no ensino, porém a garantia de bons resultados não está associada apenas em levá-los à sala de aula, mas sim, quando existe planejamento de execução com objetivos e metas traçadas.

Passaroni (2015) visando as mudanças que a educação sofreu nos últimos anos com a disseminação de informações e o avanço da tecnologia, na busca de promover dinamicidade e interação nas aulas, apresenta o Origami sob uma perspectiva matemática, em especial para o estudo dos polígonos no ensino básico. Fazendo uso de dobraduras discute aplicações matemáticas, entre elas, a construção dos polígonos, tais como: Triângulo equilátero, quadrado, retângulo, pentágono, hexágono regular, heptágono regular, octógono regular e eneágono regular. Ainda com esse instrumento, trabalha a demonstração da soma dos ângulos internos de um triângulo, solução de problemas clássicos, cálculo de áreas e problemas de máximos e mínimos.

O Origami, além de oferecer uma produção de baixo custo, possibilita a visualização de propriedades matemáticas envolvidas no processo de construção que podem ser observadas e relatadas pelos próprios alunos, o que também pode ser reforçado pelo professor. Mesmo acreditando na eficácia do Origami no ensino dos polígonos, o autor compreende que a presença deste recurso em sala de aula sem planejamento em nada contribui na aprendizagem.

Polli (2017), propõe uma sequência didática sobre polígonos para ser aplicada em turmas de 5° ano do ensino fundamental. Diante das dificuldades em geometria observadas pelos alunos em turmas desse nível de ensino, seja por preparação insuficiente dos professores diante de uma formação generalizada ou por ausência dessa unidade temática no ensino, amparada em Lorenzato (1995, 2010, 2015) e Nacarato e Passos (2003), a autora busca investigar possibilidades de trabalho desse conteúdo mediada por software geogebra e materiais manipulativos, como: Geoplano, malha pontilhada, palitos e papel sulfite. Destaca ainda, que existem diversos materiais manipuláveis e que os citados não são as únicas ferramentas capazes de abordar os polígonos, dando ênfase ao Tangram, régua e esquadro como possibilidades de trabalho. De acordo com a sequência didática proposta, as atividades aplicadas objetivaram desenvolver o pensamento geométrico e o raciocínio visual.

Dividido em sete momentos, em um total de 30 aulas, as atividades desenvolvidas objetivaram a construção de polígonos, abordando suas propriedades, classificando-os quanto ao número de lados, conceituando paralelismos, perpendicularismo e quadriláteros, a partir dos recursos didáticos mencionados. Para fins de comparação de resultados, por meio de um teste diagnóstico aplicado antes e após a sequência didática, observou-se que o uso desses recursos foi essencial na construção do conhecimento, onde a autora defende fortemente sua implementação em sala de aula, visto que em seu estudo a adoção desta, gerou maior envolvimento dos discentes e melhor compreensão do conteúdo trabalhado.

Rezende (2017), fez uso de atividades exploratório-investigativas unidas a materiais didáticos manipulativos no ensino de polígonos. Tendo como público alvo uma turma de oitavo ano de uma escola do interior do estado do Rio de Janeiro, seu objetivo foi conhecer as contribuições que esses recursos podem oferecer ao ensino dos polígonos e a construção do conhecimento. A partir de uma revisão literária, a autora elaborou e aplicou uma sequência didática envolvendo os polígonos, em que a manipulação de materiais didáticos, como, o geoplano, régua, dados, canudos e transferidor, foram relacionadas a atividades investigativas, sugerindo manipulações que permitiram os alunos investigar, observar e relatar suas próprias conclusões por meio dos questionamentos, possibilitando associar o abstrato ao concreto.

Com respaldo em Ponte; Brocardo e Oliveira (2003), a autora defende situações de ensino que coloque o aluno na posição de investigador e possibilite o levantamento de especulações, já que isso poderá viabilizar uma aprendizagem significativa. Um papel que ganha destaque nesse processo é o do professor, pois ele deverá tornar as atividades desafiadoras e motivadoras a fim de estimular a participação dos alunos. Diante da experiência vivenciada pela professora-investigadora e por meio de coleta de dados, concluiu-se que o uso de materiais manipuláveis atrelados a tarefas exploratório-investigativas contribui positivamente na construção do conhecimento, visto que a partir destas os discentes passaram a questionar, discutir, observar, registrar suas descobertas e relacionar a matemática escolar ao cotidiano.

Conceição (2018), objetivou investigar as contribuições que o Tangram pode oferecer ao ensino dos polígonos. Para essa pesquisa foram desenvolvidas ações de intervenção com o uso do Tangram em turmas de 6º e 7º ano do Ensino Fundamental de uma escola Municipal de Mateus-ES. Sendo o Tangram um quebra cabeça chinês, constituído por sete peças (cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo) e que a partir dele pode-se representar várias formas geométricas, o autor explorou esse material didático para discutir conceitos relacionados a polígonos nas turmas mencionadas. A partir de manipulações com peças do Tangram, os discentes foram desafiados a realizar atividades propostas pelo professor, com a finalidade de reconhecer polígonos, definir polígonos e conhecer propriedade dos mesmos.

Apoiado em Forster; Horbach (2012) e diante dos resultados de sua pesquisa, o autor afirma que a adesão desse recurso oportuniza maior engajamento e aceitação dos discentes, abrindo espaço para o diálogo. A partir da coleta de dados obtidos através de questionários, observou-se que o uso do Tangram no ensino dos polígonos contribuiu de forma significativa na construção do conhecimento, onde o uso da ludicidade e de boas práticas pedagógicas prendem a atenção do aluno e melhoram o aprendizado. De acordo com Conceição (2018), "[...] ensinar Geometria por meio do Tangram é um caminho de possibilidades didáticas para o ensino de polígonos geométricos na Matemática que se efetive de modo significativo." (CONCEIÇÃO, 2018, p.4).

Xavier (2018), confrontou o modelo tradicional de ensino com o modelo de Desenvolvimento Geométrico proposto por Van Hiele, no ensino dos polígonos, levando em consideração os Parâmetros Curriculares Nacionais - PCN. Para isso, trabalhou com uma turma de 6° ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede estadual de ensino de Santarém/PA o conteúdo de polígonos a partir de metodologias tradicionais, apenas com exposição do conteúdo. Em contrapartida, em outra turma de 6° ano, o mesmo conteúdo foi trabalhado por meio de atividades voltadas ao modelo de Van Hiele, com auxílio do Tangram, compasso, régua e outros materiais manipuláveis. A autora concluiu que a evolução da aprendizagem não está relacionada à idade, ou maturidade do aluno, afirmando que a adoção de uma boa metodologia é um fator muito mais decisivo nesse processo. E que o trabalho seguindo o modelo de Van Hiele com o auxílio de materiais manipulativos proporcionou melhores resultados na aprendizagem, quando comparado ao modelo tradicional de ensino, pois promoveu participação, interação e motivação nas aulas, visto que o docente deixa de ser um transmissor do conhecimento e passa a ser orientador no processo de construção da aprendizagem.

Diante do exposto, observamos que práticas pedagógicas que promovem participação, interação e despertam a curiosidade dos discentes estimulam o desenvolvimento da aprendizagem. Entre inúmeras possibilidades de atender essa necessidade no ensino da matemática, atentamos que se amparados por um bom planejamento os materiais manipuláveis podem contribuir positivamente na construção de uma aprendizagem com significado. Vale ressaltar que apenas a adoção desses recursos, sem idealização de metas e objetivos em nada acrescentam no ensino, podendo causar efeitos contrários aos desejados.

Sendo assim, entendemos que o papel do professor nesse processo é fundamental, já que a forma como os materiais manipuláveis são abordados em sala de aula são decisivos na eficácia ou não de bons resultados. No estudo dos polígonos, por exemplo, o Origami e o Tangram podem ser excelentes escolhas, tendo em vista seu baixo poder aquisitivo, sua construção pode ser realizada pelos próprios discentes permitindo com que façam suas observações e “descobertas” relacionadas ao conteúdo trabalhado, uma vez que o aluno deixa de ser apenas um receptor passivo e torna-se atuante na construção do conhecimento.

No próximo capítulo discutiremos sobre o desenvolvimento do pensamento geométrico, o ensino de geometria e as potencialidades do uso dos materiais didáticos manipuláveis.

# 3. O DESENVOLVIMENTO DO PENSAMENTO GEOMÉTRICO E O ENSINO DE GEOMETRIA

Neste capítulo discutiremos sobre os níveis de pensamento geométrico, de acordo com a Teoria de Van Hiele, no primeiro tópico. Enquanto que no segundo tópico iremos discorrer sobre o ensino de geometria e suas possibilidades.

No terceiro tópico traremos uma discussão envolvendo os materiais didáticos manipulativos com apoio no Origami e Tangram. E para finalizar- o capítulo, faremos uma caracterização dos polígonos estudados na educação básica.

## 3.1 A Teoria Vanhieliana do desenvolvimento do pensamento geométrico.

Costa e Câmara dos Santos (2016) abordam em seu trabalho a Teoria do desenvolvimento do pensamento geométrico de Pierre Marie Van-Hiele e Dina Van-Hiele Geodolf. Buscando compreender as razões das dificuldades de aprendizagem em geometria apresentadas por alunos de uma escola de ensino básico de Amsterdã, o casal Van- Hiele através de um experimento didático elaborado por Dina e da análise dos resultados obtidos nesse experimento voltados às estruturas do pensamento geométrico dos alunos realizada por Pierre, aferiram a existência de níveis do pensamento geométrico relacionados à aprendizagem de conceitos.

Essa teoria sugere que a partir de uma sucessão de níveis de compreensão de conceitos ocorra o avanço do pensamento geométrico do estudante, à medida que ele aprende geometria. O planejamento docente amparado em atividades motivadoras que estimulem a indagação e levem o aluno ao papel de protagonista na aprendizagem, facilita a passagem de nível do pensamento geométrico proposto por Van-Hiele.  (COSTA, CÂMARA DOS SANTOS, 2016).

Em um nível Hierárquico, a Teoria Vanheliana do desenvolvimento do pensamento geométrico apresenta-se em cinco níveis, onde todos eles são pré-requisitos de passagem de um para o outro, isto é, só é considerado no nível 2, aqueles que têm as atribuições do nível 1 e assim por diante.

Para explicar esses níveis, Costa e Câmara dos Santos (Idem), traduzem o quadro organizado por Jehin e Chenu (2000) que apresentam os níveis do pensamento geométrico de Van-Hiele, conforme Quadro 1.

Quadro 1: Níveis do pensamento geométrico de Van-Hiele.

| NÍVEL | DESCRIÇÃO | EXEMPLO |
|---|---|---|
| Primeiro nível – básico | Os alunos percebem os objetos geométricos de acordo com a sua aparência física. Eles justificam suas produções por meio de considerações visuais, (protótipos visuais) sem usar explicitamente as propriedades desses objetos | Os alunos consideram que um losango é losango "porque ele está na borda" ou uma altura é uma altura "porque é vertical". |
| Segundo nível - análise | Os alunos são capazes de reconhecer os objetos geométricos por meio de suas propriedades. No entanto, eles usam um conjunto de propriedades necessárias para a identificação e a descrição desses objetos. | Os alunos consideram que um quadrado é um quadrado porque tem quatro lados de mesmo comprimento, quatro ângulos retos e seus lados opostos são paralelos. |
| Terceiro nível – dedução informal | Os alunos são capazes de ordenar as propriedades de objetos geométricos, construir definições abstratas, distinguir as propriedades necessárias e as propriedades suficientes para determinar um conceito e entender deduções simples. No entanto, demonstrações não estão incluídas. | Os alunos consideram que um quadrado é um quadrado, porque é um retângulo com quatro lados de igual comprimento. |
| Quarto nível – dedução formal | Os alunos são capazes de entender o papel dos diferentes elementos de uma estrutura dedutiva e desenvolver demonstrações originais ou, pelo menos, compreendê-las. | Os alunos são capazes de demonstrar que um paralelogramo que tem dois lados consecutivos de mesmo comprimento é um losango. |
| Quinto nível – rigor | Os alunos são capazes de trabalhar em diferentes sistemas axiomáticos e estudar várias geometrias na ausência de modelos concretos. | Os alunos são capazes de entender geometrias não euclidianas. |

Fonte: COSTA; CÂMARA DOS SANTOS, 2016, p.4-5.

Costa e Câmera dos Santos (2016) afirmam que cada um desses níveis apresenta suas particularidades, apontando ainda que atrelar o ensino da geometria com os níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico dos alunos é primordial no sucesso de intervenções didáticas.

O nível de pensamento geométrico pode explicar as dificuldades apresentadas por alunos no ensino de conteúdos de geometria ao se trabalhar conceitos mais "elaborados". Essa não compreensão pode estar relacionada a esses níveis aos quais os alunos não tenham alcançado. Por esse motivo, é necessário conhecer o nível do pensamento geométrico em que o aluno se encontra para articular com suas propostas pedagógicas. (COSTA, CÂMARA DOS SANTOS, 2017).

Sendo assim, a Teoria Vanhieliana além de guiar o professor no ensino da geometria pode servir de termômetro para avaliar os conceitos geométricos absorvidos pelos alunos. Sobre esse prisma, essa teoria propõe que o professor crie condições para que o aluno construa seu próprio conhecimento geométrico, uma vez que fornecer ideias prontas não é o caminho, podendo apenas gerar um conhecimento temporário. (COSTA, CÂMARA DOS SANTOS, 2017).

### 3.2 O ensino de geometria: algumas possibilidades

Em termos gerais, compreendemos que a geometria é uma área da matemática tão presente em nossas vidas quanto as demais, visto que estamos rodeados de formas geométricas, porém observa-se que a atenção dada a essa unidade temática ainda não atende às necessidades que o meio exige. É indiscutível que isso ocorre por um somatório de razões, mas essa omissão também está atribuída ao professor, seja por falta de preparação adequada ou por julgar o ensino de números e álgebra com teor de maior importância, o que claramente não é interessante. Nessa percepção, vale ressaltar a percepção de Lorenzato (1995), ao evidenciar que:

> O ensino da Geometria, se comparado com o ensino de outras partes da Matemática, tem sido o mais desvairador; [...]. No Brasil, já fomos mais além: a Geometria está ausente ou quase ausente da sala de aula.[...] E por que essa omissão? São inúmeras causas, porém, duas delas estão atuando forte e diretamente em sala de aula: a primeira é que muitos professores não detêm os conhecimentos geométricos necessários para a realização de suas práticas pedagógicas. [...] A segunda causa da omissão geométrica deve-se à exagerada importância que, entre nós, desempenha o livro didático, quer devido à má formação de nossos professores, quer devido à estafante jornada de trabalho que estão submetidos". (LORENZATO,1995, p.3)

Desta forma, compreendemos que o ensino da geometria é essencial na formação do aluno. Segundo Lorenzato (Idem), "[...] sem conhecer Geometria, a leitura interpretativa do mundo torna-se incompleta, a comunicação das ideias fica reduzida e a visão da matemática torna-se distorcida" (LORENZATO, 1995, p. 5).

Aulas tradicionais, mecânicas, baseadas em reprodução e repetição nos mostram anos após anos que não são eficazes. O uso de metodologias ultrapassadas, acrescentadas a outros fatores só reforçam o fracasso escolar. Sendo assim, é necessário buscar dar sentido às aulas e tornar o aluno personagem principal no processo de ensino. Nesse sentido, Oshima e Pavanello (2011) afirmam que:

> Ensinar matemática hoje exige do professor não só do conhecimento profundo dos conteúdos, como também de procedimentos de ensino mais eficazes para promover a aprendizagem de seus alunos, procedimentos estes que não se reduzam somente a quadro, giz e livro. (OSHIMA e PAVANELLO,2011, p.2).

Associar a matemática trabalhada em sala de aula com situações reais dentro da sua vivência é um desafio enfrentado por nossos alunos. Para muitos, são mundos opostos, seja pelos docentes priorizarem apenas a teoria ou por não relacionarem a teoria e a prática de forma adequada, conforme Lorenzato "[...] para se chegar no abstrato, é preciso partir do concreto" Lorenzato (2006, p. 22).

Nesse sentido, esse distanciamento também é observado no ensino dos polígonos, dado que o tradicionalismo ainda domina o ensino, acarretando um aprendizado distante do esperado. Os materiais manipuláveis, por exemplo, podem ser excelentes colaboradores no ensino desse conteúdo, na medida que podem levar o aluno a observar, investigar, refletir, possibilitando uma melhor qualidade do aprendizado. De acordo com os autores Jesus e Fini (2005), temos que:

> Os recursos ou materiais de manipulação de todo tipo, destinados a atrair o aluno para o aprendizado matemático, podem fazer com que ele focalize com atenção e concentração o conteúdo a ser aprendido. Estes recursos poderão atuar como catalisadores do processo natural de aprendizagem, aumentando a motivação e estimulando o aluno, de modo a aumentar a quantidade e a qualidade de seus estudos. (JESUS e FINI, 2005, p.144)

Destacamos o Origami e o Tangram para o ensino dos polígonos por meio de construções geométricas, com o auxílio destes recursos manipuláveis, dado que permitem o professor abordar seus conceitos e propriedades. É interessante ressaltar que mais do que trabalhar conteúdos geométricos é atribuir significado às aulas, privilegiando uma maior interação entre alunos e entre alunos e conhecimento, de modo a proporcionar melhor qualidade de ensino, visto que

> A construção do material didático, muitas vezes, é uma oportunidade de aprendizagem. Em sala de aula, é preciso oferecer inúmeras e adequadas oportunidades para que as crianças experimentem, observem, criem, reflitam e verbalizem. As atividades devem ser escolhidas considerando não somente o interesse das crianças, mas também suas necessidades e o estágio de desenvolvimento cognitivo em que se encontram. (LORENZATO,2008, p. 20).

O professor assume um papel de relevância em sala de aula, visto que sua mediação é indispensável. A didática adotada para o desenvolvimento do conteúdo reflete diretamente no aprendizado dos alunos. Logo, o professor não deve ser aquele que apenas apresenta o conteúdo a grosso modo, mas sim aquele que planeja, que traça o perfil da turma, que dinamiza e sempre busca inovar o ensino a fim de promover novas oportunidades de aprendizagem. Nessa visão, temos:

> que a sala de aula deve ser o ambiente que propicia a troca de saberes e o professor assumirá o papel de sistematizar as ideias geradas. Ele deve dinamizar suas aulas e com isso, deve refletir bastante de como planejar as aulas, pois o professor não será mais aquele que entrega as fórmulas prontas, mas o orientador e mediador entre as habilidades pré-existentes dos alunos e o conhecimento consolidado. (GUIMARÃES, 2015, p.25).

Segundo Lorenzato (2006), os centros de formação de professores de matemática devem preparar os futuros docentes a lidar com o uso de materiais manipuláveis, mas não apenas para levar esses recursos para sala de aula e sim prepará-los para utilizá-los de forma a promover uma efetiva aprendizagem.

Pois, mais do que trabalhar conteúdos geométricos deve-se buscar dar significado ao que é trabalhado, por ser determinante para o alcance de bons resultados. Nesse sentido, a fim de tornar as aulas de geometria dinâmicas e interativas podemos contar com os materiais manipuláveis, que se usados de maneira correta podem ser excelentes aliados nesse processo.

### 3.3 Materiais didáticos manipuláveis: finalidade e potencialidades

Para Lorenzato (2006), “Material didático (MD) é qualquer instrumento útil ao processo de ensino-aprendizagem” (LORENZATO, 2006, p. 18). Defendendo o seu uso na sala de aula, este pesquisador acredita ser um excelente recurso para se trabalhar conceitos matemáticos. Destaca ainda que existem dois tipos de MDs, os estáticos que não possibilitam modificações em sua forma, permitindo apenas a observação e os dinâmicos, que geram possibilidades de manipulação e “descobertas”.

Romantizar e associar o uso dos materiais manipuláveis (MM) à garantia de uma boa aula e da promoção da aprendizagem é uma ideia ingênua, visto que os MDs por si só não têm muito com o que contribuir. Para surtir os efeitos almejados é requerido do professor uma avaliação do MD quanto aos conhecimentos matemáticos que podem ser explorados e como trabalhar com este tipo de material em sala de aula. Em linhas gerais, é necessário planejamento, pois mais do que adotar esses recursos é dar sentido a sua presença. Desse modo, temos que:

> Na manipulação do material didático a ênfase não está sobre os objetos e sim sobre as operações que com eles se realizam. Discordo das propostas pedagógicas em que o material didático tem a mera função ilustrativa. O aluno permanece passivo, recebendo a ilustração proposta pelo professor respondendo sim ou não a perguntas feitas por ele. CARVALHO (1990. p. 107).

Nesse sentido, a preparação do professor para lidar com os MDs é primordial e indispensável, já que sua atuação com estes materiais em sala de aula é determinante na eficácia ou não, da aprendizagem. Escolher bons materiais manipulativos, relacioná-los aos conteúdos trabalhados em sala de aula e construir situações de ensino a partir dos mesmos são algumas das funções do professor que opta pelo seu uso. E para isso é necessário conhecimento sobre o assunto, e quando não existe, tem-se grandes chances de não ser uma tentativa bem sucedida.

Conforme Lorenzato (2006),

> [...] Para que os alunos aprendam significativamente, não basta que o professor disponha de um LEM. Tão importante quanto a escola possuir um LEM é o professor saber lidar corretamente com os MDs, pois estes, como outros instrumentos, tais como o pincel, o revólver, a enxada, a bola, o automóvel, o bisturi, o quadro-negro, o batom, o sino, exigem conhecimentos específicos de quem os utilizam (LORENZATO, 2006, p. 23-24)

Não devemos atribuir o uso dos MDs apenas ao fato de “tornar as aulas mais dinâmicas”, pois a finalidade desse recurso vai além disso, seu objetivo maior é auxiliar o aluno na construção da aprendizagem, de forma que facilite sua compreensão e não apenas na intenção de “entreter o aluno”.

De acordo com Passos (2006),

> Precisamos superar a expectativa que muitos professores têm quando justificam a opção pela utilização de materiais concretos nas aulas de matemática como um fator de motivação ou, como expressam Fiorentini e Miorim (1990), para que as aulas fiquem mais “alegres”, para que os alunos passem a “gostar da matemática” Esses autores apresentam um interessante estudo sobre a diversidade de opiniões a respeito da utilização de materiais concretos nas aulas de matemática, visto que “por trás de cada material se esconde uma visão de educação, de matemática, do homem e de mundo; ou seja existe, subjacente ao material, uma proposta pedagógica que o justifica.” Os autores enfatizam ainda que os professores não podem “subjugar sua metodologia de ensino a algum tipo de material porque ele é atraente

> ou lúdico [...] nenhum material é válido por si só. (PASSOS, 2006, p.79).

Entre os critérios utilizados para a escolha de bons materiais manipuláveis destacamos aquele que busca o MM que aborda o maior número de ideias matemáticas possíveis dentro do conteúdo almejado. É importante lembrar a necessidade do professor, por meio de questionamentos, provocações de reflexões sobre a temática em estudo, fazer com que os discentes descrevam suas observações e constatações, pois “a eficiência do MD depende mais do professor do que do próprio MD” (LORENZATO, 2006, p.25).

Utilizar o MM de forma a facilitar a compreensão de conteúdos matemáticos exige do professor maior tempo de planejamento do que levaria na preparação de uma aula tradicional, dessa forma optar pelo tradicional é mais prático para o professor, já que nessa situação predomina a exposição de informações que é de seu domínio. Porém comparando uma aula tradicional com aquela em que se utiliza o MM, observamos uma disparidade entre os resultados obtidos na aprendizagem, visto que a manipulação dos materiais orientada pelo professor coloca o aluno na posição de investigador, conseguindo fazer suas próprias “descobertas” sobre o conteúdo trabalhado, o que uma aula tradicional não proporciona. Nessa percepção, temos:

> Se o MD pode ser para o aluno um facilitador, para o professor, às vezes, ele pode ser um complicador. Em outras palavras, é muito mais fácil dar aula sem MD, mas também é mais difícil aprender sem o MD. O uso do MD planejado para atingir um determinado objetivo, frequentemente, possibilita ao aluno a realização de observações, constatações, descobertas e até mesmo o levantamento de hipóteses e a elaboração e testagem de estratégias que, às vezes, não estavam previstas no planejamento nem eram de conhecimento do professor. No entanto, é preciso reconhecer que essa dificuldade vem no intuito de melhorar a qualidade de ensino-aprendizagem (LORENZATO, 2006, p.29).

Passos (2006) ressalta a importância de momentos de reflexão e discussão sobre aspectos que se remetem ao MM ao conteúdo trabalhado, para ele, esses contribuem significativamente na construção de conceitos iniciais matemáticos, uma vez que oportunizam os alunos a conjecturar, indagar, apresentar suas observações e levantar hipóteses a partir de questionamentos feitos pelo docente. E dessa forma são dadas condições para aprimorar seus conhecimentos.

Mesmo entendendo que a função dos manipuláveis não está voltada apenas no despertar do interesse, participação e interação dos alunos, temos consciência que são elementos essenciais para se ministrar uma boa aula, e para isso os MMs podem ser fortes aliados.

Tendo em vista a utilização do MD, Lorenzato (2006) apresenta potencialidades que seu uso pode desenvolver no ensino, apontando diferenças de resultados na aprendizagem quando o aluno faz o manuseio do MD e quando o professor apenas ilustra situações a partir dele, visto que por meio da manipulação atrelados a exercícios mentais propostos pelo professor permitem o aluno argumentar e expor suas conclusões, melhorando assim a qualidade da aprendizagem.

Entre as potencialidades mencionadas pelo autor, temos: Identificação do nível de aprendizagem do aluno, compreendendo quais conceitos precisam ser reforçados; regular o ritmo de ensino, respeitando o tempo de aprendizagem de cada aluno; possibilitar com que os alunos sejam capazes de construir suas próprias constatações, observações e hipóteses; possibilidade de atendimento a diferentes públicos, de variadas idades e níveis de ensino; e adaptação e ajustes do nível de complexidade de conteúdos de acordo com a série almejada.

Mesmo diante dos obstáculos impostos para não utilização do MM, seja por falta de incentivo, má formação do professor, falta de recursos das escolas ou pelo fato do docente não ser a favor do seu uso, compreendemos que este pode ser um excelente meio para dar significado ao que é ensinado, podendo aguçar o gosto dos alunos pela matemática e assim quebrar paradigmas criados pela sociedade. E o mais importante, desenvolver uma aprendizagem bem alicerçada de forma a contribuir para que os discentes não apresentem grandes dificuldades em estudos posteriores.

### 3.3.1 Origami

Baseado na literatura de Guimarães (2015) e Imenes (1988), Geometria das dobraduras, desenvolvemos este tópico sobre o Origami.

Entre as diversas utilidades do papel desde sua invenção, destacamos o Origami, que é uma arte de dobraduras. Tendo origem no Japão e sendo uma arte milenar, a palavra Origami significa “arte de dobrar papel”. Evitando o uso de tesoura e cola, esta arte consiste apenas na dobradura, possibilitando inúmeras representações, como objetos, animais e flores. Inicialmente, devido aos altos custos da matéria prima para produção do papel, era acessível apenas às classes nobres, sendo considerados artigos de luxo.

Com a popularização do papel, o Origami passou a ser parte do currículo escolar dos japoneses e assim tornando-se de grande importância para sua cultura. Durante tempos acreditou-se que o Origami tinha apenas função decorativa, porém com o passar dos anos, voltou-se o olhar matemático nesse processo, onde estudiosos observaram que existiam relações diretamente ligadas à matemática. Diante dessa popularização, alguns nomes ganharam destaque, a exemplo temos, Akira Yoshizawa, que foi considerado “pai do Origami” devido sua desenvoltura com o mesmo, com seus conhecimentos ensinava geometria a partir desse recurso, além de nomear movimentos de dobras realizadas com o papel.

Tratando-se do ensino da matemática, compreendemos que sair do abstrato e partir para o concreto é uma necessidade que o ensino requer, já que o tradicional, mecânico e repetitivo tem nos mostrado anos após ano que não atendem às expectativas almejadas para a aprendizagem.

Nesse sentido, o Origami pode aguçar a criatividade dos discentes, além de proporcionar melhor compreensão de conceitos matemáticos, já que sua manipulação possibilita a identificação de relações matemáticas envolvidas nesse processo. Mesmo surgindo de uma simples folha de papel, ele pode estimular a participação e atenção dos estudantes e por meio das manipulações orientadas pelo professor o aluno poderá assumir o papel de investigador, levantando hipóteses e construindo seu próprio conhecimento.

Uma das possibilidades do uso do Origami é sua utilização no ensino da geometria plana. A partir de uma folha de papel é possível trabalhar a construção de retas paralelas, perpendiculares, elementos relacionados a retas e ângulos, tais como: mediatriz, bissetriz e mediana, e a construção de polígonos regulares que permitem que os alunos observem particularidades que os cercam no processo de construção.

### 3.3.2 Tangram.

O Tangram é um quebra-cabeça geométrico muito antigo, constituído por 7 peças: 5 triângulos (Dois grandes, um médio e dois pequenos), um quadrado e um paralelogramo, formados a partir de recortes de uma figura com a forma de um quadrado.

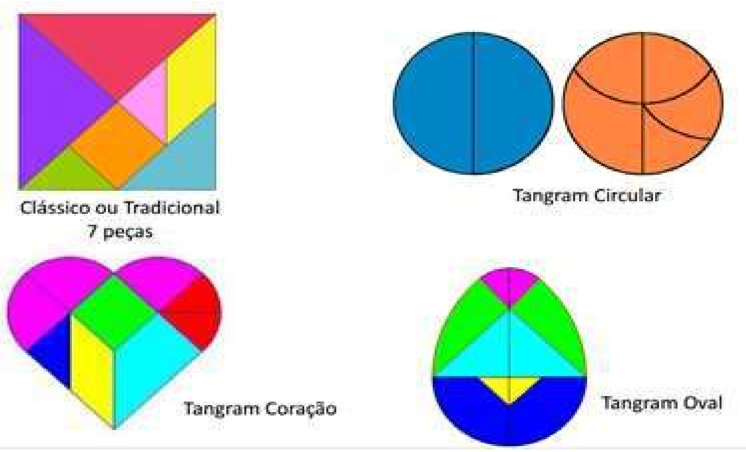
A sua origem ainda é pouco conhecida, apesar da existência de várias lendas e mitos que tentam explicar seu surgimento. Entre eles conta-se a do ‘mestre e o discípulo’ que de saída para viajar ao mundo, um jovem chinês ganha de seu mestre um espelho de formato quadrado, com a justificativa de que seu discípulo deveria registar tudo o que visse no seu trajeto.

Polon (2013), destaca que o jovem chinês, imediatamente, o questiona como isso seria possível apenas com um espelho. E por breve descuido deixa-o cair quebrando-se em 7 peças, de formas geométricas mencionadas acima, fazendo com que o mestre respondesse ao discípulo que por meio daquelas peças ele poderia representar tudo o que visse em sua viagem.

A partir do Tangram pode-se representar inúmeras figuras, apenas com a condição de que todas as peças devem ser usadas, sem sobrepô-las. Assim como o Origami, o Tangram pode auxiliar na construção de conceitos matemáticos relacionados a geometria plana, onde podemos trabalhar ângulos, áreas, perímetro, além de facilitar o reconhecimento dos polígonos explorando características dos mesmo de forma dinâmica e criativa.

É importante ressaltar que não existe um único modelo de Tangram, entre a variedade temos o Tangram retangular de 7 peças, circular, em forma de coração e oval, conforme a Figura 1.

Figura 1- Tipos de Tangrans.




Fonte: https://www.laboratoriosustentaveldematematica.com (LSM, 2017)

### 3.4 Polígonos: uma caracterização

As figuras geométricas planas denominadas polígonos, se dão pela união de segmentos de retas que estão localizados em diferentes retas através de seus extremos, podendo ser classificados como convexos ou não convexos. Para ser convexo qualquer segmento de reta traçado a partir de dois pontos internos ao polígono deve ser interno à figura, caso contrário o polígono é considerado não convexo.

Os polígonos também são classificados quanto aos lados como sendo regulares ou não regulares. São considerados polígonos regulares aqueles que possuem todos os lados congruentes, quando isso não acontece ele é considerado não regular.

Lados, vértices e ângulos são elementos de um polígono. Denominamos os lados como sendo os segmentos de retas que compõem o polígono. Os vértices podem ser classificados como o ponto de encontro das extremidades dos segmentos de retas(lados), enquanto, os ângulos são a abertura formada pelos lados consecutivos.

Vale ressaltar que existe uma nomenclatura para cada polígono, cuja denominação se dá de acordo com a quantidade de lados que o mesmo possui, conforme a Tabela 1.

Tabela 1. Nomenclatura dos polígonos.

| Nome | Número lados |
|---|---|
| Triângulo | 3 |
| Quadrilátero | 4 |
| Pentágono | 5 |
| Hexágono | 6 |
| Heptágono | 7 |
| Octógono | 8 |
| Eneágono | 9 |
| Decágono | 10 |
| Undecágono | 11 |
| Dodecágono | 12 |
| Pentadecágono | 15 |
| Icoságono | 20 |

Tabela 2.1: Número de lados dos polígonos.

Fonte: (GUIMARÃES, 2015, p.16).

### 3.4.1 Triângulos

Constituído por três lados, os triângulos podem ser classificados quanto à medida dos lados ou quanto à medida dos ângulos. Em relação a medida dos lados eles podem ser classificados em: equiláteros, isósceles e escalenos.

Dizemos que um triângulo é equilátero quando possui todos os seus lados congruentes. Quando apenas dois de seus lados são congruentes classificamos como isósceles e já quando o triângulo apresenta todos os lados de medidas diferentes ele recebe o nome de escaleno.

Enquanto que em relação aos ângulos podemos categorizá-los em acutângulo quando apresenta três ângulos menores que 90° graus; retângulo, quando contém um dos seus ângulos igual a 90° graus; e obtusângulo, quando possui um ângulo maior do que 90° graus.

Em nossa pesquisa trabalharemos com triângulos retângulos isósceles por estes polígonos comporem o Tangram.

### 3.4.2 Quadriláteros

Todos os polígonos que são constituídos por quatro lados são classificados como quadriláteros, e a partir de suas características relacionadas aos ângulos e lados recebem nomes específicos. Por exemplo se o polígono possui lados opostos paralelos congruentes, ou seja, de mesma medida e todos os seus ângulos internos medindo 90° graus é nomeado como retângulo.

Enquanto que se o polígono apresenta todos os seus lados opostos paralelos congruentes e ângulos internos também congruentes, recebe o nome de quadrado. O que neste caso trata-se de um tipo de retângulo, visto que atende às condições de classificação do polígono anterior.

O losango é um quadrilátero caracterizado por possuir todos os seus lados opostos paralelos e congruentes entre si e ângulos menores do que 90°. Além disso, possui duas diagonais que se encontram no ponto médio de cada uma delas, formando quatro ângulos retos.

O quadrilátero que apresenta os lados opostos congruentes e paralelos, independente das medidas dos ângulos internos, são denominados de paralelogramo. Portanto, retângulos, quadrados e losangos também são paralelogramos.

Ainda classificados como quadriláteros, temos o trapézio que é o polígono que apresenta unicamente dois de seus lados paralelos. Os trapézios são classificados em trapézios isósceles quando os lados não paralelos possuem a mesma medida e trapézio retângulo quando possui um ângulo interno medindo 90°.

Em nossa pesquisa trabalharemos com os quadriláteros que compõem o Tangram, sendo eles, o quadrado e o paralelogramo. No próximo capítulo iremos discorrer sobre o percurso metodológico do estudo.

# 4. PERCURSO METODOLÓGICO DA PESQUISA

Neste capítulo abordaremos o percurso metodológico adotado na construção deste trabalho, apresentando o tipo de metodologia usada e as etapas envolvidas neste processo. Além disso, trataremos da proposta de intervenção didática utilizada no estudo.

Objetivando analisar a abordagem de uma situação de ensino envolvendo polígonos para o 6° ano do ensino fundamental com uso de recursos didáticos manipuláveis, este trabalho foi dividido em duas etapas: a elaboração de uma intervenção didática e a sua aplicação.

Segundo Silva & Menezes (2000, p. 20), “a pesquisa qualitativa considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números.”

E ainda, de acordo com Silva & Menezes (Idem, p.21), “a pesquisa descritiva visa descrever as características de determinada população ou fenômeno ou o estabelecimento de relações entre variáveis. Envolve o uso de técnicas padronizadas de coleta de dados: questionário e observação sistemática. Assume, em geral, a forma de levantamento”.

Portanto, a pesquisa do presente estudo, é considerada de abordagem qualitativa por buscar coletar dados não mensuráveis, e também descritiva por descrever características dos sujeitos da pesquisa e resultados.

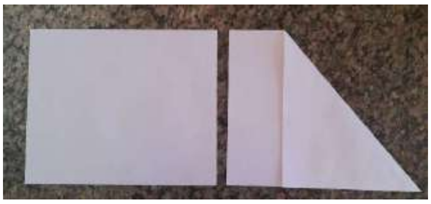
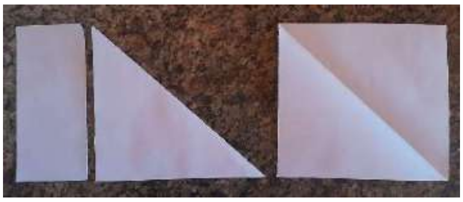
Segundo Gonçalves (2001, p.67), “A pesquisa de campo é o tipo de pesquisa que pretende buscar a informação diretamente com a população pesquisada. Ela exige do pesquisador um encontro mais direto. Nesse caso, o pesquisador precisa ir ao espaço onde o fenômeno ocorre, ou ocorreu e reunir um conjunto de informações a serem documentadas [...].” Nesse sentido, esta pesquisa também se enquadra como pesquisa de campo, já que buscamos analisar os efeitos provocados por uma situação de ensino diretamente com o público alvo em que a temática trabalhada é abordada.

Na primeira etapa elaboramos uma situação de ensino envolvendo cinco atividades que tinham como objetivo, nas três primeiras, a construção de conceitos geométricos relacionados aos polígonos: triângulo, quadrado e paralelogramo fazendo uso do Origami. Para a construção desses polígonos tomamos por base Imenes (1988). E nas duas últimas atividades, objetivamos identificar elementos geométricos dos polígonos presentes no Tangram quadrado de sete peças, tendo sido uma atividade adaptada de Omura (2012).

A partir de instruções e ilustrações de dobraduras nas atribuições sugeridas para a construção dos polígonos solicitados, propomos questionamentos que provocassem nos alunos reflexões e investigações acerca das definições, características e propriedades dos polígonos abordados, a fim de que pudessem construir os conceitos relativos a estes.

Na atividade I, propomos orientações da construção do quadrado na folha sulfite A4 por meio de dobraduras. Logo após a construção do quadrado propomos 7 questões que abordam os conceitos de lados, vértices, ângulos, diagonais, perpendicularismo, paralelismo e características específicas do quadrado envolvendo a quantidade e relações entre lados e ângulos, conforme o Quadro 2.

Quadro 2: Atividade I- Construção do quadrado.

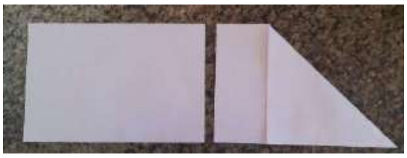
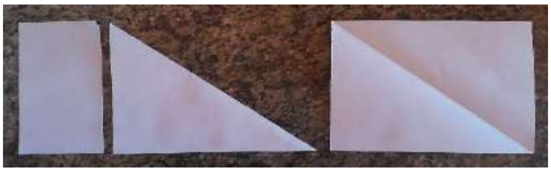
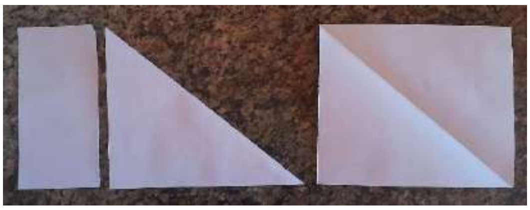
| **Atividade I: Construção do quadrado.** | **Questionamentos** |
|---|---|
| Siga as instruções dadas e responda aos questionamentos:<br><br>1.Utilize uma folha retangular e dobre o vértice superior direito rente ao lado inferior da folha retangular, como mostra a Figura 1.<br><br><br>Figura 1<br>2.Recorte o excesso como indica a Figura 2 (Parte que não foi coberta).<br><br><br>Figura 2 | 1. Que figura geométrica foi formada? Como você concluiu isso?<br>1.1 O que podemos afirmar em relação aos lados dessa figura? O que podemos fazer para mostrar por meio de dobraduras (sem o auxílio de réguas) que sua afirmação é verdadeira?<br>1.2 Qual a quantidade de lados desse polígono? Quantos encontros de lados (Vértices) ele apresenta? E quantos ângulos internos (abertura entre os lados que se encontram)?<br><br>2. E em relação à abertura interna entre os lados consecutivos (ou seja, que se encontram em um ponto) do polígono (ângulos), o que conseguimos observar? Como você concluiu isso?<br>2.1. Como podemos chamar esses lados?<br><br>3. Nesta figura existem lados que não se encontram. Quem são esses lados? Como podemos chamá-los? |

| | |
|---|---|
| | 4. O traço construído com o vinco chama-se diagonal do quadrado. O que podemos dizer sobre ela? Podemos encontrar outra diagonal no quadrado? Se sim, ache a outra diagonal. |

Fonte: Adaptado de Imenes,1988, p.12-13.

Enquanto que na atividade II, usando a mesma metodologia da atividade I sugerimos a construção do triângulo isósceles retângulo. Contando com 4 questões, idealizamos reforçar os elementos de um polígono - lados, vértices e ângulos - e reconhecer características específicas do triângulo em questão, em conformidade com o Quadro 3.

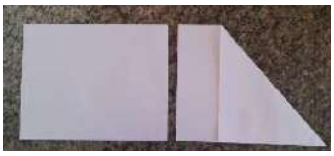
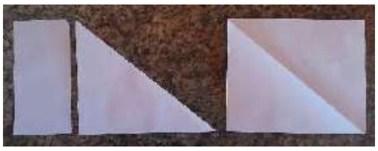
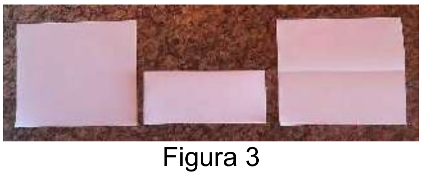
Quadro 3: Atividade II-Construção do triângulo

<table>
<tr><th>Atividade II: Construção do triângulo</th><th>Questionamentos</th></tr>
<tr><td>A partir de uma folha retangular, encontre um quadrado conforme as orientações 1 e 2, em seguida faça o que se pede:<br><br>1. Dobre o vértice superior direito rente ao lado inferior da folha retangular, como mostra a Figura 1.<br><br>Figura 1<br>2.Recorte o excesso como indica a Figura 2 (Parte que não foi coberta).<br><br>Figura 2<br>3. Descarte a parte do excesso, conforme a Figura 3 e responda aos questionamentos.<br><br>Figura 3</td><td>1. Que figura geométrica você consegue observar? Quantos lados ela possui? Quantos ângulos internos? E quantos vértices?<br><br>2. O que podemos dizer sobre os lados da figura construída? Como você concluiu isso?<br><br>3. Nessa figura temos lados perpendiculares? Quais são eles? E porque você concluiu que eles são perpendiculares?<br>3.1 Então como você pode descrever essa figura geométrica para alguém que não está visualizando-a? (Tente ser o mais detalhista possível).</td></tr>
</table>

Fonte: Adaptado de Imenes,1988, p.12-13.

Composta por 7 questões, na atividade III sugerimos a construção do paralelogramo na folha sulfite A4. Mais uma vez produzimos orientações e ilustrações de como proceder na realização dessas dobraduras, cujos questionamentos objetivaram além do reconhecimento de características dos polígonos e conceitos já trabalhados na construção do quadrado - Ideias de lados paralelos e perpendiculares -, abordar a ideia de mediatriz e classificação dos polígonos quanto a serem denominados ou não como quadriláteros e paralelogramos, de acordo com o Quadro 4.

Quadro 4: Atividade III- Construção do paralelogramo

<table>
<tr><th>Atividade III: Construção do paralelogramo</th><th>Questionamentos</th></tr>
<tr><td>A partir de uma folha retangular, encontre um quadrado conforme as orientações 1 e 2, em seguida faça o que se pede:<br><br>1.Dobre o vértice superior direito rente ao lado inferior da folha retangular, como mostra a Figura 1.<br><br>Figura 1<br><br>2.Recorte o excesso como indica a Figura 2 (Parte que não foi coberta).<br><br>Figura 2<br><br>4. Agora dobre o quadrado ao meio de forma que dois de seus lados opostos se encontrem. Reforce a marcação do vinco formado e abra a folha para voltar ao seu quadrado inicial, observe a Figura 3.<br><br>Figura 3</td><td>1. O traço construído com o vinco chama-se mediatriz do quadrado. A partir da visualização da mediatriz, o que podemos dizer sobre ela? Podemos encontrar outra mediatriz no quadrado? Se sim, ache a outra mediatriz.<br><br>1.1 Com a mediatriz encontrada na Figura 3 dividimos o quadrado em duas outras figuras. Como essas figuras são chamadas? O que elas têm em comum com o quadrado? E o que elas têm de diferente?</td></tr>
<tr><td>4.Leve os lados paralelos a mediatriz traçada na Figura 3 ao encontro dela, conforme Figura 4.</td><td>2. Após seguir todas as instruções, o polígono formado apresenta quantos lados? Quantos ângulos internos? E quantos vértices?</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>

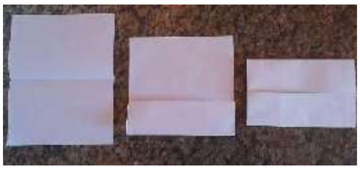


Figura 4

5.Dobre o vértice superior direito rente ao lado inferior, como mostra a Figura 5.

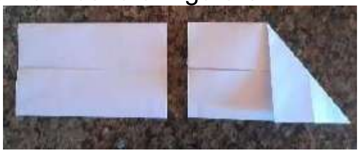


Figura 5

6.Dobre o vértice inferior direito rente ao lado superior, como mostra a Figura 6.

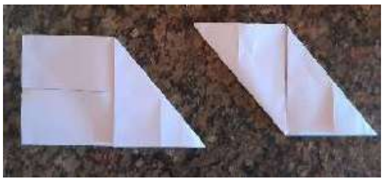


Figura 6

7.Abra a dobradura que acabou de fazer e observe a existência de dois triângulos, vire-os para dentro, de acordo com a Figura 7.

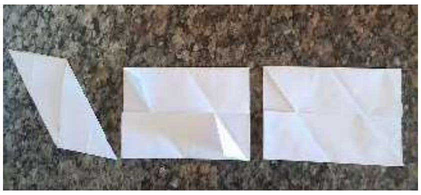


Figura 7

8.Por fim, encaixe o vértice superior direito no lado inferior e encaixe o vértice inferior esquerdo no lado superior, de acordo com a Figura 8.

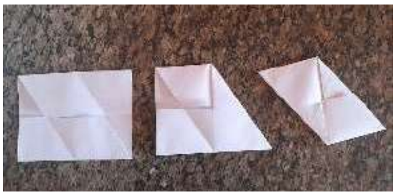


Fig. 8

</td>
<td>

2.1 Então a figura é um quadrado? Por quê?

2.2-Nesta figura o que observamos em relação aos lados?

2.3- E em relação aos ângulos opostos, o que podemos concluir? Como podemos mostrar isso?

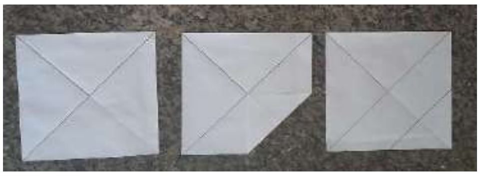
2.4-Então como você pode descrever essa figura geométrica para alguém que não está visualizando-a? (Tente ser o mais detalhista possível). Essa figura construída é chamada de paralelogramo, pois possuem lados opostos e paralelos. Sendo assim, podemos afirmar que o quadrado é um paralelogramo? E o retângulo? E o triângulo?

</td>
</tr>
</table>

Fonte: Adaptado de Imenes,1988, p.12-13.

Ainda usando dobraduras, para a atividade IV, orientamos a confecção do Tangram na folha sulfite A4. Para isso, adaptamos a intervenção didática proposta por Omura (2012), elaborando um total de 5 questões enfatizando o reconhecimento das figuras geométricas presentes no Tangram e a exploração de possibilidades de construção das figuras, segundo o Quadro 5.

Quadro 5: Atividade IV- Construção do Tangram.

<table>
<tr><th>Atividade IV: Construção do Tangram.</th><th>Questionamentos</th></tr>
<tr><td>
A partir de um quadrado, faça o que se pede de acordo com as instruções:<br>
1.Ache uma das diagonais do quadrado e com o auxílio de uma régua e lápis de sua preferência marque esse vinco, conforme a Figura 1.<br>
<br>
Figura 1<br>
2.Agora encontre a outra diagonal do quadrado e destaque com um lápis apenas metade dessa diagonal (indo do vértice onde inicia-se o vinco até o encontro da primeira diagonal), conforme a Figura 2.<br>
<br>
Figura 2<br>
3.Pegue o vértice oposto à demarcação feita na instrução 2 e dobre de forma a encontrar o ponto de encontro das diagonais, reforçando o vinco e destacando-o com lápis, de acordo com a Figura 3.<br>
<br>
Figura 3<br>
4.Pegue o vértice consecutivo ao que acabou de dobrar e repita o que foi feito no passo anterior, levando este vértice ao encontro das diagonais. Reforce e marque com o lápis apenas metade do vinco formado conforme a Figura 4.<br>
<br>
Figura 4<br>
5.Destaque parte do vinco da diagonal do quadrado maior, de forma a formar um quadrado menor, como mostra a Figura 5.<br>

</td><td>
Agora, de acordo com o Tangram construído, responda as questões:<br><br>
1.Quantos e quais polígonos formam o Tangram?<br><br>
2.Existem polígonos neste Tangram que apresentam características semelhantes? Se sim, qual(is)? E o que eles têm em comum?<br><br>
3.Vamos montar quadrados com as peças do Tangram.<br>
a)Usando apenas 2 peças quaisquer do Tangram de quantas maneiras diferentes podem ser formados?<br>
b)E com 3 peças quaisquer?<br>
c)Tente desta vez formar quadrados usando 4 peças quaisquer do Tangram. De quantas maneiras diferentes podem ser formados?<br>
d) E finalmente, usando 5 peças quaisquer formem quadrados. De quantas maneiras diferentes podem ser formados?<br><br>
4.Vamos montar retângulos com as peças do Tangram.<br><br>
a) Usando apenas 2 peças quaisquer do Tangram de quantas maneiras diferentes podem ser formados?<br><br>
b) E com 3 peças quaisquer?<br><br>
c)Tente desta vez formar retângulos usando 4 peças quaisquer do Tangram. De quantas maneiras diferentes podem ser formados?<br><br>
d) E finalmente, usando 5 peças quaisquer formem
</td></tr>
</table>

Fig.5

6.Encontre a mediatriz do quadrado maior conforme a Figura 6 e Figura7.

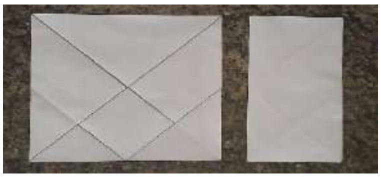


Figura 6

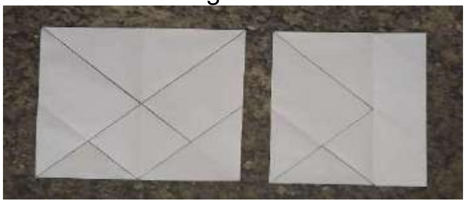


Figura 7

7.Agora ache a mediatriz do retângulo (Formado pela mediatriz do quadrado) que fica localizado do lado direito, conforme a Figura 8 e 9.

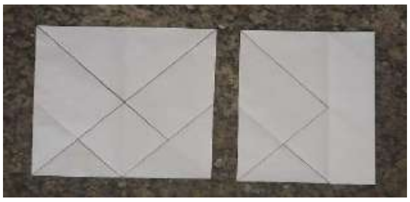


Figura 8

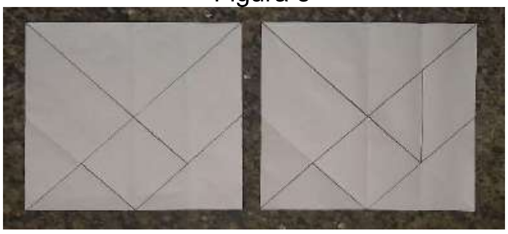


Figura 9

8.Observe o vinco e destaque com o lápis o segmento de reta compreendido entre o vértice do quadrado menor e a diagonal do quadrado maior, de acordo com a Figura10.

Figura 10

9.Recorte todas as 7 figuras geométricas formadas, conforme Figura 11.

Figura 11

retângulos. De quantas maneiras diferentes podem ser formados?

5.Vamos montar triângulos com as peças do Tangram.

a) Usando apenas 2 peças quaisquer do Tangram de quantas maneiras diferentes podem ser formados?

b)E com 3 peças quaisquer?

c)Tente desta vez formar triângulos usando 4 peças quaisquer do Tangram. De quantas maneiras diferentes podem ser formados?

d)E com 5 peças quaisquer?

e) E finalmente, usando 6 peças quaisquer formem triângulos. De quantas maneiras diferentes podem ser formados?

6.Vamos montar paralelogramos com as peças do Tangram.

a)Usando apenas 2 peças quaisquer do Tangram de quantas maneiras diferentes podem ser formados?

b)E com 3 peças quaisquer?

c)Tente desta vez formar paralelogramos usando 4 peças quaisquer do Tangram. De quantas maneiras diferentes podem ser formados?

d)E com 5 peças quaisquer?

e) E finalmente, usando 6 peças quaisquer formem paralelogramos. De quantas maneiras diferentes podem ser formados?

Fonte: Adaptado de Omura, 2012, p.14 e 19.

Finalmente na atividade V, com apenas 1 questão sugerimos a composição de figuras geométricas para construir paisagens envolvendo a natureza, pessoas e/ou objetos com as peças do Tangram, de acordo com o Quadro 6.

Quadro 6: Atividade V: Composição de figuras geométricas.

| |
|---|
| Questão 1: Com as peças de Tangrans construa paisagens envolvendo a natureza, pessoas e/ou objetos. |

Fonte: Adaptado de Omura, 2012, p.19-20.

Na segunda etapa que correspondeu à aplicação da situação didática tivemos como sujeitos de pesquisa alunos do 6° ano de uma escola da rede municipal de ensino infantil e fundamental localizada na comunidade rural do sítio Braga, município de Monte Horebe-PB. A turma mencionada é formada por 17 alunos de faixa etária entre 11-12 anos, que são residentes da comunidade local e comunidades adjacentes. Com o ensino dos anos finais do ensino fundamental implantada há pouco mais de três anos, a escola mencionada atende os seguintes públicos: ensino infantil, anos iniciais, anos finais do ensino fundamental e EJA (Educação de Jovens e adultos), cujos turnos de funcionamento são manhã, tarde e noite, respectivamente.

Na função de professor titular da turma e pesquisador, com o intuito de alcançar o objetivo almejado, aplicamos a situação didática proposta em 15 horas aula (600 minutos) distribuídas nas terças feiras com 3 aulas e nas quartas feiras com 2 aulas, levando um total de 3 semanas, no período de 23/08/2022 à 07/09/2022.

Dividido em três grupos (Dois grupos de 6 e um de 5 alunos) denominados grupo 1, grupo 2 e grupo 3, as atividades foram entregues respeitando o tempo de cada equipe no desenvolvimento dos registros de suas observações a partir dos questionamentos realizados. Os dados coletados juntamente com o diário de bordo foram usados para a análise dos resultados alcançados.

Para a aplicação das atividades I, II e III contamos com 6 horas aula (240 minutos). Nesta aplicação, foi sugerido que todos os grupos discutissem suas observações e “descobertas” entre si, anotando todas as conclusões realizadas. Mantida as equipes iniciais para aplicação das atividades IV e V utilizamos 9 horas aulas (360 minutos), visto que ao término de cada atividade proposta, todos os grupos socializaram suas conclusões, abrindo espaço para o diálogo, discussão de pontos de vista e trocas de ideias.

# 5. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS DADOS

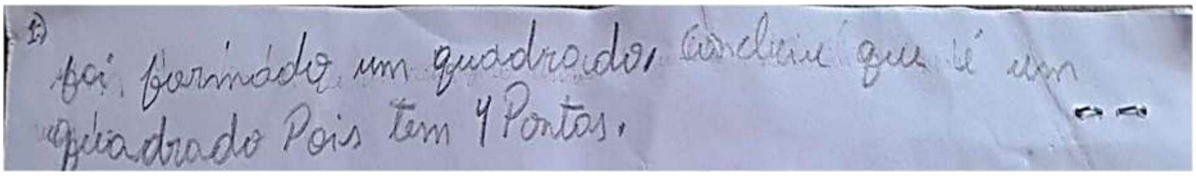
Neste capítulo faremos a análise referente à segunda etapa da nossa pesquisa que corresponde a aplicação da sequência didática elaborada, composta de cinco atividades, sendo as quatro primeiras de construção do quadrado, triângulo, paralelogramo e do Tangram, respectivamente. E a última atividade de composição de figuras geométricas.

## 5.1 Análise da atividade de construção do quadrado

Nesta atividade foi proposta a construção do quadrado por meio de dobraduras em uma folha de papel A4 e realizados sete questionamentos a partir do polígono que foi construído. Todos os alunos conseguiram construir o polígono a partir das instruções dadas.

No item 1 que questiona a figura geométrica formada e como os alunos concluem isso, observamos que o grupo 1 afirmou que foi formado um quadrado, pois tem quatro pontas, conforme Figura 2.

Figura 2- Resposta da atividade 1 do Grupo 1

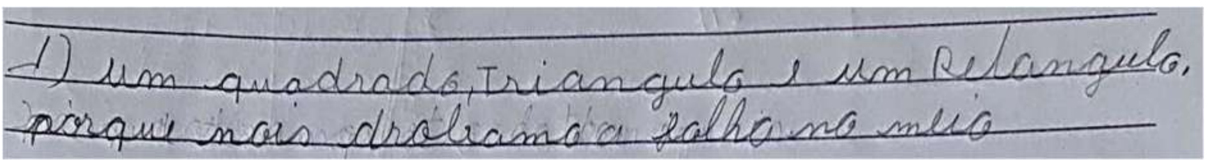

1) foi formado um quadrado, concluí que é um quadrado Pois tem 4 Pontas.

Fonte: Dados da pesquisa.

Como podemos observar, a resposta do grupo 1 relaciona o quadrado ao número de pontas (4) que a figura possui, sem que sejam observadas propriedades como os lados congruentes ou ângulos retos.

Enquanto que os grupos 2 e 3 mencionaram outras figuras construídas, como o retângulo (grupos 2 e 3), e o triângulo (grupo 2), conforme Figura 3.

Figura 3- Resposta da atividade 1 do Grupo 2


1) um quadrado, Triangulo e um Retangulo, porque nois drobamda folha no meio

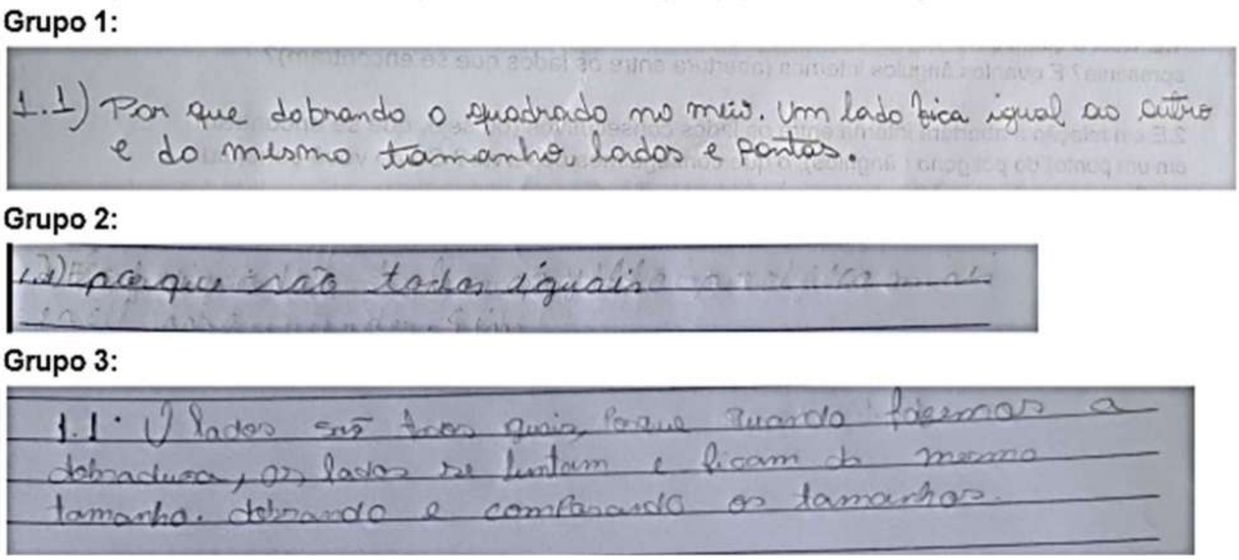
Fonte: Dados da pesquisa.

Devido à aparição do triângulo e do retângulo nas dobraduras orientadas para se chegar à proposta sugerida (Construção do quadrado) justifica-se a resposta dos grupos 2 e 3, que também se prenderam à imagem de um quadrado sem atentar às suas características.

Nesse sentido, relacionando as observações realizadas pelos alunos com a Teoria Vanhieliana, observa-se que todos os grupos atuaram no nível 1 de pensamento geométrico quanto ao quadrado, visto que estão presos à visualização da forma da figura, sem que haja algum rigor matemático de reconhecimento das características geométricas que o quadrado apresenta. Esse resultado se compara ao de Costa e Câmera dos Santos (2017) em um teste aplicado com alunos do 6° ano do Ensino Fundamental de uma escola da rede pública de Recife-PE, em que visava a construção e classificação dos quadriláteros. Seus resultados demonstraram que esses alunos se encontravam no nível 1 da Teoria de Van-Hiele quanto a figura geométrica quadrado.

Questionados sobre as relações existentes entre os lados da figura construída (Quadrado) no item 1.1, todos os grupos verificaram a congruência entre os lados do polígono, de acordo com a Figura 4.

Figura 4- Respostas da questão 1.1 da atividade 1, dos grupos 1,2 e 3.

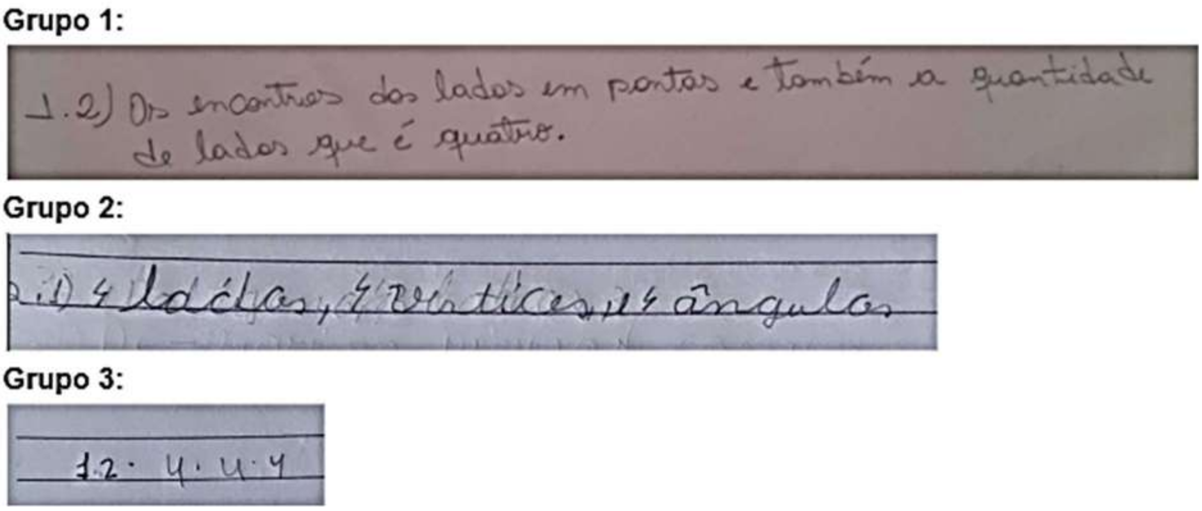



Fonte: Dados da pesquisa.

Esses dados mostram que os grupos 1 e 3 conseguiram constatar por meio de dobraduras a congruência entre os lados do quadrado. Enquanto que o grupo 2 apesar de afirmarem que os lados são iguais não conseguiram demonstrar esta afirmação por meio de dobraduras. Nesse caso, entendemos que os grupos 1 e 3 atuaram no segundo nível de Van-Hiele, enquanto que o grupo 2 não alcançou o mesmo nível que os demais grupos neste item investigado.

No item 1.2 foi proposto que identificassem a quantidade de lados, vértices e ângulos internos que o polígono construído apresentava. Nesse quesito, o grupo 1 identificou apenas a quantidade de lados e vértices, não mencionando os ângulos. Enquanto que os grupos 2 e 3 foram assertivos em suas conclusões, quantificando corretamente todas as informações solicitadas na questão, conforme a Figura 5.

Figura 5 - Respostas da questão 1.2 da atividade 1, dos grupos 1,2 e 3.




Fonte: Dados da pesquisa

Para se referir aos vértices, o grupo 1 utiliza a definição, como sendo, 'Os encontros dos lados', alegando que o quadrado possui a mesma quantidade de vértices e lados, 4 e 4 respectivamente. Enquanto que os outros grupos foram diretos em suas conclusões. Na investigação deste item observa-se que o grupo 1 atuou no primeiro nível de Van-Hiele, enquanto que os grupos 2 e 3 atuaram no segundo nível da Teoria Vanhieliana.

Indagados sobre quais observações poderiam ser feitas sobre os ângulos internos do quadrado e como chegaram a tal conclusão na questão 2, ocorreu uma divergência de respostas entre o grupo 1 e os grupos 2 e 3. O grupo 1 sugeriu que cada ângulo mede 1440° graus, não justificando o motivo pelo qual chegaram a essa afirmação, conforme a Figura 6.

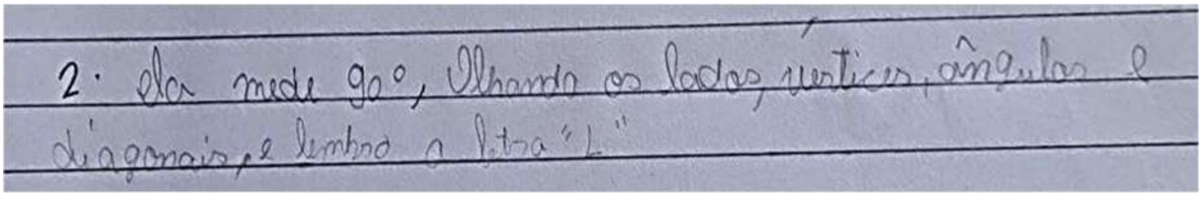
Figura 6- Respostas da questão 2 da atividade 1, do grupo 1.


Fonte: Dados da pesquisa

Desse modo, analisamos que esse grupo ainda não construiu o conceito de ângulos, visto que no item 1.2 que também se tratava de ângulos não responderam à questão conforme solicitada, dessa forma não alcançando o segundo nível do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van-Hiele.

Os grupos 2 e 3 afirmaram que cada ângulo do quadrado tem medida de 90° graus, argumentando que a abertura entre os lados consecutivos apresenta a forma da letra L, de acordo com a Figura 7.

Figura 7- Respostas da questão 2 da atividade 1, do grupo 3.

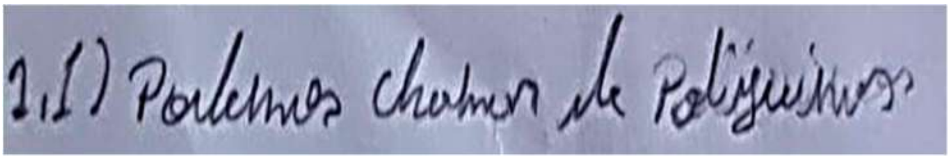



Fonte: Dados da pesquisa

Na tentativa de justificar que o encontro entre os lados consecutivos do quadrado nos lembra a forma da letra L, o grupo 3 usou os termos “lados”, “vértices” e “diagonais” para concluir tal afirmação. Desta vez os grupos 2 e 3 atuaram no segundo nível de Van-Hiele.

Esperando-se na questão 2 que todos compreendessem que a abertura entre os lados consecutivos do quadrado forma ângulos de 90° graus, o item 2.1 questiona qual nome esses lados recebem, outra vez houve divergência de respostas entre o grupo 1 e os grupos 2 e 3, observe a Figura 8.

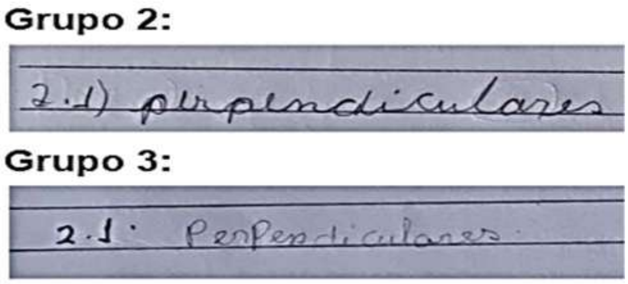
Figura 8- Respostas da questão 2.1 da atividade 1, do grupo 1.




Fonte: Dados da pesquisa

Mesmo apoiados em uma sugestão de leitura presente no livro didático que aborda o conteúdo trabalhado, o grupo 1 afirmou que esses lados poderiam ser chamados de polígonos, o que indica que não houve uma compreensão do questionamento realizado. Já os outros grupos foram precisos em suas respostas, como podemos observar na Figura 9.

Figura 9- Respostas da questão 2.1 da atividade 1, dos grupos 2 e 3.

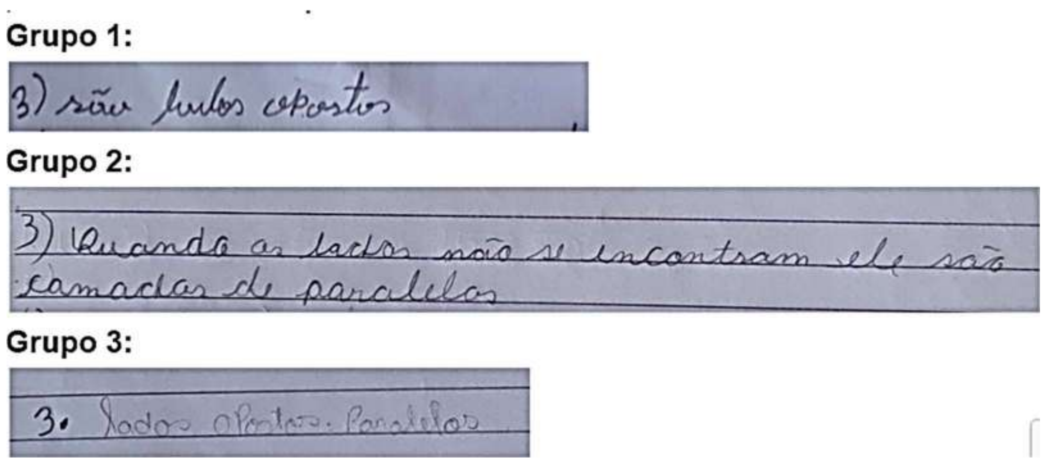



Fonte: Dados da pesquisa

Observamos que o material sugerido para leitura juntamente com as conclusões realizadas nas questões anteriores foi primordial para que os grupos pudessem responder coerentemente o item 2.1, que claramente é o caso dos grupos 2 e 3, o que não aconteceu com o grupo 1. Na investigação deste item observa-se que o grupo 1 continua atuando no primeiro nível Vanhieliano e os grupos 2 e 3 no segundo.

Na questão 3, a indagação foi sobre os lados que não se tocam, solicitando dos alunos que os identificassem e dissessem como se chamavam. Observamos que o grupo 1 fez apenas a identificação desses lados, chamando-os de lados opostos, já o grupo 2, não os identificou, porém, justificou que esses lados podem ser chamados de paralelos, enquanto que o grupo 3 trouxe as duas informações, como podemos acompanhar na Figura 10.

Figura 10- Respostas da questão 3 da atividade 1, dos grupos 1,2 e 3.

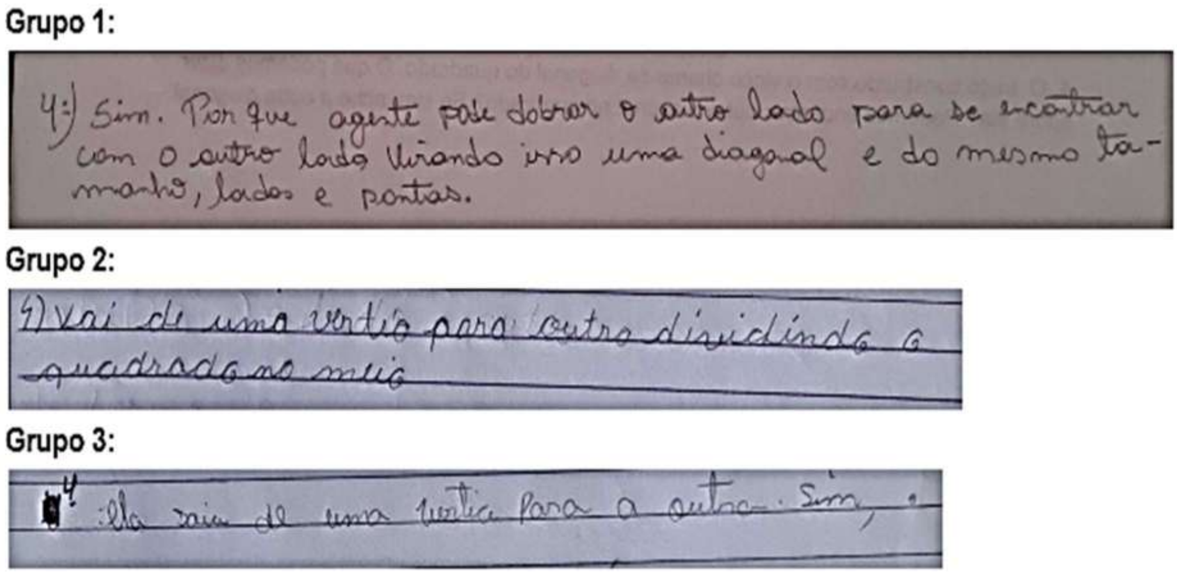



Fonte: Dados da pesquisa

Mais uma vez o material sugerido para leitura foi essencial para a conclusão das respostas da questão 3 pelos grupos. Analisamos também que apenas o grupo 3 alcançou o segundo nível Vanhieliano.

Dessa vez na questão 4, identificando uma das diagonais do quadrado foi questionado o que poderia ser afirmado sobre ela e se havia a existência de outra, observamos que todos os grupos compreenderam a proposta da questão, conforme a Figura 11.

Figura 11- Respostas da questão 4 da atividade 1, dos grupos 1,2 e 3.




Fonte: Dados da pesquisa

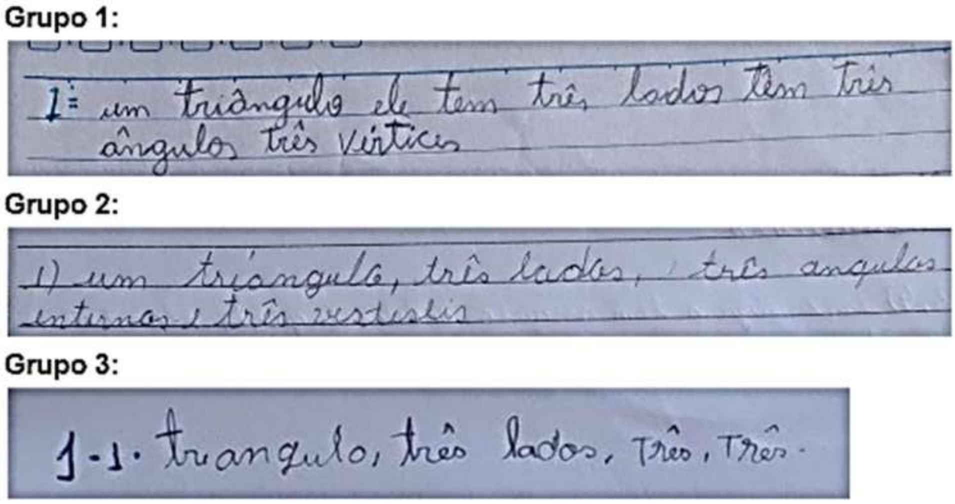
Para justificar que a diagonal do quadrado vai de um vértice ao outro não consecutivo, o grupo 1 tenta explicar que unindo esses vértices, os lados se encontram formando um vinco justamente na diagonal do quadrado, afirmando também que existem duas diagonais. Já o grupo 2 afirma que a diagonal vai de um vértice a outro e que divide o quadrado em duas partes iguais, porém não respondeu sobre a existência ou não de mais diagonais. O grupo 3, além de fazer a mesma afirmação do grupo 2, afirmou que o polígono apresentado apresenta outra diagonal. Neste item todos os grupos atuaram no segundo nível do pensamento geométrico de Van-Hiele.

## 5.2 Análise da atividade de construção do triângulo

Para essa atividade propomos a construção do triângulo isósceles retângulo por meio de dobraduras em uma folha de papel A4 e foram realizados quatro questionamentos a partir do polígono que foi construído. Todos os alunos conseguiram construir o polígono a partir das instruções dadas.

No item 1 que questiona a figura geométrica formada e quantos lados, vértices e ângulos internos ela possui, todos os grupos afirmaram que foi formado um triângulo e que ele apresentava 3 lados, 3 ângulos internos e 3 vértices, como podemos observar na Figura 12.

Figura 12- Respostas da questão 1 da atividade 2, dos grupos 1,2 e 3.

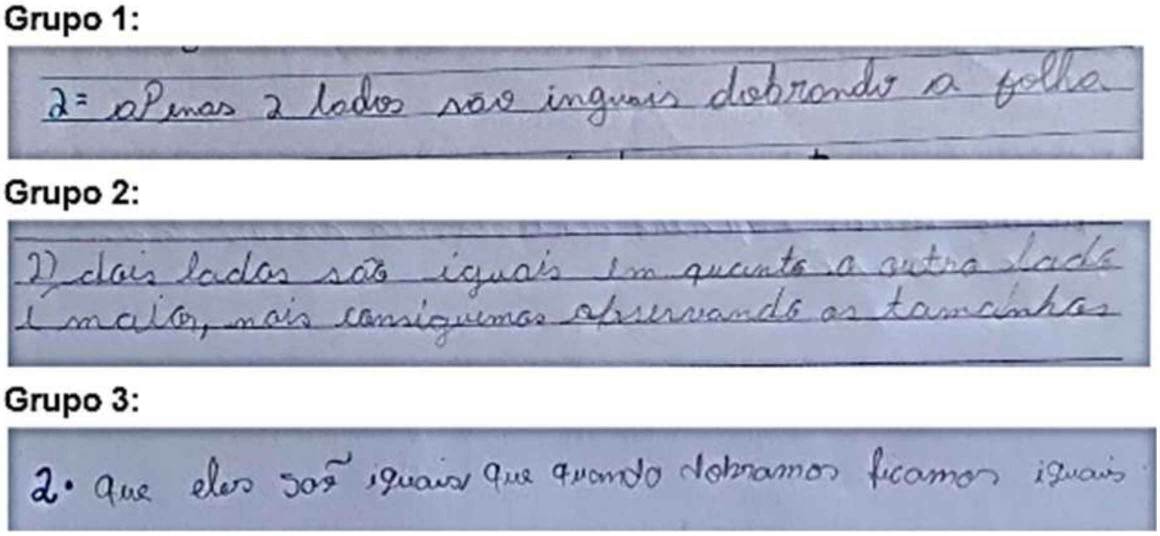



Fonte: Dados da pesquisa

Esses dados mostram que após a discussão da atividade 1 e aplicação da atividade 2, todos os grupos conseguiram quantificar corretamente os elementos do polígono trabalhado (Lados, vértices e ângulos internos). Dessa forma, observamos que para esse item investigado todos os grupos alcançaram o nível 2 de Van-Hiele.

Questionados no item 2, sobre o que é possível observar em relação aos lados do triângulo construído e como foi feita essa conclusão, os grupos 1 e 2 afirmam que dois de seus lados são congruentes. Para justificar que ao transferir a medida de um lado para o outro observa-se a congruência entre os lados, o grupo 1 e 3 alegam que ao dobrar a folha verifica-se que os lados apresentam as mesmas medidas. Já o grupo 2 relatou que dois lados do triângulo são iguais, mas que realizou esta conclusão apenas de forma visual, conforme a Figura 13.

Figura 13- Respostas da questão 2 da atividade 2, dos grupos 1,2 e 3.



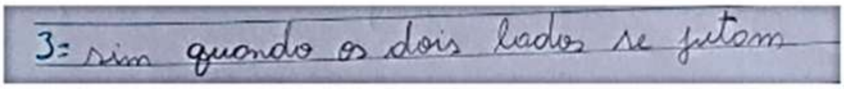

Fonte: Dados da pesquisa

Apesar do grupo 2 não conseguir demonstrar através de dobraduras a congruência entre os dois lados do triângulo, observaram que dois de seus lados eram os mesmos que formavam o quadrado levando-os a esta conclusão. De acordo com estas informações, os grupos 1 e 3 atuaram no segundo nível Vanhieliano, enquanto que o grupo 2 não o alcançou.

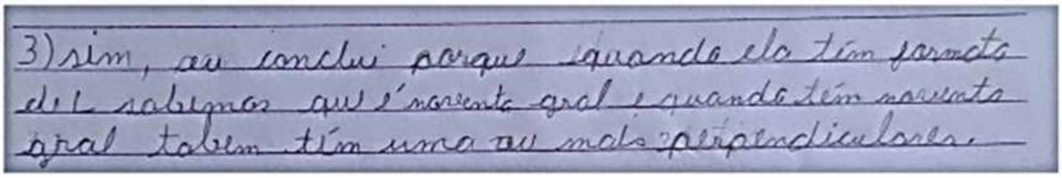
Na questão 3, ao serem indagados sobre a existência de lados perpendiculares na figura construída e o porquê, o grupo 1 admite sua existência, porém para argumentar sua justificativa apenas identificou de modo superficial onde se encontrava esses lados perpendiculares, sem detalhar como chegou e o que levou a esse resultado. Já os grupos 2 e 3 foram além, afirmando que havia lados perpendiculares no polígono formado, explicou que devido à lembrança da letra L presente entre dois desses lados faz com que o polígono apresente um ângulo de 90° graus, assim como podemos observar na Figura 14.

Figura 14- Respostas da questão 3 da atividade 2, dos grupos 1,2 e 3.

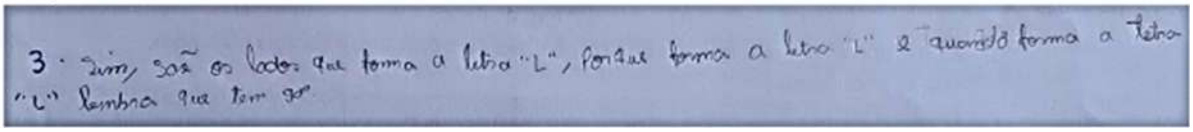
**Grupo 1:**


3= sim quando os dois lados se jutam

**Grupo 2:**


3) sim, eu conclui porque quando ela tem formato de L sabemos que é noventa grau e quando tem noventa grau tabem tem uma ou mais perpendiculares.

**Grupo 3:**


3. sim, são os lados que forma a letra "L", porque forma a letra "L" e quando forma a letra "L" lembra que tem 90°

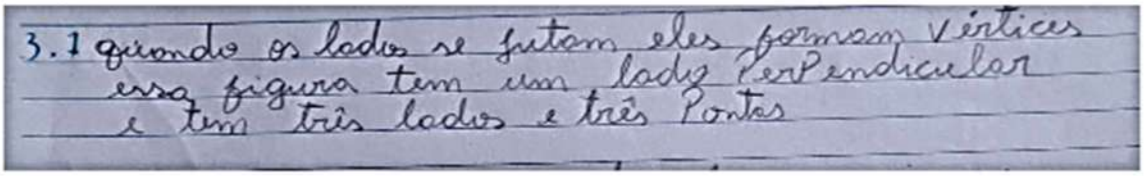
Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se que a ideia de lados perpendiculares pelos grupos 2 e 3 estão construídas, enquanto que o grupo 1 demonstra que ainda não conseguiram significar esses conceitos. Assim sendo, apenas o grupo 1 não alcançou o nível 2 de Van-Hiele.

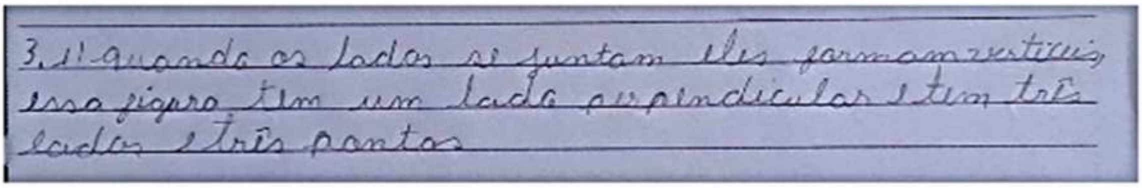
No item 3.1 é solicitado que os alunos descrevam a figura geométrica construída como se estivessem descrevendo para alguém que não tem acesso a ela. Nesse quesito os três grupos apontaram a quantidade de lados, vértices e ângulos internos que o polígono descrito possuía, conforme a Figura 15.

Figura 15- Respostas da questão 3.1 da atividade 2, dos grupos 1,2 e 3.

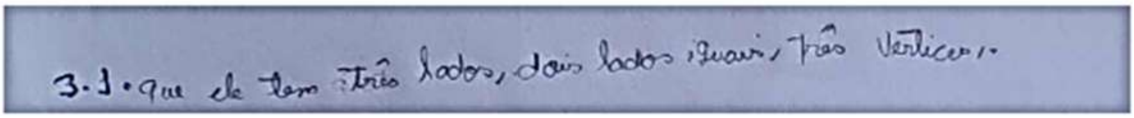
**Grupo 1:**


3.1 quando os lados se jutam eles formam vértices essa figura tem um lado perpendicular e tem três lados e três pontas

**Grupo 2:**


3.1 quando os lados se juntam eles formam vértices, essa figura tem um lado perpendicular e tem três lados e três pontas

**Grupo 3:**


3.1. que ele tem três lados, dois lados iguais, três vértices.

Fonte: Dados da pesquisa

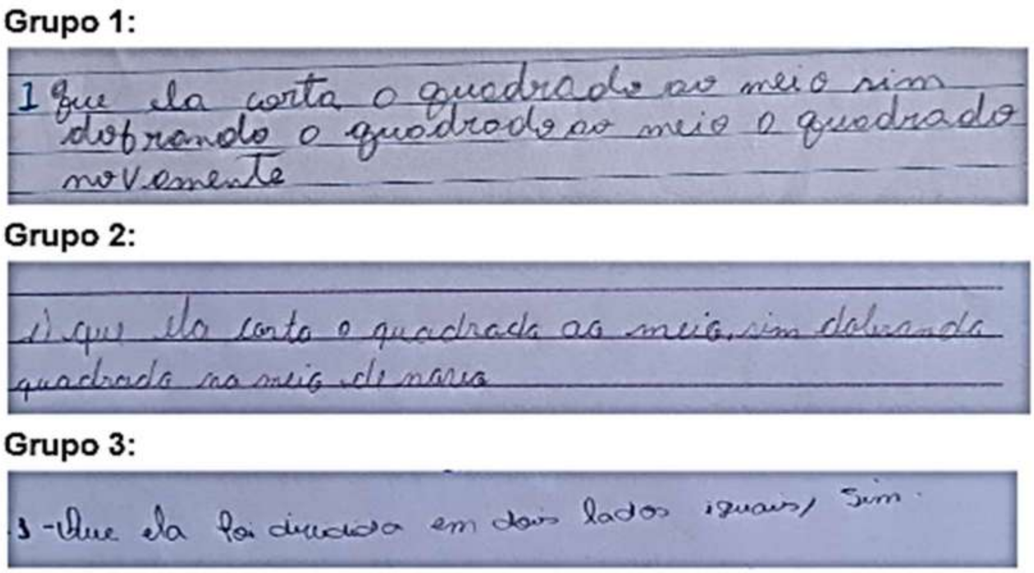
Analisamos que os grupos 1 e 2 ao fazer referência aos vértices da figura geométrica, usa o termo “pontas” além de citarem que ela possui lados perpendiculares, enquanto que o grupo 3 menciona que dois de seus lados são congruentes, entretanto todos os grupos conseguiram fazer suas descrições de forma coerente e compreensível, atuando no segundo nível do pensamento geométrico.

## 5.3 Análise da atividade de construção do paralelogramo.

Em uma folha A4 propomos a construção do paralelogramo por meio de dobraduras, acompanhado por sete questionamentos a partir do polígono que foi construído. Todos os alunos conseguiram construir o polígono a partir das instruções dadas.

Guiados por orientações para construção do paralelogramo, após a instrução 3 em que se encontra a mediatriz de um quadrado, a questão 1 pergunta o que pode-se afirmar sobre a mediatriz e se existe outra além da encontrada. O que foi facilmente observado por todos os grupos, afirmando que a mediatriz corta o quadrado ao meio e que existe outra mediatriz no quadrado que para encontrá-la basta realizar outra dobra no sentido contrário ao já feito, conforme Figura 16.

Figura 16- Respostas da questão 1 da atividade 3, dos grupos 1,2 e 3.


Grupo 1:

1 Que ela corta o quadrado ao meio sim dobrando o quadrado ao meio o quadrado novemente

Grupo 2:

1) que ela corta o quadrado ao meio, sim dobrando quadrado no meio de nova

Grupo 3:

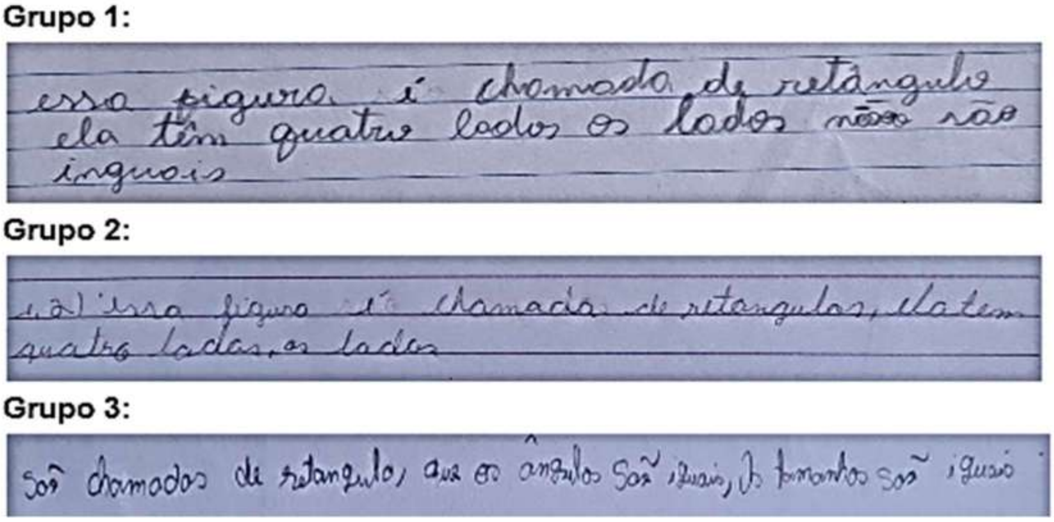
3 - Que ela foi dividida em dois lados iguais/ Sim.

Fonte: Dados da pesquisa

Quando o grupo 3 afirma que o quadrado foi dividido em dois lados iguais, pretendem na verdade explicar que a mediatriz divide o quadrado em duas partes iguais. Assim como os grupos 1 e 3 que para encontrar a outra mediatriz do quadrado basta dobrar a folha novamente ao meio. É necessário entender que essa dobra deve ser feita no sentido contrário ao já feito. Informação essa que não foi mencionada por eles. Neste item, investigamos que todos os grupos se portaram no primeiro nível de Van-Hiele.

Compreendido que a mediatriz divide o quadrado em duas figuras geométricas de mesmo tamanho, o item 1.1 questiona que nome essas figuras recebem, o que elas têm em comum com o quadrado e o que os diferem. Observamos que os grupo 1 e 2 afirmam que essas figuras geométricas recebem o nome de retângulo, apresentando a mesma quantidade de lados do quadrado, mas que não possui todos os lados iguais, como o quadrado, de acordo com a Figura 17.

Figura 17- Respostas da questão 1.1 da atividade 3, dos grupos 1,2 e 3.



**Grupo 1:**

essa figura é chamada de retângulo ela têm quatro lados os lados ~~não~~ são inguais

**Grupo 2:**

1.2) essa figura é chamada de retangulos, ela tem quatro lados, os lados

**Grupo 3:**

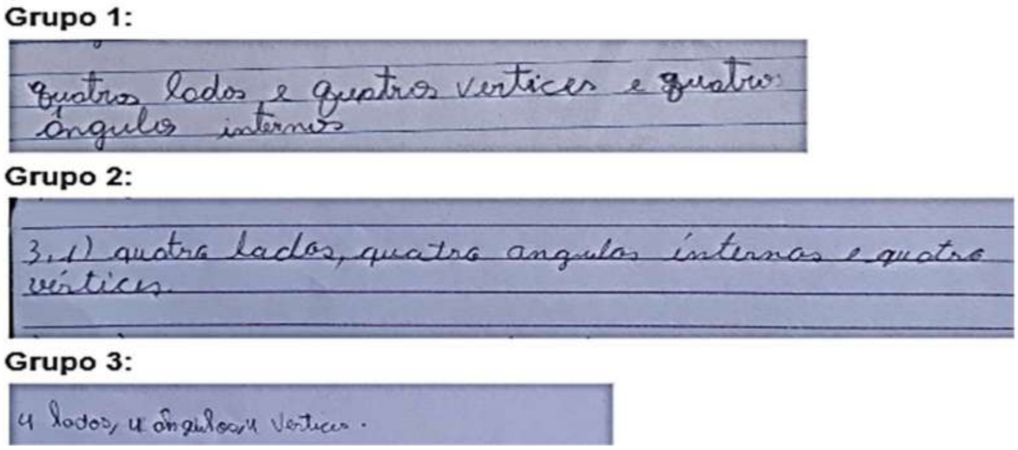
São chamados de retangulo, que os ângulos são iguais, os tamanhos são iguais

Fonte: Dados da pesquisa

Por sua vez, o grupo 3 também afirma que as figuras geométricas formadas pela mediatriz do quadrado recebem o nome de retângulo, apontando uma semelhança entre elas, não citadas pelos demais grupos, que foram os ângulos retos que ambos os polígonos apresentam, no entanto não apontam uma diferença entre eles. Dessa forma, os grupos atuaram na transição do primeiro para o segundo nível do pensamento geométrico de Van-Hiele.

Após construído o paralelogramo, a questão 2, solicitou que os alunos identificassem a quantidade de lados, vértices e ângulos internos apresentados por essa figura geométrica. Analisamos que os três grupos apontaram que o polígono construído apresenta 4 lados, 4 vértices e 4 ângulos internos, como podemos observar na Figura 18.

Figura 18- Respostas da questão 2 da atividade 3, dos grupos 1,2 e 3.

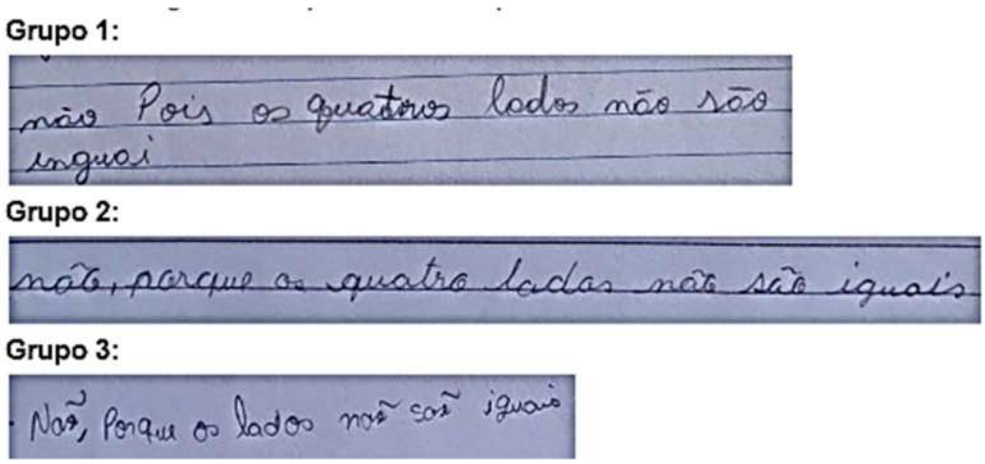



Fonte: Dados da pesquisa

Todos os grupos responderam corretamente ao questionamento, fazendo-nos concluir que todos construíram os conceitos dos elementos de um polígono, atuando no segundo nível da Teoria Vanhieliana.

Devido a figura geométrica construída apresentar 4 lados, 4 vértices e 4 ângulos internos, o item 2.1 indaga se esse polígono pode ser considerado um quadrado, os grupos 1, 2 e 3 afirmaram que não, pois os lados não são congruentes, conforme Figura 19.

Figura 19- Respostas da questão 2.1 da atividade 3, dos grupos 1,2 e 3.

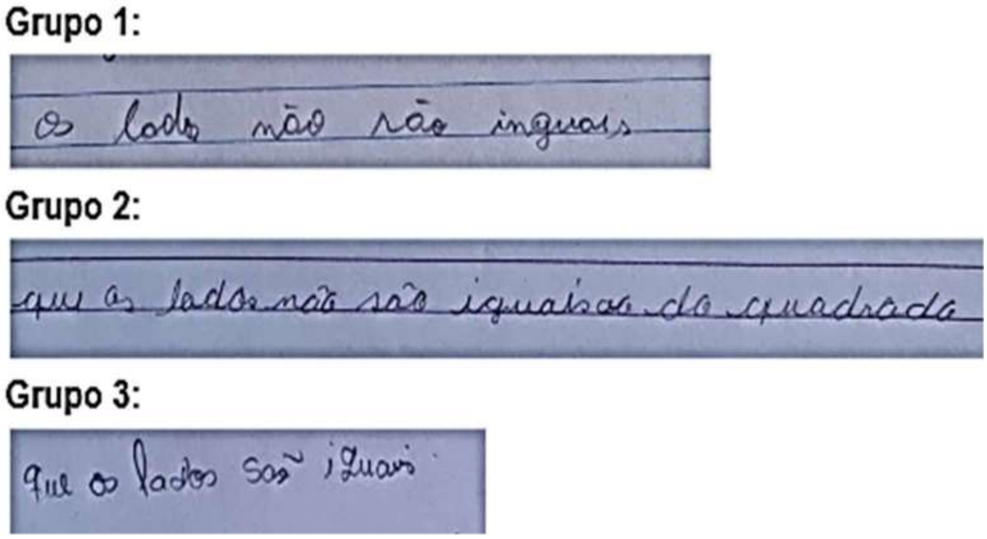



Fonte: Dados da pesquisa

Apesar da coerência apresentada nos argumentos citados pelos grupos 1, 2 e 3, foi possível observar que para justificar suas respostas se prenderam apenas à congruência dos 4 lados do quadrado, o que não acontece no paralelogramo. Quando também poderiam relatar que o polígono formado não apresentava ângulos retos para ser considerado como tal. Portanto, os grupos não alcançaram o nível 2 de Van-Hiele, atuando no primeiro nível neste item investigado.

Perguntados sobre o que é possível afirmar em relação aos lados do polígono construído, os grupos 1 e 2 apontaram que os lados não são todos iguais como acontece com o quadrado, enquanto que o grupo 3 relatou que os lados são iguais, porém não especificaram a que lados estão se referindo, de acordo com Figura 20.

Figura 20- Respostas da questão 2.2 da atividade 3, dos grupos 1,2 e 3.

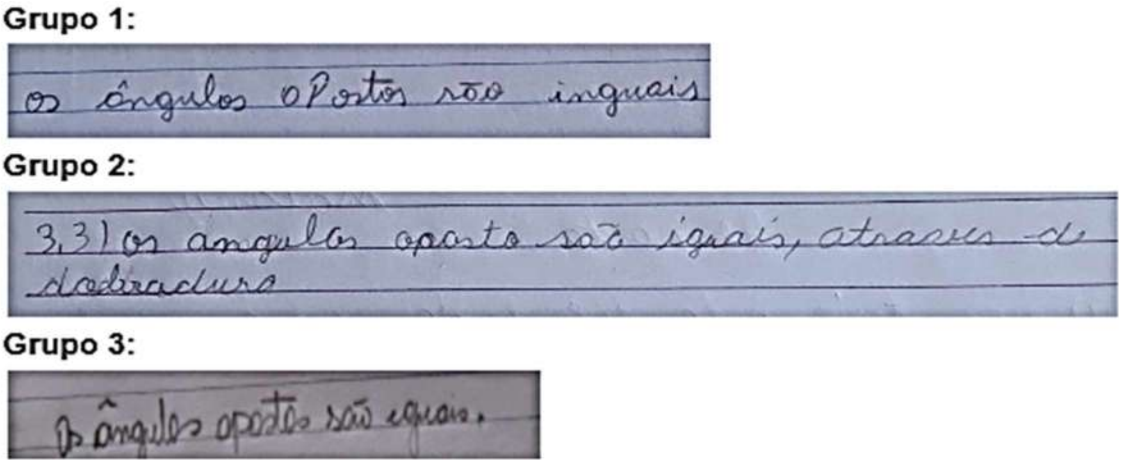



Fonte: Dados da pesquisa

Apesar de aparentar ideias contrárias, todos os grupos buscaram justificar que os lados opostos do paralelogramo são congruentes, o que parece ter sido compreendido por eles, porém não conseguiram transcrever seus entendimentos, portando-se mais uma vez no primeiro nível do pensamento geométrico.

Questionados sobre o que podemos afirmar sobre os ângulos internos e como foi realizada tal conclusão, no item 2.3, os grupos 1, 2 e 3 alegaram que os ângulos internos opostos são congruentes, enquanto que apenas o grupo 2 justifica sua afirmação, segundo a Figura 21.

Figura 21- Respostas da questão 2.3 da atividade 3, dos grupos 1,2 e 3.


Grupo 1:

os ângulos oPostos são inguais

Grupo 2:

3.3) os angulos oposto são iguais, atraves de dobradura

Grupo 3:

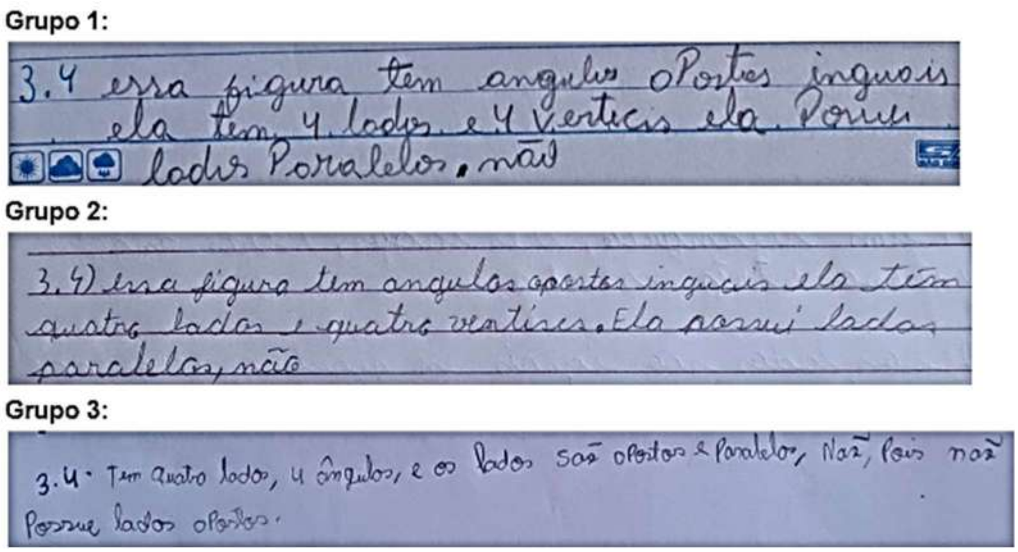
Os ângulos opostos são iguais.

Fonte: Dados da pesquisa

Quando o grupo 2 diz que usa dobraduras para verificar que os ângulos internos opostos do paralelogramo são congruentes, querem justificar que ao transferir a medida de um ângulo para o seu oposto observa-se que ambos apresentam a mesma medida. Esses dados nos mostram que todos os grupos estão em transição para o segundo nível da Teoria Vanhieliana.

A questão 2.4 solicita que os grupos descreveram a figura geométrica construída como se estivessem descrevendo para alguém que não tem acesso a ela, nesse quesito os três grupos apontaram que esse polígono possui lados paralelos e opostos, 4 vértices, 4 lados e 4 ângulos internos (O grupo 2 ainda informa que os ângulos opostos são congruentes), como podemos acompanhar na Figura 22.

Figura 22- Respostas da questão 2.4 da atividade 3, dos grupos 1,2 e 3.


Grupo 1:

3.4 essa figura tem angulos oPostos inguais ela tem 4 lados e 4 verticis ela Possui lados Paralelos, não

Grupo 2:

3.4) essa figura tem angulos opostos inguais ela tem quatro lados e quatro vertices. Ela possui lados paralelos, não

Grupo 3:

3.4 · Tem quatro lados, 4 ângulos, e os lados são oPostos e Paralelos, Não, Pois não Possue lados oPostos.

Fonte: Dados da pesquisa

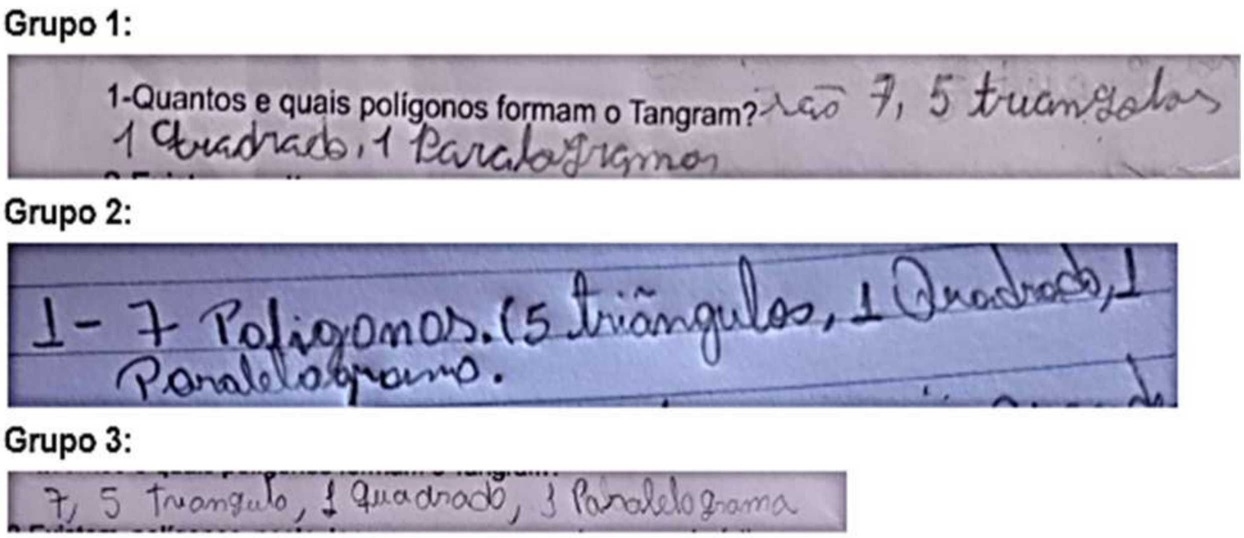
Observamos que os grupos 1, 2 e 3 descreveram coerentemente e com riqueza de detalhes o paralelogramo. Nesse quesito investigado todos os grupos atuaram no segundo nível de Van-Hiele. Porém, ainda no item 2.4 que questiona se o quadrado, o retângulo e o triângulo podem ser classificados como paralelogramos, os três grupos não reconheceram nenhum dos polígonos citados como tal, sendo que apenas o triângulo não se encaixa nessa definição. Assim, observamos que para esse tópico nenhum dos grupos alcançaram o segundo nível do pensamento geométrico.

## 5.4 Análise da atividade de construção do Tangram.

Por meio de dobraduras em uma folha de papel A4, propomos para essa atividade a construção do Tangram quadrado de 7 peças, sendo realizados seis questionamentos a partir do que foi construído. Todos os alunos conseguiram construir o Tangram a partir das instruções dadas.

Perguntados sobre quantos e quais polígonos formam o Tangram na questão 1, os grupos 1, 2 e 3 identificaram 7 polígonos, sendo, 5 triângulos, 1 quadrado e um paralelogramo, segundo a Figura 23.

Figura 23- Respostas da questão 1 da atividade 4, dos grupos 1,2 e 3.

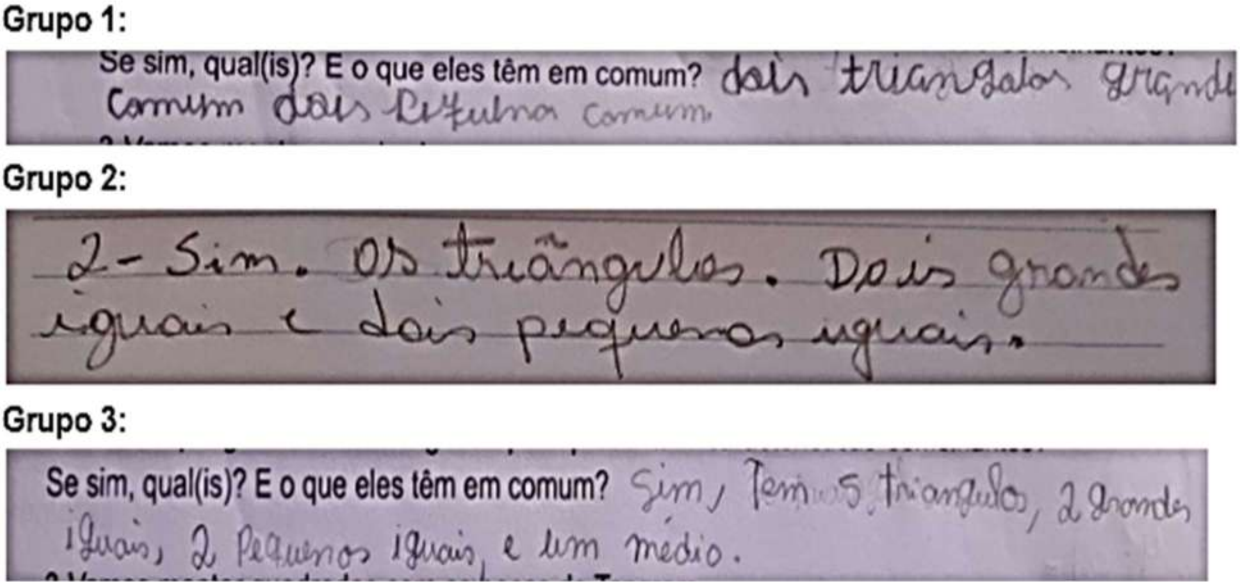



Fonte: Dados da pesquisa

Observa-se que os grupos quantificaram e reconheceram corretamente os polígonos que constituem o Tangram quadrado de 7 peças, o que indica que para este tópico os grupos 1,2 e 3 atuaram no segundo nível de Van-Hiele.

Indagados na questão 2, sobre a existência de características semelhantes entre os polígonos que formam o Tangram e onde isso é observado, os grupos 1, 2 e 3 afirmaram que esta semelhança está presente nos triângulos, entre os dois grandes e os dois pequenos, conforme Figura 24.

Figura 24- Respostas da questão 2 da atividade 4, dos grupos 1,2 e 3.



**Grupo 1:**

Se sim, qual(is)? E o que eles têm em comum? dois triangulos grande Comum dois Retulna comum.

**Grupo 2:**

2- Sim. Os triângulos. Dois grandes iguais e dois pequenos iguais.

**Grupo 3:**

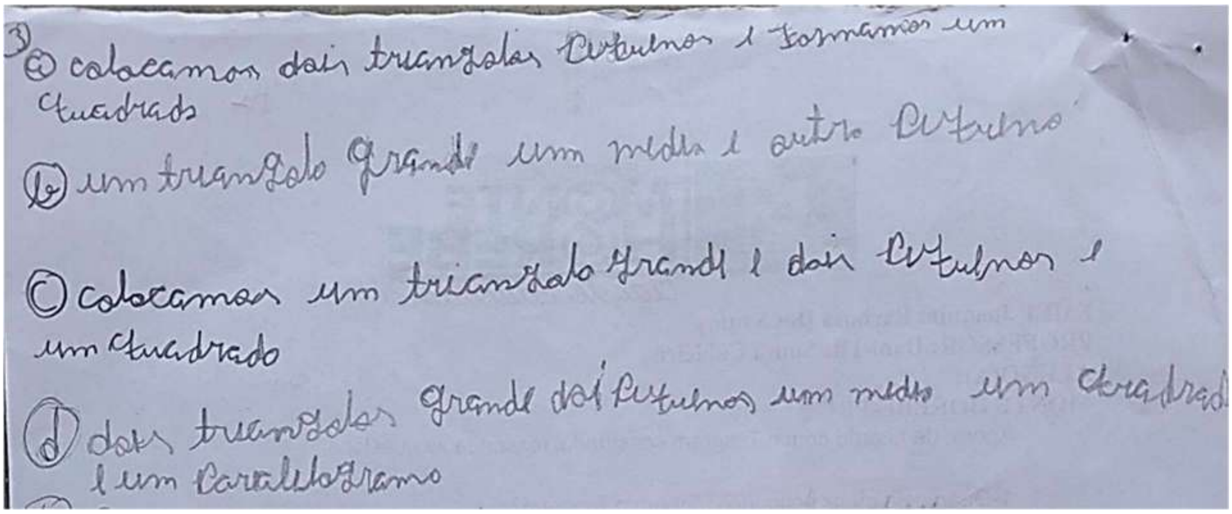
Se sim, qual(is)? E o que eles têm em comum? Sim, Tem 5 triângulos, 2 grandes iguais, 2 Pequenos iguais, e um médio.

Fonte: Dados da pesquisa

Mesmo os grupos 1 e 2 salientando que os dois triângulos grandes são congruentes, assim como os dois pequenos, não apontaram como chegaram a esta conclusão. Sendo assim, nesse quesito investigado, os grupos não alcançaram o segundo nível da teoria Vanhieliana.

A questão 3, dividida em quatro itens, propõe formar quadrados a partir da composição das peças do Tangram, usando 2, 3, 4 e 5 peças respectivamente. Questionados de quantas maneiras distintas cada uma dessas possibilidades são possíveis, o grupo 1 descreveu quais peças usaram para atender o que foi solicitado, porém não citaram de quantas formas conseguiram identificar a composição do quadrado em cada situação, conforme Figura 25.

Figura 25- Respostas da questão 3 da atividade 4, do grupo 1.



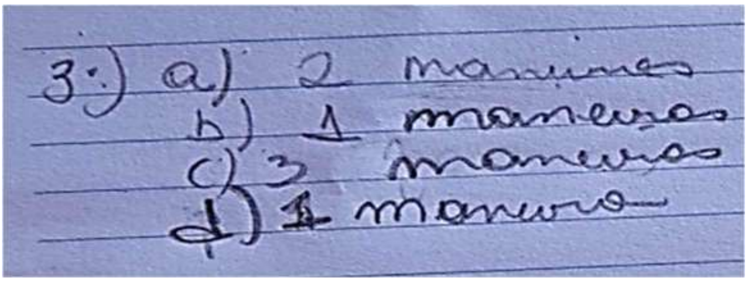
3) a) colocamos dois triangulos pequenos e formamos um quadrado
b) um triangulo grande um medio e outro pequeno
c) colocamos um triangulo grande e dois pequenos e um quadrado
d) dois triangulos grande dois pequenos um medio um quadrado e um paralelogramo

Fonte: Dados da pesquisa

Observa- se que o grupo 1 indicou apenas uma maneira de se formar o quadrado em cada um dos itens, mesmo estando corretas não são as únicas possibilidades possíveis, dessa forma atuando no nível 1 de Van-Hiele.

O grupo 2, por sua vez, apenas informou de quantas maneiras conseguiram montar os quadrados com as peças sugeridas, sem especificar quais peças foram utilizadas, de acordo com a Figura 26.

Figura 26- Respostas da questão 3 da atividade 4, do grupo 2.



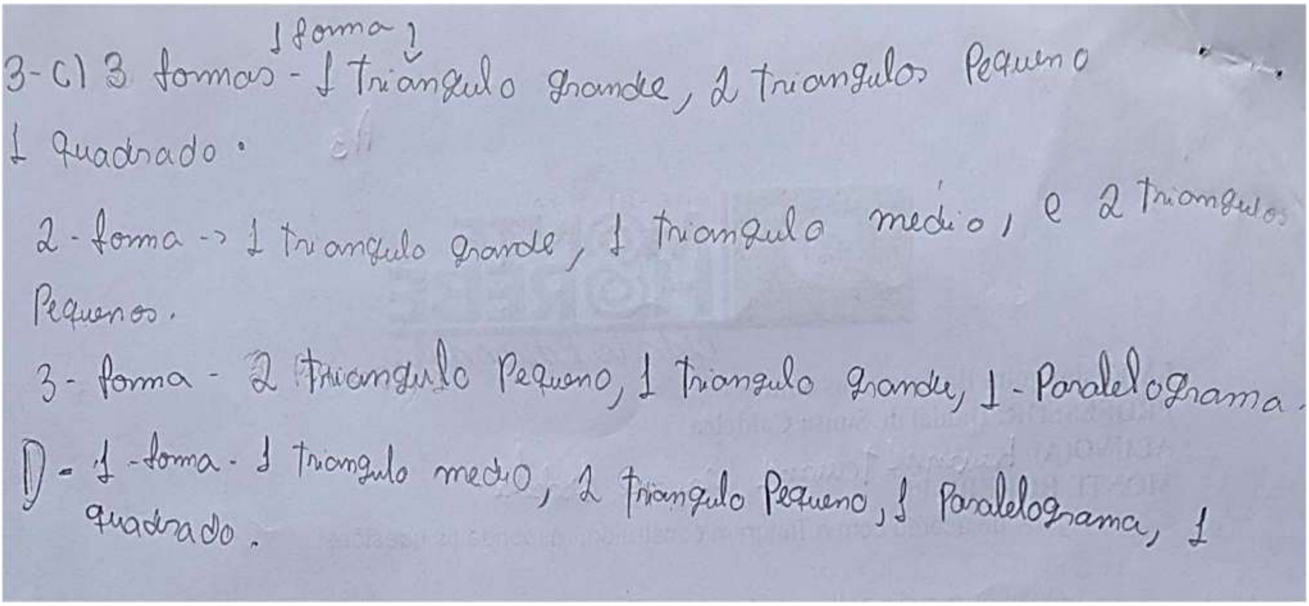
3:) a) 2 maneiras
b) 1 maneiras
c) 3 maneiras
d) 1 maneira

Fonte: Dados da pesquisa

Por não mencionar as peças usadas nas soluções apresentadas, consideramos que o grupo 2 atuou no nível 1 da teoria Vanhieliana.

Enquanto que o grupo 3, apesar de responder somente dois itens (Que foram as composições de 4 e 5 peças), e informar de quantos modos conseguiram montar o quadrado em cada situação proposta, especificaram quais peças foram usadas em cada uma das possibilidades encontradas, como observamos na Figura 27.

Figura 27- Respostas da questão 3 da atividade 4, do grupo 3.


3-C) 3 formas - 1 forma 1 Triangulo grande, 2 triangulos Pequeno
1 quadrado.
2-forma -> 1 triangulo grande, 1 triangulo medio, e 2 triangulos
Pequenos.
3- forma - 2 triangulo Pequeno, 1 triangulo grande, 1 - Paralelograma.
D- 1 -forma - 1 triangulo medio, 2 triangulo Pequeno, 1 Paralelograma, 1
quadrado.

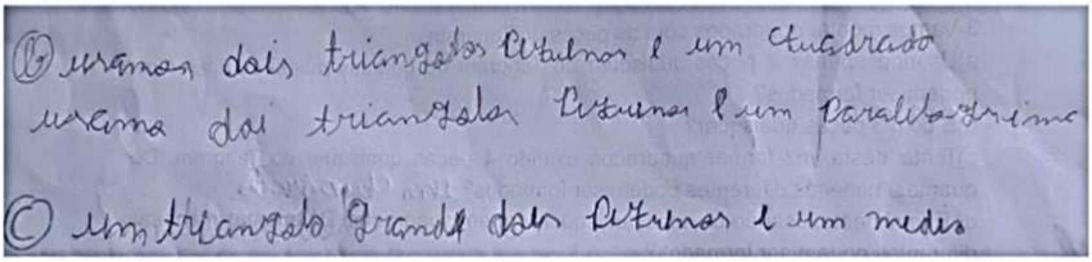
Fonte: Dados da pesquisa

Diante da coerência e assertividade nas respostas do grupo 3, analisamos que atuaram na transição do primeiro para o segundo nível da teoria do pensamento geométrico de Van-Hiele.

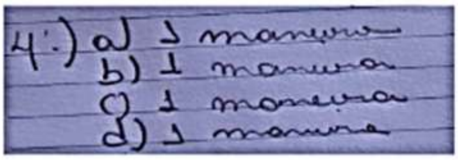
Desta vez a questão 4, com o mesmo intuito da questão anterior, buscou com que os alunos analisassem as distintas possibilidades de composição do retângulo, com 2, 3, 4, 5 e 6 peças do Tangram respectivamente, informando todas as soluções encontradas. Analisamos que o desempenho dos grupos não foi distante do apresentado na questão 3, visto que o grupo 1 respondeu apenas dois desses itens, encontrando somente duas possibilidades no item “a” e uma possibilidade no item “b”. Enquanto que o grupo 2 apenas apresentou de quantas maneiras conseguiram realizar as composições dos retângulos solicitados. Já o grupo 3 respondeu os itens “b, c e d”, apresentando as possibilidades e as peças utilizadas nas composições, como observamos na Figura 28.

Figura 28- Respostas da questão 4 da atividade 4, dos grupos 1,2 e 3.

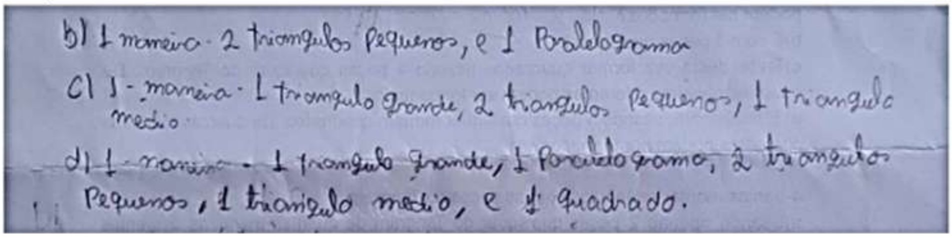
**Grupo 1:**


(B) usamos dois triangulos Externos e um Quadrado
usamos dois triangulos Externos e um Paralelogramo
(C) um triangulo Grande dois Externos e um medio

**Grupo 2:**


4.) a) 1 maneira
b) 1 maneira
c) 1 maneira
d) 1 maneira

**Grupo 3:**


b) 1 maneira - 2 triangulos Pequenos, e 1 Paralelograma
c) 1 - maneira - 1 triangulo grande, 2 triangulos Pequenos, 1 triangulo medio
d) 1 - maneira - 1 triangulo grande, 1 Paralelograma, 2 triangulos Pequenos, 1 triangulo medio, e 1 quadrado.

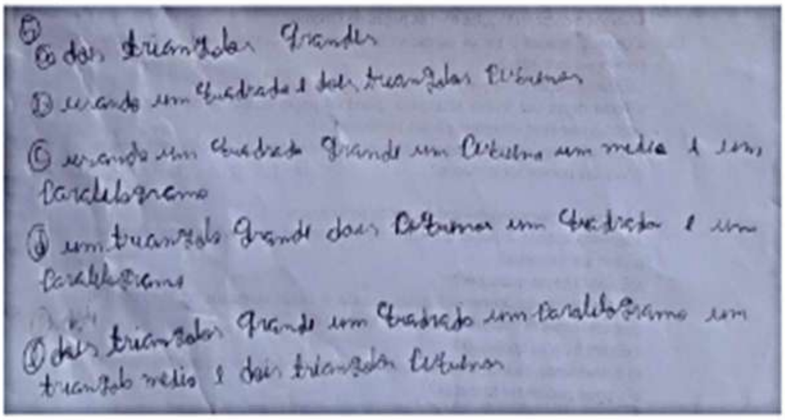
Fonte: Dados da pesquisa

Portanto, os grupos 1 e 2 não alcançaram o segundo nível de Van-Hiele, enquanto que o grupo 3 atuou na transição do nível 1 para o 2.

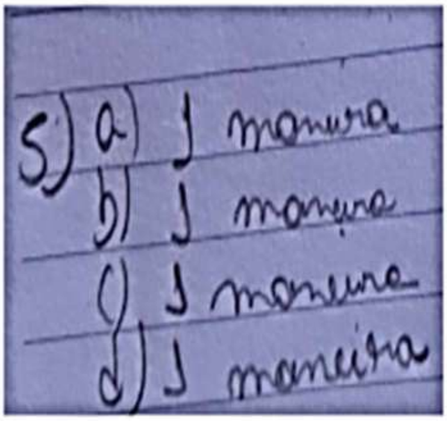
Na mesma perspectiva da questão 4, a questão 5 solicitava que os alunos investigassem as possibilidades de composição de triângulos, utilizando 2, 3, 4, 5 e 6 peças do Tangram. Outra vez os grupos apresentaram desempenhos semelhantes às duas questões anteriores, visto que o grupo 1 retratou uma única forma de composição para cada item, o grupo 2 apontou somente a quantidade de soluções alcançadas sem expor as peças empregadas e o grupo 3 respondeu aos itens “a, b, c e d”, argumentando todas as possibilidades possíveis, segundo a Figura 29.

Figura 29- Respostas da questão 5 da atividade 4, dos grupos 1,2 e 3.

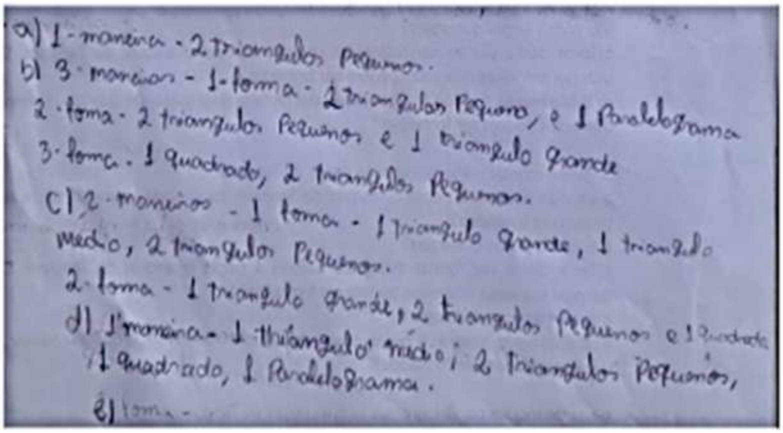
**Grupo 1:**



**Grupo 2:**




**Grupo 3:**



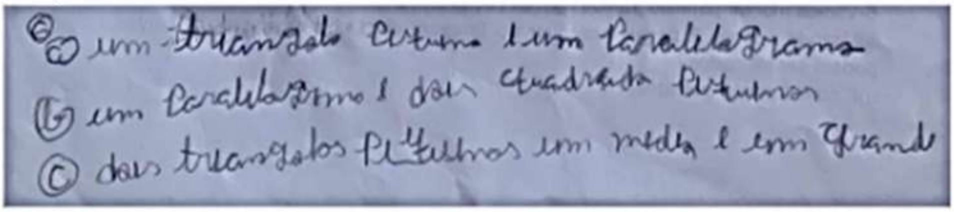

Fonte: Dados da pesquisa

Dessa forma, observamos que os grupos 1 e 2 atuaram no primeiro nível do desenvolvimento do pensamento geométrico, enquanto que o grupo 3 alcançou o segundo nível.

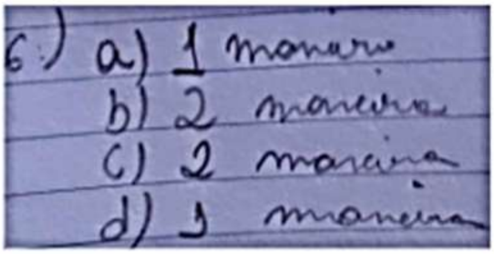
Por fim, a questão 6 questiona as possibilidades de composição do paralelogramo, com 2, 3, 4, 5 e 6 peças do Tangram. Novamente, os resultados apontados pelos grupos não se distanciam dos alcançados anteriormente. Dos 5 itens que compõe a questão 6, o grupo 1 respondeu apenas 3, retratando uma única possibilidade para cada quesito, o grupo 2 expõe somente o número de maneiras possíveis e o grupo 3 denotou todos os caminhos encontrados nas soluções dos itens “a, b, c e d”, não respondendo somente o item “e” conforme Figura 30.

Figura 30- Respostas da questão 6 da atividade 4, dos grupos 1,2 e 3

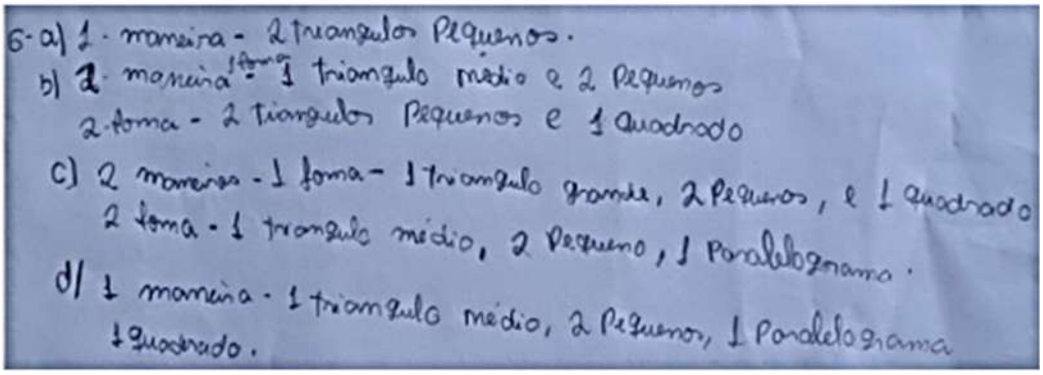
Grupo 1:


ⓐ um triangulo Pequeno 1 um Paralelogramo
ⓑ um Paralelogramo 1 dois quadrado Pequenos
ⓒ dois triangulos Pequenos um medio e um grand

Grupo 2:


6.) a) 1 maneira
b) 2 maneira
c) 2 maneira
d) 1 maneira

Grupo 3:


6- a) 1 - maneira - 2 triangulos Pequenos.
b) 2 - maneira 1 forma - 1 triangulo medio e 2 Pequenos
2 forma - 2 triangulos Pequenos e 1 Quadrado
c) 2 maneiras - 1 forma - 1 triangulo grande, 2 Pequenos, e 1 quadrado
2 forma - 1 triangulo médio, 2 Pequeno, 1 Paralelogramo.
d) 1 maneira - 1 triangulo médio, 2 Pequenos, 1 Paralelograma
1 quadrado.

Fonte: Dados da pesquisa

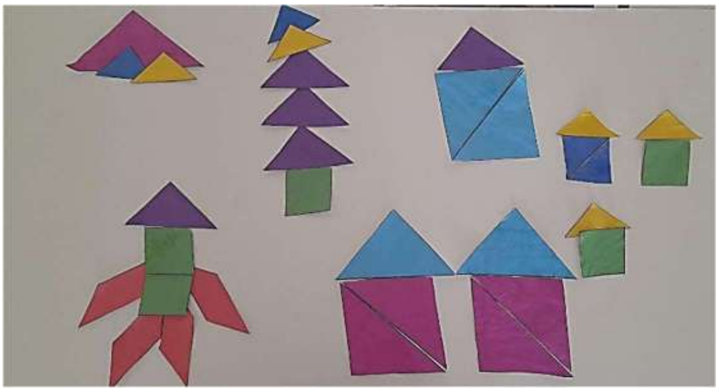
Com esses dados, concluímos que apenas o grupo 3 atuou no nível 2 do desenvolvimento do pensamento geométrico de Van-Hiele, enquanto que os grupos 1 e 2 não o alcançaram.

## 5.5 Análise da atividade de composição de figuras geométricas.

Nesta atividade propomos a composição de figuras geométricas para construção de paisagens envolvendo a natureza, pessoas e/ou objetos com as peças de Tangrans quadrados de 7 peças, confeccionadas em papel cartão e entregues para todos os grupos.

Usando 4 Tangrans, o grupo 1 construiu uma paisagem que representa uma comunidade rural, trazendo casas, montanhas, uma pessoa e uma árvore, de acordo com a Figura 31.

Figura 31- Respostas da questão 1 da atividade 5, do grupo 1.

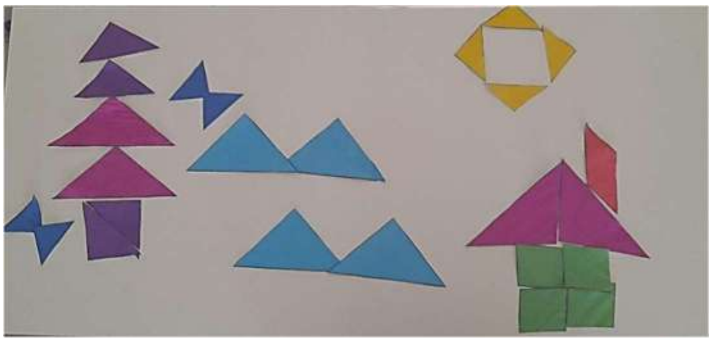


Fonte: Dados da pesquisa

Constituída por 6 casas, as três maiores são compostos por 3 triângulos cada, em que dois deles compõem a base e o outro o telhado. Já nas três menores, foram usados um quadrado (Que formam a estrutura da casa) e um triângulo (Que representa o telhado), onde observamos que o grupo 2 compreendeu que ao compor dois desses triângulos congruentes obtemos um quadrado. Para a árvore foram usados 5 triângulos que simbolizam folhas e galhos e um quadrado que retrata o tronco da mesma. Na intenção de representar uma pessoa, usaram dois quadrados para lembrar o corpo de um ser humano, um triângulo como chapéu e 4 paralelogramos para retratar braços e pernas, já as montanhas foram compostas por três triângulos.

O grupo 2, também usando peças de 4 Tangrans, trouxeram uma paisagem que retrata uma casa do campo, destacando as montanhas, o sol, as borboletas e uma árvore, conforme Figura 32.

Figura 32- Respostas da questão 1 da atividade 5, do grupo 2.

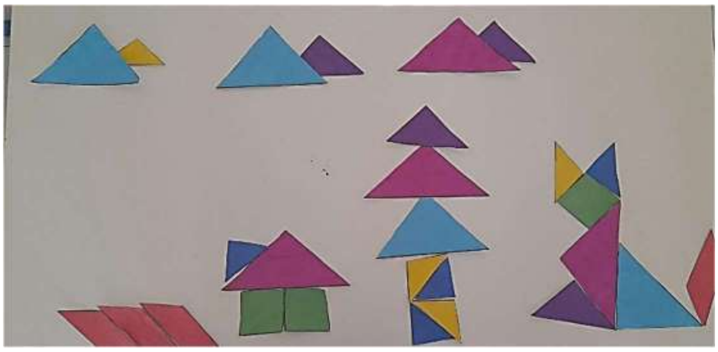


Fonte: Dados da pesquisa

Nessa paisagem, a casa foi representada por quatro quadrados que simbolizam sua estrutura, dois triângulos que refletem o telhado e um paralelogramo que reproduz uma chaminé. Nas montanhas foram usados 4 triângulos. Na árvore, há quatro triângulos que exprimem as folhas e os galhos, como também um quadrado que retrata o seu tronco. O sol foi representado pela união de 4 triângulos, cujos vértices correspondem aos raios solares. E por fim as borboletas que têm suas asas expressas por dois triângulos.

Enquanto que o grupo 3 também representou um ambiente rural, abordando uma casa, montanhas, um gato, uma ponte e uma árvore, como podemos observar a Figura 33.

Figura 33- Respostas da questão 1 da atividade 5, do grupo 3.



Fonte: Dados da pesquisa

Para retratar a casa são usados dois quadrados que espelham as paredes, um triângulo para o telhado e um triângulo menor para identificar a chaminé. A ponte é expressa por três paralelogramos. A árvore, por sete triângulos, três deles constituem as folhas e os galhos e os outros quatros unidos dois a dois na forma de quadrados nos lembra o tronco da mesma. Com seis triângulos, são formadas as montanhas e por fim, o gato, que apresenta cinco triângulos que formam suas orelhas, corpo e pernas, um quadrado para simbolizar o rosto e um paralelogramo para identificar o rabo.

Um fato curioso, foi a representação das casas feitas por cada grupo, em que observa-se que a mesma figura pretendida foi apresentada por composições de figuras distintas, sejam em quantidades de polígonos usados para tal ou na forma de compô-las. Essa atividade estimulou a criatividade dos alunos, além de promover o reconhecimento das figuras geométricas, tornando o momento dinâmico e interativo.

No próximo capítulo traremos as considerações finais.

# 6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este estudo buscou analisar uma situação de ensino envolvendo polígonos para o 6° ano do ensino fundamental com uso de recursos didáticos manipuláveis, Origami e Tangram quadrado de sete peças.

Para alcançar tal objetivo adaptamos uma situação de ensino com base em Imenes (1988) e Omura (2012), e aplicamos em uma turma de 6° ano do ensino fundamental composta de 17 alunos, a qual fomos professor titular da turma e pesquisador.

Tínhamos como questionamento identificar quais as contribuições que os recursos didáticos manipuláveis podem trazer para o ensino dos polígonos e para o desenvolvimento do pensamento geométrico.

Na situação didática proposta e aplicada utilizando os MDs, observamos que além de tornar as aulas dinâmicas e atribuir significado aos conceitos geométricos trabalhados, promoveu-se a interação e o desenvolvimento do pensamento geométrico, quesito essencial na sala de aula de matemática, além de momentos de investigação e de desenvolvimento da criatividade. Vale lembrar que a geometria é um dos campos de grande importância da matemática, visto que está presente em nossas vidas todos os dias e nas mais variadas situações e ambientes, mesmo muitas vezes passando despercebidas aos nossos olhos. Portanto esse eixo temático, não deve ser excluído ou deixado em segundo plano no currículo escolar.

Esperamos que este trabalho estimule o desejo dos professores de matemática a adotarem os MDs no ensino de conteúdos geométricos e de modo geral no ensino da matemática, pois estes quando usados de maneira adequada tornam o aluno protagonista no processo de aprendizagem, fazendo deles responsáveis pela construção de seus conhecimentos, e do professor, um orientador para guiá-los em suas conclusões.

Vale ressaltar que adotar os MDs nas aulas de matemática não é sinônimo, muito menos garantia de aprendizado, pois mais importante do que o seu uso é a forma como ele é abordado em sala de aula. Assim sendo, o professor assume um papel de extrema relevância nesse processo, pois à maneira como ele conduz os MDs pode ser determinante no sucesso ou fracasso da aprendizagem.

Como sugestão de pesquisas futuras propomos um aprofundamento da sequência de ensino trabalhada neste estudo para que os alunos possam reconhecer e incluir numa mesma classificação todos os polígonos que são paralelogramos, haja visto, em nossos estudos não termos tido êxito neste quesito.

# REFERÊNCIAS

BRASIL. MEC. 1998. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática.3. ed. Brasília:MEC/SEF, 1998.88p.

CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do Ensino da Matemática**. São Paulo: Cortez,1990.

CONCEIÇÃO, Elcione Ramos da. **O Tangram como ferramenta pedagógica**. 2018. 67.p. Dissertação (Mestrado Profissional em Ciência, Tecnologia e Educação) – Faculdade Vale do Cricaré, São Mateus - ES, 2018.

COSTA, André Pereira da.; CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo. **Níveis de pensamento geométrico de alunos do Ensino Médio no Estado de Pernambuco:** um estudo sob o olhar vanhieliano. *Em Teia*, Recife, v. 7, n. 3, p.1-19, 2016a

COSTA, André Pereira da.; CÂMARA DOS SANTOS, Marcelo. O desenvolvimento do pensamento geométrico no estudo dos quadriláteros notáveis sob a ótica vanhieliana. **Educação Matemática em Foco**, Campina Grande, v.6, n.2, p. 1-31, 2017b.

GONSALVES, Elisa Pereira. Iniciação à pesquisa científica. Campinas, SP> Alinea, 2001.

GUIMARÃES, Viviane Guerra. **Ensinando a geometria euclidiana no ensino fundamental por meio de recursos manipuláveis.** 2015. 82f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Universidade Federal de Viçosa, Viçosa. 2015.

IMENES, Luís Márcio. **Vivendo a Matemática:** Geometria das dobraduras. São Paulo: Scipione, 1988.

JESUS, Marcos Antônio Santos de; FINI, Lucila Diehl Tolaine. Uma proposta de aprendizagem significativa de matemática através de jogos. In: BRITO, Márcia Regina F. de (Org.). **Psicologia da Educação Matemática:** teoria e pesquisa. Florianópolis: Insular, 2005. p. 129-146 .

LIMA, Paulo Figuiredo; CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de. Geometria. in: ALMEIDA, Adriano Pedrosa de; GUIMARÃES, Gilda Lisbôa; CARVALHO, João Bosco Pitombeira Fernandes de; MANDARINO, Mônica Cerbella Freire.; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar; LIMA, Paulo Figuiredo; GITIRANA, Verônica (org). **Conexão explorando o ensino:Matemática.** Brasília: ministério da educação, 2010. cap 7, p. 135-166.

LORENZATO, Sérgio. **Educação Infantil e Percepção Matemática.** Coleção Formação de Professores. 2 ed. Campinas-SP: Autores Associados, 2008.

LORENZATO, Sérgio. **Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis.** In: LORENZATO, S. (org.). O laboratório de ensino de matemática na formação de professores - Campinas. SP: Autores Associados, 2006. p. 3-37.

LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar geometria?** A Educação matemática em Revista –Geometria,Blumenau,SC:SBEM – Sociedade Brasileira de Educação Matemática ,ano III,p.3-13,1º sem.1995.

MURARI, Claudemir. **Experienciando Materiais Manipulativos para o Ensino e a Aprendizagem da Matemática**. Bolema - Mathematics Education Bulletin, v. 25, n. 41, p. 187-211, 2011. Disponível em: <http://hdl.handle.net/11449/72999>.Acesso em: 18 set. 2022.

NACARATO, Adair Mendes. **Eu trabalho primeiro no concreto.** Revista de Educação Matemática, São Paulo, v. 9, n. 9-10, p. 1-6, 2005.

OMURA, Erica Regina Barzon. **Ensino de formas geométricas planas no 6° ano do ensino fundamental.** Paraná, 2012.

OSHIMA, Isabel Satico; PAVANELLO, Maria Regina. **O Laboratório de Ensino de Matemática e a aprendizagem da geometria.** Disponível em: <http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/pde/arquivos/232-4.pdf> . Acesso em: set. 2022.

PASSARONI, Luís Claúdio de Sousa. **Construções geométricas por dobraduras (ORIGAMI):** Aplicações ao Ensino Básico. 131 f. 2014. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) -Universidade do Estado do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2015. Disponível em: <http://bdtd.ibict.br/vufind/Record/UERJ_0bd75d341378fca5a805831492e54892>. Acesso em: 18 set. 2022.

PASSOS, Carmen Lúcia Brancaglion**. Materiais Manipuláveis como recursos didáticos na formação de professores de Matemática**. In: LORENZATO, Sérgio.(org): O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores .Campinas ,SP: Autores associados ,2006,p.78.

PEREIRA, Jamerson dos Santos. **Materiais manipuláveis e a participação de estudantes:** engajamento mútuo e repertório compartilhado nas aulas de matemática 2013. 124.p. Dissertação (mestrado)- Universidade Federal da Bahia, Universidade Estadual de Feira de Santana, Programa de pós-graduação em Ensino, Filosofia e História das Ciências, 2013.

POLON, Rosane. **Tangram:** Material Didático Para Resolução de Problemas no 6º ano. Cadernos PDE. Universidade Estadual do Centro-Oeste – UNICENTRO, Guarapuava PR. Paraná: 2013.

POLLI, Cileide Teixeira da Silva. **Geometria no 5º ano do ensino fundamental:** proposição de uma sequência didática para o ensino de polígonos. 2017. 178 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Linguagens e suas Tecnologias) – Universidade Norte do Paraná, Londrina, 2017.

REZENDE, Dayselane Pimenta Lopes. **Tarefas exploratório-investigativas para o estudo de polígonos no 8º ano do ensino fundamental**. Universidade Federal de Juiz de Fora - UFJF, Juiz de Fora-MG, 2017.

SANTOS, Bruno. Semelhanças e áreas trabalhadas a partir do Tangram**. Rede Laboratório Sustentável de Matemática, 2022.** Disponível em: <https://www.laboratoriosustentaveldematematica.com/2018/08/semelhancas-e-areas-trabalhadas-partir tangram.html>. Acesso em 19/09/2022.

SILVA, Edna Lúcia da; MENEZES, Estera Muszkat. Metodologia da pesquisa e elaboração de dissertação. Programa de Pós Graduação em Engenharia de Produção, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2000, 118p.

XAVIER, Erica Elane da Silva. **As práticas pedagógicas no ensino da Geometria e seus reflexos na aprendizagem para o 6º ano do ensino fundamental**. Orientador: Hugo Alex Diniz. 2018. 98f. Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática) - Programa de Pós-Graduação Matemática em Rede Nacional, Universidade Federal do Oeste do Pará, Santarém, 2018. Disponível em: https://repositorio.ufopa.edu.br/jspui/handle/123456789/323 Acesso em: 22 set. 2022.

# APÊNDICE A – ATIVIDADE PROPOSTA I: CONSTRUÇÃO DO QUADRADO

**Objetivo:** compreender os elementos geométricos que compõem o quadrado.
**Metodologia:** a partir das orientações dadas no material impresso, o aluno irá construir o quadrado por meio de dobraduras e responder aos questionamentos.
**Duração (sugestão):** 80 minutos (duas horas aula de 40 min)
**Materiais:** Folha A4, lápis e borracha.

**Siga as instruções dadas e responda aos questionamentos:**

1. Utilize uma folha retangular e dobre o vértice superior esquerdo rente ao lado inferior da folha retangular, como mostra a Figura 1

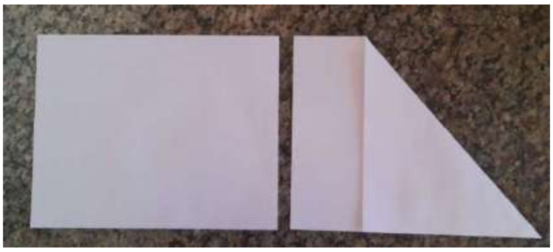


Figura 1

2. Recorte o excesso como indica a Figura 2 (Parte que não foi coberta).

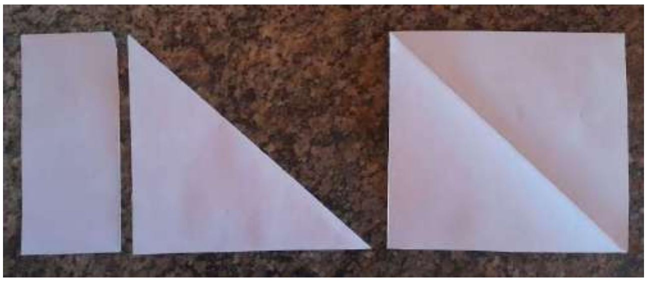


Figura 2

**Questionamentos:**

1. Que figura geométrica foi formada? Como você concluiu isso?

    1.1 O que podemos afirmar em relação aos lados dessa figura? O que podemos fazer para mostrar por meio de dobraduras (sem o auxílio de réguas) que sua afirmação é verdadeira?

1.2. Qual a quantidade de lados desse polígono? Quantos encontros de lados (Vértices) ele apresenta? E quantos ângulos internos (abertura entre os lados que se encontram)?

3. E em relação à abertura interna entre os lados consecutivos (ou seja, que se encontram em um ponto) do polígono (ângulos), o que conseguimos observar? Como você concluiu isso?

3.1. Como podemos chamar esses lados?

4. Nesta figura existem lados que não se encontram. Quem são esses lados? Como podemos chamá-los?

5. O traço construído com o vinco chama-se diagonal do quadrado. O que podemos dizer sobre ela? Podemos encontrar outra diagonal no quadrado? Se sim, ache a outra diagonal.

# APÊNDICE B – ATIVIDADE PROPOSTA II: CONSTRUÇÃO DO TRIÂNGULO.

**Objetivo:** compreender os elementos geométricos que compõem o triângulo.
**Metodologia:** A partir das orientações dadas no material impresso, o aluno irá construir o triângulo por meio de dobraduras e responder aos questionamentos.
**Duração (sugestão):** 80 minutos (Duas horas aula de 40 min)
**Materiais:** Folha A4, lápis e borracha.

**Siga as instruções dadas e responda aos questionamentos:**

A partir de uma folha retangular, construa um quadrado conforme as orientações 1 e 2, em seguida faça o que se pede.

1. Dobre o vértice superior direito rente ao lado inferior da folha retangular, como mostra a Figura 1

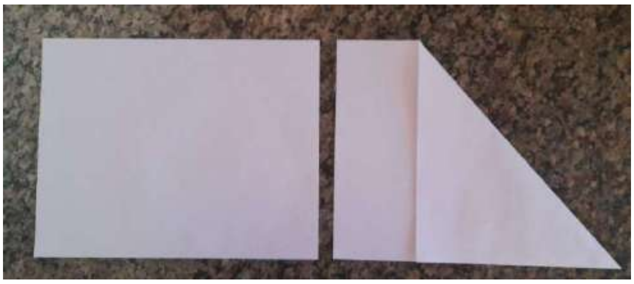


Figura 1

2. Recorte o excesso como indica a Figura 2 (Parte que não foi coberta).

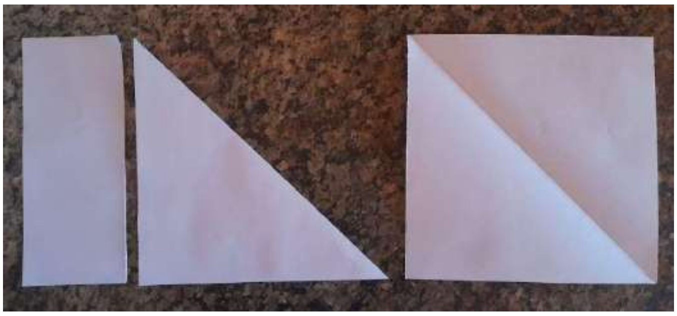


Figura 2

3. Descarte a parte do excesso, conforme a Figura 3 e responda aos questionamentos.

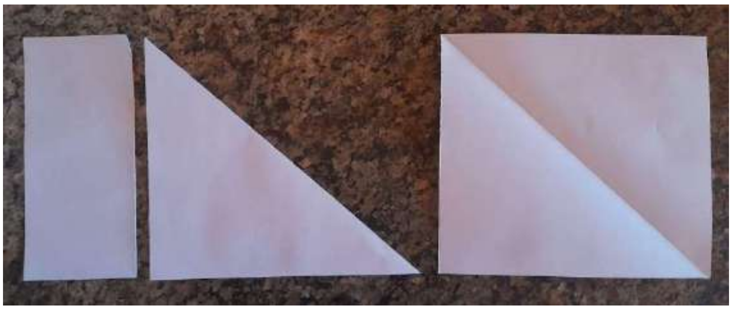


Figura 3

**Questionamentos:**

1. Que figura geométrica você consegue observar? Quantos lados ela possui? Quantos ângulos internos? E quantos vértices?
2. O que podemos dizer sobre os lados da figura construída? Como você concluiu isso?
3. Nessa figura temos lados perpendiculares? Quais são eles? E porque você concluiu que eles são perpendiculares?
4. Então como você pode descrever essa figura geométrica para alguém que não está visualizando-a? (Tente ser o mais detalhista possível).

# APÊNDICE C – ATIVIDADE III: CONSTRUÇÃO DO PARALELOGRAMO

**Objetivo:** compreender os elementos geométricos que compõem o paralelogramo.
**Metodologia:** A partir das orientações dadas no material impresso, o aluno irá construir o paralelogramo por meio de dobraduras e responder aos questionamentos.
**Duração (sugestão):** 80 minutos (Duas horas aula de 40 min)
**Materiais:** Folha A4, lápis e borracha.

**Siga as instruções dadas e responda aos questionamentos:**

A partir de uma folha retangular, encontre um quadrado conforme as orientações 1 e 2, em seguida faça o que se pede:

1. Dobre o vértice superior direito rente ao lado inferior da folha retangular, como mostra a Figura 1.

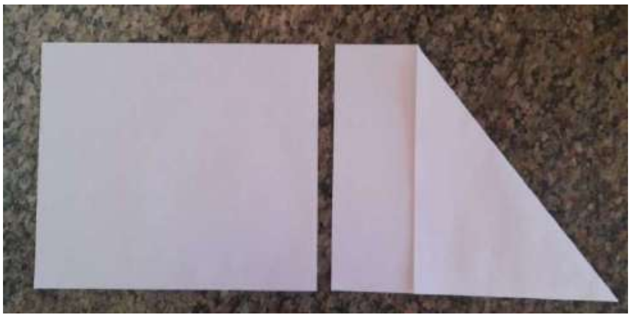


Figura 1

2. Recorte o excesso como indica a Figura 2 (Parte que não foi coberta).

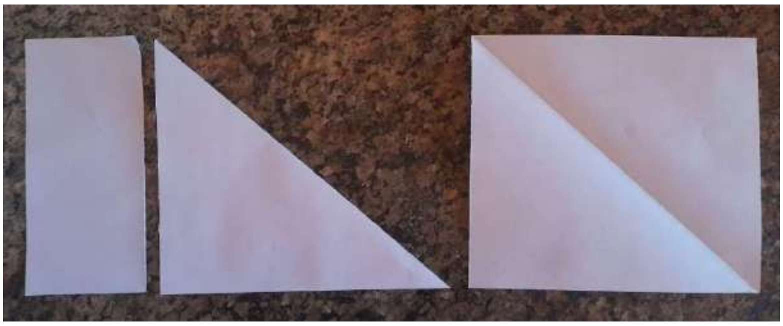


Figura 2

3. Agora dobre o quadrado ao meio de forma que dois de seus lados opostos se encontrem. Reforce a marcação do vinco formado e abra a folha para voltar ao seu quadrado inicial.

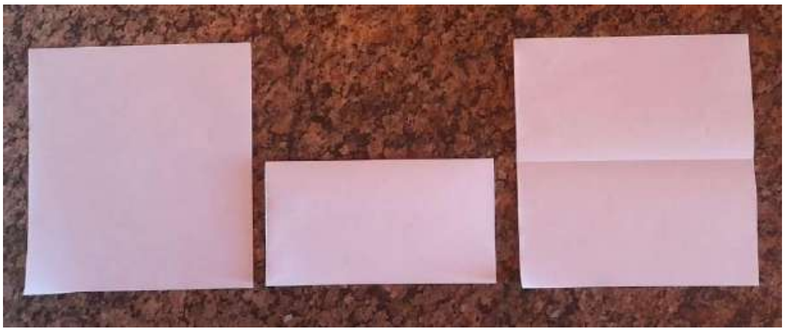


Figura 3

**Questionamentos:**

1. O traço construído com o vinco chama-se mediatriz do quadrado. A partir da visualização da mediatriz, o que podemos dizer sobre ela? Podemos encontrar outra mediatriz no quadrado? Se sim, ache a outra mediatriz.

    1.1 Com a mediatriz encontrada na Fig.3 dividimos o quadrado em duas outras figuras. Como essas figuras são chamadas? O que elas têm em comum com o quadrado? E o que elas têm de diferente?

2. Leve os lados paralelos a mediatriz traçada na Figura 3 ao encontro dela, conforme Fig.4

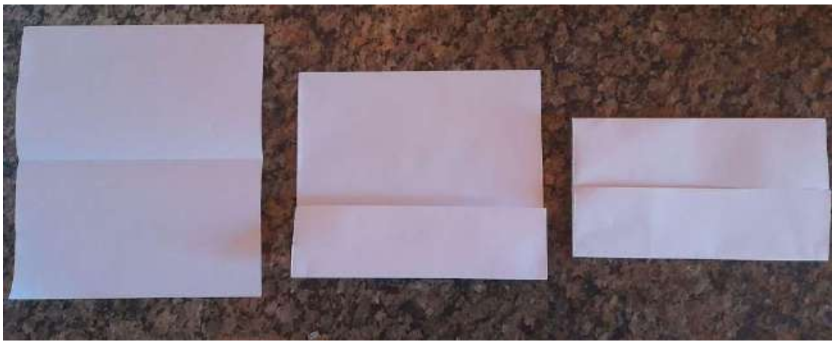


Figura 4

3. Dobre o vértice superior direito rente ao lado inferior, como mostra a Figura 5.

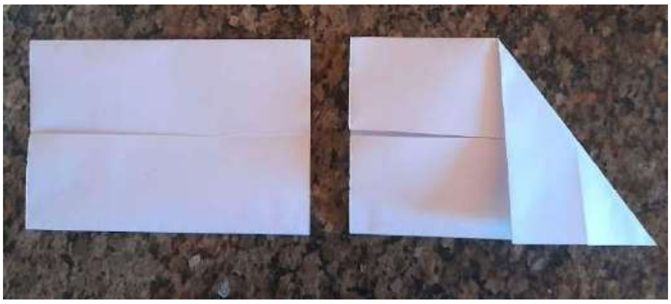


Figura 5

4. Dobre o vértice inferior direito rente ao lado superior, como mostra a Figura 6.

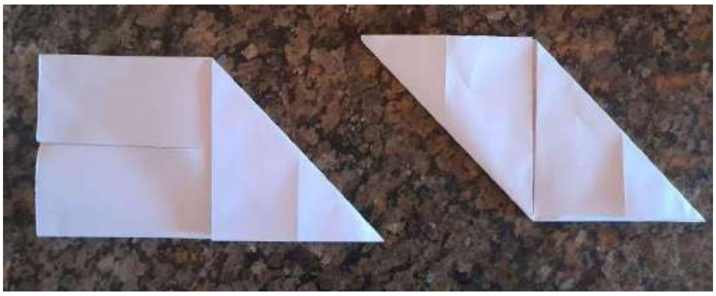


Figura 6

5. Abra a dobradura que acabou de fazer e observe a existência de dois triângulos, vire-os para dentro;

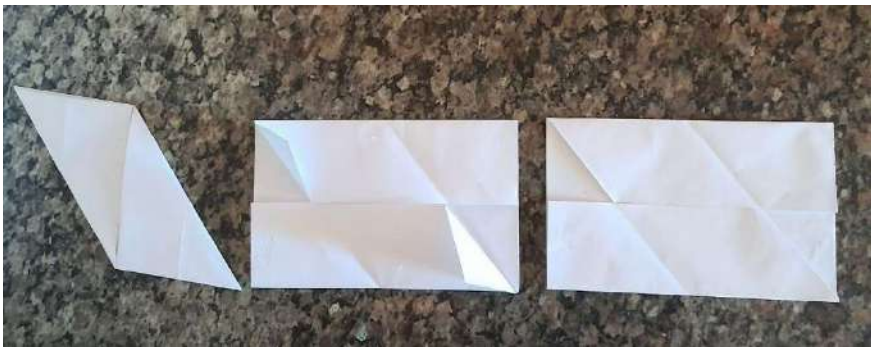


Figura 7

6. Por fim, encaixe o vértice superior direito no lado inferior e encaixe o vértice inferior esquerdo no lado superior.

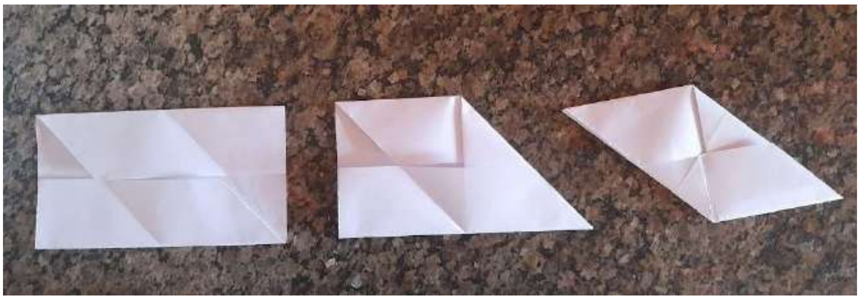


Figura 8

**Questionamentos:**

2- Após seguir todas as instruções, o polígono formado apresenta quantos lados? Quantos ângulos internos? E quantos vértices?

2.1 Então a figura é um quadrado? Por quê?

2.2-Nesta figura o que observamos em relação aos lados?

2.3- E em relação aos ângulos opostos, o que podemos concluir? Como podemos mostrar isso?

2.4-Então como você pode descrever essa figura geométrica para alguém que não está visualizando-a? (Tente ser o mais detalhista possível). Essa figura construída é chamada de paralelogramo, pois possuem lados opostos e paralelos. Sendo assim, podemos afirmar que o quadrado é um paralelogramo? E o retângulo? E o triângulo?

# APÊNDICE D – ATIVIDADE IV: CONSTRUÇÃO DO TANGRAM

**Objetivo:** Identificar elementos geométricos presentes no Tangram e discutir os aspectos conceituais, explorando as várias possibilidades na construção das figuras.
**Metodologia:** a partir das orientações dadas no material impresso, o aluno irá construir o Tangram no papel sulfite A4. Logo após, responderá aos questionamentos identificando elementos geométricos e reconhecendo os polígonos que o compõem, explorando os conceitos básicos. Além disso, em grupos, os alunos investigarão possibilidades de construção de polígonos, fazendo uso das peças do Tangram. Logo após, compartilharão suas ideias com os demais grupos.
**Duração:** 280 minutos (sete horas aula de 40 min).
**Materiais:** Folha de papel A4.

**Siga as instruções dadas e responda aos questionamentos:**

A partir de um quadrado, faça o que se pede de acordo com as instruções:

Ache uma das diagonais do quadrado e com o auxílio de uma régua e lápis de sua preferência, marque esse vinco, conforme a Figura 1.

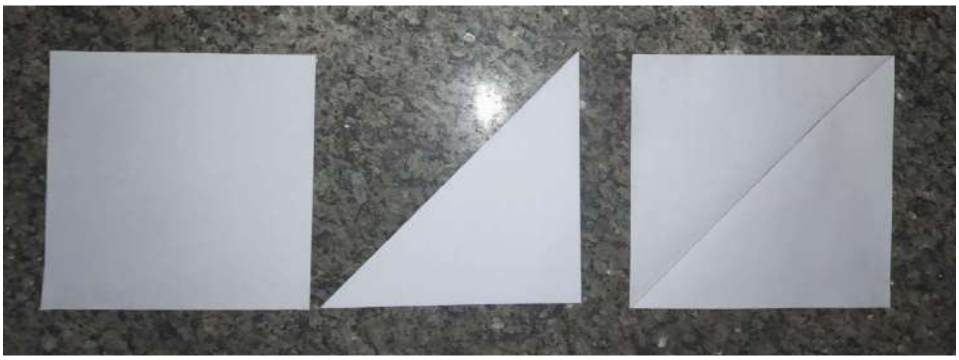


Figura 1

2. Agora encontre a outra diagonal do quadrado e destaque com um lápis apenas metade dessa diagonal (Indo do vértice onde inicia-se o vinco até o encontro da primeira diagonal), conforme a Figura 2.

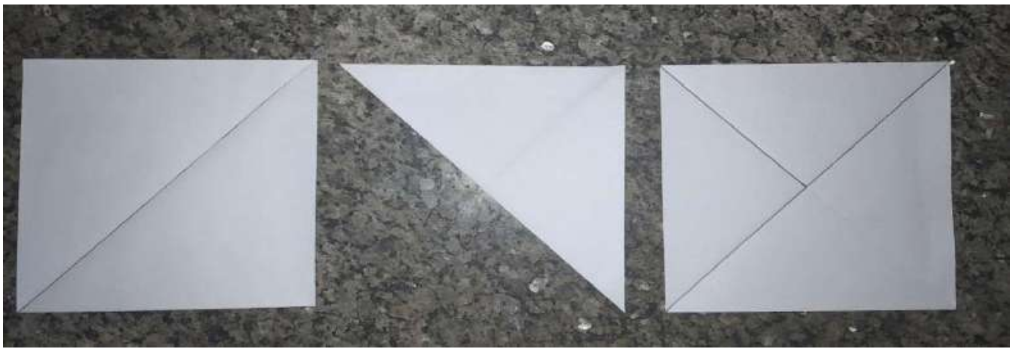


Figura 2

3. Pegue o vértice oposto à demarcação feita na instrução 2 e dobre de forma a encontrar o ponto de encontro das diagonais, reforçando o vinco e destacando-o com lápis, de acordo com a Figura 3.

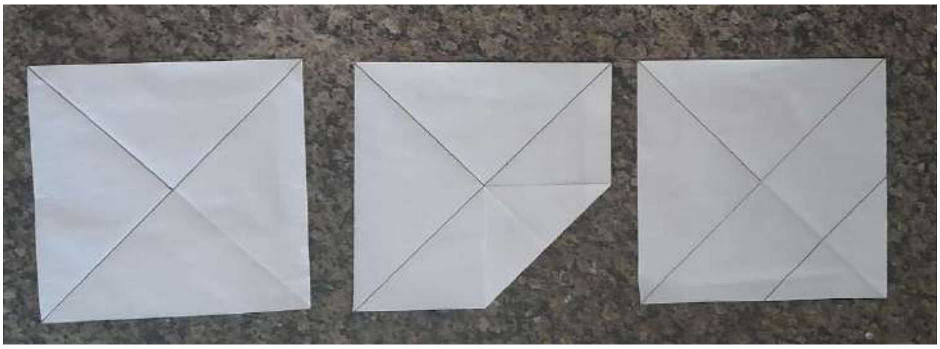


Figura 3

4. Pegue o vértice consecutivo ao que acabou de dobrar e repita o que foi feito no passo anterior, levando este vértice ao encontro das diagonais. Reforce e marque com o lápis apenas metade do vinco formado conforme a Figura 4.

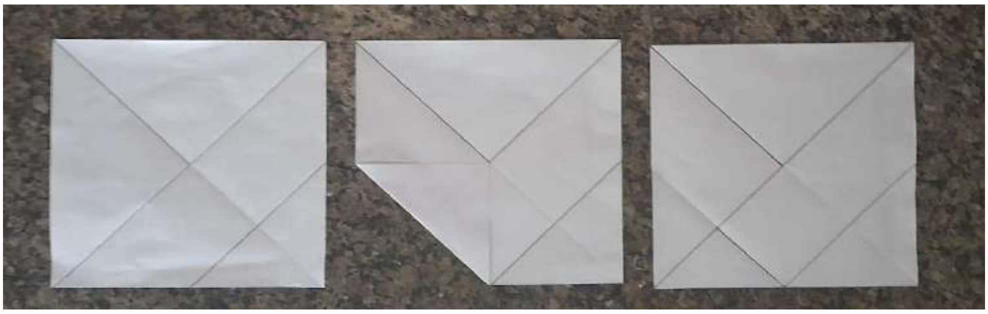


Figura 4

5. Destaque parte do vinco da diagonal do quadrado maior, de forma a formar um quadrado menor, como mostra a Figura 5.

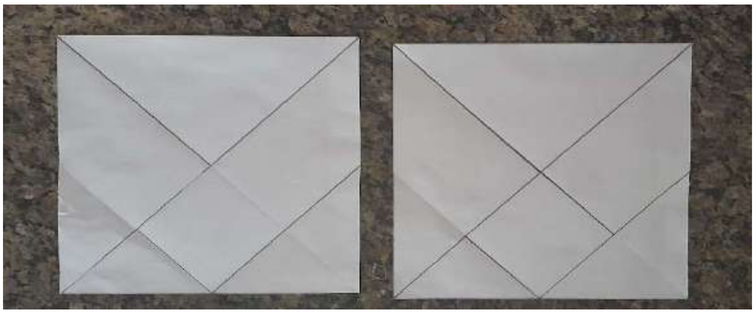


Figura 5

6. Encontre a mediatriz do quadrado maior conforme a Figura 6 e 7.

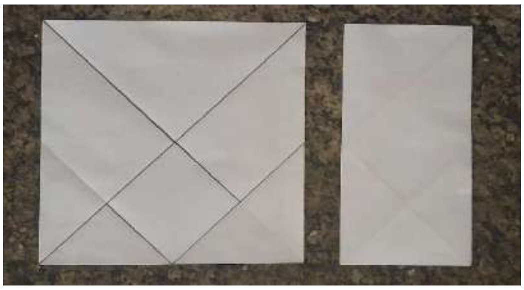


Figura 6

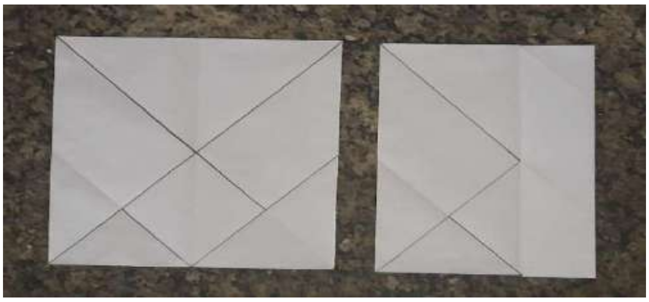


Figura 7

7. Agora ache a mediatriz do retângulo (Formado pela mediatriz do quadrado) que fica localizado do lado direito, conforme a Figura 8 e 9.

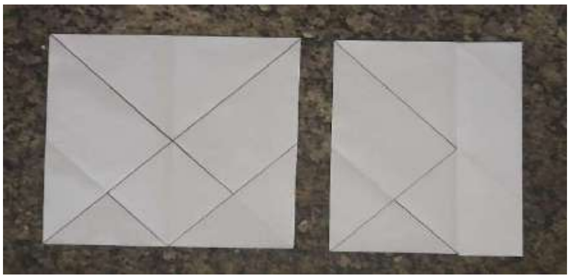


Figura 8

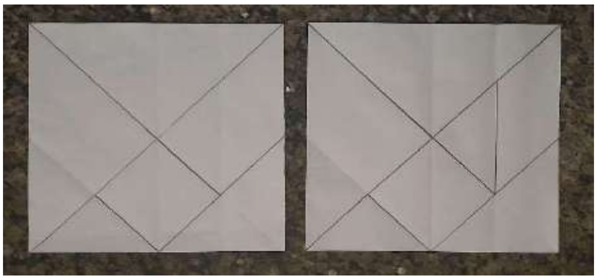


Figura 9

8. Observe o vinco e destaque com o lápis o segmento de reta compreendido entre o vértice do quadrado menor e a diagonal do quadrado maior, de acordo com a Figura10.

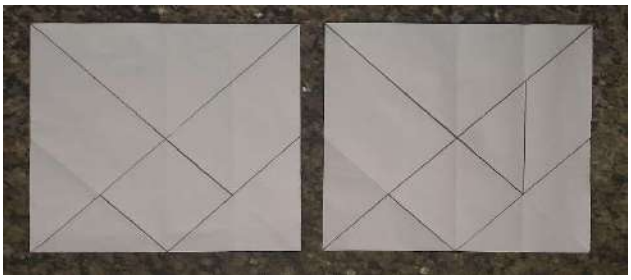


Figura 10

9. Recorte todas as 7 figuras geométricas formadas.

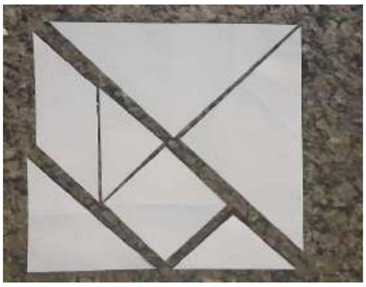


Figura 11

**Agora, de acordo com o Tangram construído, responda as questões:**

1-Quantos e quais polígonos formam o Tangram?

2-Existem polígonos neste Tangram que apresentam características semelhantes? Se sim, qual(is)? E o que eles têm em comum?

3-Vamos montar quadrados com as peças do Tangram.

a) Usando apenas 2 peças quaisquer do Tangram de quantas maneiras diferentes podem ser formados?
b) E com 3 peças quaisquer?
c)Tente desta vez formar quadrados usando 4 peças quaisquer do Tangram. De quantas maneiras diferentes podem ser formados?
d) E finalmente, usando 5 peças quaisquer formem quadrados. De quantas maneiras diferentes podem ser formados?

4-Vamos montar retângulos com as peças do Tangram.

a) Usando apenas 2 peças quaisquer do Tangram de quantas maneiras diferentes podem ser formados?
b) E com 3 peças quaisquer?
c)Tente desta vez formar retângulos usando 4 peças quaisquer do Tangram. De quantas maneiras diferentes podem ser formados?
d) E finalmente, usando 5 peças quaisquer formem retângulos. De quantas maneiras diferentes podem ser formados?

5-Vamos montar triângulos com as peças do Tangram.

a) Usando apenas 2 peças quaisquer do Tangram de quantas maneiras diferentes podem ser formados?
b) E com 3 peças quaisquer?
c)Tente desta vez formar triângulos usando 4 peças quaisquer do Tangram. De quantas maneiras diferentes podem ser formados?
d) E com 5 peças quaisquer?
e) E finalmente, usando 6 peças quaisquer formem triângulos. De quantas maneiras diferentes podem ser formados?

6-Vamos montar paralelogramos com as peças do Tangram.

a) Usando apenas 2 peças quaisquer do Tangram de quantas maneiras diferentes podem ser formados?

b) E com 3 peças quaisquer?

c)Tente desta vez formar paralelogramos usando 4 peças quaisquer do Tangram. De quantas maneiras diferentes podem ser formados?

d) E com 5 peças quaisquer?

e) E finalmente, usando 6 peças quaisquer formem paralelogramos. De quantas maneiras diferentes podem ser formados?

# APÊNDICE E – ATIVIDADE V: COMPOSIÇÃO DE FIGURAS GEOMÉTRICAS

**Objetivos:** Compor figuras geométricas para construir paisagens envolvendo a natureza, pessoas e/ou objetos com as peças do Tangram.

**Metodologia:** Com as peças de tangrans, cada grupo construirá paisagens envolvendo a natureza, pessoas e/ou objetos. Posteriormente todas as figuras construídas serão apresentadas para toda a turma.

**Duração:** 80 minutos (Duas horas aula de 40 min).

**Material:** Peças do Tangram construídas em folhas A4.

**Questão 1:** Com as peças de tangrans construa paisagens envolvendo a natureza, pessoas e/ou objetos.

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA**
Campus Cajazeiras
Rua José Antônio da Silva, 300, Jardim Oásis, CEP 58.900-000, Cajazeiras (PB)
CNPJ: 10.783.898/0005-07 - Telefone: (83) 3532-4100

# Documento Digitalizado Ostensivo (Público)

## Arquivo Final do TCC com correções

| | |
|---|---|
| **Assunto:** | Arquivo Final do TCC com correções |
| **Assinado por:** | Daniel Caldeira |
| **Tipo do Documento:** | Tese |
| **Situação:** | Finalizado |
| **Nível de Acesso:** | Ostensivo (Público) |
| **Tipo do Conferência:** | Cópia Simples |

Documento assinado eletronicamente por:

- **Daniel de Sousa Caldeira, DISCENTE (202112210002) DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA - CAJAZEIRAS**, em 15/12/2022 09:43:58.

Este documento foi armazenado no SUAP em 15/12/2022. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 693482
Código de Autenticação: 88ae54569a