INSTITUTO FEDERAL
Paraíba
Campus Campina Grande

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

JUSEILMA DA SILVA SANTOS

EXPLORANDO O CONCEITO DE BASES NUMÉRICAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

CAMPINA GRANDE – PB

2022

JUSEILMA DA SILVA SANTOS

EXPLORANDO O CONCEITO DE BASES NUMÉRICAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no Curso de Especialização em Ensino de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), como requisito parcial para obtenção do título de especialista em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rômulo Alexandre Silva

CAMPINA GRANDE – PB
2022

S237e Santos, Juseilma da Silva.
Explorando o conceito de bases numéricas na formação de professores de Matemática. - Campina Grande, 2022.
49 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Especialização em Ensino de Matemática) - Instituto Federal da Paraíba, 2022.
Orientador: Prof. Dr. Rômulo Alexandre Silva.

1.Ensino de Matemática 2. Bases numéricas 3. Professores de Matemática- formação I. Silva, Rômulo Alexandre II. Título.

CDU 51:377.8

JUSEILMA DA SILVA SANTOS

EXPLORANDO O CONCEITO DE BASES NUMÉRICAS NA FORMAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no Curso de Especialização em Ensino de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), como requisito parcial para obtenção do título de especialista em Ensino de Matemática.

Aprovado em: 21/12/2022

BANCA EXAMINADORA

Rômulo Alexandre Silva

Prof. Dr. Rômulo Alexandre Silva - IFPB
Orientador

Jonathas Jerônimo Barbosa

Prof. Dr. Jonathas Jerônimo Barbosa
Membro da Banca

José Jorge Casimiro dos Santos

Prof. Me. José Jorge Casimiro dos Santos
Membro da Banca

Dedico este trabalho a minha família e ao meu esposo que sempre me apoiaram na minha vida acadêmica.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus pela dádiva da vida e pelas inúmeras oportunidades de crescimento e aperfeiçoamento.

Aos meus pais, José Ramos dos Santos e Marli da Silva Santos, pela educação, pelo apoio e incentivo que sempre me deram.

Ao meu orientador, Dr. Rômulo Alexandre Silva, que desde o início esteve pronto para me ajudar e me guiar ao longo do desenvolvimento do trabalho. Obrigada por não me deixar desistir e por me incentivar sempre. Obrigada pela dedicação durante as correções e sugestões durante todo o percurso. Meus sinceros agradecimentos.

Aos professores, Dr. Jonathas Jerônimo Barbosa e ao Me. José Jorge Casimiro dos Santos, pela gentileza e disponibilidade de ler e contribuir com a minha pesquisa.

Ao meu esposo Marcos Bruno por todo apoio e incentivo, por sempre torcer e acreditar no meu potencial e por não me deixar desistir.

Aos colegas que encontrei ao longo do curso, pelos momentos de estudo, amizade e descontração.

Ao IFPB, que tem um papel social imprescindível na formação de professores para a região central da Paraíba e de estados vizinhos, pela oportunidade oferecida, em especial aos meus professores que sempre desempenharam com muita dedicação, buscando nos oferecer sempre o melhor. Em especial ao professor e coordenador, Dr. Luís Havelange Soares, muito obrigada pelos ensinamentos, respeito, incentivo e preocupação.

Enfim, a todos que direta e indiretamente contribuíram para a finalização deste trabalho.

RESUMO

No desenvolvimento do presente trabalho de pesquisa procuramos compreender como podemos explorar o conceito de bases numéricas na perspectiva da sua contextualização e problematização na sala de aula de Matemática. Para isto, optamos por construir um aporte teórico, com autores que trazem um registro historiográfico sobre o tema, bem como autores que trazem uma perspectiva de um ensino de Matemática que valorize uma abordagem pela compreensão de seus conceitos mediados por questões interessantes, para que fosse possível compreender e propor atividades que explorem uso ou aplicações no cotidiano da sala de aula desta disciplina, visando explorar o ensino de bases numéricas na perspectiva da sua problematização e como esta pode ser trabalhada, podendo vir a favorecer a aprendizagem em Matemática. Dessa forma, o trabalho tem como objetivo analisar o conceito de bases numéricas na sala de aula de Matemática, buscando compreender os aspectos sociohistórico de diferentes bases numéricas, visando a construção de uma sequência didática envolvendo o conceito de bases numéricas a qual foi explorada através de um minicurso abordando questões que podem ser trabalhadas pelo professor na sala de aula de Matemática. Optamos por uma pesquisa-ação com abordagem qualitativa, onde os estudantes puderam responder um questionário auto avaliativo aplicado ao final da atividade, além de manifestar suas observações durante o desenvolvimento da proposta. Ao defender a importância da abordagem das diferentes bases numéricas, enquanto estratégia que possa contribuir na compreensão em torno do conceito de número em diferentes bases e de sua evolução ao longo tempo.

Palavras-chave: Bases numéricas, Ensino de Matemática, Contextualização e Problematização.

ABSTRACT

In the development of this research work, we sought to understand how we can explore the concept of numerical bases from the perspective of their contextualization and problematization in the Mathematics classroom. For this, we chose to build a theoretical contribution, with authors who bring a historiographic record on the subject, as well as authors who bring a perspective of teaching Mathematics that values an approach by understanding its concepts mediated by interesting questions, so that it could be It is possible to understand and propose activities that explore the use or applications in the daily life of this discipline's classroom, aiming to explore the teaching of numerical bases from the perspective of its problematization and how it can be worked on, which may favor learning in Mathematics. Thus, the objective of this work is to analyze the concept of numerical bases in the Mathematics classroom, seeking to understand the socio-historical aspects of different numerical bases, aiming at the construction of a didactic sequence involving the concept of numerical bases, which was explored through a short course addressing issues that can be worked on by the teacher in the Mathematics classroom. We opted for an action-research with a qualitative approach, where students were able to answer a self-assessment questionnaire applied at the end of the activity, in addition to expressing their observations during the development of the proposal. By defending the importance of approaching different numerical bases, as a strategy that can contribute to the understanding of the concept of number in different bases and its evolution over time.

Keywords: Numerical bases, Mathematics Teaching, Contextualization and Problematization.

LISTA DE FIGURAS

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Este trabalho é fruto das nossas inquietações acerca do tema, das reflexões durante a minha formação acadêmica e de um estudo realizado ao longo dos últimos 12 meses deste Curso de Especialização em Ensino de Matemática. Durante o período da graduação, no Curso de Licenciatura em Matemática no Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Paraíba – Campus Campina Grande, pude perceber o quanto a minha formação na Educação Básica se deu de maneira "mecanizada", pouco reflexiva e o quanto isso, de certa forma, me fez falta durante muitas das disciplinas do Ensino Superior.

Durante a minha formação disciplinas como Laboratório de Ensino de Matemática, Didática da Matemática, História da Matemática, tiveram uma enorme contribuição na minha forma de pensar sobre a Matemática e seu ensino, ao procurar construir pontes entre o que estudávamos, como estudávamos e as suas implicações no nosso cotidiano.

No caso da Aritmética, muitos dos seus conceitos, curiosidades e aplicações costumam atrair muitos dos estudantes de Matemática dos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Pensando nisso, a proposta vem de encontro justamente com o ensino e a metodologia abordada na grande maioria das salas de aula. Iremos ao longo da pesquisa analisar o conceito de bases numéricas na sala de aula de Matemática, buscando compreender os aspectos sociohistórico do desenvolvimento de diferentes bases numéricas, visando a construção de uma sequência didática explorando as bases numéricas e as conversões para a base decimal, e, ao final da construção aplicarmos uma proposta desse tema numa sala de aula utilizando para isso um minicurso.

Buscamos, a partir da nossa abordagem, trazer para esses professores de Matemática em formação inicial, uma abordagem maior em relação as bases numéricas, visando um enfoque amplo para que esses professores tenham um conhecimento além da base decimal. Segundo D'Ambrósio (2012, p. 76)

> A educação enfrenta em geral grandes problemas. O que considero mais grave, e que afeta particularmente a educação matemática de hoje, é a maneira deficiente como se forma o professor. Há inúmeros pontos críticos na atuação do professor, que se prendem a deficiências na sua formação. Esses pontos são essencialmente concentrados em dois setores: falta de capacitação para conhecer o aluno e obsolescência dos conteúdos adquiridos nas licenciaturas.

A partir dessa abordagem, ao longo da nossa pesquisa exploramos o significado das diferentes bases numéricas adotadas pelo homem ao longo da história e a sua relação com o sistema numérico decimal atual. E, a partir dessa investigação, visamos responder à seguinte indagação: **Como trabalhar o conceito de bases numéricas diferentes da decimal na formação inicial de professores de Matemática?**

A fim de que pudéssemos responder esse questionamento, construímos uma revisão teórica sobre os principais conceitos relacionados ao das bases numéricas. Posteriormente, elaboramos algumas atividades que foram exploradas na forma de um minicurso, aplicado em uma turma da disciplina de Prática de Ensino de Matemática II, do Curso de Licenciatura em Matemática do IFPB - Campus Campina Grande. Como forma de exemplificar a temática e dialogar com os participantes, optamos pela aplicação de um questionário auto avaliativo que foi respondido através do *Google Forms*.

A pesquisa tem uma abordagem metodológica que se caracteriza como uma pesquisa-ação do tipo qualitativa e exploratória. Foi necessário um levantamento bibliográfico para identificar os principais aspectos teóricos sobre o conceito de Bases Numéricas, e como recorte, optamos por um estudo de caso ao observar como um grupo de alunos que está matriculado no Curso de Licenciatura em Matemática há pelo menos dois anos, lidava com as questões apresentadas.

Segundo Severino (2013, p.131-133) a pesquisa bibliográfica "é aquela que se realiza a partir do registro disponível, decorrente de pesquisas anteriores, em documentos impressos, como livros, artigos, teses, etc", ainda segundo Severino (2013, p.131-133), a pesquisa exploratória "busca apenas levantar informações sobre um determinado objeto, delimitando assim um campo de trabalho, mapeando as condições de manifestações desse objeto".

De acordo com Godoy, (1995, p. 21)

> Considerando, no entanto, que a abordagem qualitativa, enquanto exercício de pesquisa, não se apresenta como uma proposta rigidamente estruturada, ela permite que a imaginação e a criatividade levem os investigadores a propor trabalhos que explorem novos enfoques. Nesse sentido, acreditamos que a pesquisa documental representa uma forma que pode se revestir de um caráter inovador, trazendo contribuições importantes no estudo de alguns temas. Além disso, os documentos normalmente são considerados importantes fontes de dados para outros tipos de estudos qualitativos, merecendo, portanto, atenção especial.

Para alcançar os objetivos desta pesquisa, cada capítulo foi pensado e estruturado da melhor maneira para que fosse possível auxiliar ao longo de todo o percurso. Com isso, o nosso trabalho foi estruturado em quatro capítulos, sendo o primeiro introdutório.

No capítulo 2 exploramos uma revisão de literatura sobre Bases Numéricas, tendo como aporte teórico: Mendes (2006), Almeida (2011) e Roque (2012). Explorando o conceito de Algarismos, bem como, das concepções em torno do que é um número, numa abordagem historiográfica, para que pudéssemos entender como diferentes bases numéricas (binária, quinária, decimal, vigesimal e sexadecimal) surgiram em lugares e momentos diferentes da História da nossa civilização.

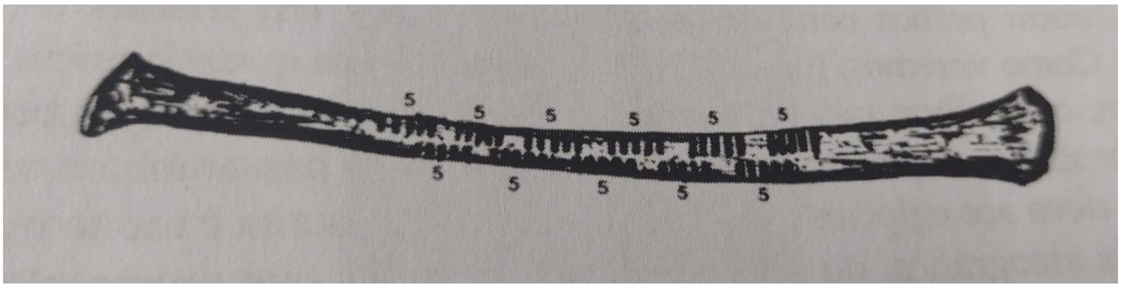
No capítulo 3, abordamos uma proposta para a sala de aula de Matemática, na qual exploramos algumas atividades realizando as conversões de diferentes bases numéricas para a base decimal utilizando a decomposição de acordo com a base utilizada, em um minicurso, o qual descrevemos e analisamos. Por fim, abordamos as nossas considerações finais onde encerraremos a proposta deste trabalho elucidando os nossos questionamentos iniciais.

2 BASES NUMÉRICAS

Com o desenvolvimento humano, ao longo de milhares de anos, surge a necessidade de contar e medir, a partir daí eles passam a utilizar ainda que de forma intuitiva um método para atender às suas necessidades. À medida que iam desenvolvendo-se a utilização da Matemática aumentava. Com a agricultura, emergiu a carência de conhecimento em relação ao tempo, às estações do ano e as fases da lua, surgindo as primeiras formas de calendário.

No trato dos animais, também se fazia uso da Matemática, pois ao final da tarde, o pastor verificava se algum dos seus animais tinha sido roubado, fugido, ou perdeu-se do rebanho. Com isso, eles utilizavam pedrinhas e os relacionavam um a um, onde cada pedra representava um animal. Dessa forma, utilizavam além das pedras, outros meios, como por exemplo: nós em cordas, talhes em ossos, desenhos nas cavernas e outros tipos de marcação, conforme mostra a figura 1.

Figura 1: Osso com marcações



Fonte: Contador, Paulo Roberto Martins. Matemática, uma breve história.

Segundo Contador (2012, p. 26 – 27),

> Na Tchecoslováquia foi encontrado um osso de lobo datado de cerca de 30 mil anos, contém profundas incisões, em número de 55, separadas em grupos de 25 e 30, sendo dispostas em cada grupo, em séries de cinco. Tal descoberta nos leva a crer que a ideia de número precede em muito a escrita. Também se pode observar a presença de um sistema quinário, que talvez prove que o homem primitivo, se espelhando nos dedos das mãos, iniciou um processo de contagem.

Com o passar dos anos e com o desenvolvimento cada vez maior da humanidade, as quantidades passam a ser representadas por expressões, palavras e símbolos, e cada povo com a sua forma de representação. Com o surgimento da escrita cuneiforme o homem passa a perpetuar suas experiências e conhecimentos, transmitindo-os de geração a geração aos seus descendentes, de forma intuitiva, pois até então o homem não conhecia o sistema numérico, tendo em vista que, primitivamente o homem utilizava as características do seu próprio corpo para indicar uma ideia de quantidade. Segundo Ifrah (1989, p. 29)

> Foi sem dúvida graças a este princípio que, durante milênios, o homem pré-histórico pôde praticar a aritmética antes mesmo de ter consciência e de saber o que é um número abstrato. É o que se percebeu ao estudar o comportamento de indivíduos totalmente incultos e o de inúmeras povoações indígenas da Oceania, da África e da América. Pois, através de técnicas que lhes são próprias (e que podemos qualificar de "concretas" face aos nossos meios atuais), esta gente consegue obter, pelo menos até certo ponto, os mesmos resultados que nós.

Além disso, para indicar um agrupamento de até cinco elementos, poderia utilizar uma mão, que equivale cinco dedos. Utilizando o mesmo raciocínio poderia representar a quantidade de dez com os dedos das duas mãos, ou vinte, dedos das mãos e dos pés somados. Para Contador (2012), foi a partir dessa percepção anatômica que o homem deu um importante passo e muitas civilizações desenvolveram seu sistema numérico próprio.

2.1 Conceito de Algarismos

Ao ensinarmos Matemática por diversas vezes nos deparamos com alguns termos que podem se referir a elementos semelhantes, como no caso de algarismo e número. De acordo com o dicionário (p.31)

> Algarismo. Símbolo usado para a representação sistemática de números. Algarismo arábico. Mat. Cada um dos símbolos representativos dos números, na notação usualmente adotada, baseada no sistema decimal de numeração; cada um dos membros do conjunto dos símbolos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, respectivamente zero, um, dois, três, quatro, cinco, seis, sete, oito e nove. Algarismo romano. Mat. Cada um dos símbolos representativos dos números, no sistema romano de numeração; quaisquer dos símbolos I, V, X, L, C, D e M, respectivamente um, cinco, dez, cinquenta, cem, quinhentos e mil.

Como vimos, algarismos são símbolos utilizados para representar cada um dos números. Nesse cenário existem diferentes tipos de algarismos, no entanto os que mais utilizamos são os indo-arábicos e os romanos.

Todavia os algarismos indo-arábicos são os mais utilizados no nosso cotidiano, em diferentes contextos e ambientes, seja na escola, nas placas de veículos, no trabalho, nas teclas dos celulares, calculadoras, etc. Destacam-se os seguintes algarismos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9, e a partir das suas combinações pode-se formar qualquer número, variando apenas a posição de cada um.

A posição que cada algarismo ocupa em um número é chamada de *ordem* (unidade, dezena, centena, etc.). As ordens são agrupadas de 3 em 3, a partir das unidades e cada um desses agrupamentos é chamado de *classe*. Observe o quadro referente as classes:

Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe das unidades		
Centena de milhão	Dezena de milhão	Unidade de milhão	Centena de milhar	Dezena de milhar	Unidade de milhar	Centena	Dezena	Unidade
9º ordem	8º ordem	7º ordem	6º ordem	5º ordem	4º ordem	3º ordem	2º ordem	1º ordem

Adaptado pelo autor (Geração Alpha matemática, p. 17, 2017)

Naturalmente os algarismos romanos também são utilizados, mas com menor frequência em relação aos indo-arábicos. Assim podemos encontrar esses algarismos quando nos referimos aos séculos, ou quando citamos personalidades históricas como reis e papas, e em alguns relógios. Criado na Roma Antiga, esse sistema de numeração utiliza as letras do alfabeto latino para representá-lo: I, V, X, L, C, D e M, respectivamente, 1, 5, 10, 50, 100, 500 e 1000. Bem como no sistema indo-arábico pode-se formar qualquer número a partir do posicionamento, respeitando algumas regras. Porém, diferente do indo-arábico, o sistema romano não possui um símbolo para representar o zero.

As regras utilizadas para representar os números com os símbolos romanos são: Veja o quadro a seguir.

Os símbolos I, X, C e M podem ser repetidos, sequencialmente, no máximo três vezes. Os valores dos símbolos que se repetem são adicionados.	Exemplos: a) I: 1 II: 1 + 1 = 2 III: 1+ 1 + 1 = 3 b) X: 10 XX: 10 + 10 = 20 XXX: 10 + 10 + 10 = 30 c) C: 100 CC: 100 + 100 = 200 CCC: 100 + 100 + 100 = 300

	d) M: 1000 MM: 1000 + 1000 = 2000 MMM: 1000 + 1000 + 1000 = 3000
Quando há símbolos de menor valor numérico à direita de símbolos de maior valor numérico, eles são adicionados.	Exemplos: a) VI: 5 + 1 = 6 b) LX: 50 + 10 = 60
Se os símbolos I, X ou C estiverem à esquerda de um símbolo de maior valor, devem ser subtraídos dele.	Exemplos: a) IV: 5 – 1 = 4 b) XL: 50 – 10 = 40
As dezenas exatas são escritas usando os símbolos X, L e C.	Observe: a) X: 10; XX: 20; XXX: 30; XL: 40; XC: 90 b) L: 50; LX: 60; LXX: 70; LXXX: 80
As centenas exatas são escritas usando os símbolos C, D e M.	Observe: a) C: 100, CC: 200; CCC: 300; CD: 400; CM: 900 b) D: 500; DC: 600; DCC: 700; DCCC: 800
Os números até 3999 são escritos usando a decomposição.	Exemplos: a) 2008: MMVIII MM + VIII 2000 + 8 = 2008 b) 995: CMXCV CM + XC + V 900 + 90 + 5 = 995
Para registrar números a partir de 4000, usam-se traços acima de um símbolo ou de um conjunto de símbolos. Um traço único indica os milhares, e dois traços indicam os milhões.	Exemplos: a) $\underline{XLV}$: 45 000 XLV 45 * 1000 = 45 000 b) $I\bar{\bar{I}}$: 2 000 000 II

	2 * 1 000 000 = 2 000 000

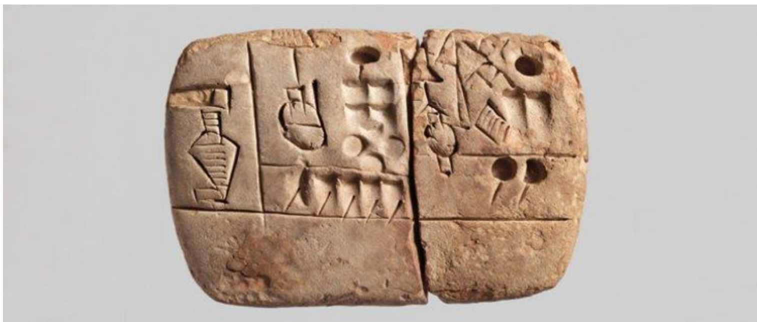
Fonte: Oliveira, Carlos N. C. de. Geração Alpha de Matemática. (p. 14- 15).

2.2 Concepções em torno do que é um número

Em seu livro “A fascinante história da matemática, Launay (2019, p. 25-36) apresenta um importante registro de como os povos mesopotâmicos do fim do quarto milênio a.C. foram desenvolvendo, de forma gradual, uma representação simbólica de número para quantificar os animais e demais itens de valor que precisavam ser transportados de uma região para outra, em busca de melhores condições de sobrevivência. Ao abandonar a relação biunívoca do um para um (na relação entre animais e pedras num saquinho) para um registro simbólico quantificador que fosse capaz de identificar a quantidade específica de um determinado bem de valor comercial ao ser transportado, com um símbolo numérico que indicasse a quantidade e que pudesse ser compreendido por todos os envolvidos.

Esta ideia aparentemente simples, representou um importante salto na organização do conhecimento, permitindo seu registro em tabletes de argila ou algo similar, conforme mostra a figura 2. Facilitando a organização, o registro e a comercialização de bens de consumo por diferentes grupos socioculturais.

Figura 2: Tablete de argila



Fonte: https://apaixonadosporhistoria.com.br/artigo/74/as-origens-da-escrita-na-mesopotamia

Quando falamos de número, nos referimos a um conceito abstrato ao qual associamos a quantidade. Por exemplo, quando nos questionamos sobre a nossa altura, quantos dias faltam para o concurso, qual a data de hoje, entre outros, a nossa resposta nos remete a um número. Segundo Mendes (2006, p. 4)

> A base cognitiva para a construção da ideia de número, historicamente, é definida pela necessidade de registrar quantidades de objetos concretos e não pela necessidade/finalidade de facilitar o desenvolvimento abstrato da aritmética. Se imaginarmos que as sociedades não escolarizadas constroem a noção de número a partir de atividades concretas realizadas cotidianamente, é possível fazermos uma incursão mental a alguns estudos da antropologia moderna, buscando compreender como muitas sociedades sem escrita estabelecem essas práticas evidenciando o caráter universal das construções numéricas.

Outrossim, desde a nossa infância, intrinsecamente, a ideia de número está diretamente relacionada à ideia de quantidade. Crianças entre doze e dezoito meses já conseguem distinguir entre um, dois ou vários objetos. Assim como as crianças, algumas espécies de animais também têm uma percepção dos números. Segundo Ifrah (1989, p. 20) “Numerosas experiências demonstraram que os rouxinóis, as pegas e os corvos eram capazes de distinguir quantidades concretas de um a quatro”.

Se nos colocarmos diante de uma quantidade de objetos, conseguimos identificar com facilidade até quatro elementos, sem precisarmos recorrer a nenhum artifício. No entanto, acima disso precisaremos utilizar algum método para nos auxiliar como o agrupamento, a decomposição e até mesmo contar.

De acordo com o estudo Ifrah (1989, p. 22), em latim, os números até o quatro eram declináveis (unus, duo, tres, quatuor) a partir do quinto número os nomes não tinham mais declinação nem gênero. Como também, os romanos costumavam dar aos seus filhos do sexo masculino, até o quarto, designações particulares como Lucius, Marcus, etc. No entanto, a partir do quinto filho eles os chamavam por nomes numéricos como Octavios (oitavo filho), Quintus (quinto filho), ou simplesmente Numerius (numerosos). No calendário romano os quatro primeiros meses tinham nomes particulares (Martius, Aprilis, Maius, Junius), a partir do quinto eram números ordinais: Quintilis, Sextilis, September, October, November, December. Se prestarmos atenção, podemos observar um resquício deste fato no nome de alguns meses do nosso calendário atual (setembro, outubro, novembro e dezembro).

2.3 Aspectos historiográficos sobre diferentes bases numéricas

Apesar de todo o contexto histórico até chegarmos ao Sistema Indo-Arábico não temos dentro das salas de aula uma exploração das demais bases. Como surgiu a ideia de bases para que fosse possível representarmos os números? Para Almeida (2011, p. 25), “Um passo marcante ocorreu quando o princípio de posição foi implementado, passando desse modo o valor de um símbolo numérico a variar em função da posição que este ocupa na sequência da escrita de um número".

Entretanto, por que a base dez? Podemos levar em consideração o fato de que aprendemos a contar inicialmente utilizando os dedos das mãos e dos pés para auxiliar nos cálculos. Pensando assim, se tivéssemos 6 dedos em cada mão, a maioria das numerações seriam organizadas utilizando a base doze.

Apesar de utilizarmos a base dez como nosso sistema de numeração, temos também outras bases que ao longo da história foram utilizadas e que vamos explorar ao longo deste capítulo, como é o caso, das bases binária, quinaria, vigesimal e sexagesimal.

2.3.1 Base Binária

O sistema binário não era utilizado em civilizações antigas – haviam inserções, ideias, mas que não prosperaram.

Esse sistema foi idealizado pelo matemático alemão Gottfried Whilhelm Leibniz, que provavelmente, pensou em facilitar os cálculos, ao idealizar um sistema no qual seria possível utilizar o mínimo possível de algarismos. Escolhendo o 0 (zero) e o 1 (um) o sistema teria apenas dois algarismos, fazendo uma analogia com o nosso sistema decimal, este novo sistema ficaria da seguinte maneira:

Decimal	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	···
Binário	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	···

Apesar do sistema utilizar apenas dois algarismos podemos perceber que a medida que os números forem aumentando, assim também será em relação as casas decimais para representá-lo. Por exemplo, o número 214 na base decimal seria o equivalente a 11010110 na base binária. Sendo assim, apesar da simplicidade apresentada pelo sistema binário o mesmo foi esquecido durante centenas de anos, vindo a ser redescoberto e aproveitado no século XX, atualmente, esse sistema é utilizado principalmente na computação e na criptografia.

2.3.2 Base Quinária

Embora o sistema decimal possa estar relacionado ao fato de termos 10 dedos nas mãos e pés, nem todas as civilizações antigas tinham o hábito de utilizar as duas mãos para auxiliar na contagem. Pois, alguns desses povos utilizavam apenas uma das mãos e a esse sistema chamamos de quinário, sendo composto por cinco símbolos, desses até o quinto algarismo seus nomes aparecem sem repetições e a partir deste começam as derivações.

Segundo Ifrah (1989, p. 61) encontramos vestígios da utilização do sistema quinário em diversas regiões da África e da Oceania, onde vários comerciantes ainda empregam esse sistema até os dias atuais para atender às suas necessidades.

Para utilizar a base quinária os comerciantes contam até 5 utilizando a mão esquerda, quando chega ao número 5, estende-se o polegar direito. Depois, conta-se novamente até 10, e em seguida estende-se o indicador direito, para que assim possam contar até 25. Segue a figura 3:

Figura 3: Contagem utilizando base quinária

Fonte: Os números, Georges Ifrah, (1989, p. 61)

Em face disso, podemos encontrar outros vestígios da base quinária no nosso cotidiano. Um exemplo disso, está diretamente relacionado à agricultura. Quando queremos comprar milho é usual que nos seja questionado se desejamos uma mão de milho, o que corresponde a aproximadamente 50 espigas. Ou seja, uma mão equivale a 50 espigas.

2.3.3 Base Decimal

O sistema decimal é o sistema ao qual utilizamos hoje, é chamado assim devido agruparmos os algarismos de dez em dez, composto por dez símbolos aos quais chamamos de algarismos arábicos. Esse sistema conseguiu aceitação quase em todo o mundo. De acordo com Ifrah (1989, p. 55) “A base dez foi e permanece sendo, sem dúvida, a mais comum no curso da história, e sua adoção é hoje quase universal”. Apesar de não sabermos ao certo sua origem, o que se tem certeza é de que está diretamente relacionado aos dez dedos das mãos.

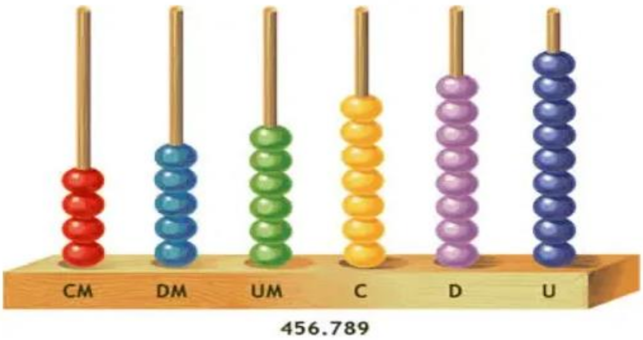
Algumas características desse sistema podem ter contribuído para a sua aceitação mundial. Nele utilizamos apenas dez símbolos, aos quais chamamos de algarismos, (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 e 9), e com eles podemos representar todos os números a partir de agrupamentos. Esses agrupamentos são feitos de dez em dez, o que facilita a contagem. Por isso, o sistema é chamado de decimal ou base 10. Veja a seguir alguns agrupamentos, aos quais recebem nomes especiais:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9	Unidades
10 unidades	1 dezena
10 dezenas	1 centena
10 centenas	1 unidade de milhar
10 unidades de milhar	1 dezena de milhar

Fonte: Adaptado pelo autor

Uma forma de abordarmos esses agrupamentos em sala de aula é recorrendo a materiais manipuláveis que podem auxiliar na compreensão dos alunos. Um exemplo de um recurso que podemos utilizar é o ábaco. Segue a figura 4.

Figura 4: Ábaco



Fonte: Brasil Escola

Outra característica desse sistema está relacionada ao valor do algarismo, que depende da posição que ele ocupa no número. Com isso, dizemos que ele é um sistema posicional. Para Ifrah (1989, p. 55 – 56)

> A base dez apresenta, evidentemente, uma vantagem nítida sobre bases tão grandes quanto a trigesimal ou a sexagesimal, por exemplo, pois corresponde a uma ordem de grandeza satisfatória para a memória humana: os nomes de números ou os símbolos de base por ela exigidos são na verdade pouco numerosos, sendo que uma tabela de

> adição ou de multiplicação pode ser facilmente aprendida de cor. Do mesmo modo, ela é superior a bases pequenas, como dois ou três, pois permite evitar um esforço considerável de representação: enquanto em nossa numeração o número 2452 é escrito apenas com quatro algarismos, num sistema de base dois ele se exprimiria por meio de doze algarismos (100110010000), desde que este sistema só possui dois algarismos: 1 e 0.

Outrora, a base dez conseguiu aprovação quase universal e com isso passou a ser o sistema numérico utilizado em todas as regiões, diferentemente do que acontece nas demais bases, a decimal conseguiu representar todos os números utilizando apenas dez algarismos.

2.3.4 Base Vigesimal

Assim como acontece com as outras bases já citadas, a base vigésima ou base vinte, surge a partir do uso dos dedos das mãos e dos pés para auxiliar na contagem. Algumas civilizações como os Maias, os Astecas, os esquimós da Groenlândia, entre outros, utilizavam essa base. Segundo Contador (2012, p. 40 – 41) "Embora este sistema não tenha sido muito difundido, atualmente ainda encontramos vários exemplos, entre os quais os astecas, que tinham a seguinte nomenclatura para números": Veja o quadro abaixo:

1 ce	9 chic – naui (5 + 4)
2 ome	10 matlactli
3 yey	11 matacli on ce (10 + 1)
4 naui	15 caxtulli
5 chica (ou macuilli)	20 cem poualli (uma vintena)
6 chica - ce (5 + 1)	30 cem poualli on matlactli (1 x 20 + 10)
7 chic – ome (5 + 2)	40 ome poualli (2 x 20)
8 chicu – ey (5 + 3)	100 macuil poualli (5 x 20)

Fonte: Matemática, uma breve história. Paulo Roberto Martins Contador, 2012, p. 41

Apesar de oferecer uma economia em relação aos algarismos, o sistema vigesimal apresenta um problema em relação a quantidade de nomes e suas derivações, acarretando em uma dificuldade para gravar todos eles, ocasionando assim o seu declínio.

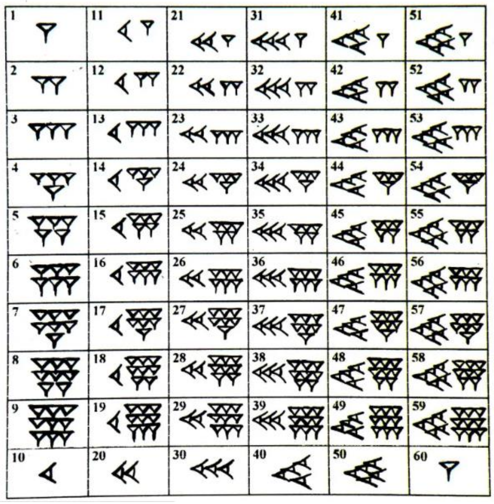
2.3.5 Base Sexagesimal

Tendo origem na região mais baixa da Mesopotâmia – nome que significa Terra entre rios – onde ficava localizada a Suméria o sistema sexagesimal, também conhecido como sistema de base sessenta. Segundo Almeida (2011, pg. 41)

> Os sumérios recorreram a um sistema de numeração cuja base era 60. Foram aliás o único povo na história que criou e utilizou um sistema sexagesimal. Os símbolos numéricos eram esculpidos em pequenas placas de argila, que serviam de base de "impressão" da escrita cuneiforme.

Esse sistema sexagesimal utilizava dois tipos de símbolos para representar os números de 1 até 60. Observe a figura 5:

Figura 5: Sistema sexagesimal



Fonte: mundo educação

Segundo Roque (2012, p. 40)

> Por volta dos anos 1930, descobriram-se novos tabletes, provenientes da região de Uruk, no Iraque, com datas próximas ao ano 3000 a.E.C. Centenas de tabletes arcaicos indicavam que a escrita já existia no quarto milênio, pois continham sinais traçados ou impressos com um determinado tipo de estilete. O material contradizia a tese pictográfica, pois nessa fase inicial da escrita as figuras que representavam algum objeto concreto eram exceção. Diversos tabletes traziam sinais comuns que eram abstratos, isto é, não procuravam representar um objeto. Assim, o sinal para designar uma ovelha não era o desenho de uma ovelha, mas um círculo com uma cruz.

Observe a figura 6, que mostra A tábua babilônia 'Plimpton 322', de 3.700 anos.

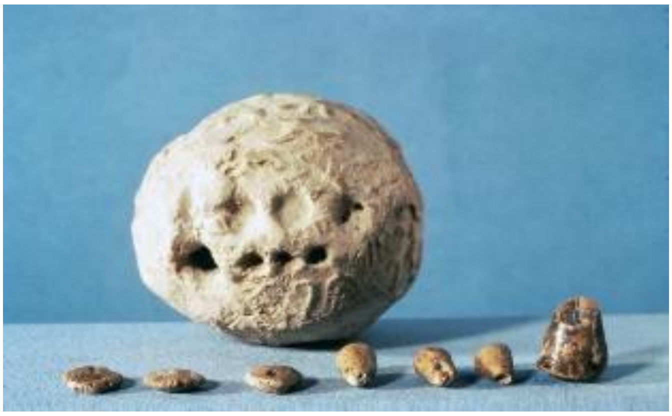
Figura 6: Tábua Plimpton 322

Fonte: https://veja.abril.com.br/ciencia/misterio-de-tabua-da-babilonia-e-desvendado-por-cientistas/

A escrita cuneiforme passou por um processo de evolução assim como o uso da base sessenta pelo povo sumério. Inicialmente, quando os pastores precisavam levar os animais de um lugar para outro eles utilizavam tokens que eram inseridos em um invólucro de argila para que fosse possível contabilizá-los ao retornar. Sendo que esse tipo de registro trazia consigo uma certa dificuldade com relação ao controle econômico, visto que, os proprietários não poderiam abrir os invólucros até que os pastores retornassem.

Com isso, eles passam a fazer marcações fora dos invólucros para que assim fosse possível ter esse controle do que estava inserido em cada um, conforme mostra a figura 7. Com o tempo, eles perceberam que não precisavam mais dos invólucros, bastava utilizar uma espécie de tablete de argila plano no qual eles podiam realizar todos os seus registros, desde aos animais, aos grãos, entre outros, e assim surge a escrita.

Figura 7: Invólucro de argila e os diferentes tokens utilizados



Fonte: https://www.researchgate.net/figure/Figura-2-Involucro-de-argila-e-diferentes-tipos-de-tokens_fig1_351661897

Apesar do sistema sexagesimal não ter sido difundido mundialmente ainda existem resquícios dessa base até os dias atuais, como no caso do tempo e dos ângulos que são marcados como múltiplos de 60.

3 PROPOSTAS PARA A SALA DE AULA DE MATEMÁTICA

Neste capítulo, exploramos algumas propostas sobre conceitos relacionados a bases numéricas e suas aplicações para a sala de aula de Matemática, para que possam contribuir no estudo deste tema entre professores, estudantes e pesquisadores interessados.

3.1 Atividade 1

Na medida em que o homem primitivo se desenvolvia, aprendendo a dominar o meio ambiente em seu favor, com isso foi possível escolher regiões favoráveis para o plantio de alguns grãos, criação de animais, coleta de frutas, construção de abrigos, armazenamento de recursos e proteção, permitindo que a vida em pequenos grupos familiares pudesse ser ampliada em torno de uma mesma língua, liderança física, cultural ou religiosa, o que levou a ampliar o conceito de forma, medição, relação, comparação e contagem.

Ao refletir sobre a natureza da matemática e suas origens, D'Ambrosio (2011, p. 22) afirma que:

> O que chamamos Matemática é uma resposta à busca de sobrevivência e de transcendência, acumulada e transmitida ao longo de gerações, desde a pré-história. O mesmo se dá com as religiões, com as técnicas, com as artes e com as ciências, em geral. Em suma, todos os fazeres e saberes são respostas do homem a informações recebidas da realidade, que é complexo de tudo que é material, ampliado por experiências vívidas e acumuladas, são as estratégias desenvolvidas pela espécie para aos pulsões de sobrevivência e transcendência.

Os elementos básicos do que conhecemos como raciocínio matemático, que no caso da contagem está associado à necessidade de se trabalhar com base numérica qualquer, que fosse comum a todo um grupo cultural, permitiu associações de adição e subtração entre quantidade de um todo qualquer.

Durante o estudo dos diferentes sistemas de numeração, observamos que em todas as regiões do planeta, diferentes grupos socioculturais a medida que iam se desenvolvendo socioeconomicamente produziram bases numéricas distintas e de acordo com suas necessidades ou de partes do seu corpo (biunívoca, cinco, dez, vinte e sexagesimal).

Após as evoluções, convencionou-se e utilizamos atualmente a base decimal e a partir dela podemos decompor os números de acordo com o seu valor posicional, e, a partir da decomposição podemos identificar o número em diferentes bases numéricas (binária, quinaria, entre outras). Observe o exemplo a seguir:

1. A representação do número 4 352 tem um significado associado ao valor posicional da base 10. Elaborando uma representação/esquema podemos compreender a função de cada um de seus algarismos:

$$\begin{aligned} 4352_{10} &= 4 \cdot 10^3 + 3 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10^1 + 2 \cdot 10^0 \\ &= 4 \cdot 1000 + 3 \cdot 100 + 5 \cdot 10 + 2 \cdot 1 \\ &= 4000 + 300 + 50 + 2 \end{aligned}$$

Podemos observar que o valor posicional de cada algarismo desse número indica que temos 4 milhares, 3 centenas, 5 dezenas e 2 unidades.

De acordo com Vieira, (2015, p. 82)

> De modo geral, um número natural $a = r_n r_{n-1} \cdots r_1 r_0$ no sistema decimal é escrito de forma única como uma soma finita, na qual cada parcela é um múltiplo de uma potência de 10. Mais precisamente, $a = r_n 10^n + r_{n-1} 10^{n-1} + \cdots + r_1 10 + r_0$, em que os $r_i's$ (os dígitos ou algarismos de a) são números inteiros, com $0 \leq r_i \leq 9$ para $i = 1, \cdots, n$.

2. Observe o número 123_{10} e como podemos converter esse número para a base binária. Pensando como podemos realizar essa conversão utilizando a decomposição, sendo que, ao invés de utilizarmos a base 10 passamos a utilizar a base 2. Inicialmente podemos utilizar uma tabela na qual dispomos os números como potência de 2 e em seguida, verificamos quais podemos utilizar para compor o número 123_{10}. Veja a tabela.

2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7
1	2	4	8	16	32	64	128

Analisando os valores que obtemos a partir das potências de 2 observamos que o número 123_{10} pode ser escrito como $64 + 32 + 16 + 8 + 2 + 1$, ou seja, escrevendo como uma potência de 2, temos:

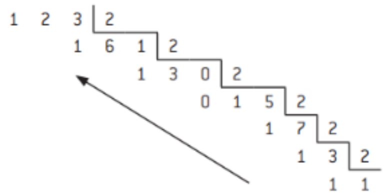
$$123_{10} = 1 \cdot 64 + 1 \cdot 32 + 1 \cdot 16 + 1 \cdot 8 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1$$

$$123_{10} = 1 \cdot 2^6 + 1 \cdot 2^5 + 1 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0$$

Com isso, concluímos que o número $123_{10} = 1111011_2$. De maneira análoga podemos realizar as mesmas conversões para diferentes bases numéricas.

Uma outra maneira de realizarmos essas conversões seria realizando sucessivas divisões por 2 (base do sistema binário) até que o quociente seja menor que o número 2. O resultado da conversão será dado pelo último quociente e o agrupamento dos restos. Veja a Figura 8.

Figura 8: Conversão da base decimal para a binária



Fonte: Autoria própria

Logo, o número $123_{10} = 1111011_2$.

De maneira análoga, podemos realizar a conversão da base decimal para outras bases numéricas realizando sucessivas divisões e agrupando os respectivos restos como realizado anteriormente com o número 123. Essas sucessivas divisões realmente funcionam? Para comprovarmos que o procedimento é válido, vamos utilizar a demonstração do teorema 2.3 do livro, Um curso Básico em Teoria dos Números, de Vieira (2015, p. 82).

Teorema 2.3 Seja b um número inteiro, com $b > 1$. Então, todo inteiro positivo a pode ser escrito de modo único na forma $a = r_n b^n + r_{n-1} b^{n-1} + \cdots + r_1 b + r_0$, em que $n \geq 0$, $r_n \neq 0$, e para cada i, com $0 \leq i \leq n$, temos que $0 \leq r_i < b$ e $n = [\log_b a]$.

Demonstração: A prova consiste em mostrar a existência e unicidade dos números $r_i's, i = 0, 1, \ldots, n$. Isso será feito usando divisões sucessivas.

(Existência) Dividindo a por b, obtemos pelo Algoritmo da Divisão que

$$a = b_{q0} + r_0, 0 \leq r_0 < b.$$

Dividindo q_0 por b,

$$q_0 = bq_1 + r_1, 0 \leq r_1 < b.$$

Se $q_1 \geq b$, então dividindo q_1 por b,

$$q_1 = bq_2 + r_2, 0 \leq r_2 < b.$$

Repetindo esse processo e levando em consideração que cada quociente q_i é não negativo e $q_{i+1} < q_i$ para $i \geq 1$, devemos obter necessariamente um quociente igual a zero, digamos $q_n = 0$. Desse modo,

$$q_{n-2} = bq_{n-1} + r_{n-1},$$

com $0 \leq r_{n-1} < b$ e $q_{n-1} = bq_n + r_n = r_n$.

Agora, substituindo os valores dos quocientes $q_i's$ de forma sucessiva, começando com q_0, obtemos que

$$
\begin{aligned}
a = bq_0 + r_0 &= b(bq_1 + r_1) + r_0 \\
&= b^2q_1 + br_1 + r_0 \\
&= b^2(bq_2 + r_2) + br_1 + r_0 \\
&= b^3q_2 + b^2r_2 + br_1 + r_0 \\
&\vdots \\
&= b^{n-1}(bq_{n-1} + r_{n-1}) + b^{n-2}r_{n-2} + \cdots + b^2r_2 + br_1 + r_0 \\
&= b^nq_{n-1} + b^{n-1}r_{n-1} + b^{n-2}r_{n-2} + \cdots + b^2r_2 + br_1 + r_0.
\end{aligned}
$$

Mas, como $q_{n-1} = r_n$, temos

$$a = r_nb^n + r_{n-1}b^{n-1} + \cdots + r_1b + r_0.$$

Isso prova a existência da expressão de a sob as hipóteses estabelecidas.

(Unicidade) Mostremos inicialmente que, nas condições anteriores, $b^n \leq a < b^{n+1}$. Com efeito, como $1 \leq r_n$, então $b^n \leq r_nb^n \leq a$. Por outro lado, como $r_i < b$, segue que $r_i - 1 \leq b$ (cf. Corolário 1.2). Logo,

$$
\begin{aligned}
a &= r_nb^n + r_{n-1}b^{n-1} + \cdots + r_1b + r_0 \\
&\leq (b-1)b^n + (b-1)b^{n-1} + \cdots + (b-1)b + (b-1) \\
&= b^{n+1} - 1 \\
&< b^{n+1}.
\end{aligned}
$$

Logo, $b^n \leq a < b^{n+1}$. Agora, suponhamos que

$$a = s_mb^m + s_{m-1}b^{m-1} + \cdots + s_1b + s_0,$$

Em que $0 \leq s_i < b$ para $i = 0, 1, \cdots, m$. Nestas condições, $n = m$. De fato, se $m < n$, então $m + 1 \leq n$, de modo que, $b^{m+1} \leq b^n \leq a$, o que não é possível, pois $a < b^{m+1}$. Da mesma forma, não se pode ter $n < m$. Portanto, $m = n$. Desse modo,

$$r_nb^n + r_{n-1}b^{n-1} + \cdots + r_1b + r_0 = s_nb^n + s_{n-1}b^{n-1} + \cdots + s_1b + s_0.$$

Assim,

$$b(r_nb^{n-1} + \cdots + r_2b + r_1) + r_0 = b(s_nb^{n-1} + \cdots + s_2b + s_1) + s_0.$$

Como $0 \leq r_i < b$ e $0 \leq s_i < b$, então da unicidade assegurada pelo Algoritmo da Divisão para o quociente e o resto, concluímos que $r_0 = s_0$. Logo,

$$r_nb^{n-1} + r_{n-1}b^{n-2} + \cdots + r_2b + r_1 = s_nb^{n-1} + s_{n-1}b^{n-2} + \cdots + s_2b + s_1.$$

Da mesma forma,

$$b(r_nb^{n-2} + r_{n-1}b^{n-3} + \cdots + r_2) + r_1 = b(s_nb^{n-2} + s_{n-1}b^{n-3} + \cdots + s_2) + s_1,$$

e pelo mesmo motivo, $r_1 = s_1$.

$$r_n b^{n-2} + r_{n-1} b^{n-3} + \cdots + r_2 = s_n b^{n-2} + s_{n-1} b^{n-3} + \cdots + s_2.$$

Continuando este processo, obtemos que $r_i = s_i$, para $i = 1, \cdots, n$.

Nos resta provar que $n = [\log_b a]$. Como a função $f(x) = \log_b x$ é crescente, então

$$n = \log_b b^n \leq \log_b a < \log_b b^{n+1} = n + 1.$$

Desse modo, por (2.3), segue que $n = [\log_b a]$. ∎

Diante de toda a explanação realizada até o momento podemos explicar por que nem sempre $2 + 2 = 4$. Parece estranho pensarmos que $2 + 2$ pode não resultar em 4, mas, levando em consideração o que foi abordado até o momento podemos concluir que dependendo da base numérica a qual está sendo trabalhada podemos obter um resultado diferente de 4. Se estivermos usando o sistema binário, por exemplo, só teremos disponíveis os algarismos $(0, 1)$, logo, não podemos obter o número 4 como resultado da adição.

Agora que já conhecemos e aprendemos como realizar as conversões das diferentes bases numéricas, vamos praticar e realizar algumas atividades?

Atividade 1: Observe o número de identificação do corredor abaixo, formado por três algarismos:

O número estampado está escrito na base decimal. Caso os organizadores da competição optem por usar a base binária, como o número apareceria estampado na camisa.

a) 1101100
b) 1101000
c) 1101001
d) 1101110

Atividade 2: O número de identificação do armário de um aluno, está escrito na base 2, ou seja no Sistema Binário.

Para abrir o armário o aluno insere os seguintes algarismos:

111001

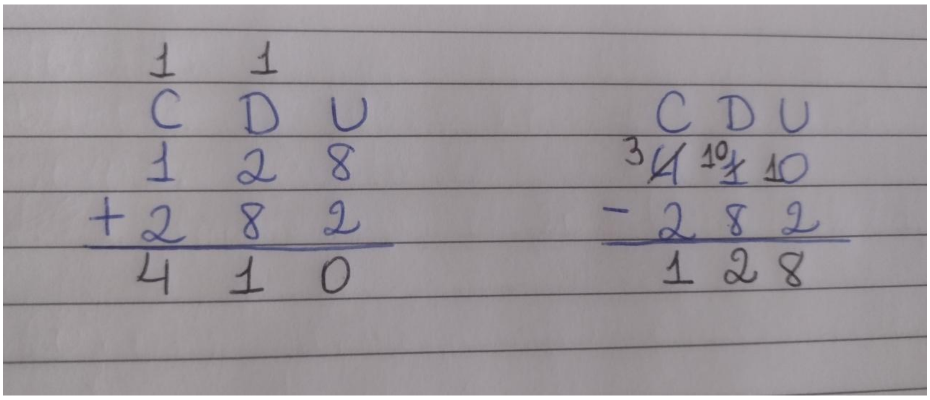
Determine o número que representa essa identificação no Sistema Decimal.

a) 57
b) 48
c) 52
d) 63

3.2 Atividade 2

Nessa atividade expomos alguns livros didáticos de Matemática do sexto ano do Ensino Fundamental, e a partir das nossas observações, verificamos o quanto é superficial a abordagem em torno dos sistemas de numeração. Exploramos muitas atividades operatórias sobre o valor posicional e suas conversões nas operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, com pouca compreensão e, portanto, discussões sobre o que de fato está sendo feito em situações do famoso “vai um” ou “posso pegar emprestado”. Conforme destacamos na figura 9.

Figura 9: Operações matemáticas



Fonte: Autoria própria

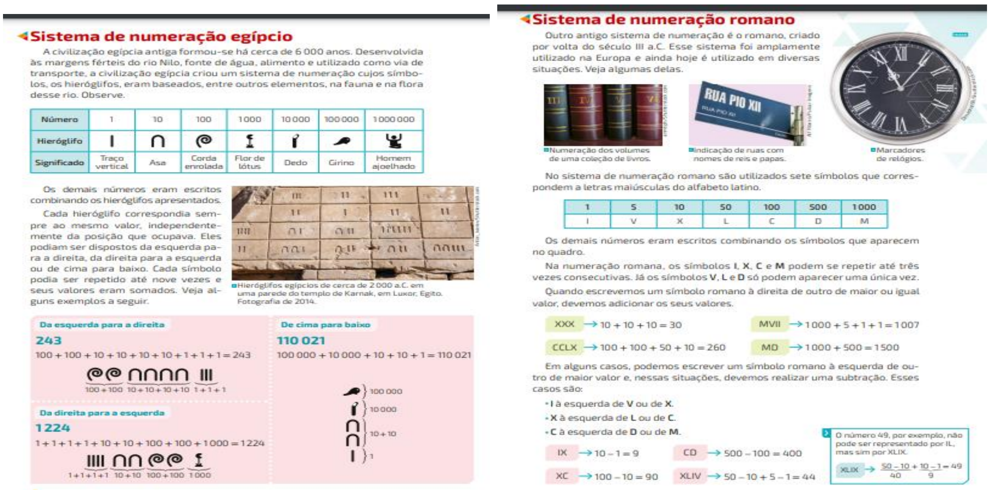
Durante a resolução de exercícios como o exposto na figura 9, devemos enfatizar aos nossos alunos o que de fato ocorre nesse processo. Mostrar aos mesmos que o “vai um” ocorre quando ao somarmos os algarismos em uma ordem, o resultado seja maior que 9, com isso acrescentamos esta quantidade à ordem seguinte.

No caso da subtração, é importante ressaltar que quando o minuendo é menor que o subtraendo, não é possível realizar a subtração com os números naturais. Quando isso ocorre precisamos “pegar emprestado”, ou seja, retiramos da ordem maior, vizinha à esquerda, o valor que será acrescido à ordem que estamos subtraindo. No exemplo da figura 9, na ordem das unidades, o 0 é menor que o 2, sendo preciso pegar emprestado.

Com isso, para continuar a conta, retira-se uma dezena do 1 e soma-se ao 0, ficando assim 10 unidades. O 1 passa a valer 0 e o 2 passa a valer 12, pois, adicionamos 10 ao 2. Assim, podemos prosseguir a conta.

Optamos pela observação de três coleções de livros didáticos desta disciplina, Pataro (2018); Sampaio (2018) e Dante (2018), conforme destacamos nas figuras 10, 11 e 12 respectivamente. Percebemos que estes livros abordam os sistemas egípcio e romano de numeração de forma superficial quanto ao registro dos símbolos (caractere) para representar quantidades específicas no caso egípcio (unidade, dezena, centena, milhar e assim por diante), já no caso do sistema romano identificamos uma preocupação com o valor posicional para indicar certas quantidades, além de sua representação para certas quantidades intermediária com o cinco, cinquenta e quinhentos.

Figura 10: Sistema de numeração egípcio e sistema de numeração romano I



Sistema de numeração egípcio

A civilização egípcia antiga formou-se há cerca de 6 000 anos. Desenvolvida às margens férteis do rio Nilo, fonte de água, alimento e utilizado como via de transporte, a civilização egípcia criou um sistema de numeração cujos símbolos, os hieróglifos, eram baseados, entre outros elementos, na fauna e na flora desse rio. Observe.

Número	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000
Hieróglifo							
Significado	Traço vertical	Asa	Corda enrolada	Flor de lótus	Dedo	Girino	Homem ajoelhado

Os demais números eram escritos combinando os hieróglifos apresentados.

Cada hieróglifo correspondia sempre ao mesmo valor, independentemente da posição que ocupava. Eles podiam ser dispostos da esquerda para a direita, da direita para a esquerda ou de cima para baixo. Cada símbolo podia ser repetido até nove vezes e seus valores eram somados. Veja alguns exemplos a seguir.

Hieróglifos egípcios de cerca de 2 000 a.C. em uma parede do templo de Karnak, em Luxor, Egito. Fotografia de 2014.

Da esquerda para a direita

243

100 + 100 + 10 + 10 + 10 + 10 + 1 + 1 + 1 = 243

100 + 100 10 + 10 + 10 + 10 1 + 1 + 1

Da direita para a esquerda

1 224

1 + 1 + 1 + 1 + 10 + 10 + 100 + 100 + 1 000 = 1 224

1 + 1 + 1 + 1 10 + 10 100 + 100 1 000

De cima para baixo

110 021

100 000 + 10 000 + 10 + 10 + 1 = 110 021

100 000

10 000

10 + 10

1

Sistema de numeração romano

Outro antigo sistema de numeração é o romano, criado por volta do século III a.C. Esse sistema foi amplamente utilizado na Europa e ainda hoje é utilizado em diversas situações. Veja algumas delas.

Numeração dos volumes de uma coleção de livros.

Indicação de ruas com nomes de reis e papas.

Marcadores de relógios.

No sistema de numeração romano são utilizados sete símbolos que correspondem a letras maiúsculas do alfabeto latino.

1	5	10	50	100	500	1 000
I	V	X	L	C	D	M

Os demais números eram escritos combinando os símbolos que aparecem no quadro.

Na numeração romana, os símbolos **I**, **X**, **C** e **M** podem se repetir até três vezes consecutivas. Já os símbolos **V**, **L** e **D** só podem aparecer uma única vez.

Quando escrevemos um símbolo romano à direita de outro de maior ou igual valor, devemos adicionar os seus valores.

XXX → 10 + 10 + 10 = 30

MVII → 1 000 + 5 + 1 + 1 = 1 007

CCLX → 100 + 100 + 50 + 10 = 260

MD → 1 000 + 500 = 1 500

Em alguns casos, podemos escrever um símbolo romano à esquerda de outro de maior valor e, nessas situações, devemos realizar uma subtração. Esses casos são:

- **I** à esquerda de **V** ou de **X**.
- **X** à esquerda de **L** ou de **C**.
- **C** à esquerda de **D** ou de **M**.

IX → 10 − 1 = 9

CD → 500 − 100 = 400

XC → 100 − 10 = 90

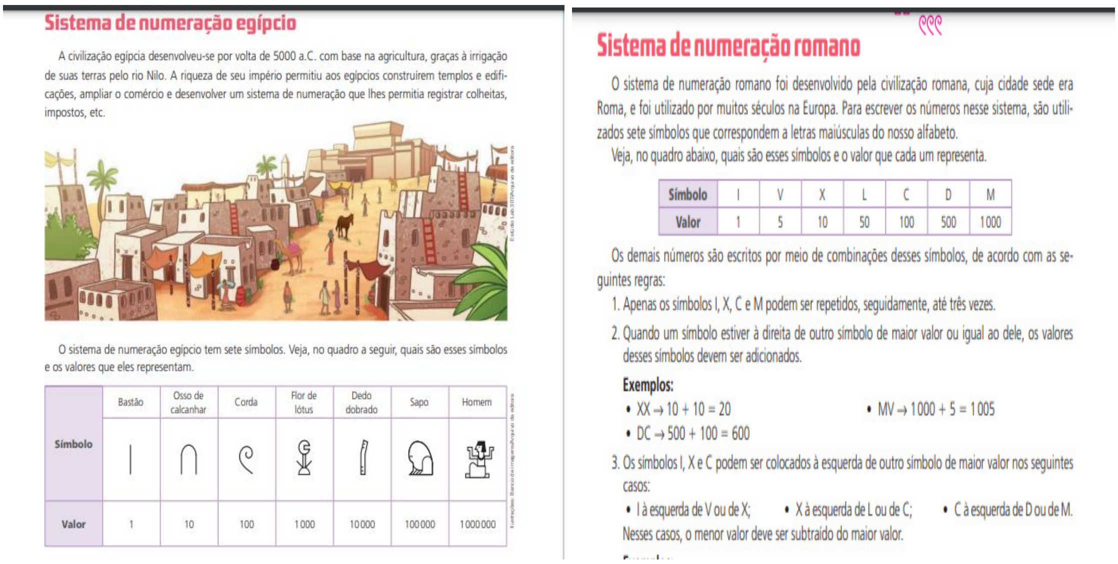
XLIV → 50 − 10 + 5 − 1 = 44

O número 49, por exemplo, não pode ser representado por IL, mas sim por XLIX.

XLIX → $\underbrace{50-10}_{40}+\underbrace{10-1}_{9}=49$

Fonte: Matemática Essencial (2018, p. 28 – 34.)

Figura 11: Sistema de numeração egípcio e sistema de numeração romano II



Sistema de numeração egípcio

A civilização egípcia desenvolveu-se por volta de 5000 a.C. com base na agricultura, graças à irrigação de suas terras pelo rio Nilo. A riqueza de seu império permitiu aos egípcios construírem templos e edificações, ampliar o comércio e desenvolver um sistema de numeração que lhes permitia registrar colheitas, impostos, etc.

O sistema de numeração egípcio tem sete símbolos. Veja, no quadro a seguir, quais são esses símbolos e os valores que eles representam.

	Bastão	Osso de calcanhar	Corda	Flor de lótus	Dedo dobrado	Sapo	Homem
Símbolo							
Valor	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000

Sistema de numeração romano

O sistema de numeração romano foi desenvolvido pela civilização romana, cuja cidade sede era Roma, e foi utilizado por muitos séculos na Europa. Para escrever os números nesse sistema, são utilizados sete símbolos que correspondem a letras maiúsculas do nosso alfabeto.

Veja, no quadro abaixo, quais são esses símbolos e o valor que cada um representa.

Símbolo	I	V	X	L	C	D	M
Valor	1	5	10	50	100	500	1000

Os demais números são escritos por meio de combinações desses símbolos, de acordo com as seguintes regras:

1. Apenas os símbolos I, X, C e M podem ser repetidos, seguidamente, até três vezes.
2. Quando um símbolo estiver à direita de outro símbolo de maior valor ou igual ao dele, os valores desses símbolos devem ser adicionados.

Exemplos:

- XX → 10 + 10 = 20
- MV → 1000 + 5 = 1005
- DC → 500 + 100 = 600

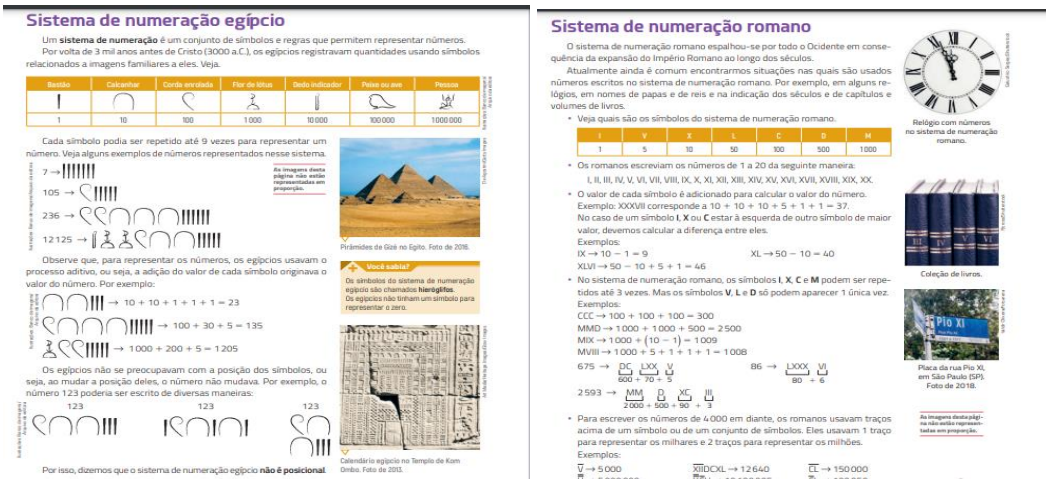
3. Os símbolos I, X e C podem ser colocados à esquerda de outro símbolo de maior valor nos seguintes casos:

- I à esquerda de V ou de X;
- X à esquerda de L ou de C;
- C à esquerda de D ou de M.

Nesses casos, o menor valor deve ser subtraído do maior valor.

Fonte: Trilhas da Matemática (2018, p. 8 – 12)

Figura 12: Sistema de numeração egípcio e sistema de numeração romano III



Sistema de numeração egípcio

Um **sistema de numeração** é um conjunto de símbolos e regras que permitem representar números.

Por volta de 3 mil anos antes de Cristo (3000 a.C.), os egípcios registravam quantidades usando símbolos relacionados a imagens familiares a eles. Veja.

Bastão	Calcanhar	Corda enrolada	Flor de lótus	Dedo indicador	Peixe ou ave	Pessoa
1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000

Cada símbolo podia ser repetido até 9 vezes para representar um número. Veja alguns exemplos de números representados nesse sistema.

7 →

105 →

236 →

12 125 →

As imagens desta página não estão representadas em proporção.

Pirâmides de Gizé no Egito. Foto de 2016.

Observe que, para representar os números, os egípcios usavam o processo aditivo, ou seja, a adição do valor de cada símbolo originava o valor do número. Por exemplo:

→ 10 + 10 + 1 + 1 + 1 = 23

→ 100 + 30 + 5 = 135

→ 1000 + 200 + 5 = 1205

Você sabia?

Os símbolos do sistema de numeração egípcio são chamados **hieróglifos**.
Os egípcios não tinham um símbolo para representar o zero.

Os egípcios não se preocupavam com a posição dos símbolos, ou seja, ao mudar a posição deles, o número não mudava. Por exemplo, o número 123 poderia ser escrito de diversas maneiras:

123 123 123

Calendário egípcio no Templo de Kom Ombo. Foto de 2013.

Por isso, dizemos que o sistema de numeração egípcio **não é posicional**.

Sistema de numeração romano

O sistema de numeração romano espalhou-se por todo o Ocidente em consequência da expansão do Império Romano ao longo dos séculos.

Atualmente ainda é comum encontrarmos situações nas quais são usados números escritos no sistema de numeração romano. Por exemplo, em alguns relógios, em nomes de papas e de reis e na indicação dos séculos e de capítulos e volumes de livros.

Relógio com números no sistema de numeração romano.

- Veja quais são os símbolos do sistema de numeração romano.

I	V	X	L	C	D	M
1	5	10	50	100	500	1000

- Os romanos escreviam os números de 1 a 20 da seguinte maneira:
  I, II, III, IV, V, VI, VII, VIII, IX, X, XI, XII, XIII, XIV, XV, XVI, XVII, XVIII, XIX, XX.
- O valor de cada símbolo é adicionado para calcular o valor do número.
  Exemplo: XXXVII corresponde a 10 + 10 + 10 + 5 + 1 + 1 = 37.
  No caso de um símbolo **I**, **X** ou **C** estar à esquerda de outro símbolo de maior valor, devemos calcular a diferença entre eles.
  Exemplos:
  IX → 10 − 1 = 9 XL → 50 − 10 = 40
  XLVI → 50 − 10 + 5 + 1 = 46
- No sistema de numeração romano, os símbolos **I**, **X**, **C** e **M** podem ser repetidos até 3 vezes. Mas os símbolos **V**, **L** e **D** só podem aparecer 1 única vez.
  Exemplos:
  CCC → 100 + 100 + 100 = 300
  MMD → 1000 + 1000 + 500 = 2500
  MIX → 1000 + (10 − 1) = 1009
  MVIII → 1000 + 5 + 1 + 1 + 1 = 1008
  675 → $\underbrace{DC}_{600} + \underbrace{LXX}_{70} + \underbrace{V}_{5}$ 86 → $\underbrace{LXXX}_{80} + \underbrace{VI}_{6}$
  2593 → $\underbrace{MM}_{2000} + \underbrace{D}_{500} + \underbrace{XC}_{90} + \underbrace{III}_{3}$

Coleção de livros.

Placa da rua Pio XI, em São Paulo (SP). Foto de 2018.

As imagens desta página não estão representadas em proporção.

- Para escrever os números de 4 000 em diante, os romanos usavam traços acima de um símbolo ou de um conjunto de símbolos. Eles usavam 1 traço para representar os milhares e 2 traços para representar os milhões.
  Exemplos:
  $\overline{V}$ → 5 000 $\overline{XII}$DCXL → 12 640 $\overline{CL}$ → 150 000

Fonte: Teláris Matemática (2018, p. 12 – 15)

3.3 Atividade 3

Quando uma pessoa se inscreve no Cadastro de Pessoas Físicas da Receita Federal do Brasil recebe um número de inscrição composto por onze dígitos decimais inscritos com a seguinte configuração: Observe a figura 13.

Figura 13: Imagem de um CPF

$$d_1d_2d_3d_4d_5d_6d_7d_8d_9 - d_{10}d_{11}$$

- Os primeiros oito dígitos formam o número – base definido pela Receita Federal no momento da inscrição.
- O nono dígito, d_9, define a Região Fiscal responsável pela inscrição.

Algarismo	Unidade Federativa
1	DF, GO, MS, MT e TO
2	AC, AM, AP, PA, RO e RR
3	CE, MA e PI

4	AL, PB, PE e RN
5	BA e SE
6	MG
7	ES e RJ
8	SP
9	PR e SC
0	RS

Observação: Podem existir casos específicos em que esse nono dígito não esteja de acordo com os determinados acima.

- O penúltimo, d_{10}, é o dígito verificador dos nove primeiros.
- O último, d_{11}, é o dígito verificador dos nove anteriores a ele.

Matematicamente o que nos interessa são os Dígitos Verificadores, que são os dígitos incorporados a números para possibilitar a detecção de erros de digitação. Para calcular os dois dígitos verificadores do CPF, o cálculo é obtido a partir da esquerda, da seguinte maneira:

Os nove primeiros algarismos são ordenadamente multiplicados pela sequência $10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2$ (o primeiro por 10, o segundo por 9, e assim sucessivamente). Em seguida, calcula-se o resto r da divisão da soma dos resultados das multiplicações por 11:	Se esse resto for 0 ou 1, o primeiro dígito verificador é zero, caso contrário, $d_{10} = 11 - r$.
O segundo dígito verificador (d_{11}) é calculado pela mesma regra, na qual os números a serem multiplicados pela sequência $10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2$ são contados a partir do segundo algarismo, sendo d_{10} o último algarismo. Se s é o resto da divisão por 11 das somas das multiplicações, então:	d_{11} é zero, se s for 0 ou 1, caso contrário $d_{11} = 11 - s$.

Quadro adaptado Clubes de Matemática da OBMEP

Vamos exemplificar para que possamos entender a regra. Veja a seguir, o cálculo dos Dígitos Verificadores para o CPF número $281.123.386 - XY$.

Cálculo para o primeiro Dígito Verificador:

2	8	1	1	2	3	3	8	6
$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$

10	9	8	7	6	5	4	3	2
$20 + 72 + 8 + 7 + 12 + 15 + 12 + 24 + 12 = 18$								

Como

$$182 \div 11 = 16, \text{ com resto } 6$$

Logo, o primeiro dígito verificador é $X = 11 - 6 = 5$.

Cálculo para o segundo Dígito Verificador:

8	1	1	2	3	3	8	6	5
$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$	$\times$
10	9	8	7	6	5	4	3	2
$80 + 9 + 8 + 14 + 18 + 15 + 32 + 18 + 10 = 204$								

Como,

$$204 \div 11 = 18, \text{ com resto } 6$$

Logo, o segundo dígito verificador é $Y = 11 - 6 = 5$.

Com isso, o CPF completo é: $281.123.386 - 55$.

Agora que já sabemos como calcular os Dígitos Verificadores do CPF, vamos realizar algumas atividades?

Atividade 1: Determine os Dígitos Verificadores do CPF $792.331.578 - XY$.

Atividade 2: Supondo que uma pessoa perdeu os seus documentos incluindo o CPF e ao prestar o B.O. na delegacia não consiga lembrar os Dígitos Verificadores do mesmo. Sabendo que os nove primeiros algarismos são $083.572.903$ quais seriam os Dígitos Verificadores respectivamente?

3.4 Descrição e Análise de um Minicurso Realizado

No presente trabalho optamos por um minicurso intitulado “Se as colunas sustentam um edifício, as bases numéricas sustentam a Matemática” onde exploramos além da parte histórica das diferentes bases numéricas, atividades que abordaram conversões das bases para a base decimal. Ao final do minicurso foi proposto um questionário onde os alunos realizaram um auto avaliação do que foi abordado no minicurso.

A aplicação ocorreu em 17/11/2022, na turma de Prática de Ensino de Matemática II (5º período), do Curso de Licenciatura em Matemática do IFPB – Campus Campina Grande.

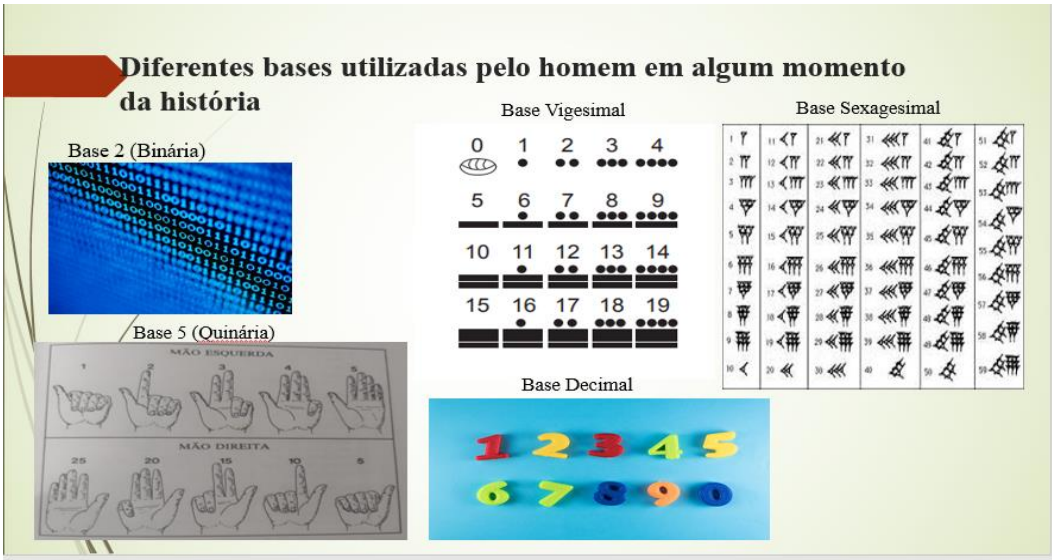
Inicialmente o professor me apresentou a turma e falou que as aulas daquele dia seriam destinadas a apresentação do minicurso e que este fazia parte do meu trabalho de conclusão do Curso de Especialização em Ensino de Matemática.

Iniciei a apresentação realizando uma pequena discussão voltada para o título do minicurso enfatizando desde o início a importância dos números no ensino da Matemática. Em seguida, apresentei o objetivo do mesmo ao qual visava explorar o conceito de bases numéricas na sala de aula de Matemática, buscando compreender os aspectos sociohistórico do desenvolvimento de diferentes bases numéricas.

Para dar início a apresentação questionei os alunos quanto às bases numéricas que eles conheciam e se conseguiam diferenciar algarismos de números. Como imaginado, eles conheciam a base binária e a decimal, e conseguiram diferenciar algarismos de números.

Após essas indagações apresentei algumas das diferentes bases numéricas que foram utilizadas pelo homem em algum momento da história, buscando fazer uma “ponte” através dos resquícios de cada base na atualidade. Observe a figura 14.

Figura 14: Algumas bases numéricas utilizadas pelo homem



Fonte: Autoria própria

Após as explanações sobre as diferentes bases numéricas que foram utilizadas pelo homem em algum momento da história, mostrei aos alunos como os povos “contavam” sem que houvesse até então algum símbolo para auxiliar nessa contagem. Observe a Figura 15:

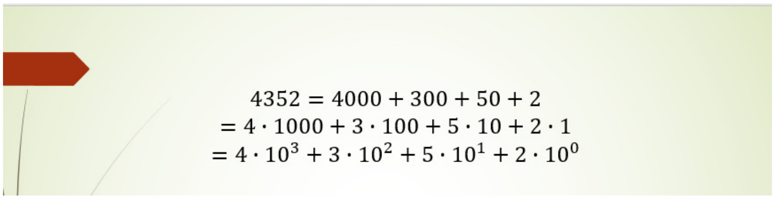
Figura 15: Evolução na forma de "contar"

Fonte: Autoria própria

Por fim, foi apresentado como os números estão presentes no nosso dia a dia. Desde a numeração da nossa casa, no teclado dos nossos celulares, nas placas de trânsito, entre tantos outros exemplos. Após todas essas explicações, iniciei de fato a explicação sobre as bases numéricas e como poderíamos realizar as conversões dessas bases para a nossa base 10.

Para que pudéssemos trabalhar essas conversões, primeiramente fiz uma revisão com eles enfatizando a decomposição dos números, inicialmente na base 10, utilizando um ábaco para evidenciar o valor posicional de cada algarismo de acordo com o número trabalhado. Observe a figura 16:

Figura 16: Decomposição do número



Fonte: Autoria própria

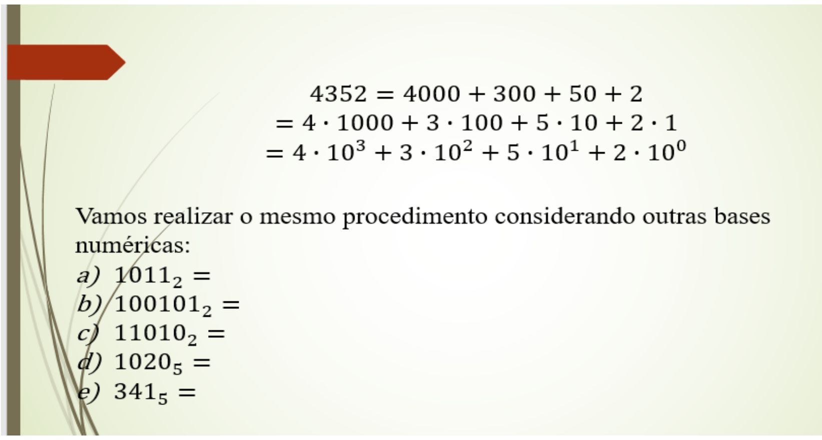
Após as explicações referentes as decomposições na base decimal solicitei aos alunos que realizassem algumas decomposições utilizando o ábaco para auxiliar no processo. Veja a figura 17:

Figura 17: Alunos utilizando o ábaco

Fonte: Autoria própria

Logo após realizarmos algumas decomposições utilizando a base dez, iniciamos as conversões para outras bases. Observe a figura 18:

Figura 18: Conversões da base binária e quinária para a base decimal



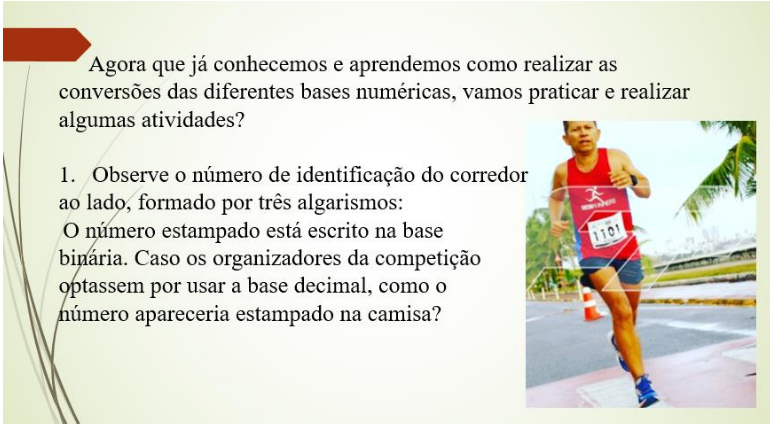
Fonte: Autoria própria

De maneira análoga, quando realizamos as conversões de um número que se encontra em uma base diferente da base 10 utilizamos as potências correspondentes àquela base para realizar a decomposição. Observe a decomposição do número 1020_5 para a base decimal:

$$
\begin{aligned}
1020_5 &= 1 \cdot 5^3 + 0 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5^1 + 0 \cdot 5^0 \\
&= 1 \cdot 125 + 0 \cdot 25 + 2 \cdot 5 + 0 \cdot 1 \\
&= 125 + 0 + 10 + 0 = 135_{10}
\end{aligned}
$$

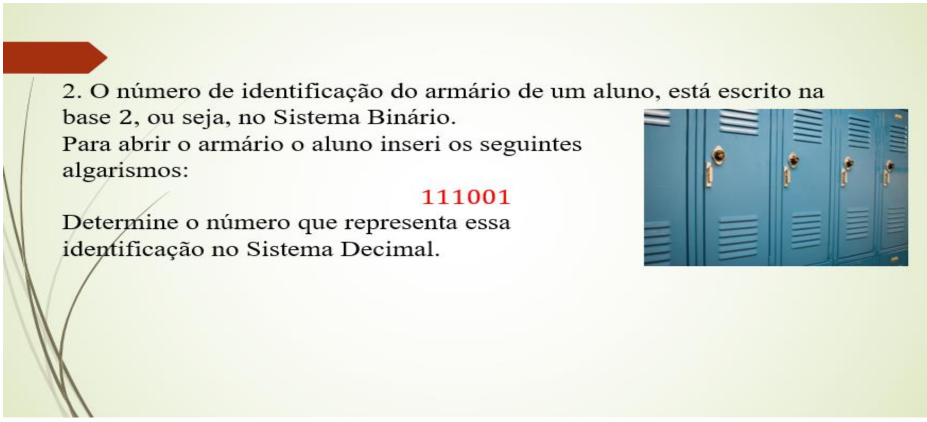
Após explorarmos essas conversões utilizando as decomposições, apresentamos algumas situações problemas para que os alunos resolvessem. Segue as figuras 19, 20 e 21.

Figura 19: Situação problema I



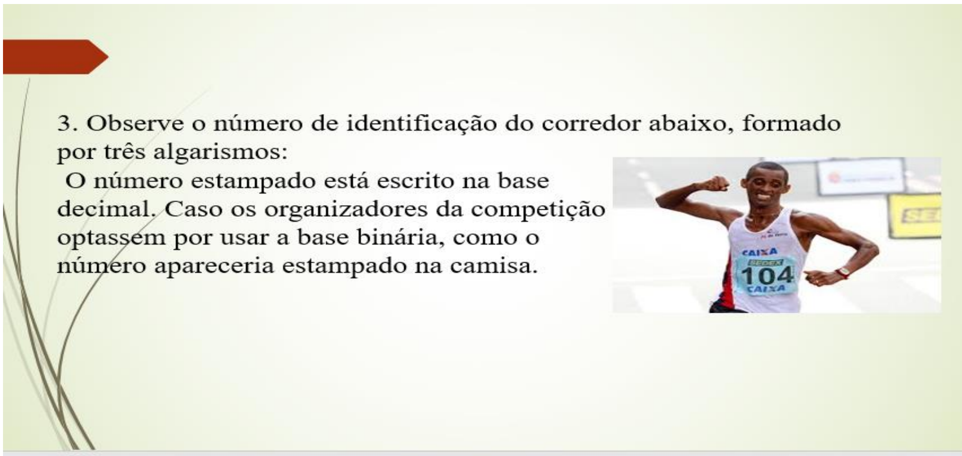
Fonte: Autoria própria

Figura 20: Situação problema II



Fonte: Autoria própria

Figura 21: Situação problema III



Fonte: Autoria própria

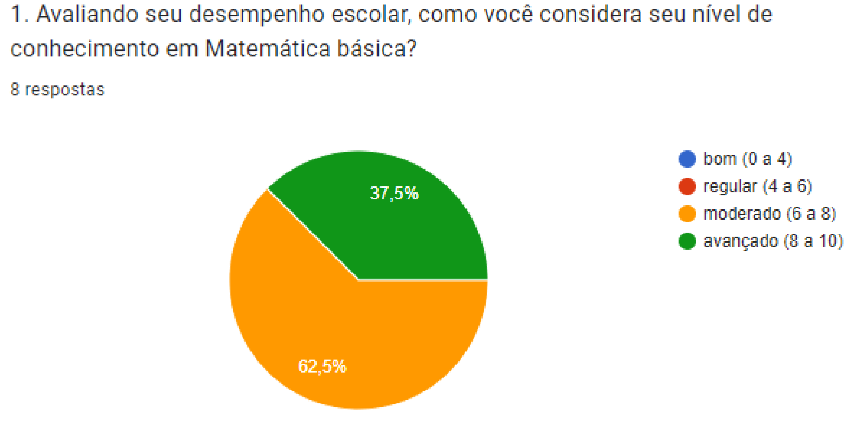
Finalizando as resoluções dos problemas propostos no qual os alunos resolveram utilizando as decomposições realizei uma conversão da base decimal para a base binária utilizando o procedimento de sucessivas divisões no qual após realizarmos as divisões utilizamos os restos para obter o resultado correspondente, conforme já foi mostrado anteriormente na figura 8.

Durante as resoluções observei que os alunos conseguiam compreender o que estava sendo proposto e realizavam as conversões com certa facilidade.

Por fim, para finalizarmos essas atividades sobre as bases numéricas, elaboramos um questionário no qual os alunos participantes tiveram que responder a algumas perguntas relacionadas aos problemas propostos e seu desempenho. Neste sentido, o objetivo deste questionário foi obtermos uma análise referente a intervenção com base nas respostas dos participantes. A ferramenta consistia em seis questões relacionadas ao desempenho do minicurso que foi aplicado nessa turma e ao seu nível de conhecimento em Matemática básica, 8 alunos responderam ao questionário.

Apresentando o gráfico 1 abaixo relacionando à primeira pergunta temos que 62,5% dos alunos do ensino superior consideram o seu nível de conhecimento em Matemática básica moderado que representa um nível de 6 a 8, 37,5% consideram seu nível de conhecimento avançado que representa um nível de 8 a 10 em uma escala.

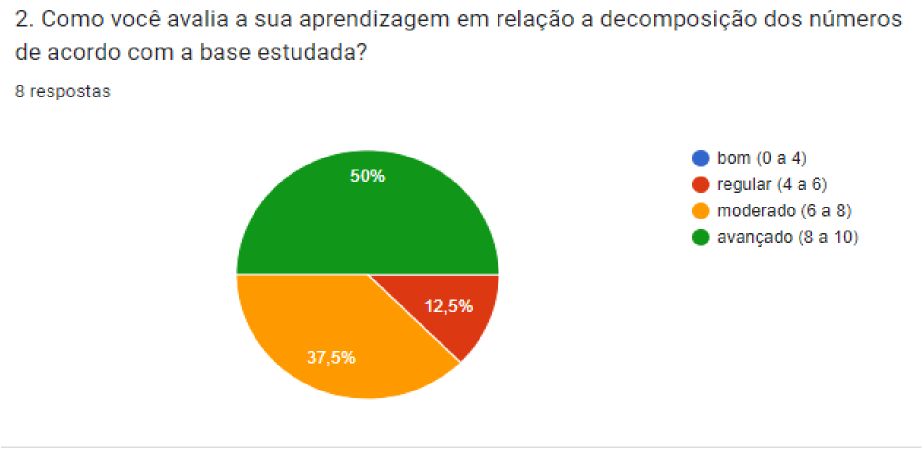
Gráfico 1: Respostas auto avaliativas sobre nível de conhecimento em Matemática básica



Na pergunta 2 referente a avaliação da aprendizagem em relação a decomposição dos numéros de acordo com a base estudada 50% dos alunos do ensino superior consideram o seu nível de conhecimento avançado que representa um nível de 8 a 10 em escala, 37,5% consideram seu nível de conhecimento moderado um nível de 6 a 8 em escala e 12,5%

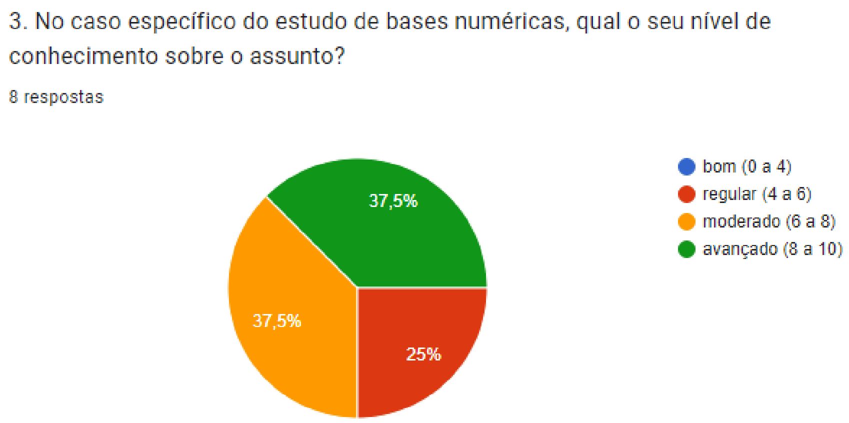
consideram seu nível de conhecimento regular que em uma escala representa um nível de 4 a 6. Observe o gráfico 2.

Gráfico 2: Respostas auto avaliativas sobre a aprendizagem em relação a decomposição dos números de acordo com a base estudada



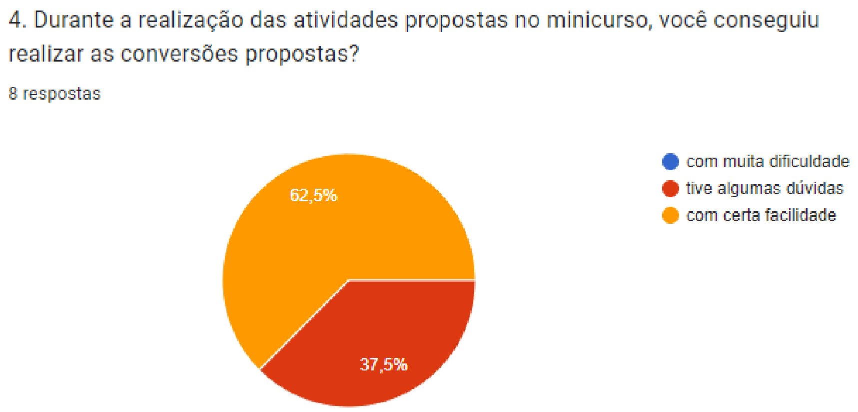
Já na pergunta 3 conforme mostra o gráfico 3, quanto no caso específico do estudo de bases numéricas questionamos quanto ao nível de conhecimento sobre o assunto, 37,5% responderam moderado correspondente a um nível de 6 a 8 em escala, 37,5% dos alunos também responderam avançado o que corresponde a um nível de 8 a 10 em escala e 25% responderam regular o que corresponde a um nível de 4 a 6 em escala.

Gráfico 3: Nível de conhecimento quanto o estudo de bases numéricas



Referente a pergunta 4, onde questionamos quanto a realização das conversões durante o minicurso, 62,5% dos alunos responderam que realizaram as conversões com certa facilidade enquanto que 37,5% disseram ter alguma dificuldade. Veja o gráfico 4.

Gráfico 4: desenvolvimento das conversões propostas



Por fim, o gráfico 5 referente a pergunta 6 onde se quis saber se a forma como as conversões foram abordadas contribuiram para melhorar a aprendizagem dos alunos, 75% responderam não ter dificuldade e que conseguiram compreender bem, enquanto 25% disseram ter alguma dificuldade no começo, mas conseguiram “desenrolar”.

Gráfico 5: contribuição das conversões na aprendizagem

Em suma, obtivemos respostas de 5 questões de um total de 6 na modalidade objetiva, enquanto que na questão 5 foi elaborada de forma aberta para que assim os alunos pudessem expor a sua opinião de acordo com o que foi questionado. Realizamos a seguinte indagação: “O minicurso contribuiu para melhorar sua compreensão sobre conceitos relacionados as bases numéricas? Justifique sua resposta!” .

De acordo com as respostas obtidas podemos destacar por exemplo:

Participante 1: “Muito, me abriu os olhos para outras formas de olhar as bases numéricas.”

Participante 2: “Sim, com toda certeza! Eu ainda possuía muitas dúvidas sobre o assunto abordado, mas todas essas dúvidas foram sanadas.”

Participante 3: “Em relação a passagem de uma base para a outra base, nunca tinha me deparado com uma situação que necessitava fazer tal ato, e desconhecia o método ensinado.”

Portanto, podemos considerar a partir das colocações dos alunos referente a exploração das bases numéricas durante o minicurso e a importância da sua aplicabilidade. Fez-se perceptível que o minicurso explorou as conversões de uma base numérica para a decimal utilizando a decomposição, auxiliando a compreensão dos alunos referente o conteúdo.

Ao explorar tal proposta de intervenção do conceito de bases numéricas com alunos de um Curso de Formação de Professores de Matemática é que, além da exploração de um processo aritmético para obter como podemos transformar um número de uma determinada base númerica para outra e vice-versa. É que esses futuros professores entendam o que de fato está acontecendo quando exploramos a conversão de um número para a base 3 por exemplo:

- Passamos a ter apenas três algarismos (0, 1 , 2) apenas;
- Que suas classes obedecem potências de base três da seguinte forma:

. . .	243	81	27	9	3	1
. . .	3^5	3^4	3^3	3^2	3^1	3^0

- Que uma quantidade como $152_{(10)}$ pode ser reescrito na base (3) retirando um grupo de 81, restando 71 unidades; retirando dois grupos de 27, restam 17 unidades; formando apenas um grupo de 9 e deixando 8 unidades de resto; o que permite formar dois grupos de 6 e duas unidades ao final. Tal resposta pode ser reeescrita da seguinte forma:

  $152_{(10)} = 1.\ (81) + 2.\ (27) + 1.\ (09) + 2.\ (03) + 2.\ (01)$

  $152_{(10)} = \mathbf{1}.\ (3^4) + \mathbf{2}.\ (3^3) + \mathbf{1}.\ (3^2) + \mathbf{2}.\ (3^1) + \mathbf{2}.\ (3^0)$

  $152_{(10)} \equiv 12122_{(3)}$

De acordo com esta base, passamos a ter o seguinte comportamento numérico por ordem e classe numérica:

Classe	Ordem	Números
	Primeira	00 – 01 – 02
Primeira	Segunda	10 – 11 – 12
	Terceira	20 – 21 – 22
	Primeira	100 – 101 – 102
Segunda	Segunda	110 – 111 - 112
	Terceira	120 – 121 – 122

	Primeira	200 – 201 – 202
Terceira	Segunda	210 – 211 – 212
	Terceira	220 – 221 – 222
. . .	. . .	. . .

Neste exemplo, podemos perceber a importância da compreeensão do conceito na formação de um número de acordo com sua base, e que tal base assim como o valor posicional de cada algarismo que forma o número implica na representação de uma determinada quantidade em cada uma de suas classes e ordens. O que mostra a relevância da compreeensão desses conceitos na formação de professores de Matemática.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao explorar esta pesquisa procuramos estudar os principais conceitos associados à ideia de número em diferentes bases numéricas, recorrendo a elementos históricos e didáticos para que fosse possível elaborar uma proposta de intervenção para a sala de aula de Matemática, contribuindo para que possa vir a ser utilizado no ambiente de trabalho de professores e alunos desta disciplina.

Conceitos associados ao estudo dos números em diferentes bases adotadas pelo homem em culturas distintas e períodos históricos, ao longo de milhares de anos, levaram ao que hoje nos parecem fáceis por um lado pois desde crianças somos inseridos e estimulados a pensar nos números dentro de uma base como a dez, e por outro lado, são complexos pois temos dificuldade de definir o que é um número, algo aparentemente simples.

Ao longo da nossa pesquisa foi possível compreender o desenvolvimento de diferentes bases numéricas através dos aspectos sociohistórico de cada uma, a qual foi apresentada ao longo do nosso trabalho.

Propostas como a apresentada nesta pesquisa tem como propósito despertar nos alunos e nos professores a importância da abordagem do tema em sala de aula. Precisamos enfatizar o desenvolvimento dos algarismos e das bases numéricas, e como todo esse processo de evolução foi fundamental para utilizarmos o sistema decimal atual.

No desenvolvimento da pesquisa e durante a elaboração da sequência didática foi possível perceber o quanto o ensino de forma significativa contribui no desenvolvimento do pensamento crítico dos nossos alunos e o quanto uma boa contextualização pode estar diretamente relacionada com os fatos sociohistórico do que se está abordando em sala de aula.

Aplicamos a proposta, a qual se deu através de um minicurso, em uma turma do Curso de Licenciatura em Matemática. Em seguida, aplicamos um questionário auto avaliativo para que nos auxiliasse a identificar as maiores dificuldades encontradas pelo grupo participante. Pudemos perceber durante a execução da proposta a "fragilidade" em torno do conteúdo e o quanto isso pode está diretamente relacionado com a ausência de uma abordagem em torno desse conteúdo durante a vida acadêmica dos alunos.

Ao analisarmos os livros didáticos podemos perceber a ausência de uma exploração mais ampla em torno do conteúdo de bases numéricas.

Nossa pesquisa tem importância para a área de Educação Matemática ao relacionar aspectos da História da Matemática para o seu Ensino, da contextualização e problematização enquanto abordagem metodológica e da Teoria dos Números. Ao planejar, elaborar e aplicar atividades que se adequem ao ambiente da sala de aula de Matemática Básica, contribuindo para desenvolvimento das pesquisas na área de Educação, que possa vir a ser usada em seu ensino por professores interessados ou mesmo por alunos curiosos no tema das bases numéricas e suas implicações no cotidiano de nossa sociedade.

Ao refletir sobre a função do professor que ensina Matemática no atual contexto do século XXI, em que o acesso a informação, as mídias digitais e aos modelos virtuais, defendemos que o professor precisa não apenas dominar os conteúdos a ensinar, mas integrar esses conhecimentos específicos com o saber como ensinar e incentivar a autonomia formativa de cada indivíduo. Tal processo leva tempo, reflexão sobre suas práxis docentes e melhores condições de formação e exercício profissional.

Finalizamos este trabalho com a perspectiva de que a conclusão do mesmo possa trazer contribuições para o ensino de Matemática em específico para o estudo de bases numéricas, assim como, intensificar as discussões em torno do assunto abordado e das reflexões que podem ser realizadas explorando uma abordagem histórica dos conteúdos trabalhados em sala de aula.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Fernando Manuel Mendes de Brito. **Sistemas de numeração precursores do sistema indo-Árabe /** Fernando Manuel Mendes de Brito Almeida. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2011. – (Coleção história da matemática para professores).

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **Matemática, uma breve história**. Vol. I / Matemática, Paulo Roberto Martins Contador. – 5. Ed. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2012.

D´AMBROSIO, Ubiratan. **Educação Matemática: Da teoria à prática/** Ubiratan D'Ambrosio. – 23ºed. – Campinas, SP: Papirus, 2012. – (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Uma história da matemática no Brasil**. 2. Ed. – Petrópolis, RJ: Vozes, 2011.

DANTE, Luiz Roberto. **Teláris matemática**, 6º ano: ensino fundamental, anos finais / Luiz Roberto Dante. – 3. Ed. – São Paulo: Ática, 2018.

GODOY, Arilda Schmidt. **Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades**. RAE - Revista de Administração de Empresas, São Paulo, v. 35, n. 2, p. 57-63, 1995. Acesso em: 13 de dezembro de 2022.

IFRAH, Georges. **Os números: história de uma grande invenção /** Georges Ifrah; tradução Stella Maria de Freitas Senra: revisão técnica Antonio José Lopes, Jorge José de Oliveira. – Rio de Janeiro: Globo, 1989.

LAUNAY, Mickael. **A fascinante história da matemática: da pré-história aos dias de hoje**. Trad. Clóvis Marques. – 1ª ed. – Rio de Janeiro: Bertrand Brasil, 2019.

MENDES, Iran Abreu. **Números: o simbólico e o racional na história** / Iran Abreu Mendes. – São Paulo: Editora Livraria da Física, 2006.

PATARO, Patrícia Moreno. **Matemática essencial**, 6º ano: ensino fundamental, anos finais / Patrícia Moreno Pataro, Rodrigo Balestri. – 1. Ed. – São Paulo: Scipione, 2018.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas**. Tatiana Roque. – Rio de janeiro: Zahar, 2012.

SAMPAIO, Fausto Arnaud. **Trilhas da matemática**, 6º ano: ensino fundamental, anos finais / Fausto Arnaud Sampaio. – 1. Ed. – São Paulo: Saraiva, 2018.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do Trabalho Científico**. [Livro Eletrônico]. 1. Ed. – São Paulo: Cortez, 2013, p. 131 – 133.

VIEIRA, Vandenberg Lopes. **Um curso básico em teoria dos números.** / Vandenberg Lopes Vieira. – Campina Grande: EDUEPB; São Paulo: Livraria da Física, 2015, p. 82 – 85.

Apêndice

Apêndice 1 – Questionário Auto Avaliativo

1. Avaliando seu desempenho escolar, como você considera seu nível de conhecimento em Matemática básica? *

- ◯ bom (0 a 4)
- ◯ regular (4 a 6)
- ◯ moderado (6 a 8)
- ◯ avançado (8 a 10)

2. Como você avalia a sua aprendizagem em relação a decomposição dos números de acordo com a base estudada? *

- ◯ bom (0 a 4)
- ◯ regular (4 a 6)
- ◯ moderado (6 a 8)
- ◯ avançado (8 a 10)

3. No caso específico do estudo de bases numéricas, qual o seu nível de conhecimento sobre o assunto? *

- ◯ bom (0 a 4)
- ◯ regular (4 a 6)
- ◯ moderado (6 a 8)
- ◯ avançado (8 a 10)

4. Durante a realização das atividades propostas no minicurso, você conseguiu realizar as conversões propostas? *

- ◯ com muita dificuldade
- ◯ tive algumas dúvidas
- ◯ com certa facilidade

5. O minicurso contribuiu para melhorar sua compreensão sobre conceitos relacionados as bases numéricas? Justifique sua resposta! *

Sua resposta

6. Você acha que a forma como as conversões foram abordadas contribuiu para melhorar sua aprendizagem? *

- ◯ Tive alguma dificuldade no começo, mas consegui desenrolar.
- ◯ não tive dificuldade, consegui compreender bem.
- ◯ Outro: ____

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
Campus Campina Grande
R. Tranqüilino Coelho Lemos, 671, Dinamérica, CEP 58432-300, Campina Grande (PB)
CNPJ: 10.783.898/0003-37 - Telefone: (83) 2102.6200

Documento Digitalizado Ostensivo (Público)

Entrega de trabalho de conclusão de curso - Especialização

Assunto:	Entrega de trabalho de conclusão de curso - Especialização
Assinado por:	Juseilma Santos
Tipo do Documento:	Tese
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Ostensivo (Público)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- **Juseilma da Silva Santos, DISCENTE (202111280009) DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO EM MATEMÁTICA - CAMPINA GRANDE**, em 03/01/2023 09:49:00.

Este documento foi armazenado no SUAP em 03/01/2023. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 711694
Código de Autenticação: 222cd4c7aa