



**INSTITUTO  
FEDERAL**  
Paraíba

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA  
PARAÍBA  
CAMPUS CAJAZEIRAS  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JOSÉ DIJAILSON DIAS JÚNIOR

**A MATEMÁTICA FINANCEIRA PRESENTE EM  
CONSÓRCIO E FINANCIAMENTO DE UM BEM**

CAJAZEIRAS  
2023

JOSÉ DIJAILSON DIAS JÚNIOR

# A MATEMÁTICA FINANCEIRA PRESENTE EM CONSÓRCIO E FINANCIAMENTO DE UM BEM

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, como parte dos requisitos para a conclusão do curso.

**Orientador:** Prof. Me. João Paulo de Araújo Souza

**Coorientadora:** Prof<sup>ª</sup>. Esp. Naiara Pereira Tavares

IFPB / Campus Cajazeiras  
Coordenação de Biblioteca  
Biblioteca Prof. Ribamar da Silva  
Catalogação na fonte: Cícero Luciano Félix CRB-15/750

D541m	<p>Dias Júnior, José Dijailson. A matemática financeira presente em consórcio e financiamento de um bem / José Dijailson Dias Júnior. – 2023.</p> <p>63f. : il.</p> <p>Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Cajazeiras, 2023.</p> <p>Orientador(a): Prof. Me. João Paulo de Araújo Souza. Coorientador(a): Prof<sup>ª</sup>. Esp. Naiara Pereira Tavares.</p> <p>1. Matemática financeira. 2. Financiamento. 3. Consórcio. 4. Operações de crédito. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba. II. Título.</p>
-------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

IFPB/CZ

CDU: 51:336

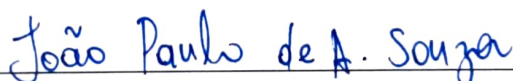
JOSÉ DIJAILSON DIAS JÚNIOR

## A MATEMÁTICA FINANCEIRA PRESENTE EM CONSÓRCIO E FINANCIAMENTO DE UM BEM

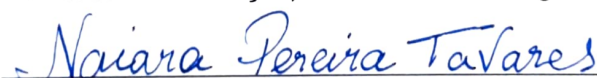
Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, como parte dos requisitos para a conclusão do curso.

Aprovado em: 9 de março de 2023.

BANCA EXAMINADORA



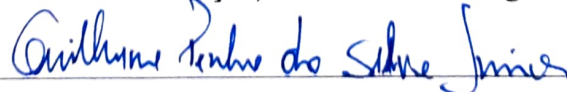
Prof. Me. João Paulo de Araújo Souza  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB)



Prof<sup>a</sup>. Esp. Naiara Pereira Tavares  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB)



Prof. Dr. Diego Dias Felix  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB)



Prof. Dr. Guilherme Penha da Silva Júnior  
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB)

CAJAZEIRAS

2023

Dedico este trabalho, primeiramente, a Deus todo poderoso, bem como a todos aqueles que contribuíram para a concretização dessa etapa da minha vida, em especial aos meus familiares e aos meus amigos Rômulo, Allyson e Ana Carla.

# Agradecimentos

Agradeço, primeiramente, a Deus, pai celestial, arquiteto do universo e senhor de todas as coisas vivas, mortas, presentes, passadas e futuras.

Agradeço aos meus professores, pessoas que, além de admirar pelo dom da profissão e nobreza do propósito, passei a amar devido à convivência e ao carinho dados por eles a mim e a todos os alunos, pois sempre os vi cativando os alunos e nunca desistindo de ninguém.

Agradeço ao meu orientador, professor João Paulo, que me ajudou durante o curso e na criação desse trabalho. Mestre, sem seus conselhos e ensinamentos não seria fácil, talvez eu não conseguisse tal êxito. Agradeço, ainda, à professora Naiara, pois, junto ao meu orientador, foi um baluarte para mim na formulação desse trabalho.

Agradeço aos meus pais e familiares, que me ajudaram e me ajudam em todos os momentos. Sem eles, certamente, essa conquista talvez não fosse alcançada.

Quero agradecer ao corpo docente do IFPB, que me acompanhou durante essa caminhada. Em especial, aos servidores da coordenação de estágio, especialmente Lucinéria Farias, pois devido à pandemia do Covid-19, conseguimos, seguindo protocolos de segurança, transcender barreiras e concluir esta etapa necessária.

Por último, mas não menos importante, quero agradecer ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, essa instituição que me permitiu vencer na vida com base no estudo e nos ensinamentos que nela aprendi.

*“Economia frequentemente não tem relação com o total de dinheiro gasto, mas com a sabedoria empregada ao gastá-lo.”*  
*Henry Ford*

# Resumo

O presente trabalho apresenta um estudo sobre a matemática financeira aplicada a uma situação que pode ser corriqueira no cotidiano de muitas pessoas: o financiamento ou consórcio de um bem, automóvel ou motocicleta. O Brasil é um país de dimensões continentais e o governo não consegue atender as demandas da população, dado o alto índice de desigualdade social. O setor de transporte coletivo urbano, por sua vez, além de precário, é inexistente em muitos lugares dentro do território brasileiro. Nesse contexto, esse estudo procura elucidar os prós e contras acerca do consórcio e do financiamento, uma vez que são duas operações de crédito que podem proporcionar a aquisição de um bem àqueles que não podem comprá-lo à vista, mas precisam dele para as atividades do cotidiano, como deslocar-se ao trabalho, à escola, à hospitais, ao lazer, entre outros. Neste trabalho, a motocicleta é usada como elo entre a teoria e a prática, a fim de viabilizar o objetivo dessa pesquisa, que é ajudar o cidadão brasileiro, que venha a precisar de uma dessas operações de crédito, a entender como funciona o consórcio e o financiamento, garantindo-lhe embasamento técnico durante o momento de escolha.

**Palavras-Chave:** Matemática Financeira. Consórcio. Financiamento.



# Abstract

This paper presents a study on financial mathematics applied to a situation that can be commonplace in the daily lives of many people: financing or consortium of a good, automobile or motorcycle. Brazil is a country of continuous dimensions, and the government is unable to meet the demands of the population, given the high rate of social inequality. The urban public transport sector, in turn, in addition to cario, is non-existent in many places within the Brazilian territory. In this context, this study seeks to elucidate the pros and cons about the consortium and financing, as since they are two credit operations that can provide the acquisition of a good to those who cannot buy it in cash, but need it for everyday activities. diano, how to travel to work, school, hospitals, leisure, among others. In this work, the motorcycle is used as a link between theory and practice, in order to enable the objective of this research, which is to help Brazilian citizens who may need a of these credit operations, to understand how the consortium and financing work, guaranteeing you technical basis during the moment of choice.

**Keywords:** Financial Mathematics. Consortiun. Financing.

# Sumário

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b>	<b>12</b>
<b>2</b>	<b>CONSÓRCIO E FINANCIAMENTO</b>	<b>14</b>
2.1	COMPRA DE UM BEM A PRAZO . . . . .	15
2.1.1	Apresentação do consórcio e do financiamento . . . . .	17
2.1.2	Comparação entre consórcio e financiamento . . . . .	18
2.1.3	Valor pago por um bem por meio de um consórcio . . . . .	20
2.1.4	Valor pago por um bem por meio de um financiamento . . . . .	23
2.2	COMPRA DE UM BEM A PRAZO NA PANDEMIA . . . . .	24
2.2.1	Comparação entre consórcio e financiamento na pandemia . . . . .	25
<b>3</b>	<b>MATEMÁTICA FINANCEIRA E RENDAS</b>	<b>29</b>
3.1	MATEMÁTICA FINANCEIRA . . . . .	31
3.1.1	Regimes de Capitalização . . . . .	33
3.1.2	Juros Simples e suas Fórmulas . . . . .	34
3.1.3	Juros Compostos e suas Fórmulas . . . . .	36
3.1.4	Comparação entre os Regimes de Capitalização . . . . .	37
3.2	SÉRIES DE PAGAMENTOS . . . . .	41
3.2.1	Tipos de Séries de Pagamentos . . . . .	42
3.2.2	Fórmulas para Séries de Pagamentos com parcelas constantes . . . . .	43
3.3	DETERMINANDO VALORES EM CONSÓRCIOS E FINANCIAMENTOS . . . . .	47
3.3.1	Determinando o valor da prestação . . . . .	48
3.3.2	Determinando o valor total . . . . .	54
<b>4</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b>	<b>59</b>

# Lista de Figuras

Figura 2.1 – Consórcio Nacional Honda . . . . .	21
Figura 2.2 – Tabela FIPE - Bros 2022 . . . . .	21
Figura 2.3 – Tabela FIPE - Bros 2019 . . . . .	22
Figura 2.4 – Aviso acerca do impacto da covid na produção . . . . .	24
Figura 3.1 – Comparação entre os gráficos dos regimes . . . . .	40
Figura 3.2 – Diagrama de Fluxo de Caixa . . . . .	43
Figura 3.3 – Linha temporal . . . . .	45

# Lista de Tabelas

Tabela 2.1 – Dados colhidos em campo . . . . .	23
Tabela 2.2 – Simulação de financiamento . . . . .	24
Tabela 3.1 – Comparativo dos Regimes de Capitalização . . . . .	40
Tabela 3.2 – Parcelas de uma série de pagamentos no SAC . . . . .	51
Tabela 3.3 – Parcelas de uma série de pagamentos no SAF . . . . .	53
Tabela 3.4 – Valores referentes ao primeiro ano . . . . .	56
Tabela 3.5 – Valores referentes ao segundo ano . . . . .	56
Tabela 3.6 – Valores referentes ao terceiro e último ano . . . . .	57

# 1 INTRODUÇÃO

O Brasil é um país com enorme problema de mobilidade urbana, o Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada (IPEA) diz que, desde 1988, a União se ausentou do processo de planejamento e investimento nos transportes urbanos municipais (IPEA, 2016). Esse fato pode ter contribuído para a situação pela qual o país passa hoje: sistema de transporte público deficitário e, em muitos lugares do país, até inexistente. Como se não bastasse, ainda houve a pandemia da Covid-19 que, além de aumentar os preços desses bens, atrasou entregas e fez a procura aumentar, pois, logicamente, como não podia haver aglomerações, o transporte público ficou mais complicado ainda de ser utilizado.

Somado ao problema da mobilidade urbana, há o fato de que vivemos em uma sociedade com uma desigualdade social acentuada. Segundo Barros, Henrique e Mendonça (2001, p. 1 apud IPEA, 2011, p. 3), “[...] Brasil não é um país pobre, mas um país com muitos pobres, que no Brasil não falta recursos, estes é que são mal distribuídos, se concentram muito nas mãos de uns, enquanto a maioria detém o mínimo possível”. Daí é possível se perguntar como o cidadão menos favorecido socialmente faria para resolver seu problema de locomoção urbana? A partir dessa pergunta surgem dois meios que podem solucioná-la e que são o objeto de estudo desse trabalho: o consórcio e financiamento de um bem, quais as diferenças entre eles e o porquê de escolher um ou outro.

Visando maior economia e usando como exemplo para servir de elo para discussão do conteúdo, nesse trabalho o bem que será considerado é uma motocicleta, mais especificamente uma da montadora Honda, modelo NXR 160 Bros, sem considerar encargos - impostos, comissões e seguro, por exemplo - somente o valor do bem e os juros a ele aplicado. A explicação para essa escolha é justamente o fato de que, uma vez que a desigualdade social é grande, como já visto, de modo geral, uma moto tem menor custo de compra quando comparado com outros veículos, como carros e caminhões, precisa de menos espaço e sobre ela é cobrado menores encargos e impostos. Logo, esse bem pode ser mais acessível a um maior número de pessoas.

Segundo o (IBGE, 2022), existem mais de 25 milhões de motocicletas no Brasil. O que nos mostra quão grande é a quantidade desse tipo de veículo no país, evidenciando que são bastante procurados. Assim, a relevância deste trabalho se dá pelo fato de proporcionar ao público, proprietários desse tipo de veículo como também às pessoas que pretendem adquiri-lo, o entendimento sobre consórcio e financiamento. E, desta forma, ajudar a população na tomada de decisão sobre a aquisição do bem, visto que boa parte das pessoas desconhecem sobre o assunto.

Acerca do consórcio e financiamento surgem dúvidas naturais que esse trabalho visa esclarecer, são elas: formação das parcelas, do montante e como são pagas. Logo, temos

que o esclarecimento dessas três perguntas são os objetivos específicos desse trabalho, pois, depois de entender como elas funcionam, o consumidor terá, em tese, um poder de escolha mais refinado.

Tendo em vista a necessidade, a quantidade existente e a procura pelo consórcio e o financiamento, fica nítida a relevância, para muitas pessoas, de entender esse processo, pois, uma vez se gastando menos e poupando recursos financeiros, esse público pode ter a vida facilitada.

Serão abordados os principais conceitos matemáticos presente nessas operações de crédito. É discutido sobre os regimes de capitalização presentes - simples e composto - e que serão peças fundamentais para se ter conhecimento, a fim de aprender como o todo funciona. Também há uma breve comparação entre ambos os sistemas no intuito de mostrar as diferenças e facilitar a compreensão do leitor.

Há uma discussão acerca das séries de pagamentos, o meio pelo qual o consumidor irá, de forma fracionada, repassar o valor da compra do bem para o credor, acrescido de juros. Por último, verá, de fato, como se tem a formação das parcelas do financiamento e do consórcio, bem como os montantes de cada um. Assim, com tais conhecimentos, o consumidor não estaria a mercê somente do senso comum, tornaria, então, a ser mais atuante na situação e menos suscetível a erros que comprometam sua saúde financeira.

Todo acervo de conhecimento do nosso trabalho foi obtido de livros, sites, outros trabalhos acadêmicos, artigos, etc. Nesse viés, o livro usado como norteador para esta pesquisa foi do eminente professor Alexandre Assaf Neto, *Matemática Financeira e Suas Aplicações*, 14<sup>a</sup> edição, foi o meio que facilitou e possibilitou esse trabalho. Também, não menos importante, o livro dos professores Inder Jeet Taneja e Fernando Guerra, intitulado *Matemática Financeira*, serviu como valioso auxílio. Vale salientar também que uma edição anterior, a 12<sup>a</sup> do livro do professor Alexandre Assaf Neto foi usada. Toda leitura sobre o tema foi proveitosa e necessária para confecção deste trabalho.

## 2 CONSÓRCIO E FINANCIAMENTO

Neste capítulo, abordaremos duas operações de crédito que são muito corriqueiras na vida de alguns brasileiros, o consórcio e o financiamento de bens. Na maioria dos casos, com o intuito de simplificar a apresentação, iremos considerar que o bem em questão será uma motocicleta. Na abordagem serão apresentadas suas respectivas definições e um breve comparativo entre essas operações.

A escolha da motocicleta se dá pela simplicidade e pela busca da melhor maneira de adquirir um veículo, comprometendo o mínimo possível da renda familiar. É fácil constatar que a moto possui uma quantidade menor de impostos, em comparação a um carro, bem como um custo de manutenção e consumo de combustível mais baixos. Portanto, se a economia é um fator crucial para a compra, é evidente que uma motocicleta é o veículo que mais se encaixa nas necessidades.

Segundo o IBGE (2018), “Apenas 30,1% das cidades têm ônibus municipais”. Logo, temos uma noção de que o Brasil é um país que, em grande parte, carece de um sistema de transporte público eficiente, por isso muitas pessoas acabam recorrendo a um meio de transporte particular para não dependerem desse sistema.

Uma moto, geralmente, é uma boa alternativa para solucionar essa situação. No entanto, em muitos casos, o custo à vista desse bem pode não ser acessível para muitas pessoas. Por exemplo, segundo Strickland (2022), “o rendimento médio mensal domiciliar por pessoa caiu 6,9% em 2021 e passou de R\$ 1.454,00 em 2020 para R\$ 1.353,00. Este é o menor valor da série histórica, iniciada em 2012, da Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD)”.

Devemos ter em mente que o rendimento médio do domicílio é para todas as despesas dele, como, por exemplo, saúde, roupa, remédio e alimentação. Portanto, é coerente procurar economizar na compra do bem para que o orçamento do lar fique o menos comprometido possível.

Então, como se faz para atender às pessoas que não possuem o poder aquisitivo para pagar à vista por esse bem e que querem tê-lo para resolver suas necessidades de locomoção? Para resolver esse problema existem o consórcio e o financiamento, que são operações de crédito.

**Definição 2.1.** Conceitualmente uma operação de crédito é um contrato realizado entre duas partes, na qual um consumidor, denominado tomador ou devedor (pessoa física ou pessoa jurídica), e um credor, celebram uma transação na qual o credor coloca à disposição do tomador ou devedor um montante de recursos financeiros, que deverá ser devolvido em um prazo determinado acrescido de um rendimento denominado juros (ZANINI, 2020).

Procurar um financiamento ou consórcio irá depender de algumas situações em que o cidadão estará passando naquele momento, como, por exemplo, se a necessidade é imediata ou não.

Na busca por adquirir esse bem, o comprador deve buscar a melhor alternativa possível entre as opções disponíveis. No entanto, há pelo menos dois envolvidos na busca: o vendedor do bem e aquele que cederá a quantia necessária para realizar a transação (podendo ou não ser a mesma pessoa ou empresa). Isso pode gerar uma disputa entre aqueles que desejam gastar menos e aqueles que almejam lucrar mais com a mesma transação.

Existem maneiras de usar a matemática para poder calcular esses valores e, a partir disso, ter um poder de decisão mais aguçado. Chegando, assim, a finalidade desse trabalho, que é ajudar a decidir entre essas operações de crédito, com embasamento na aprendizagem de técnicas da matemática financeira.

## 2.1 COMPRA DE UM BEM A PRAZO

A venda a prazo é algo essencial para uma empresa que vende algo, seja produto ou serviço durável e com um certo valor que à vista não pode ser pago por uma certa gama de pessoas da sociedade ou, simplesmente, por algumas pessoas que não querem comprometer sua renda com a compra de tal produto.

Para a pessoa que deseja adquirir o produto e não tem o valor suficiente à vista, a compra a prazo pode ser uma saída viável, muitas vezes sendo a única maneira de obter o bem ou serviço desejado. Esse tipo de compra divide o valor total em parcelas iguais (ou não) que são pagas em intervalos de tempo iguais, facilitando ou possibilitando a obtenção e o pagamento do bem ou serviço desejado. Desse modo, a compra a prazo se torna necessária para o desenvolvimento do comércio e das suas transações, permitindo que mais pessoas possam ter acesso a produtos e serviços que, de outra forma, seriam inacessíveis.

Entretanto, sempre há prós e contras para uma compra a prazo. Segundo Ortiz (2021), colaboradora do Serviços de Assessoria S.A. (SERASA), que é uma empresa privada que se consolidou como referência na área de análise e informações para decisões de crédito, há quatro motivos para levar em consideração nesse momento e, assim, tomar uma decisão. Vamos destacá-los a seguir.

### 1. Valor da compra

Trata-se de um dos critérios mais importantes para definir qual forma de pagamento irá utilizar. Se estivermos falando da aquisição de um carro ou de uma casa, por exemplo, dificilmente a pessoa terá a quantia total deste bem para escolher o pagamento à vista. Já para as compras de itens mais baratos, é interessante priorizar o pagamento imediato, não comprometendo de antemão o orçamento do próximo mês. (ORTIZ, 2021).

O primeiro motivo citado remete à situação apontada nesse trabalho, que é justa-



mente o planejamento na hora da compra do bem a prazo, seja ele por financiamento ou consórcio, embora ele trate também da compra à vista. Aqui levamos em consideração que temos como possibilidade apenas a escolha entre o financiamento e o consórcio, sem opção de comprar à vista. Vejamos o segundo motivo.

### 2. Taxa de juros

Sempre que for efetuar uma compra a prazo é primordial que você fique de olho nas taxas que podem ser cobradas. E, no caso das compras com o cartão de crédito, jamais deixe de pagar a fatura no dia correto do vencimento e em sua totalidade, para não ter que lidar com juros exorbitantes. Lembre-se que as compras parceladas comprometem seu orçamento por muito mais tempo e qualquer desequilíbrio pode ser o estopim para criar uma grande dívida, que cresce cada dia mais por conta dos altos juros. (ORTIZ, 2021).

O segundo motivo fala sobre a taxa de juros e sobre o atraso, tomando como exemplo o cartão de crédito. Nele, se for feito algum pagamento em atraso, haverá juros que serão cobrados na fatura posterior, isso gera uma “bola de neve” de juros, pois a cada período em atraso a taxa de juros incidirá sobre o saldo devedor atual e será composto por essa dívida juntamente com os juros gerados pelo atraso em cada período. Vale ressaltar que esse período é contado, geralmente, em dias que passam sem se pagar a fatura na data exata. De casos assim, surgem a expressão “juros sobre juros”, que é a base do regime de juros compostos, quando o juro incide sobre a dívida anterior já capitalizada pela taxa de juros anterior e que agora será capitalizada novamente, ou seja, a dívida anterior mais os juros serão novamente capitalizados.

Além disso, algo análogo acontece em um financiamento ou consórcio. Além de juros, podem ser expedidos mandados de busca e apreensão do bem junto ao consumidor pelas forças de segurança do estado, isso a fim de ressarcir o credor que nessa situação hipotética está em prejuízo, uma vez que entregou o crédito e o consumidor não está cumprindo com a sua parte, que é pagar as parcelas no prazo determinado em contrato. Quanto ao terceiro motivo, temos o seguinte:

### 3. Descontos

Oferecer condições especiais para pagamentos à vista é algo bem padrão no Brasil. Normalmente, os descontos para pagamentos em dinheiro costumam ser de 5% a 10%. No geral, isso é bem interessante para o consumidor, que consegue adquirir seu produto com um desconto real. Mas em alguns casos é necessário pegar a calculadora e fazer as contas. (ORTIZ, 2021).

O terceiro motivo retrata sobre os descontos e sua relação com o pagamento à vista. Aqui, como estamos tratando do consórcio e financiamento descartamos essa opção do pagamento à vista, mas levaremos em consideração a opção de antecipar um consórcio ou financiamento a fim de obter abatimento no valor total, pois pode ser interessante caso o comprador possua recursos para realizar quitação antes do prazo. Quanto ao quarto motivo a ser analisado, temos:

#### 4. Capacidade de pagamento

Cabe no meu bolso essa parcela? Posso mesmo comprar este produto à vista? São duas perguntas que você deve fazer antes de decidir a forma de pagamento da sua compra. A regra de ouro é ter uma vida financeira organizada e planejar seu consumo avaliando sempre se seu orçamento não será prejudicado por conta daquela aquisição.

O quarto motivo nos propõe a indagação quanto às possibilidades de poder ou não arcar com o valor da parcela ou da compra à vista, que é outro fator que influencia uma vida financeira saudável e próspera, pois, calculando antes o valor a ser arcado, é mais fácil se preparar para o futuro, uma vez que a compra a prazo compromete o dinheiro do consumidor agora e futuramente.

### 2.1.1 Apresentação do consórcio e do financiamento

É natural procurar a diferença entre elementos cuja natureza é parecida, mas que, em sua aplicação, existem diferenças que podem ajudar mais em certa ocasião do que em outra. Seguindo esse raciocínio, explicaremos o que é um consórcio e o que é um financiamento.

Um consórcio é definido como uma modalidade de aquisição, essa modalidade consiste em um grupo de pessoas que se reúnem para adquirir um bem - automóvel ou imóvel por exemplo. Esse grupo é chamado de grupo de consórcio. O consórcio é uma boa alternativa para aqueles que não precisam do bem de imediato, porém almejam adquirir antes de juntar todo o valor que esse bem custa. No consórcio, não são cobradas taxas de juros, apenas taxas de administração que, geralmente, são menores do que a taxas de juros encontradas no financiamento.

Tomando como exemplo o Consórcio Nacional Honda, existem meios pelos quais um membro do consórcio, que é chamado consorciado, pode adquirir um bem antes mesmo de terminar de pagar o consórcio - o que é o objetivo - são as chamadas “contemplações”. Vale salientar que, nesse tipo de operação, quem aderir a um consórcio estará programando um tipo de poupança para juntar o valor desejado para a compra de um bem. Dito isso, é razoável que as parcelas dos consórcios não sejam constantes, pois o valor do bem desejado pode aumentar ou diminuir e a parcela irá acompanhar essa alteração.

Com essas informações, é natural surgir questionamentos referentes aos motivos pelos quais devemos escolher um consórcio a uma simples poupança em um banco, que ao invés de taxa de administração, possui taxa de rendimento.

O que acontece é que, além do pagamento total do bem, há dois tipos de contemplações. O primeiro é quando o consorciado tem um valor qualquer e esse valor não corresponde ao valor total do bem, ele pode usar esse valor para ofertá-lo à empresa. Esse procedimento pode ser realizado via site e a empresa toma ciência disso, porém outras pessoas podem ofertar também. É estipulada a data e a hora que essa oferta irá parar e

quem der a maior oferta irá retirar o bem e irá pagar somente a diferença restante por meio de parcelas. A frequência dessas ofertas é mensal, o termo empregado a essas ofertas é bem conhecido no mundo dos consórcios, é o chamado “lance”.

O segundo é o sorteio, ele também acontece numa data e hora estipulada, sua frequência é mensal e todos os consorciados adimplentes, isto é, que estão quites com suas parcelas, irão concorrer a sorte de serem sorteados e assim poderão retirar o bem, mantendo o pagamento das parcelas restantes. Nesses dois casos, temos a vantagem do consórcio sobre a poupança - a possibilidade de receber o bem antes mesmo de conseguir o valor integral necessário para a compra.

Vale salientar que, nos dois casos de contemplação sem o pagamento integral, o bem será pago, porém o membro do consórcio já terá acesso ao bem para usufruir dele como bem quiser, como citado anteriormente.

O consórcio funciona com o valor do bem sendo diluído em determinado período de tempo predeterminado em contrato. A administradora vai receber os pagamentos dos membros do grupo formado, vale salientar que todos irão contribuir. Geralmente, em forma de parcelas mensais, não há juros altos como no financiamento, o que a administradora recebe é a taxa de administração, que seria o meio pelo qual ela seria remunerada pelo trabalho que tem em dar prosseguimento a toda operação do consórcio.

Essa união não acontece à toa, mas sim com a finalidade de possibilitar a aquisição do bem com a agregação de valores causado pela soma das parcelas pagas pelos membros do consórcio, formando um montante capaz de realizar a compra e, assim sendo, a finalidade de obter o que se deseja, é alcançada. Existem consórcios de imóveis, automóveis, crédito e muitos outros produtos que seguem o padrão como exposto anteriormente.

Já o financiamento consiste praticamente na ideia de que um ente empresta ao recebedor um valor e o cobra um extra para que esse valor seja pago de maneira recorrente, em forma de parcelas, em um determinado espaço de tempo. Esse tempo é preestabelecido em contrato, geralmente em parcelas que são pagas mensalmente e que, no final, somam um montante que excede o valor emprestado. É justamente essa diferença entre o valor total pago e o valor emprestado que chamamos de juros. No financiamento, os juros pagos na operação são maiores do que o juros pagos no consórcio, devido ao fato de o valor ser cedido no ato, culminando em um maior risco para o credor, que emprestando fica sem poder usá-lo e, até certo ponto, sem garantia de que irá recebê-lo.

### **2.1.2 Comparação entre consórcio e financiamento**

Consórcio e financiamento são duas operações creditícias, ou seja, um contrato formado entre duas partes formais, onde ambas devem honrá-lo, uma com o valor do empréstimo e outra com o valor das prestações pagas no determinado período do contrato. Como diz Zanini (2020),

Conceitualmente uma operação de crédito é um contrato realizado entre duas partes, na qual um consumidor, denominado tomador ou devedor (pessoa física ou pessoa jurídica), e um credor, celebram uma transação na qual o credor coloca à disposição do tomador ou devedor um montante de recursos financeiros, que deverá ser devolvido em um prazo determinado acrescido de um rendimento denominado juros.

O consórcio e o financiamento são operações que envolvem a cessão de um valor para outra pessoa que deseja fazer algo com aquele recurso e que, em troca, devolve um montante maior em determinado espaço de tempo, justamente porque está fazendo uso do valor emprestado pelo credor que cedeu e confiou a ele. Ainda temos a Lei de número 11.795 que vai ao encontro do exposto, pois determina que:

Consórcio é a reunião de pessoas naturais e jurídicas em grupo, com prazo de duração e número de cotas previamente determinados, promovida por administradora de consórcio, com a finalidade de propiciar a seus integrantes, de forma isonômica, a aquisição de bens ou serviços, por meio de autofinanciamento. (BRASIL, 2008).

Em 2022, a rede Record de televisão, por meio do seu canal de internet, o portal R7, publicou uma reportagem acerca do consórcio e financiamento, podemos destacar aqui a questão da elevada taxa de juros. Pois, às vezes, é um fator crucial que influencia na tomada de decisão, do consumidor, para adquirir um bem. Recentemente, Nascimento (2022) apontou que “Com a taxa de juros nas alturas, os financiamentos acabam ficando mais caros.” e toma como exemplo a taxa do Sistema Especial de Liquidação e de Custódia (SELIC), que na época estava a 12,75%, e vai adiante dizendo que o financiamento nessa situação não seria a opção mais viável. Além disso, o economista Jorge Freire, CEO do BomConsórcio, reforça que diante de uma situação na qual se dispõe de pouco dinheiro o consórcio é mais viável.

Ele não tem juros, é composto basicamente do fundo comum, de onde sairá o recurso para as cartas de crédito; da taxa de administração, a remuneração da administradora pelo serviço prestado; do fundo de reserva, uma provisão para eventuais custos do grupo; e de seguros opcionais. Esse valor é dividido pelo prazo total do contrato. (FREIRE, 2022).

O financiamento certamente é o mais indicado quando se precisa do bem o mais rápido possível. Segundo Nascimento (2022), “A principal diferença entre essas duas escolhas é a disponibilidade do bem. No consórcio, é preciso esperar que a cota seja contemplada em um dos sorteios mensais da administradora ou dar um lance.”

No financiamento, não há a necessidade de espera<sup>1</sup>, apenas é preciso levar a documentação necessária, esperar a instituição de crédito analisar os dados de quem está querendo receber o valor do crédito, processo também conhecido como análise da ficha, que, sendo aprovada, o valor é liberado, muitas vezes direto ao dono do bem, isso é algo

---

<sup>1</sup>Há apenas a espera do processo burocrático.

que não acontece na entrada do membro em um consórcio, somente caso ele seja contemplado, daí a operadora fará essa análise de seus dados para poder entrega-lo o bem. O bem fica pertencente ao recebedor, porém alienado à instituição financeira que cedeu o valor e pode, na iminência da inadimplência, recolher o bem. Sendo isso comum nos financiamentos de automóveis que não são pagos devidamente.

Quanto ao caso de inadimplência, a instituição financiadora poderá solicitar a justiça o mandato de busca e apreensão, com base na Lei 10.931 de 2 de agosto de 2004, no seu artigo 66 que diz que “§ 8º : A busca e apreensão prevista no presente artigo constitui processo autônomo e independente de qualquer procedimento posterior.” (PLANALTO, 2004).

Pelo que foi discutido, já podemos saber que existem no mínimo três fatores importantes na decisão, são eles: o tempo, a necessidade e o valor. Pois, quando se tem necessidade imediata, o financiamento é a melhor opção e quando se tem finalidade de possuir, mas não tem tanta pressa, o melhor é o consórcio, devido ao baixo valor da taxa de administração em relação às taxas de juros do financiamento.

### 2.1.3 Valor pago por um bem por meio de um consórcio

No ano de 2022, o consórcio foi muito procurado no mercado e, segundo Strickland (2022), com o cenário de juros nas alturas e créditos escassos,

[...] o setor de consórcios está em franca expansão. Dados da Associação Brasileira de Administradoras de Consórcios (Abac) apontam que, nos primeiros seis meses de 2022, o setor bateu bateu recorde de cotas vendidas com 1,85 milhão — o melhor resultado para o período nos últimos 10 anos. Em relação aos dados do primeiro semestre de 2021, o crescimento foi de 12,1%.

Com uma renda média mensal por domicílio de R\$ 1.454,00, é natural pensar que poucos indivíduos poderiam comprar uma moto à vista, cujo exemplo pode ser visto na Figura 2.1, pois, o valor total dela é maior do que a renda média por domicílio.

Para os casos dos consórcios, onde não existem muitas taxas e não se faz necessário desembolsar um valor extra com a entrada (como é o caso de um financiamento), se comparado à poupança, existe a vantagem de que, além do seu dinheiro que está sendo aplicado, a pessoa pode, a qualquer momento, ser contemplada por meio do sorteio simples, que acontece mensalmente, e assim a moto será disponibilizada. Conseqüentemente, o consorciado poderá usufruir do bem antes de juntar todo o valor necessário para realizar a compra desse bem. Por outro lado, a poupança em algum banco tem a vantagem de não ter taxas de administração e um rendimento mensal que fará com que seu dinheiro renda juros a serem recebidos.

No consórcio haverá uma diferença pequena entre o valor efetivamente pago e o valor real do bem, enquanto que no financiamento, essa diferença entre valor efetivamente pago e valor do bem será bem maior que do consórcio. São operações de crédito diferentes

nesse ponto. Enquanto uma operação basicamente não tem juros, a outra possui juros maiores devido à imediata aquisição por meio do crédito cedido ao usuário pelo credor.

Figura 2.1: Consórcio Nacional Honda

**NXR 160 BROS ESDD**  
 Valor da carta de crédito  
**R\$ 19.381,00**

**80x R\$ 340,14/mês**

You de Honda+

Fonte: (HONDA, 2022).

Conforme a Figura 2.1, as condições ofertadas no consórcio mostram-nos que, ao fazer uma simples conta de soma das parcelas que serão pagas e ao final do consórcio, não considerando variação do valor do bem nem das parcelas, pagaremos um total de R\$ 27.211,20, pois 80 parcelas de R\$ 340,14 ao mês, dará no final esse valor. Ou seja, pagaremos R\$ 7.830,20 a mais que equivale a, aproximadamente, 40,4% do valor à vista de R\$ 19.381,00.

Figura 2.2: Tabela FIPE - Bros 2022

Mês de referência:	novembro de 2022
Código Fipe:	811130-8
Marca:	HONDA
Modelo:	NXR 160 BROS ESDD FLEXONE
Ano Modelo:	Zero KM
Autenticação	k6lyx6k3vkq
Data da consulta	segunda-feira, 7 de novembro de 2022 17:11
Preço Médio	R\$ 20.834,00

Fonte: (FIPE, 2022).

Na Figura 2.2, temos o valor atual de uma moto Honda modelo NXR 160 Bros ESDD Flexone pela tabela da Fundação Instituto de Pesquisas Econômicas (FIPE), nela o valor é praticamente igual ao que a Honda atribui a seu modelo. Também é possível observar que o mesmo modelo em 2019, ainda antes da pandemia, nota-se que houve uma variação bem acentuada, pois, em 2019, ela custava, conforme Figura 2.3, R\$ 13.454,00 o que nos dá uma diferença de R\$ 7.380,00 para os R\$ 20.834,00 de 2022 e tudo isso em pouco mais de 3 anos, logicamente houve uma valorização de, aproximadamente, 35% nesse curto período tempo e, para tamanha variação de um mesmo produto em condições similares, é algo impensável.

Figura 2.3: Tabela FIPE - Bros 2019

Mês de referência:	novembro de 2019
Código Fipe:	811130-8
Marca:	HONDA
Modelo:	NXR 160 BROS ESDD FLEXONE
Ano Modelo:	Zero KM
Autenticação	hhtyq67y7dq
Data da consulta	terça-feira, 29 de novembro de 2022 20:38
Preço Médio	R\$ 13.689,00

Fonte: (FIPE, 2022).

Essa variação gera uma taxa de juros que é muito alta para um curto período de tempo, mas que, como afirma Brito (2021), já era esperado. Com a alta demanda e a diminuição na produção, os preços iriam subir, pois não haveriam motos suficientes no mercado para atender a demanda. Por isso, justificam-se os preços inflacionados, a alta taxa de juros como citado anteriormente, tudo isso devido a falta de atendimento dessa necessidade das pessoas e do mercado por causa da escassez do bem.

Por outro lado, temos a manutenção das taxas altas pela relação entre demanda e procura, uma vez que, mesmo com preços mais altos que os normais praticados no cotidiano, a população ainda desejava ou necessitava dos bens e, conseqüentemente, as vendas continuavam.

### 2.1.4 Valor pago por um bem por meio de um financiamento

Nesse tópico, mostraremos os resultados da simulação de um financiamento de um mesmo modelo de moto do consórcio, uma vez que temos a finalidade de expor diferenças de pagamentos entre os dois, tanto na forma, quanto no valor. Com essas informações, o consumidor estará melhor embasado com relação ao assunto para tomar a melhor decisão para sua realidade e necessidade.

O bem em questão é uma Honda NXR Bros 160 ESDD. Temos que considerar que devido à concessionária trabalhar somente com modelos 0 km - novos -, modelos do ano em que estamos simulando, embora a moto seja a mesma, o modelo dela é 2022.

Temos que ressaltar ainda que a própria financeira da montadora, o Banco Honda, não nos fornece dados dos preços de seus financiamentos em sites ou portais na internet. Para se fazer uma simulação, é necessário entrar em contato com um vendedor autorizado para que ele realize a simulação ou ir a uma agência fazer a simulação.

A simulação é baseada no capital a ser financiado, ou seja, sabendo o modelo da moto, pois com ele sabe-se com exatidão o valor do bem e, conseqüentemente, valor de capital a financiar, valor da entrada e prazo para pagamento disponibilizado pela financeira (que nos dava cinco opções de prazo: de 6, 12, 24, 36 ou 48 meses) para pagamento.

Conforme o prazo aumenta, os juros também aumentam, pois quem empresta demora mais para receber o dinheiro, o risco para a transação aumenta e, em um espaço de tempo maior, a inflação corrói mais o capital emprestado e outras ocasiões que podem interferir têm uma chance maior de ocorrerem em um período maior.

Estamos desconsiderando qualquer outro encargo obtido no financiamento, a exemplo de taxas de administração, seguro, impostos. Estamos considerando somente a taxa do financiamento, fator que incide no saldo devedor, tornando o valor pago maior que o valor de compra, ocasionando assim os juros, que são a diferença entre valor pago e valor real do bem.

Tabela 2.1: Dados colhidos em campo

Valor do bem	Ano modelo	Valor da entrada
R\$ 20.200,00	2022	R\$ 2500,00

Fonte: Elaborada pelo autor.

Uma breve explicação é que os dados encontrados na Tabela 2.1 agora serão relacionados às condições do financiamento simulado, dados esses que foram usados como parâmetros para se fazer a simulação junto agência Honda mais próxima. Nela o autor foi a campo para coletar esses dados e apresentá-los.

A Tabela 2.2 nos ajuda a entender um pouco mais sobre a relação existente entre



Tabela 2.2: Simulação de financiamento

Prazo	Valor da parcela	Taxa de juros
6 meses	R\$ 3.389,25	2,56% a.m
12 meses	R\$ 1.824,82	2,58% a.m
24 meses	R\$ 1.040,33	2,59% a.m
36 meses	R\$ 785,64	2,66% a.m
48 meses	R\$ 689,47	2,74% a.m

Fonte: Elaborada pelo autor.

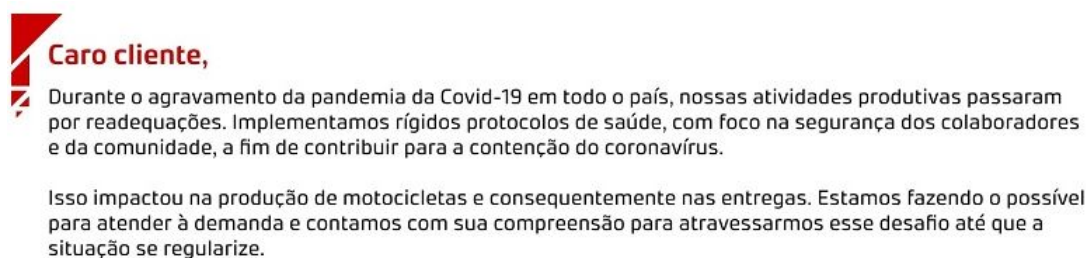
dinheiro e tempo, nela temos os referidos valores dos períodos, parcelas e taxas correspondentes a cada um dos planos que o consumidor tem a escolher.

Podemos observar que, em muitos casos, o valor da parcela está relacionado ao número de meses do financiamento, pois quanto mais parcelas, menor é o valor a se pagar em cada uma delas. Uma pergunta comum seria procurar como saber até onde isso é benéfico para quem está aderindo a um desses planos, uma vez que as parcelas diminuem, mas o montante a pagar será maior e o prazo para acabar também aumentará, porque haverá mais parcelas a pagar. Além disso, a taxa de juros aumenta e isso no levará a um montante ainda maior. Ou seja, quanto mais parcelas, mais será pago pelo mesmo bem (e não segue um crescimento linear).

## 2.2 COMPRA DE UM BEM A PRAZO NA PANDEMIA

A Figura 2.4 ajuda a evidenciar que durante a pandemia da Covid-19 - onde várias pessoas, empresas e outras coisas no mundo foram afetadas - a Honda, em (HONDA, 2022), informou que teve uma dificuldade para cumprir com suas atividades ordinárias, bem como também para atender a demanda que tinha e que devido à crise sanitária da pandemia foi afetada de tal modo que sua produção e entrega de veículos foram afetados. De maneira que os consumidores finais desses produtos também não ficaram de fora desse prejuízo, pois tiveram que esperar um prazo maior para receberem os bens comprados.

Figura 2.4: Aviso acerca do impacto da covid na produção



Fonte: (HONDA, 2022).

Fato esse também evidenciado por muitos jornais e outras mídias aqui no Brasil, um exemplo é a matéria do jornal Estadão, ela que disserta acerca da crise sanitária causada pelo vírus da Covid-19, para mostrar ao leitor que:

O atraso nas entregas de motos é fruto de uma “tempestade perfeita” que tem origem nas restrições da pandemia provocada pela Covid-19. Tanto Yamaha (por 30 dias), quanto Honda (60 dias) paralisaram suas produções em 2020, numa primeira onda de infecções pelo coronavírus. Sendo assim, a Honda voltou a interromper a fábrica em janeiro de 2021. Depois, foi a vez de a Yamaha voltar a parar, em maio. Na análise da Automotive Business, o atraso vai prosseguir no segundo semestre por conta das férias coletivas de julho das fabricantes. Por isso, a escassez de produtos é ampliada pela alta demanda, em decorrência da pandemia do coronavírus. (BRITO, 2021).

Conforme relatado, agora sabemos, por meio da reportagem, que a pandemia teve efeitos práticos na produção de motos e também, por consequência, na entrega para o consumidor final. Logo, com uma demanda maior e a produção menor, o preço também foi alterado, sendo este inflacionado devido aos problemas anteriormente citados.

Resumindo, na pandemia devido à escassez e alta demanda dos produtos em questão, os preços inflacionaram e isso vai ao encontro o que diz a lei da oferta e procura de Smith (1776) quando diz que “[...] é esperado que quando a oferta é maior que a procura, os preços caiam; e quando a procura é maior que a oferta, os preços aumentem.”

Logicamente, com o aumento do preço de um bem, teremos parcelas mais caras e, pela escassez de crédito no mercado, e conseqüentemente taxas maiores. Ora, esses dois fatores afetam diretamente na compra de um bem a prazo. Gerando, assim, um valor final do pagamento de uma operação de compra exorbitante. Ou seja, além de pagar mais caro pelo bem se fosse comprado à vista, tem-se que os juros pagos pelo comprador serão maiores quando a compra for realizada a prazo.

### **2.2.1 Comparação entre consórcio e financiamento na pandemia**

Durante o período que compreendeu a pandemia da Covid-19, foi constatado que as taxas de juros que incidem nesse mercado foram bastante afetadas. As paralisações nas fábricas de todo o país fizeram a mercadoria escassear, porém a demanda somente aumentou, porque sempre havia e ainda há a necessidade de comprar um veículo para não depender somente do sistema de transporte público do país, portanto os preços dos bens aqui citados aumentaram bastante, uma vez que suas taxas também aumentaram.

Muitos consumidores que queriam aderir a um financiamento recorreram a outros meios para adquirir o mesmo bem, um consórcio, por exemplo. O que sabemos de fato é que quem fez um financiamento durante a pandemia pagou juros maiores que pagaria em uma situação corriqueira na rotina normal da sociedade, pois a produção até então vinha seguindo bem, não havia perspectiva de um impacto tão grande que estivesse iminente a acontecer como a crise causada pela pandemia.

É válido salientar que dados de financiamento e consórcio são particulares e que variam de acordo com as taxas ofertadas pelos bancos. Esses, por sua vez, não atuam de maneira linear, pois a economia de uma localidade ou país em que estão localizados ou atuam sobre, não é uma ciência exata e depende de muitas variáveis que se comportam de muitas maneiras e que, no caso da pandemia, evento mundial, também atingiu essas variáveis e, conseqüentemente, a economia, de tal modo que os preços finais dos financiamentos foram afetados significativamente.

Certeza é que, ao menos no mercado nacional, a escassez de produtos e uma alta demanda inflacionou os preços e, por causa disso, é lógico saber que mesmo que as taxas não tivessem sido afetadas, o fato do preço dos produtos terem subido faz com que, aplicadas mesmas taxas em valores que são maiores, o consumidor pague mais pelo mesmo bem. A diferença foi os desajustes causados por essa crise global.

Para resumir, a escassez, a crise econômica e o aumento dos juros, durante a pandemia, nos faz deduzir que recorrer para o consórcio não foi uma boa ideia para quem planejou pagar um valor menor, pois devido à grande variação, o valor da parcela de um consórcio aumenta à medida que o valor do bem atualiza. Disso concluímos que quem se planejou para pagar uma parcela de valor X, ou aproximadamente esse valor, acabou pagando bem mais.

Uma reflexão bem instintiva e que podemos notar facilmente é a diferença paga pelo consumidor no final do contrato entre ambas as opções do consórcio ou do financiamento. Essa diferença é logicamente o valor pago para a administradora da operação creditícia e o valor real do bem. Note que no financiamento o consumidor pagará bem mais, um vez que nele a administradora disponibiliza o valor do crédito na hora e tende a querer um provento maior do que no caso do consórcio, onde o pagamento pode ocorrer brevemente ou não.

O professor Assaf Neto (2021, p. 1) nos mostra uma visão interessante sobre o porquê dos juros em uma transação, no nosso caso o financiamento que nada mais é que a cessão quase que imediata do valor para o consumidor final a fim possibilitar compra de um bem. Com as palavras do autor temos o seguinte:

- a) O risco envolvido na operação (empréstimo ou aplicação), representado genericamente pela incerteza com relação ao futuro;
- b) A perda de compra do poder do capital motivada pela inflação. A inflação é um fenômeno que corrói o capital, determinando um volume cada vez menor de compra com o mesmo montante;
- c) O capital emprestado/aplicado. Os juros devem gerar um lucro (ou ganho) ao proprietário do capital como forma de compensar a sua privação por determinado período de tempo. Esse ganho é estabelecido basicamente em função das diversas outras oportunidades de investimentos e definido por custos de oportunidade.

Conforme item a), temos que o risco envolvido geralmente é bem maior em um

financiamento do que em um consórcio, pois o valor entregue no ato já fica em poder do consumidor e o credor fica a mercê dele e, caso ele não cumpra com sua parte, que é o pagamento, a perda do recurso torna-se um prejuízo para o credor.

Todavia, no consórcio, não podemos dizer que o credor está livre desses mesmos riscos, eles existem, são menores, mas por causa disso não implica que não haja perda no poder de compra do mesmo capital cedido, pois quem emprestou continua querendo obter algum provento disso, obter algum lucro pelo empréstimo do valor. E a incerteza em relação ao futuro ainda existe, e uma delas pode ser simplesmente o não pagamento da dívida pela parte que recebeu o valor, uma vez que havendo contemplação antes da quitação, que é justamente quando recebe-se o bem e ainda há parcelas do consórcio a pagar, o devedor, deixando de pagar, estará com o bem e ainda não cumpriu com sua parte, que é quitar a dívida restante.

Na pandemia, o grande diferencial observado foi a elevada taxa de juros, que fez o consórcio ser procurado com muito mais frequência, pois juros muitos altos somados aos que já existem no financiamento devido os riscos citados levaram o consumidor a buscar um meio de pagar menos, uma vez que como todo mercado, e o consumidor também faz parte dele, o salário e ganhos deles também foram afetados. Logo, não é interessante para ninguém se expor ao risco de acabar pagando mais, porque as incertezas de não poder cumprir com o contrato eram maiores.

Um fator crucial a se concluir é que, antes da pandemia, havia a certeza de quem aderiria a um consórcio pagaria menos, pois embora o bem se valorizasse, ele não teria uma diferença muito grande, isso tendo em vista um curto período de tempo para uma operação de crédito como um consórcio, que geralmente demora de cinco a seis anos. Como, em um período de um ou dois anos, o valor do bem aumentou quase 30% ou 40%, a parcela do consórcio também aumentou bastante e isso afetou o orçamento das pessoas.

Em oposição ao consórcio, o financiamento não tem alterações em suas parcelas, não tem como você pagar mais em uma parcela por um bem que já está sendo usado. Embora os juros do financiamento sejam maiores, as parcelas são fixas, logo quem se planejou para pagar o valor das parcelas, pagou aquele valor fixo, invariável até o final, sem sofrer nada com a variação do preço do bem no mercado.

Para quem queria fazer um consórcio com receio de pagar altos juros do financiamento, teve uma grande contrapartida que foi o aumento das parcelas, ocasionando parcelas com valores até quase 50% maiores. O financiamento teve também aumento no seu valor, pois mesmo que a taxa não variasse, mas com a variação do bem, o valor a ser pago já seria maior, mas não muda valor da parcela, é aquele estipulado no ato da compra e somente.

Em resumo, logo antes do início da pandemia, quem optou pelo consórcio em detrimento ao financiamento pode ter ficado no prejuízo por causa das grande aumento nos valores dos bens nesse período, ou seja, que optou pelo financiamento nesse período

recebeu o bem imediatamente e ainda, ao término da operação, acabou pagando menos do que aqueles que optaram pelo consórcio.

Como sabemos que, geralmente, a operação de consórcio gera encargos menores do que no financiamento, o que foi apresentado nos mostra que não podemos generalizar sempre. Há situações em que o financiamento, mesmo que contrariando a lógica, será uma opção melhor do que o consórcio.

A grande incógnita desse momento foi quando ao se dar conta do que estava acontecendo no mercado - a variação de valor do bem - saber se programar e qual das duas operações aderir, pois fazer um consórcio é sinônimo de pagar menos que um financiamento, mas saber que uma parcela varia de acordo com o valor do bem e, que no momento da pandemia, saber que o valor do bem aumentaria consideravelmente poderia ajudar em um planejamento mais adequando, financeiramente falando.

### 3 MATEMÁTICA FINANCEIRA E RENDAS

Neste capítulo, iremos nos ater a parte teórica necessária para a construção da discussão e o desenvolvimento acerca dos conhecimentos abordados sobre consórcio e financiamento, bem como apresentar um pouco sobre a matemática financeira, ciência que possibilita esse trabalho e é bastante usada nos tempos modernos.

A matemática financeira surge da necessidade que a humanidade teve de realizar trocas de bens, de pessoa a pessoa no início e, com passar do tempo, de pessoa para uma instituição maior - empresa, órgão público, igreja - e assim foi preciso um meio que possibilitasse contabilizar essas transações.

Nos primórdios, conforme (ROSETTI JUNIOR; SCHIMIGUEL, 2011, p. 3), as pessoas barganhavam comercialmente entre elas por meio de uma operação chamada escambo. O escambo era o nome dado a troca que acontecia quando duas partes trocavam entre si produtos, geralmente quando uma parte tinha uma quantidade X de um produto e outra tinha uma quantidade Y de outro tipo de produto. Quando um deles tinha interesse total ou em parte no produto do outro, eles barganhavam entre si. Assim, uma parte cedia para a outra uma quantidade do seu produto e vice-versa e ambos teriam partes desses produtos, saciando as suas necessidades.

O escambo tinha suas limitações óbvias, uma delas é ter que andar com muitas mercadorias para poder trocar por outras. Logo, o peso, o espaço e a locomoção gerariam empecilhos no processo de troca, sem falar que a mercadoria ou as mercadorias poderiam ser perecíveis e, possivelmente, estragariam durante o percurso.

Devido às dificuldades que havia nos sistemas de escambo, surge, a priori, uma saída: a humanidade enxergou que umas mercadorias eram procuradas mais do que outras. Sabendo desse fato, algumas pessoas começaram a carregar somente esse tipo de mercadoria para poder trocar em outras que necessitassem ou desejassem, em vez de andar com muitas mercadorias. Evitava-se, assim, carregar muito peso.

Um exemplo do uso de mercadorias que foram muito usadas e que serviram como moeda de troca foi o sal, que, na Roma antiga, era o meio pelo qual o governo pagava os soldados pelos serviços prestados. O historiador Castro (2020) nos conta que:

“[...] salário vem da palavra *salarium* do latim no Império Romano que deriva da palavra *sal*. Porque, o sal foi um produto muito apreciado pelos romanos porque ele tem algumas propriedades muito específicas primeiro porque ele é excelente pra cicatrização de feridas e também para a conservação de alimentos e para dar gosto de alimento. Exatamente por isso que o sal foi considerado um alimento sagrado, uma dádiva da deusa *Salus*, a deusa da saúde. E aí vem a palavra *salário*, exatamente porque os soldados romanos recebiam como pagamento, muitas vezes, uma porção de sal. Depois o sal passa a ser uma base de cálculo para se estabelecer o pagamento dos serviços prestados pelo trabalhador.”

Porém mesmo usando uma mercadoria valiosa como algo para barganhar outras mercadorias, ainda se tinha um problema, uma vez que nem todos necessariamente poderiam estar precisando dela naquele momento, ou seja, para algumas pessoas essa mercadoria não teria tanto valor.

Da necessidade de ter algo para representar esse poder de barganha, que fosse aceito em vários lugares e que não demandasse sacrifício penosos, como ter que carregar muito peso ou perder mercadoria que fosse perecível, por exemplo, alguns países confeccionaram pequenas peças das quais eles atribuíam valor. Geralmente, as de maior valor eram feitas de ouro e as de menor valor eram de prata e bronze. O nome dado a essas peças é o mesmo que usamos até hoje para nos referirmos ao capital usado, o nome em questão é “moeda”.

Com o passar do tempo, a moeda foi sendo aperfeiçoada. Ela passou a ser confeccionada não somente em ouro, prata ou bronze, mas também em outras ligas metálicas e passou a ter o valor escrito nela e o nome de quem a garantia esse valor. Em Roma, por exemplo, as moedas eram confeccionadas com seu valor e com a caricatura do imperador, há vários registros históricos comprovando isso, desde passagens bíblicas até outros registros arqueológicos que as evidenciam.

Quando as moedas tomaram forma e valor, puderam ser usadas como barganha por produtos ou serviços e as pessoas começaram a quantificar esses valores e serviços para serem trocadas em moedas. Foi assim que a matemática financeira, da qual estamos acostumados a ver, começou a ser trabalhada, pois passou a estudar a relação do valor da moeda em relação ao tempo.

Uma dessas relações consiste em calcular como deve ser recompensado alguém que empresta uma dada quantia a outra pessoa, ou seja, quem emprestou - cedeu uma quantia a outrem - ficou sem poder utilizar o que já era seu e, por isso, merece receber, de quem fez uso da quantia, o valor emprestado acrescido de um extra (os juros).

Os cálculos foram se aperfeiçoando com passar dos tempos, mas uma operação de empréstimo de capital nem sempre é simples de calcular e precisará de teorias e fórmulas específicas. Um exemplo é quando no período do empréstimo há várias capitalizações, o cálculo é mais elaborado. Dessas necessidades, da relação de dinheiro e tempo, surgiu a

matemática financeira.

Presente em tudo que envolve cálculos sobre dinheiro e suas aplicações, a matemática financeira está em muitas situações do cotidiano, desde a compra de um simples produto - arroz, feijão, combustível - como também em situações mais complexas - financiamento, consórcio, amortização de uma dívida - e tem como objetivo permitir ou facilitar a tomada de decisões em relação ao capital por meio de cálculos estudados nesse ramo da matemática, ou seja, a matemática financeira serve para orientar sobre qual é a melhor decisão possível a se tomar acerca de um investimento - seja de compra ou de venda. É por isso que seu conhecimento é tão necessário a um cidadão.

### 3.1 MATEMÁTICA FINANCEIRA

O conhecimento acerca de operações financeiras simples é de grande importância para uma pessoa nos dias atuais, pois com ele será mais fácil compreender a relação do dinheiro com as atividades que podem aparecer no seu cotidiano. Para isso, começaremos por definir elementos básicos para lidar com esse conhecimento: os juros ( $J$ ), o capital ( $C$ ) e a taxa de juros ( $i$ ), definido como em (GUERRA; TANEJA, 2014, p. 15-17).

**Definição 3.1.** Juros é o valor cobrado pelo detentor do dinheiro para cedê-lo àqueles que dele necessitem. Para o detentor é a remuneração paga pela cessão do dinheiro e para quem necessita dele é o custo pago pelo aluguel do dinheiro.

**Definição 3.2.** Capital é a importância ou dinheiro disponível para emprestarmos a quem dele necessite (ponto de vista do investidor), ou importância ou dinheiro de que necessitamos e de que não dispomos. Sendo, portanto, necessário obtê-lo por meio de um empréstimo (ponto de vista do tomador).

Para definir a taxa de juros ( $i$ ), faz-se necessário utilizar os conceitos apresentados nas Definições 3.1 e 3.2.

**Definição 3.3.** A taxa de juros é a razão entre os juros recebidos (ou pagos) ao final de um período de tempo e o capital inicialmente empregado, isto é,  $i = \frac{J}{C}$ .

Uma importante observação é que taxa de juros pode ser trabalhada de duas formas, são elas: a forma de porcentagem, que é quando o valor está sendo uma parte de 100 e que aparece com o valor seguido pelo símbolo que denota a razão desse número por 100, esse símbolo é %; outra forma é a taxa unitária, que é quando temos o valor denotado sem o símbolo de porcentagem fazendo referência a uma parte da unidade (1). Por exemplo, quando temos 15% estamos tratando da taxa em forma de porcentagem, mas quando temos 0,15 estamos tratando da taxa na forma unitária (geralmente a mais usual nos cálculos), em linguagem matemática seria  $15\% = \frac{15}{100} = 0,15$ . Ou seja, uma taxa  $i = 0,15$  faz referência a mesma coisa que a taxa  $i = 15\%$ .



Na matemática financeira, não tem como deixar de falar no intervalo de tempo - ou unidade de tempo - em que uma operação matemática acontece sobre um valor monetário. Geralmente, ele é parametrizado em ano, semestre, trimestre, mês ou dia. Esse intervalo de tempo chamamos de período, será denotado por  $n$  e definido da seguinte forma: “O período é o intervalo de tempo em que o capital estará disponível para aplicação ou empréstimo, definindo o resultado da operação” (GUERRA; TANEJA, 2014, p. 16).

Temos que, quando os juros forem incorporados a um valor inicial em um determinado período de tempo, ele resultará logicamente em um valor final, chamaremos esse valor final de montante e o denotaremos por  $M$ . Como apresentado em (GUERRA; TANEJA, 2014, p. 16):

Tanto o investidor como os tomadores de empréstimo têm sempre uma preocupação: qual o valor resultante ao final do período? Atribuímos ao valor final resultante da operação a denominação de “montante”. Logo, podemos estabelecer a seguinte definição: Montante é o valor resultante, ao final do período, do empréstimo ou da aplicação financeira.

$$\text{MONTANTE} = \text{CAPITAL} + \text{JUROS.}$$

Fica fácil ver que o montante é justamente o valor final que se obtém na operação e que em muitos dos casos é o que se procura saber. Em resumo, temos

$$M = C + J. \tag{3.1}$$

**Situação 3.4.** Uma pessoa fez um empréstimo de R\$ 1.000,00 e pagou no total R\$ 1.500,00 ao final do quinto ano. Pode-se determinar

- (a) os juros pagos na transação.
- (b) a taxa de juros adotada.

**Solução:** Para resolvermos essa situação problema utilizaremos de conhecimentos que já discutimos aqui.

- (a) Temos, pela Equação 3.1, que

$$M = C + J.$$

Segundo o enunciado, temos que  $C = 1000$  e  $M = 1500$ , assim, nos resta que  $J = 500$ . Logo, deduz-se que foram pagos R\$ 500,00 de juros ao final do período.

- (b) Por outro lado, pela definição da taxa de juro, temos

$$i = \frac{J}{C} = \frac{500}{1000} = 0,5 \Rightarrow i = 50\%.$$

Por fim, encontramos que a taxa adotada na operação foi de 50% durante o período de cinco anos.  $\diamond$

Vale salientar que a variável utilizada nos problemas de matemática financeira é o tempo e, por tratarmos de unidade de tempo que é discreta (não contínua), é natural que se faça uso do Princípio de Indução Finita (PIF) - que é um método de demonstração matemático utilizado nas demonstrações de propriedades que são válidas para números inteiros - para demonstrar algumas propriedades (fórmulas) presentes na matemática financeira. Para saber mais sobre esse método de demonstração, sugerimos o livro (LIMA, 2014).

### 3.1.1 Regimes de Capitalização

Os regimes de capitalização - ou critérios de capitalização - demonstram a formação dos juros sobre um certo capital ao decorrer de um intervalo de tempo - período. Existem alguns tipos de sistemas de capitalização na matemática financeira, mas aqui trabalharemos apenas com o regime de capitalização simples e o regime de capitalização composto.

No regime de capitalização simples, a cada capitalização, os juros incidem somente sobre o valor inicial durante todo período da operação. Sendo assim, não há acúmulo de juros sobre juros do período imediatamente anterior ao atual, isto é, a cada período até o fim da operação os juros somados a cada período é o mesmo e no final irão somar ao capital e formar o montante.

Quanto ao regime de capitalização composta, temos que, segundo (ASSAF NETO, 2021, p. 5), “[...] o regime de capitalização composta incorpora ao capital não somente os juros referentes a cada período, mas também os juros sobre os juros acumulados até o momento anterior.”

Quanto aos regimes de capitalização apresentados, podemos afirmar o seguinte:

- a) No regime de capitalização composto os juros não incidem somente no valor inicial, mas sim no valor existente a cada início de período;
- b) em períodos em que se dá somente uma capitalização, ou seja, que os juros só incidem sobre um mesmo capital uma vez somente, tanto faz o regime de capitalização ser simples ou composto, pois com os mesmos valores - capital e taxa - o montante será o mesmo;
- c) podemos dizer que a principal diferença que existe para termos práticos é que quanto mais se aumenta a quantidade de capitalizações - o período de tempo - maior fica a diferença entre os juros cobrados no regime de capitalização composta e no simples, pois no regime composto, por crescer exponencialmente, o regime composto resultará em juros maiores do que o regime simples.

### 3.1.2 Juros Simples e suas Fórmulas

Segundo Assaf Neto (2021), devido a algumas restrições técnicas, os juros simples têm uma menor importância dentro da matemática financeira que os juros compostos. Contudo, o mesmo autor alerta-nos que seu uso não deve ser descartado, pois possui aplicações em situações - embora mais restritas e menos complexas - no cotidiano de um cidadão comum ou até mesmo dentro de algumas situações da matemática. Ainda é citada uma dessas situações: “O uso de juros simples restringem-se principalmente às operações praticadas no âmbito do curto prazo.” Portanto, ele tenta mostrar que o conhecimento acerca do regimes de capitalização simples é importante e devem ser disseminado.

Agora vamos entender como funciona a equação dos juros simples pelo teorema a seguir e demonstrá-lo em seguida usando o PIF.

Há sempre um “pequena” discussão quanto ao zero ser, ou não, um número natural. Salientamos que, mesmo ambos os lados (os que consideram o zero um número natural e os que não o consideram) tendo pontos interessantes a considerar, aqui adotaremos o conjunto dos números naturais como sendo  $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots, n, \dots\}$ . Isso não gera ônus algum ao texto. No geral, essa escolha segue apenas de um gosto pessoal dos autores de textos matemáticos.

**Teorema 3.5** (Regime de Capitalização Simples). No regime de capitalização simples, um capital inicial  $C$  aplicado a uma taxa  $i^1$  por um período igual a  $n$  intervalo de capitalização gera um montante de:

$$M_n = C(1 + i \cdot n), \quad (3.2)$$

em que  $M_n$  representa o montante referente a data  $n$ .

**Demonstração:** Sabemos que, no regime de capitalização simples, os juros referente a cada período é dado por:

$$J = i \cdot C. \quad (3.3)$$

Pondo  $M_0$  como sendo o montante na data 0, temos  $M_0 = C(1 + i \cdot 0) = C$ , ou seja, a Equação (3.2) é válida quando  $n = 0$  e, como a atualização do montante a cada capitalização são os juros referentes ao período anterior, temos:

$$M_n = M_{n-1} + J \Rightarrow M_n - M_{n-1} = i \cdot C.$$

Para provar a validade da Equação (3.2) para todo número natural maior ou igual

---

<sup>1</sup>a unidade de capitalização da taxa é a mesma unidade adotado no período da aplicação, ou seja, nossa taxa é efetiva. Nesse trabalho, isso será adotado como regra quando não for solicitado explicitamente o contrário.

a 1, utilizaremos o Princípio de Indução Finita (PIF) sobre  $n$ . Para  $n = 1$  temos:

$$M_1 = M_0 + i \cdot C = C + i \cdot C = C(1 + i) \therefore M_1 = C(1 + i \cdot 1).$$

Logo, a fórmula é válida para  $n = 1$ . Supondo que seja válida para algum  $n \in \mathbb{N}$  temos que:

$$M_n = C(1 + i \cdot n).$$

Com isso,

$$\begin{aligned} M_{n+1} &= M_n + i \cdot C \\ &= C(1 + i \cdot n) + i \cdot C \\ &= C[(1 + i \cdot n) + i] \\ &= C(1 + i \cdot n + i) \\ &= C[1 + i(n + 1)]. \end{aligned}$$

Ou seja,

$$M_{n+1} = C[1 + i(n + 1)].$$

Portanto, a propriedade é válida para  $n + 1$  sempre que for válida para  $n$ . Assim, pelo PIF, vale para todo  $n \in \mathbb{N}$ . ■

Como vimos, no regime de capitalização simples, tem-se que  $M_n - M_{n-1} = i \cdot C$ . Isso nos dá que, nesse regime de capitalização, o montante cresce de maneira linear com relação ao tempo, comportando-se como uma progressão aritmética (PA) de razão  $r = i \cdot C$ . Com essa informação, poderíamos ter usado as fórmulas de uma PA para determinar o valor de  $M_n$ . Veja, dada uma PA em que o primeiro termo é  $M_0 = C$  e a razão é dada por  $r = i \cdot C$ , temos que

$$M_n = M_0 + n \cdot r \Rightarrow M_n = C + n \cdot (i \cdot C) \Rightarrow M_n = C(1 + i \cdot n).$$

Resultando na mesma fórmula apresentada no Teorema 3.5. Além disso, podemos determinar uma fórmula para os juros acumulados até a data  $n$ , pois  $J_n = M_n - C$ . Portanto,

$$J_n = C \cdot i \cdot n. \tag{3.4}$$

Para auxiliar no entendimento do conteúdo temos a situação problema a seguir.

**Situação 3.6.** João comprou um carro por R\$ 20.000,00 e como não tinha o valor total ele pegou emprestado com o Banco Bom um valor de R\$ 10.000,00 a juros simples com

taxa de 2,6% ao mês durante 12 meses. Quanto ele pagará de juros e quanto pagará no total pelo bem?

**Solução:** Sabendo que o valor foi emprestado a juros simples podemos usar a Equação (3.4) para resolver o problema em questão. Como a questão nos informa que  $C = 10.000,00$ ,  $i = 0,026$  ao mês e  $n = 12$  meses. Pela Equação (3.4) temos:

$$J = 10.000,00 \cdot 0,026 \cdot 12 = 3.120,00.$$

Logo, João pagou R\$ 3.120,00 de juros.

Agora, vamos procurar saber quanto foi pago no total, uma vez que foram pagos R\$ 10.000,00, o capital e o juros, temos

$$\text{Total} = C + J + 10.000,00 = 10.000,00 + 3.120,00 = 13.120,00.$$

Por fim, reforçamos que João pagou um total de R\$ 13.120,00, sendo R\$ 3.120,00 de juros.  $\diamond$

### 3.1.3 Juros Compostos e suas Fórmulas

Como no regime de capitalização composta a taxa de juros incide sobre o montante referente ao período anterior e pondo  $M_n$  e  $J_n$  como sendo, respectivamente, o montante e o juros ambos referente ao período  $n$ , temos  $M_0 = C$ ,

$$J_{n+1} = i \cdot M_n \tag{3.5}$$

e, assim,

$$M_{n+1} = M_n + J_{n+1} = M_n + i \cdot M_n = M_n(1 + i) \Rightarrow \frac{M_{n+1}}{M_n} = 1 + i \text{ (constante)}.$$

Portanto, o montante do regime de capitalização composto não cresce de maneira linear como no regime de capitalização simples, que acabamos de ver, mas sim de maneira exponencial e nos revela uma progressão geométrica (PG) de razão  $r = 1 + i$ .<sup>2</sup>

**Teorema 3.7** (Regime de Juros Compostos). No regime de juros compostos, um capital  $C$  aplicado a uma taxa  $i$ , por um período definido de tempo  $n$  gera um montante:

$$M_n = C(1 + i)^n. \tag{3.6}$$

<sup>2</sup>Sugerimos ao leitor fazer uma tentativa de encontrar uma fórmula para o montante referente ao período  $n$  com capitalização composta.

**Demonstração:** Utilizaremos o PIF sobre o período  $n$  para demonstrar que a fórmula 3.6 é válida para todo número  $n$  natural. Para  $n = 0$  e assumindo  $i > -1$ , temos:

$$M_0 = M_0 \cdot 1 \Rightarrow M_0 = C(1+i)^0$$

mostrando que a Equação (3.6) é válida para  $n = 0$ . Agora, supondo que a Equação (3.6) seja válida para  $n$ , ou seja,  $M_n = C \cdot (1+i)^n$  é uma igualdade válida. Com isso,

$$M_{n+1} = M_n \cdot (1+i) = M_n \cdot (1+i)^n \cdot (1+i) = M_n \cdot (1+i)^{n+1} \Rightarrow M_{n+1} = M_n \cdot (1+i)^{n+1}.$$

Assim, pelo PIF, a fórmula 3.6 é válida para todo número  $n$  pertencente aos naturais, terminando a demonstração. ■

**Situação 3.8.** João comprou um carro por R\$ 20.000,00 e como não tinha o valor total ele pegou emprestado com o Banco Bom um valor de R\$ 10.000,00 a juros compostos com taxa de 2,6% ao mês durante 12 meses. Quanto ele pagará de juros e quanto pagará no total pelo bem?

**Solução:** Sabendo que o valor foi emprestado a juros compostos, podemos usar a fórmula 3.5 para resolver o problema em questão. Como a questão nos informa que  $C = 10.000,00$ ,  $i = 0,026$  ao mês e  $n = 12$  meses. Assim,

$$M_n = C(1+i)^n \Rightarrow M_{12} = 10.000,00(1+0,026)^{12} \approx 13.607,19.$$

Juntando esse valor aos R\$ 10.000,00 que ele tinha, temos o valor total  $Total = 10.000 + M_{12} = 23.607,19$ . Ou seja, João pagou um total de R\$ 23.607,19 pelo carro. Além disso, os juros são a diferença entre o montante e o capital. Assim,

$$J = M_{12} - C = 13.607,19 - 10.000,00 = 3.607,19 \Rightarrow J = 3.607,19.$$

Por fim, reforçamos que João pagou, aproximadamente, um total de R\$ 23.607,19, sendo R\$ 3.607,19 desse valor referente aos juros. ◇

Pode-se observar que houve uma diferença nos valores dos juros encontrados nas Situações 3.6 e 3.8 mesmo com os dados iniciais iguais (mudando apenas os regimes de capitalização). É sobre isso que trata o próximo tópico.

### 3.1.4 Comparação entre os Regimes de Capitalização

O principal objetivo desse tópico é mostrar que há uma diferença entre os montantes gerados numa capitalização simples e numa capitalização composta, onde na capita-

lização composta vai ser maior que na capitalização simples sempre que a quantidade de capitalizações seja um número natural  $n > 1^3$ . Será apresentado um teorema sobre esse resultado e depois, para ficar mais fácil de observar tal diferença, usaremos uma situação problema.

Para mostrar que, de fato, em um mesmo período de tempo, exceto o primeiro (casos  $n = 0$  ou  $n = 1$ ), um mesmo capital aplicado a uma mesma taxa de juros e com uma mesma quantidade de capitalizações, no regime de capitalização simples sempre terá um montante menor que o regime de capitalização composto, apresentaremos um teorema. Para demonstrar tal resultado, faremos uso de uma desigualdade conhecida como Desigualdade de Bernoulli.

**Teorema 3.9** (Desigualdade de Bernoulli). Sejam  $i \in \mathbb{R}$  e  $n \in \mathbb{N}$ , com  $i > -1$  e  $n > 1$ . Vale a desigualdade

$$(1 + i)^n > 1 + i \cdot n. \quad (3.7)$$

**Demonstração:** A demonstração segue utilizando o Princípio de Indução Finita e ficará como sugestão a tentativa de demonstração - tanto o caso com  $n \in \mathbb{N}$ , quando com  $n \in \mathbb{R}$ . ■

**Teorema 3.10** (Diferença dos regimes de capitalização). Um Capital  $C$  aplicado no regime de juros compostos a uma taxa de juros  $i$ , gera um montante  $M_C$  maior do que o montante  $M_S$  gerado pela aplicação do mesmo capital  $C$  e a uma mesma taxa  $i$  no regime de juros simples, quando a quantidade de capitalizações for maior do que uma unidade de tempo.

**Demonstração:** Se  $n \in \mathbb{N}$  com  $n > 1$  e  $i > -1^4$ , pelo Teorema 3.7, temos que vale

$$(1 + i)^n > 1 + i \cdot n.$$

Dessa forma, se multiplicarmos ambos os membros da desigualdade por  $C$  e sendo  $C > 0^5$ , temos:

$$M_C = C(1 + i)^n > C(1 + i \cdot n) = M_S \Rightarrow M_C > M_S.$$

Vale salientar que, para  $n = 0$  ou  $n = 1$ , tem-se  $M_C = M_S$ . Um fato ainda mais interessante é que, quando  $0 < n < 1$ , acontece de termos  $M_C < M_S$ .

<sup>3</sup>Na verdade, isso vale para qualquer número real  $n > 1$ , mas não iremos trabalhar com esse caso mais abrangente.

<sup>4</sup>Uma taxa menor do que  $-1$  representa um prejuízo maior do que o todo, gerando um absurdo. Portanto, é natural considerarmos  $i > -1$ .

<sup>5</sup>Não faz sentido um capital inicial negativo ou igual a zero, restando a única possibilidade de ser  $C > 0$ .

Para fazer uma breve comparação entre os regimes de capitalização simples e composto, vamos considerar a seguinte situação problema.

**Situação 3.11.** Vamos supor um empréstimo de R\$ 1.000,00 em um prazo de 5 anos à taxa de 10% ao ano.

Para  $n = 1$  no regime de juros simples:

$$J = C \cdot i \cdot n = 1.000,00 \cdot 0,1 \cdot 1 = 100,00.$$

Vamos então procurar o montante no instante  $n = 1$ , ele será denotado como  $M_1$ .

$$M_1 = C + J = 1.000,00 + 100,00 = 1.100,00.$$

Logo, teremos  $M_1 = 1.100,00$  como montante no regime de juros simples. Mostraremos, na Tabela 3.1, os valores do primeiro até o último período em ambos os sistemas de capitalização. Considerando o sistema de capitalização composto e para  $n = 1$ , temos:

$$M_1 = 1.000,00 \cdot (1 + 0,1)^1 = 1.000,00 \cdot (1,1)^1 = 1.100,00.$$

Logo, podemos ver que, para o primeiro momento, ambos os resultados são iguais, porém isso não se repete do segundo período em diante. Para ajudar a perceber, faremos aqui também.

No regime de capitalização simples, com  $n = 2$ :

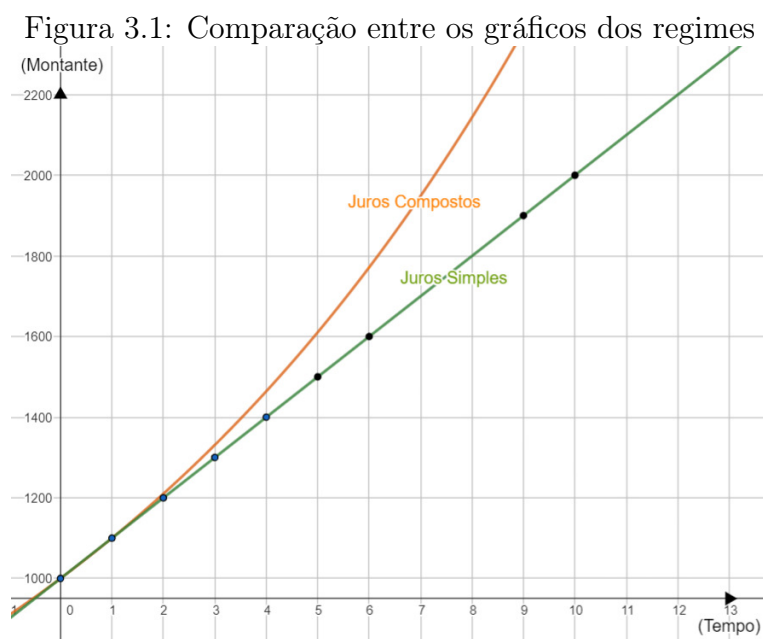
$$M_2 = 1.000,00(1 + 0,1 \cdot 2) = 1.200,00.$$

Agora no regime de capitalização composto, com  $n = 2$ :

$$M_2 = 1.000,00 \cdot (1 + 0,1)^2 = 1.210,00.$$

Note que já existe uma diferença que pode ser notada quando verificamos os montantes para cada regime de capitalização. A Tabela 3.1 nos ajuda a evidenciar ainda mais essa diferença que vai ficando cada vez mais acentuada com passar do tempo, bem como no gráfico da Figura 3.1 também podemos perceber isso.





Fonte: Elaborado pelo autor.

Observe na Figura 3.1 que, no regime de capitalização simples, o montante cresce linearmente ao longo do tempo, note que o crescimento dele lembra uma função afim. Já para a capitalização composta, o gráfico possui crescimento exponencial e, logicamente, lembra o gráfico de uma função exponencial, uma visão gráfica que ratifica as diferenças do crescimento de ambos ao longo do tempo e evidencia a formação de uma PA e uma PG, respectivamente.

Tabela 3.1: Comparativo dos Regimes de Capitalização

Ano	Juros Simples		Juros Compostos		Diferença	
	J (R\$)	$M_n$ (R\$)	J (R\$)	$M_n$ (R\$)	J (R\$)	$M_n$ (R\$)
0	-	1.000,00	-	1.000,00	-	0
1	100,00	1.100,00	100,00	1.100,00	0	0
2	100,00	1.200,00	110,00	1.210,00	10,00	10,00
3	100,00	1.300,00	121,00	1.331,00	21,00	31,10
4	100,00	1.400,00	133,10	1.464,10	33,10	64,10
5	100,00	1.500,00	146,41	1.610,51	46,41	110,51

Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Tabela 3.1, temos exposto esse comparativo dos juros em ambos os regimes e, detalhadamente, também temos os valores nos mesmos momentos de tempo respectivo, o que complementa a Figura 3.1, pois nela não temos os juros marcados no mesmo momento em ambos. Apenas com o gráfico da Figura 3.1, poderia-se gerar ambiguidade, já com a Tabela 3.1 não. Temos a diferença entre os juros anuais deles e também tem-se a diferença do saldo devedor entre eles, tudo isso não se tem na Figura 3.1.

A última informação - diferença entre o saldo devedor dos dois -, que a Tabela 3.1 nos revela, é muito interessante, pois nos informa que, no ponto de vista do devedor, considerar o sistema de capitalização composto pode ser um malefício, porque ele iria pagar um valor maior ao credor nesse regime que no simples. Já no ponto de vista do credor é um benefício, pois ele iria lucrar mais no regime composto que no simples, ou seja, diferenciando assim somente os regimes temos um fator individualizador para ambos os agentes - credor e tomador - em seus respectivos pontos de vista e numa hipotética situação cotidiana, como cita Assaf Neto (2021, p.5).

Logo, como discutido e provado, temos uma comparação, por meio de análise técnica feita nesse tópico, acerca das diferenças e semelhanças entre ambos os regimes de capitalização.

## 3.2 SÉRIES DE PAGAMENTOS

Neste capítulo, iremos tratar sobre séries de pagamentos que também são conhecidas como rendas, ramo da matemática financeira que fala sobre pagamentos ao longo de um período, seu crescimento ou decrescimento, montante formado ou dívida paga ao longo do tempo.

Séries de pagamentos são pagamentos ou recebimentos sucessivos de uma dívida ou de um investimento - aluguel, consórcio, financiamento, entre outros - em datas previamente estipuladas.

Na série de pagamentos, é importante destacarmos três termos fundamentais: os pagamentos ou recebimentos, o intervalo entre os termos e a soma dos intervalos de todos os esses termos. Cada um desses pagamentos, desde que estejam referidos a uma mesma taxa de juros, será chamado de termo da série, o intervalo de tempo entre dois pagamentos se chamará de período, já a soma dos períodos será a duração da série de pagamentos. Observe que (GUERRA; TANEJA, 2014, p. 83-84) ratifica o que foi dito nesse parágrafo:

Chamamos de rendas, de série de pagamentos ou recebimentos, série de prestações ou anuidades a toda sequência finita ou infinita de PAGAMENTOS ou RECEBIMENTOS em datas previamente estipuladas. Cada um destes pagamentos ou recebimentos, referidos a uma mesma taxa de juros compostos, será chamado de TERMO DA SÉRIE ou TERMO DA ANUIDADE.

Iremos focar nas séries de pagamentos determinísticas, que são as que mais possuem relação com o objeto desse trabalho, os pagamentos de um financiamento ou consórcio, este último que até tem parcelas variáveis, porém seria necessário focar em outras áreas da matemática financeira que ajudam a modelar seu preço, algumas variáveis econômicas, outros elementos diferentes dos juros sobre o valor do bem ou do valor financiado, algo que não faremos aqui, pois só consideramos os juros e nenhum outro encargo sobre o bem do consórcio ou financiamento, uma vez que para cada contrato de consórcio ou financiamento existem padrões definidos por suas respectivas empresas administradoras,

ou seja, não podemos formar um modelo geral, mas sabemos que o valor da parcela e os juros são elementos comuns a ambos. Portanto, será neles que iremos focar.

Para entender melhor acerca de séries de pagamentos, vejamos o que (GUERRA; TANEJA, 2014, p. 83-84) nos diz sobre rendas certas: “São aquelas cuja duração e pagamentos são predeterminados, não dependendo de condições externas. As rendas certas são estudadas pela matemática financeira.”

### 3.2.1 Tipos de Séries de Pagamentos

Neste tópico, iremos classificar as séries de pagamentos e explicar suas particularidades. As séries de pagamentos podem ser classificadas com base em seus elementos, sendo eles os termos, seus períodos, forma de pagamento e prazo para o primeiro pagamento. A seguir, listaremos e explicaremos cada um deles para um melhor entendimento.

- a) Quanto ao número de termos: a série pode ser finita quando tem uma última prestação ou pode ser infinita ou perpétua - aluguel, por exemplo - quando não tem uma última prestação prevista.
- b) Com relação a natureza de seus termos: a série pode ser uniforme, quando todos os seus termos são iguais, caso contrário pode ser não-uniforme ou variável.
- c) Quanto ao intervalo entre dois termos sucessivos: as séries podem ser periódicas, ou seja, ter intervalos constantes entre dois termos sucessivos, ou não-periódica, que é quando os intervalos entre dois termos sucessivos não forem constantes.
- d) Quanto à forma do primeiro pagamento ou recebimento: teremos as imediatas, ou seja, as que tem pagamento necessariamente a partir do primeiro período. As diferidas acontecem quando os pagamentos ficam para um período diferente do primeiro, ou seja, é dado um prazo maior para que ele seja realizado, a esse prazo damos nome de carência ou diferimento.
- e) Temos as postecipadas ou vencidas, que é quando o pagamento acontece ao final de cada período. Antecipada, que é quando o pagamento ocorre no início de cada período.

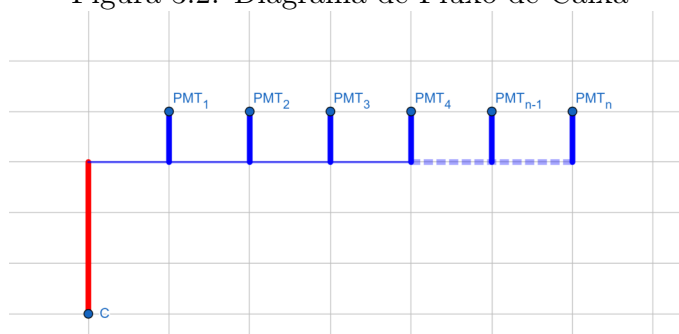
Em posse dos esclarecimentos feitos sobre as classificações das séries de pagamentos, podemos informar claramente que as séries que nos interessam discutir sobre são as séries finitas, uniformes, periódicas e postecipadas. Esse tipo de série é a que forma um financiamento ou consórcio.

### 3.2.2 Fórmulas para Séries de Pagamentos com parcelas constantes

As séries de pagamentos com parcelas constantes nada mais são que uma sequência finita ou não de pagamentos das quais os valores dos seus termos e os períodos entre eles são iguais.

Para entender melhor como funcionam as fórmulas das séries de pagamentos com parcelas constantes, primeiro mostraremos graficamente como elas podem ser representadas. O diagrama da Figura 3.2 nos mostra graficamente um fluxo de caixa para auxiliar o entendimento, sendo mais um meio para apresentá-lo.

Figura 3.2: Diagrama de Fluxo de Caixa



Fonte: Elaborada pelo autor.

Ele representa um diagrama de fluxo de caixa, nele cada barra vertical representa um pagamento em reais que foi pago a um receptor em um instante determinado, o eixo das abcissas tem cada um de seus períodos representados por valores que, por sua vez, se referem aos meses, já o eixo das ordenadas representa os valores monetários em reais.

Agora, esclarecido como funciona a ideia de fluxo de caixa, vamos procurar entender o funcionamento das séries de pagamentos e as equações que a determinam. Para isso, outro conceito importante é o da soma dos  $n$  primeiros termos de uma Progressão Geométrica (PG)<sup>6</sup>.

**Proposição 3.12.** Seja  $x_n$  o  $n$ -ésimo termo de uma PG dada, cujo primeiro termo é  $x_1$  e de razão  $q \neq 1$ , temos que:

$$\sum_{i=1}^n x_i = x_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}.$$

<sup>6</sup>O quociente entre dois termos consecutivos é sempre constante. Ou seja, para todo  $n \geq 2$ , vale que  $x_n/x_{n-1}$  sempre retornará o mesmo valor independentemente do valor de  $n$ .

**Demonstração:** Como  $q \neq 1$  e pondo  $s_n = x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n$ , temos

$$\begin{aligned} q \cdot s_n &= q(x_1 + x_2 + \dots + x_{n-1} + x_n) \\ &= x_2 + x_3 + \dots + x_n + q \cdot x_n \\ &= x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n + q \cdot x_n - x_1 \\ &= s_n + (q \cdot x_n - x_1) \\ &= s_n + (q \cdot x_1 q^{n-1} - x_1). \end{aligned}$$

Ou seja,  $q \cdot s_n - s_n = x_1 q^n - x_1 = x_1(q^n - 1)$ . Logo,

$$s_n = x_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}.$$

Mostrando que a fórmula apresentada para a soma dos  $n$  primeiros termos de uma PG é realmente válida. ■

Discutiremos acerca de outra propriedade necessária para resolver questões sobre a construção de um capital futuro ou, de modo equivalente, abater uma dívida. Quando queremos construir um capital futuro com base em pagamentos - no nosso caso constantes e periódicos - temos uma capitalização, quando queremos abater uma dívida temos a amortização.

Como estamos considerando o regime de juros compostos temos que a Equação (3.6), já discutida -  $M_n = C(1+i)^n$  - determina a construção de um montante  $M_n$ , com base no capital inicial  $C$  e o número de capitalizações que ocorrem sobre ele por determinado período  $n$ , com uma taxa  $i$  determinada.

Trazendo a Equação (3.6) para o caso de uma PG - uma vez que de fato ela é uma PG, pelo que já discutimos nesse trabalho - podemos considerar que  $M_n$  sendo o valor futuro após a  $n$ ésima capitalização e depois mostrar que, para todo número natural  $n$ , vale  $\frac{M_n}{M_{n-1}} = (1+i)$ , este último, por sua vez, é uma constante.

Utilizando a Equação (3.6) e as propriedades de uma PG, podemos determinar a Equação:

$$M_n = M_{n-k}(1+i)^k \text{ ou } M_{n-k} = \frac{M_n}{(1+i)^k} \quad (3.8)$$

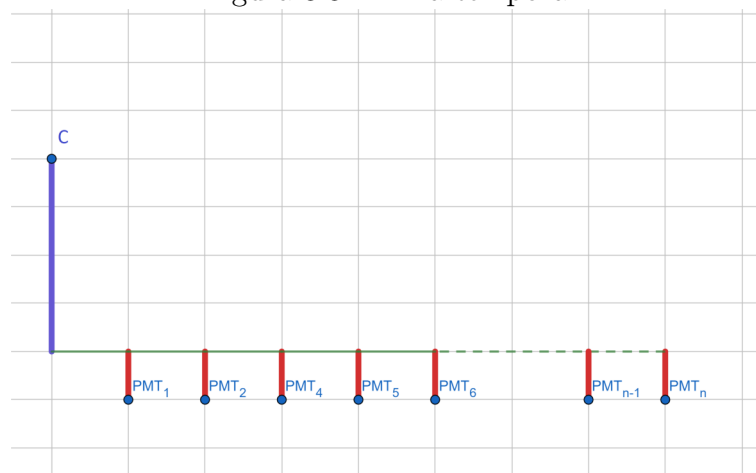
Essa equação serve para responder o seguinte questionamento: para saber quanto teremos depois de  $k$  capitalizações ou quantos teríamos antes desse mesmo número de capitalizações, para isso basta multiplicar pelo que chamamos de fator de atualização  $(1+i)^k$ . Trocando em miúdos, o artigo (SOUZA et al., 2022, p. 4) nos diz que: “[...] para avançar ou retroceder  $k$  capitalizações, basta multiplicar ou dividir, respectivamente, pelo fator de atualização  $(1+i)^k$ .”

Agora consideremos uma série de pagamentos de parcelas que são constantes e todas iguais a  $PMT$ , fazendo esse  $PMT_k$ , por sua vez, ser o valor da  $k$ -ésima parcela - termo - na data zero, agora pela Equação (3.8) :

$$PMT_k = \frac{PMT}{(1+i)^k}. \quad (3.9)$$

Para determinar o valor presente em uma série de pagamentos, basta que determinemos o valor real de cada prestação, só que na data zero - início da série - que conseguiremos por meio da Equação (3.9).

Figura 3.3: Linha temporal



Fonte: Elaborada pelo autor.

Note que  $PMT_k$  é uma PG de razão  $(1+i)^{-1}$ , logo:

$$\begin{aligned} C &= \sum_{k=1}^n PMT_k \\ &= \sum_{k=1}^n \frac{PMT}{(1+i)^k} \\ &= \frac{PMT}{1+i} \cdot \frac{[(1+i)^{-1}]^n - 1}{(1+i)^{-1} - 1} \\ &= PMT \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}. \end{aligned}$$

Existe um termo na matemática que designa especialmente a expressão  $\frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$ , é denotado por  $a_{n|i}$  e lê-se:  $a$   $n$  cantoneira  $i$  que também é chamado de fator de valor

presente de uma série de pagamentos. Tomando conhecimento disso, podemos agora determinar o valor presente de uma série de pagamentos usando:

$$C = a_{n|i} \cdot PMT. \quad (3.10)$$

Iremos mostrar, por meio de uma situação prática, que se torna fácil de resolver com o conhecimento da propriedade do fator de valor presente, uma aplicação referente ao valor presente de uma renda.

**Situação 3.13.** Qual valor uma pessoa deveria aplicar hoje em uma poupança que rende 0,7% ao mês, para poder sacar mensalmente, a partir do final do primeiro mês, uma quantia R\$ 200,00 durante um período de um ano?

**Solução:** Note que  $n = 12$ ,  $i = 0,7\%$  ao mês e  $PMT = 200,00$  reais. Daí, usando  $C = a_{n|i} \cdot PMT$ , temos:

$$a_{n|i} = \frac{1 - (1 + 0,007)^{-12}}{0,007} \approx 11,4714 \Rightarrow C \approx 11,4714 \cdot 200 = 2.294,28.$$

Com isso deduzimos que o capital  $C$ , depositado hoje, deveria ser R\$ 2.294,28 aproximadamente.  $\diamond$

Vamos ao caso de querer saber o valor acumulado. Já sabemos que o montante é dado por  $M_n = C(1 + i)^n$ , sabemos também que o valor presente é obtido por meio de  $C = a_{n|i} \cdot PMT$ . Logo, deduzimos que  $M_n = [a_{n|i}(1 + i)^n] \cdot PMT$ . Manipulando algebricamente temos:

$$a_{n|i}(1 + i)^n = \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \cdot (1 + i)^n = \frac{(1 + i)^n - 1}{i}.$$

Chegamos a outro termo bastante utilizado na matemática financeira, o fator de valor futuro ou fator de acumulação de renda. É denotado por  $s_{n|i} = a_{n|i}(1 + i)^n$  ou, mesmo,  $s_{n|i} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}$ . Agora fica fácil compreender que o valor futuro  $M_n$  será:

$$M_n = s_{n|i} \cdot PMT.$$

Vamos, por meio de uma situação prática, entender melhor o funcionamento do fator de valor futuro que discutimos.

**Situação 3.14.** Um cliente fez um financiamento em 48 parcelas mensais, cada uma de R\$ 1.000,00, todas a uma taxa de juros de 5% ao mês. Depois de pagar a quinta parcela, ele decidiu adiantar o pagamento das parcelas que faltavam. Quanto ele deve pagar por essas parcelas adiantadas?

**Solução:** Temos pelos dados da questão que  $n = 48 - 5 = 43$  meses,  $i = 5\%$  ao mês e  $PMT = 1000,00$  reais.

$$a_{n|i} = \frac{1 - 1,05^{-43}}{0,05} \approx 17,56 \Rightarrow C = a_{n|i} \cdot PMT \approx 17,56 \cdot 1000 = 17.560,00$$

Isso quer dizer que os R\$ 43.000,00 correspondentes as 43 prestações restantes serão pagos com R\$ 17.560,00 o que é um valor bem menor que o total se fosse pagar sem o adiantamento.  $\diamond$

A Situação 3.14 pode parecer um exemplo absurdo, mas é até razoável se levarmos em consideração que há financiamentos realizados por bancos em que a taxa de juros chega a ser maior do que 5% a.m. Sem contar o fato de que a referida operação ocorreu em quatro anos, o que faria os juros serem ainda maiores ao final.

Pode-se observar que o  $s_{n|i}$  é a quantidade certa de parcelas que teremos acumuladas após investir parcelas constantes em uma operação que rende juros compostos em cada parcela e em cada período de capitalização.

### 3.3 DETERMINANDO VALORES EM CONSÓRCIOS E FINANCIAMENTOS

Nesta seção, iremos discutir sobre a formação dos valores das prestações em consórcios e financiamentos, bem como a formação do seu montante. Nos interessa somente os juros que incidem sobre essas operações creditícias e a amortização do valor da dívida, sem nos interessar quaisquer outros encargos que existam sobre elas, sejam eles taxas, impostos, entre outros.

O sistema de capitalização que calculará essas prestações e montante será o sistema de capitalização composto, sistema esse já tratado aqui nesse trabalho.

Iremos tratar agora acerca de sistemas de amortização. Amortização é a palavra usada para dizer que uma dívida está sendo paga gradualmente, ou seja, quando tratamos de amortização, estamos falando em diminuição da dívida, uma definição mais formal temos em (GUERRA; TANEJA, 2014, p. 114) que nos fala que: “AMORTIZAÇÃO: refere-se às parcelas de devolução do principal (capital emprestado).” Existem diversas formas de realizar o pagamento de uma dívida.

Uma última observação, porém não menos importante, é o fato que iremos considerar apenas dois sistemas de amortização, o Sistema de Amortização Constante (SAC) e o Sistema de Amortização Francês (SAF)<sup>7</sup>.

O SAC é o sistema cuja característica básica é a devolução da dívida - valor dela sem juros - seja feita de maneira constante, durante todo prazo da operação de crédito.

<sup>7</sup>também conhecido por sistema de prestação constante (SPC).



O valor da prestação é obtida através da simples divisão do montante - dívida - pelo número de prestações, mais os juros calculado sobre a dívida no período imediatamente anterior ao atual. Isso nos dá seguinte dedução lógica: uma vez que os juros da dívida são calculados em cima do valor dessa dívida, a uma taxa de juros sempre constante, o valor dos juros será sempre menor a cada prestação, pois o mesmo fator multiplicando uma quantia cada vez menor, a cada período, nos dará um resultado cada vez menor.

O motivo pelo qual o SAC foi escolhido para se tratar aqui é devido a ele ser um dos sistemas mais usados no Brasil quando se fala em consórcios e financiamentos. Um dos motivos disso acontecer pode ser justamente o fato de suas prestações irem decaindo ao decorrer do tempo, bem como nos explica Moreira (2022): “Bem, a tabela SAC costuma ser a opção mais usada nos empréstimos e financiamentos de longo prazo. Afinal, como são muitos anos pagando, pode ser melhor ‘apertar os cintos’ no início para depois ‘afrouxá-los’. Por isso, esse tipo de amortização exige um sacrifício maior no início.”

O motivo pelo SAF ter sido escolhido aqui é o fato dele também ser um sistema muito utilizado no Brasil, quando o assunto é consórcio ou financiamento, quem reforça esse ideia é Assaf Neto (2021, p. 213), onde ele nos diz que: “No sistema de amortização francês SAF ou prestação constante SPC, amplamente adotado no mercado financeiro do Brasil, estipula, ao contrário do SAC, que as prestações devem ser iguais, periódicas e sucessivas. Equivalem, em outras palavras, ao modelo-padrão de fluxos de caixa.” Assim sendo, temos uma definição clara da principal característica do sistema francês: prestações iguais ao decorrer do tempo do contrato.

Logicamente, existem outros sistemas de amortizações diferentes do SAC e do SAF. Citando uns aqui, temos: Sistema de Amortização Misto (SAM); Sistema de Amortização Americano e o Sistema de Amortização Variáveis. Esses outros sistemas não serão tratados, mas podem ser encontrados em (ASSAF NETO, 2021).

### 3.3.1 Determinando o valor da prestação

Entender como algo funciona, geralmente, é uma necessidade quando se pretende usar esse algo a seu favor. Portanto, do ponto de vista do pagador, aprender como funciona a formação das parcelas de um consórcio ou financiamento - meio pelo qual o devedor irá pagar sua dívida ao credor - torna-se algo necessário, pois possibilita antever como, de fato, aquele valor poderá caber nas suas possibilidades e isso ajudará a ter uma boa saúde financeira.

A prestação de um consórcio ou financiamento é o meio que possibilitará ao pagador ressarcir ao credor o valor e os juros sobre valor usado. Logo, surge uma pergunta: como atender às necessidades do pagador de maneira justa ao devolver o valor mais os juros ao credor? Mostraremos como esse processo é matematicamente modelado.

A prestação de um financiamento tem aqui duas finalidades: amortizar a dívida

e pagar os juros cobrados no financiamento. Em outras palavras, é pagar uma parte da dívida e uma parte dos juros periodicamente durante o tempo do contrato.

Assumiremos que não haverá outros encargos na operação, pois segundo regulamentação do Banco Central do Brasil (BACEN), que regulamenta que é facultado às empresas que oferecem o consórcio a cobrança de outras taxas inerentes ao consórcio, desde que estejam observadas em contrato, conforme corrobora a Lei 11.795 (PLANALTO, 2008) que dispõe sobre consórcio.

Uma evidência que no consórcio existem outras coisas além de juros e amortização é que, segundo aponta a (EMBRACON, 2022), na parcela de um consórcio pode haver mais valores incluídos, como o valor do fundo de reserva e da taxa de administração. Esses dois são os mais comuns, mas ainda podem existir outros. O texto ainda reforça que não só as taxas merecem cuidado, é necessário que o pagador leia atentamente o contrato a fim de sanar todas as dúvidas junto a administradora do consórcio.

Outro fator crucial para poder se programar para o pagamento das parcelas do consórcio é saber que ele passa por reajustes periódicos. É muito comum que eles aconteçam no dia do aniversário da cota, isto é, quando completa um ano da firmação do contrato. Geralmente usa-se alguns indicadores econômicos, como o Índice de Preços ao Consumidor Aplicado (IPCA). Ele é usado para medir a taxa de inflação e é frequentemente usado no mundo dos automóveis, afirma (EMBRACON, 2022).

Considerando somente juros mais amortização, não levamos em conta o reajuste dos valores pelo IPCA ou qualquer outro fator de correção monetária, mas é importante saber que esse reajuste existe para poder se programar e saber escolher entre um consórcio ou financiamento, bem como entender que o valor pago também depende desse fator para não ser surpreendido.

Temos que a formação da parcela pelo sistema SAC é dada pela soma do valor da amortização com os juros referentes aquele período. O valor da amortização, por sua vez, será denotado por  $A$  e é dado pela divisão do valor financiado pelo número de parcelas  $t$  que pode ser igual ou diferente do número de períodos que será denotado por  $n$ .

**Definição 3.15.** Seja  $C$  o capital,  $i$  a taxa e  $n \geq 1$  o número de período de uma operação. Um sistema de amortização é dito constante se a amortização em um capital é constante, ou seja, é o mesmo valor em cada período da operação. Se considerarmos o número de períodos igual ao de prestações, temos:

$$A = \frac{C}{n}. \quad (3.11)$$

O saldo devedor do período  $n$ :

$$S_n = C - \sum_{j=1}^n A_j. \quad (3.12)$$

Os juros calculados para o final do período  $n$  são:

$$J_n = i \cdot S_n. \quad (3.13)$$

A prestação calculada para o final do período  $n$ :

$$PMT_n = A + J_n. \quad (3.14)$$

Note que, se  $A_n = A$  para todo  $n$ , então  $S_n = C - n \cdot A$ . Portanto,

$$J_n = i \cdot [C - (n - 1) \cdot A].$$

Como  $PMT_n$  é a soma da prestação mais os juros, temos no final do período  $n$ :

$$PMT_n = A + J_n. \quad (3.15)$$

Para mostrar na prática o que foi ensinado, usaremos o exemplo da Situação 3.16, em que sabemos o valor do capital emprestado, juros e prestação. Com isso, é possível determinar o valor da parcela da série de pagamentos.

**Situação 3.16.** Uma pessoa fez um consórcio de uma carta de crédito no valor de R\$ 100.000,00 para ser pago mensalmente durante 10 meses a juros de 14,0175% a.m. Sabendo que a administradora do consórcio usa o sistema de amortização SAC, qual será o valor da quinta parcela?

**Solução:** Para calcular o valor da quinta parcela temos que, pela equação 3.15:

$$\begin{aligned} PMT_5 &= A + J_5 \\ &= A + [C - (n - 1) \cdot A] \cdot i \\ &= \frac{100.000,00}{10} + [100.000,00 - (5 - 1) \cdot 10.000,00] \cdot 0,140175 \\ &= 10.000,00 + [100.000,00 - 4 \cdot 10.000] \cdot 0,140175 \\ &= 18.410,50. \end{aligned}$$

Logo, o valor da quinta parcela do consórcio é R\$ 18.410,5.

◇

Na Tabela 3.3.1, estão representadas as 10 parcelas referentes a cada período, durante os tempo do contrato da Situação 3.16.

Tabela 3.2: Parcelas de uma série de pagamentos no SAC

Períodos	Saldo devedor	Amortização	juros	Prestação
0	R\$ 100.000,00	R\$ 10.000,00	-	-
1	R\$ 90.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 14.017,50	R\$ 24.017,50
2	R\$ 80.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 12.615,80	R\$ 22.615,80
3	R\$ 70.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 11.214,00	R\$ 21.214,00
4	R\$ 60.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 9.812,30	R\$ 19.812,30
5	R\$ 50.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 8.410,50	R\$ 18.410,50
6	R\$ 40.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 7.008,80	R\$ 17.008,80
7	R\$ 30.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 5.607,00	R\$ 15.607,00
8	R\$ 20.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 4.205,30	R\$ 14.205,30
9	R\$ 10.000,00	R\$ 10.000,00	R\$ 2.803,50	R\$ 12.803,50
10	-	R\$ 10.000,00	R\$ 1.401,80	R\$ 11.401,80
Total		R\$ 100.000,00	R\$ 77.096,50	R\$ 177.096,50

Fonte: (ASSAF NETO, 2021, p. 209).

Veja que, de fato, no sistema SAC, as parcelas diminuem ao decorrer do tempo, o que a longo prazo é ótimo no ponto de vista do pagador que se programou para pagar dessa forma.

No SAF, temos uma formação de parcelas diferente do SAC. Assaf Neto (2021, p. 213) cita o fato dos juros diminuírem ao longo do tempo e as parcelas de amortização da dívida crescerem, ou seja, quando o valor da parcela, que é constituído pelos juros mais a amortização, fica no mesmo valor durante todo o contrato estamos usando SAF. Em outras palavras, os juros decrescem, a amortização cresce, mas a soma de ambos permanece o mesmo valor, gerando assim parcelas iguais.

Sabendo que estamos usando sistema de juros compostos, realizando em  $n$  o pagamento de um valor por parcelas que são calculadas da mesma maneira, do mesmo jeito que se calcula os montantes parciais. Se fixar  $i$ , fixar  $n$  e uma parcela inicial  $PMT$ . O montante final será dado por:

$$M_n = PMT + PMT \cdot (1 + i) + \dots + PMT \cdot (1 + i)^{n-1} + PMT \cdot (1 + i)^n.$$

Assim, temos:

$$C = \frac{PMT}{(1 + i)} + \frac{PMT}{(1 + i)^2} + \dots + \frac{PMT}{(1 + i)^n}. \quad (3.16)$$

**Definição 3.17.** Sejam  $C$  o capital,  $i$  a taxa e  $n$  o número total de períodos. No SAF, assumindo uma prestação constante e igual a  $PMT$ , temos

$$C = PMT \cdot a_{n|i} \text{ e } M_n = PMT \cdot s_{n|i}. \quad (3.17)$$

Isso é fácil de constatar ao observar que o SAF coincide com um fluxo de caixa de prestações constantes. Além disso,  $J_n = S_{n-1} \cdot i$  será os juros da operação para um período  $n$ , com  $n \geq 1$  e  $C = S_0$  e  $PMT = A_n + J_n$ , será a equação que calculará a prestação para um período  $n$  da operação, em que  $A_n$  é a amortização referente a esse período.

Pode-se mostrar que,  $A_n = \frac{PMT}{(1+i)^{n-m+1}}$  e, conseqüentemente, deduz-se que as amortizações formam um progressão geométrica, que crescem em uma razão que é determinada por  $(1+i)$ . Assim,

$$PMT = A_n + J_n, \text{ isto é, } J_k = PMT - \frac{PMT}{(1+i)^{n-k+1}}.$$

Logo, para obter os juros no SAF não é necessário ter o saldo devedor do penúltimo período em questão, basta apenas que tenhamos o valor de  $PMT$  e o período em questão, aí fixamos a taxa de juros e o número de períodos referente a essa operação.

Visando entender como é feito calculo da formação das parcelas de um consórcio usando o sistema SAF, calcularemos o valor da parcela usando mesmo exemplo da Situação 3.16, porém utilizando o SAF.

$$\begin{aligned} C = PMT \cdot a_{n|i} &\Rightarrow 100.000,00 = PMT \cdot \frac{1 - (1 + 0,140175)}{0,140175} \\ &\Rightarrow PMT = 19.184,40. \end{aligned}$$

Podemos ainda determinar o valor dos juros no primeiro período.

$$J_1 = 100.000,00 \cdot 0,140175 = 14.017,50.$$

Um vez que temos os juros e o valor da parcela, o valor da amortização é dado pela diferença entre o valor da parcela e os juros:

$$A_1 = PMT - J_1 = 19.184,40 - 14.017,50 = 5.166,90$$

Portanto, o valor da amortização é R\$ 5.166,90, logo amortizando a dívida temos o valor do capital para o mês subsequente, R\$ 100.000,00 - R\$ 5.166,90 = R\$ 94.833,10. Pode-se repetir esse processo até quitar a dívida.

Para elucidar um pouco mais, usaremos o exemplo da situação problema (3.16) e construiremos a planilha que foi usada no SAC, porém, aos moldes do SAF.

Vamos verificar para os valores da tabela e do problema usando os conhecimentos que acabamos de obter a fim de verificar se são válidos e resolvem de fato a situação proposta aqui.

Tabela 3.3: Parcelas de uma série de pagamentos no SAF

Períodos	Saldo devedor	Amortização	juros	Prestação
0	R\$ 100.000,00	-	-	-
1	R\$ 94.833,10	R\$ 5.166,90	R\$ 14.017,50	R\$ 19.184,40
2	R\$ 88.941,80	R\$ 5.891,20	R\$ 13.293,20	R\$ 19.184,40
3	R\$ 82.224,80	R\$ 6.717,00	R\$ 12.467,40	R\$ 19.184,40
4	R\$ 74.566,20	R\$ 7.658,60	R\$ 11.525,00	R\$ 19.184,40
5	R\$ 65.834,10	R\$ 8.732,10	R\$ 10.452,30	R\$ 19.184,40
6	R\$ 55.877,90	R\$ 9.956,20	R\$ 9.228,30	R\$ 19.184,40
7	R\$ 44.526,20	R\$ 11.351,80	R\$ 7.832,70	R\$ 19.184,40
8	R\$ 31.583,20	R\$ 12.943,00	R\$ 6.241,50	R\$ 19.184,40
9	R\$ 16.825,90	R\$ 14.757,30	R\$ 4.427,20	R\$ 19.184,40
10	-	R\$ 16.825,90	R\$ 2.358,60	R\$ 19.184,40
Total		R\$ 100.000,00	R\$ 91.844,60	R\$ 191,844,00

Fonte: (ASSAF NETO, 2021, p. 213).

$$a_{n|i} = \frac{1 - (1 + 0,140175)^{-12}}{0,140175} = 5,21255517.$$

Logo, vemos que podemos fazer:

$$PMT = \frac{100.000,00}{5,21255517} = 19.184,40$$

e, para cada período, com  $n \leq 12$  e sabendo  $PMT = 19.184,40$ , podemos calcular a amortização, bem como os juros também. Por exemplo, usando a Situação 3.16, vamos calcular os juros e a amortização para período  $n = 4$ . Para a amortização, temos  $A_4 = \frac{19.184,40}{(1,140175)^{10-4+1}} = 7.658,60$ , agora para calcular os juros basta  $J_4 = PMT - A_4 = 19.184,40 - 7.658,60 = 11.5225,00$ .

Pode-se seguir dessa maneira até a dívida ser quitada. A título de informação e aprendizagem, o leitor pode verificar para cada um dos elementos da operação que estão escritos na Tabela 3.3.1, e daí poderá constatar por seus próprios cálculos a veracidade das operações e das equações.

Para um financiamento podemos verificar as mesmas propriedades para a formação de parcelas do SAC e SAF. A diferença aqui será somente o valor dos juros cobrados, uma vez que a taxa de juros em um financiamento é bem maior que a de um consórcio. Há casos em que financiamentos resultam em até mais que o dobro do valor do bem no total do contrato, portanto além de necessário conhecer essas propriedades aqui citadas, é bom pensar bem sobre a necessidade de fazer um financiamento.

### 3.3.2 Determinando o valor total

A formação do montante em uma operação creditícia é feita por diversos componentes da venda, o valor do bem é um deles, os juros outro. No caso de consórcio e financiamento, temos diferenças nesses componentes, pois geralmente há particularidades em ambos que afetam o custo total para um consumidor. São essas particularidades que vamos falar.

No consórcio, é fato que não se tem juros, o que se cobra é a taxa de administração, fundo de reserva e seguro - se o cliente quiser -, esses são os três principais fatores que afetam o valor dele.

No consórcio é bom se atentar a outro fator que é imprevisível e que pouco se escuta falar, é o caso da valorização do bem. Quando essa valorização acontece, a administradora do consórcio irá ajustar o valor dele para que esse custo seja compensado, isto é, quando o bem se valoriza, a parcela é atualizada (no geral, aumenta) e, conseqüentemente, o valor total também.

A valorização de um consórcio é algo imprevisível, pois depende da economia local ou mundial, por exemplo. Ambas as economias são imprevisíveis em muitos casos. Logo, a valorização de um consórcio é algo que também será difícil prever com exatidão.

Embora uma valorização ou desvalorização não possa ser prevista com exatidão, elas podem ser estimadas. Para isso existem diversas maneiras e empresas, órgãos, entre outros fatores, que medem por estimativas e modelos matemáticos com bases em estudos de especialistas essa variação, esse processo culmina na correção do valor e como nos informa (VEMCONSORCIOS, 2016):

A parcela do consórcio pode aumentar ou diminuir conforme o reajuste no valor de mercado do bem ou serviço, ou de acordo com o IPCA (Índice de Preços ao Consumidor Amplo), que leva em conta a taxa de inflação. Assim, um membro contemplado no final do contrato do consórcio poderá comprar um bem do mesmo valor que o membro contemplado no início, mesmo com o reajuste do mercado. Dessa forma, seu poder de compra se manterá sempre atualizado, valorizando o seu investimento no Consórcio.

O reajuste da parcela no consórcio é necessário, uma vez que a finalidade do grupo é manter a condição de que todos os membros do grupo tenham acesso ao bem, que a soma das parcelas pagas por todos seja o suficiente para pagar o custo da compra de veículos para todos até o final do tempo do contrato, como nos informa (VEMCONSORCIOS, 2016) e também (PLANALTO, 2008). Esse último que garante que os participantes tenham direitos e garantias de formas isonômicas às condições do consórcio e que isso deve ser obedecido pela administradora da operação. Portanto, garantir a correção monetária é necessário para assegurar o cumprimento do contrato.

Tendo em vista que não é possível obter uma previsão ampla de quanto seria o reajuste em um consórcio atual ou futuro, pois ambos variam de maneira incerta, iremos

usar um exemplo fictício para simular a formação de um montante de um consórcio no decorrer do contrato ao longo do tempo.

No SAC e no SAF, teremos a formação de montantes diferentes ao decorrer do tempo, mesmo tendo a mesma taxa e o mesmo período, ou seja, há diferença entre ambos, o que pode ser um ponto negativo dependendo do ponto de vista, do consumidor ou do credor, tendo em mente que um quer pagar o menor valor possível e o outro quer lucrar o máximo possível, ambas situações devem ser observadas, mas a título de exemplo usaremos aqui o SAC para mostrar que de fato isso acontece.

**Situação 3.18.** Supondo que uma pessoa contratou um financiamento que durará 3 anos para ser pago mensalmente, a taxa será de 2% a.m., logo resultará em total de 36 parcelas e que o bem se valorize 10% a.a., o valor do bem inicialmente será de R\$ 20.000,00. Vamos considerar que durante o primeiro ano não houve variação, ou seja, 12 parcelas foram pagas sem alteração do valor do bem, a correção foi feita no início do segundo ano e no início do e ultimo ano. Considerando o SAC, temos:  $A = \frac{C}{n} = \frac{20.000,00}{36} \approx 555,56$ .

Para calcular o valor da prestação em um dado período temos a Equação (3.15), usando ela conseguiremos determinar em cada um dos 12 primeiros períodos o valor das parcelas, pois a amortização é contante. Logo, temos para a primeira prestação:

$$\begin{aligned}PMT_1 &= A + [C - (n - 1) \cdot A] \cdot i \\&= 555,56 + [20.000,00 - (1 - 1) \cdot 555,56] \cdot 0,02 \\&= 955,56.\end{aligned}$$

Se quisermos saber os juros, temos  $J = PMT_1 - A = 955,56 - 555,56 = 400,00$ . Seguindo um raciocínio análogo, podemos realizar o mesmo procedimento para as 12 primeiras parcelas, pois sobre elas não houve reajuste, na Tabela 3.4 estão os valores do primeiro ano.



Tabela 3.4: Valores referentes ao primeiro ano

Períodos	Saldo devedor	Amortização	juros	Prestação
0	R\$ 20.000,00	-	-	-
1	R\$ 19.444,44	R\$ 555,56	R\$ 400,00	R\$ 955,56
2	R\$ 18.888,88	R\$ 555,56	R\$ 388,92	R\$ 944,48
3	R\$ 18.333,32	R\$ 555,56	R\$ 377,78	R\$ 933,34
4	R\$ 17.777,76	R\$ 555,56	R\$ 366,67	R\$ 922,23
5	R\$ 17.222,20	R\$ 555,56	R\$ 355,56	R\$ 911,12
6	R\$ 16.666,64	R\$ 555,56	R\$ 344,44	R\$ 900,00
7	R\$ 16.111,08	R\$ 555,56	R\$ 333,33	R\$ 888,89
8	R\$ 15.555,52	R\$ 555,56	R\$ 322,22	R\$ 877,78
9	R\$ 14.999,96	R\$ 555,56	R\$ 311,11	R\$ 866,67
10	R\$ 14.444,40	R\$ 555,56	R\$ 300,00	R\$ 855,56
11	R\$ 13.888,84	R\$ 555,56	R\$ 288,90	R\$ 844,46
12	R\$ 13.333,28	R\$ 555,56	R\$ 277,78	R\$ 833,34
Total		R\$ 6.666,72	R\$ 4.076,71	R\$ 10.733,43

Fonte: Elaborada pelo autor.

Voltando a Tabela 3.4 temos que existe ainda uma dívida de R\$ 13.333,28 a ser paga em um período de 24 meses. Agora será aplicado o reajuste no bem e consequentemente o consórcio irá distribuir esse custo para todos os membros do grupo, a fim de garantir, conforme manda a lei, o acesso ao bem de forma isonômica.

Tabela 3.5: Valores referentes ao segundo ano

Períodos	Saldo devedor	Amortização	juros	Prestação
13 <sub>0</sub>	R\$ 14.666,54	-	-	-
13 <sub>f</sub>	R\$ 14.055,43	R\$ 611,11	R\$ 293,33	R\$ 907,44
14	R\$ 13.444,32	R\$ 611,11	R\$ 281,11	R\$ 892,22
15	R\$ 12.833,32	R\$ 611,11	R\$ 268,88	R\$ 880,00
16	R\$ 12.222,21	R\$ 611,11	R\$ 256,64	R\$ 867,77
17	R\$ 11.556,10	R\$ 611,11	R\$ 244,44	R\$ 855,55
18	R\$ 10.944,99	R\$ 611,11	R\$ 231,12	R\$ 842,23
19	R\$ 10.333,88	R\$ 611,11	R\$ 218,90	R\$ 830,01
20	R\$ 9.722,77	R\$ 611,11	R\$ 206,68	R\$ 817,79
21	R\$ 9.111,66	R\$ 611,11	R\$ 194,45	R\$ 805,56
22	R\$ 8.500,55	R\$ 611,11	R\$ 182,23	R\$ 793,34
23	R\$ 7.889,44	R\$ 611,11	R\$ 170,11	R\$ 781,12
24	R\$ 7.278,33	R\$ 611,11	R\$ 157,78	R\$ 768,90
Total		R\$ 7.333,32	R\$ 2.705,67	R\$ 9.978,95

Fonte: Elaborada pelo autor.

Na Tabela 3.5, nada mais foi feito que aplicar 10% no saldo devedor anterior, calcular a nova amortização para os 24 meses restantes e o valor da parcela para cada

mês, uma vez que temos o valor da amortização bastava calcular o valor dos juros para cada período e depois somar a amortização e os juros de cada período. Vale salientar que,  $13_0$  faz referência ao início do período 13 e o  $13_f$  faz referência ao final do mesmo período.

Vamos tabelar os valores do terceiro e último ano, vimos que anteriormente sobrou um saldo devedor de R\$ 7.278,33 e no valor do bem vamos ter mais um reajuste de 10% a.m., portanto vamos reajustar o saldo devedor e seguir raciocínio análogo ao anterior.

Tabela 3.6: Valores referentes ao terceiro e último ano

Períodos	Saldo devedor	Amortização	juros	Prestação
$25_0$	R\$ 8.006,16	-	-	-
$25_f$	R\$ 7.338,98	R\$ 667,18	R\$ 160,12	R\$ 827,13
26	R\$ 6.671,80	R\$ 667,18	R\$ 146,78	R\$ 813,96
27	R\$ 6.004,62	R\$ 667,18	R\$ 133,43	R\$ 800,62
28	R\$ 5.337,44	R\$ 667,18	R\$ 120,10	R\$ 787,27
29	R\$ 4.670,26	R\$ 667,18	R\$ 106,75	R\$ 773,93
30	R\$ 4.003,08	R\$ 667,18	R\$ 93,40	R\$ 760,58
31	R\$ 3.335,90	R\$ 667,18	R\$ 80,06	R\$ 747,24
32	R\$ 2.668,72	R\$ 667,18	R\$ 66,72	R\$ 733,90
33	R\$ 2.001,54	R\$ 667,18	R\$ 53,17	R\$ 720,55
34	R\$ 1.334,36	R\$ 667,18	R\$ 40,30	R\$ 707,21
35	R\$ 667,18	R\$ 667,18	R\$ 26,69	R\$ 693,87
36	-	R\$ 667,18	R\$ 13,34	R\$ 680,52
Total		R\$ 8.006,16	R\$ 1.040,86	R\$ 9.046,78

Fonte: Elaborada pelo autor.

Temos então a quitação total da dívida ao fim da prestação de número 36, assim sendo, com base nas tabelas podemos ver o total pago por o cliente para o consórcio, a soma total da um valor de R\$ 29.759,16, ou seja, o cliente pagou, aproximadamente, 48% a mais pelo bem, um custo total bem menor que um financiamento, que em alguns casos chega a ser mais de 100%. Com isso, podemos tirar conclusões sobre suas vantagens e desvantagens mediante o financiamento.

No financiamento temos a vantagem de já estar com o bem, para determinar um total de um financiamento não se precisa muito, uma vez que não há variação do valor da parcela durante decorrer do tempo.

Uma simulação convencional de financiamento dá o valor da parcela fixa durante o seu período total, geralmente precisaremos apenas multiplicar o valor pelo número total de parcelas que serão cobradas durante o financiamento e assim saberemos o total a pagar.

Supondo outro caso do financiamento, caso este que temos apenas o valor do bem e o valor do juros desse financiamento, podemos determinar, usando o que já aprendemos, o coeficiente de financiamento para séries periódicas e uniformes para determinar o valor da parcela e conseqüentemente o valor do financiamento. Vamos a um exemplo.

**Situação 3.19.** Uma pessoa deseja financiar R\$ 20.000,00 para comprar uma moto, porém sabe que a taxa de juros está em 0,02 a.m., durante 36 meses, quanto será o valor da parcela?

**Solução:** Para encontrar a solução e determinar o valor da parcela, vamos usar a Equação 3.10. Temos que:

$$PMT = \frac{C}{a_{n|i}} = 20.000,00 \cdot \frac{0,02}{1 - (1,02)^{-36}} = 784,66.$$

◇

Portanto, achamos o valor da parcela do financiamento para a taxa de juros e o período dados, para saber o montante, basta multiplicarmos a parcela que é R\$ 784,66 pelo número de prestações que teremos (36) que saberemos o total pago. Nesse caso, temos que  $M_n = 784,66 \cdot 36 = 28.246,68$ . Logo, o cliente pagou R\$ 28.246,68 no total.

Quanto aos juros, temos que:

$$J = M_n - C = 28.246,68 - 20.000,00 = 8.246,68.$$

Ainda podemos tirar muitas conclusões com o conteúdo abordado como, por exemplo, saber se o cliente pagou a mais pelo bem no financiamento, um valor de R\$ 8.246,68, o que para nossa realidade não condiz, pois é improvável que um financiamento cobre somente uma taxa efetiva de 2% a.m. de juros, bem como em um consórcio um bem varie de valor 10% a.a., porém, com conhecimento acerca do caso, o cidadão tomará uma decisão direcionada para atingir da melhor maneira possível o seu objetivo.

## 4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao passo que este trabalho foi avançando, foi possível observar que as diferenças entre as duas operações de crédito objeto de estudo desse trabalho - consórcio e financiamento - existiam, porém não foi como se imaginou no início. Não foi possível provar que consórcio é menos viável que o financiamento quando o ponto de vista é o menor valor financeiro, no geral, a lógica permanece: consórcio é mais barato que financiamento.

Porém, com os dados que conseguimos obter, pudemos descrever os prós e contras das duas modalidades, cumprindo assim com o objetivo de trazer informações que possam orientar o leitor para tomar uma decisão caso precise. A análise desses dados foi de suma importância nessa pesquisa, pois, foi por meio dela, que este trabalho procurou mostrar a relevância de termos o conhecimento acerca da temática abordada nesse texto.

Outro ponto positivo do trabalho foi mostrar o fato de que a pandemia da Covid-19 atingiu o mercado financeiro, especificamente no tocante aos consórcios e financiamentos nacionais, evidenciou que quem se planejou para pagar mais, porém uma parcela fixa, que é o caso do financiamento, não teve seu planejamento afetado. Entretanto, quem fez consórcio deparou-se com um aumento no valor das parcelas e esse aumento é devido ao fato de que toda vez que o valor do bem se reajusta, o valor da parcela também é reajustado. Então, como os valores aumentaram bastante em curtos intervalos de tempo, o valor das parcelas foi ao encontro desse fato. É aí onde surge uma falha na intenção do trabalho, mostrar onde e quanto teria sido essa variação, porém, nenhuma operadora de crédito fornece esses dados de uma ou mais pessoas ou empresas membros de um consórcio ou financiamento para que se tenha comparação.

Em razão dos fatores exposto, é importante saber os detalhes de ambas as operações de crédito para poder saber o que fazer em situações análogas, embora a pandemia tenha sido um caso a parte. Poder escolher entre os sistemas de amortização discutidos, o caso do SAC e o SAF, preparando-se, assim, para pagar da melhor maneira possível a sua necessidade, visando uma boa saúde financeira do tomador do crédito.

O presente trabalho teve uma limitação em poder definir concretamente se o consórcio, em algum ou em vários casos, ficou de fato mais caro do que o financiamento, apesar da análise dos dados não apontar para isso, ressaltando que essa ideia foi uma hipótese inicial.

O trabalho deixa como proposta para estudos futuros alguns pontos, como, por exemplo: Como o mercado se comportará ou está se comportando atualmente no tocante a consórcio e a financiamento? O valor dos bens estabilizaram ou não? Como a pandemia mudou o cenário atual e possivelmente o futuro com relação a consórcios e a financiamentos de bens? Essas são algumas opções de avanço para poder estudar ao longo do tempo e

dar prosseguimento ao que foi discutido aqui.

De modo geral, pode-se dizer que, quem pretende adquirir um bem, o quanto antes possível, já que a necessidade fala mais alto que a economia, é recomendável optar pelo financiamento, observando somente o sistema de amortização, se é o SAC ou SAF, vai depender de como a pessoa poderá realizar o pagamento; se pode pagar mais no início para diminuir ao fim, para essa pessoa seria interessante o SAC, já se a pessoa pretender pagar um valor não tão alto durante o percurso e pagar um valor invariável durante todo contrato, é mais interessante o SAF, uma vez que a parcela não varia e também não é tão alta, quanto no início como o SAC e nem diminui ao decorrer do percurso. Já para quem pretende economizar, não tem pressa para obtenção do bem, é indiferente a variância no valor das parcelas e almeja ter, em médio ou longo prazo esse bem, o consórcio é o modelo mais recomendável a seguir, pois a economia é maior do que em um financiamento e as chances de obter o bem existem com ou sem a aplicação do lance.

A sensação de dever cumprido fica, devido aos conhecimentos construídos nas análises, pesquisas, no que foi provado no referencial teórico acerca da relação entre o dinheiro e tempo. Foi proveitoso mostrar ao leitor que isso pode ser usado em várias situações análogas que envolvam entender como uma dívida vai se comportar ao decorrer do tempo dentro dos parâmetros analisados. E, com essa conscientização, atinge-se o objetivo principal de refinar o poder de escolha das pessoas que precisarem de financiamento ou consórcio e procurarem pagar o menos possível para adquirir um bem por meio de um deles.

## Referências Bibliográficas

ASSAF NETO, A. **Matemática financeira e suas aplicações**. Rio de Janeiro: Atlas, 2021.

BRASIL. **Lei Nº 11.795 de 8 de outubro 2008. Dispõe sobre o Sistema de Consórcio. Diário Oficial da União: Seção 1, Brasília, DF, ano 155, n.1, p. 1-13, 8 de out. 2008.** Disponível em: <[https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2007-2010/2008/lei/11795.htm](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2007-2010/2008/lei/11795.htm)>. Acessado em 22 de novembro de 2022. [S.l.]: Banco Central do Brasil, 2008.

BRITO, E. A. **Falta de motos por causa da pandemia gera filas de espera de até 4 meses.** Disponível em: <<https://jornaldocarro.estadao.com.br/motos/falta-de-motos-por-causa-da-pandemia-gera-filas-de-espera-de-ate-quatro-meses/>>. Acessado em 06 de novembro de 2022. [S.l.]: Jornal Estadão, 2021.

CASTRO, A. de. **Reportagem especial: História do salário.** Disponível em: <<https://www.tst.jus.br/-/reportagem-especial-historia-do-salario>> Acessado em 13 de Janeiro de 2023. [S.l.]: TST, 2020.

EMBRACON. **11 coisas que você precisa saber sobre a parcela do consórcio.** Disponível em: <<https://www.embracon.com.br/blog/11-coisas-que-voce-precisa-saber-sobre-a-parcela-do-consorcio>> Acessado em 01 de fevereiro de 2023. [S.l.]: EMBRACON, 2022.

FIPE. **NXR 160 - Bros ESDD FlexOne.** Disponível em: <<https://veiculos.fipe.org.br/#moto-codigo>> Acessado em 04 de dezembro de 2022. [S.l.]: FIPE, 2022.

FREIRE, J. **Com juros altos, é melhor comprar imóvel em consórcio ou financiamento?** Disponível em: <<https://noticias.r7.com/economia/com-juros-altos-e-melhor-comprar-imovel-em-consorcio-ou-financiamento-05062022>>. Acessado em 15 de novembro de 2022. [S.l.]: PORTAL R7, 2022.

GUERRA, F.; TANEJA, I. J. **Matemática Financeira**. 3. ed. Santa Catarina: EPTO. DE CIÊNCIAS DA ADMINISTRAÇÃO (CAD/CSE/UFSC), 2014.

HONDA. **Consórcio Nacional Honda.** Disponível em: <<https://clientes.consorcionacionalhonda.com.br/>> Acessado em 04 de dezembro de 2022. [S.l.]: Honda, 2022.

IBGE. **Em 88 das cidades com ônibus veículos não são acessíveis.** Disponível em: <<https://diariodotransporte.com.br/2018/07/05/ibge-em-88-das-cidades-com-onibus-veiculos-nao-sao-acessiveis/>> Acessado em 04 de dezembro de 2022. [S.l.]: Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística, 2018.

\_\_\_\_\_. **Estimativa do total de motociclistas no Brasil.** Disponível em: <<https://cidades.ibge.gov.br/brasil/pesquisa/22/28120>> Acessado em 04 de dezembro de 2022. [S.l.]: IBGE, 2022.

- IPEA. **Mobilidade urbana: avanços, desafios e perspectiva**. Disponível em: <<https://repositorio.ipea.gov.br/bitstream/11058/9186/1/Mobilidade%20urbana.pdf>>. [S.l.]: IPEA, 2016.
- IPEA, a. **Pobreza e desigualdade social no Brasil: um desafio para as Políticas Sociais**. Disponível em: <<https://www.ipea.gov.br/code2011/chamada2011/pdf/area2/area2-artigo31.pdf>>. [S.l.]: IPEA, 2011.
- LIMA, E. L. **Curso de Análise**. 1. ed. Rio de Janeiro: IMPA (Projeto Euclides), 2014. v. 1.
- MOREIRA, S. **Amortização: entenda como funciona e os principais tipos**. Disponível em: <<https://www.serasa.com.br/limpa-nome-online/blog/amortizacao-entenda-como-funciona-e-os-principais-tipos/>> Acessado em 04 de dezembro de 2022. [S.l.]: SERASA, 2022.
- NASCIMENTO, C. **Com juros altos, é melhor comprar imóvel em consórcio ou financiamento?** Disponível em: <<https://noticias.r7.com/economia/com-juros-altos-e-melhor-comprar-imovel-em-consorcio-ou-financiamento-05062022>>. Acessado em 15 de novembro de 2022. [S.l.]: PORTAL R7, 2022.
- ORTIZ, E. **Compra à vista ou a prazo? O que é melhor para o seu bolso?** Disponível em: <<https://www.serasa.com.br/ecred/blog/compra-a-vista-ou-a-prazo-o-que-e-melhor-para-o-seu-bolso/>> Acessado em 04 de dezembro de 2022. [S.l.]: SERASA, 2021.
- PLANALTO. **Lei Nº 10.931 de 2 de Agosto de 2004. Dispõe sobre o patrimônio de afetação de incorporações imobiliárias, Letra de Crédito Imobiliário, Cédula de Crédito Imobiliário, Cédula de Crédito Bancário, altera o Decreto-Lei nº 911, de 1º de outubro de 1969, as Leis nº 4.591, de 16 de dezembro de 1964, nº 4.728, de 14 de julho de 1965, e nº 10.406, de 10 de janeiro de 2002, e dá outras providências. Planalto: Seção 1, Brasília, DF, ano 1965, n.65, p. 37, 2 de Ago. 2004**. Disponível em: <[https://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2004-2006/2004/lei/110.931.htm](https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2004-2006/2004/lei/110.931.htm)>. Acessado em 10 de dezembro de 2022. [S.l.]: Planalto, 2004.
- \_\_\_\_\_. **Lei Nº 11.795 de 8 de Outubro de 2008. Dispõe sobre a constituição e o funcionamento de grupos de consórcio**. Disponível em: <<https://www.bcb.gov.br/estabilidadefinanceira/exibenormativo?tipo=ResoluC3A7C3A3o20BCB&numero=285>>. Acessado em 29 de janeiro de 2023. [S.l.]: Planalto, 2008.
- SMITH, A. A riqueza das nações. **Economia e Sociedade**, Madras, v. 1, p. 1-748, 1776.
- SOUZA, J. P. de A.; CAMPOS, I. S.; PEREIRA, P. R. C.; SANTOS, W. de S. **Algumas relações entre a matemática financeira e as progressões geométricas**. Disponível em: <<https://drive.google.com/file/d/1QyKXVSE2rcRVyEsQclJZW3z7nxAlvMTJ/view?usp=sharing>> Acessado em 18 de fevereiro de 2023. [S.l.]: SEMATUDCS, 2022. 1-7 p.

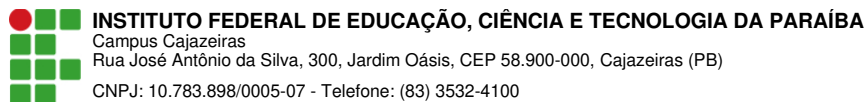
STRICKLAND, F. **Setor de consórcios volta a crescer e bate recorde de cotas vendidas**. Disponível em: <<https://www.correiobraziliense.com.br/economia/2022/10/5044774-setor-de-consorcios-volta-a-crescer-e-bate-recorde-de-cotas-vendidas.html>>. Acessado em 19 de novembro de 2022. [S.l.]: Correio Braziliense, 2022.

ROSETTI JUNIOR, H.; SCHIMIGUEL, J. Matemática financeira: Educação matemática e a história monetária. **ENCICLOPEDIA BIOSFERA**, v. 7, n. 13, 2011.

VEMCONSORCIOS. **Por que o reajuste na parcela do Consórcio é um benefício?** Disponível em: <<http://www.vemconsorcios.com.br/noticias/por-que-o-reajuste-na-parcela-do-consorcio-e-um-beneficio>> Acessado em 08 de fevereiro de 2023. [S.l.]: Vemconsorcios, 2016.

ZANINI, J. **Operações de Crédito - Liberação**. Disponível em: <<https://m2msaber.com.br/blog/operacoes-de-credito-liberacao>>. Acessado em 15 de novembro de 2022. [S.l.]: M2M SABER, 2020.





## Documento Digitalizado Restrito

### Entrega de TCC

**Assunto:** Entrega de TCC  
**Assinado por:** José Júnior  
**Tipo do Documento:** Protocolo  
**Situação:** Finalizado  
**Nível de Acesso:** Restrito  
**Hipótese Legal:** Informação Pessoal (Art. 31 da Lei no 12.527/2011)  
**Tipo do Conferência:** Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- José Dijailson Dias Júnior, ALUNO (201422020045) DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - CAJAZEIRAS, em 17/03/2023 11:01:36.

Este documento foi armazenado no SUAP em 17/03/2023. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 781813  
Código de Autenticação: 22677a0105

