



**INSTITUTO FEDERAL DA PARAÍBA  
CAMPUS CAJAZEIRAS  
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

**RAFAEL VANDERLEI SOARES**

**A MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO SUBSÍDIO PARA O  
ESTUDO TÉCNICO PRELIMINAR NOS PROCESSOS  
LICITATÓRIOS CONFORME A LEI 14.133/21**

**CAJAZEIRAS - PB**

**2024**

**RAFAEL VANDERLEI SOARES**

**A MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO SUBSÍDIO PARA O ESTUDO  
TÉCNICO PRELIMINAR NOS PROCESSOS LICITATÓRIOS CONFORME  
A LEI 14.133/21**

Monografia apresentada junto ao **Curso de Licenciatura em Matemática** do **Instituto Federal da Paraíba**, como requisito à obtenção do título de **Licenciado em Matemática**.

**Orientador:** Me. João Paulo de Araújo Souza

**CAJAZEIRAS - PB**

**2024**

RAFAEL VANDERLEI SOARES

**A MATEMÁTICA FINANCEIRA COMO SUBSÍDIO PARA O ESTUDO  
TÉCNICO PRELIMINAR NOS PROCESSOS LICITATÓRIOS CONFORME  
A LEI 14.133/21**

Monografia apresentada ao programa de **Curso de  
Licenciatura em Matemática** do **Instituto Federal  
da Paraíba**, como requisito à obtenção do título de  
**Licenciado em Matemática**.

Data de aprovação: 05/02/2024

**Banca Examinadora:**

Documento assinado digitalmente  
 JOAO PAULO DE ARAUJO SOUZA  
Data: 10/02/2024 16:28:05-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Prof. Me. João Paulo de Araújo Souza**  
Instituto Federal da Paraíba - IFPB

Documento assinado digitalmente  
 WILLIAM DE SOUZA SANTOS  
Data: 10/02/2024 16:35:40-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Prof. Dr. William de Souza Santos**  
Instituto Federal da Paraíba - IFPB

Documento assinado digitalmente  
 STANLEY BORGES DE OLIVEIRA  
Data: 10/02/2024 19:09:45-0300  
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

**Prof. Me. Stanley Borges de Oliveira**  
Instituto Federal da Paraíba - IFPB

IFPB / Campus Cajazeiras  
Coordenação de Biblioteca  
Biblioteca Prof. Ribamar da Silva  
Catalogação na fonte: Cícero Luciano Félix CRB-15/750

S676m	<p>Soares, Rafael Vanderlei. A matemática financeira como subsídio para o estudo técnico preliminar nos processos licitatórios conforme a lei 14.133/21 / Rafael Vanderlei Soares.– 2024.</p> <p>54f. : il.</p> <p>Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Cajazeiras, 2024.</p> <p>Orientador(a): Prof. Me. João Paulo de Araújo Souza.</p> <p>1. Matemática financeira. 2. Licitação. 3. Administração pública. 4. Análise de investimento. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba. II. Título.</p>
-------	--

IFPB/CZ

CDU: 51:336(043.2)

*Dedico este trabalho a todos os meus amigos e familiares. Em especial, a minha mãe, Maria Ivonete, que sempre me incentivou e sempre sonhou junto a mim.*

## AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, criador da humanidade, por me encorajar e me sustentar enquanto mais precisei.

Agradeço aos meus pais, Maria Ivonete e Luiz Carlos, a meus irmãos, Renato e Raiane, a meus primos, Iarly e Orlando, que estão sempre presentes em minha vida. Sem eles, nada haveria sentido.

Ao meu orientador, Prof. Me. Joao Paulo de Araújo Souza, por toda paciência, zelo e dedicação comigo e com este trabalho. Levarei junto a mim todos os aprendizados e conselhos divididos.

Aos meus amigos conquistados durante o curso, Diego Estrela e Breno Nobrega, por terem sido o meu alicerce quando mais precisei. Agradeço por todo companheirismo, angústias e aprendizados. Sem vocês, este trabalho não teria o mesmo significado.

A todos os meus colegas de faculdade pela amizade ao decorrer desses últimos anos. Em particular, agradeço a Franklin, Tiago, Mayan, Renne, Emilson e Estefany pela troca de conhecimento ao longo de todo curso.

Aos meus amigos de longa data, por terem me apoiado e incentivado quando mais pensei em desistir e me senti incapaz. Em particular, agradeço a Artur, Izaquel, Matheus e Alan.

Aos meus grandes amigos, Giliarde e Neurismar, pela amizade incondicional, pelo apoio em diversas situações e por dividirem comigo esse fardo.

Aos professores da banca avaliadora desse trabalho, Prof. Me. Stanley Borges de Oliveira e Prof. Dr. William de Souza Santos, pelas valiosas contribuições para este trabalho.

Portanto, agradeço a todos que estiveram comigo contribuindo para a conclusão deste trabalho. Levo todos comigo!

*“Para ter sucesso, seu desejo de sucesso deve ser maior do que seu medo do fracasso.”*

**Bill Cosby**

## RESUMO

O presente trabalho propõe uma análise aprofundada da Lei 14.133, promulgada em 2021, que marca uma transformação significativa no cenário das licitações públicas no Brasil. O estudo contextualiza as mudanças significativas introduzidas pela nova legislação, destacando os princípios norteadores que a orientam, como eficiência, concorrência leal, transparência e valorização da inovação. Além disso, ressalta a importância da simplificação e desburocratização dos procedimentos licitatórios como estratégias para uma gestão pública mais ágil. Diante disso, o objetivo deste trabalho é utilizar noções de análise de investimentos como base para aplicação do Estudo Técnico Preliminar (ETP). Para esse fim, foram utilizados conteúdos matemáticos como: juros simples e compostos, séries de pagamentos e análises de investimento. O trajeto metodológico deste trabalho passa por uma pesquisa de procedimento bibliográfico, natureza básica, abordagem qualitativa e objetivos exploratórios. Diante do que é apresentado nessa pesquisa, é possível identificar a utilização das noções de análises de investimento no ETP, o que nos leva a constatação de que sua utilização pode ser útil aos cidadãos.

**Palavras-chave:** Estudo Técnico Preliminar; Administração Pública; Licitação; Matemática Financeira.

## ABSTRACT

This work proposes an in-depth analysis of Law 14,133, enacted in 2021, which marks a significant transformation in the public bidding scenario in Brazil. The study contextualizes the changes introduced by the new legislation, highlighting the guiding principles that guide it, such as efficiency, fair competition, transparency and valuing innovation. Furthermore, it highlights the importance of simplifying and reducing bureaucracy in bidding procedures as strategies for more agile public management. Therefore, the objective of this work is to use notions of investment analysis as a basis for applying the Preliminary Technical Study (ETP). For this purpose, mathematical contents were used such as: simple and compound interest, series of payments and investment analysis. The methodological path of this work involves a bibliographical research procedure, of a basic nature, qualitative approach and exploratory objectives. Given what is presented in this research, it is possible to identify the use of the notions of investment analysis in the ETP, which leads us to verify that its use can be used by citizens.

**Keywords:** Preliminary Technical Study; Public Administration; Bidding; Financial Mathematics..

## LISTA DE FIGURAS

Figura 3.1 – Objetivos . . . . .	17
Figura 4.1 – Troca de Mercadorias . . . . .	21
Figura 4.2 – Demonstrativo de um Fluxo de Caixa (FDC) . . . . .	33
Figura 4.3 – Diagrama de Fluxo de Caixa . . . . .	34
Figura 4.4 – Diagrama de Fluxo de Caixa . . . . .	34
Figura 4.5 – Fluxo de Caixa na Data Inicial . . . . .	37
Figura 4.6 – Representação do Montante em um Fluxo de Caixa . . . . .	40
Figura 5.1 – Taxa de Retorno . . . . .	44
Figura 5.2 – Fluxo de Caixa da Caminhonete . . . . .	45
Figura 5.3 – Taxa Interna de Retorno . . . . .	47

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> . . . . .	<b>11</b>
<b>2</b>	<b>METODOLOGIA</b> . . . . .	<b>13</b>
<b>3</b>	<b>LEI 14.133</b> . . . . .	<b>14</b>
<b>4</b>	<b>MATEMÁTICA FINANCEIRA</b> . . . . .	<b>21</b>
4.1	REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO . . . . .	25
4.1.1	Juros Simples . . . . .	25
4.1.2	Juros Compostos . . . . .	27
4.2	COMPORTAMENTO DAS TAXAS DE JUROS NO MONTANTE . . . . .	29
4.2.1	Taxa de Abertura de Crédito . . . . .	29
4.2.2	Inflação . . . . .	30
4.3	FLUXO DE CAIXA . . . . .	32
4.4	SÉRIES DE PAGAMENTOS . . . . .	35
4.4.1	Classificação das Séries de Pagamentos . . . . .	35
4.4.2	Cálculo do valor presente de uma renda . . . . .	36
4.4.3	Cálculo do montante de uma renda . . . . .	38
4.4.4	Cálculo do valor presente de uma renda . . . . .	40
<b>5</b>	<b>ANÁLISE DE INVESTIMENTOS</b> . . . . .	<b>43</b>
5.1	Taxa Mínima de Atratividade . . . . .	43
5.2	Método do Valor Presente Líquido . . . . .	44
5.3	Método da Taxa Interna de Retorno (TIR) . . . . .	46
5.4	Aplicação . . . . .	48
<b>6</b>	<b>CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> . . . . .	<b>51</b>
	<b>REFERÊNCIAS</b> . . . . .	<b>52</b>

# 1 INTRODUÇÃO

No cenário da Administração pública brasileira, o ano de 2021 ficará marcado como um marco na área de licitações. Após a utilização da Lei 8.666/93 por quase trinta anos, surge a publicação da Lei 14.133, sancionada em 1º de abril de 2021, representa uma revolução nas práticas licitatórias do país. Para as repartições públicas, o interesse ao indivíduo vem em primeiro lugar. Alinhada, exclusivamente, aos princípios da legalidade, eficiência, transparência e competitividade em seu desenvolvimento. A nova legislação surge como resposta às demandas por aprimoramento no processo licitatório, pois, pensou-se que com a sua implantação, poderia obter melhorias em todo o seu processo, desde a fase de planejamento até a fase da sua execução.

Retratando como fato histórico, é importante entender que a Lei 8.666/1993, desempenhou um papel crucial na regulamentação das licitações no Brasil, mas ao longo dos anos, tornou-se evidente a necessidade de ajustes e modernização para adequar-se às dinâmicas contemporâneas. O ambiente político, econômico e social do século XXI demandava uma reformulação para enfrentar desafios específicos, como a busca por inovação, a promoção da eficiência na gestão pública e o combate à corrupção. Pensando nisso, uma das diferenças nesta lei, é a obrigatoriedade do Estudo Técnico Preliminar (ETP), que tem por objetivo, retratar as especificidades das contratações no ambiente público. Será descrito como base para as escolhas e suas admissões.

Carvalho (2021) retrata que uma das principais falhas dos procedimentos licitatórios no Brasil, se encontrava na fase inicial de todo o processo: planejamento. Ou seja, não havia preparação ou organização para o estudo em uma contratação. Sem nenhuma garantia de êxito. Utilizando-se da nova Lei de Licitações e Contratos (NLLC) e do auxílio da Matemática Financeira, veremos como pode-se fundamentar o ETP e utilizá-lo como subsídio na Administração pública.

Este trabalho surge da curiosidade sobre as características da Lei 14.133/21 e de tudo o que difere da Lei 8.666/93. Além disso, desperta o meu interesse enquanto servidor público e estudante da rede pública de ensino. Desse modo, este trabalho surge como contribuição para os cidadãos brasileiros que precisem do mesmo. O trabalho aborda conhecimento matemático resultante do aprendizado ao longo dos últimos anos no curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Ciências e Tecnologia da Paraíba (IFPB) - Campus Cajazeiras.

Seguindo com as ideias deste trabalho, o objetivo geral da pesquisa é utilizar noções

de análise de investimentos como base para aplicação do Estudo Técnico Preliminar (ETP). Diante disso, os objetivos específicos, são: discorrer acerca das funcionalidades dos métodos VPL e TIR e utilizá-los como fundamento para o Estudo Técnico Preliminar (ETP), demonstrar a importância do ETP para o desenvolvimento eficaz dos processos licitatórios na Administração pública e analisar o resultado da aplicação desenvolvida, fundamentada aos tópicos Matemáticos.

Com relação à organização do texto, no segundo capítulo, relatamos sobre a metodologia utilizada neste trabalho. Em seguida, em seu terceiro capítulo, trazemos a teoria da Lei 14.133/21 e todas as suas fases para que haja o entendimento de como funciona o procedimento licitatório. A contemplação deste capítulo foi possível pela leitura da legislação emitida pela Presidência da República.

No quarto capítulo, utilizamos das noções aprendidas com a Matemática Financeira e retratamos o seu desenvolvimento ao longo do tempo, para que entendêssemos, um pouco, de como funcionava as finanças e como está sua aplicação aos dias atuais. Vimos também, a utilização dos Juros simples e compostos, Taxas e Séries de Pagamentos. Assim, este capítulo foi fundamentado utilizando dois livros, sendo eles: Matemática financeira e suas aplicações do professor Alexandre Assaf Neto e o Livro Matemática Financeira dos professores Fernando Guerra e Inder Jeet Taneja.

Por fim, em seu quinto capítulo, trouxemos um pouco sobre análises de investimentos: VPL e TIR; utilizamos de alguns exemplos para fundamentar a teoria e para finalizar, foi implementada uma aplicação em harmonia com os incisos obrigatórios da lei mencionada no terceiro capítulo. A fundamentação deste capítulo, seguiu a referência utilizada nos capítulos anteriores.

## 2 METODOLOGIA

Para realizar o procedimento de desenvolvimento de uma pesquisa, precisa-se alinhar todas as possíveis vertentes para atingir o objetivo determinado. De modo geral, discorre-se sobre a Lei 14.133/21, as fórmulas matemáticas utilizadas e uma breve revisão da história da Matemática Financeira.

Para Gil (2002, p. 8) “A pesquisa é requerida quando não se dispõe de informação suficiente para responder ao problema, ou então quando a informação disponível se encontra em tal estado de desordem que não possa ser adequadamente relacionada ao problema.” De acordo com Rampazzo (2002, p. 13), metodologia refere-se “a disciplina que ensina o ‘caminho’, quer dizer, as normas técnicas que devem ser seguidas na pesquisa científica.” Observado isso, construímos o nosso trabalho a partir desses conceitos.

Em relação a finalidade do trabalho esquadramos a uma pesquisa de natureza básica. As características desse tipo de pesquisa intitulam a capacidade no aprofundamento do conhecimento em um determinado assunto. Nesse trabalho, em especial, retrata-se sobre os conhecimentos matemáticos e a Lei 14.133/21 (NLLC).

No que tange aos objetivos da pesquisa, caminhamos para uma pesquisa de cunho exploratória. Piovesan e Temporini (1995, p. 321) apontam que, a pesquisa exploratória, “tem por objetivo conhecer a variável de estudo tal como se apresenta, seu significado e o contexto onde ela se insere. Pressupõe-se que o comportamento humano é melhor compreendido no contexto social onde ocorre.” Ou seja, nesse objetivo da pesquisa, buscamos conhecer e estudar sobre algo que desperte o nosso interesse pelo nível de proximidade e pelo número de pesquisas serem relativamente baixas. Nesse trabalho, veremos como se pode utilizar a Matemática Financeira como respaldo para justificativa no Estudo Técnico Preliminar (ETP), presente na Lei 14.133/21.

Para embasar o conteúdo escolhido, a opção para subsidiar este trabalho foi a utilização da literatura existente por meio de pesquisas bibliográficas. Gil (2002, p. 8) diz que “a principal vantagem da pesquisa bibliográfica reside no fato de permitir ao investigador a cobertura de uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia pesquisar diretamente.”

### 3 LEI 14.133

Neste capítulo, abordaremos sobre a Lei de nº 14.133/21, que é a Nova Lei de Licitações e Contratos (NLLC), que surgiu para substituir, principalmente, a Lei 8.666/93. Assim, vamos introduzir pontos sequencias da NLLC para favorecer a abordagem da nossa temática. Nessa primeira perspectiva, serão abordados alguns conceitos gerais, mas daremos ênfase à parte do planejamento licitatório, ou seja, analisaremos alguns pontos do Estudo Técnico Preliminar (ETP).

Para entendermos o que acontece em um procedimento licitatório, devemos analisar a fase que antecede este procedimento. Para conseguir alcançar os objetivos em uma gestão, precisa-se alinhasse toda estrutura de contratações a um bom planejamento. Nota-se, que o ato de planejar é bastante antigo dentro do serviço público, no âmbito federal, está estabelecido desde o Decreto - Lei nº 200/1967 (art. 6º, inciso I), ou seja, destaca-se historicamente a importância desta fase. Na NLLC, o pensamento não é diferente, a fase inicial pode ser entendida da seguinte forma:

Art. 18. A fase preparatória do processo licitatório é caracterizada pelo planejamento e deve compatibilizar-se com o plano de contratações anual de que trata o inciso VII do caput do art. 12 desta Lei, sempre que elaborado, e com as leis orçamentárias, bem como abordar todas as considerações técnicas, mercadológicas e de gestão que podem interferir na contratação [...] (BRASIL, 2021, art.18º).

Ao diagnosticar que o ato de planejar deve-se ser entendido como um dever para a administração, conseqüentemente, deve-se formalizar a melhor garantia para o estado, sendo este o seu objetivo. Em seguida, evidenciando a melhor opção para subsidiar os recursos financeiros para a Administração pública. Pensando no dever do Estado e na ampliação de possibilidades e de organização dentro do âmbito público, esta fase ganha destaque dentro da NLLC, pois evidencia a necessidade do planejamento para diagnosticar possíveis erros, analisar admissíveis contratações e para a diversificação de escolhas. Tudo deve-se ser pensado para evitar erros na concretização do objeto licitado (OLIVEIRA, 2020).

As condições de um bom planejamento, utilizadas para todo o âmbito público, escancara as dificuldades e impossibilidades apresentadas para este ato. Vejamos bem, as condições de captação de propostas para pesquisas, estudos e projetos dentro do processo licitatório, é fragilizada pelas condições impostas por determinados grupos da própria sociedade. Uma saída apresentada para “fugir” desses problemas, é a apresentação do planejamento com as suas respectivas análises de riscos.

Com isso, Oliveira (2020) destaca duas etapas para conduzir o processo de planejamento, são elas: Diagnóstico e Prognóstico. Na primeira etapa, procura-se analisar a situação existente, juntamente com a fragilidade encontrada perante a sociedade. No prognóstico, verifica-se a possível solução, analisada anteriormente, para o benefício da sociedade. Com essas etapas, conseguimos minimizar possíveis danos ao erário e deixar a margem de erro em um valor insignificativo.

Existem alguns passos para se realizar durante toda a fase preparatória da licitação. Mas, para este trabalho, será destaque o Estudo Técnico Preliminar (ETP), que evidência a descrição da necessidade, juntamente ao objeto que caracteriza ímpeto ao interesse público, durante a fase de diagnóstico do objeto em questão (BRASIL, 2021). Nessa perspectiva, o ETP é um documento crucial para garantir a transparência, a legalidade e a eficiência nos processos de licitação, algo de extrema importância para municípios pequenos que desejam realizar aquisições públicas de forma responsável e controladas com a legislação vigente. Desse modo, iremos analisar alguns pontos do ETP.

Em seu § 1, do artigo 18º, da Lei 14.133/2021, é tratado sobre todos os elementos que deverão ser contidos no documento do Estudo Técnico Preliminar. Ao todo, contabiliza-se treze incisos, mas apenas cinco tornam-se obrigatórios para a finalização do respectivo documento.

Segundo (BRASIL, 2021, art. 18º), caracteriza-se como elementos obrigatórios os itens:

I - descrição da necessidade da contratação, considerado o problema a ser resolvido sob a perspectiva do interesse público; [...] IV - estimativas das quantidades para a contratação, acompanhadas das memórias de cálculo e dos documentos que lhes dão suporte, que considerem interdependências com outras contratações, de modo a possibilitar economia de escala; [...] VI - estimativa do valor da contratação, acompanhada dos preços unitários referenciais, das memórias de cálculo e dos documentos que lhe dão suporte, que poderão constar de anexo classificado, se a Administração optar por preservar o seu sigilo até a conclusão da licitação; [...] VIII - justificativas para o parcelamento ou não da contratação; [...] XIII - posicionamento conclusivo sobre a adequação da contratação para o atendimento da necessidade a que se destina.

Com a análise realizada pelo preenchimento dos cinco incisos obrigatórios expressos na NLLC, adquire-se embasamento para expressar as escolhas que norteará os processos administrativos em tela. Em suma, o Estudo Técnico Preliminar é uma etapa crítica no processo de licitação, permitindo uma avaliação cuidadosa e fundamentada da necessidade da contratação, dos custos envolvidos, dos impactos financeiros e dos riscos associados, garantindo que a administração pública tome decisões transparentes, legais e eficientes.

A aplicação desses incisos é essencial para o sucesso dos processos de aquisição pública e para o atendimento das demandas da comunidade de formação responsável e sustentável.

Para este trabalho, analisaremos fatos fictícios para simular o estudo técnico preliminar em um determinado processo licitatório. Para isso, precisaremos conhecer um pouco mais sobre a administração pública, NLLC, procedimentos licitatórios e tudo o que o envolve.

Inicialmente, precisa-se destacar o interesse e participação da administração pública em torno de suas necessidades. A partir destes, evidencia-se as suas carências e realiza-se a busca para a suas correções, todavia, nem sempre será possível a realização de medidas corretivas, ou seja, na administração pública, deve-se pensar, também, em medidas de cunho preventivo, para que se evite futuros danos ao erário.

Pereira (2018, p. 3) destaca que “as funções típicas da administração pública, e seus órgãos executores, surgem em decorrência do relacionamento permanente que ocorre entre o Estado e a sociedade.” Em contrapartida, essas funções são exercidas para suprir a necessidade advinda da sociedade e garantir que o regime democrático seja exercido de forma eficaz, garantindo o interesse coletivo.

Diante disto, Meirelles (2015, p. 68) diz que:

Numa visão global, a Administração é, pois, todo o aparelhamento do Estado preordenado à realização de serviços, visando à satisfação das necessidades coletivas. A Administração não pratica atos de governo; pratica, tão somente, atos de execução, com maior ou menor autonomia funcional, segundo a competência do órgão e de seus agentes.

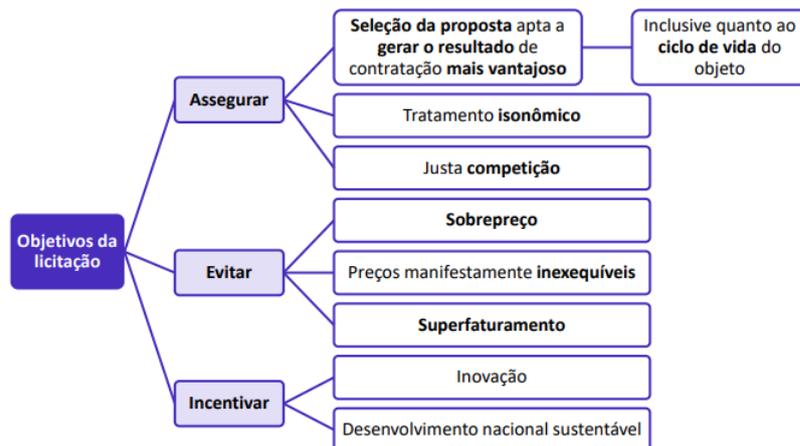
O ato de executar é parte fundamental para o funcionamento das unidades administrativas e tem como objetivo transformar em ações concretas as políticas e diretrizes apresentadas pelo poder público. Advindo do direito e seguindo o princípio da legalidade administrativa, tal medida é conhecida como legalidade estrita, ou seja, deve-se executar, fazer ou não fazer, tudo que está devidamente expresso em lei. Condizendo-se com os fatos supramencionados, Meirelles (1971, p. 14) retrata que: “A administração pública, por suas entidades estatais, autárquicas e empresariais, realiza obras e serviços, faz compras e aliena bens. Para essas atividades precisa contratar.”

Por esta condição apresentada acima e pensando na utilização de bens e serviços para a administração pública, admite-se a necessidade da abertura de procedimentos licitatórios, para ocorrer, posteriormente, o processo de contratações que trarão benefícios de modo direto e indireto à sociedade. Com isso, sabendo da importância em acompanhar

a evolução da sociedade e de tudo o que a cerca, pensou-se em novas normas para às contratações públicas. Conseqüentemente, foi criada, recentemente, a Nova Lei de Licitações e Contratos (NLLC), que norteará todo o processo para aquisição de bens e serviços no âmbito público (BRASIL, 2021).

A nova lei de licitações tem por objetivo selecionar a proposta mais vantajosa para a administração pública, seja na contratação de obras, serviços, aquisições e alienações, todos devem ser analisados por sua vantajosidade para o serviço público. Além disso, deve-se assegurar uma competição justa entre os concorrentes, dando-lhes o tratamento isonômico. Ainda mais, ganha-se destaque dentro da lei, a garantia acerca da adequação dos contratos e ao estímulo em torno da inovação e desenvolvimento sustentável nacional (BRASIL, 2021). A seguir, veremos alguns pontos destes objetivos.

**Figura 3.1 – Objetivos**



**Fonte:** (ALMEIDA, 2021, p. 40).

Analisando os objetivos supramencionados, percebe-se o impulso que a NLLC trará para a administração pública na qualificação dos seus procedimentos e para todas as mudanças praticadas em torno desta lei. Vale salientar a preocupação diante dos valores inexequíveis, superfaturamentos e sobrepreços, estes são, sem dúvidas, problemas que aparecem corriqueiramente nas licitações brasileiras.

Partindo da ideia de unir as leis de licitações vigentes e pensando na simplificação e modernização de todo processo licitatório, as leis de licitações existentes no cenário brasileiro, foram revogadas para a criação unificada da NLLC. Tal fato se concretizou, também, para servir de amparo para todas as esferas públicas, ou seja, incluirá União, Estados, Distrito Federal e Municípios. Assim, utilizando-se de uma única lei em todo território nacional para reger os processos licitatórios.

De antemão, precisaremos tratar o conceito de processo licitatório para melhorar

a captação do entendimento acerca das suas funcionalidades. Outrossim, trata-se de um mecanismo utilizado pela administração do serviço público para contratar bens e serviços que resultem em vantagens para a gestão. Além disso, para tal contratação, deve-se seguir alguns princípios essenciais, como por exemplo: legalidade, impessoalidade, igualdade, publicidade, dentre outros (BRASIL, 2021).

Tendo como base as afirmações supracitadas, semelhantes são os pensamentos de Justen Filho (2018, p. 495)

A licitação é um procedimento administrativo disciplinado por lei e por um ato administrativo prévio, que determina critérios objetivos visando a seleção da proposta de contratação mais vantajosa e a promoção do desenvolvimento nacional sustentável, com observância do princípio da isonomia, conduzido por um órgão dotado de competência específica.

Nessa perspectiva, Meirelles (1971, p. 22) afirma que:

O procedimento da licitação deve iniciar-se na repartição interessada com a abertura de um processo, no qual a autoridade competente autorizará a sua realização, definirá o seu objeto e indicará os recursos hábeis para a despesa [...].

Os processos licitatórios requerem atenção desde o “pontapé” inicial e perduram até a sua finalização, ou seja, começa-se dentro do setor solicitante e encerra-se no momento que trará benefícios aos cidadãos. Isso é verificado em cada evolução que o processo administrativo vai sofrendo em torno do seu objetivo. A licitação é um procedimento intermediário em torno de todo processo, nela será analisado e validado, quem poderá trazer maiores benefícios diante de um determinado objeto.

Visando as condições do procedimento licitatório, deve-se enfatizar alguns pontos. Dentre eles, existem as modalidades de licitação, são efetivamente formas variadas de se realizar o processo licitatório. Ou seja, depende exclusivamente do objeto a ser licitado. Atualmente, para NLLC, existem cinco tipos de modalidade, são elas: pregão, concorrência, concurso, leilão e diálogo competitivo. Para cada modalidade existente, compreende diferentes regras e condições propostas em edital para garantir o modelo de contratação adequado (BRASIL, 2021).

Em comparação, existem as modalidades de licitação oriundas da Lei 8.666/93, visto que mantém os mesmos objetivos das modalidades já citadas. As mudanças realizadas na NLLC, suprimiram algumas dessas modalidades, como também incluíram outras. Anteriormente, as modalidades válidas na Lei 8.666/93 eram as seguintes: concorrência, tomada de preços, convite, concurso, leilão, pregão (presencial e eletrônico) e a consulta.

Em vista disso, o processo de licitação segue uma sequência pré-definida de fases, sendo elas: fase preparatória; divulgação do edital; apresentação de propostas e lances, se necessário; julgamento; recursal; e de homologação. Assim, é indispensável a contemplação de todas as fases para execução da licitação (BRASIL, 2021).

Posteriormente, adota-se um modelo de julgamento para conduzir e basear-se as decisões nas contratações públicas. Podemos citar cinco: menor preço, maior desconto, melhor técnica ou conteúdo artístico, técnica e preço; maior lance (leilão) e por fim, maior retorno econômico. (BRASIL, 2021). Assim, a comissão permanente de licitação utiliza-se destes parâmetros para viabilizar a melhor admissão em um plano de contratação.

O Plano de Contratações Anuais, também conhecido como PCA, é um instrumento utilizado por órgãos e entidades da administração pública para planejar e organizar as contratações de bens, serviços e obras ao longo de um ano fiscal. Esse plano é uma parte importante do processo de gestão pública e visa garantir maior transparência, eficiência e controle nas contratações governamentais, ajudando a evitar contratações de última hora e a garantir que os recursos sejam utilizados de forma eficaz.

Em seu inciso VII, no artigo 12 da NLLC, especifica-se de maneira contundente que os órgãos responsáveis pelo planejamento de qualquer ente federativo, deverá, em forma de regulamento, quando solicitado, especificar o plano de contratações anual com conformidade com o planejamento estratégico interno. Nesse viés, este documento servirá de subsídio para formalização de leis orçamentarias dentro do governo.

Em contrapartida, a dispensa e inexigibilidade são dois tipos de contratações diretas que aparecem também na nova lei de licitações, em seu artigo 72º. Haja vista, que para formalização da referida contratação, necessita, exclusivamente dos seguintes documentos:

I - documento de formalização de demanda e, se for o caso, estudo técnico preliminar, análise de riscos, termo de referência, projeto básico ou projeto executivo; II - estimativa de despesa, que deverá ser calculada na forma estabelecida no art. 23 desta Lei; III - parecer jurídico e pareceres técnicos, se for o caso, que demonstrem o atendimento dos requisitos exigidos; IV - demonstração da compatibilidade da previsão de recursos orçamentários com o compromisso a ser assumido; V - comprovação de que o contratado preenche os requisitos de habilitação e qualificação mínima necessária; VI - razão da escolha do contratado; VII - justificativa de preço; VIII - autorização da autoridade competente (BRASIL, 2021, art. 72).

Se tratando de dispensa, a competição é baseada em uma possibilidade de disputa entre dois ou mais participantes, podendo conter vários outros. A competição oriunda da dispensa difere das normas apresentadas para um pregão, visto que, na dispensa, tenta-se efetivar com rapidez e eficiência no objetivo para sua execução final (OLIVEIRA, 2020).

Caracterizando-se pelo oposto, a inexigibilidade não permite disputa, pois as condições de contratação do objeto, analisados anteriormente pela administração pública, torna-o, de certo modo, exclusivos. Dessa forma, a competição entre diferentes participantes fica inviabilizada. (Justen Filho, 2018).

Para Rossi (2020), existem três pressupostos legais para viabilizar a concorrência e assim fomentar a disputa em um processo licitatório. Se constatado a ausência de qualquer pressuposto mencionado abaixo, demonstra-se a inviabilidade de competição, ou seja, a licitação será inexigível.

Destacando os pressupostos citados em Rossi (2020, p. 1120), temos o pressuposto lógico: “é a pluralidade de fornecedores, a pluralidade de competidores, a pluralidade de licitantes, a pluralidade de produtores no certame licitatório”. Logo, se não houver a pluralidade de licitantes, o processo licitatório se tornará inviável.

Tem-se o pressuposto jurídico, que analisa o interesse público perante uma licitação e examina se o procedimento trará prejuízos para o objetivo final. Se for constatado a inviabilidade na contratação, não haverá condições para a concretização do processo licitatório. Por fim, o pressuposto fático, que viabiliza o interesse do mercado diante o procedimento licitatório, ou seja, caso não exista o interesse diante da demanda exterior à administração pública, o procedimento se torna impraticável (ROSSI, 2020).

Portanto, pode-se dividir o procedimento licitatório em três partes: inicial, intermediária e final. O planejamento deve-se conter o estudo técnico preliminar e o PCA incluso, sendo eles que determinam a fase inicial do processo. Posteriormente, o objeto a ser licitado ou contratado por procedimento dispensável de licitação, circula por todos os setores responsáveis: financeiro, administrativo, setor de licitação, entre outros, respeitando a ordem hierárquica dentro da administração pública até a sua definição/contratação. A fase final, conhece-se com a realização do serviço, da aquisição, quando verdadeiramente o objeto traz resultados para a sociedade e para quem a administra.

Em decorrência dos fatos supramencionados, entende-se que é preciso um trabalho amplo e rigoroso no âmbito das contratações públicas, para que os bens e serviços adquiridos ou fornecidos para uma administração, sejam contratados de forma que contribuam para o avanço na prestação dos serviços em ambiente popular. Assim, evitando contratações indesejadas ou fracassos em processos licitatórios (CARVALHO, 2021).

## 4 MATEMÁTICA FINANCEIRA

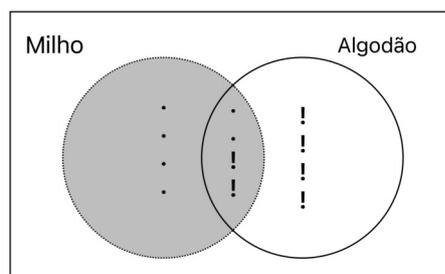
Neste capítulo, serão abordados os conceitos matemáticos que trarão significado a este trabalho. Espera-se transmitir algumas noções básicas que levem ao entendimento e dinamismo sobre as propriedades da Matemática Financeira e a sua utilidade para a sociedade.

A Matemática Financeira surge da necessidade das comunidades para aplicação do dinheiro no dia a dia, seja ele aplicado em compras usuais, empréstimos ou em investimentos. Um meio existente para a concretização dessas aplicações, são as transações financeiras, transações bancárias, boletos, TED, entre outros. Porém, essas transações nem sempre foram viáveis e dinâmicas como existem atualmente no nosso dia a dia.

Nas civilizações primitivas, por exemplo, em comparação aos dias atuais, era perceptível a dificuldade existente entre os povos para o compartilhamento de informações pertencentes a outros grupos socioculturais. Nessa época, aproximadamente há três milhões de anos, existia a dificuldade de propagar informações para outros campos, porque os homínídeos, povos daquela época, possuíam características nômades e sem nenhuma tecnologia.

Com isso, existiam dificuldades ao acesso à aquisição de mercadorias entre os povos. No momento em que começa a existir a comunicação entre diferentes grupos, começa-se a inserção de trocas de mercadorias no dia a dia da sociedade. Adquirir uma mercadoria na antiguidade, era sinônimo de trocar algo existente em seus domínios pela necessidade advinda do outro. Dito isto, as mercadorias eram compartilhadas para beneficiar a maior quantidade de comunidades que encontravam-se em suas proximidades. Tal fato pode ser entendido com o auxílio da teoria de conjuntos, veja a Figura 4.1.

**Figura 4.1 – Troca de Mercadorias**



**Fonte:** Elaborada pelo autor.

Se uma determinada comunidade apresentava um grande fluxo na produção de milho, mas, encontravam-se dificuldades na produção de algodão, acontecia o que conhecemos por “escambo”, trocavam-se os bens fartos por outros que se tinha interesse. A Figura 4.1 apresenta dois conjuntos e destaca a interação entre si, onde os bens estão sendo compartilhados, proporcionando maior alcance da mercadoria. Ou seja, cria-se um novo conjunto, no qual é a intersecção dos anteriores, formado tanto por itens do primeiro quanto do segundo conjunto.

Por isso, às vezes, as trocas não eram bem sucedidas, visto que não se tinham o entendimento do valor real de cada mercadoria. Com isso, se trocava objetos valiosos por objetos menos valiosos. Ao passar dos anos, evidenciou-se a necessidade de criar uma única medida para basear-se as trocas de mercadorias. Segundo Ifrah (1997, p. 146),

a primeira unidade de escambo admitida na Grécia pré-helênica foi o boi. No século VIII a.C., na *Ilíada* de Homero (XXIII, 705, 749-751 e VI, 236), uma mulher hábil para mil trabalhos é assim avaliada em 4 bois, a armadura em bronze de Glauco em 9 bois e a de Diomedes (que era de ouro) em 100 bois; ademais, numa lista de recompensas, vêm-se suceder-se, na ordem dos valores decrescentes, uma copa de prata cinzelada, um boi e um meio talento de ouro.

Visando a ampliação de uma moeda que beneficiasse a maior quantidade de pessoas, diversos países começaram a criação da sua própria moeda. Em um primeiro pensamento, não haveria favorecimento para nenhum indivíduo ou grupo. A intenção seria o favorecimento de todos os grupos, porém, historicamente, percebe-se que as riquezas ficavam sempre nas mãos dos grandes produtores e responsáveis por terras da época. O ouro e a prata foram as primeiras moedas implantadas com a sua devida importância.

Com as modernizações e o aumento do comércio marítimo, evidenciaram-se as primeiras práticas de trocas de mercadorias em outros países. Para isso, necessitou-se quantificar o valor da moeda estrangeira e oferecer a moeda nacional em troca da moeda do outro país e, assim, utilizar a moeda nativa em outro território. Hoje, conhecemos esta prática como câmbio, sendo a condição de troca entre duas moedas diferentes.

Desse modo, com o passar do tempo, todas as moedas foram se aperfeiçoando conforme a cultura local e, dia após dia, sofreram modificações para chegar ao que conhecemos hoje. Assim, notamos que aquisições, acúmulo de bens e empréstimos, surgiram de ações simples e sofreram grandes modificações ao decorrer do tempo, para chegar a viabilidade existente atualmente.

Para este trabalho, vamos imaginar que uma determinada administração pública recorra aos empréstimos financeiros para aliviar as demandas do dia a dia e conseguir dá

continuidade aos trabalhos programados.

Os empréstimos financeiros são transações que frequentemente acontecem na sociedade. Essas transações se concretizam visando o alívio financeiro momentâneo ou a longo prazo da população, empresas e instituições. Ou seja, são transações em que o credor (como um banco ou instituição financeira) empresta dinheiro para outra parte, o devedor, com a perspectiva de que o dinheiro seja pago de volta, juntamente com juros ou outros custos associados, durante um período pré-estabelecido.

Os empréstimos financeiros desempenham um papel fundamental na gestão das finanças pessoais, corporativas e governamentais, permitindo o financiamento de projetos e de aquisição de bens e serviços. Visando esta hipótese, por exemplo, veremos como o cálculo do valor presente de uma renda pode ajudar nas escolhas para determinar a melhor opção para o dinheiro público.

A administração pública também pode estar envolvida em empréstimos que envolvam períodos de carência antes do início dos pagamentos, como no caso de empréstimos para infraestrutura, financiamento de projetos ou outros fins. Mas, para isso, podemos associar as condições de empréstimos com o ETP, pois em ambos necessita-se de planejamento para o seu devido funcionamento. Portanto, veremos como a Matemática Financeira influencia a tomada de decisões para aquisições de bens em um órgão público.

Destacada a importância da Matemática Financeira ao longo da formação da sociedade, veremos alguns dos conceitos que acentuam a sua funcionalidade atualmente. Como, por exemplo, o capital ( $PV$ ), o montante ( $FV$ ), os juros ( $J$ ) e a taxa de juros ( $i$ ). Segundo (GUERRA; TANEJA, 2014, p. 15-16), temos as definições a seguir:

**Definição 1.** *Juros é o valor cobrado pelo detentor do dinheiro para cedê-lo àqueles que dele necessitem. Para o detentor é a remuneração paga pela cessão do dinheiro e para quem necessita dele é o custo pago pelo aluguel do dinheiro.*

**Definição 2.** *Capital é a importância ou dinheiro disponível para emprestarmos a quem dele necessite (ponto de vista do investidor), ou importância ou dinheiro de que necessitamos e de que não dispomos. Sendo, portanto, necessário obtê-lo por meio de um empréstimo (ponto de vista do tomador).*

Além das definições supracitadas, ASSAF NETO (2009, p. 1) destaca que:

**Definição 3.** *A taxa de juro é o coeficiente que determina o valor do juro, isto é, a remuneração do fator do capital utilizado durante certo período de tempo. A fórmula que*

denotamos para descobrir essa variação é dada por:

$$i = \frac{J}{PV}. \quad (1)$$

As taxas existem para subsidiar os valores que serão pagos para quem empresta o dinheiro a outra pessoa em um período pré-estabelecido. Existe como característica de reparar o valor emprestado ao seu credor. Desse modo, verifica-se a necessidade de entender como as taxas de juros aparecem nas operações de créditos dos brasileiros.

O Imposto sobre Operações Financeiras (IOF) é um tipo de taxa usual no Brasil. O valor pago pelo IOF, pode ser realizado por pessoa física ou jurídica. A comprovação deste imposto é dada por meio de operações de créditos como empréstimos, câmbio ou seguros. O valor pago nessas operações são diferentes entre si e são previstos pelo Governo Federal. Branco (2008, p. 17) traz essas informações e diz que:

O imposto sobre operações de crédito, câmbio e seguro, ou relativas a títulos ou valores mobiliários, ou simplesmente IOF, é da competência privativa da União Federal (CRFB, artigo 153, V, e Código Tributário Nacional, artigo 63), porque é o ente político que deve legislar sobre a matéria (CRFB, artigo 22, VII), considerando que o imposto é empregado como instrumento de política macroeconômica monetária e cambial (Código Tributário Nacional, artigo 65), tendo, portanto, fim predominantemente extrafiscal.

O valor do IOF é cobrado em operações de créditos e torna-se obrigatório em um período menor do que 30 dias. Para o cálculo do IOF, baseia-se no valor de cada alíquota, que é um percentual ou valor fixo de cada tributo. Desse modo, em operações de créditos, a alíquota é cobrada para pessoas físicas no valor de 0,0082% e para pessoas jurídicas no valor de 0,041%. Além disso, cobrasse um valor de 0,038%, no ato da contratação, independente do prazo da operação.

Ademais, vale ressaltar que existem dois tipos de taxas: percentual e unitária. Quando calculamos uma taxa percentual, significa que estamos calculando o valor em porcentagem, com o símbolo a seguir: %, ou seja, o valor dos juros está sendo calculado com base na centésima parte do capital. Para a taxa unitária, calcula-se a quantidade de unidades presentes no capital em um determinado período no tempo. Além disso, não apresenta o símbolo % acompanhado do número. Para compreendermos melhor, temos:

$$22\% \text{ (Taxa Percentual)} = \frac{22}{100} = 0,22 \text{ (Taxa Unitária)}.$$

Segue-se que, na matemática, 22% e 0,22 correspondem a mesma variação de juros para um mesmo período de tempo.

Além disso, as taxas devem ser associadas a alguma unidade de tempo, pois estão diretamente relacionadas com o período  $n$  dado. Desse modo, as taxas podem ter suas representações ao dia (a.d.); ao mês (a.m.); ao ano (a.a.); ao bimestre (a.b.); ao trimestre (a.t.), entre outros. Essas representações indicam o período conveniente em que as taxas estão sendo aplicadas ao capital.

**Definição 4.** *Um determinado capital, quando aplicado a uma taxa periódica de juro por determinado tempo, produz um valor acumulado denominado montante, e identificado por  $M$  ou  $FV$ . Em outras palavras, o montante é constituído do capital mais o valor acumulado dos juros, isto é:*

$$FV = PV + J. \quad (2)$$

#### 4.1 REGIMES DE CAPITALIZAÇÃO

Os regimes (critérios) de capitalização são métodos usados para calcular juros ou rendimentos em investimentos, empréstimos e outras transações financeiras ao longo do tempo. Eles determinam como os juros são acumulados ou pagos em diferentes momentos. Os dois regimes de capitalização mais comuns são: juros simples e juros compostos.

Como mencionado anteriormente, verifica-se que a capitalização está relacionada ao cálculo dos juros em uma determinada operação. Pois bem, a diferença existente entre os regimes de capitalização, está relacionada em como os juros serão calculados, a depender da taxa de juros, do período e do capital empregado na operação. Consequentemente de como se dará a progressão de juros em uma aplicação.

O período de capitalização unitário<sup>1</sup> e o caso  $n = 0$ , tanto no regime de capitalização simples quanto no regime de capitalização composta, resultam no mesmo valor de juros e montante. Para um período de capitalização unitária o cálculo do montante é obtido por:

$$FV = PV(1 + i).$$

##### 4.1.1 Juros Simples

Os juros simples são uma forma de cálculo em que o valor dos juros é calculado sobre o valor inicial do capital em uma determinada operação. Sempre que se referir aos juros simples, o valor dos juros sempre será o mesmo a cada capitalização. Os juros para um período unitário é dado por  $J_1 = PV \cdot i$

**Teorema 1** (Regime de Capitalização Simples). *No regime de capitalização simples, um capital inicial  $C$  aplicado a uma taxa  $i$  por um período igual a  $n$  capitalizações gera um*

---

<sup>1</sup> caso  $n = 1$ .

montante de:

$$FV = PV(1 + i \cdot n). \quad (3)$$

**Demonstração.** Para cada período de capitalização, os juros simples gerados são dados por:

$$J_1 = PV \cdot i.$$

Provaremos o Teorema 1 utilizando o Princípio de Indução Finita (PIF). Assumindo que,  $FV_n$  é o montante na data  $n$ . Logo,

$$FV_0 = PV,$$

e

$$FV_1 = PV + J_1 = PV + PV \cdot i = PV(1 + i) = PV(1 + i \cdot 1).$$

Logo, a fórmula é válida para  $n = 1$ , ou seja, o passo base ( $n = 1$ ) é válido. Agora, suponha que  $FV_n = PV(1 + i \cdot n)$  seja válida para algum  $n \in \mathbb{N}$ . Assim,

$$FV_{n+1} = FV_n + J_1 = PV(1 + in) + PV \cdot i = PV(1 + in + i) = PV[1 + i(n + 1)].$$

Portanto, pelo PIF, a fórmula é válida para todo  $n \in \mathbb{N}$ . ■

Desse modo, o número um representa a quantidade de capitalizações existentes. Assim, o cálculo é realizado pela seguinte fórmula para os juros totais

$$J = FV - PV = PV \cdot i \cdot n, \quad (4)$$

onde:  $J$  = Valor dos juros;  $PV$  = Capital inicial;  $n$  = Quantidade de capitalizações no período;  $i$  = taxa e  $FV$  = Montante.

**Exemplo 1.** *A Prefeitura de Boa Fé ampliou as suas instalações e solicitou um empréstimo ao Banco Sociedade no valor de R\$ 350.000,00, valor já com os juros incorporados e com vencimento para cinco anos. O Secretário financeiro da Boa Fé, estudou as taxas de alguns bancos e constatou que, caso desejasse aplicar usando juros simples, obteria uma taxa de 9% ao ano. Calcular o capital que a prefeitura de Boa Fé precisaria aplicar hoje para dispor do montante necessário para quitar o empréstimo, por ocasião do seu vencimento.*

**Solução.** Segue-se do problema:

$$FV = R\$ 350.000,00; \quad n = 5 \text{ anos}; \quad i = 9\% \text{ a.a.}; \quad PV = ?$$

Do Teorema 1, temos que:  $FV = PV(1 + i \cdot n)$  e conseguimos deduzir que:

$$PV = \frac{FV}{1 + i \cdot n}. \quad (5)$$

Agora, substituindo os dados propostos do Exemplo 1 na Equação (5):

$$PV = \frac{350.000,00}{1 + 0,09 \cdot 5} = 241.379,31.$$

Por fim, o capital necessário que precisaria a Prefeitura do Município de Boa Fé para aplicação no dia de hoje seria igual à quantia de R\$ 241.379,31.  $\diamond$

#### 4.1.2 Juros Compostos

Os juros compostos são uma forma de cálculo de juros sobre um capital inicial que leva em consideração não apenas o valor principal (o montante inicial), como também os juros acumulados ao longo do tempo. Esse método de capitalizações é usado em investimentos financeiros, empréstimos e financiamentos, entre outros contextos.

Guerra e Taneja (2014, p. 24) dizem que “[...] o montante  $FV$ , resultante de uma aplicação do capital  $PV$  a uma taxa de juros compostos  $i$  (por período de capitalização) durante  $n$  períodos de capitalização, é dado por

$$FV = PV(1+i)^n. \quad (6)$$

Na qual a taxa de juros  $i$  está expressa na forma unitária e o período de tempo  $n$  e a taxa de juros  $i$  devem estar na mesma unidade de tempo.”

**Teorema 2** (Regime de Juros Compostos). *No regime de juros compostos, um capital  $PV$  aplicado a uma taxa  $i$ , por um período definido de tempo igual a  $n$  capitalizações gera um montante:*

$$FV = PV(1+i)^n.$$

**Demonstração.** No regime de capitalização composta, a taxa de juros incide sobre o montante referente ao período anterior. Provaremos utilizando o Princípio da Indução Finita em relação ao período. Pondo  $FV_n$  como sendo o montante na data  $n$ , temos que,

$$FV_0 = PV$$

e

$$FV_1 = FV_0 + i \cdot FV_0 = PV + i \cdot PV = PV(1+i) = PV(1+1)^1$$

mostrando que a fórmula é válida para  $n = 1$ . Supondo que  $FV_n = PV(1+i)^n$ .  
Temos que:

$$\begin{aligned} FV_{n+1} &= FV_n + J \\ &= FV_n + FV_n \cdot i \\ &= PV(1+i)^n + PV(1+i)^n \cdot i \\ &= PV(1+i)^n \cdot (1+i) \\ &= PV(1+i)^{n+1}. \end{aligned}$$

Portanto,

$$FV_{n+1} = PV(1+i)^{n+1}.$$

Mostrando que a fórmula é válida para  $n + 1$ , desde que seja válida para  $n \in \mathbb{N}$ . Pelo Princípio da Indução Finita,  $FV = PV(1+i)^n$  para todo  $n \in \mathbb{N}$ . ■

Conseqüentemente, temos que:

$$FV_{n+1} = FV_n + FV_n \cdot i = FV_n(1+i) \Rightarrow \frac{FV_{n+1}}{FV_n} = 1+i.$$

Como  $1+i$  é constante, temos que  $FV_n$  é uma Progressão Geométrica (PG) de primeiro termo  $FV_0 = PV$ .

**Exemplo 2.** *A secretária de Infraestrutura do Município de Felicidade comprou um trator por R\$ 220.000,00 e como não tinha o valor total resolveu solicitar um empréstimo com o Banco Vitória no valor de R\$ 10.000,00 a juros compostos com taxa de 2% ao mês durante 12 meses. Quanto a Secretaria de Infraestrutura pagará de juros para o Banco e quanto será o valor total do bem?*

**Solução.** Tratando-se de Juros Compostos, logo, podemos utilizar a Equação (6). Assim, temos os seguintes dados para solucionar o problema:

$$PV = \text{R\$ } 10.000,00; n = 12 \text{ meses}; i = 2\% \text{ a.m.}; FV = ?$$

Substituindo os dados na Equação (6), temos que:

$$FV = 10.000,00(1+0,02)^{12} \approx 12.682,41.$$

Com isso, conseguimos obter respostas para as nossas indagações. O valor dos juros cobrado pelo Banco, será igual ao valor de R\$ 2.682,41, pois os juros são determinados pela diferença entre o Montante e o valor do Capital. Ou seja,  $J = FV - PV$ . Além disso, o valor total do bem, aproximadamente, é de R\$ 222.682,41. ◇

## 4.2 COMPORTAMENTO DAS TAXAS DE JUROS NO MONTANTE

As taxas de juros desempenham um papel fundamental no cálculo do montante de um investimento ou empréstimo. Seja em situações de investimento ou de empréstimo, as taxas têm um impacto significativo no montante. Desse modo, podem estimular ou contrair o crédito. Pensando-se nessas possibilidades e na condição da realização da sua respectiva aplicação, iremos discutir como as taxas influenciam o montante no dia a dia da sociedade.

Se formos analisar o contexto de investimentos, as taxas de juros determinam o montante final de um investimento ao longo do tempo. Quando se investe dinheiro em instrumentos financeiros como contas de poupança, títulos, fundos mútuos ou ações, as taxas de juros ou taxas de retorno são fundamentais para calcular quanto o investimento crescerá ao longo do tempo. Outros são os empréstimos financeiros, esses possibilitam o cliente usufruir do dinheiro e após um determinado tempo fazer o pagamento da quantia acordada. Desse modo, as taxas entram nesse entendimento como um tipo de pagamento extra pela disponibilidade do recurso.

### 4.2.1 Taxa de Abertura de Crédito

O TAC (Taxa de abertura de crédito) é uma taxa cobrada pelas instituições financeiras no momento da concessão de um empréstimo ou financiamento. Esta taxa tinha o objetivo de cobrir os custos administrativos e burocráticos relacionados à abertura de crédito. O valor cobrado nesta taxa é inserido no montante final do empréstimo ou financiamento.

A cobrança do TAC não tinha caráter obrigatório entre as instituições financeiras, ou seja, algumas instituições cobram por essa abertura de crédito e outras optam pela isenção dessa taxa. Entretanto, verifica-se que é ilegal a aplicação desta taxa na abertura de crédito ao consumidor.

O TAC poderia ser cobrado até 07/12/2007, quando começou a vigorar a Resolução-CMN nº. 3.518/2007. Após essa data, tal prática é considerada abusiva e ilegal no meio financeiro. Na sua aplicação, não se tinha um valor pré-fixado, o valor acrescido no contrato poderia variar de caso a caso e era diluído ao valor do contrato. Geralmente, imperceptíveis para os clientes.

Portanto, ao considerar a concessão de um empréstimo ou financiamento, é crucial ler atentamente o contrato e compreender todas as taxas associadas, incluindo o TAC, para evitar surpresas e garantir uma compreensão clara dos custos envolvidos.

### 4.2.2 Inflação

Segundo Guerra e Taneja (2014, p. 139), “A inflação é o fenômeno conhecido como o aumento generalizado dos preços de bens e serviços, num dado período, havendo, conseqüentemente, a perda do poder aquisitivo da moeda, sendo a perda tanto maior quanto maiores forem esses aumentos de preços”. Existindo a queda significativa dos valores, nota-se que existe a introdução de um novo fenômeno, o que conhecemos por deflação, ou seja, é resultante da diminuição dos valores de mercadorias e serviços.

A inflação poderá acontecer por diversos fatores, os que estão presentes corriqueiramente são, por exemplo:

1. escassez de produtos e desequilíbrio na balança de pagamentos;
2. rápido aumento no consumo e no investimento (inflação de demanda); e
3. aumento de custo de produção, repassado aos preços, enquanto a demanda permanece inalterada (inflação de custo).

Durante a pandemia de COVID-19, um exemplo de aumento de custo de produção repassado aos preços devido a condições específicas pode ser observado na indústria de alimentos. As medidas de distanciamento social e os protocolos de segurança implementados para conter a propagação do vírus impactaram significativamente as operações nas fábricas e nas cadeias de abastecimento.

Muitas empresas enfrentaram desafios como redução da capacidade de produção devido ao distanciamento entre trabalhadores, interrupções nas entregas de matérias-primas devido a bloqueios e restrições de transporte, além de custos adicionais associados às medidas de segurança no ambiente de trabalho. Esses fatores contribuíram para um aumento nos custos de produção para as empresas do setor alimentício. Para compensar esses custos adicionais, algumas empresas optaram por repassar esses aumentos de custos aos preços dos produtos finais, resultando em uma inflação de custo. Mesmo que a demanda por alimentos tenha permanecido relativamente estável durante a pandemia, os consumidores puderam perceber um aumento nos preços devido a esses fatores relacionados à crise sanitária.

O cálculo para encontrar o valor da inflação é baseado em Índices de Preços (IP). O índice de preços é resultante da média ponderada de outros índices que entre si estabelecem alguma relação dentro de um único produto ou serviço. Desse modo, como consequência, pode-se estabelecer o cálculo para grupos que relacionem de um mesmo objeto. Segue-se que, o IP pode ser calculado por:

$$I = \frac{P_k}{P_0}. \quad (7)$$

Em que,  $P_k$  é o valor no instante  $k$  e  $P_0$  é caracterizado no instante inicial.

A fórmula para o cálculo da variação percentual do valor inflacionário é dado pela expressão:

$$I = \frac{P_k}{P_{k-t}} - 1. \quad (8)$$

Onde  $I$  é a taxa de inflação a partir do índice de preços;  $P$  é o índice de preços;  $k$  e  $k-t$  são a data estabelecida da taxa de inflação e o período anterior respectivamente.

Para conseguirmos entender como funciona os índices de preços e o cálculo do valor de inflação, iremos utilizar de alguns dados para simular uma análise de um determinado produto durante o período de um ano.

**Tabela 4.1 – Produto X**

Mês	Valor (R\$)
Maio	602,11
Junho	647,18
Julho	800,15
Agosto	900,79
Setembro	1.001,27
Outubro	1.159,63
Novembro	1.159,63
Dezembro	1.592,56

**Fonte:** Elaborada pelo autor.

A medida que os valores das mercadorias estão se modificando, pode ser compreendida pela evolução de cada índice em função do tempo. Com isso, para verificar a variação percentual da inflação, relaciona-se o último índice de preços, determinando o final do período, com o índice inicial.

Utilizando a Tabela 4.1 como parâmetro e utilizando da fórmula dada, vejamos a taxa de inflação do 3º trimestre do ano, compreendido entre julho e setembro. Assim,

$$I = \frac{1.001,27}{800,15} - 1 = 0,251 = 25,1\%.$$

Podemos concluir que os preços indicaram uma variação de 25,1% no período destacado. A utilização da fórmula da variação percentual, pode ser frequentemente utilizada para análise da variação da média de determinados produtos ou serviços. Servindo como indicador que reflete em como se dá a mudança dos valores inflacionários na sociedade. Desse modo, atuando como parâmetro para uma análise breve e sucinta destes valores.

**Exemplo 3.** *A crise alimentícia assolou todo o Brasil durante o período pandêmico, fato analisado pelo elevado custo na produção, manutenção e entrega em todo território. Inevitavelmente, as prefeituras sentiram o impacto durante esse processo. Vejamos, hipoteticamente, cinco processos licitatórios de uma mesma empresa vencedora, localizada no sertão pernambucano, compreendido entre o período de dezembro de 2019 a abril de 2020. Nesses processos, verifica-se o aumento acentuado do valor do óleo de cozinha. A seguir, temos a Tabela 4.2 com o período e com cada valor vencedor. Percebendo isso, e tendo como base os valores explícitos em seus processos licitatórios, qual a variação percentual nesse período (DEZEMBRO – ABRIL) acometido pelas altas de preços na pandemia do COVID-19 nessas Prefeituras?*

**Tabela 4.2 – Variação do preço do óleo de cozinha**

Mês	Valor (R\$)
dez	3,10
jan	3,50
fev	5,15
mar	6,90
abr	7,90

**Fonte:** Elaborada pelo autor.

**Solução.** Utilizando a fórmula do cálculo da variação percentual, conclui-se que:

$$I = \frac{7,90}{3,10} - 1 \approx 1.54 = 154\%.$$

Assim, concluímos que houve uma variação de 154% no valor no período em destaque. Desse modo, evidenciando a inesperada elevação no preço deste item.  $\diamond$

### 4.3 FLUXO DE CAIXA

O fluxo de caixa é utilizado para registrar as movimentações do dinheiro em processos de recebimento ou pagamento durante um certo período de tempo, ou seja, tem por finalidade organizar, para certo panorama de tempo, o comportamento esperado de uma operação.

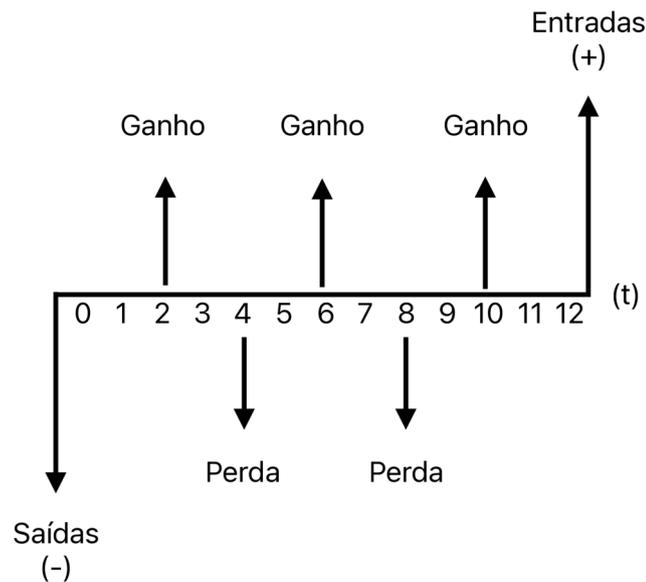
A importância do fluxo de caixa, como instrumento operacional, é a vantajosidade no processo de colaboração financeira em alta perspectiva e a praticidade estabelecida ao seu controle. O fluxo de caixa pode ser estabelecido como estratégia para controles de recursos, emendas e outras atividades financeiras, pois viabiliza a rápida percepção na fluidez dos recursos administrativos, demonstrando as entradas e as saídas de dinheiro. Com isso, ajudando nas tomadas de decisões administrativas.

A construção do Diagrama de Fluxo de Caixa (DFC) é muito simples, vejamos:

1. Traça-se uma reta horizontal, representando o fator tempo;
2. Para cada processo de entrada de dinheiro, uma seta para cima;
3. Para cada processo de saída de dinheiro, uma seta para baixo.

A seguir, na Figura 4.2, veremos como funciona um processo de entradas e saídas de dinheiro. Como apresentado anteriormente, para cada seta para cima, entrasse dinheiro. Para cada seta para baixo, significa a saída de dinheiro. Se não houver entradas e saídas, a reta não apresentará nenhuma seta no local. Desse modo, subtende-se que está se mantendo constante.

**Figura 4.2 – Demonstrativo de um Fluxo de Caixa (FDC)**

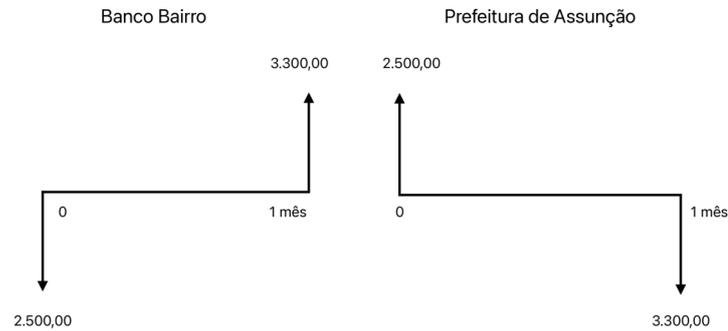


Fonte Elaborada pelo autor.

**Exemplo 4.** *O Banco do Bairro emprestou, hoje, R\$ 2.500,00 à Prefeitura de Assunção para receber R\$ 3.300,00 um mês depois. Representar o DFC do banco e da prefeitura.*

**Solução.** Com os dados apontados no enunciado, podemos elaborar o diagrama de fluxo de caixa apresentado na Figura 4.3.

**Figura 4.3 – Diagrama de Fluxo de Caixa**



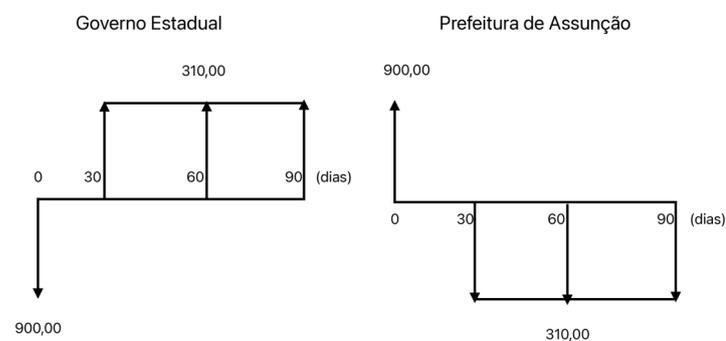
Fonte: Elaborada pelo autor.

◇

**Exemplo 5.** Após as análises realizadas pelo Governo Estadual, foram constatadas algumas falhas nos últimos repasses de suplementação dos recursos ordinários junto à prefeitura de Assunção. Analisado a inconsistência e resguardado pelo direito da autotutela, o Governo resolve suplementar, novamente, a prefeitura. Desse modo, após toda a tramitação, transfere a quantia de R\$ 900,00. Porém, a prefeitura de Assunção, analisando os repasses recebidos anteriormente, verificaram-se, também, o recebimento indevido de três pagamentos iguais de R\$ 310,00. Para resolver o imbróglio, o Governo Estadual solicitou a devolução do recurso para 30, 60 e 90 dias. Represente o DFC do Governo Estadual e da prefeitura de Assunção.

Solução.

**Figura 4.4 – Diagrama de Fluxo de Caixa**



Fonte: Elaborada pelo autor.

◇

## 4.4 SÉRIES DE PAGAMENTOS

Samuel e Nicolau (2014, p. 26) definem as Séries (Rendas) de pagamento como sendo: “A sucessão de depósitos ou de prestações, destinados a formar um capital ou pagar um dívida é denominada renda.” Como consequência, poderemos ter dois processos para o nosso dinheiro: Capitalização e Amortização. O primeiro irá existir quando o objetivo for construir um capital em uma data futura. Se esse não for o objetivo, uma das possibilidades será o segundo processo, que é utilizado quando queremos abater uma dívida.

As rendas são divididas em certas ou aleatórias:

1. Rendas certas ou anuidades: ocorrem quando o número de termos, seus vencimentos e seus respectivos valores podem ser prefixados. Exemplo: compra de bens a prazo.
2. Rendas aleatórias: ocorrem quando pelo menos um dos elementos não pode ser previamente determinado. Exemplo: pagamento de um seguro de vida (o número de termos é indeterminado).

Para as rendas certas, poderemos definir o período, duração, valor presente e valor futuro da operação.

1. Período: intervalo de tempo entre dois termos
2. Duração: a soma dos períodos definem a série de pagamentos ou anuidades.
3. Valor atual ou valor presente: é a soma dos valores atuais dos seus termos somando tudo para uma mesma data e a mesma taxa de juros compostos.
4. Valor futuro: é a soma dos valores futuros dos seus termos somando tudo em uma data futura e a uma mesma taxa de juros compostos.

### 4.4.1 Classificação das Séries de Pagamentos

As séries de pagamento referem-se a padrões específicos de fluxos de caixa ao longo do tempo. Esses fluxos de caixa podem ser variados de diversas maneiras, dependendo de vários critérios. Guerra e Taneja (2014) os classificam da seguinte maneira:

1. Quanto ao número de termos: poderá ser finita quando existir a última prestação ou também poderá ser infinita ou perpétua, quando não existir a última prestação.
2. Quanto à natureza de seus termos: será uniforme quando todos os termos forem iguais e será não uniforme ou variável quando os termos forem diferentes.

3. Quanto ao intervalo entre seus termos: poderá ser de dois tipos: periódica, quando o intervalo entre dois termos sucessivos for constante; e não periódica, quando o intervalo entre dois termos sucessivos não for constante.
4. Quanto à forma de pagamento ou recebimento: podendo ser imediatas ou diferidas. Na primeira, é quando os termos são exigíveis a partir do primeiro período. Já na segunda, ocorre se os termos forem exigíveis a partir de uma data que não seja o primeiro período
5. Os pagamentos podem ocorrer de duas formas, tem as postecipadas ou vencidas, que ocorrem quando os pagamentos são realizados ao final de cada período e existe o pagamento de maneira antecipada, quando os pagamentos ocorrem no início de cada período.

A escolha entre uma anuidade antecipada e uma anuidade postecipada afetará os cálculos de valor presente e valor futuro, é fundamental determinar se os pagamentos ocorrerão no início ou no final de cada período, pois isso terá implicações significativas nos resultados dos cálculos. Veremos a seguir duas possibilidades que acontecem no dia a dia da sociedade e encaixa-se ao contexto apresentado.

Em um possível pagamento de uma renda imediata antecipada, nota-se que o pagamento é realizado no início de todos os períodos em que o serviço ou aquisição de um determinado produto é estabelecido. Por exemplo, na contratação de um serviço estipulado para ser concluído em seis meses, faz a escolha pelo pagamento de maneira imediata e antecipada, ou seja, o pagamento deverá ocorrer no início de cada período após a contratação. Além disso, obrigatoriamente, a cobrança é realizada no período seguinte a contratação.

Em um pagamento de uma renda diferida postecipada, verifica-se que o pagamento é realizado no fim de cada período. Desse modo, utiliza-se do serviço ou da aquisição para que, após o final de período preestabelecido, aconteça o pagamento. Desse modo, a escolha do pagamento depende de vários fatores: natureza do negócio, termos do contrato, entre outros. Por isso, deve-se ficar atento às diferentes práticas e condições para assegurar as melhores condições para pagamento.

#### **4.4.2 Cálculo do valor presente de uma renda**

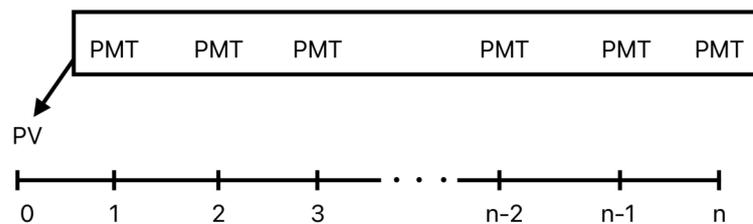
O valor presente, em termos gerais, é o valor de uma estimativa de dinheiro atual, descontada a uma taxa incluída, para refletir o valor atual desse capital. Em outras palavras, ele representa o quanto uma quantia futura vale hoje, considerando a taxa de juros ou a

taxa de desconto aplicada. Desse modo, conseguimos avaliar, também, o respectivo poder de compra desse capital.

Em um fluxo de caixa uniforme, o valor presente é o somatório obtido ao longo do tempo, utilizando da soma de todas as prestações durante  $n$  períodos. Um fluxo de caixa uniforme significa que os depósitos ou retiradas ocorrem sempre na mesma periodicidade. Para se obter o valor do PV, basta transferir todos os pagamentos para a mesma data focal, zero, e somá-los.

A seguir, veremos a Figura 4.5, que representa como funciona o procedimento de transferir todos os pagamentos para uma única data. Desse modo, facilitando a compreensão e percepção para quem irá acompanhar ou realizar o procedimento em tela.

**Figura 4.5 – Fluxo de Caixa na Data Inicial**



**Fonte:** Adaptado de ASSAF NETO (2009, p. 99).

Como destacado anteriormente, o somatório será dado pela soma de todas as prestações durante todo o período destacado. Assim,

$$PV = \frac{PMT}{1+i} + \frac{PMT}{(1+i)^2} + \dots + \frac{PMT}{(1+i)^{n-1}} + \frac{PMT}{(1+i)^n}.$$

Isolando PMT, tem-se:

$$PV = PMT \cdot \left[ \frac{1}{1+i} + \frac{1}{(1+i)^2} + \dots + \frac{1}{(1+i)^{n-1}} + \frac{1}{(1+i)^n} \right]$$

$$PV = PMT \cdot \underbrace{\left[ (1+i)^{-1} + (1+i)^{-2} + \dots + (1+i)^{-n+1} + (1+i)^{-n} \right]}_{FVP}.$$

O Fator de Valor Presente (FVP) é caracterizado, na matemática, como o seguinte termo:  $a_{\overline{n}|i}$  e lê-se:  $a$ ,  $n$  cantoneira  $i$ . Com isso, a caracterização do Valor Presente assume a fórmula:

$$PV = PMT \cdot a_{n|i}. \quad (9)$$

O FVP é a soma dos termos de uma Progressão Geométrica de primeiro termo  $a_1$ , razão  $q$  igual a  $(1+i)^{-1}$  e  $n$ -ésimo termo  $a_n$  igual a  $(1+i)^{-n}$ .

A equação do cálculo da soma dos valores de uma PG nos fornece:

$$a_{n|i} = \frac{a_1 - a_n \cdot q}{1 - q} = \frac{(1+i)^{-1} - (1+i)^{-n} \cdot (1+i)^{-1}}{1 - (1+i)^{-1}} = \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}.$$

Desse modo, a fórmula do Valor Presente é apresentada do seguinte modo:

$$PV = PMT \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}.$$

**Exemplo 6.** *A Prefeitura de Felicidade leiloa um ônibus escolar em 6 prestações mensais iguais de R\$ 5.000,00, sendo a primeira paga 30 dias após a compra. A taxa de juros do crédito para a empresa é de 4,5% am. Qual o preço à vista do ônibus escolar?*

**Solução.** Com os dados fornecidos no problema, tem-se que:  $n = 6$ ;  $i = 4,5\%$  a.m.;  $PMT = 5.000,00$ ;  $PV = ?$

Utilizando a Fórmula (9), temos:

$$PV = PMT \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

vem que,

$$PV = 5.000,00 \cdot \frac{1 - (1 + 0,045)^{-6}}{0,045} = 25.788,90.$$

◇

#### 4.4.3 Cálculo do montante de uma renda

O montante de uma renda imediata é o valor futuro resultante de um investimento feito no presente. Esse conceito é comumente utilizado em finanças e investimentos para calcular o valor que uma quantia de dinheiro irá atingir ao longo do tempo, com base em taxas de juros ou taxas de retorno. Em suma, o montante de uma renda imediata é fundamental para prever o valor futuro de um investimento e entender seu potencial de crescimento ao longo do tempo.

Esse cálculo é relevante para diversas situações, como investimentos, empréstimos, previdência, entre outros. Saber o montante de uma renda imediata serve para determinar

o valor futuro de um investimento inicial, levando em conta o tempo e a taxa de juros aplicada.

O valor futuro, utilizando-se para uma determinada taxa de juros compostos e uma data, é a soma dos montantes de cada um dos termos da série de recebimentos/pagamentos.

Desse modo, definimos a seguinte expressão:

$$FV = PMT + PMT \cdot (1+i) + PMT \cdot (1+i)^2 + \dots + PMT \cdot (1+i)^{n-1}.$$

Colocando o termo PMT em evidência, temos:

$$FV = PMT \cdot \underbrace{[1 + (1+i) + (1+i)^2 + \dots + (1+i)^{n-1}]}_{FVF}.$$

A expressão que está delimitada entre colchetes, chama-se Fator de Valor Futuro (FVF) e é representada por:  $s_{n|i}$  e lê-se:  $s$ ,  $n$  cantoneira  $i$ .

Desse modo, a construção da fórmula do valor futuro se dá por:

$$FV = PMT \cdot s_{n|i}. \quad (10)$$

Do mesmo modo apresentado na formulação do valor presente, nota-se que a expressão FFV representa a soma dos termos de uma progressão geométrica, onde o  $a_1 = 1$ ;  $q = 1+i$  e  $a_n = (1+i)^{n-1}$ .

Com isso, chega-se a:

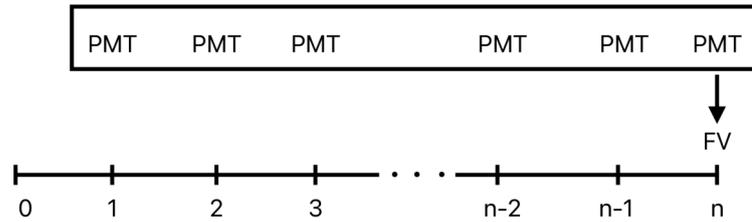
$$s_{n|i} = \frac{a_1 - a_n \cdot q}{1 - q} = \frac{(1+i)^n - 1}{i}. \quad (11)$$

Concluimos que para o cálculo do montante em um fluxo de caixa uniforme, a partir do FFV, tem-se:

$$FV = PMT \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}.$$

Graficamente, de modo dinâmico, podemos analisar como é dado o comportamento das prestações em relação ao tempo  $n$ . Compreende-se na distribuição das prestações para uma data futura, que chamamos de  $FV$ .

Figura 4.6 – Representação do Montante em um Fluxo de Caixa



Fonte: Adaptado de ASSAF NETO (2009, p. 101).

**Exemplo 7.** A prefeitura do Município de Felicidade irá necessitar de R\$ 200.000,00 daqui a um ano para realizar a construção de uma quadra de esportes na Zona Rural de Felicidade. Para isso, prevendo restrições nos recursos oriundos do Fundo de Participação dos Municípios (FPM) e prevendo impossibilidade dos recursos estarem disponíveis na data planejada, será feita uma economia mensal do recurso do FPM no valor de R\$ 7.500,00, a qual será depositada em uma conta de poupança que remunera os depósitos a uma taxa de juros compostos de 4% a.m. Determine se a prefeitura terá acumulado o montante necessário no final de um ano.

**Solução.** Com os dados fornecidos no problema, tem-se que:  $n = 12$ ;  $i = 4\% = 0,04$  a.m.;  $PMT = 7.500,00$ ;  $FV = ?$

Utilizando-se da fórmula do valor futuro de uma renda imediata, uniforme, postecipada e periódica:

$$FV = PMT \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Substituindo os valores propostos no enunciado, temos que:

$$FV = 7.500,00 \cdot \frac{(1+0,04)^{12} - 1}{0,04} \approx 112.500,00.$$

O montante acumulado nos 12 meses, resultam em um valor insuficiente para a execução da obra. Pois, o montante necessário para a construção total da obra seria o valor de R\$ 200.000,00.  $\diamond$

#### 4.4.4 Cálculo do valor presente de uma renda

O cálculo do valor presente de uma renda diferida envolve determinar o valor presente de uma série de pagamentos que ocorrerão em algum ponto futuro. Isso é útil em cenários em que os pagamentos são adiados por um período de tempo antes de começarem.

Suponhamos uma renda de  $n$  termos  $PMT$ , diferida (carência) de  $m$  períodos, da qual queremos calcular o valor presente  $PV$  com taxa  $i$  dada para o período da renda. Então, para uma renda diferida de  $m$  períodos, o valor presente é dado pela fórmula

$$PV = PMT \cdot (1+i)^{-m} \cdot \frac{(1+i)^{-n} - 1}{i} = \frac{PMT \cdot a_{n|i}}{(1+i)^m}. \quad (12)$$

A dedução da fórmula acima pode ser realizada a partir da confecção de um gráfico, apresentando as análises dos intervalos totais do processo, do período de carência e do seu respectivo fator de capitalização  $(1+i)^m$ . Desse modo trazendo a prestação para o Valor presente inicial, ou seja,

$$PV = \frac{PMT}{(1+i)^m}.$$

Em seguida, a identificação do valor presente de uma anuidade  $a_{n|i}$ . Após essa identificação, fica intuitiva o entendimento sobre a fórmula.

A partir da Fórmula (12), conseguimos encontrar o cálculo para a prestação (PMT):

$$PMT = \frac{PV \cdot (1+i)^m}{a_{n|i}}. \quad (13)$$

**Exemplo 8.** *A Prefeitura do Município de Felicidade adquiriu um empréstimo visando melhorias no maquinário da secretária de infraestrutura. O empréstimo será efetuado para pagamento em 12 prestações mensais iguais no valor de R\$ 12.000,00. Sabendo-se que a taxa de juros cobrada é de 2,5% a.m. e que a primeira prestação será paga no quarto mês (carência de três meses), calcular o valor financiado pela prefeitura.*

Solução.

$$PV = ?; n = 12 \text{ meses}; i = 2,5\% \text{ a.m.}; m = 3 \text{ meses}; PMT = 12.000,00.$$

Logo, substituindo os dados acima na Fórmula (13), temos que,

$$PV = \frac{PMT \cdot a_{n|i}}{(1+i)^m} = \frac{12.000,00 \cdot 10,3}{(1,025)^3} \approx 114.774,95.$$

Portanto, o valor financiado pela prefeitura é R\$ 114.774,95.  $\diamond$

**Exemplo 9.** *Resolver utilizando os dados do Exemplo 8 e considerando que o banco concedeu carência de 6 meses.*

Solução.

$PV = ?$ ;  $n = 12$  meses;  $i = 2,5\% = 0,025$  a.m.;  $m = 6$  meses;  $PMT = 12.000,00$ . Logo, substituindo os dados acima na fórmula (13), temos que,

$$PV = \frac{PMT \cdot a_{\overline{n}|i}}{(1+i)^m} = \frac{12.000,00 \cdot 10,3}{(1,025)^6} \approx 106.579,89.$$

Portanto, o valor financiado pela prefeitura é R\$ 106.579,89

◇

Verifica-se, a partir dos exemplos citados anteriormente, que quanto maior o período de carência, menor é a lucratividade para a administração pública. Ou seja, empréstimos que tem a sua duração de pagamentos extensa, mesmo que neles existam períodos de carência, não são vantajosos. Uma das principais características que devem ser analisadas, é o acúmulo dos juros após o período de carência. Engana-se quem acha que os juros não existem nesse período determinado. Além disso, encontram-se vários fatores que favorecem para se atentar às condições prejudiciais de empréstimos longos, como: risco de desvalorização do bem; risco de inadimplência; menor economia em juros, entre outros. Por isso, deve-se atentar a todas as especificações para escolher a melhor opção financeira.

## 5 ANÁLISE DE INVESTIMENTOS

Tratando-se do estudo para análise em investimentos, veremos como deve ser conduzida a escolha para a melhor aplicação em um determinado investimento. Na administração pública, com a inserção da NLLC, nota-se que os estudos prévios devem ser embasados em dados que comprovem a sua escolha e funcionalidade.

Desse modo, na análise dos investimentos, os métodos do Valor Presente Líquido (VPL) e o da Taxa Interna de Retorno (TIR) auxiliam na tomada de decisões acerca de algum investimento, possibilitando diversas práticas e sempre levando em consideração algumas comparações. Sejam elas por: vantajosidade, vida útil, entre outros. Com isso, precisa-se dessa comparação para o pontapé inicial do cálculo.

Como relatado no Capítulo 3 deste trabalho, a fase interna do ETP segue algumas etapas para elaboração de um projeto prévio que destaque todas as funcionalidades de um equipamento ou serviço. Conseqüentemente, o cálculo obtido pelo métodos VPL ou TIR, apresentados neste capítulo, auxiliarão esse estudo em relação ao valor da contratação/locação.

Sabemos que o ETP delimita-se em cinco incisos obrigatórios para uma boa contratação. Assim, calcularemos as condições que se possam reutilizar estes resultados para uma futura justificativa de compra. Por exemplo, na administração Pública, o que seria mais vantajoso, a locação de um veículo ou a compra de um carro novo em um dado período de tempo. Outro exemplo que pode ser estudado é o processo de compra ou de locações de impressoras de grandes portes, e entender como funciona a escolha pelo preço e daí, entender todas as suas vantagens e desvantagens.

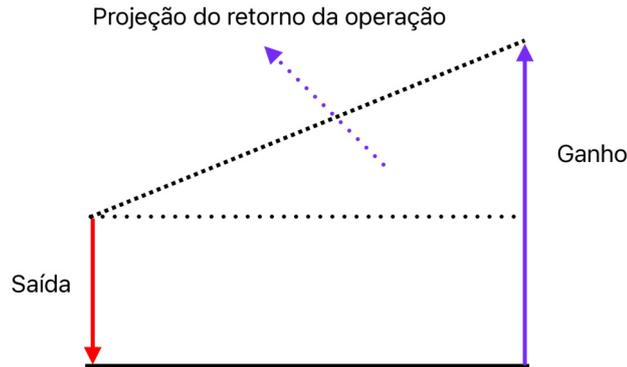
Para a escolha de um investimento, deve-se optar pela escolha que trará mais benefícios em prol das ações executadas. Por isso, deve ser considerada todas as variáveis que possam interferir na escolha de um determinado objeto. Demonstrando, de fato, o retorno que a administração pública deve conhecer sobre as possibilidades e retorno acerca dos seus investimentos.

### 5.1 TAXA MINÍMA DE ATRATIVIDADE

Inicialmente, antes de apresentar o método do VPL, precisamos entender sobre a Taxa Mínima de Atratividade (TMA), que é a taxa que representa o valor mínimo que um investidor se propõe a ganhar em percentual durante cada ciclo de capitalização. Para darmos dinâmica ao fato, vejamos, a Prefeitura do Município de Felicidade pretende fazer

um investimento na reformulação dos maquinários sucateados do Município para a inserção dos objetos em um leilão. Desse modo, o investimento indicará uma saída dos recursos, pois houve um gasto para essa manutenção, no entanto, com a entrada desses maquinários reformulados em um leilão, cria-se uma expectativa de retorno após esse investimento, incidindo na taxa de retorno total e, conseqüentemente, sendo maior que o valor da TMA.

**Figura 5.1 – Taxa de Retorno**



**Fonte:** Elaborada pelo autor.

A relação existente na Figura 5.1 representa o investimento inicial, uma saída de dinheiro, e a expectativa do aumento do fluxo de caixa, com entrada de dinheiro, em datas futuras. Desse modo, quanto maior o aumento desse fluxo de caixa nesse investimento, maior será o retorno. Assim, o investimento poderá ser considerado viável, se o retorno obtido for maior que a TMA.

## 5.2 MÉTODO DO VALOR PRESENTE LÍQUIDO

Segundo Guerra e Taneja (2014, p. 164), “O método consiste em determinar o valor presente de todas as alternativas disponíveis e, a partir destes valores, empregando a taxa mínima de atratividade (TMA), selecionar a mais favorável”. Ou seja, compara todas as entradas e saídas de dinheiro de um fluxo de caixa na data 0 (data de início do processo de capitalização) nos dando basicamente quanto o investimento vale na data do investimento. Podemos apresentar a equação que caracteriza o VPL. Vejamos, A equação do VPL é dada por:

$$VPL = \left[ \frac{FC_1}{(1+i)} + \frac{FC_2}{(1+i)^2} + \frac{FC_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{FC_n}{(1+i)^n} \right] - FC_0. \quad (14)$$

Pondo  $FC_n$  como sendo o valor de um fluxo de caixa na data  $n$ ;  $i$  indica a TMA ou o valor do custo e o  $FC_0$  o investimento inicial, sendo  $n = 0$  a data do investimento e adotaremos a mesma como data focal para os cálculos. Nessa representação, verifica-se que

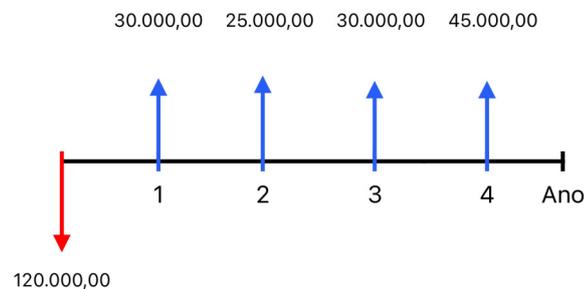
utilizamos a definição de (GUERRA; TANEJA, 2014), apresentada no início desta subseção. Diante disto, obtemos um fluxo de caixa em vários períodos diferentes, realocamos todos para a data inicial, o nosso  $PV$ , e subtraímos em razão de todo valor.

**Exemplo 10.** *A prefeitura de Felicidade, por intermédio do Sr. Secretário, Neurismar, está analisando a conveniência de adquirir uma caminhonete no valor de R\$ 120.000,00. A utilização do veículo deverá trazer receitas líquidas anuais, nos próximos 4 anos, de R\$ 30.000,00, R\$ 25.000,00, R\$ 30.000,00, e R\$ 45.000,00. No final do quarto ano, espera-se vender a caminhonete por R\$ 15.000,00. A taxa de retorno esperada pela Secretaria é de 10% ao ano, e a Secretaria só deverá adquirir a caminhonete se tal aquisição gerar ganho financeiro.*

*Considerando-se exclusivamente as informações acima, qual é, em reais, o Valor Presente Líquido dessa operação e, conseqüentemente, a recomendação da compra, ou não, da caminhonete pela Secretaria?*

**Solução.** Inicialmente, veremos as entradas e saídas de fluxo de caixa desse objeto.

**Figura 5.2 – Fluxo de Caixa da Caminhonete**



**Fonte:** Elaborada pelo autor.

Agora, substituindo os valores dados na Expressão (14), temos que:

$$VPL = \left[ \frac{30.000,00}{(1,1)} + \frac{25.000,00}{(1,1)^2} + \frac{30.000,00}{(1,1)^3} + \frac{45.000,00}{(1,1)^4} + \frac{15.000,00}{(1,1)^4} \right] - 120.000,00$$

$$\approx -18.793,00.$$

Desse modo, pelo método do valor presente líquido, percebemos que não existe condições viáveis para essa aquisição. Portanto, não deve-se proceder com a compra deste veículo.  $\diamond$

### 5.3 MÉTODO DA TAXA INTERNA DE RETORNO (TIR)

A taxa interna de retorno irá atuar como sendo a taxa que empate as entradas e saídas dentro de um fluxo de caixa. Ou seja, essa taxa propicia um  $VPL = 0$ .

Veremos que a TIR, por si só, não estabelece as condições para a escolha de um negócio, deve-se comparar o resultado da TIR com a TMA e desse modo, verificar a viabilidade na aquisição. De modo que, para que possamos usufruir da TIR conclusivamente, devemos comparar a mesma com a TMA. Se o  $TIR > TMA$ , o investimento será possivelmente atrativo. Caso contrário,  $TMA > TIR$ , o investimento não será atrativo.

Assim, como a taxa interna de retorno é obtida igualando o VPL a zero, temos que:

$$VPL = \left[ \frac{FC_1}{(1+i)} + \frac{FC_2}{(1+i)^2} + \frac{FC_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{FC_n}{(1+i)^n} \right] - FC_0 = 0. \quad (15)$$

Não havendo uma fórmula simples para o cálculo da TIR, devemos sempre resolver a Equação (15) para chegar a um valor, em geral, aproximando para tal taxa.

**Exemplo 11.** *Realizando as pesquisas de mercado, a prefeitura de Felicidade, dentro do planejamento administrativo prévio, determinou que a aquisição de um carro semi-novo terá sucesso, pois atenderá à expectativa de novidades do mercado do setor. As estimativas de mercado e de produção, definiram o fluxo de caixa do projeto de investimento apresentado na Tabela 5.1, sendo uma saída de caixa na data 0 e entradas nas demais datas. A Taxa de custo utilizada foi de 10% a.a.*

**Tabela 5.1 – Exemplo de IP**

Ano	Capital (R\$)
0	-28.000,00
1	13.000,00
2	14.000,00
3	15.000,00
4	18.000,00
5	19.000,00

**Fonte:** Elaborada pelo autor.

**Solução.** Utilizando a fórmula para determinar a TIR, temos que:

$$\left[ \frac{FC_1}{(1+i)} + \frac{FC_2}{(1+i)^2} + \frac{FC_3}{(1+i)^3} + \dots + \frac{FC_n}{(1+i)^n} \right] - FC_0 = 0$$

Substituindo os valores dados no exemplo, obtemos:

$$\left[ \frac{13.000,00}{(1+i)} + \frac{14.000,00}{(1+i)^2} + \frac{15.000,00}{(1+i)^3} + \frac{18.000,00}{(1+i)^4} + \frac{19.000,00}{(1+i)^5} \right] - 28.000,00 = 0.$$

Figura 5.3 – Taxa Interna de Retorno

ANO	FLUXO DE CAIXA	VALOR PRESENTE	10%
0	-R\$ 28.000,00	-28.000,00	
1	R\$ 13.000,00	11.818,18	
2	R\$ 14.000,00	11.570,25	
3	R\$ 15.000,00	11.269,72	
4	R\$ 18.000,00	12.294,24	
5	R\$ 19.000,00	11.797,51	
	VPL	30.749,90	
		30.749,90	
	TIR	44%	

Fonte: Elaborada pelo autor.

Entendendo da complexidade do cálculo, utilizaremos dos comandos apresentados no programa Excel para facilitar a resolução. Vejamos:

Para obter esses resultados, basta reproduzir a equação no programa ou, se preferir, ao digitar =  $VPL$  ou =  $TIR$ , o cálculo é realizado de maneira direta, sem fornecimento de nenhuma expressão, necessitando apenas da inserção dos valores dos fluxos de caixas correspondentes. Assim, chega-se que o valor do TIR é de 44%. Utilizando o critério de comparação apresentado anteriormente, verificamos que a aquisição será vantajosa. Pois,  $TIR > TMA$ .  $\diamond$

**Exemplo 12.** *Para administração pública, o processo referente à aquisições de bens e serviços, acontecem de maneira que se tenha ganho de benefícios para toda a sociedade. Por isso, analisar os comparativos anuais, de certo modo, facilitam o controle dos investimentos. Vejamos, em um determinado projeto, o prefeito constitucional do Município de Felicidade, apresenta um fluxo de caixa (detalhado na Tabela 5.2), onde apresenta valores em um período de quatro anos, porém, o seu desejo é descobrir, baseado na TIR, qual seria o valor investido no segundo ano? O projeto apresenta a Taxa Interna de Retorno de 10% a.a.*

Tabela 5.2 – Fluxo de caixa

Ano	Capital (R\$)
0	350.000,00
1	72.000,00
2	R
3	154.000,00
4	157.300,00

Fonte: Elaborada pelo autor.

**Solução.** Como queremos descobrir o investimento feito no segundo ano, utilizaremos essa data como a data focal. Ou seja, é a data que utilizamos para efeito de comparação de diferentes valores em diferentes datas, assim traremos as outras datas para ela. Desse modo,

as datas que estão no lado esquerdo, como mostrado na tabela, sofrem uma capitalização, por isso, deve-se multiplicar por  $(i + 1)^n$ . Para as outras, faremos a divisão usual para trazer as datas futuras para o valor presente. Assim:

$$0 = \left[ 72.000,00 \cdot (1,1) + R + \frac{154.000,00}{1,1} + \frac{157.300,00}{1,1^2} \right] - 350.000,00 \cdot (1,1)^2.$$

Assim, verificamos que o valor para  $R$ , corresponde a R\$ 74.300,00.  $\diamond$

O que significa esse valor encontrado para  $R$ ? Significa que quando chegar ao quarto ano, todo o investimento será recuperado, ou seja, não haveria nenhuma perda ou sobra.

#### 5.4 APLICAÇÃO

Consideremos a situação hipotética a seguir como uma maneira de aplicar os conhecimentos apresentados até esse ponto do trabalho.

Como efeito referente ao ano de 2023, houve a renovação da Lei 8.666/93 até o final do exercício financeiro do respectivo ano vigente. Após esse marco, é de conhecimento que, a NLLC torna-se obrigatória em todos os âmbitos nacionais a partir do primeiro dia do ano de 2024. Visando essa implantação, o pregoeiro do Município de Felicidade, comentou com a sua equipe, as preocupações que as medidas oriundas desta lei acarretaria. Após toda conversa, convocou-se, a equipe de planejamento Municipal para uma pequena discussão. O tópico relacionado a essa conversa foi sobre a obrigatoriedade do ETP e como a equipe de planejamento poderia responder a todos os incisos obrigatórios destacados em lei.

Pensando nisso, o pregoeiro Municipal, com vasto conhecimento matemático, corroborou com a possibilidade da utilização de análises de investimentos como fundamento para essa justificativa. Desse modo, decidiu-se desenvolver todos os incisos obrigatórios para a contemplação do Estudo Técnico Preliminar (ETP), seguindo as orientações descritas na Lei 14.133/21 e anteriormente citado neste trabalho.

**Aplicação 1.** *A secretaria de Infraestrutura Urbana e Rural, havia encaminhado para a comissão de licitação, há poucos dias, a solicitação de abertura de um pregão eletrônico para aquisição de uma motocicleta, contando no mínimo, com as seguintes especificidades: cinco velocidades; sistema de partida elétrica; combustível álcool/gasolina e modelo do ano de 2024. Após toda a análise, notou-se que não havia sido realizado o estudo obrigatório para a contratação. Percebendo isso, a comissão de licitação, solicitou as seguintes especificações:*

1. *Análise em relação ao ETP e o fornecimento de todas as informações obrigatórias deste documento.*

Solução.

- (a) A utilização de um bem potente e dinâmico, bem como uma motocicleta, é indispensável para operacionalização e não interrupção das atividades no monitoramento das atividades rurais e urbanas deste município, haja vista que acelera o controle dessas informações e progride, com agilidade, futuras correções. Trata-se de equipamento muito relevante para o apoio das atividades da Secretaria de Infraestrutura Urbana e Rural, pois dinamiza o atendimento ao público em regiões de difícil acesso. Logo, faz-se necessária a sua aquisição. Assim, com objetivo de cumprir a missão institucional e atender o interesse público, a Secretaria de Infraestrutura Urbana e Rural vale-se dos instrumentos legais para aquisição de seus bens e serviços. Essa contratação se dará através de pregão eletrônico e todas as informações legais encontram-se neste instrumento.

No inciso IV, do ETP, é destacada a justificativa da quantidade a ser contratada, assim:

- (b) A quantidade a ser contratada foi baseada na necessidade de deslocamento e no desenvolvimento que visamos alcançar durante a gestão, tendo como base a quantidade de pessoas a utilizar desse serviço. Portanto, a quantidade expressa será de apenas um equipamento.

No inciso VI, do ETP, é destacada a estimativa da contratação, acompanhada dos seus cálculos, assim:

- (c) Recebendo a recomendação da comissão Permanente de Licitação (CPL) e analisando os fatos, vejamos, explorando o banco de valores para a fomentação das pesquisas institucionais, percebe-se que a locação desta motocicleta custaria R\$ 1.000,00 mensais, inclusos todos encargos desta solicitação e que a aquisição de uma motocicleta, com as especificações acima, custará, no máximo, a quantia de R\$ 19.000,00 à vista, considerando todos os efeitos causados pela depreciação do bem, como também pode-se optar pelo parcelamento. Porém, caso a Administração opte pela locação desse equipamento, qual será o valor das prestações mensais para que seja viável a locação ao invés da aquisição à vista ou prazo desse item? Considerando a taxa de atratividade de 2,5% a.m. e a taxa de 0,5% a.m. como a taxa de rendimentos de poupança. Leva-se em consideração para essa análise, o período de gestão previsto em lei, ou seja, 48 meses. Assim, temos que:  $n = 48$ ;  $i = 2,5\%$  a.m.;  $PV = 19.000,00$ ;  $PMT = ?$

Desse modo, utilizando da Fórmula (9), temos que:

$$PMT = PV \cdot \frac{i}{1 - (1 + i)^{-n}} \Rightarrow PMT = 19.000,00 \cdot \frac{0,025}{1 - (1 + 0,025)^{-48}} \approx 722,00.$$

Ou seja, o valor mensal para a compra da motocicleta em parcelas iguais, giraria em torno de R\$ 722,00 durante 48 meses. Como vimos, o valor médio pesquisado para locação desta motocicleta é de R\$ 1.000,00 mensais, gerando um montante nominal de R\$ 48.000,00 durante o período em destaque, cerca de R\$ 13.344,00 a mais do que resultaria a opção de compra da motocicleta no mesmo período.

No inciso VIII, do ETP, é destacada a opção entre o parcelamento ou não da contratação. Para subsidiar esta informação, utilizaremos o cálculo do TIR como ferramenta de resolução.

- (d) Considerando os dados contidos na aplicação e tendo a taxa de 0,5% a.m. como a taxa de rendimentos de poupança, veremos como se comporta este cálculo, veja: para efeito de análise e utilizando o cálculo acima, chega-se que em 48 meses, tem-se o valor da parcela fixada em R\$ 722,00 mensais, ou seja, o valor total do bem resultaria em um montante de de R\$ 34.656,00 ao fim do período em destaque na forma parcelada. De outra forma, tem-se que o valor à vista da aquisição é de R\$ 19.000,00 em uma única parcela, de tal modo que sua forma de pagamento se torna vantajosa. Pois, utilizando os conhecimentos do TIR e analisando os dados da aplicação, nota-se que o valor da taxa de atratividade é maior que a taxa resultante em uma aplicação na poupança. Logo, não satisfaz aplicação desse valor em uma conta específica que irá render um certo capital, pois o valor gerado será insignificamente. Logo, pela TIR, o parcelamento não é atraente, pois a taxa de rendimento em poupança não chegará a ser vantajosa em nenhum período, gerando a reprovação do projeto.

No inciso XIII, do ETP, é destacado o posicionamento conclusivo acerca do estudo, assim:

- (e) Por fim, pelos cálculos matemáticos utilizados e tomando conhecimentos dos seus resultados, percebe-se que a melhor opção para a prefeitura será adquirir a motocicleta à vista.

◇

Com essa aplicação, finalizamos o capítulo buscando apresentar uma forma de interligar os conceitos relacionados à administração pública (no que diz respeito às licitações) e à Matemática Financeira com suas definições e fórmulas matemáticas. Buscando reforçar a necessidade da Matemática Financeira estar presente no cotidiano de qualquer cidadão.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Neste trabalho, apresentamos uma possibilidade de conexão entre a Matemática Financeira e a Lei 14.133/21. Um dos objetivos deste trabalho era conseguir associar as perguntas obrigatórias do ETP aos fundamentos matemáticos. Desse modo e com os estudos apresentados nos capítulos anteriores, ficou evidente que há aplicabilidade para a Matemática Financeira na áreas das licitações públicas e que ainda, a partir do estudo sobre Análises de Investimentos, consegue-se responder aos critérios obrigatórios destacados no art. 18º da Lei 14.133/21.

Vale ressaltar os objetivos específicos utilizados como base para este trabalho. Primeiramente, consistiu em discorrer acerca das funcionalidades dos métodos VPL e TIR, tal como demonstrado no quinto capítulo desta pesquisa. Foi também apresentada a teoria necessária para o entendimento básico do método em resoluções de exemplos e na aplicação baseada na Lei 14.133/21. Demonstrando, assim, a importância do ETP na Administração Pública como medida de segurança e prevenção para procedimentos licitatórios eficazes, como destacado no segundo capítulo e, por fim, foi analisado o resultado da aplicação, verificando a praticidade e a facilidade da utilização da Matemática Financeira como subsídio no ETP. Alcançando os objetivos propostos para esse trabalho.

Esperamos que esse estudo possa simplificar e nortear trabalhos dos servidores que sintam dificuldade no entendimento, tanto da lei quanto na resolução de fórmulas matemáticas, possibilitando, dessa maneira, ser um auxílio para quem necessite dele. Entretanto, reconhecemos que existem limitações, como a falta de dados experienciados sobre a utilização da lei. Em contrapartida, tal falta não impossibilita que os exemplos apresentados sirvam de norteadores para problemas que possam surgir de situações reais.

Entendemos que há possibilidades de estudos futuros que possam ser embasados em pesquisas de campo, havendo a busca de dados reais para responder perguntas como, por exemplo: como está se comportando as divisões públicas após a implementação da Lei 14.133/21? O estudo técnico preliminar está sendo utilizado nas prefeituras do Estado da Paraíba?

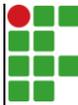
## REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, H. **Nova Lei de Licitações e Contratos (esquemática)**. Estratégia Concursos, 2021. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/221841/nova%20lei%20de%20licitac%20o%20es%20esquemática%20-%20prof%20herbert%20almeida%20-%20estrat%C3%A9gia%20concursos.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 15 set. 2023.
- ASSAF NETO, A. **Matemática Financeira e suas Aplicações**. 10. ed. Rio de Janeiro: Atlas, 2009.
- BRANCO, L. M. C. **IOF: Aspectos de sua incidência e de sua extrafiscalidade**. Monografia (TCC - Bacharelado em Direito) — Universidade Federal do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 2008.
- BRASIL. **Lei Nº 14.133 de 1º de abril de 2021. Diário Oficial da República Federativa do Brasil, Brasília, DF**, 2021. ISSN 1677-7042. Disponível em: <[http://www.planalto.gov.br/ccivil\\_03/\\_ato2019-2022/2021/Lei/L14133.htm#art75ii](http://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2019-2022/2021/Lei/L14133.htm#art75ii)>.
- CARVALHO, G. **O Mito do Planejamento Exorbitante na Lei Nº 14.133/2021**. ConJur, 2021. Disponível em: <<https://www.conjur.com.br/2021-out-01/licitacoes-contratos-mito-planejamento-exorbitante-lei-141332021/>>. Acesso em: 20 set. 2023.
- GIL, A. C. **Como Elaborar Projetos de Pesquisa**. 4. ed. São Paulo: Atlas, 2002.
- GUERRA, F.; TANEJA, I. J. **Matemática Financeira**. 3. ed. Florianópolis: UFSC, 2014.
- IFRAH, G. **História Universal dos Algarismos: a inteligência dos homens contada pelos números e pelo cálculo**. Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1997.
- Justen Filho, M. **Curso de Direito Administrativo**. 13. ed. São Paulo: Revista dos Tribunais, 2018.
- MEIRELLES, H. L. Licitações e contratos administrativos. **Revista de Direito Administrativo**, p. 14–34, 1971. Disponível em: <<https://periodicos.fgv.br/rda/article/view/35800/34595>>. Acesso em: 25 jan. 2024.
- MEIRELLES, H. L. **Direito Administrativo Brasileiro**. 42. ed. São Paulo: Malheiros, 2015.
- OLIVEIRA, R. C. R. **Curso de Direito Administrativo**. São Paulo: Método, 2020.
- PEREIRA, J. M. **Administração Pública: foco nas instituições e ações governamentais**. São Paulo: Atlas, 2018.
- PIOVESAN, A.; TEMPORINI, E. R. Pesquisa exploratória: procedimento metodológico para o estudo de fatores humanos no campo da saúde pública. **Revista de saúde pública**, SciELO Brasil, v. 29, p. 318–325, 1995.

RAMPAZZO, L. **Metodologia Científica**. 8. ed. Rio de Janeiro: Edições Loyola, 2002.

ROSSI, L. **Manual de Direito Administrativo**. 8. ed. São Paulo: Saraiva, 2020.

SAMUEL, H.; NICOLAU, P. J. **Matemática Financeira**. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2014.

	<b>INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA</b>
	Campus Cajazeiras - Código INEP: 25008978
	Rua José Antônio da Silva, 300, Jardim Oásis, CEP 58.900-000, Cajazeiras (PB)
	CNPJ: 10.783.898/0005-07 - Telefone: (83) 3532-4100

## Documento Digitalizado Restrito

### Entrega do TCC

<b>Assunto:</b>	Entrega do TCC
<b>Assinado por:</b>	Rafael Vanderlei
<b>Tipo do Documento:</b>	Anexo
<b>Situação:</b>	Finalizado
<b>Nível de Acesso:</b>	Restrito
<b>Hipótese Legal:</b>	Informação Pessoal (Art. 31 da Lei no 12.527/2011)
<b>Tipo da Conferência:</b>	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- **Rafael Vanderlei Soares, ALUNO (201922020037) DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - CAJAZEIRAS**, em 26/02/2024 22:27:05.

Este documento foi armazenado no SUAP em 04/03/2024. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 1102074

Código de Autenticação: 6407b66822

