INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
CAMPUS CAMPINA GRANDE
PÓS-GRADUAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

LUCAS PEREIRA DA SILVA

A IMPORTÂNCIA DAS RELAÇÕES ENTRE ARITMÉTICA, ÁLGEBRA E GEOMETRIA PELA PERSPECTIVA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

CAMPINA GRANDE – PB
Outubro de 2023

LUCAS PEREIRA DA SILVA

A IMPORTÂNCIA DAS RELAÇÕES ENTRE ARITMÉTICA, ÁLGEBRA E GEOMETRIA PELA PERSPECTIVA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Trabalho de Conclusão de Curso – TCC, apresentado ao curso de Pós-Graduação em Ensino de Matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Paraíba, Campus Campina Grande, como requisito parcial para a obtenção do título de Pós-Graduação em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Luís Havelange Soares

CAMPINA GRANDE – PB
Outubro de 2023

S586i Silva, Lucas Pereira da.

A importância das relações entre aritmética, álgebra e geometria pela perspectiva dos registros de representação semiótica para o ensino de Matemática / Lucas Pereira da Silva. Campina Grande, 2023.

55 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Ensino de Matemática) - Instituto Federal da Paraíba, 2023.

Orientador: Prof.Dr. Luís Havelange Soares.

1. Aritmética 2. Algebra 3. Geometria I. Soares, Luís Havelange. II. Título.

CDU 511.1

LUCAS PEREIRA DA SILVA

A IMPORTÂNCIA DAS RELAÇÕES ENTRE ARITMÉTICA, ÁLGEBRA E GEOMETRIA PELA PERSPECTIVA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA.

Trabalho de Conclusão de Curso – TCC, apresentado ao curso de Pós-graduação em Ensino de Matemática do Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Paraíba, Campus Campina Grande, como requisito parcial para a obtenção do titulo de pós-graduado em Ensino de Matemática.

Aprovado em: 19 / 10 / 2023 .

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Luís Havelange Soares – IFPB
Orientador

Daiana estrela Ferreira Barbosa

Profª. Ma. Daiana Estrela Ferreira Barbosa – IFPB / UEPB
Examinador

Cicero da Silva Pereira

Prof. Me. Cicero da Silva Pereira – IFPB
Examinador

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus por conduzir meus passos a essa conquista e por me dar força e saúde para superar as dificuldades encontradas no decorrer desta caminhada percorrida.

Aos meus pais, Jose Pereira da Silva e Lenira Pereira da Silva, por todo incentivo e apoio que dedicaram a mim nas horas em que mais precisei, sempre incentivando a lutar pelos meus objetivos e realização dos meus sonhos.

A esta instituição, seu corpo docente, direção e servidores.

A Prefeitura Municipal de Arara que possibilitou a locomoção para o campus.

Ao meu orientador, Dr. Luís Havelange Soares pelo apoio, dedicação e importantes contribuições ao decorrer do desenvolvimento do meu trabalho, bem como as experiências proporcionadas por meio de suas aulas no decorrer no curso.

Aos membros que compõem a banca examinadora pelas contribuições e disponibilidade.

A todos os professores, eu agradeço pelas contribuições valiosas na construção do conhecimento, pela sabedoria demonstrada e pela paciência.

Aos colegas da especialização, em especial Caio, Maria da Guia, Alécio e Eduardo por compartilhar dessa caminhada e pela amizade, e que sempre estiveram juntos comigo nos trabalhos, atividades, conversas.

Aos amigos que tive o prazer de conhecer durante a graduação, em especial Sarah, Mayara e Janassiel Carlos por compartilhar dessa caminhada, pelo apoio e pela amizade.

A todos meus colegas que diretamente ou indiretamente fizeram parte da minha formação, o meu muito obrigado.

“O poder da Matemática está frequentemente mudando uma coisa em outra, mudando a geometria na linguagem.” (Marcus du Sautoy)

RESUMO

A presente pesquisa teve como objetivo de investigação a importância das relações entre Aritmética, a Álgebra e a Geometria pela perspectiva dos registros de representação semiótica para o ensino de Matemática. Delineamos investigar aspectos presentes nos Registros de Representação Semiótica que justifiquem a importância das relações entre Aritmética, a Álgebra e a Geometria para o ensino de Matemática. Como caráter teórico, apresenta os principais aspectos sobre os registros de representação semiótica, bem como as particularidades presentes na teoria de Raymond Duval, apresentando indícios que evidencie as relações, construindo conexões entre a semiótica e as relações entre algumas áreas da Matemática e a relevância em mobilizar vários registros de representação para a construção do conhecimento matemático. No encalço de apontar a potencialidade do uso voltado para o ensino de Matemática, foram apresentadas algumas propostas de explorações que apresentam a integração entre Aritmética, a Geometria e a Álgebra, a começar de alguns conteúdos estudados na Educação Básica, como um tópico de expressões algébricas, sendo o "produto da soma por uma diferença", a equação do 2º grau e uma soma de parcelas infinitas, indicando características que são justificadas por meio dos registros de representação semiótica, dando ressignificado a relação de algumas áreas desse componente curricular, expondo a exploração dos conteúdos por meio das relações que as integram para possíveis aplicações no ensino de Matemática.

Palavras-Chave: Aritmética, Álgebra, Geometria, Registros de Representação Semiótica, Ensino de Matemática.

ABSTRACT

This present research aimed to investigate the importance of the relationships between Arithmetic, Algebra and Geometry from the perspective of semiotic representation records for the teaching of Mathematics. It is the designed to investigate aspects present in the Semiotic Representation Records that justify the importance of the relationships between Arithmetic, Algebra and Geometry for teaching Mathematics. As a theoretical character, it presents the main aspects about the records of semiotic representation, as well as the particularities present in Raymond Duval's theory, presenting evidence that highlights the relationships, building connections between semiotics and the relationships between some areas of Mathematics and the relevance in mobilize various representation registers for the construction of mathematical knowledge. In order to point out the potential for use in Mathematics teaching, some exploration proposals were presented that present the integration between Arithmetic, Geometry and Algebra, starting with some content studied in Basic Education, such as a topic of algebraic expressions. , being the “product of the sum by a difference”, the 2nd degree equation and a sum of infinite installments, indicating characteristics that are justified through records of semiotic representation, giving new meaning to the relationship of some areas of this curricular component, exposing the exploration of content through the relationships that integrate them for possible applications in Mathematics teaching.

Keywords: Arithmetic, Algebra, Geometry, Semiotic Representation Records, Mathematics Teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Alguns possíveis registros de representação do objeto matemático 21

Figura 2: Conversão e Coordenação de representações em vários registros para um mesmo objeto matemático 26

Figura 3: Exemplo de tratamento em um mesmo registro de representação 29

Figura 4: Exemplos de conversão de registros de representação 30

Figura 5: Relações entre registros de representação da expressão $(a + b)^2$ 32

Figura 6: Relações entre registros de representação da expressão $a^2 + b^2$ 33

Figura 7: Representação geométrica do produto da soma pela diferença 41

Figura 8: Construção geométrica da Questão 2 da Atividade I 41

Figura 9: Processo de construção da representação geométrica solicitada na Questão 2 da Atividade I 42

Figura 10: Relações entre registros de representação da expressão $(x + 1) \cdot (x - 1)$ 43

Figura 11: Região quadrangular do enunciado da Questão 1 da Atividade II 44

Figura 12: Construção geométrica solicitada na Questão 1 da Atividade II 45

Figura 13: Construção geométrica solicitada na Atividade III no *software GeoGebra* 48

Figura 14: Quadrado *ABCD* particionado contendo as medidas das áreas das suas regiões .. 49

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO **11**

1. REPRESENTANDO O TRAÇADO DA INVESTIGAÇÃO: A METODOLOGIA DA PESQUISA **15**

2. A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE DUVAL: ASPECTOS IMPORTANTES **17**

2.1. Objeto, Signos e Representação: Os registros de representação semiótica 18

2.2. Raymond Duval: A teoria dos registros de representação semiótica 22

3. CONSTRUINDO RELAÇÕES: OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E A INTEGRAÇÃO ENTRE ARITMÉTICA, ÁLGEBRA E GEOMETRIA **28**

4. A SEMIÓTICA E O ENSINO DE MATEMÁTICA: ALTERNANDO EM VÁRIAS REPRESENTAÇÕES DE UM MESMO OBJETO **35**

4.1. O acesso ao objeto: A importância de alternar entre vários registros no ensino de Matemática 36

4.2. Articulando registros semióticos e as relações entre Aritmética, Álgebra e Geometria no ensino de Matemática: Ferramentas e Métodos 38

4.3. A semiótica presente em materiais didáticos: Articulando a exploração por meio de vários registros 39

CONSIDERAÇÕES FINAIS **51**

REFERÊNCIAS **53**

APÊNDICE A – ATIVIDADE I: CONSTRUINDO O PRODUTO DA SOMA PELA DIFERENÇA **55**

APÊNDICE B – ATIVIDADE III: CONSTRUINDO O RESULTADO DE UMA SOMA DE PARCELAS INFINITAS **56**

ANEXO A – ATIVIDADE II: CONSTRUINDO A IDEIA GEOMÉTRICA DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU **57**

INTRODUÇÃO

No ensino de Matemática nos deparamos com o objetivo de tentar buscar a compreensão ou o entendimento dos conteúdos matemáticos, da mesma forma, como professor ao tentar proporcionar a construção do conhecimento matemático, ao expor os conteúdos para os discentes com o objetivo de fazer com que os mesmos compreendam e entendam cada significado que os objetos matemáticos nos proporcionam.

Nesse âmbito de ensino, há indícios da falta de significado para os alunos a respeito dos conteúdos matemáticos, decorrentes da necessidade de relações existentes ou a exploração por meio de uma única área ou representação, não seja suficiente para a construção de significados para determinados conteúdos matemáticos, resultando em deficiências que se propagam ao longo da vida acadêmica da Educação Básica para o discente. Assim, ao decorrer desse processo de ensino e aprendizagem cabe ao docente proporcionar métodos para representar o conteúdo explorado de modo com que o aluno compreenda tal conteúdo ou torná-lo o mais próximo do significado do objeto em estudo, com o intuito de instigar o discente a caminhar entre vários significados do objeto explorado.

A priori, existem estudos que partem deste pensamento, tal como o estudo realizado por Lorenzato (2006) em que destaca a relevância do ensino que promove a relação da Matemática com a própria Matemática, através do ensino integrado de Aritmética, Álgebra e Geometria, tendo em vista, gerar significados para os conteúdos matemáticos explorados no ensino de Matemática para os alunos. Ademais, o autor aponta que o estudo isolado dos conteúdos dessa disciplina é como ter acesso apenas a uma parte de um inteiro, ou seja, "aqueles que estudaram de modo isolado os conceitos ficaram com a impressão de que estes não se inter-relacionam e que aprenderam assuntos distintos." (LORENZATO, 2006, p. 70)

Neste caminho, relacionar aspectos de um mesmo conteúdo em diversas áreas, ou melhor, explorar um mesmo conteúdo através de uma perspectiva aritmética, algébrica e geométrica, colocando em evidência seus elos ou relações que atribuem significados ao próprio conteúdo é de extrema relevância, tendo em vista, como uma possibilidade para a construção do conhecimento matemático no ensino de Matemático.

Ao decorrer da graduação em Licenciatura em Matemática, ao cursar as disciplinas do curso, obtive uma inquietação a respeito de explorar relações entre Aritmética, Álgebra e Geometria, a priori, identificar essas relações, para assim, propor explorações voltadas para o ensino de Matemática. Tendo em vista, que o intuito principal era a exploração da área da

Geometria, permitindo atribuir mais ênfase na Educação Básica de Matemática por meio de outras áreas, ou seja, pela Aritmética e Álgebra, através das relações existentes entre as mesmas. Desse modo, por meio da pesquisa realizada na monografia da graduação obtive evidências voltadas para a construção de significados dos conteúdos matemáticos através das relações existentes entre essas áreas, buscando fazer com que tais relações se tornem importantes para o discente, mostrando para o mesmo que no estudo integrado, essas áreas se complementam, atribuindo conexões entre elas, tendo em vista, propor para o aluno manipular, investigar, encontrar resultados, erros, acertos e, principalmente, significados[1].

Ademais, tive a oportunidade de cursar Especialização em Ensino de Matemática, e em uma das disciplinas ministradas pelo professor Luís Havelange, por meio das discussões e reflexões colocadas, fui apresentado a alguns aspectos sobre o "objeto matemático" e suas "representações", além de "registros de representação" e pensamentos sobre a semiótica, algo que não tinha conhecimento, principalmente, sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval.

Em um dos encontros da disciplina, o professor Havelange acabou colocando uma frase em que diz "o objeto é algo inacessível, mas através das representações é possível atribuir 'movimento' a esse objeto.", relato esse que contribuiu para a presente pesquisa, tanto que comecei a questionar sobre unir esses pensamentos, aspectos sobre a Teoria de Duval acerca das representações do objeto matemático, os registros de representação e a semiótica que, ao meu ver, fazem conexão com a inquietação sobre as relações entre algumas áreas da Matemática que podem estar presentes na Educação Básica, com o intuito de ir mais adiante sobre as evidências que obtive com a pesquisa realizada na graduação, tendo em vista o desejo de pesquisar a respeito desses aspectos e as novas particularidades que delineou esse estudo.

Contudo, tem-se a ideia de articular meios ou maneiras de explorar relações ou diferentes registros no intuito de instigar os alunos a manipularem e a testarem diferentes maneiras de explorar um mesmo conteúdo, visto que, para tal articulação seja necessário compreender as relações. Sendo assim, ao investigar meios de expor as relações entre as áreas da Matemática com o intuito de apresentar possibilidades de exploração para o ensino dos conteúdos matemáticos, nos deparamos com alguns aspectos de representação semiótica oriundos da Teoria de Representação Semiótica de Duval.

---

[1] A palavra significado, colocada no texto, entende-se como o que o indivíduo compreende sobre determinado objeto: um conceito, uma definição, um sentido, uma frase, suas funcionalidades, suas características, entre outros.

De modo resumido, a questão de pesquisa que delineou a investigação foi a seguinte: Como evidenciar aspectos que integrem a Aritmética, a Álgebra e a Geometria no Ensino de Matemática a partir da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval? Especificamente, este trabalho busca encontrar subsídios que contribuam para construção do significado dos conteúdos matemáticos por meio da integração entre Aritmética, Álgebra e Geometria, evidenciando relações entre essas áreas através da Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval. Ademais, apresentando ideias e possibilidades de exploração das relações entre essas áreas, por meio de diferentes registros de representação de um mesmo conteúdo para o ensino de Matemática. Para tanto, apresentamos os objetivos a serem alcançados com a presente pesquisa:

- **Objetivo Geral**

Esse trabalho tem como objetivo geral investigar a importância das relações entre Aritmética, Álgebra e Geometria pela perspectiva dos Registros de Representação Semiótica para o ensino de Matemática.

- **Objetivos Específicos**

  - Evidenciar aspectos que integrem a Aritmética, a Geometria e a Álgebra por meio dos pensamentos dos Registros de Representação Semiótica presente na Teoria de Duval.
  - Apresentar ideias e procedimentos de exploração dessas relações afim de contribuir na construção de significados para o ensino de Matemática.
  - Propor e explorar atividades presentes em materiais didáticos que reúnam aspectos da Aritmética, Álgebra e Geometria por meio da Teoria de Registros de Representação Semiótica.

Nessa perspectiva, esse trabalho está estruturado em quatro capítulos, que estão ordenados da seguinte forma: No capítulo 1, tratamos sobre o delineamento da pesquisa, bem como suas características metodológicas. No capítulo 2, tem-se os aspectos importantes sobre a Teoria dos Registros de Representação de Duval. No capítulo 3, abordamos a construção de conexões entre a Teoria de Duval com as relações entre Aritmética, Álgebra e Geometria. E por último, no capítulo 4, discorremos sobre a importância do acesso ao objeto matemático no âmbito de ensino, bem como a articulação entre registros semióticos e as relações entre algumas áreas da Matemática e a análise de propostas que reúnam aspectos das relações entre as áreas através da Teoria dos Registros de Representação.

1. REPRESENTANDO O TRAÇADO DA INVESTIGAÇÃO: A METODOLOGIA DA PESQUISA

A partir da problemática e dos objetivos traçados, segue como delineamento desta pesquisa que possui como cenário o ensino de Matemática, resumidamente, em que é possível notar a falta da exploração das relações entre Aritmética, Álgebra e Geometria colocando para o aluno da Educação Básica apenas uma única via ao explorar um determinado conteúdo, não garantindo outras formas de acesso ao objeto em estudo para o indivíduo.

Com base em Gil (2010), esta pesquisa tem uma abordagem qualitativa, visto que, quanto aos objetivos sendo descritiva e com caráter exploratório, em que se faz a análise de manifestações do tema em investigação, além de está atrelada a utilização e a coleta de vários estudos realizados, tendo em vista o aprofundamento da investigação sobre a inquietação que possui relação com o objeto de estudo da pesquisa, sendo as informações coletadas em discursos e pensamentos de autores, contextos, registros realizados.

Tendo por base o aspecto relativo à coleta de dados, esta pesquisa é do tipo Bibliográfica. Para Gil (2008), este tipo é interpretado como um levantamento de dados por meio de materiais já elaborados, formados por livros e artigos científicos, uma vez que, em diversos estudos são atribuídos algum tipo de exploração dessa natureza. Considerando que, de acordo com Severino (2014), o pesquisador realiza a investigação a datar das contribuições analisadas de estudos e pesquisas já realizadas por outros autores que estão adequadamente registrados e que possuem relação com a pesquisa apontada, empregando-se de informações e dados de cunho teórico, tendo em vista que os textos produzidos, para pesquisas futuras, desenvolvam um papel de fontes de estudos ou temáticas de investigação.

Para o alcance dos objetivos, esta pesquisa está organizada nas seguintes etapas:

Etapa 1: A primeira etapa consiste em buscar referenciais teóricos que fundamentam o contexto da Teoria dos Registros de Representação de Duval, buscando aspectos a respeito do objeto e dos registros de representação do mesmo.

Etapa 2: A segunda etapa consiste em buscar no aporte teórico selecionado os conceitos e pensamentos que fundamentam este trabalho, fazendo com que seja construído relações entre os registros de representação semiótica e a integração entre a Aritmética, a Álgebra e a Geometria. Ademais, buscando evidências a respeito da semiótica para o ensino de Matemática.

Etapa 3: A terceira etapa consiste na identificação, discussão, apresentação e desenvolvimento de ideias que possibilitem articular os registros semióticos e as relações entre a Aritmética, a Álgebra e a Geometria voltadas para a Educação Básica de Matemática.

Etapa 4: A última etapa consiste em propor atividades e explorações que integrem a Aritmética, a Geometria e a Álgebra voltadas para a Educação Básica de Matemática, abordando os conteúdos de Equações do 2º Grau, um dos casos particulares de “produtos notáveis” e a construção da ideia geométrica da soma infinita com números fracionários.

2. A TEORIA DOS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA DE DUVAL: ASPECTOS IMPORTANTES

Ao recorrermos à História da Matemática e analisarmos o seu percurso, proveniente da construção e desenvolvimento do pensamento humano, até chegarmos no conhecimento matemático adquirido até o momento, percebermos que todo esse percurso apresenta diversas conjecturas e ideias ocultas, que ainda não possuem fundamentos totalmente válidos ou não são possíveis de serem acessados, por ora. Ademais, percebermos que as representações desempenharam um importante papel na constituição da Matemática, tal como a construção do pensamento matemático, além da constituição de áreas de estudo que compõe essa ciência, outrora, se colocando como uma dependência para o desenvolvimento do conhecimento matemático que, de acordo com Moretti (2002),

> A matemática guarda uma forte dependência das formas de representações e da manipulação dos seus objetos. A história mostra vários exemplos em que determinadas noções só puderam alcançar um certo nível de desenvolvimento a partir do momento em que uma notação adequada foi criada (MORETTI, 2002, p. 344).

Se voltarmos um pouco no tempo, em que conjectura-se o início do conhecimento matemático, ao utilizar-se de símbolos ou figuras para representar quantidades, desde riscos em ossos e lascas de árvore até o registro de símbolos em paredes de caverna expressando a ideia de contagem pela humanidade, a Matemática se depara com a necessidade de usar registros ou representações para gerar significados aos seus objetos. Além disso, historicamente na Grécia Antiga, por meio da percepção geométrica, era possível utilizar uma linguagem para expressar, demonstrar e representar o conhecimento matemático, até mesmo se olharmos por outra perspectiva que iremos explorar mais adiante, por possuir relação com outra área da Matemática, algo de maneira conjunta entre si, como descreve Gaukroger (2002) em que

> As proposições aritméticas eram formuladas em termos de segmentos de reta, não porque seja essa forma como os números são representados, mas porque isso é o que eles são. (GAUKROGER, 2002, p. 222)

E que, por volta da Idade Média, utilizando-se de símbolos para expressar e representar o próprio conhecimento matemático, passa-se a ser compreendida como uma generalização de vários processos, conhecida por representação algébrica que, por sua vez, não se define apenas a esse pensamento, mas acaba permitindo uma nova maneira de desenvolver a Matemática na época, tornando o desenvolvimento matemático atrelado a aplicação de representações, ou seja, fazendo com que o conhecimento matemático, passasse a ser desenvolvido alternando em vários registros.

Contudo, para chegarmos no objetivo dessa conversa, precisamos explorar alguns aspectos relacionados a sistema de representação, ou seja, a maneira de conhecer algo, mas também faz necessário, explorar o que está sendo representado ou que possui essa necessidade, bem como os seus significados fazendo com que seja instaurado uma via de mão dupla, ou melhor, uma ligação entre dois termos. E mais, aspectos que relacionam registros de representações do conhecimento matemático atrelado ao ensino de Matemática, tal como a "confusão" que pode existir entre representações e o que está sendo representado que de acordo com Henriques e Almouloud (2016, p. 467) acaba colocando como que "toda confusão implicará uma perda de compreensão e, consequentemente, os conhecimentos adquiridos se tornam inutilizáveis no seu contexto de aprendizagem."

Neste sentido, tratando-se de representações, é preciso investigar a respeito de uma certa Teoria, que abrange tais aspectos citados anteriormente, tendo em vista a sua importância para inúmeras investigações, sendo necessário compreender o que antecede tal Teoria e sua relevância para processo de construção cognitivo atrelado com a construção do pensamento matemático, algo que pode ser levado para o ensino de Matemática.

2.1. Objeto, Signos e Representação: Os registros de representação semiótica

No âmbito do ensino de Matemática, nos deparamos sobre formas de compreender ou aproximar-se de um objeto de estudo ou um objeto matemático, em decorrência disso, utilizamos de uma palavra bastante importante, tanto quanto minuciosa, tendo em vista o seu poder que pode acarretar no entendimento do conhecimento matemático, a **representação**, que está atrelada a tentativa de expressar um número ou uma expressão, seja através símbolos, de notação ou uma escrita, da mesma forma, ao se referir a um traçado ou a uma figura para expressar um objeto matemático, como uma reta ou um segmento.

Ao analisarmos a prática do professor de Matemática, em sala de aula, é perceptível a presença deste termo, mas que está atrelado a outro, a saber o **objeto** que está sendo explorado, quando é proposto pelo professor aos seus alunos a tentativa de compreensão da ideia de determinado conteúdo que está sendo exposto, em que tal conteúdo pode está relacionado apenas a um registro de representação de um objeto que, por sua vez, foi apresentado inicialmente, ou seja, o conteúdo matemático apresentado, não sendo o objeto matemático em si, pode ser apenas um registro ou uma representação do próprio objeto. Além disto, este dois termos não devem ser confundidos, em que se justifica por possuírem um grande peso na consolidação da aprendizagem do conhecimento matemático, no qual para Duval (1993, p. 140) “as relações existentes entre os dois termos são as noções centrais para toda a análise do conhecimento”.

No entanto, antes de abordarmos a respeito do objeto matemático e suas representações, precisamos compreender o que antecede o próprio objeto e suas representações no pensamento matemático, principalmente, no que se refere a sua distinção como estratégia para o compreender da Matemática, sendo algo indispensável para nos aprofundar sobre os registros de representação do objeto matemático no âmbito de ensino. Em que, de acordo com Henriques e Almouloud (2016, p. 467) “a distinção entre um objeto e sua representação é, portanto, um ponto estratégico na compreensão da matemática.”

Na tentativa de compreender o objeto matemático que está sendo estudado ou explorado é perceptível algumas relações ou conexões que se inter-relacionam com suas representações, ou seja, fazendo com que as representações expressem significado para o objeto matemático, atribuindo características e conceitos para o mesmo, estabelecendo uma via de mão dupla, sendo as representações, o que atribui significado para o objeto matemático e, o próprio objeto matemático, o que está sendo representado, ou seja, o que as características estão se referindo, além de tudo, interligando as representações e o objeto matemático. Fato citado por Flores (2006) no trecho em que descreve a duplicidade das coisas em seu trabalho, em que

> A instauração da representação enquanto regime de pensamento que dá as coisas os seus duplos, ou seja, sobre o fundamento de uma relação binária do signo, uma ligação entre aquilo que ele significa (o significado) e aquilo a que ele se refere (o objeto). (FLORES, 2006, p. 4)

Entretanto, fazendo uma analogia, temos dois lados de uma moeda, de um lado, o que compreendermos a respeito do objeto pode ser considerado apenas aproximações, mas de fato, não é o verdadeiro significado do objeto, ou pelo menos, o objeto em si. E do outro lado, apenas através do registro de ideias ou conjunto de significados é possível ter acesso ao objeto em estudo, fazendo com que exista uma contradição da maneira de como é compreendida esses aspectos pelo pensamento matemático. De acordo com Duval (1993),

> [...] existe um paradoxo cognitivo do pensamento matemático: de um lado, a apreensão dos objetos matemáticos pode ser apenas uma apreensão conceitual e, de outro lado, só por meio de representações semióticas é que uma atividade sobre objetos matemáticos é possível. (DUVAL, 1993, p. 268 – Tradução Moretti)

Desse modo, o pensamento matemático é construído por representações mentais, oriundas do processo cognitivo, em que o indivíduo passa adquirir sobre os conceitos, situações e características que são atribuídas ao objeto. E as representações produzidas por meio de construções de vários significantes, que são denominadas representações semióticas, oriundas da tentativa de aproximação com o objeto matemático, ou seja, por meio da atribuição de um sistema de signos que é atrelado a um conjunto de representações, que por sua vez, possuem como intuito atribuir significados e funcionalidades ao objeto em estudo.

Além disso, ao explorar um determinado objeto, é válido que são apresentados aspectos a respeito do tal, de maneira geral, é conveniente a necessidade de existir uma maneira de representar algo para alguém, com o intuito de gerar significado sobre o objeto para o indivíduo, algo que podemos compreender como signo, ou melhor, um aspecto que pode ser utilizado pelo sujeito para acessar um registro de representação do objeto, ou seja, um signo representa apenas uma parte do objeto, algo que Henriques e Almouloud (2016, p. 468) definem como "um sinal mobilizado por alguém (sujeito) capaz de permitir-lhe identificar um sistema ou registro de representação semiótico."

Entretanto, um signo não representa todos os aspectos do objeto, apenas é relacionado com um objeto concreto, em que se caracteriza como um tipo de ideia que está relacionado ao mesmo, seja pelo indivíduo ou pela representação que foi apresentado inicialmente ao sujeito, para isso se faz necessário um conjunto de signos, ou seja, um sistema de significados para compreender o objeto como um todo. Sobre isto, Peirce (2005) descreve que,

> O signo representa alguma coisa, seu objeto. Representa esse objeto não em todos os seus aspectos, mas com referência a um tipo de ideia que eu, por vezes, denominei fundamento do signo (PEIRCE, 2005, p. 46).

De fato, mas o que são registros de representação?

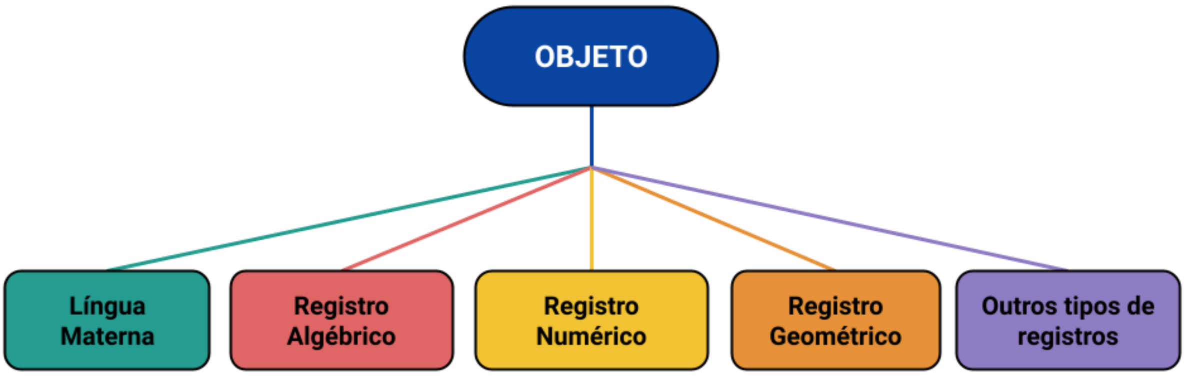
A Matemática abrange uma vasta diversidade de representações semióticas, assim o termo 'registros' de representação utilizado para nomear esse aspecto que, de acordo com Duval (2003), é aplicado para tratar dessa pluralidade a respeito dos tipos de representação semiótica existentes na Matemática. Assim, os registros de representação são modos particulares, nos quais estão inseridos os signos, definições, ideias, conceitos e as representações do objeto matemático, visto que o conjunto desses modos particulares constituem um sistema ou um registro semiótico, no qual permite ao indivíduo obter a compreensão do objeto.

Entretanto, para o sujeito não existe o acesso imediato ao objeto matemático, ou seja, não é possível compreendê-lo facilmente, por se tratar de objetos abstratos ou não físicos, em que não podemos manipulá-los, a não ser, por meio das representações semióticas, em que é necessário representá-los para obtermos a sua compreensão ou tornar o objeto matemático em estudo acessível para o indivíduo, como colocado por Duval (1993) que diz

> De fato, os objetos matemáticos não estão diretamente acessíveis à percepção ou à experiência intuitiva imediata, como são os objetos comumente ditos "reais" ou "físicos". É preciso, portanto, dar representantes. (DUVAL, 1993, p. 268 – Tradução Moretti)

Neste pensamento, ao fazer um paralelo com âmbito no ensino de Matemática, nos deparamos com representações semióticas que acabam dando a conhecer diferentes tipos de registros, semelhante ao esquema proposto por Henriques e Almouloud (2016) em que se faz distribuição dos possíveis registros de representação de um mesmo objeto, no qual podemos compreender como diversos registros em ambientes matemáticos distintos. Ou seja, de acordo com a Figura 1, dado um objeto matemático pode ser representado por diversos registros, como uma expressão algébrica, uma figura geométrica, um conjunto de números, um enunciado em língua materna e até mesmo outros tipos de registros de representação, que acaba gerando diversos significados do objeto para o indivíduo.

Figura 1: Alguns possíveis registros de representação do objeto matemático



Fonte: Adaptado de Henriques e Almouloud (2016).

Todavia, esses aspectos a respeito do objeto matemático e os registros de representação do mesmo podem implicar em algumas dificuldades ou convicções errôneas no processo de construção do pensamento matemático. Tendo em vista que, de um lado, as representações possibilitam manipular, descrever, visualizar o objeto matemático, produzindo seus registros de representação, sendo um caminho para chegarmos na compreensão do mesmo, algo descrito como semiose por Duval (1993), como sendo "a apreensão ou a produção de uma representação semiótica”. Mas, de outro lado, o objeto matemático passa a ser apenas a busca de características abstratas, ou seja, apenas concepções que definem o objeto matemático, descrito como noesis por Duval (1993), como sendo “a apreensão conceitual de um objeto”.

Assim, as dificuldades no âmbito do ensino de Matemática estão atreladas ao fato de que não existe as características conceituais que definem o objeto matemático sem a existência de suas representações, mas são essenciais para o indivíduo alternar entre diversos registros de representação, de certo modo, sendo a *noesis* algo inseparável da *semiose*. Fato citado por Duval (1993), em que diz

> As dificuldades que resultam para sua aprendizagem se dão pelo fato de que não há noesis sem semiose enquanto houver vontade de ensinar matemática, como se a semiose fosse uma operação desprezível em relação a noesis. (DUVAL, 1993, p. 270 – Tradução Moretti)

Além de tudo, as convicções a respeito de que as representações semióticas se resumem a serem apenas meios de comunicação entre o objeto e o sujeito ou até mesmo formas de apresentar o objeto matemático, sendo esses o intuito das representações semióticas. Todavia, as representações semióticas possuem sua importância para o processo de construção do pensamento matemático no indivíduo, implicado ainda mais na obtenção do conhecimento matemático por ele.

Assim, a priori, se faz algo presente nesses diálogos entre objeto matemático e as representações do mesmo, uma vez que, o sujeito se permite acessar vários registros de representação, acaba sendo um requisito para que ele não assemelhe o objeto matemático com suas representações, fazendo com que o indivíduo não acabe confundindo o objeto matemático com uma única representação, levando-o a compreender que tal representação seja o próprio objeto matemático. E mais, visto pelo âmbito do ensino de Matemática, acaba implicando diretamente no ensino-aprendizagem da Matemática e é algo que tenha alguma ênfase para continuarmos adiante nesta nossa conversa.

2.2. Raymond Duval: A teoria dos registros de representação semiótica

A aquisição do conhecimento é um dos principais pontos a serem explorados, tratando-se da construção do conhecimento pela humanidade, a forma como o ser humano desenvolve métodos para adquirir e processar a aprendizagem até obtenção dos conhecimentos presentes atualmente é algo valioso para desenvolvimento da própria humanidade, até mesmo validar conjecturas ou, por ora, alcançar caminhos inacessíveis.

Consequentemente, atrelado ao âmbito da compreensão do objeto matemático, com o objetivo de explorar e analisar o processo de funcionamento do pensamento para adquirir o conhecimento matemático pelo indivíduo, Raymond Duval[2] responsável por desenvolver a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, buscando investigar o poder que as representações semióticas implicam no que diz respeito a compreensão do objeto matemático para o sujeito. Além disso, no que relaciona o uso das representações semióticas sobre o funcionamento cognitivo do indivíduo, colocando as representações semióticas como algo indispensável para a compreensão do objeto. Flores (2006) descreve que para Duval "o pensamento é ligado às operações semióticas e, consequentemente, não haverá compreensão possível sem o recurso às representações semióticas." (FLORES, 2006, p. 3)

Diante disso, a teoria de Duval acaba colocando em evidência para as pesquisas em Educação Matemática no que diz respeito ao seu trabalho ser uma ferramenta bastante importante, sendo possível através dela a análise das barreiras epistemológicas existentes na aprendizagem em matemática e, por consequência, a limitação de se utilizar um único registro de representação para um mesmo objeto matemático, ou seja, apenas uma única via não assegura a compreensão, ou melhor, a construção do conhecimento matemático. Para mais, colocar a existência da diversidade de registros para um objeto matemático, segundo Duval, se faz necessário para o indivíduo o caminhar entre esses registros, bem como suas representações, caso contrário, não será possível a compreensão por completo do objeto matemático, já que para Flores (2006)

> Não obstante, as representações no domínio da matemática são consideráveis, já que os objetos matemáticos, não sendo acessíveis pela percepção, só podem sê-lo por sua representação, lembrando que um mesmo objeto matemático poderá ter representações diferentes, dependendo da necessidade e do uso. (FLORES, 2006, p. 3)

Segundo Duval, o acesso ao objeto matemático, ou melhor, a compreensão do mesmo é possível apenas por meio das representações semióticas, em que são definidas como "produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações inconvenientes próprios de significado e funcionamento" (DUVAL, 1993, p. 39). Além disso, em atividades matemáticas, dado um objeto em exploração, considerando que tal objeto pode

---

[2] Raymond Duval é filósofo e psicólogo de formação. Desenvolveu estudos em Psicologia Cognitiva no Instituto de Pesquisa em Educação Matemática (Irem) de Estrasburgo, na França, no período de 1970 a 1999. Atualmente é professor emérito na Université du Littoral Cote d´Opale, França.

ser representado por vários registros de representação, contendo os elementos de cada representação, suas relações entre cada registro, bem como as características desse objeto em cada representação, para assim, buscar os significados gerados por meio desses aspectos de tal objeto. Para isso, se faz necessário explorarmos as particularidades presentes na teoria de Duval no que diz respeito as representações semióticas e a compreensão do objeto matemático, dado sua importância para o desenvolvimento do pensamento matemático. Assim, a representação semiótica destacada por Flores (2006) trata-se

> [...] como sendo ligadas às possibilidades e às regras constitutivas de um sistema semiótico, portanto, à idéia de representação semiótica, como sendo a fusão da idéia de representação e de signo. (FLORES, 2006, p. 16)

Diante disso, cada registro semiótico possui suas unidades significativas, ou seja, letras, símbolos, figuras, todas elas proveniente do seu próprio processo de significação, que por sua vez se organizam em diversos registros de representação semióticos, sendo capazes de gerar para o sujeito determinados aspectos sobre o objeto matemático, tendo em vista que tais unidades significativas podem estabelecer relações com outras unidades de um outro sistema de representação.

Desse modo, Duval atribui duas condições necessárias a respeito dos registros de representação referente as relações entre unidades significativas de um mesmo registro ou entre diferentes registros semióticos. A primeira que se trata de três atividades cognitivas que se fazem fundamentais sobre os registros de representação, a formação, o tratamento e a conversão. Para Duval (2003) dentre as atividades cognitivas, o tratamento e a conversão são imprescindíveis para a compreensão do objeto, atentando para que o sujeito transite entre diferentes unidades semióticas de distintos registros ou em unidades semióticas de um mesmo registro.

Posto isso, ao se referir a atividade cognitiva que está atrelada a tentativa de compreensão do objeto matemático e a identificação dos aspectos e características que estão associadas ao objeto pelo sujeito, descrita por Duval como sendo a formação, algo que se refere aos princípios em que serão possíveis a aplicação das representações semióticas para o objeto. Para Duval (1993), essa atividade cognitiva

> [...] implica seleção de relações e de dados no conteúdo a representar. Esta seleção se faz em função de unidades e de regras de formação que são próprias do registro cognitivo no qual a representação é produto. (DUVAL, 1993, p. 271 – Tradução Moretti)

Além disto, tal formação possui restrições ou regras a serem seguidas, por exemplo, no ensino de Matemática existem as definições que regem os conceitos, as características e, principalmente, as representações do conteúdo matemático que está sendo explorado, outros casos, seriam o enunciado de uma frase, o desenho de uma figura geométrica no que se refere a sua construção, ou seja, a formação refere-se as condições necessárias para que o sujeito possa identificar e, posteriormente, reconhecer as representações dado um objeto matemático, resumidamente, o campo em que as representações semióticas fazem existir, tendo em vista, provem ao sujeito o uso de tratamentos por meio desta atividade.

Em seguida, dada uma representação de um objeto em um determinado registro, o tratamento refere-se a transformação dessa mesma representação em uma outra representação, mas no mesmo registro em que foi estabelecida. Por exemplo, em Matemática, o indivíduo ao somar números racionais, pode está realizando dois tratamentos, um sendo através da soma de dois números racionais representados por números decimais, por outro lado, sendo por meio da soma dos mesmos dois números racionais, mas agora, representados por números fracionários, todavia, ambos no mesmo registro que seria os números racionais. Assim, para Duval (2009)

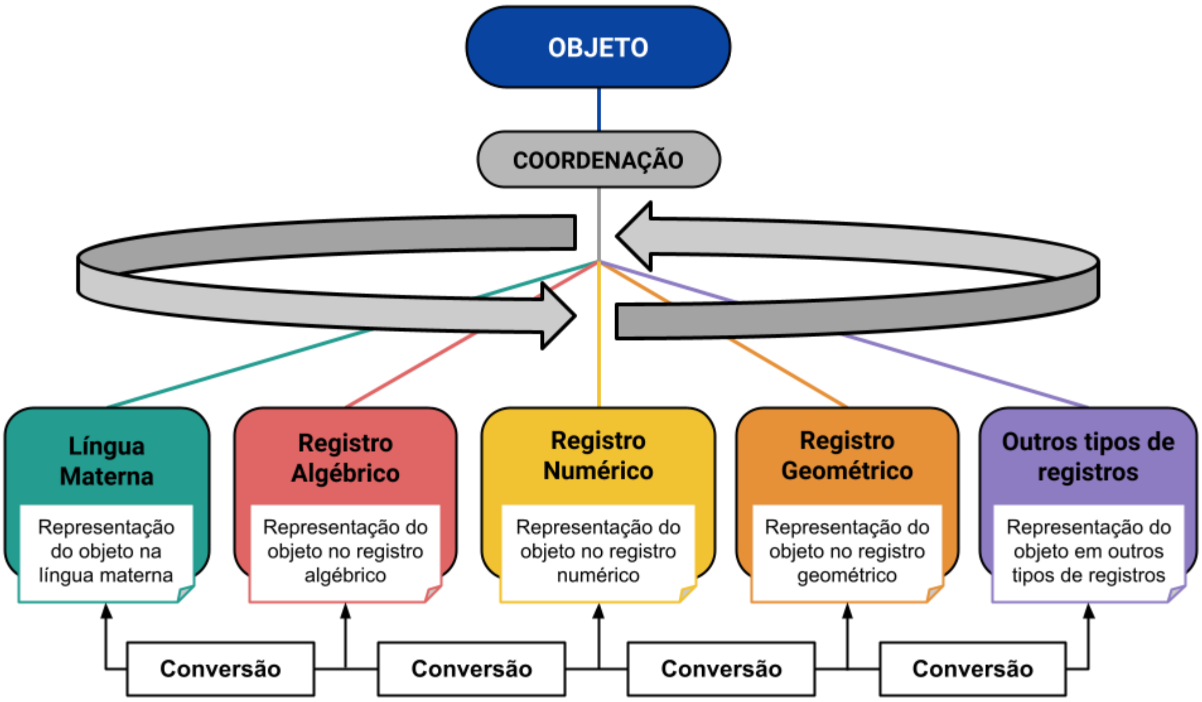
> Um tratamento é uma transformação que se efetua no interior de um mesmo registro, aquele onde as regras de funcionamento são utilizadas; um tratamento mobiliza então apenas um registro de representação. (DUVAL, 2009, p. 39).

Ao relacionar a possibilidade de fazer com que o sujeito transite entre diferentes registros para um mesmo objeto matemático, ou seja, permitindo ao indivíduo realizar a conversão de uma representação em outra representação deste mesmo objeto, sendo agora em diferentes registros, Duval destaca a atividade cognitiva de conversão, que por sua vez se caracteriza como sendo distinto e independente do tratamento, apesar de serem semelhantes. Por consequência, a conversão não possui regras ou restrições, todavia, se faz necessário manter as características do objeto ou conservar os aspectos inicialmente presentes na formação da representação. Assim, de acordo com Duval (2009),

> A conversão é, ao contrário, uma transformação que se faz passar de um registro a um outro. Ela requer então a coordenação dos registros no sujeito que a efetua. (DUVAL, 2009, p. 39).

Todavia, a compreensão do objeto matemático não é garantida pela variedade de registros semióticos, tendo em consideração, que os registros são sistemas fixos sendo as representações presentes neles quem atribuem as funcionalidades. Assim, se faz necessária uma segunda condição, a coordenação das representações de um objeto matemático em diferentes registros por meio do tratamento e conversão, assim como o esboço da figura 2, similar ao esquema proposto por Henriques e Almouloud (2016), ou seja, a atividade de reconhecer a representação de um mesmo objeto matemático, dada essa representação sendo em dois ou mais registros.

Figura 2: Conversão e Coordenação de representações em vários registros para um mesmo objeto matemático



Fonte: Adaptado de Henriques e Almouloud (2016).

A coordenação, apesar de sua ausência não impossibilita que o sujeito compreenda por completo o objeto matemático, mas sem ela, essa compreensão citada se limita apenas a um único registro, no que se relaciona ao contexto semiótico, resultando em pouco conhecimento adquirido, que com o tempo, se perca e se torne não utilizado para outras situações. Essa atividade, por sua vez, refere-se ao saber em que o indivíduo se encontra de reconhecer e de distinguir as representações do objeto em diferentes registros, visto que para Duval (1993),

> A coordenação de muitos registros de representação semiótica aparece, fundamentalmente, para uma apreensão conceitual de objetos: é preciso que o objeto não seja confundido com suas representações e que seja reconhecido em cada uma de suas representações possíveis. (DUVAL, 1993, p. 271 – Tradução Moretti)

Contudo, esse tipo de atividade cognitiva implica numa condição necessária para a aprendizagem em todos os vieses, considerando, que a existência e a aplicação das representações semióticas, por ora, no âmbito matemático que é o campo que nos interessa. E mais, para todas essas atividades consideradas por Duval, nos possibilitaram "novos caminhos com outros olhares" (FIORENTINI, 2003), principalmente, a respeito da aplicação das relações entre algumas áreas da Matemática, no contexto de ensino-aprendizagem.

3. CONSTRUINDO RELAÇÕES: OS REGISTROS DE REPRESENTAÇÃO SEMIÓTICA E A INTEGRAÇÃO ENTRE ARITMÉTICA, ÁLGEBRA E GEOMETRIA

Através da História da Matemática, conseguimos perceber algumas evidências que fazem surgir a ideia de relações entre algumas áreas da Matemática, tendo como um aspecto de conexões entre elas. No entanto, ao analisar registros históricos referentes ao pensamento de que as áreas dessa disciplina possuem relações pode soar como apenas conjecturas usadas para evidenciar a existência dessas conexões. Além disso, tendo como justificativa, que "a princípio as noções primitivas de números, grandeza e forma poderiam estar relacionadas com contrastes mais do que semelhantes [...]" (BOYER, 1993, p. 1), mas poderiam estar ocultas ou não evidentes para o indivíduo da época.

Todavia, colocando o desejo de trazer a importância da exploração dessas relações para o ensino de Matemática, a falta de significados para os objetos matemáticos é perceptível no âmbito de ensino dessa disciplina, em que a ausência das relações entre algumas de suas áreas que estão presentes no componente curricular da Educação Básica é existente para o aluno, refletindo em problemas de continuidade no que diz respeito à construção do pensamento matemático pelo sujeito. Assim, nos retorna a relevância que as relações possuem, tendo em vista, a sua potencialidade que pode implicar na construção do conhecimento, em que atribui para o ensino, uma nova vertente de explorações para os objetos matemáticos.

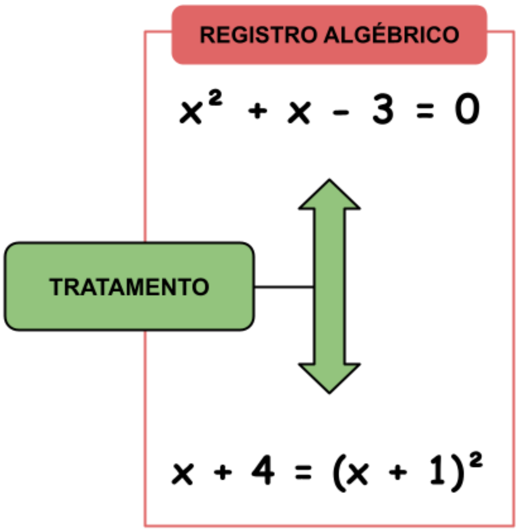
Além disto, não possui como intuito deixar de lado os registros, evidências e conjecturas presentes na História da Matemática sobre a existência das relações entre algumas áreas dessa disciplina, devido a relevância desses aspectos para a compreensão do surgimento dessas conexões. Devido que tais aspectos históricos nos revelam a importância que as representações acabam implicando a respeito do acesso ao objeto matemático.

Desse modo, para evidenciar as relações entre algumas áreas presentes nesse componente curricular, além dos registros, evidências e conjecturas apresentados através da história, precisamos caminhar por outro viés, ou seja, se faz necessário construir conexões entre os registros de representação semiótica e a ideia das relações entre áreas da Matemática, considerando "a necessidade intrínseca do uso das representações semióticas e a variedade dos registros utilizados em Matemática" (BRANDL, 2011, p. 16) para assim, nos permitir levar sua exploração para o ensino dessa disciplina, servindo como suporte para chegamos no ponto de interesse da pesquisa.

Para isso, podemos buscar pensamentos ou registros presentes na Matemática que podem assumir o papel de suporte, fazendo com que tenham como intuito complementar as evidências a respeito das relações entre algumas áreas da Matemática. Assim, por meio da Teoria de Duval, ao se referir sobre as atividades cognitivas necessárias para a compreensão do objeto matemático, nos deparamos com duas atividades cognitivas que podem fazer complemento para a direção em que queremos seguir.

Para Duval, as atividades de tratamento e de conversão se referem as transformações dos registros de representações, ou seja, as transformações são divididas nestas duas atividades. Ao referir a atividade cognitiva de tratamento, a figura 3 exemplifica o processo de transformação, tendo em vista, que essa transformação ocorre nos limites de um mesmo registro de representação, dado que ao associar as áreas de estudo da Matemática, tal registro de representação presente na figura 3, nos remete a Álgebra, umas das áreas que constitui essa disciplina.

Figura 3: Exemplo de tratamento em um mesmo registro de representação



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

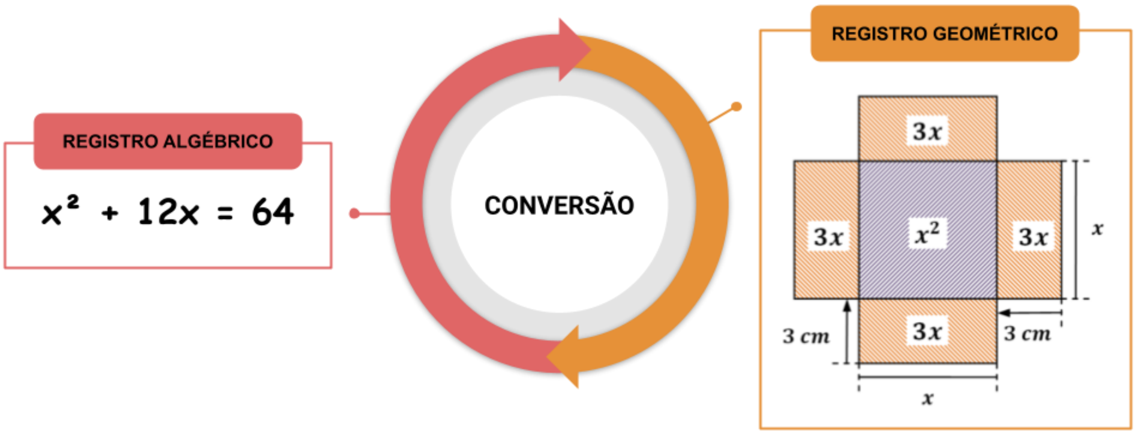
Diante disso, o tratamento de registros de representação, as transformações por meio dessa atividade cognitiva, de fato, possui sua relevância no âmbito de ensino, permitindo a manipulação entre seus elementos sejam eles de cunho algébrico, elementos geométricos ou, até mesmo, elementos aritméticos, sendo possível existir diversos registros de representação, todavia, apenas de maneira específica e restrita a um mesmo registro ou área da Matemática, além disso, segundo Duval (2003), pode ser exemplificada para o sujeito como

> [...] efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações; completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria (DUVAL, 2003, p. 16)

Entretanto, transformar representações utilizando apenas um mesmo registro de representação ou usando apenas uma área da Matemática de maneira restrita, não é a direção que, a priori, queremos seguir. Assim, ao recorrer às atividades cognitivas, descrita por Duval como sendo a conversão, sendo outro tipo de transformação de registros de representação, tornando possível estabelecer relações com dois ou mais registros, de outro modo, essa atividade cognitiva não estaria relacionando áreas da Matemática?

De fato, converter registros de representação está associado a interligar os elementos de uma área à outra distinta, como exemplifica a figura 4, ambas sendo campos da Matemática permitindo caminhar entre os seus elementos, como é o caso de uma representação algébrica que pode estabelecer relações com uma representação geométrica, fazendo com que torne evidente a existência das relações entre algumas áreas da Matemática.

Figura 4: Exemplos de conversão de registros de representação



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Assim, visto que cada elemento presente no registro algébrico corresponde a um elemento que está presente no registro geométrico, por exemplo, o x^2 está relacionado a área do quadrado destacado em roxo, o $12x$ refere-se a soma das áreas dos retângulos de lados medindo 3 cm de largura e x como medida do comprimento destacado em cor laranja e o 64 corresponde a área total da figura geométrica em cm^2. Note que, para relacionar elementos de uma área com outra totalmente diferente, se faz necessário que as características matemáticas não sofram alteração, tendo em vista, apenas com essas características tornam possível existir relações que transcendem os limites de uma área para conectar-se com os elementos da outra, como descreve Lorenzato (2006),

> No entanto, para fazer essa integração é preciso identificar pontos de conexão entre os campos, bem como respeitar as características de cada campo (vocabulário, simbologia, regras, conceitos, definições). (LORENZATO, 2006, p. 60)

Neste contexto, a conversão de registros de representação consiste em permitir ao sujeito transitar entre diferentes registros, sendo que o transitar é apenas possível se existir relações que tornem possível a representação de um objeto em vários registros, ou melhor, se os elementos que constituem o objeto, que permitem o acesso a ele, possuem representação em duas ou mais áreas da Matemática que, por conseguinte, existam relações entre si.

Contudo, as relações entre algumas áreas desse componente curricular, estão perceptíveis pelas suas estruturas, em que uma área assume um papel de generalização da outra, por exemplo, "[...] aritmética e álgebra se relacionam de forma diferente das leituras tradicionais, do tipo álgebra é a aritmética generalizada ou álgebra é a estrutura da aritmética." (LINS; GIMENEZ, 2006, p. 9) devido as diversas situações que tendem a se comportar da mesma maneira.

Todavia, vale salientar que a Álgebra não se limita apenas a ideia de generalização de vários contextos da Aritmética, tendo em vista, que ambas assumem papéis de dependência, sendo que as generalizações de cunho algébrico são validadas por meio das funcionalidades que os elementos aritméticos possibilitam, compreendendo como relações entre essas áreas ou para Lins e Gimenes (2006)

> [...] quando dissemos que a diferença entre álgebra e aritmética era de tratamento, de foco, estávamos sugerindo não apenas que uma se beneficia da outra, como também que uma depende da outra. (LINS; GIMENES, 2006, p. 113)

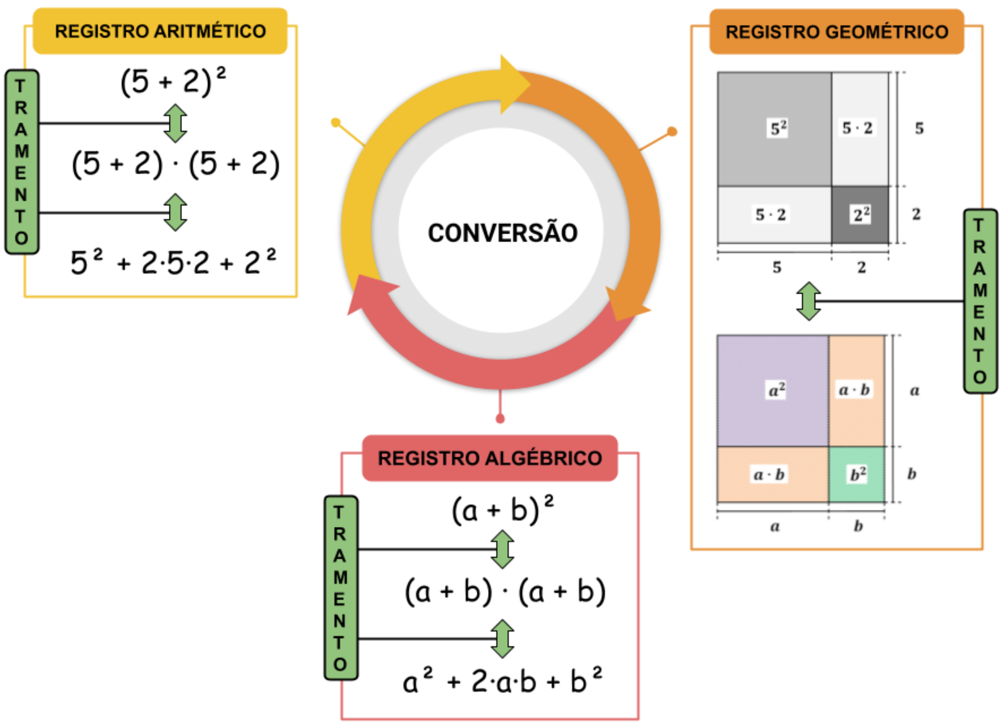
Assim, ao se referir ao termo de representação, facilmente é análogo a ideia de visualização do objeto, no âmbito de ensino de Matemática, a Geometria possibilita a representação visual, de modo que apresenta ao indivíduo o poder de manipular, de testar e de verificar comportamentos que por meio das outras áreas não é possível ou pelo menos por meio de símbolos, números e palavras, presentes na Aritmética e Álgebra, não permitem ao sujeito a visualização do objeto de maneira concreta. Neste cenário, Lorenzato (1995) descreve que

> A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificadas pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz. (LORENZATO, 1995, p. 7)

Nesse contexto, a maneira de representar objetos matemáticos, através da conversão, em diferentes registros podem tornar um facilitador, utilizando-se das relações entre as áreas da Matemática, implicando significativamente na construção do conhecimento matemático, levando em consideração, ao apontar diferenças entre representações de diferentes objetos que podem ser confundidos, por causa da semelhança entre as representações, recaindo na limitação de se utilizar apenas um único registro de representação.

Por exemplo, por meio da conversão de representações em diferentes registros, na figura 5, tem-se a presença das relações entre os elementos de três áreas da Matemática, a priori, explorando um dos casos particulares de “produtos notáveis” compreendido como o “quadrado da soma de dois termos”. Tendo em vista, na figura 5, contendo a manipulação de elementos aritméticos, bem como a representação geométrica desses elementos, por meio do cálculo de área de regiões retangulares ao converter o produto $(5 + 2) \cdot (5 + 2)$ para uma região retangular de lado medindo uma soma aritmética $(5 + 2)$.

Figura 5: Relações entre registros de representação da expressão *(a + b)²*



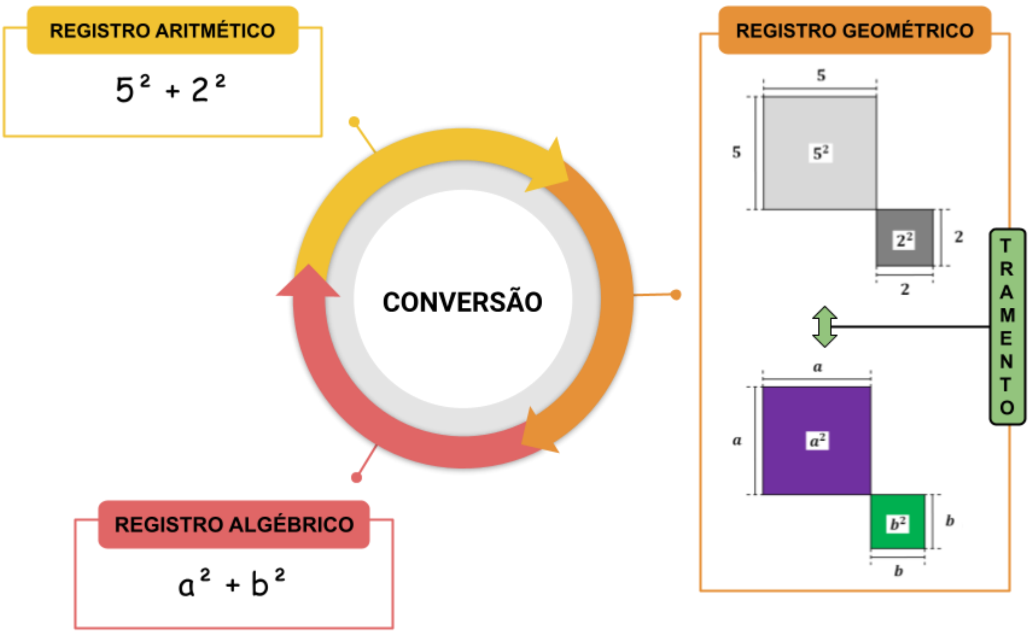
Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

E mais, na figura 5, tem-se a representação geométrica da expressão $(a+b)^2$, a priori, por meio do tratamento de registros que resulta na transformação da expressão inicial, na expressão $a^2+2ab+b^2$ ambas pertencentes ao registro algébrico, em que cada termo algébrico dessa nova expressão se relaciona com uma região existente no registro geométrico, análogo ao processo de conversão da representação no registro aritmético para o registro geométrico descrito anteriormente, que também apresenta a relação de cada elemento do registro aritmético com os termos algébricos.

Considerando a presença da atividade cognitiva de tratamento, permitindo transformar e obter novas representações em um mesmo registro de representação, fazendo com que, atrelado a atividade cognitiva de conversão, mostre-se a existência de relações entre elementos aritméticos, geométricos e algébricos.

Na figura 6, utilizando-se apenas da conversão de representações em diferentes registros, tem-se a relação entre os elementos aritméticos da soma 5^2+2^2 com os elementos geométricos, fazendo uma correspondência entre a soma das medidas das áreas de duas regiões quadrangulares, sendo 5^2 a medida da área da região quadrangular destacada em cinza e sendo 2^2 a medida da área da região quadrangular destacada um tom de cinza escuro.

Figura 6: Relações entre registros de representação da expressão a^2+b^2



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Para mais, na figura 6, nota-se a presença da conexão dos termos da expressão $a^2 + b^2$, em que cada termo algébrico possui relação com uma das regiões quadrangulares, sendo a^2 corresponde a medida da área da região maior destacada em roxo e b^2 corresponde a medida da área da região menor destacada em verde, ambas as regiões quadrangulares pertencem ao registro geométrico que, por sua vez, por meio da atividade cognitiva de tratamento, faz conexão com a primeira representação geométrica da expressão aritmética $5^2 + 2^2$.

Nesse contexto, as relações entre áreas da Matemática podem ajudar a gerar significados para os elementos em ambas as áreas, ao contrário da abordagem da exploração desses elementos de maneira isolada na Educação Básica, bem como mostrar através da diferença entre significados de duas expressões que possuem representações em diferentes áreas, favorecendo a aprendizagem algébrica, presente nos exemplos citados acima. Note que, existe a possibilidade da exploração através da Aritmética, considerando que, por meio desta área permite a manipulação da representação geométrica, dando funcionalidade a ambas representações em diferentes registros.

Então, mobilizar dois ou mais registros de representação, ou seja, relacionar duas ou mais áreas da Matemática possui como contraste principal o intuito de construir os significados para os conceitos, números, termos, figuras, visando diminuir a perda significativa da aprendizagem matemática. Desse modo, para o sujeito se torna fundamental alternar em vários registros de representação para um mesmo objeto matemático utilizando-se da semiótica que, por sua vez, é possível por meio das relações entre áreas da Matemática, em especial, a Aritmética, a Álgebra e a Geometria que, pela perspectiva dos registros de representação semiótica, podem ser compreendidas como sendo os registros de representação que compõem a Matemática da Educação Básica.

4. A SEMIÓTICA E O ENSINO DE MATEMÁTICA: ALTERNANDO EM VÁRIAS REPRESENTAÇÕES DE UM MESMO OBJETO

A Matemática por sua vez possui um caráter bastante abstrato, tendo em vista que seus objetos, seus conteúdos, suas definições necessitam de representações para a sua compreensão, além de possibilitar a construção do conhecimento matemático mais palpável, que permita o contato do sujeito com a Matemática. De fato, usar a representação como ferramenta para o fazer matemático é algo que possui sua devida relevância no ensino dessa disciplina.

Todavia, ao decorrer da Educação Básica as abstrações vão se tornando ainda mais complexas, necessitando de uma maturidade maior do indivíduo. Nesse contexto, as representações se tornam indispensáveis no ponto de vista do acesso ao objeto matemático. Considerando que, distinguir o objeto matemático e as representações atreladas a ele, devido a existência de diversas representações semióticas que se relacionam ao mesmo objeto matemático sendo o aspecto fundamental para a construção do conhecimento, devido a existência de diferentes registros que de acordo com Duval (2009)

> É essencial jamais confundir os objetos matemáticos, como os números, as funções, as retas etc, com suas representações, que dizer, as escrituras decimais ou fracionários, os símbolos, os gráficos, os traçados de figuras... porque um mesmo objeto matemático pode ser dado através de representações muito diferentes. (DUVAL, 2009, p. 14)

Por ora, é dado como característica ao objeto matemático como sendo algo inacessível ao sujeito, devido ao mesmo possuir aspectos, puramente abstratos. Outrora, pode soar como um pensamento contraditório, mas ao alternar entre várias representações, acaba possibilitando chegar ainda mais próximo do objeto matemático.

Por este viés, é por meio das representações que se torna possível aproximar de algo inacessível, ou melhor, é por meio das representações que torna possível visualizar as características, comportamentos, dentre outras mais, sobre o objeto matemático. Para isso, é preciso alternar entre diversos registros e, podendo ser considerado como mais um caminho, também por meio das relações entre os registros ou áreas da Matemática, que se faz necessário para o compreender da Matemática, principalmente, para a construção do conhecimento matemático.

Considerando que, a concepção de representação semiótica está diretamente ligada a mobilização de diversas representações, ou seja, está atrelada a identificação dos vários registros de representação semióticos, bem como a importância de se alternar entre esses registros semióticos, assim como descreve Duval (1993)

> A noção de representação semiótica pressupõe, portanto a conscientização de sistemas semióticos diferentes e de uma operação cognitiva de conversão das representações de um sistema semiótico a um outro. (DUVAL, 1993, p. 17).

Por este cenário, nos deparamos com a importância do transitar entre esses diversos registros semióticos para o ensino de Matemática, bem como a sua presença neste âmbito de ensino, tendo em vista, que através das representações semióticas, provenientes das relações entre as áreas da própria Matemática, permite ter o acesso ao objeto, ou seja, é possível aproximar-se do objeto matemático.

4.1. O acesso ao objeto: A importância de alternar entre vários registros no ensino de Matemática

No ensino de Matemática tem-se que os conteúdos matemáticos possuam significados para os alunos, que os mesmos adquiram com a exploração dos assuntos a curiosidade para investigar, para testar, para manipular utilizando-se dos conhecimentos adquiridos ao decorrer da Educação Básica que, por consequência, permita a construção do conhecimento matemático. Todavia, tornar com que esse contexto não seja algo fora da realidade não é tarefa fácil.

Desse modo, tratando-se do âmbito de ensino de Matemática, espera-se que o sujeito ao ter contato com uma representação de um determinado conteúdo matemático, compreenda as unidades significantes presente em tal representação. Entretanto, diversas vezes, tanto a representação referente ao objeto, quanto as unidades significantes apresentadas por meio dela, não possuem potencialidade para gerar a compreensão do objeto matemático. Por se tratar, de não está visível ou perceptível para o indivíduo, decorrente do uso de uma única representação, resultando a não compreensão de seus significados, consequentemente, a não compreensão do conteúdo para o indivíduo.

Por esse motivo, tem-se a importância do acesso ao objeto matemático em ambientes matemáticos diferentes, tendo em vista, que as unidades significantes presentes nas representações façam relação com outras unidades existentes em outro ambiente matemático, característica presente nos pensamentos da Teoria da Representação Semiótica de Duval. E mais, possibilita para o aluno a obtenção de novos caminhos que tendem a aproximar-se do objeto matemático, Neste sentido, Flores (2006) destaca que,

> Assim sendo, tem-se que para a elaboração de novos conhecimentos no âmbito científico, ou para a aquisição de conhecimentos, ou ainda, transportando o pensamento sobre a aprendizagem por parte do aluno, é preciso transitar pelas várias representações do mesmo objeto a fim de apreender o objeto. (FLORES, 2006, pp. 17-18)

Diante disso, vale salientar que nem sempre é possível estabelecer relações ou conexões entre dois registros de representação referente ao objeto matemático, levando em consideração que as unidades significantes presentes em um determinado registro não sejam equivalentes a outras existentes em outro registro distinto, ou seja, ao converter representações é possível existir ocorrências de congruência e não congruência entre os registros de representação.

Além disso, as relações entre as unidades significantes ou a congruência entre as representações podem ser maiores ou menores a depender dessas relações. Esse aspecto se faz presente quando o aluno, ao realizar o tratamento ou conversão de registros, ao final não compreenda os conceitos envolvidos sobre o objeto, algo que pode estar atrelado a essa deficiência está a não visualização ou a não identificação das relações entre os registros de representação por parte do indivíduo.

Nesse contexto, D'Amore e Bonomi (2012, p. 62) destaca que:

> A construção do conhecimento matemático depende fortemente da capacidade de utilizar vários registros de representação semiótica dos referidos conceitos: representando-os em um dado registro; tratando tais representações no interior de um mesmo registro; fazendo a conversão de um dado registro para outro.

Contudo, para suprir essas particularidades, se faz necessário a articulação entre os registros de representação e as conversões, inserindo a correlação entre as unidades significantes existentes em uma representação para a outra, sendo uma das faces necessárias para o aluno reconhecer um mesmo objeto matemático através das representações semióticas.

Com isso, a importância para o aluno em realizar a alternância entre registros de representação, transformando as representações em outras que estão atreladas ao objeto matemático, tendo como consequência, a compreensão matemática dos objetos presentes nessa disciplina. Nesse cenário, Duval (2011, p. 52) descreve que:

> É por isso que, em matemática, uma representação semiótica só é interessante à medida que ela pode se transformar em outra representação, e não em função do objeto que ela representa.

Dispondo dessas particularidades e a relevância existente sobre o acesso ao objeto matemático para o aluno da Educação Básica, que se faz através da atividade de conversão, descrita por Duval e proporcionada pelas relações entre as áreas da Matemática, compreendida como caminhar ou transitar entre as áreas desta disciplina, alternando entre diferentes registros de representação, bem como as transformações em diversas representações para os objetos matemáticos.

Para mais, cabe agora tecer sobre algumas reflexões sobre a articulação da exploração através das representações semióticas e das relações entre algumas áreas desta disciplina voltadas para a Educação Básica, visando possibilidades de explorações para os objetos matemáticos, fazendo com que por meio das relações existentes entre essas áreas torne evidente que os conteúdos matemáticos interligam entre si.

4.2. Articulando registros semióticos e as relações entre Aritmética, Álgebra e Geometria no ensino de Matemática: Ferramentas e Métodos

No âmbito da Educação Matemática, principalmente, ao tratar da construção do conhecimento matemático em sala de aula, é coerente relacionar maneiras, métodos e ferramentas metodológicas que o docente implementa em suas aulas com o objetivo de fazer com o aluno desperte o interesse em fazer matemática, compreender os objetos matemáticos apresentados ao decorrer das aulas.

Diante disso, as representações têm um papel fundamental nesse processo, permitindo com que os sujeitos tenham a aproximação ao objeto explorado. Contudo, se faz necessário obter novos caminhos para construir esse processo no âmbito de ensino, todavia, é evidente a existência de lacunas na Educação Básica de Matemática, apresentando a fragilidade sobre a compreensão dos conteúdos abordados nessa disciplina, não referindo-se a maneira como os docentes fazem suas aulas, mas devido à ausência das relações entre as áreas desse componente curricular, tanto em sala de aula, quanto para o aluno.

Nesse cenário, Silva (2022, p. 27) destaca que:

> Desse modo, não faz sentido, o retardo da exploração dessas áreas de forma conjunta entre elas no ensino de Matemática, em que isso se resulta em um desenvolvimento frágil na aprendizagem de conteúdos abordados, devido ao fato dos próprios alunos demonstrarem resistência e também dificuldades de compreender os conceitos matemáticos, uma vez que são explorados de modo separado, fazendo com que se torne para o estudantes algo que não tenha utilidade ou significado.

Diante disso, ao investigar a Teoria do Registros de Representação Semiótica proposta por Duval, tendo em vista, a ideia de conversão de registros de representação, visando a busca da presença das relações entre as algumas áreas da Matemática, a fim de propor explorações e atividades que integram as áreas que compõem esse componente curricular na Educação Básica, tende-se a explorar os conteúdos por meio de atividades que envolvam pontos de conexão entre as representações em diferentes registros, contemplando os processos de conversão de representações, para tal finalidade Duval (2003) destaca que

> Primeiramente a sequência deve ser constituída de uma série de tarefas que tratem dos dois sentidos de conversão; em segundo lugar, para cada sentido da conversão deve haver tarefas que comportem casos de congruência e casos mais ou menos complexos de não congruência. (DUVAL, 2003, p. 27)

Assim, para finalizarmos nossa conversa, será apresentado algumas explorações e propostas de atividades que integrem a Aritmética, a Álgebra e a Geometria utilizando os aspectos de conversão de registros de representação. Sendo relativo aos objetos presentes nas atividades propostas, abordaremos os conteúdos de Equações do 2º Grau, um dos casos particulares de "produtos notáveis" e a construção da ideia geométrica da soma infinita com números fracionários, oriundos de materiais didáticos, bem como proposições próprias que visam possibilitar a articulação da exploração de vários registros ou, colocando de outro modo, integrando áreas da Matemática por meio da atividade de conversão de registros.

4.3. A semiótica presente em materiais didáticos: Articulando a exploração por meio de vários registros

No âmbito de ensino de Matemática na Educação Básica é explorado conteúdos de caráter algébrico, apresentadas como expressões algébricas, compreendidas como um conjunto de incógnitas e números atrelados a operações matemáticas preestabelecidas. Todavia, no processo de construção de conhecimento referindo-se a esse objeto matemático, é perceptível a falta de significados dos termos algébricos por parte do indivíduo, caracterizando uma das deficiências na exploração deste conteúdo, provavelmente, devido a exploração realizada, não contemplando relações com outras áreas ou a realização de procedimentos em apenas um único registro de representação. Para Savioli (2009) destaca que

> O que acontece é a memorização de procedimentos que consideram apenas operações sobre sequências de símbolos, a resolução de problemas artificiais sem significado para o aluno, a avaliação de acordo com a capacidade de produzir a correta sequência de símbolos e não de acordo com a compreensão dos conceitos e do raciocínio matemático. (SAVIOLI, 2009, p. 8).

Além do mais, considerado pelos alunos como algo difícil e complicado, o conteúdo de expressões algébricas ou até mesmo a álgebra na Educação Básica é apresentado para o discente de maneira mecânica, o que acaba acarretando falhas no processo de construção do conhecimento matemático ao decorrer dos anos letivos.

A seguir, a proposta da Atividade I aborda um dos casos particulares de "produtos notáveis" compreendido como "produto da soma pela diferença", a priori, a atividade I explora de maneira aritmética, ao usar o tratamento de representações, para transformar uma multiplicação de dois números em uma multiplicação de uma soma por uma subtração. Daí, usando a conversão de representações, o aluno construa uma figura geométrica, com as medidas dos lados sendo uma soma e uma diferença, associando o cálculo de regiões quadrangulares.

Assim, por meio da Atividade I, esperamos que o aluno desenvolva e perceba a relação entre expressões aritméticas que antecede as expressões algébricas, com figuras geométricas, realizando as atividades cognitivas de tratamento e conversão presente na Teoria dos Registros de Representação Semiótica. Todavia, a seguinte proposta não possui como intuito suprir a exploração algébrica do "produto da soma pela diferença", mas gerar significados que podem ser relacionados as representações algébricas desse conteúdo, permitindo ao aluno transitar entre as áreas da Matemática, por meio das representações desse objeto matemático, bem como mostrar ao discente as relações existentes na Matemática.

- **Atividade I – Construindo o produto da soma pela diferença**

Questão 1: *Em Matemática, podemos dizer que um número qualquer mais 1, se multiplicado por ele menos 1, o resultado sempre será o quadrado desse número menos 1. Nesta linguagem pode parecer complicado. Observe as multiplicações abaixo.*

- $8 \cdot 6$
- $7 \cdot 5$
- $6 \cdot 4$

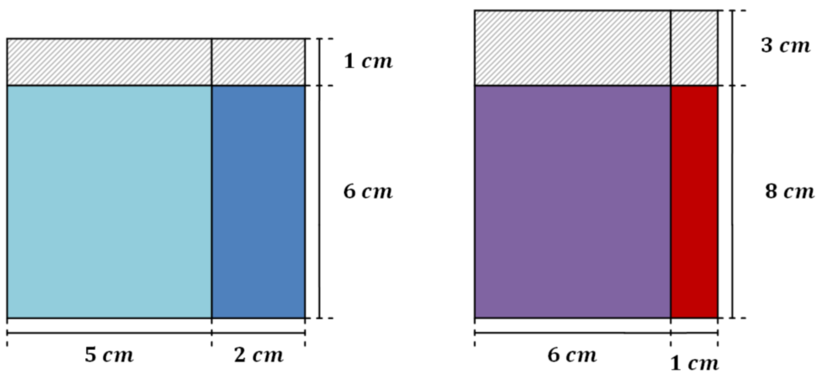
Agora, responda.

(a) *Como podemos transformá-la em um produto de uma soma por uma diferença?*
(b) *De quantos modos é possível transformar cada uma das multiplicações acima em mais de um produto de uma soma por uma diferença?*

(c) De que modo podemos representar esses produtos de uma soma por uma diferença encontrados em uma figura geométrica?

Na Questão 1, as multiplicações enunciadas podem ser representados em uma nova multiplicação com fatores sendo uma soma e uma diferença, instigando o aluno a realizar a atividade cognitiva de tratamento, por exemplo, obtendo-se para a multiplicação de $7 \cdot 5$, os produtos $(5+2) \cdot (6-1)$ ou $(6+1) \cdot (8-3)$ ou $(4+3) \cdot (7-2)$, entre outras. E mais, propondo ao discente, converter os produtos obtidos em uma figura quadrangular, realizando uma correspondência entre os elementos aritméticos com os lados de uma região quadrangular, compondo-se de quadrados e retângulos, como apresentado na figura 7.

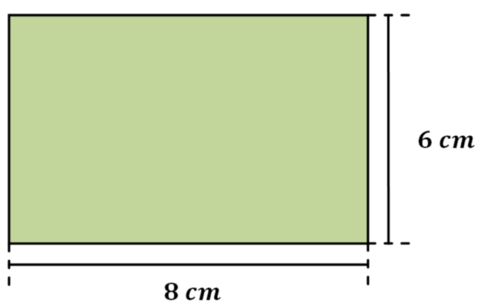
Figura 7: Representação geométrica do produto da soma pela diferença



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Questão 2: *Observe a figura abaixo e suas medidas.*

Figura 8: Construção geométrica da Questão 2 da Atividade I



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

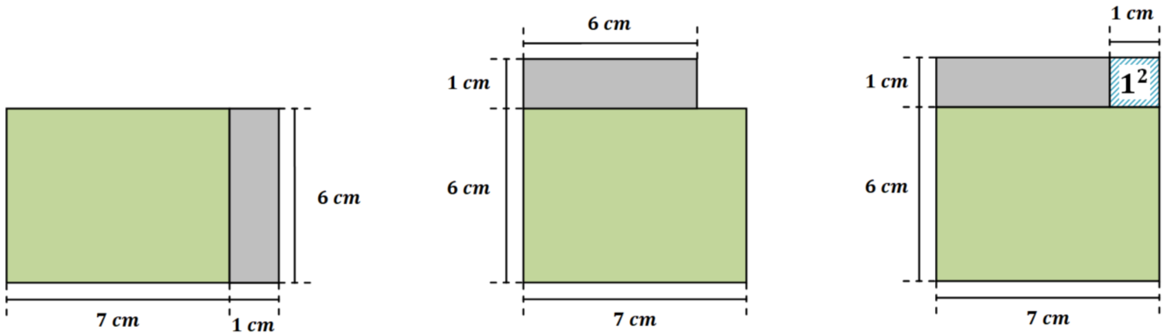
Agora, responda:

a) *Em quantos modos diferentes podemos representar a multiplicação de dois lados dessa figura em um produto de uma soma por uma diferença, sendo o valor das parcelas da soma iguais ao valor do minuendo e do subtraendo da diferença?*
b) *A partir do produto de uma soma por uma diferença encontrado no item anterior, construa uma nova representação da figura, de acordo com as novas medidas.*

Na questão 2, propõem-se de início o processo inverso da Questão 1, utilizando-se do procedimento do cálculo de área para determinar tal medida da figura 8, o aluno se depara novamente com a multiplicação, propondo ao discente construir uma nova representação de uma soma por uma diferença, agora contendo o mesmo valor para as parcelas da soma e para o valor do minuendo e do subtraendo, fazendo com o discente obtenha a expressão numérica $(7 + 1) \cdot (7 - 1)$.

Além disto, é solicitado ao aluno que construa uma nova representação geométrica através da expressão numérica encontrada no primeiro momento, utilizando a conversão de representações para construir a representação geométrica da figura 9, resultando-se no ponto de conexão com a expressão algébrica $(x + 1) \cdot (x - 1)$ que pode ser compreendida como uma generalização das conversões de representações realizadas na Questão 2.

Figura 9: Processo de construção da representação geométrica solicitada na Questão 2 da Atividade I

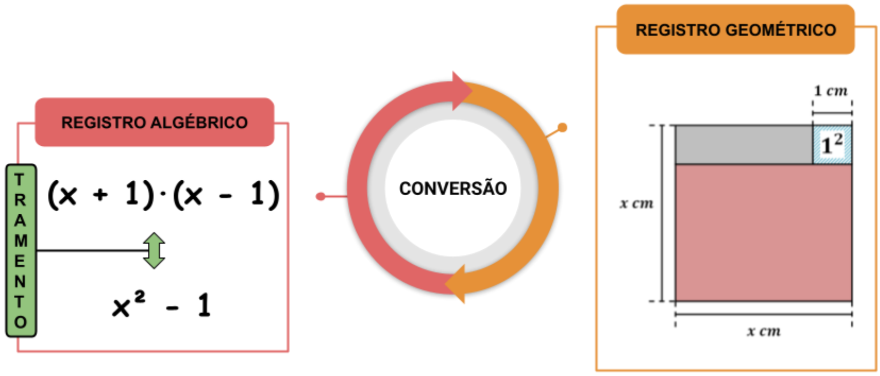


Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Desse modo, a Atividade I, propõem-se em apresentar para o aluno significados a respeito dos elementos algébricos que serão explorados posteriormente, relacionado tanto representações aritméticas, quanto representações geométricas, mostrando a existência de relações entre duas áreas, mostrando também um início para as expressões algébricas que, por sua vez, podem ser relacionadas também como um terceiro registro de representação, por meio da conversão de representações.

Diante disso, podendo ser explorado as relações entre uma expressão algébrica $(x+1)\cdot(x-1)$, convertendo-se para uma representação geométrica, ilustrado na figura 10, resultando no significado da expressão algébrica $(x+1)\cdot(x-1) = x^2 - 1$, sendo $x^2 - 1$ a expressão algébrica que determina o valor da medida da área da região destacada em rosa escuro. Além disso, ao atribuir valores para x, obtêm-se diversas representações tanto no registro aritmético, quanto no registro geométrico, que fazem conexões entre seus elementos.

Figura 10: Relações entre registros de representação da expressão *(x + 1) · (x - 1)*



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

- **Atividade II – Construindo a ideia geométrica da equação do 2º Grau**

Ao decorrer dos anos letivos, os alunos se deparam com cadeia de números que se entrelaçam entre si por meio das operações matemáticas conhecidas como expressões numéricas, ou seja, um conjunto de números munidos com operações com modo de resolução preestabelecida, que pela perspectiva dos registros de representação semiótica, tem-se a presença da atividade cognitiva de tratamento, estabelecendo uma das maneiras de representar um determinado número no registro aritmético.

Além disso, posteriormente, compreendido como uma nova representação das diversas expressões numéricas, tem-se a exploração no registro algébrico, não mais do conteúdo de expressões numéricas, mas um conjunto de números e letras munidas com operações, passando a ser denominadas expressões algébricas.

Assim, ao observar o percurso do ensino de Matemática, as Equações apresentam-se como um dos conteúdos explorados no 9º Ano do Ensino Fundamental II, sendo mais um conteúdo que possui um atrito com o aluno, por se tratar de um ente algébrico, em que seus elementos não possuem significados para o discente. Além dos números e letras ou incógnitas que se entrelaçam por meio das operações, agora contendo uma igualdade, em que tais incógnitas possuem um valor desconhecido, apresentando-se como Equações Polinomiais do 2º grau, ou como conhecidas Equações do 2º grau.

Desse modo, Silva (2022) destaca que

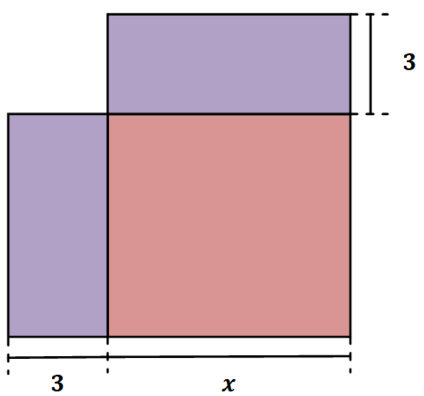
> Por outra perspectiva, as equações podem possuir também um aspecto geométrico, destacando os cálculos envolvendo áreas de regiões planas, em que podemos explorar a construção da sua representação, significando seus termos. (SILVA, 2002, p. 40)

A seguir a proposta da Atividade II, tem como objetivo construir a ideia geométrica das Equações do 2º grau, visando expor os significados para os elementos algébricos, por meio da conversão de representações, estabelecendo uma conexão e ressignificando o conceito de tal objeto matemático, proporcionado para o aluno, mais uma representação que, nesse momento, é conhecido apenas por meio da Álgebra.

Desse modo, por meio da Atividade II, o discente é instigado a transformar, realizando o processo de conversão de representação, uma figura geométrica que possui uma medida de área estabelecida em uma representação algébrica, que ao utilizar o procedimento de cálculo de área, obtém-se uma equação polinomial do 2º grau. Posteriormente, realizar a construção do quadrado, determinado seus lados e a medida da área total da região construída.

Questão 1: *Observe a figura abaixo:*

Figura 11: Região quadrangular do enunciado da Questão 1 da Atividade II



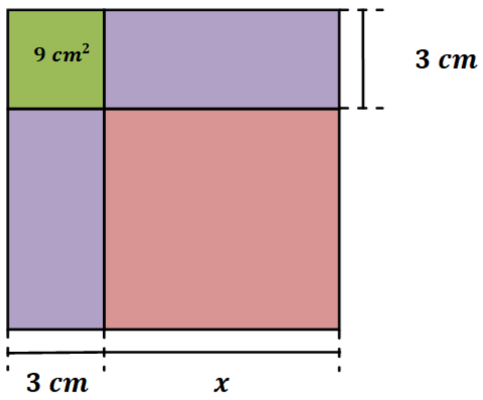
Fonte: Silva (2022)

a) *De acordo com as medidas acima e sendo a medida da área total igual a 40 cm², qual a equação que representa a figura e que pode ser formada?*
b) *Transformando a figura em um quadrado, determine a medida dos seus lados e a área total.*

Na Questão 1, observa-se que pela figura 11, ao realizar a atividade cognitiva de conversão de representações, além de utilizar o processo de cálculo de área de regiões quadrangulares, obtém-se a medida da área do quadrado destacado em rosa, como sendo x^2, mais $2 \cdot 3x$ sendo a medida da área dos dois retângulos em roxo, totalizando $40\ cm^2$ como medida da área total. Tendo em vista, que a equação do 2º grau que representa a área medida da área da figura 11 é $x^2 + 2 \cdot 3x = 40$, que através do tratamento de representações, tem-se que $x^2 + 6x - 40 = 0$ também representa a medida da área da figura 11.

E mais, através da construção solicitada no item b, apresentada na figura 12, é perceptível que a medida da área passa a ser $49\ cm^2$, sendo a medida da área solicitada na questão, devido ao acréscimo do quadrado menor com medida de área igual a $9\ cm^2$. E mais, obtém-se a medida do lados da região construída igual a $7\ cm$, sendo o valor de x igual a 4.

Figura 12: Construção geométrica solicitada na Questão 1 da Atividade II



Fonte: Silva (2022)

Note que, as transformações presentes nessa atividade, coincidem com as atividades cognitivas presentes na Teoria dos Registros de Representação Semiótica e, principalmente, a atividade de conversão de representações, fazendo com que o indivíduo que realize a atividade proposta, transite entre duas áreas da Matemática, ou seja, fazendo relações entre os elementos algébricos e geométricos, a priori. No entanto, existe a presença dos elementos aritméticos na exploração, tanto ao encontrar a medida dos lados, quanto ao determinar a medida da incógnita, assim, tais elementos aritméticos podem ser utilizados para verificar se a equação é válida para a medida da área ao substituir o valor da incógnita.

Desse modo, é válido as relações entre os elementos algébricos e geométricos, no que diz respeito a construção do significado para o aluno, em que na Questão 1 da Atividade II, os termos da equação fazem correspondência com as medidas da área da figura, bem como ao realizar a soma desses termos, o aluno está determinando a medida da área total da figura.

- **Atividade III – Construindo o resultado de uma soma de parcelas infinitas**

Sob outro enfoque, deixando um pouco as explorações sobre os conteúdos algébricos, no ensino de Matemática da Educação Básica, compreende-se que a presença de explorações de conteúdos aritméticos de modo introdutório para o indivíduo, que possibilita ao aluno o primeiro contato com a Matemática, sendo as operações aritméticas que, por sua vez, trazem consigo aspectos e características que permitem o acesso as outras áreas dessa disciplina, levando em consideração, que as demais usufruem das suas características para se complementarem, sendo a Álgebra compreendida como sua generalização e a Geometria ao usar de seus números e operações para medir regiões geométricas.

Todavia, esses aspectos que fazem conexão de uma área da Matemática com as demais não estão restringidos apenas a essas características, cada uma se permite ir mais além, tanto em seus aspectos particulares, quanto em suas conexões. Nesta perspectiva, os conteúdos aritméticos não se limitam apenas a operar números, mas trazem explorações que possuem relações com outras áreas da Matemática, atrelado as operações aritméticas em especial a adição, tem-se a pergunta: “É possível somar infinitas parcelas?”

A seguir, a proposta da Atividade III aborda a relação entre a representação geométrica e a representação aritmética de soma de parcelas infinitas, cuja as parcelas são números fracionários. Por meio da Atividade III, no primeiro momento é proposto ao aluno que realize uma construção geométrica de um quadrado de lado medindo uma unidade de comprimento, realizando os procedimentos geométricos descritos na atividade, solicitando que o discente particione tal figura em regiões menores que a compõem. No segundo momento, tem-se a construção da relação entre os elementos geométricos com os elementos aritméticos, em que o aluno condicionado a determinar: a medida da área de uma região contida na figura construída, os valores das medidas das áreas que compõem a figura inicial, bem como a medida de sua área, até se deparar com uma soma aritmética de parcelas infinitas.

A seguinte proposta possibilita ser aplicada utilizando recursos digitais, por meio do *software GeoGebra*[3] permitindo a visualização e a construção da figura proposta na Atividade III, levando em consideração, o envolvimento dos discentes na realização dos procedimentos propostos na exploração através de recursos tecnológicos. Ademais, por meio do *software GeoGebra* possibilita a obtenção de subsídios, fazendo com o aluno desperte o interesse no objeto matemático destacado.

Questão 1: *Considere um quadrado de vértices A, B, C e D (nessa ordem). Cada lado do quadrado mede uma unidade de medida de comprimento. Particione esse quadrado com base nas construções, definições e objetos geométricos descritos pelas etapas de 1 a 5.*

1. *Ligando-se os pontos médios (E e F) dos lados $\overline{AB}$ e $\overline{DC}$, obtém-se dois retângulos: $AEFD$ e $EBCF$.*
2. *Ligando-se os pontos médios (G e H) dos lados $\overline{BC}$ e $\overline{EF}$, obtém-se dois retângulos: $EBGH$ e $GCFH$.*
3. *Ligando-se os pontos médios (I e J) dos lados $\overline{HG}$ e $\overline{FC}$, obtém-se dois retângulos: $HIJF$ e $IGCJ$.*
4. *Ligando-se os pontos médios (K e L) dos lados $\overline{GC}$ e $\overline{IJ}$, obtém-se dois retângulos: $GKLI$ e $KCJL$.*
5. *Ligando-se os pontos médios (M e N) dos lados $\overline{LK}$ e $\overline{JC}$, obtém-se dois retângulos: $LMNJ$ e $MKCN$.*
6. *Ligando-se os pontos médios (O e P) dos lados $\overline{MN}$ e $\overline{KC}$, obtém-se dois retângulos: $MKPO$ e $OPCN$.*

Com isso, considerando esse processo de particionamento da figura construída realizado acima de modo continuo, com esses patrões. Agora, responda:

(a) Determine o valor da área do retângulo IGKL?

(b) Determine o valor das áreas de cada retângulo que compõem o quadrado ABCD.

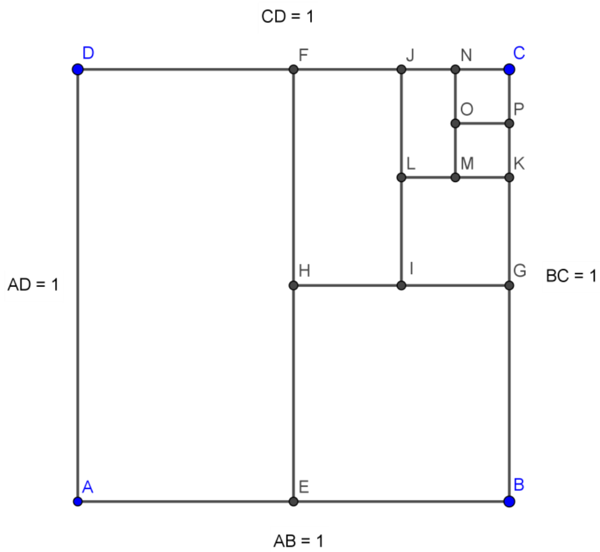
[3] O *software GeoGebra* é um recurso tecnológico que permite mobilizar diversos de registros de representações possibilitando explorações significativas para os objetos matemáticos.

(c) *Qual o valor da área do Quadrado ABCD?*

(d) *Quanto daria a soma dos valores das áreas de cada retângulo que compõem o quadrado ABCD?*

Na atividade III, de primeiro momento, é solicitado ao aluno a construção de uma região geométrica de acordo com a figura 13, sendo um quadrado de lado medindo uma unidade de comprimento, tendo vista, que por meio dos procedimentos têm-se a presença de outros conceitos geométricos, sendo a plotagem de pontos, segmentos de reta e o ponto médio de um segmento que por meio da utilização do recurso tecnológico GeoGebra possibilita a visualização e aplicação desses conceitos, permitindo um viés ainda maior para a exploração.

Figura 13: Construção geométrica solicitada na Atividade III no *software GeoGebra*



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

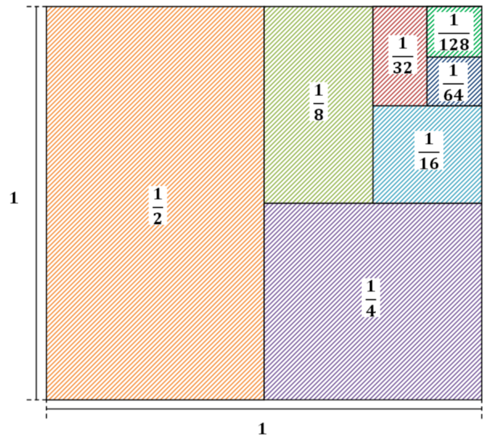
No item *(a)* da Atividade III é proposto para o aluno, utiliza-se do procedimento do cálculo de área de regiões quadrangulares e da multiplicação de números fracionários, para determinar a medida da área do retângulo $IGKL$ sendo que, pela figura 13, a medida de seus lados sendo $\frac{1}{4}$ de unidade de comprimento, obtendo-se

$$\frac{1}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

encontrado $\frac{1}{16}$ unidades de área, como sendo a medida da área do retângulo $IGKL$.

Pelo item *(b)*, o discente ao encontrar os valores das áreas de cada região que compõem o quadrado $ABCD$, pela atividade cognitiva da conversão, relaciona cada região geométrica particionada aos seus respectivos valores de medida de área, sendo valores aritméticos, assim como na figura 14.

Figura 14: Quadrado *ABCD* particionado contendo as medidas das áreas das suas regiões



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Por conseguinte, a proposta da Atividade III por meio do item *(c)* induz o aluno a calcular a medida da área total do quadrado $ABCD$, o discente através do cálculo de área, obtém 1 unidade de medida de área, já que o quadrado possui lados de medida sendo 1 unidade de comprimento. Por último, no item *(d)*, questiona-se o valor da soma das medidas das áreas de cada retângulo que compõem o quadrado $ABCD$ que foi obtida no item *(b)*, nesse momento, o aluno se depara com a seguinte soma aritmética

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}+\cdots=?$$

tratando-se de uma soma de parcelas infinitas, devido ao particionamento do quadrado $ABCD$ ser considerado contínuo.

Desse modo, através dos resultados obtidos em cada item da atividade, o discente ao realizar a atividade cognitiva de conversão, fazendo a conexão entre a soma aritmética acima e a figura 14, relacionando cada parcela da soma aritmética a uma região que compõem o quadrado $ABCD$ que foi particionado, podendo concluir que a soma aritmética possui como resultado a medida da área total da figura, já que ao somar os valores das medidas das área de cada retângulo que compõem o quadrado $ABCD$, tem-se 1 unidade de medida de área, ou seja,

$$\frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\frac{1}{8}+\frac{1}{16}+\frac{1}{32}+\frac{1}{64}+\frac{1}{128}+\cdots = 1$$

colocando em evidência a conversão de representação do registro geométrico para uma representação aritmética.

Na atividade III, propõe-se a realização da manipulação de elementos geométricos na construção do quadrado proposto visando construir os significados geométricos dos elementos presentes da soma aritmética. Ao realizar reflexões sobre tal atividade proposta, a mesma possui possibilidades ainda maiores, por abordar um conteúdo de progressão geométrica, vista no ensino médio, mas que tem passagem por conteúdos do ensino fundamental, bem como existe a presença de conteúdos de ensino superior, todavia, não explorados na atividade proposta. Assim, tal exploração pode ser uma das interfaces entre os níveis de ensino de Matemática, mas isso é uma conversa para uma outra oportunidade.

O objetivo da exploração proposta na Atividade III é possibilitar para o aluno compreender os significados da soma aritmética apresentada acima, bem como gerar o significado da sua infinidade, por meio das relações entre os elementos geométricos e aritméticos e pelo processo de conversão de representações, trazendo como resultado dessa soma de parcelas infinitas como sendo a própria medida da área do quadrado.

Assim, diante das atividades propostas, pretende-se gerar subsídios que proporcionem ao estudante significados para os elementos matemáticos, seja aritméticos, algébricos ou geométricos. Além disso, o intuito maior é propor ao discente a investigação, fazendo com que o mesmo identifique e encontre novas representações, alternando em diversas áreas da Matemática para um mesmo conteúdo. Diante disto, as propostas apresentadas tem-se uma potencialidade significativa, bem como tende-se a atribuir funcionalidades aos elementos presentes em determinadas áreas, ressignificando a exploração dos conteúdos matemáticos na Educação Básica.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Essa pesquisa teve como principal inquietação, estudar os aspectos da Teoria dos Representação Semiótica para evidenciar as relações existentes entre a Aritmética, a Álgebra e a Geometria de modo a apresentar ideias que possibilitem integrar a exploração dessas áreas no âmbito do ensino de Matemática. Tendo como objetivo geral investigar a importância das relações entre Aritmética, Álgebra e Geometria pela perspectiva dos Registros de Representação Semiótica para o ensino de Matemática.

Partindo desse pensamento, o presente estudo possui uma grande importância para o âmbito de ensino de Matemática, não apenas para os alunos, mas também para o docente da disciplina, colocando em discussão ideias e pensamentos que podem ser compreendidas como novos caminhos a serem explorados, permitindo a articulação, através de vários registros de representação, a exploração das relações entre Aritmética, Álgebra e Geometria para o ensino desta disciplina.

Desse modo, entendemos a sua relevância ao justificar a existência das relações entre Aritmética, Álgebra e Geometria por meio da Teoria da Representação Semiótica de Duval, contribuindo significativamente, na construção de significados para os conteúdos de Matemática para o aluno, possibilitando novas formas e estímulos para as explorações que podem ser aplicadas ao longo da Educação Básica.

Ademais, ao tratar-se da problemática desta pesquisa, partindo da exploração, de maneira conjunta, das relações entre as áreas da Matemática citadas, algo evidenciado por meio da busca de diversos registros de representação para um mesmo objeto em estudo, ideias que acabam caminhando em paralelo, a pesquisa traz relevância sobre essas ideias para o âmbito de ensino de Matemática, permitindo a construção e a manipulação pelos alunos de objetos matemáticos em diferentes registros, ou seja, permitindo ao discente visualizar conceitos algébricos, em registros aritméticos e geométricos, contribuindo para a construção de significados sobre o conteúdo explorado.

Além disso, ao investigar sobre a Teoria dos Registros de Representação Semiótica, compreendemos que o indivíduo ao mobilizar dois ou mais registros de representação, ou seja, ao realizar a atividade cognitiva de conversão descrita por Raymond Duval, se faz possível por meio das relações existentes entre as áreas da Matemática. Ao transitar entre diversos registros de representação ou identificar as relações que fazem conexões com áreas da Matemática, se faz necessário manter as características do objeto matemático, conservando seus aspectos de formação inicial.

Assim, compreendemos que a construção de possibilidades de exploração dos conteúdos matemáticos por meio das relações entre as áreas, utilizando vários registros de representação para um mesmo conteúdo, ou seja, para um mesmo objeto matemático acaba permitindo o desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos presentes na Educação Básica com mais significados e sem perdas significativas no processo de ensino de Matemática.

Diante disso, por meio da Geometria, atribuindo a construção e a manipulação dos conteúdos aritméticos e algébricos para o aluno, de modo mais palpável, viabilizando explorar vários registros de representação de um mesmo conteúdo ou objeto matemático é evidente a contribuição para a dinâmica nas aulas de Matemática, permitindo contornar o comodismo matemático nas aulas, trazendo um dinamismo e diversificação de explorações para a mesma.

Por fim, ao analisarmos a potencialidade existente nas propostas analisadas, bem como o potencial atribuído e as contribuições significativas através da exploração de conteúdos de forma integradora para o ensino de Matemática, consideramos pertinente para investigações futuras a aplicação do estudo em campo, objetivando encontrar dados que tragam resultados sobre está exploração, colocando à prova a importância das relações entre Aritmética, Álgebra e Geometria na Educação Básica. Além disso, coloca-se também para aprofundamentos futuros, envolver investigações das relações por outras áreas da Matemática, além das áreas destacadas, bem como explorações através de novas ferramentas, softwares e metodologias que ressignificam e integram o ensino de Matemática.

Assim, acreditamos que através das relações entre Aritmética, Álgebra e Geometria, bem como a sua exploração por meio das representações semióticas presentes na Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval, tal como seus aspectos que antecedem a mesma, se faz evidente a importância do estudo desses aspectos para o ensino de Matemática, levando em consideração, a exposição da diversidade de belezas e conexões presentes na disciplina para o discente, tendo em vista seus significados, registros e representações na mesma, tornando a Matemática, que por sua vez, no âmbito de ensino considerada sem significados, algo com significantes para aqueles que se aventuram a conhecê-la em diversas perspectivas, ou melhor, em diversas representações.

REFERÊNCIAS

BOYER, C. B.; **História da Matemática**. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo, SP. Editora Edgar Blucher LTDA, 1993. p. 488.

BRANDL, E., **Funcões polimomias de 1º e 2º graus em dois livros didáticos de Matemática sob a perspectiva das representações semiótica**s. 2011. 81f. Monografia (Esepcialização em Ensino de Ciências) – Departamento de Educação a Distância. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Santa Catarina. Pouso Redondo.

DUVAL, R., Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. **Annales de Didactique et de Sciences Cognitives**. pp. 37- 64. Strasbourg: IREM - ULP, 1993. Tradução: Méricles Thadeu Moretti.

_____. Registros de representações semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em matemática. In: MACHADO, Silvia Dias Alcântara. Perspectivas da Educação Matemática – INMA/UFMS – v. 13, n. 33 – Ano 2020 (Org.). **Aprendizagem em Matemática: Registros de representação semiótica**. Campinas, SP: Editora Papirus, 2003.

_____. Semiósis e pensamento humano: registros semióticos e aprendizagens intelectuais. Trad. de Lênio Fernandes Levy e Marisa Roâni Abreu da Silveira. São Paulo: Livraria da Física, 2009.

_____. Ver e ensinar a Matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. Organização Tânia M. M. Campos. Tradução Marlene Alves Dias. São Paulo: PROEM, 2011.

D'AMORE, B.; BONOMI, M. **Matemática, estupefação e poesia**. 1. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2012.

FLORES, C. R., **Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem**. BOLEMA – Boletim de Educação Matemática. Rio Claro, nº 26, pp. 1-19, 2006.

FIORENTINI, D., **Formação do professor de matemática:** explorando novos caminhos com outros olhares. Campinas: Mercado e letras, 2003.

GIL, A. C.; **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social**. 6 ed. Editora Atlas. São Paulo. pp. 27-50. 2008.

GIL, A. C.; **Como elaborar projetos de pesquisa**. 5 ed. Editora Atlas. São Paulo. pp. 175-177. 2010.

GAUKROGER, S., **Descartes: uma biografia intelectual**. Tradução de Vera Ribeiro. Rio de Janeiro: Contraponto, p. 222, 2002.

HENRIQUES, A.; ALMOULOUD, S. A., **Teoria dos registros de representação semiótica em pesquisas na Educação Matemática no Ensino Superior: uma análise de superfícies e funções de duas variáveis com intervenção do *software* Maple**. Ciência e Educação., Bauru, v. 22, n. 2, p. 465-487, 2016.

LORENZATO, S. **Para aprender Matemática**. Campinas: Autores Associados, 2006.

LORENZATO, S.; **Por que não ensinar Geometria?** Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática. São Paulo, ano III, nº 4, 1995. p. 7.

LINS, R. C., GIMENEZ, J., **Perspectivas em Aritmética e Álgebra para o Século XXI**. 7a. ed. São Paulo. Papirus, 2006.

MORETTI, M. T., **O papel dos Registros de Representação na Aprendizagem de Matemática**. Contrapontos, Ano 2, n. 6, Itajaí, pp. 423-437, 2002.

PEIRCE, C. S., **Semiótica**. 3. ed. São Paulo: Perspectiva, pp. 46-340, 2005.

SEVERINO, A. J.; **Metodologia do Trabalho Científico**. Cortez Editora. São Paulo. 2014. pp. 106-107.

SAVIOLI, Angela Marta Pereira Dores das. Origens e caracterizações da Álgebra e do Pensamento Algébrico sob a ótica de vários autores. Em: IV Seminário Internacional de Pesquisa em Educação Matemática - Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2019, **Anais**. Taguatinga/BR, p.1-17, 2009.

SILVA, L. P. **Aritmética, Álgebra e Geometria: O triângulo fundamental para as práticas de ensino de Matemática**. Monografia. (IFPB-CG) Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – Campus Campina Grande. 2022.

APÊNDICE A – ATIVIDADE I: CONSTRUINDO O PRODUTO DA SOMA PELA DIFERENÇA

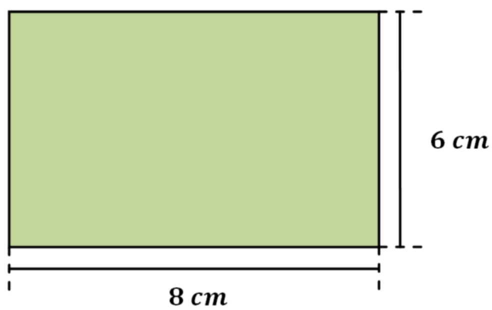
Questão 1: *Em Matemática, podemos dizer que um número qualquer mais 1, se multiplicado por ele menos 1, o resultado sempre será o quadrado desse números menos 1. Nesta linguagem pode parecer complicado. Observe as multiplicações abaixo.*

- $8 \cdot 6$
- $7 \cdot 5$
- $6 \cdot 4$

Agora, responda.

(a) *Como podemos transformá-la em um produto de uma soma por uma diferença?*
(b) *De quantos modos é possível transformar cada uma das multiplicações acima em mais de um produto de uma soma por uma diferença?*
(c) *De que modo podemos representar esses produtos de uma soma por uma diferença encontrados em uma figura geométrica?*

Questão 2: *Observe a figura abaixo e suas medidas.*



Agora, responda:

a) *Em quantos modos diferentes podemos representar a multiplicação de dois lados dessa figura em um produto de uma soma por uma diferença, sendo o valor das parcelas da soma iguais ao valor do minuendo e do subtraendo da diferença?*
b) *A partir do produto de uma soma por uma diferença encontrado no item anterior, construa uma nova representação da figura, de acordo com as novas medidas.*

APÊNDICE B – ATIVIDADE III: CONSTRUINDO O RESULTADO DE UMA SOMA DE PARCELAS INFINITAS

Questão 1: *Considere um quadrado de vértices* A, B, C *e* D *(nessa ordem). Cada lado do quadrado mede uma unidade de medida de comprimento. Particione esse quadrado com base nas construções, definições e objetos geométricos descritos pelas etapas de 1 a 5.*

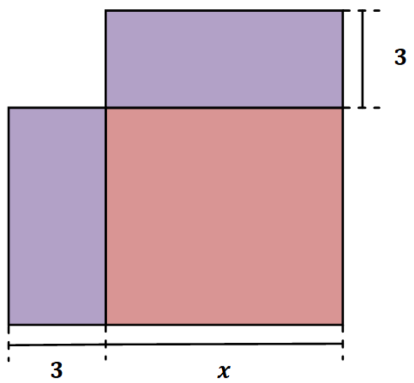
1. *Ligando-se os pontos médios* $(E$ *e* $F)$ *dos lados* $\overline{AB}$ *e* $\overline{DC}$, *obtém-se dois retângulos:* $AEFD$ *e* $EBCF$.
2. *Ligando-se os pontos médios* $(G$ *e* $H)$ *dos lados* $\overline{BC}$ *e* $\overline{EF}$, *obtém-se dois retângulos:* $EBGH$ *e* $GCFH$.
3. *Ligando-se os pontos médios* $(I$ *e* $J)$ *dos lados* $\overline{HG}$ *e* $\overline{FC}$, *obtém-se dois retângulos:* $HIJF$ *e* $IGCJ$.
4. *Ligando-se os pontos médios* $(K$ *e* $L)$ *dos lados* $\overline{GC}$ *e* $\overline{IJ}$, *obtém-se dois retângulos:* $GKLI$ *e* $KCJL$.
5. *Ligando-se os pontos médios* $(M$ *e* $N)$ *dos lados* $\overline{LK}$ *e* $\overline{JC}$, *obtém-se dois retângulos:* $LMNJ$ *e* $MKCN$.
6. *Ligando-se os pontos médios* $(O$ *e* $P)$ *dos lados* $\overline{MN}$ *e* $\overline{KC}$, *obtém-se dois retângulos:* $MKPO$ *e* $OPCN$.

Com isso, considerando esse processo de particionamento da figura construída realizado acima de modo continuo, com esses patrões. Agora, responda:

(a) *Determine o valor da área do retângulo IGKL?*
(b) *Determine o valor das áreas de cada retângulo que compõem o quadrado ABCD.*
(c) *Qual o valor da área do Quadrado ABCD?*
(d) *Quanto daria a soma dos valores das áreas de cada retângulo que compõem o quadrado ABCD?*

ANEXO A – ATIVIDADE II: CONSTRUINDO A IDEIA GEOMÉTRICA DA EQUAÇÃO DO 2º GRAU

Questão 1: *Observe a figura abaixo:*



Fonte: Silva (2022)

a) *De acordo com as medidas acima e sendo a medida da área total igual a 40 cm², qual a equação que representa a figura e que pode ser formada?*
b) *Transformando a figura em um quadrado, determine a medida dos seus lados e a área total?*

Fonte: SILVA, L. P. **Aritmética, Álgebra e Geometria: O triângulo fundamental para as práticas de ensino de Matemática**. Monografia. (IFPB-CG) Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – Campus Campina Grande. 2022.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
Campus Campina Grande
R. Tranqüilino Coelho Lemos, 671, Dinamérica, CEP 58432-300, Campina Grande (PB)
CNPJ: 10.783.898/0003-37 - Telefone: (83) 2102.6200

Documento Digitalizado Ostensivo (Público)

Processo de entrega da versão final do Trabalho de Conclusão de Curso da Especialização

Assunto:	Processo de entrega da versão final do Trabalho de Conclusão de Curso da Especialização
Assinado por:	Lucas Silva
Tipo do Documento:	Anexo
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Ostensivo (Público)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- **Lucas Pereira da Silva**, **DISCENTE (202221280004) DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO EM MATEMÁTICA - CAMPINA GRANDE**, em 03/01/2024 11:25:30.

Este documento foi armazenado no SUAP em 03/01/2024. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 1044768
Código de Autenticação: 19a8bec6a8