INSTITUTO FEDERAL
Paraíba
Campus Campina Grande

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE MATEMÁTICA

JANASSIEL CARLOS MELO DE OLIVEIRA

CONSTRUINDO MANEIRAS DE RESSIGNIFICAR A IMPORTÂNCIA DO DESENHO GEOMÉTRICO NAS AULAS DE MATEMÁTICA COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA

CAMPINA GRANDE - PB
2023

JANASSIEL CARLOS MELO DE OLIVEIRA

CONSTRUINDO MANEIRAS DE RESSIGNIFICAR A IMPORTÂNCIA DO DESENHO GEOMÉTRICO NAS AULAS DE MATEMÁTICA COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA

Monografia apresentada no Curso de Especialização em Ensino de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), como requisito parcial para para obtenção do título de Especialista em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Me. Joab dos Santos Silva.
Coorientador: Profa. Ma. Daiana Estrela Ferreira Barbosa

JANASSIEL CARLOS MELO DE OLIVEIRA

CONSTRUINDO MANEIRAS DE RESSIGNIFICAR A IMPORTÂNCIA DO DESENHO GEOMÉTRICO NAS AULAS DE MATEMÁTICA COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA

Monografia apresentada no Curso de Especialização em Ensino de Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), como requisito parcial para para obtenção do título de Especialista em Ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Me. Joab dos Santos Silva.
Coorientador: Profa. Ma. Daiana Estrela Ferreira Barbosa

Aprovado em: 01 / 11 / 2023 .

BANCA EXAMINADORA

Prof. Me. Joab dos Santos Silva.
Instituto Federal da Paraíba

Profa. Ma. Daiana Estrela Ferreira Barbosa
Instituto Federal da Paraíba

Prof. Dr. Luís Havelange Soares
Instituto Federal da Paraíba

Prof. Me. Cícero da Silva Pereira
Instituto Federal da Paraíba

Dedico este trabalho ao meu avô e minha mãe, que sempre acreditaram na minha capacidade e estiveram comigo em todos os momentos da vida, sempre me motivando e ajudando a ser uma pessoa melhor em caráter e profissão.

AGRADECIMENTOS

Mais uma etapa da minha vida está sendo concluída e com ela levo muitas experiências e aprendizado. Agradeço a Deus em primeiro lugar por ter me permitido iniciar e finalizar o curso de especialização em Ensino de Matemática e acima de tudo, por está comigo em todos os momentos da minha vida, a ele toda honra, glória e todo o louvor.

Ao Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Paraíba, Campus Campina Grande por sua ótima recepção no percorrer do curso.

Aos meus professores que contribuíram para o meu crescimento, ensinando sempre de forma excelente e contribuindo para minha formação.

Especialmente ao meu orientador Joab dos Santos Silva e minha Coorientadora Daiana Estrela Ferreira Barbosa, por nunca medirem esforços para me ajudar, não só durante a execução desse trabalho, mas no decorrer de toda a especialização.

Ao professor e coordenador Luiz Havelange Soares, que mesmo não sendo orientador me ajudou para construção do minicurso e sempre estava disposto a ajudar quando eu precisasse.

Ao meu avô José Severino de Oliveira, o meu maior incentivador e minha maior inspiração para vencer. Por todo incentivo que me deu durante esse percurso, pelas orações que fazia durante as noites e por nunca medir esforços para me amparar em toda a minha trajetória.

A Maria Gorete de Melo, que além de mãe é minha melhor amiga e sempre me ensinou a correr atrás dos meus objetivos e a ser um ser humano melhor. Esteve comigo em todos os momentos me ajudando com suas palavras sábias e de grande incentivo.

A Janassiele Carla Melo de Oliveira, minha irmã que sempre torce pelas minhas conquistas e me auxilia com suas palavras de conforto, me ensinando sempre a valorizar as coisas e pessoas que estão ao meu redor.

A toda minha família que me apoiaram direta e indiretamente para a conclusão desse curso, a eles deixo meu eterno carinho.

Aos meus colegas da especialização, em especial Lucas, Caio, Guia, Alécio, Thalita e Eduardo que sempre estiveram juntos comigo nos trabalhos, atividades, conversas. Sempre juntos com persistência para alcançar o nosso objetivo.

Ao meu amigo Danilo, que nos sábados sempre abria uma espaço em sua residência para eu poder guardar minha moto e pegar o ônibus para ir rumo à especialização, sem medir esforços e sempre com um bom coração para ajudar.

Aos meus amigos do ônibus, Lucas e Vitória que sempre estavam atentos para me ajudar.

Sem vocês eu não conseguiria, por deixo enfatizado a minha eterna gratidão.

"Consagre ao senhor tudo o que você faz e seus planos serão bem-sucedidos [...]".

Provérbios 16:3

RESUMO

Este trabalho tem a finalidade de mostrar como a prática do Desenho Geométrico influencia no processo de aprendizagem dos alunos no que diz respeito ao ensino da Geometria. Para isso, foi realizado um minicurso com os alunos de graduação do curso de Licenciatura em Matemática, com o intuito de analisar a relação deles com os esquadros, compasso, régua e transferidor, o trabalho apresenta a desenvoltura dos participantes mediante a cada desenho executado e quais assuntos eles conseguiram relacionar através das explorações que foram feitas. A pesquisa enfatiza algumas maneiras de como alguns assuntos podem ser explorados utilizando os materiais de Desenhos como Recurso Didático, somado a isso, mostra a importância dos recursos tecnológicos como ferramenta auxiliar para as construções de Desenho Geométrico, dando uma ênfase maior no Software GeoGebra, tendo em vista, que foi o recurso utilizado para a realização do minicurso. Foi construída uma apostila com o passo a passo das construções e com alguns exercícios para os participantes do minicurso, com o objetivo de analisar esses desenhos. A pesquisa apresentará uma breve alusão histórica do Desenho Geométrico, associado a sua importância nas aulas de matemática, ademais irá apresentar o modelo de Van Hiele e a ligação com a prática do Desenho.

Palavras-chave: Desenho Geométrico. Educação Matemática. Tecnologia. Recursos Didáticos.

ABSTRACT

This work aims to show how the practice of Geometric Drawing influences the students' learning process regarding the teaching of Geometry. To this end, a mini-course was held with undergraduate students from the Mathematics Degree course, with the aim of analyzing their relationship with squares, compasses, rulers and protractors. The work presents the participants' resourcefulness through each drawing executed and which subjects they were able to relate through the explorations that were carried out. The research emphasizes some ways in which some subjects can be explored using Drawing materials as a Teaching Resource, in addition to this, it shows the importance of technological resources as an auxiliary tool for Geometric Drawing constructions, placing greater emphasis on GeoGebra Software, having in view, which was the resource used to carry out the mini-course. A booklet was created with step-by-step construction instructions and some exercises for participants in the mini-course, with the aim of analyzing these drawings. The research will present a brief historical allusion to Geometric Drawing, associated with its importance in mathematics classes, and will also present Van Hiele's model and the connection with the practice of Drawing.

Keywords: Geometric Design. Mathematics Education. Technology. Teaching resources.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

SUMÁRIO

QUANDO TUDO COMEÇOU: UMA INQUIETAÇÃO, UM RABISCO, UM TRABALHO A SER FEITO

Desde a minha graduação no Instituto Federal da Paraíba (IFPB) - Campus Campina grande, depois que paguei a cadeira de desenho geométrico e ter relação com essas construções pela primeira vez, sempre me houve uma inquietação em realizar um trabalho relacionado a isso, com o intuito de aprender mais sobre o assunto e estudar as suas relações com a geometria. A pergunta que não quer calar é, porque esse interesse surgiu? A resposta é simples, pelo fato de nunca ter utilizado esses materiais durante a escola básica.

Durante a minha trajetória como estudante da escola de ensino fundamental e Ensino médio, não tive a oportunidade de utilizar os materiais de desenho, como esquadro, compasso e transferidor, para um melhor entendimento em uma aula de Geometria, ou até mesmo para entender como se utiliza esses materiais. Régua, geralmente eu só usava quando iria traçar uma reta qualquer para me auxiliar em alguma coisa, às vezes nem relacionado ás aulas de matemática.

Por esse motivo, cheguei à faculdade com dificuldade de reconhecer o que era um transferidor e um esquadro, por exemplo. Isso despertou em mim o interesse em aprender um pouco mais sobre esse assunto e realizar um trabalho que ajudasse não só a mim como docente, mas a outros professores que procuram entender um pouco mais sobre esse tema, com o intuito inserir na escola um ensino pautado na construção de desenho geométrico.

No mês de janeiro do ano de 2023, recebi um convite para participar de uma formação de professores em uma escola na cidade de Mataraca-PB que lecionam no ensino fundamental anos finais. Fiquei bastante eufórico e um pouco apreensivo, normal de acontecer, tendo em vista que era a minha primeira formação. Assim que recebi essa oportunidade, comecei a pensar sobre o que eu iria trabalhar com os professores, algo que ajudasse na formação deles. A formação tinha uma duração de dois dias, sendo dividida em quatro encontros.

Como eu tinha autonomia de escolher o que trabalhar com os professores durante a formação, decidi explorar sobre alguns tópicos da construção geométrica, por ser um assunto que infelizmente é pouco explorado nas escolas. Mas porque estou citando esse acontecimento? No decorrer da minha preparação e na formação, aconteceram algumas situações que me inquietaram ainda mais para realização dessa pesquisa e que vão ser discutidos na construção desse trabalho.

Uma delas foi que, a escola que iria acontecer à formação não tinha o kit Geométrico do professor, que seria um dos materiais necessários para a formação, logo tive que providenciar os materiais, esse foi o primeiro ponto. O segundo ponto, foi que durante a formação de professores percebi que alguns dos que estavam lá comentaram que já fazia tempo que tinham utilizado aqueles materiais (compasso, esquadro e transferidor), Uma das professoras chegou até a falar que a ultima vez que manuseou essas ferramentas de construção geométrica foi na faculdade, onde já havia mais de 15 anos de conclusão.

A partir daí, surgiram algumas indagações não só relacionado à escola na qual ministrei a formação, mas de forma geral. Será que as escolas tem favorecido o ensino de construção geométrica nas salas de aula? Como os professores de Matemática estão mediante a essa situação? Será que eles estariam preparados para ministrar uma disciplina de Desenho Geométrico nas escolas? Essas e outras perguntas despertou em mim um interesse em pesquisar um pouco mais sobre esse tema.

Dando continuidade, tive outra oportunidade de ministrar mais uma formação ao mesmo grupo de professores. Dando sequência ao que foi falado na formação anterior, agora com o auxílio do uso do aplicativo GeoGebra nas construções com esquadro, compasso e régua. No decorrer da conversa com os professores, notei que eles não sabiam utilizar o Geogebra, mesmo já tendo ouvido falar sobre o aplicativo.

Portanto, apresento esse trabalho como forma de ajudar ao professor durante a formação com seus alunos, com o intuito de mostrar as relações que podem ser feitas do Geogebra, aplicativo tecnológico rico nas aulas de matemática, com os materiais de construção geométrica, esquadro, régua e compasso. De maneira que, deixe as suas aulas didaticamente melhor, facilitando a compreensão do aprendiz e melhorando seu entendimento nas aulas de geometria.

Na busca de trabalhos acadêmicos que tenho como referência para a exploração do que pretendo apresentar na monografia, é possível perceber a escassez de trabalhos que abordam esse tema, não se tem tantas opções. Esse pode ser destacado como outro motivo que provocou a vontade de seguir a diante nesse estudo, a fim de contribuir no processo de ensino e aprendizagem, de forma a valorizar essa prática que vem sendo pouco praticada no decorrer do tempo.

Portanto, ao leitor espero que tenha um bom entendimento do que será abordado no decorrer desse trabalho, não se esquecendo de colocar em prática seus conhecimentos relacionados à construção com desenho geométrico somado com algumas informações ditas aqui, para que assim possamos ter a esperança de um ensino que dê abertura a esse assunto, visando melhorar ainda mais a qualidade da educação. Pois, como afirma Freire (2000), se a educação sozinha não transforma a sociedade, sem ela tampouco a sociedade muda. Sozinho não consigo mudar o mundo, você também não, porém eu e você já é grande coisa.

1 CONTORNANDO A INTRODUÇÃO

Sabe-se que atualmente o ensino de Geometria nas escolas tem sido algo desafiador para a classe docente, tendo em vista as dificuldades dos estudantes mediante a esse ramo da matemática. A maneira como é abordado esse conteúdo influencia de forma direta na aprendizagem do aluno, por isso é necessário traçar maneiras que os ajudem na construção do conhecimento durante o ensino de Geometria, É possível citar como exemplo o uso do desenho geométrico.

O desenho geométrico proporciona habilidades que facilitam o entendimento dos alunos em geometria. Oliveira (2005) afirma que, a maneira mais didática de estudar a geometria seria junto com o Desenho Geométrico, todos os ramos do conhecimento estão entrosados entre si e separá-los torna-os compartimentos estanques.

Podem-se notar algumas deficiências dos professores de matemática quando vai representar uma figura plana ou espacial na lousa. Um quadrado que parece um retângulo, um retângulo com ângulos internos não retos, entre outros exemplos. É claro que estamos tratando apenas de uma representação, mas isso não quer dizer que tem que ser feita de qualquer forma. A exibição do desenho atua diretamente na construção do conhecimento do aluno, uma vez que, se esse desenho é mal representado pode acabar dificultando o conhecimento, pois ocorre uma distorção entre o que está sendo representado com as propriedades que compõe aquela figura.

É importante ressaltar que, o ensino do desenho geométrico, não é uma disciplina recreativa, ou algo para passar o tempo dos alunos. Ela tem o objetivo de valorizar ainda mais o ensino da Geometria a partir da realização das construções, acreditando que essa prática facilita no desenvolvimento dos alunos contribuindo para o processo de ensino-aprendizagem, uma vez que eles se familiarizam com cada uma dessas figuras e conseguem entender com facilidade as suas propriedades.

A prática do Desenho Geométrico contribui para o pensamento criativo do aluno, a partir da visualização e prática utilizando os instrumentos. Oliveira (2005) relata que uma das contribuições do desenho para a formação do estudante é que ele concretiza os conhecimentos teóricos da Geometria, confirmando gradativamente as propriedades das figuras Geométricas planas, além de estimular uma visão compreensível sobre a Geometria Espacial.

São diversas as construções que podem ser exploradas utilizando materiais de Desenho, essa execução se torna significante no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, pois eles conseguem relacionar o que está sendo estudado com essa prática. Isso não funciona apenas com alunos, mas também com professores que serão eternos aprendizes, quando começamos a praticar esses desenhos e explorar diversas construções, começamos a visualizar uma matemática que estava escondida e entendemos de uma melhor forma o que está sendo estudado.

A prática do desenho proporciona ao estudante uma gama de conhecimento, um estudo do uso das construções geométricas no ensino da geometria foi feita por VILLA (2012), nas turmas do 8° e 9° ano do ensino fundamental, utilizando os materiais de desenho como ferramenta de apoio. Em seu trabalho, Villa informa que a satisfação dos alunos ao resolverem as atividades era visível, assim como a busca em experimentar novas formas de resolução. Villa afirma que:

> A exigência de capricho, limpeza e manuseio dos instrumentos envolvidos, despertou nos alunos momentos de descobertas e concentração, até então não percebidos. Nestas atividades, a utilização do compasso como instrumento principal de construção, demonstrou a capacidade dos alunos no cuidado com os materiais. Os momentos de troca de experiência entre o professor e os alunos e destes para com os mesmos, foi fundamental para obtenção de um aproveitamento significativo. (Villa, 2012, p. 14)

Com isso, é Perceptível como o Desenho Geométrico contribui para o crescimento dos alunos, sendo uma ótima ferramenta didática que pode ser utilizada pelos professores durante sua aula. Dentro dessa conjuntura, será aplicado um minicurso para um grupo de estudantes da disciplina de desenho do curso de Licenciatura em matemática de uma instituição pública do ensino superior do estado da Paraíba.

O presente trabalho é de natureza qualitativa nele veremos algumas construções utilizando Esquadro, Compasso e Régua, associando cada construção aos seus respectivos assuntos e enfatizando o quanto é importante o uso desses recursos pedagógicos como uma ferramenta de aprendizagem de Geometria e que se usado de forma correta, se torna um ótimo facilitador na ajuda da construção de conhecimento dos estudantes.

Além disso, a pesquisa enfatiza que o uso da tecnologia nas aulas de matemática pode ser favorável em diversas explorações, dando uma ênfase maior no software GeoGebra que é uma ótima ferramenta nas aulas de matemática ajudando a relacionar o uso do desenho geométrico com a geometria, como equipagem de apoio.

Somado a isso, será entregue uma apostila com algumas questões associado ao que foi apresentado ao grupo participante e a partir dai, será observado e comentado como eles lidam com as construções utilizando esses materiais. Também serão enfatizadas as falas dos participantes no decorrer dos dois dias de minicurso. Para a realização da pesquisa, na próxima seção apresentamos os objetivos Gerais e específicos.

1.1 OBJETIVOS

OBJETIVO GERAL

Refletir sobre as aplicações do desenho geométrico com alunos de um curso de licenciatura em matemática.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Evidenciar a importância do uso de recursos pedagógicos para construção de desenhos geométricos nas aulas de matemática;
- Explorar o uso de réguas, compasso, transferidor com o auxílio do GeoGebra;
- Observar a percepção que os alunos têm na formação inicial no trabalho com educação básica com Desenho Geométrico;
- Aplicar um minicurso com alunos da disciplina de desenho Geométrico.

1.2 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Os capítulos dessa monografia, além do texto *Quando tudo começou: uma inquietação*, um rabisco, um trabalho a ser feito e do capítulo 1 que é composto pela introdução, estão estruturados da seguinte forma:

No capítulo 2, abordaremos o *Contexto histórico e aplicações em aulas de matemática*, inicia com uma abordagem histórica referente às construções Geométricas, informando o nascimento do ensino da Geometria atrelado ao Desenho Geométrico e que neste tempo os deputados já defendiam que o ensino da Geometria deveria ocorrer de forma prática utilizando recursos didáticos como réguas e compasso. Além disso, enfatiza também como funcionava o método Lancasteriano, que pode ser associado com algumas práticas nos tempos de hoje. Depois disso, temos o tópico 2.1 que apresenta a importância do Desenho Geométrico atrelado ao ensino da Geometria, enfatizando como a utilização do Esquadro, Régua, Compasso e Transferidor, influenciam positivamente no processo de ensino e aprendizagem dos alunos. Posterior, temos o tópico 2.2 que apresenta a relação do modelo de Van Hiele com a execução do Desenho Geométrico, apresentando exemplos que se associam com a prática de ensino em sala de aula.

No capítulo 3, discutiremos *O uso dos recursos didáticos para construção dos Desenhos Geométricos*, apresentando como a tecnologia, de forma geral, pode auxiliar nas aulas de matemática, especificamente no que se refere à construção de Desenhos. No tópico 3.1 exibe os materiais manipuláveis que serão utilizados para a construção dos desenhos, com o objetivo de apresentar esses objetos e a sua relevância no que diz respeito a algumas construções. Enfatizando melhor essa questão dos recursos tecnológicos o tópico 3.2 apresenta abrangentemente essa relevância, além disso, dando ênfase no software GeoGebra, que é o recurso tecnológico que será usado como auxiliar durante as construções que serão feitas.

Já no capítulo 4, explicitamos *A jornada metodológica*, que inicia com uma apresentação teórica e aborda como foi preparado o andamento para o acontecimento do minicurso, no tópico 4.1 explica como será aplicada as construções referentes aos dois dias, especificando o passo a passo e o que será explorado mediante a cada uma delas.

Posteriormente no capítulo 5, intitulado *Projetando o andamento do minicurso: uma conversa a ser explorada*, foram analisados os desenhos de cada participante tal como a desenvoltura de cada um deles diante dos desenhos. Além disso, foi enfatizada a percepção dos alunos de acordo com as relações de cada construção com relação aos assuntos que estão associados, deixando explícita as propriedades existentes em cada figura

Por fim, temos, *Dando contornos finais: o que trocemos da pesquisa*, como as considerações finais, ressaltando como essa pesquisa é relevante no âmbito ta educação matemática e partilhando de ideias que podem servir para a continuidade desse trabalho.

2 DESENHO GEOMÉTRICO: CONTEXTO HISTÓRICO E APLICAÇÕES EM AULAS DE MATEMÁTICA

O desenho Geométrico sempre foi utilizado como uma ferramenta de comunicação entre os povos da antiguidade. Segundo Paciência (2022), o Desenho Geométrico era usado na resolução de problemas do dia-a-dia, de acordo com a necessidade do ser humano. Problemas simples como demarcação de terra, área ou qualquer situação diferente, era criada uma regra para assim, sempre resolvê-la.

A origem da geométrica no Brasil consistiu na prática do desenho geométrico. LEME (2021) afirma que o nascimento da geometria escolar no Brasil, ocorreu no ano de 1827, quando a câmera dos deputados elaborou a primeira lei de instrução pública brasileira. Neste período alguns deputados já defendiam que o ensino da geometria tinha que ocorrer de forma prática, com uso da régua e do compasso para o ensino da escola de primeiras letras.

LEME (2021) informa que a lei de 1827, trouxe o ensino dos princípios gerais referente à geometria prática, que adotou como forma de educação o método lancasteriano ou múltuo e explica esse método da seguinte forma:

> Diferentemente do método de ensino individual e simultâneo, em que o agente de ensino é somente o professor; no método mútuo, a responsabilidade do ensino é dividida entre o professor e os monitores, também chamados Decuriões (alunos mais adiantados), visando a uma democratização das funções de ensinar (LEME apud BASTOS, 1997, p. 23).

Selecionavam-se os alunos que se destacavam para que pudessem ser monitores dos demais juntamente com os professores. Neste período não existia discrepância entre o professor e o Decurião, não existindo patamar diferente entre eles. Ambos exerciam a mesma capacidade de instrução para os que tinham mais dificuldade.

É relevante destacar que se atrelava o ensino da geometria ao desenho geométrico, pois se acreditava que a prática do desenho de forma repetitiva levaria o conhecimento ao aluno com maior facilidade. Vale salientar que as primeiras práticas de medir atribuídas ao ensino primário ocorriam através de uma atividade visual de estimativas, em acordo com o método intuitivo e adotando as ideias de Pestalozzi, que defende que o desenho é uma ferramenta importante para a aprendizagem da criança, principalmente na prática da escrita.

Por mais que existissem esses métodos e ideias o ensino da geometria não se efetivou durante a escola primária. De acordo com Meneses (2007) um dos motivos que fez com que isso ocorresse foi pela falta de professores qualificados e por isso, só houve um melhor desempenho do ensino da geometria na formação da escola secundária. O mesmo explica o seguinte:

> Apesar das tentativas de sua introdução no ensino primário, a geometria na verdade se tornou de suma importância a partir da criação da escola secundária, pois a mesma passou a ser referendada para os cursos superiores que formavam os advogados (cursos jurídicos) (MENESES, 2007, p. 42)

A Geometria passou a ser mais algebrizada no ano de 1837 com o intuito de servir a escolarização secundária que foi implantada. Até esse período a matemática não era considerada uma disciplina, so passou a ser unificada com a reforma de Francisco Campos em 1931, de acordo com Paciência (2022) essa unificação tem forte influência das reformas de Euclides Roxo, que foi um grande influenciador do ensino da matemática na educação brasileira com a implantação da disciplina e nos métodos pedagógicos no Colégio Pedro II, na qual tornou-se referência no ensino nacional da aritmética escolar.

Com o movimento da Matemática Moderna, a disciplina de Geometria foi deixada de lado, pois era focado apenas na teoria do Conjunto e o estudo da álgebra. Consequentemente foi-se deixando de lado a prática do Desenho Geométrico para o ensino da Geometria.

2.1 O DESENHO GEOMÉTRICO COMO INSTRUMENTO DE APRENDIZAGEM NAS AULAS DE GEOMETRIA

O desenho Geométrico é uma forma de representação da Geometria que facilita o desenvolvimento dos alunos de maneira que eles consigam interpretar melhor as representações geométricas, aprimorando sua capacidade de relacionar e associar esses elementos. Somado a isso, ele possibilita o indivíduo a desenvolver sua capacidade motora e promover o entendimento de outros conhecimentos, além de desenvolver o raciocínio lógico, o pensamento divergente junto a uma maior organização (PACIÊNCIA, 2022).

Contudo, são perceptíveis algumas dificuldades que acabam impedindo o avanço dessa prática como melhoramento. É possível citar como exemplo a ausência de materiais de desenho em algumas escolas, tanto para alunos como para professores, a falta de estímulo dos alunos e ate mesmo a falta de preparação Docente, entre outros. Portanto, é importante o incentivo e encorajamento do professor mediante a essa problemática.

Sabemos que para o uso desses instrumentos, é necessário o entendimento e domínio do docente. Tomando como exemplo um educador de matemática que já é formado a mais de 30 anos, a formação que ele teve já não é da mesma forma da atual, por isso a importância da formação continuada. Como já foi relatado no início do texto sobre uma professora que só usou esses materiais em sua graduação e ela já havia se formado a mais de 15 anos.

Levando em consideração essa informação, é notório o quanto será desafiador para ela, como educadora, aplicar o uso desses materiais em sala de aula como método inovador e criativo. Será necessário um esforço para que isso ocorra, deixando enfatizado que não é impossível.

Um dos grandes desafios de um professor, é melhorar sempre sua metodologia de instrução, com o objetivo de favorecer o processo de ensino e aprendizagem, tornando sua aula mais significativa para o aluno.

Tomando como exemplo o assunto de geometria, é evidente o impasse dos estudantes mediante esse conteúdo. Eles têm uma dificuldade em relacionar a parte geométrica, algébrica e aritmética, sem contar que, a depender do que está sendo trabalhado, não conseguem ter uma visualização aprimorada com relação ao que estão estudando.

Com isso, o papel do professor em apresentar os materiais de desenho para construção desse conhecimento é de grande relevância, tendo em vista as relações conceituais que serão discutidas no decorrer da execução de cada desenho. Durante o estudo para o levantamento de sua dissertação, Zuin (2001) destaca a seguinte informação:

> O pensamento geométrico contribui para a construção de uma rede de representações relacionais, que é formada pouco a pouco. Essa construção se dá segundo um grau de dificuldades crescentes em diferentes níveis: visualização, análise, dedução informal, dedução e rigor. As construções geométricas fundamentais, apesar de estarem vinculadas a todos esses níveis, estariam mais propriamente situadas a partir do nível de dedução informal. Neste nível considera-se que o estudante consegue estabelecer as inter-relações das propriedades, deduzindo-as, e as definições passam a ter sentido (ZUIN, 2001, p.16).

A partir do momento que o estudante faz representações por meio de construções geométricas, ele consegue ter um pensamento formal sobre a geometria, isso possibilita não só um avanço nessa área da matemática como também nas outras, tendo em vista que elas estão relacionadas entre si. O fato de ele transitar do abstrato para o concreto oferece a ele uma grande vantagem de compreensão dessas relações.

Se tratando do passo a passo para a construção de um quadrilátero inscrito em uma circunferência de raio qualquer, durante a execução do desenho, precisamos construir uma circunferência, com o auxílio do compasso, e um quadrilátero com os seus vértices pertencentes à circunferência. Essa exploração permite ao aluno verificar, utilizando o transferidor, que os ângulos opostos são suplementares, contribuindo para entendimento das definições de forma didática, sem que ele seja obrigado a decorar essas informações. A prática do desenho trará essa possibilidade de ensino.

Como já comentando anteriormente o nascimento do ensino da geometria no Brasil era de forma prática e não apenas conceitual, o ensino era voltado para construções de desenho e tinha o objetivo de fazer com que o aprendiz desenhasse de forma que não houvesse erro. Relacionada a essa prática LEME (2021) informa o seguinte:

> Acreditava-se que a prática de uma construção perfeita levaria o aluno a compreender o significado e as propriedades que definem a figura geométrica. Por exemplo, o quadrado somente seria aceito como correto pelo

> decurião quando todos os segmentos (lados) tivessem a mesma medida, e todos os ângulos fossem retos. O aluno deveria compreender a característica central de suas propriedades na prática de medir e traçar. Não era preciso apresentar a definição de quadrado (quatro lados de mesma medida e quatro ângulos retos), nem mesmo nomeá-lo, o aprendiz reconheceria o desenho e suas propriedades pela prática da reprodução. (LEME, 2021, p. 28)

Já neste período é possível perceber a valorização da prática do desenho como contribuição para o ensino de geometria, levando em consideração o rigor de cada um desses desenhos como forma de aperfeiçoar o conhecimento relacionado às propriedades que compõe a figura. Esse exercício faria com que o aluno compreendesse o que estava fazendo.

A prática da construção de um desenho geométrico favorece o aluno a entender a natureza do que ele está estudando. Isso nos faz pensar que, além da sua importância, é necessário requerer de cada um, o cuidado para que o desenho seja feito de maneira correta de forma que ele consiga entender qual o principal objetivo mediante a construção que está fazendo e caso o aprendiz sinta dificuldades no desenvolvimento, pratique até que chegue ao objeto desejado.

Não tem como falar de desenho geométrico, sem falar em geometria. E falando em geometria não podemos deixar de lado a teoria de Raymond Duval, onde o mesmo desenvolveu a ideia da representação semiótica. Que trás uma extensa análise sobre a importância dos desenhos, figuras e imagens na aprendizagem de conceitos geométricos (VIANA; BOIAGO, 2015).

Segundo Raymond Duval, existem dois tipos de transformação de representação semióticas e que se diferenciam, os tratamentos e as conversões. Machado (2008) enfatiza a ideia de Duval da seguinte forma:

> Os tratamentos são transformações de representações dentro de um mesmo registro: por exemplo, efetuar um cálculo ficando estritamente no mesmo sistema de escrita ou de representação dos números; resolver uma equação ou um sistema de equações, completar uma figura segundo critérios de conexidade e de simetria. As conversões são transformações de representações que consistem em mudar de registros conservando os mesmos objetos denotados: por exemplo, passar de uma escrita algébrica de uma equação à sua representação gráfica (MACHADO, 2008, p.16).

No desenvolver do desenho Geométrico, é possível associar os dois tipos de tratamento, por exemplo, com relação aos tratamentos, é possível citar a construção de um ângulo qualquer com o auxílio de um esquadro é possível traçar a bissetriz desse ângulo, ou na construção de um quadrado, podemos traçar uma de suas diagonais, obtendo dois triângulos isósceles congruentes.

Se tratando das conversões, é possível citar a construção do quadrado, sendo que explorado de uma forma diferente. Quando construímos um quadrado com lado n e a partir dele calculamos sua área, ou seu perímetro, estamos no processo de conversão da representação, pelo fato da transição da construção de uma figura plana a um sistema de representação dos números com relação a medida da sua área, ou perímetro.

Machado (2008) afirma que do ponto de vista cognitivo a atividade de conversão é uma atividade de transformação representacional fundamental, aquela que conduz aos mecanismos subjacentes à compreensão. Esse objeto de ensino é importante para os alunos, tendo em vista as relações significantes que contribuem no processo de ensino e aprendizagem deles com relação ao ensino da Geometria.

A representação dos objetos é de grande valor no processo de aprendizagem e a construção de desenhos geométricos favorece essa concepção de maneira que, ao realizar o passo a passo do desenho, o aprendiz compreende melhor o que está sendo feito. A partir dessa concepção, aquilo que era apenas uma representação mental torna-se visível e melhor compreensível para quem está aprendendo.

O desenho geométrico trás a possibilidade de melhorar a visualização e a capacidade cognitiva do aluno, fazendo com que ele consiga ter um entendimento mais profundo dos objetos estudados e construídos. Com relação a isso, Viana e Boiago (2015) afirma que:

> Reconhecer figuras giradas e justapostas, compor e decompor figuras, reconhecer padrões em uma sequência de desenhos etc. seriam exemplos de atividades a desenvolver a habilidade visual dos alunos; as tarefas de desenhar figuras em redes pontilhadas ou quadriculadas, utilizar instrumentos de desenho (régua, transferidor, compasso etc.) e também se valer de softwares específicos desenvolveriam a habilidade gráfica dos estudantes. (VIANA; BOIAGO, 2015, p. 27)

Contudo, podemos perceber que o desenvolvimento desses desenhos matemáticos proporciona ao aluno uma gama de vantagens relacionadas a uma aprendizagem de qualidade, de maneira que o aprendiz consiga relacionar, visualizar e associar os conhecimentos geométricos de forma mais clara, utilizando réguas, esquadro, transferidor e compasso.

A prática desses traçados geométrico, não é algo para passar tempo, por isso é sempre importante o professor enfatizar os assuntos que estão relacionados durante o processo de construção, para que os estudantes consigam enxergar a relevância do que está sendo feito. A falta dessa explicação pode desmotivar para construções posteriores.

O desenho geométrico desenvolve no aluno, uma perspectiva melhor relacionada à geometria, uma vez que, ele terá uma visualização mais cuidadosa daquilo que ele está fazendo. Além disso, dá um significado mais profundo ás figuras e quando construídos atribui uma melhor compreensão com relação ás definições que estão ali atribuídas. Neste mesmo pensamento, VILLA (2012) enfatiza o seguinte:

> É de grande importância para uma melhor qualidade do ensino de geometria que seja utilizado o Desenho Geométrico para representação e visualização de conceitos geométricos. As construções feitas com instrumentos auxiliam o raciocínio e na execução do conhecimento teórico (VILLA, 2012, p. 4).

Desse modo, é perceptível como o desenho geométrico pode contribuir de forma positiva, quando executado de maneira correta, para a aprendizagem significativa dos estudantes. Sendo uma atividade didática muito importante para as aulas matemática.

2.2 O MODELO VAM HIELE E O DESENHO GEOMÉTRICO: ALGUMAS RELAÇÕES

A prática do Desenho Geométrico reflete ao aluno uma visão mais complexa do que ele está construindo, fazendo com que ele consiga analisar de forma mais compreensível os aspectos que compõe aquela imagem. Porém, essa construção não ocorre de uma hora para outra, é preciso apresentar o passo a passo da atividade e a depender da relação que os alunos têm com os materiais de desenho, caminhar de forma mais lenta para que eles consigam compreender a atividade que foi proposta.

O modelo de Van Hiele, tem como propósito despertar no aluno o desenvolvimento do pensamento Geométrico e a execução do desenho pode ser relacionada com esse modelo, tendo em vista, que seguem uma mesma linha de pensamento. O modelo consiste em cinco níveis de compreensão, que Segundo Lindquist e Shulte (1994), ocorre da seguinte forma:

> Os níveis denominados “visualização”, “análise”, “dedução informal”, “dedução formal” e “rigor”, descrevem características do processo do pensamento. Apoiado em experiências educacionais apropriadas, o modelo afirma que o aluno move-se sequencialmente a partir do nível inicial, ou básico (visualização), no qual o espaço é simplesmente observado, até o nível mais elevado (rigor), que diz respeito aos aspectos abstratos formais da dedução. (LINDQUIST; SHULTE, 1994, p. 4)

Apesar de Van Hiele dividir os níveis do desenvolvimento do pensamento geométrico em cinco níveis, serão enfatizadas apenas as relações referentes aos três primeiros, Visualização, análise e dedução informal.

O primeiro nível ocorre quando o aluno consegue identificar as figuras a partir da visualização, ou seja, quando ele já reconhece o que lhe está sendo apresentado. Se tradando especificamente de um quadrado e um retângulo, quando o aluno está nesse nível ele consegue identificar visualmente, e até mesmo representar através de um esboço cada uma dessas figuras e a diferença de um para o outro.

Todavia, quando o aluno ainda está nesse nível, ele não consegue, por exemplo, reconhecer que as diagonais de um quadrado são bissetrizes dos ângulos internos, da mesma forma que não conseguem visualizar que as figuras possuem ângulos internos retos. Isso só passa a ocorrer quando o aluno já está no segundo nível, que é quando ele começa a identificar não só as figuras, mas algumas de suas propriedades.

Os alunos só passam para o terceiro nível, quando eles conseguem identificar as inter-relações das propriedades, por exemplo: reconhecer que todo quadrado é um paralelogramo, pois ambos possuem dois pares de lados paralelos, que todo retângulo pode ser dividido em dois triangulo retos, que o quadrado e o retângulo possuem ângulos internos retos ou ainda que o raio de uma circunferência é a metade da diagonal do quadrado inscrito a ela. Quando o aluno consegue perceber essas relações ele está no nível chamado dedução informal, segundo o modelo de Van Hiele.

As construções do Desenho Geométrico podem ser associadas a esses níveis, pois para que os alunos executem algumas construções que serão propostas, obrigatoriamente ele precisa conhecer essa construção, ou seja, está apto ao primeiro nível. Portanto, caso ele não tenha esse conhecimento, passará a ter com o desenvolvimento do desenho.

Podemos citar como caso, a construção de uma circunferência de raio cinco centímetros, o professor pode ter a autonomia de iniciar com uma aula teórica sobre esse assunto ou até mesmo iniciar a sua aula com uma exploração, que neste caso seria a construção do desenho, de ambas as maneiras o aluno irá introduzir ao primeiro nível. O segundo e o terceiro nível, é consequência da construção.

Por exemplo, quando o aluno aprender a construção do quadrado, ele pode verificar os seus ângulos internos e perceber, com a ajuda do transferidor, que todos medem 90°, como também verificar o que ocorre com suas diagonais. Na construção de uma circunferência, utilizando uma régua ele pode verificar que a distancia do centro até qualquer ponto que pertence à circunferência são de mesma medida.

A partir desta análise, pode-se afirmar que o aluno já está no segundo nível do modelo de Van Hiele e passará para o terceiro quando ele começa a perceber as relações dessas construções. Com relação ao terceiro nível, um exemplo que é possível citar, é que ao desenhar um triangulo equilátero, o aluno consiga identificar que existe uma relação das circunferências que estão inscritas e circunscritas a esse triângulo, ou seja, quando se trata da circunferência inscrita ao triangulo o raio equivale a um terço da altura e a circunferência circunscrita o raio é dois terços da altura.

O nível 4 e 5 são níveis voltados mais para a educação superior. No nível 4 compreende-se o significado da dedução como uma maneira de estabelecer a teoria geométrica no contexto de um sistema axiomático. São percebidos a inter-relação e o papel dos termos não definidos, axiomas, postulados, definições, teoremas e demonstrações. No nível 5, o aluno é capaz de trabalhar em vários sistemas axiomáticos, isto é, podem-se estudar geometrias não euclidianas e comparar sistemas diferentes (LINDQUIST; SHULTE, 1994).

O próprio Van Hiele se interessava particularmente pelos três primeiros níveis e afirmou que os dois últimos níveis fossem mais voltados para outras áreas, como matemática avançada, economia e química.

Além dos níveis que atendem ao modelo de compreensão da Geometria, Van Hielle apresenta algumas generalidades que caracterizam esse modelo. Essas generalidades são de bastante relevância para a educação básica e podem ser associadas à construção do Desenho Geométrico como processo de ensino e aprendizagem.

As Generalidades são cinco: Sequencial, Avanço, Intrínseco e Extrínseco, Linguística e Combinação inadequada. A *Sequencial* afirma que o desenvolvimento em alguma área só ocorre através da prática sucessiva de alguma atividade, ou seja, para sair de um nível para o outro é preciso dominar o nível anterior.

Relacionado ao Desenho, é possível afirmar que o aluno que tem uma prática sucessiva da construção de uma determinada figura, consegue ter uma associação melhor das propriedades que compõe essa figura. O avanço só ocorre quando o aluno consegue relacionar o que ele está usando dentro de seu estudo. Lindquist e Shulte (1994) afirma que, exemplos da Geometria incluem a memorização de fórmulas de áreas ou relações como "um quadrado é um retângulo". Em situações como essas, o que ocorre é que a essência do assunto é reduzida a um nível inferior e não há compreensão.

Comparando com o Desenho, esse avanço só ocorre quando o aluno consegue perceber qual o objetivo relacionado a construção que ele está fazendo, como já foi citado, se o desenho está sendo feito de forma aleatória e sem exploração alguma, aquela prática não terá tanto sentido para ele.

É possível perceber que, relacionado aos níveis de compreensão da geometria, quando aprendemos algo num determinado nível, o objeto de estudo desse nível passa ser o mesmo do posterior. Ou seja, se no nível I, aprendemos a reconhecer os tipos de quadriláteros, no nível II, vamos aprender agora as propriedades de cada um deles. Da mesma forma do nível II para o Nível III.

Cada nível vem acompanhado de um determinado símbolo linguístico, e o educador tem que saber relacionar esses símbolos, ou seja, o que foi falado em um determinado nível pode ser reformulado no próximo, de maneira a acrescentar algo que no nível anterior não cabia, esse processo está relacionado à Linguística.

E por fim, temos a Combinação inadequada, onde afirma que para o aluno venha avançar, eles têm que está no mesmo nível do curso que lhe está sendo ofertado. Relacionado ás construções Geométricas, para que os alunos consigam atender ao objetivo do professor, ele precisa ter passado pelas suas respectivas fases sem pular nenhuma, ou seja, não é viável um aluno aprender a construir polígonos regulares se ele não sabe traçar uma reta mediatriz, utilizando os materiais de desenhos.

3 O USO DOS RECURSOS DIDÁTICOS PARA CONSTRUÇÃO DOS DESENHOS GEOMÉTRICOS

Sabe-se que com o passar dos tempos o mundo foi evoluindo, foram surgindo às novas tecnologias e o acesso à mesma tornou-se mais fácil para todos, tudo hoje é voltado à tecnologia e o uso dela como ferramenta didática na sala de aula é de extrema importância no processo de ensino e aprendizagem. Com isso, é necessário saber utiliza-la como uma forma de personificação de ensino sempre que possível, com o intuito de se esquivar um pouco das aulas tradicionais.

Neste capítulo iremos apresentar os recursos didáticos que serão utilizados para a realização desse trabalho, começando pelos materiais de desenhos e finalizando com o recurso tecnológico, enfatizando sua importância para o ensino e de que forma eles podem ser utilizados, de maneira a contribuir para o ensino e aprendizagem dos alunos.

3.1 OBJETIVOS RELACIONADOS: INSTRUMENTOS UTILIZADOS PARA A EXECUÇÃO E VERIFICAÇÃO DOS DESENHOS

A realização do Desenho Geométrico ocorre a partir do manuseio de alguns instrumentos didáticos, existem construções que se limitam a materiais específicos, outras tem uma abertura maior com relação a esses materiais, podendo ser construídas de várias formas diferentes.

A utilização de ferramentas didáticas na sala de aula tem um fundamento significante na construção de conhecimento dos alunos. Fiscarelli (2007) afirma que o conjunto de saberes, valores e significados construídos em torno de um objeto é que o faz tornar-se útil ao processo de ensino-aprendizagem, transformando-o em um material didático, e que esses saberes criam "regimes de verdade" dominantes, capazes de orientar nossa visão e pensamento sobre "como" ensinar.

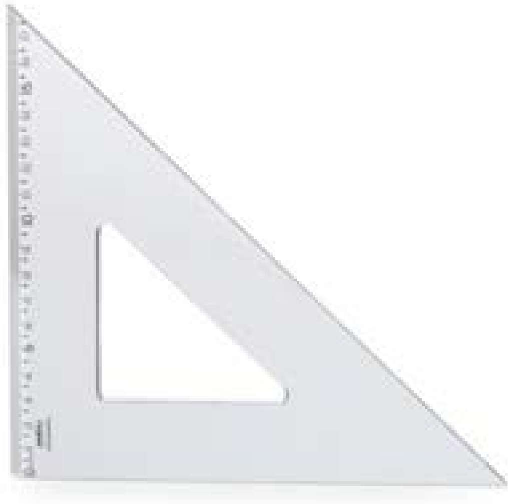
Os materiais de desenho que iremos utilizar para construção dessa pesquisa são: Esquadro de 60° e de 45°, Transferidor de 180° e 360°, Régua e Compasso. Esses materiais são de grande importância para a realização das construções dos alunos, por isso é necessário conhecer um pouco sobre cada um deles.

Os Esquadros de 60° e 45° possuem formatos de triângulos retângulos e são utilizados como instrumentos de medições. Por serem triângulos retos, os dois ângulos são agudos complementares, ou seja, a soma deles formam ângulos de 90°. Se tratando do Esquadro mais pontudo, dizemos que ele é de 60°, pois ele é um triângulo reto em que seus ângulos obtusos são 60° e 30°, da mesma forma o Esquadro de 45°, seus ângulos agudos são os dois 45°, representando um triangulo isósceles.

Figura 1 – Esquadro 30° – 60°

Fonte: Google (2023).

Figura 2 – Esquadro 45°



Fonte: Google (2023).

O Esquadro é muito utilizado na construção dos Desenhos Geométricos como por exemplo, construção de retas paralelas, perpendiculares, sem contar que por ser um instrumento medidor, pode ser manuseado para medir ou determinar a medida de algum comprimento. Ele também serve de auxiliar para muitas construções.

O próximo material é o transferidor de 180° e 360°. O Transferidor é uma régua específica para medir ou construir ângulos, é um material que pode ser utilizado de diversas formas durante a aula de matemática, a depender do assunto que está sendo estudado. O Transferidor também pode ser utilizado como forma de exploração durante a aula de Geografia, quando trabalhado a questão da longitude e latitude, ou seja, não se restringe especificamente a disciplina de matemática.

O Transferidor é uma ferramenta relevante no para a construção de alguns desenhos, pois é com ele que teremos uma precisão maior do que está sendo feito, por exemplo, na construção de um triangulo retângulo, para sabermos se realmente obtivemos um esboço preciso do que está sendo construído, utilizamos um desses dois para conferir.

Figura 3 – Transferidor 180°

Fonte: Google (2023).

Figura 4 – Transferidor 360°

Fonte: Google (2023).

Em seguida, temos o Compasso que é um instrumento didático essencial para as construções de desenhos. Os compassos servem para traçar circunferências, arcos e linhas curvas, sem contar que também, ajudam para o transporte de medidas de uma figura. É possível construir diversos desenhos com o compasso, como por exemplo, polígonos regulares, retas paralelas e perpendiculares, circunferências, entre outros.

Figura 5 – Compasso

Fonte: Google (2023).

Geralmente, o compasso só é visto como um instrumento que auxilia na construção de circunferências, mesmo tenta outras funcionalidades na prática do Desenho Geométrico. Por esse motivo, é necessário o uso desse instrumento para outras construções, além do traçado de uma circunferência.

O último instrumento apresentado nesse capítulo, é talvez o mais conhecido e utilizado pelos alunos e professores, a Régua. Este objeto é um instrumento não só manuseado na sala de aula, mas também fora dela. Em Geometria é utilizado na medição de segmentos de reta e também no Desenho Geométrico, além de ser um ótimo auxiliar para as construções.

Figura 6 – Régua

Fonte: Google (2023).

É possível manipular a régua com esquadros e compassos nas atividades dos desenhos. Esses materiais são essenciais para prática do Desenho Geométrico, tornando-se importantes ferramentas didáticas para o ensino da Geometria. É importante ressaltar que essa régua é a graduada e serve apenas para medição e verificação, apesar de alguns alunos utilizar para traçar, no desenho não é o ideal, pois existe uma específica que serve para isso.

3.2 EXPLORANDO O GEOGEBRA: A TECNOLOGIA COMO RECURSO DIDÁTICO NA SALA DE AULA

Quando voltamos nosso olhar para sala de aula, é possível perceber alguns professores com práticas corriqueiras, deixando de lado o uso dos meios digitais como ferramenta didática na sala de aula. Maciel (2020) explica que, quando o assunto é implementação da tecnologia nas aulas, alguns profissionais ainda apresentam rejeição, isso pode decorrer pelo fato desses professores não terem esse suporte durante sua formação, sentindo-se assim, incapacitados de desenvolver tal trabalho.

Mesmo vivendo em uma era digital, onde a maioria, se não todos, os professores têm acesso à internet, sabemos que a incorporação da tecnologia na sala de aula não é algo tão simples, tendo em vista que precisamos de tempo para planejar o desenvolvimento da aula. Existem também professores que não se permitem aprender metodologias inovadoras, e isso acaba prejudicando, no processo de formação dos alunos que ficam presos na trivialidade do seu educador e não conseguem ter uma interpretação mais profunda sobre aquilo que ele está estudando, ou seja, aprendendo de forma mecânica.

Não é fácil a implantação da tecnologia nas aulas, como já foi falado, mas é necessário frisar que é importante adentrar no mundo tecnológico, mesmo que em passos lentos. Com o passar dos tempos nota-se que tudo vem evoluindo, por esse motivo o professor precisa está em processo de formação continuada, sempre pesquisando, para que venha está apto às mudanças e aprendendo metodologias pedagógicas com o intuito de oferecendo o melhor ensino para seu aluno.

É importante ressaltar que, tecnologia não é algo apenas voltado para o mundo digital. De acordo com Ramos (2012), é um conjunto de técnicas, métodos e processos específicos de uma ciência, ofício ou indústria. O uso dos materiais geométricos pode ser considerado um recurso didático tecnológico, uma vez que se torna um método facilitador que ajuda na compreensão do aluno, assim como o uso do aplicativo Geogebra. Deixando claro que, neste capítulo iremos enfatizar a tecnologia voltada para softwares ou aplicativos.

A tecnologia digital oferece ao educador um leque de possibilidades de manusea-la, existem diversas maneiras de explorar conteúdos durante a aula. Se tratando especificamente de ensino de matemática, sites como <www.phet.colorado.edu>, <www.geogebra.org>, <www.scratch.mit.edu>, <https://pt.mathigon.org/>[1] ferecem muitas possibilidades de serem explorados em sala de aula. Além desses sites existem alguns livros que são interessantes com o Educação matemática e tecnologia e o uso da tecnologia de ensino de matemática, onde oferecem possibilidades de trabalhar conteúdos por meio de aplicativos digitais.

Trabalhos realizados por Borba e Penteado (2019), afirma que o professor tem sido peça chave para o processo da inserção da tecnologia na sala de aula. Mesmo com todos os desafios que podem ser enfrentados pelos educadores é preciso se esquivar das inseguranças e medos, como afirma ARAÚJO (2005) não devemos olhar para esses desafios como barreiras que devem ser evitadas, mas sim, como uma gama de possibilidades educacionais.

Com isso, é importante conhecer e praticar esses ambientes virtuais para que, quando necessário usar como forma de aprendizagem significativa, destacando que o manuseio desses instrumentos precisa está relacionado com o que o professor está ou ainda vai explorar em sala de aula. Neste mesmo pensamento, Maciel (2020) afirma que:

> Ao implementar o uso da tecnologia no ambiente educacional, deve-se conhecê-la e utilizá-la como instrumento auxiliar, de forma que acrescente o conhecimento, tornando-a uma ferramenta que agregue informações e não seja somente algo novo e sem fundamento (MACIEL, 2020, p, 19).

Não adianta apenas ter a tecnologia, é preciso saber se ela está sendo utilizada de forma correta. Ter acesso a sites, aplicativos, materiais que possibilitam ser usados durante a aula e não saber como manusea-los, não adianta de nada. Todo material usado no processo de aprendizagem precisa ter um significado para o aprendiz, de forma que ela consiga entender e relacionar o objetivo do estudo.

Como já mencionado anteriormente, o Geogebra é um software de grande importância para a construção desse trabalho. Por isso, é necessário falar com pouco dele e deixar explícito algumas partes do sistema matemático que iremos utilizar[2]. Deixando claro que,

[1] Mathigon – The Mathematical Playground

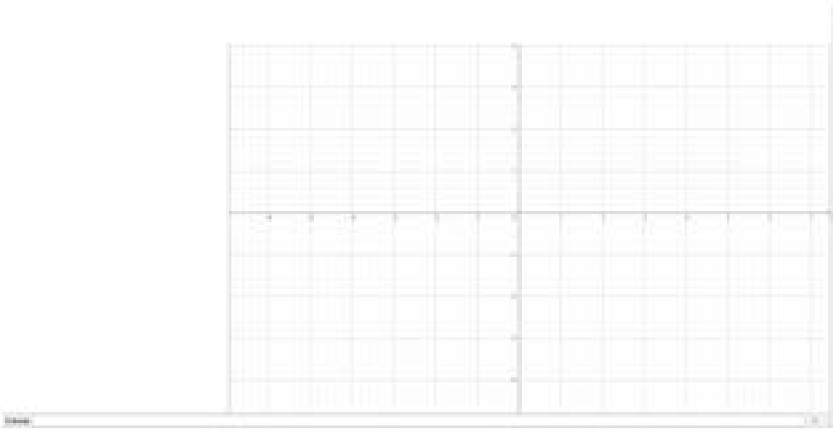
[2] Deixo como indicação para aprofundamento do software GeoGebra o livro "Aprendendo Matemática com o GeoGebra" de Luiz Cláudio Lopes e José Cássio Costa.

por ele ser uma ferramenta tecnológica de ampla exploração, não é possível ver tudo que ele oferece.

Essa ferramenta digital é um software matemático de fácil acesso, disponível na internet e em aplicativos de forma gratuita que apresenta uma grande contribuição para o ensino da matemática, pois tem como objetivo auxiliar nas aulas de diversas maneiras diferente, algumas delas é relacionado á aritmética, álgebra e geometria. O GeoGebra foi criado no ano de 2001 pelo americano Markus Hohenwarter em sua tese de doutorado, atualmente é usado em 190 países e é disponibilizado em vários idiomas (MACIEL, 2020).

A versão do Geogebra que será utilizada no minicurso será o GeoGebra Clássico 5, que ao abrir apresenta a seguinte visualização:

Figura 7 – Janela de visualização do Geogebra



Fonte: Produção própria (2023).

Na imagem, é possível perceber que o software dispõe da barra de ferramentas e do campo de entrada, que da a opção de acessar as funções que deseja por esses dois caminhos. Como o GeoGebra servirá apenas como um auxiliar para construção de desenhos, será manuseado apenas a barra de ferramentas para as construções, deixando claro que nada impede de utilizar o campo de entrada.

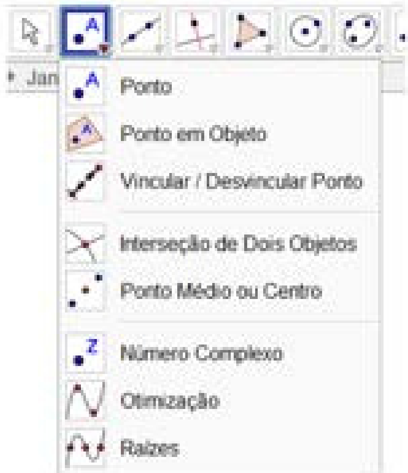
Figura 8 – Barra de Ferramentas do GeoGebra

Fonte: Produção própria (2023).

Com isso, serão explanadas de maneira objetiva algumas das ferramentas que vão ser utilizadas no andamento do minicurso e em que construção cada um delas será utilizada.

É possível explorar bastante objeto no campo de entrada, como por exemplo: adicionar um ponto de coordenada no plano cartesiano, colocar um ponto de intersecção entre duas retas, adicionar um ponto médio, essas e outras opções será encontrada na segunda ferramenta (Figura 9), que será relacionada apenas a pontos.

Figura 9 – Barra de Ferramentas 2 do GeoGebra

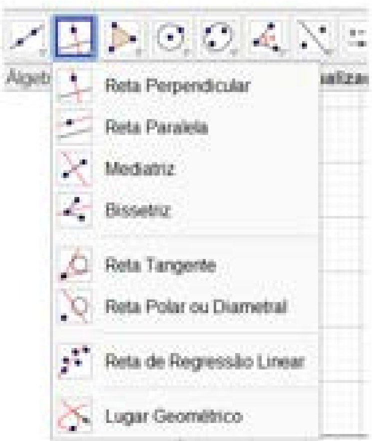


Fonte: Produção própria (2023).

Além disso, temos a ferramenta 3 e 4, relacionadas apenas a retas. Nelas podemos adicionar retas perpendiculares, retas paralelas, mediatrizes, segmentos de retas, entre outras opções.

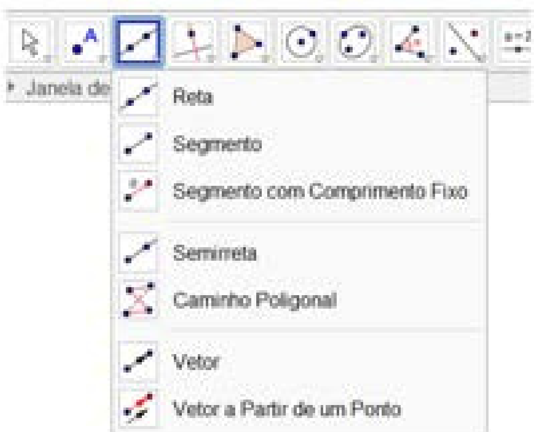
Esses três campos irão da um auxílio para a construção do quadrado, quando, for preciso adicionar suas diagonais, utilizando segmentos de retas, ou caso necessário selecionar um ponto de interseção de dois objetos, obtendo o ponto de intersecção das duas diagonais. Na construção do teorema de Pitágoras é possível utilizar retas perpendiculares para a construção do triangulo retângulo, a do teorema de tales, que irá precisar de retas paralelas cortadas por um transversal, além das demais construções.

Figura 10 – Barra de Ferramentas 3 do GeoGebra



Fonte: Produção própria (2023).

Figura 11 – Barra de Ferramentas 4 do GeoGebra



Fonte: Produção própria (2023).

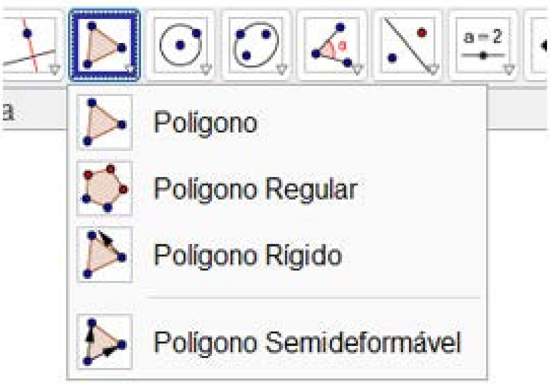
Esses três campos irão da um auxílio para a construção do quadrado, quando, for preciso adicionar suas diagonais, utilizando segmentos de retas, ou caso necessário selecionar um ponto de interseção de dois objetos, obtendo o ponto de intersecção das duas diagonais. Na construção do teorema de Pitágoras é possível utilizar retas perpendiculares para a construção do triangulo retângulo, a do teorema de tales, que irá precisar de retas paralelas cortadas por um transversal, além das demais construções.

Dando continuidade, na quinta ferramenta temos a opção de adicionar polígonos na Janela de visualização. Durante o minicurso iremos utilizar essa ferramenta para a construção do quadrado, na opção de polígono regular, além do pentágono ou hexágono.

A sexta ferramenta de visualização apresenta as opções de adicionar círculos como: Círculo dados: Centro e um de seus pontos (selecionando essa opção, o circulo poderá ser regulado aumentando ou diminuindo seu raio), Círculo: Centro e Raio (O raio da circunferência fica fixo, depois de selecionado), Arcos, semicírculos, entre outras alternativas.

Essa ferramenta auxiliará na construção do teorema de Pitágoras com semicírculo referente aos catetos e a hipotenusa. Somado a isso, irá servir de suporte para a construção da média geométrica, polígonos regulares, como triângulo equilátero, pentágono e assim por diante. Deixando claro que em uma construção podemos utilizar varias ferramentas.

Figura 12 – Barra de Ferramentas 5 do GeoGebra



Fonte: Produção própria (2023).

Figura 13 – Barra de Ferramentas 6 do GeoGebra

Fonte: Produção própria (2023).

As próximas ferramentas, que serão manipuladas durante o minicurso é a ferramenta 8 e 10. Na oitava ferramenta temos a opção de criar controle deslizante, adicionar textos (Além do texto, a ferramenta da a opção de adicionar equações, raízes, potencias, frações, entre outras alternativas), inserir imagens, entre outras. Para o minicurso, iremos utilizar dessa ferramenta a janela de texto (Figura 14).

Essa janela dará um suporte para a construção do teorema de tales, associado ao desenho da divisão proporcional, para adicionar as razões de cada uma dessas divisões e adicionar algum texto, caso necessário. Será usado também no teorema de Pitágoras, para adicionar a relação do quadrado da hipotenusa ser igual à soma do quadrado dos catetos. Essa ferramenta serve para essas e outras construções que irão auxiliar durante o minicurso, com o intuito de mostrar algumas possibilidades de utilizar o software GeoGebra como ferramenta auxiliar para a construções de desenhos geométricos.

E por fim, temos a ferramenta 10, com as opções trabalhar com ângulos, distancias, áreas e outros. Como exploração, é possível utilizar durante o minicurso a verificação dos ângulos internos de um quadrado, ou até mesmo a relação dos ângulos colaterais, ângulos correspondentes e ângulos alternos e internos, com a construção das retas paralelas cortadas por uma transversal.

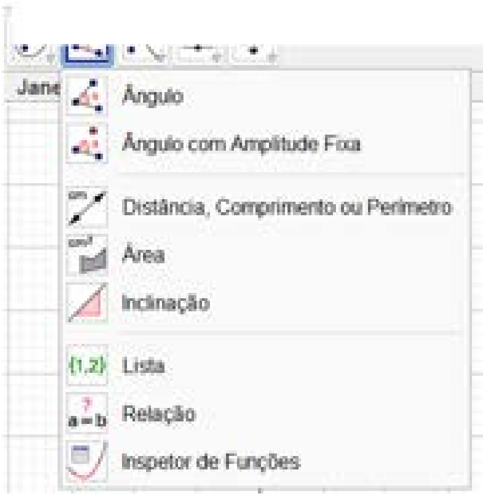
Figura 14 – Caixa de texto do GeoGebra

Fonte: Produção própria (2023).

Figura 15 – Barra de Ferramentas 8 do GeoGebra

Fonte: Produção própria (2023).

Figura 16 – Barra de Ferramentas 10 do GeoGebra



Fonte: Produção própria (2023).

4 A JORNADA METODOLÓGICA

O desenvolvimento desse trabalho ocorreu a partir da leitura de alguns materiais referentes à relevância da utilização do Desenho Geométrico nas aulas de matemática com o auxílio da plataforma digital, o GeoGebra, como foi citado nos capítulos anteriores. Por esse motivo, a partir da leitura acerca do tema e da aplicação do minicurso, será analisada a importância dessas construções para a aprendizagem matemática.

Diante deste contexto, esta pesquisa é de abordagem qualitativa, tendo em vista, que ao final das construções com os alunos, as atividades foram recolhidas e analisadas para que a partir delas, haja uma discussão do que foi feito. Partindo desse mesmo pensamento Gil (2002) informa que:

> Entre os vários itens de natureza metodológica, o que apresenta maior carência de sistematização é o referente à análise e interpretação dos dados. Como o estudo de caso vale-se de procedimentos de coleta de dados os mais variados, o processo de análise e interpretação pode, naturalmente, envolver diferentes modelos de análise. Todavia, é natural admitir que a análise dos dados seja de natureza predominantemente qualitativa (Gil, 2020, p, 141).

Para a análise da cada Desenho, será entregue uma apostila com o passo a passo de cada uma das construções que serão feitas, seguidas de algumas atividades relacionadas. No transcorrer de cada construção foram realizados os mesmos questionamentos, que são: "quais séries são possíveis fazer essas construções com os alunos" e "o que explorar de acordo com cada série, de forma a utilizar o Software GeoGebra como ferramenta de apoio".

Durante a coleta de dados foi observado como os alunos estudantes da graduação reagiram diante das relações de cada construção com os respectivos assuntos que podem ser relacionados, como se saíram diante das construções de cada Desenho e o procedimento de cada um durante a apresentação das construções. Será observado a relação de cada um deles com o software GeoGebra e se eles têm ou não relação com o aplicativo.

Para o acontecimento do minicurso, foi elaborada uma apresentação no aplicativo Canva, iniciando com uma parte teórica e posterior seguindo com o passo das construções de cada desenho. O minicurso ocorreu com uma construção minha e em seguida uma construção dos participantes, para que fosse alcançado o máximo do objetivo que se esperava alcançar desse trabalho.

Sendo assim, o próximo tópico será descrito como funcionará o andamento do minicurso, mostrando o passo a passo de como foi elaborada cada construção e explicando a forma que será abordada cada uma delas.

4.1 DESCRIÇÃO DO MINICURSO

Como já foi citado, houve algumas dificuldades para ser ministrado o minicurso. No primeiro momento, o material foi construído para o acontecimento de dois dias, porém não foi possível pelo fato da ausência dos participantes, que declararam presença através um questionário de inscrição feita com o intuito de ter um norte sobre a quantidade de participantes que iriam está presente.

Com o material já pronto (APÊNDICE A), foi decidido ministrar o minicurso no turno da noite na disciplina de desenho do curso de licenciatura em matemática do Instituto Federal da Paraíba, em duas sextas feiras, tendo cada encontro cerca de uma hora e quarenta minutos de duração.

As construções que foram selecionadas são uma pequena parte de diversas outras que podem ser exploradas em sala de aula, todavia houve a necessidade de escolher um número reduzido para serem analisadas e discutidas no decorrer do trabalho. Alguns materiais foram necessários para a ocorrência do minicurso, o kit de construção geométrica para professor que é composto pelo esquadro de 60°, esquadro de 45°, transferidor de 180°, régua e compasso (Figura 17), como já foi apresentado no capítulo anterior, juntamente com as ferramentas que auxiliam a escrita do professor no quadro, como piloto e apagador

Figura 17 – Kit geométrico.

Fonte: Google (2023).

Além disso, foi disponibilizada uma apostila com o passo a passo das construções que foram feitas, já com questões selecionados para os alunos exercitarem. Todas as demonstrações serão feitas utilizando materiais de desenhos geométricos com o auxílio do software Geogebra. Com isso, vamos para a descrição do primeiro dia do minicurso.

Para o primeiro momento será feita uma apresentação e em seguida algumas indagações que irão contribuir para o trabalho. Depois disso, iremos para a primeira atividade a ser praticada, a ***construção de um quadrado***. Iniciarei mostrando o passo a passo da construção, utilizando a régua e o esquadro como material de apoio, em seguida será feita a mesma construção com o apoio do GeoGebra. Depois disso, será proposto para os participantes o seguinte exercício:

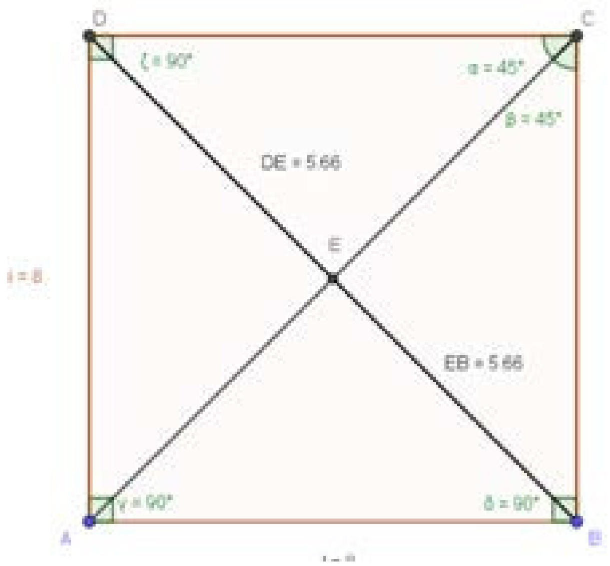
- *Construa um quadrado de lado medindo 6cm e a partir dessa construção trace a circunferência inscrita e circunscrita a esse quadrado.*

No decorrer da atividade serão discutidas algumas informações que podem ser investigadas a partir dessa construção, como por exemplo: verificar com o auxílio de um transferidor que as diagonais de um quadrado são bissetrizes dos ângulos internos, notar que as diagonais são perpendiculares entre si, observar que os ângulos opostos são suplementares e que o diâmetro de uma circunferência circunscrita a um quadrado, é a medida do lado desse quadrado.

É possível perceber que podemos explorar todas as propriedades de um quadrado, além de outros tópicos relacionados à geometria. Posterior ao uso dos materiais de desenho será utilizado o software GeoGebra como ferramenta de apoio para solidar o trabalho que foi exercido pelos estudantes.

Na Figura 18, é possível perceber de forma explícita algumas propriedades de um quadrado, deixando claro que esse quadrado não está fixado, ou seja, pode ser expandido ou reduzido, mostrando que, as propriedades continuam válidas independentes da medida do lado do quadrado. Essa é uma das maneiras de como podemos utilizar o software como suporte para a primeira atividade realizada.

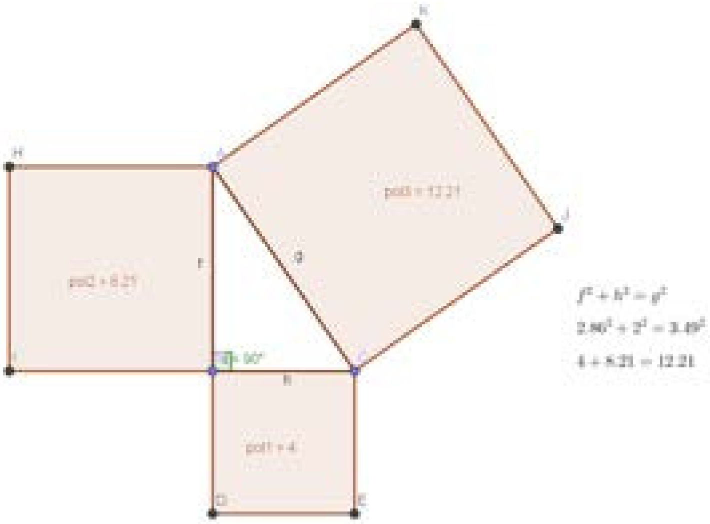
Figura 18 – Quadrado.



Fonte: Produção própria (2023).

A próxima execução está associada à construção na qual finalizamos, ***o triangulo pitagórico***. Para essa construção precisaremos de um esquadro ou régua e do compasso. Inicialmente será desenhado um triângulo retângulo e os quadrados com lados medindo os respectivos lados do triângulo com o intuito de demonstrar o Teorema de Pitágoras.

Figura 19 – Teorema de Pitágoras (Quadrado)



Fonte: Produção própria (2023).

Depois disso será mostrada a mesma construção utilizando o software Geogebra, saindo de um exemplo específico, que é o desenho realizado, para uma generalização, como mostra a Figura 19.

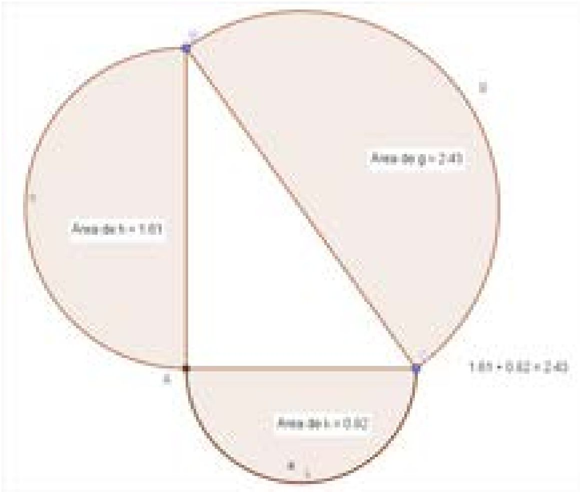
Essa generalização ocorre pela movimentação do vértice do triângulo. Alterando os lados do triangulo, consequentemente irá alterar os lados do quadrado e sua respectiva área. Contudo, como o triangulo continua sendo retângulo, o teorema de Pitágoras segue sendo válido. Depois dessa conversa, será proposta para os participantes o seguinte exercício:

- *Faça a construção de um triângulo retângulo trace semicírculos referentes a cada lado do triângulo e mostre que o teorema de Pitágoras também serve para os semicírculos.*

Essa construção irá permitir que os integrantes percebam que o teorema de Pitágoras serve tanto para o quadrado com lados correspondentes aos lados do triangulo, como para semicírculos. Feito isso será discutido quais assuntos podemos abordar essa construção e as possíveis séries que pode ser desenvolvido esse trabalho.

Depois do desenvolvimento da atividade, será mostrada com o auxílio do Geogebra que essa relação é verdadeira para quaisquer triângulos, como mostra a Figura 20. Lembrando que o lado do triângulo coincide com o diâmetro do semicírculo associado a esse lado.

Figura 20 – Teorema de Pitágoras (Semicírculo)



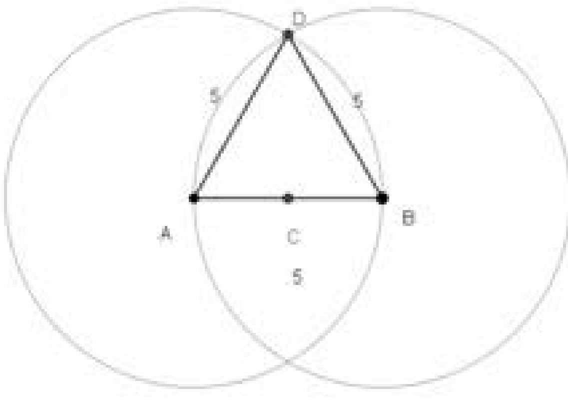
Fonte: Produção própria (2023).

O cálculo da área do semicírculo ocorre através da seguinte fórmula $A = \dfrac{\pi r^2}{2}$, tendo em vista que o semicírculo se trata da metade de um círculo. Com isso, para mostrar que essa relação é verdadeira, basta calcular a área dos semicírculos que tem seus diâmetros correspondentes aos dois catetos, somar e verificar que será igual à área do semicírculo que tem seu diâmetro referente ao lado da hipotenusa.

A próxima construção será de uma triangulo equilátero e os materiais necessários são régua ou esquadro e o compasso. A construção de um triângulo equilátero é simples e que pode ser feita tranquilamente com os alunos em sala, a depender do conteúdo que o professor está abordando.

Por conseguinte, será mostrado esse passo a passo no Geogebra, como ferramenta de apoio da construção, fazendo uma ilustração (Figura 21) do desenho com o auxílio do software.

Figura 21 – Triângulo equilátero



Fonte: Produção própria (2023).

- *Construir um triângulo equilátero de medida l, e a partir dele traçar a circunferência inscrita e circunscrita a esse triângulo.*

- *Determine um segmento de reta AB e a partir dele construa um* ***pentágono regular*** *com à medida que desejar e interno a esse pentágono desenhe um* ***quadrado*** *e um* ***triângulo equilátero****, ambos com lado em AB.*

Será comentado no decorrer das atividades, como é possível realizar a construção de todos os quadriláteros partindo da mesma ideia da construção de um triangulo e pentágono regular, deixando como exercício proposto para os alunos. Com a finalização dessas construções, será apresentado como explorar cada uma delas utilizando o Geogebra, assim como feita nas demais. Vale ressaltar que essas construções nesse Software servem de apoio para o desenvolvimento do desenho geométrico.

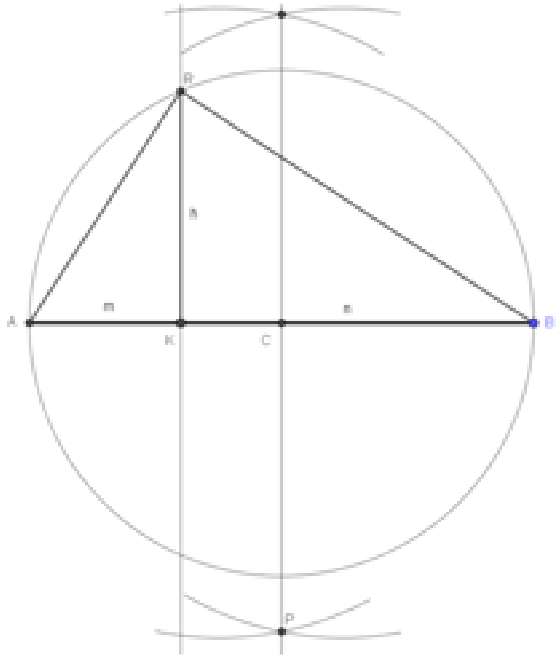
O desenvolvimento desses polígonos dará abertura para a visão dos participantes mediante aos assuntos que podem ser realizadas essas construções, quais séries são possíveis e as possibilidades e impossibilidades da realização desses desenhos mediante a realidade de cada um como professor ou até mesmo tomando sua experiência como estudante. Tudo isso será comentado no tópico 2.2 desse capítulo.

Para o segundo encontro, será iniciado o minicurso com a construção da **Média Geométrica**, onde os materiais que serão necessários são régua e compasso. Essa construção foi escolhida pelo fato desse conteúdo em específico não ser tão valorizado por alguns professores, com isso, é importante trazer essa possibilidade de ensino que aborda não só a ideia de média geométrica como também outros conteúdos que são de extrema importância para o conhecimento dos alunos.

No primeiro momento, mostrarei aos alunos como é feita essa construção especificando cada passo do desenho, onde serão comentados os assuntos que estão associados a essa construção, como por exemplo, relações métricas no triângulo retângulo e quais séries específicas são possíveis trabalhar isso com os alunos da escola básica. Além disso, serão levantadas algumas indagações como, quais as dificuldades e desafios que podem ocorrer no desenvolvimento da atividade.

Em seguida, iremos utilizar o Geogebra para abordar o procedimento que havia sido feito com os materiais de desenho. Essa mesma montagem pode ser realizada no software com os passos similares, como forma de demonstrar de maneira diferente a mesma construção. Na imagem abaixo, é provável notar o passo final, onde o sistema irá exibir a distância $RC = h$, medida que fará referencia a média Geométrica entre m e n, para quaisquer valores reais.

Figura 22 – Média geométrica.



Fonte: Produção própria (2023).

Depois da exploração no Geogebra, será atribuído aos alunos o exercício abaixo para que eles coloquem em prática o que foi explicado antes. As medidas atribuídas foram decimais, com o intuito de eles perceberem que essa construção serve com qualquer valor real.

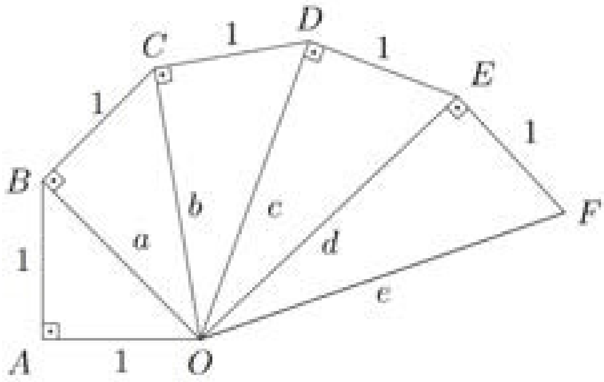
- Determinar graficamente o valor aproximado da média geométrica entre $5,3$ e $3,8$.

Dando sequência ao minicurso, a próxima atividade será a **construção de um espiral** que tem por finalidade trabalhar os assuntos que envolvem números irracionais e teorema de Pitágoras, com isso, iniciarei mostrando os passos dessa construção com o suporte dos materiais de desenho, régua e compasso.

Essa construção apresenta uma enorme significância na aprendizagem, pois exige do aluno seus conhecimentos prévios, além do raciocínio lógico, para que eles percebam que dado um triângulo retângulo isósceles com catetos medindo l, a hipotenusa referente ao primeiro triângulo será $l\sqrt{2}$, referente ao segundo $l\sqrt{3}$, referente ao terceiro $l\sqrt{4}$ e assim segue de forma sucessiva.

Ao finalizar, retornarei ao Geogebra e lá farei o mesmo procedimento para a estruturação do espiral, apresentando uma maneira diferente da realização dessa construção.

Figura 23 – Espiral.



Fonte: Produção própria (2023).

Associado a esse desenho, foram colocados dois exercícios na apostila, um para os alunos realizarem na hora e o outro como desafio para fazer posterior, devido ao tempo mínimo do minicurso. Os exercícios são:

- *Dado um segmento a, obter o segmento* $a\sqrt{5}$.

- *Calcule graficamente o valor aproximado de* $\sqrt{82^2 - 63^2}$.

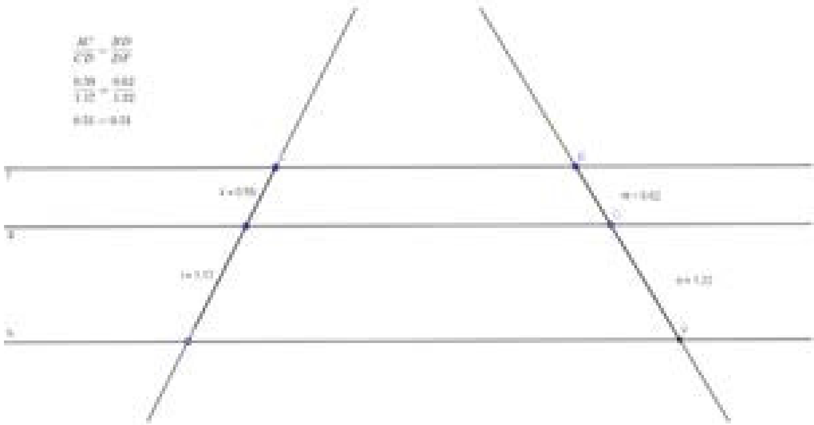
Por fim, temos a última construção a ser realizada que é a dos **segmentos proporcionais**. Na realização desse desenho estão relacionados assuntos como razão, proporção e teorema de tales, objetos matemáticos muito importantes para resolver diversos problemas, contudo para o desenvolvimento os materiais necessários são esquadros e compasso.

Assim como todas as outras construções, iniciarei detalhando o passo a passo do desenho, dando abertura para que os participantes possam fazer perguntas ou tirar dúvidas, caso exista. Decorrente disso será utilizado o programa Geogebra para a execução de construções associadas ao que fora feito na lousa.

No aplicativo será focada a construção de três retas paralelas cortadas por duas transversais, que dará abertura para os demais assuntos relacionados como razão e proporção, associando a ideias e conversas que estão relacionadas tanto a construção com materiais de desenho, como com o auxílio do Geogebra.

A imagem a seguir apresenta a construção já feita do que será feito durante o minicurso. Além das retas paralelas e das transversais é possível verificar a caixa de texto ao lado que exibe a ideia de proporcionalidade derivada do teorema de tales.

Figura 24 – Segmentos proporcionais.



Fonte: Produção própria (2023).

A partir disso, iremos fazer uma exploração no software movimentando essas retas paralelas e transversais, verificando que independente do ângulo que as retas transversais estejam, a relação de proporcionalidade sempre irá existir. Em seguida, será atribuída aos participantes a seguinte atividade:

- *São dados um segmento* $\overline{AB} = 87\ mm$ *e os segmentos* $\overline{AC} = 15\ mm$, $\overline{CD} = 20\ mm$ *e* $\overline{DE} = 23\ mm$. *Divida o segmento* AB *em segmentos proporcionais a* AC, CD *e* DE.

A apostila do minicurso está disposta com duas perguntas seguidas de cada construção, para que o aluno tenha a opção de escrever o que ele acha caso não queira se expressar através da fala. As perguntas objetivas foram:

1. Quais séries são possíveis fazer essa construção com os alunos?

2. O que explorar de acordo com cada série? é possível usar o Geogebra em todas?

Antes do término do minicurso, serão feitas perguntas arbitrárias para os participantes, além disso, serão analisados todos os desenhos que foram executados, para que no capítulo posterior possa ser comentado todas as dificuldades, desafios e falas que ocorreram no decorrer do encontro.

5 PROJETANDO O ANDAMENTO DO MINICURSO: UMA CONVERSA A SER EXPLORADA

Baseado na apostila que foi elaborada, foi aplicado um minicurso nos dias 11 e 18 do mês de agosto com o intuito de perceber quais as relações, facilidades e dificuldades que os alunos da disciplina de Desenho Geométrico obtiveram. O minicurso contou com a presença de onze participantes no primeiro dia e treze no segundo, sendo identificados por Participante 1, participante 2, participante 3, participante 4, participante 5, participante 6, participante 7, participante 8, participante 9, participante 10, participante 11, participante 12, e participante 13.

Foram separadas para os alunos sete construções e das sete, apenas cinco foram feitas. Por esse motivo, esse capítulo será divido em 5 seções para a análise de construção de cada participante. Os desenhos feitos foram:

I - **(Seção 1)** Construa um quadrado de lado medindo 6cm e a partir dessa construção trace a circunferência inscrita e circunscrita a esse quadrado

II - **(Seção 2)** Faça a construção de um triângulo retângulo trace semicírculos referentes a cada lado do triângulo e mostre que o teorema de Pitágoras também serve para os semicírculos.

III - **(Seção 3)** Construir um triângulo equilátero de medida l, e a partir dele traçar a circunferência inscrita e circunscrita a esse triângulo.

IV - **(Seção 4)** Determine um segmento de reta AB e a partir dele construa um pentágono regular com à medida que desejar e interno a esse pentágono desenhe um quadrado e um triângulo equilátero, ambos com lado em AB

V - **(Seção 5)** São dados um segmento $\overline{AB} = 87\ mm$ e os segmentos $\overline{AC} = 15\ mm$, $\overline{CD} = 20\ mm$ e $\overline{DE} = 23\ mm$. Divida o segmento AB em segmentos proporcionais a AC, CD e DE.

No primeiro dia, os alunos fizeram apenas a construção I e iniciaram a construção II, devido à apresentação que tomou um pouco de tempo e também pelo fato da aula não ter iniciado pontualmente. O minicurso havia sido programado e avisado ao professor da disciplina, porém ele acabou esquecendo-se de avisar aos alunos. Como eles não me conheciam e também não foram informados sobre o minicurso, percebi que eles ficaram mais na deles e participaram menos.

No segundo dia, observei que os alunos participaram mais e estavam mais dispostos nas construções, por esse motivo eles finalizaram a construção II, e no decorrer do minicurso conseguiram finalizar as construções III, IV e V. Alguns alunos tiveram uma desenvoltura melhor que outros, com relação à participação, desenho, entre outros fatores que contribuíram para a análise dessa pesquisa.

É importante ressaltar que, em todas as construções foi utilizado o software GeoGebra como ferramenta de apoio, de forma a contribuir para a visualização e entendimento dos alunos.

Antes de partir para as construções, o primeiro dia foi iniciado com uma apresentação introdutória explicando o objetivo da realização do minicurso, para isso foi preparado um slide com algumas informações iniciais, e em seguida foi feita a primeira construção, que foi a do quadrado. Com isso, vamos para a análise da primeira seção.

Figura 25 – Registro do Minicurso (Parte 1).

Fonte: Produção própria (2023).

SEÇÃO 1

Construa um quadrado de lado medindo 6cm e a partir dessa construção trace a circunferência inscrita e circunscrita a esse quadrado.

Foi iniciada a construção do quadrado com bastante calma, para que os onze participantes que estavam presentes conseguissem entender de forma elucidativa. Finalizada a construção do quadrado, foi questionado aos participantes se eles conseguiram entender o passo a passo das construções e eles responderam positivamente. Foi informado que em caso de dúvidas poderiam perguntar ou observar o passo a passo da construção na apostila.

Com o desenho na lousa, foi comunicado que a partir dele é possível construir a circunferência inscrita e circunscrita ao quadrado utilizando o compasso como material de apoio. Depois disso, antes de pedir que os participantes iniciassem a primeira construção, fiz as seguintes perguntas:

1. O que podemos explorar com os alunos a partir dessa construção?

2. Quais as séries apropriadas para a execução desse desenho?

Foi enfatizado que o objetivo dessas perguntas era para que eles conseguissem perceber que a prática do desenho na sala de aula tinha que fazer sentido para os alunos, de forma que eles pudessem, a partir dessa construção, enxergar algumas propriedades matemáticas que ali estavam presentes. Deixando claro que essa atividade não é recreativa, mas ajuda no processo de ensino e aprendizado dos alunos.

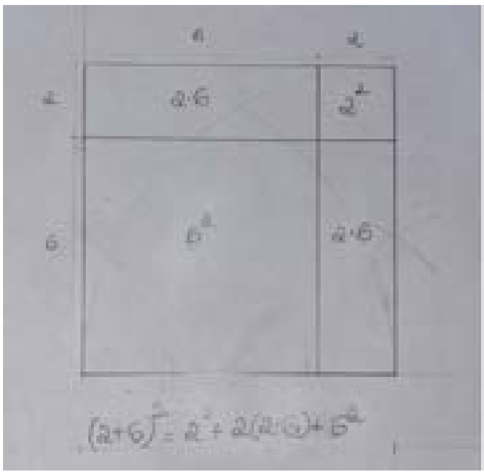
Dando continuidade, foi notório que alguns participantes sentiram um pouco de dificuldade de responder essas duas perguntas e outros já conseguiram ter uma facilidade de relacionar. Um dos participantes citou que a partir dessa construção podemos explorar a questão da área do quadrado, outro participante citou que podemos explorar a questão do perímetro do quadrado e da circunferência.

Notamos que a maioria dos alunos não respondeu, não sei se por timidez ou por dificuldade de conseguir visualizar essa relação. Depois de ouvir as respostas de alguns deles, foi destacado algumas coisas que podem ser exploradas diante dessa construção, como por exemplo: verificar as propriedades do quadrado, o diâmetro da circunferência circunscrita corresponde a diagonal do quadrado e o diâmetro da circunferência inscrita corresponde ao lado desse quadrado.

Além disso, uma das atividades que poderia ser feita com relação a fala do estudante sobre a exploração com áreas é que, é possível verificar que quando traçado as suas diagonais, o mesmo será dividido em quatro triângulos isósceles congruente e que a área desse triângulo multiplicado por 4, resultará na área do quadrado.

Somado a isso foi citada outra exploração que também poderia ser feita a partir dessa atividade, a do quadrado da soma de dois termos. Com a construção do quadrado feita, poderíamos dividir o quadrado em quatro quadriláteros, sendo dois deles quadrados de áreas diferentes e dois retângulos de áreas iguais. Como mostra a figura a Figura 26. Deixando claro que essa atividade não foi realizada, porém seria uma ótima sugestão de exploração com os alunos.

Figura 26 – Quadrado da soma.



Fonte: Produção própria (2023).

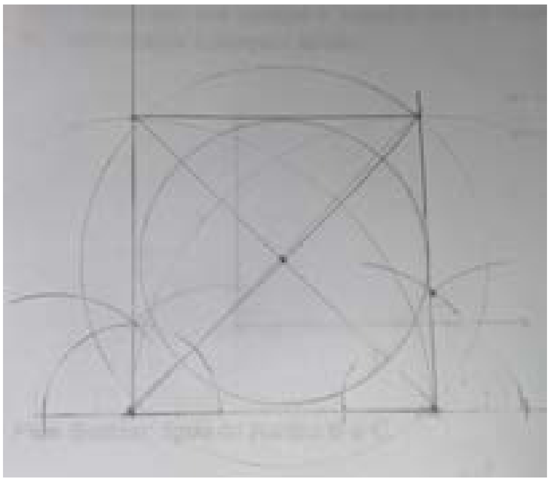
Foi perceptível como os alunos tiveram dificuldade de responder as duas perguntas que foram feitas, com relação aos tipos de explorações que podem ser feitas a partir da construção do quadrado e as séries que poderiam ser feitas essas construções. Finalizado o primeiro debate, foi iniciada a primeira atividade composta na apostila.

> *Construa um quadrado de lado medindo 6cm e a partir dessa construção trace a circunferência inscrita e circunscrita a esse quadrado e responda as seguintes perguntas:*

Alguns participantes tiveram mais habilidades que outros na primeira construção, pelo fato de terminarem em um intervalo menor de tempo. Os participantes 5, 9 e 11 foram os que tiveram mais dificuldade para a finalização da construção, por isso foi preciso um auxílio melhor para que as construções fossem finalizadas. Apesar de todo auxílio, os desenhos deles não ficaram tão preciso como deveria.

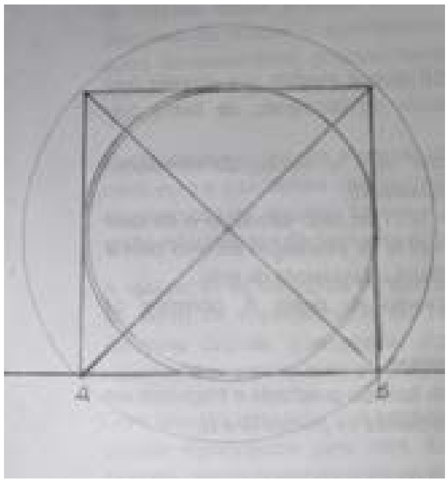
Observando a Figura 27, é possível notar que no desenho (**participante 5**) o lado do quadrado não tangenciou a circunferência circunscrita, a circunferência inscrita não interceptou todas as diagonais do quadrado, não teve a separação dos trações finos e os trações mais grossos. Da mesma forma ocorreu com o desenho da Figura 27 (**participante 11**).

Figura 27 – Construção do participante 5



Fonte: Produção própria (2023).

Figura 28 – Construção do participante 11

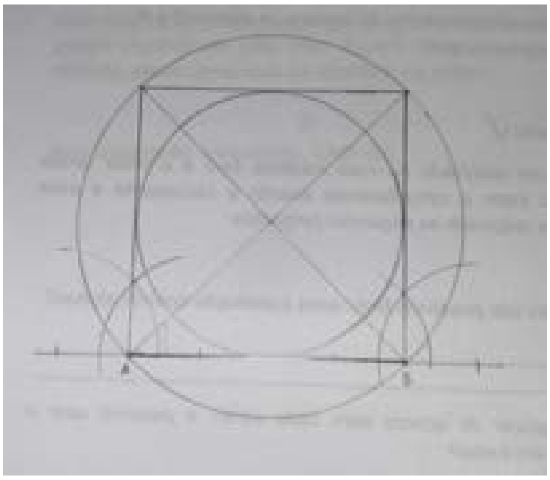


Fonte: Produção própria (2023).

O participante 11 mesmo apresentando algumas dificuldades conseguiu fazer um esboço mais considerável. Os desenhos dos participantes 1, 2, 3, 4, 6, 7,e 10, foram feitos mais rápido, porém alguns deles também obtiveram uma margem de erro, o participante 8 não quis concluir a primeira construção. Os melhores desenhos foram dos participantes 1 e 3, como mostram as Figuras 29 e 30, respectivamente.

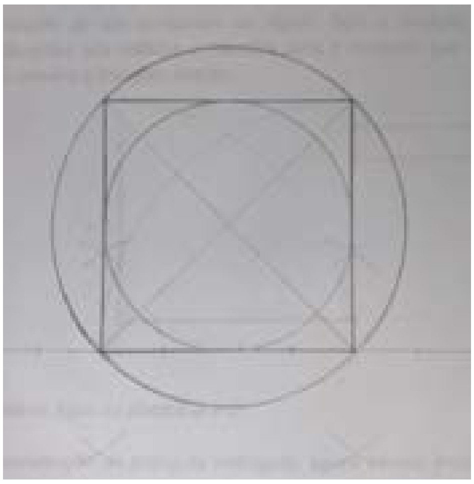
O participante 6, fez o desenho duas vezes, pois não se conformou com o primeiro que tinha feito. Na figura 30 é possível notar que o segundo desenho (da esquerda) ficou

Figura 29 – Construção do participante 1



Fonte: Produção própria (2023).

Figura 30 – Construção do participante 3

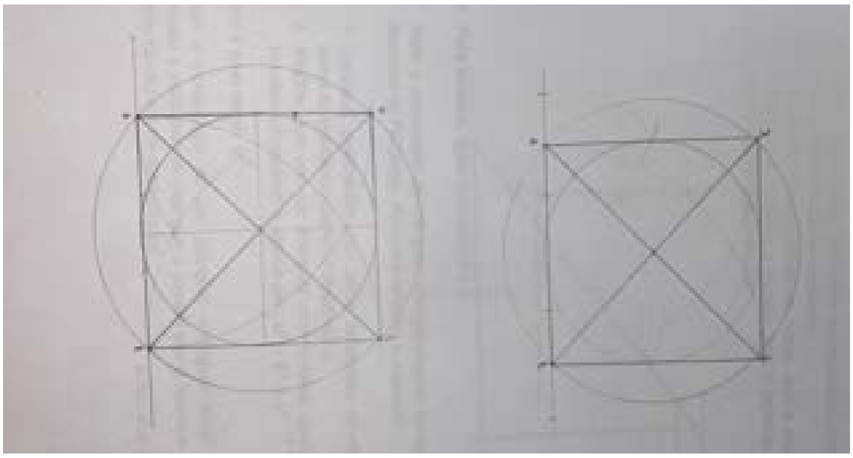


Fonte: Produção própria (2023).

mais preciso que o primeiro (da direita), levando em consideração que no primeiro a circunferência circunscrita não tocou em todos os vértices do quadrado e um dos lados do quadrado foi secante a circunferência inscrita. Essa situação mostra que a prática leva ao aperfeiçoamento, isso não só relacionado ao desenho como as propriedades que compõe ele.

Concluída a construção do quadrado, foi utilizado o software GeoGebra, para mostrar como essas propriedades do quadrado que foram exploradas a partir do Desenho poderiam ser exploradas na plataforma, ou seja, como ele poderia auxiliar nessa construção.

Figura 31 – Construção do participante 6.



Fonte: Produção própria (2023).

Essa associação pode ocorrer de diversas formas, por exemplo, durante a construção foi atribuído aos participantes que ao traçar as diagonais verificassem que elas são bissetrizes dos ângulos internos do quadrado com o auxílio do transferidor, e o mesmo procedimento foi feito utilizando o GeoGebra, ou seja, foi adicionado um quadrado, suas diagonais e em seguida os ângulos correspondentes a essas diagonais, mostrando que eles são congruentes.

Associando os níveis dos alunos com o modelo de Van Hiele, todos os participantes estavam no nível da visualização e análise, a prática do Desenho possibilitou que eles atribuíssem o terceiro nível que é o da dedução informal, uma prova disso, foi eles analisarem que a metade da diagonal de um quadrado corresponde ao raio da circunferência circunscrita ao quadrado.

SEÇÃO 2

> *Faça a construção de um triângulo retângulo trace semicírculos referentes a cada lado do triângulo e mostre que o teorema de Pitágoras também serve para os semicírculos.*

Foi iniciada a segunda construção, relacionada ao teorema de Pitágoras. Na lousa foi construído um triângulo retângulo e em seguida o desenho dos quadrados com lados correspondentes aos lados desse triângulo, como já havíamos feito à construção do quadrado, a explicação foi mais rápida. Feito isso, foram feitas as mesmas perguntas da construção anterior:

1. O que podemos explorar com os alunos a partir dessa construção?
2. Quais as séries apropriadas para a execução desse desenho?

Devido ao nome da construção ser bem direcionado ao assunto, os alunos se voltaram mais para a segunda pergunta, indicando a série que essa construção poderia ser feita, uns disseram 8° ano, outros 9° ano, alguns ainda ficaram em dúvida em que séries poderia ser abordada essa construção, mas o que me chamou mais atenção foi que ninguém citou que poderia ser feito no ensino médio. Com isso, enfatizei que essa construção poderia ser feita no ensino Fundamental e Médio, porém as explorações poderiam ser diferentes levando em consideração o nível de aprendizagem dos discentes.

Com a construção na lousa, foi esclarecido que podemos verificar que a soma das áreas dos quadrados com lados correspondentes aos catetos é igual a área do quadrado com lado relacionado à hipotenusa e em seguida utilizei o software GeoGebra para mostrar que essa relação funciona independente das medidas dos catetos e da hipotenusa, de forma que as medidas dos lados atendam a condição de existência de um triângulo.

Depois desse debate pedi para que os alunos executassem a segunda construção da apostila (**seção 2**):

> *Faça a construção de um triângulo retângulo trace semicírculos referentes a cada lado do triângulo e mostre que o teorema de Pitágoras também serve para os semicírculos.*

Os participantes já sabiam que o teorema de Pitágoras servia com os quadrados relacionados aos três lados do triângulo, agora eles iriam verificar, a partir da construção com os materiais de desenho, se essa relação vale com os semicírculos com diâmetros correspondentes aos lados do triângulo, ou seja, se a soma da área dos semicírculos com diâmetros correspondentes aos catetos é igual à área do semicírculo com diâmetro correspondente a hipotenusa.

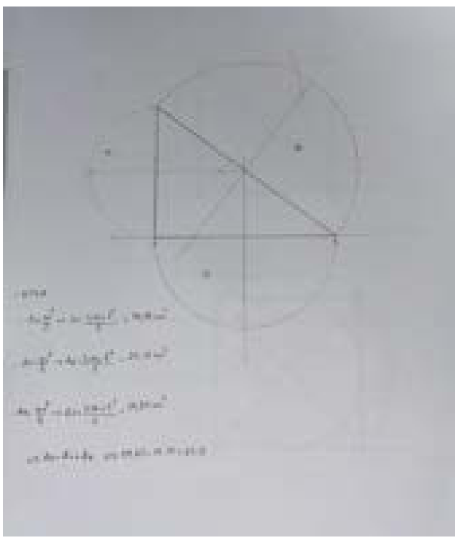
Notamos um entusiasmo por parte dos participantes relacionado a essa exploração, alguns deles enfatizaram que ficaram curiosos para saber se realmente funcionava, isso mostra como a execução desses desenhos contribui no processo de ensino e aprendizagem dos alunos, de maneira que eles consigam construir o conhecimento partindo da utilização dos materiais didáticos relacionados a Desenho Geométrico.

Antes de iniciar essa construção, foi mostrado aos alunos como poderíamos traçar um semicírculo com relação ao lado do triângulo com o próprio desenho que já estava na lousa. Depois disso, eles começaram as construções, porém não concluíram devido ao tempo que havia encerrado, foi perceptível a empolgação da maioria, pois ficaram chateados devido ao término da aula. Retornando na aula seguinte, eles deram continuidade à construção.

Durante a execução da atividade, foi informado que eles poderiam utilizar a calculadora para o adiantamento dos cálculos com o objetivo economizar tempo e como eles iriam calcular a área dos semicírculos, pedi que considerassem $\pi = 3,14$. Dos participantes que só vieram no segundo dia, apenas um (participante 12) quis fazer a construção 2. No segundo dia, a participante 8 não pode estar, por isso restaram a análise dos onze restantes.

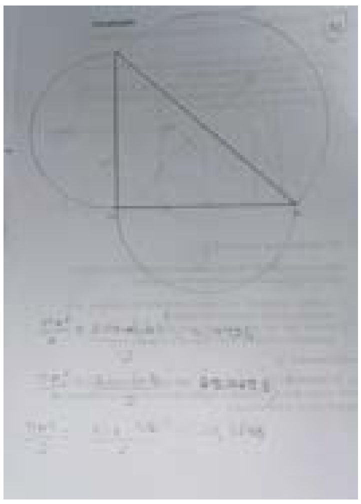
Das construções que foram executadas apenas quatro participantes conseguiram mostrar essa relação, que foram os participantes 2, 6, 10 e 12. Como mostram as Figuras 32, 33, 34 e 35, respectivamente.

Figura 32 – Construção do participante 2



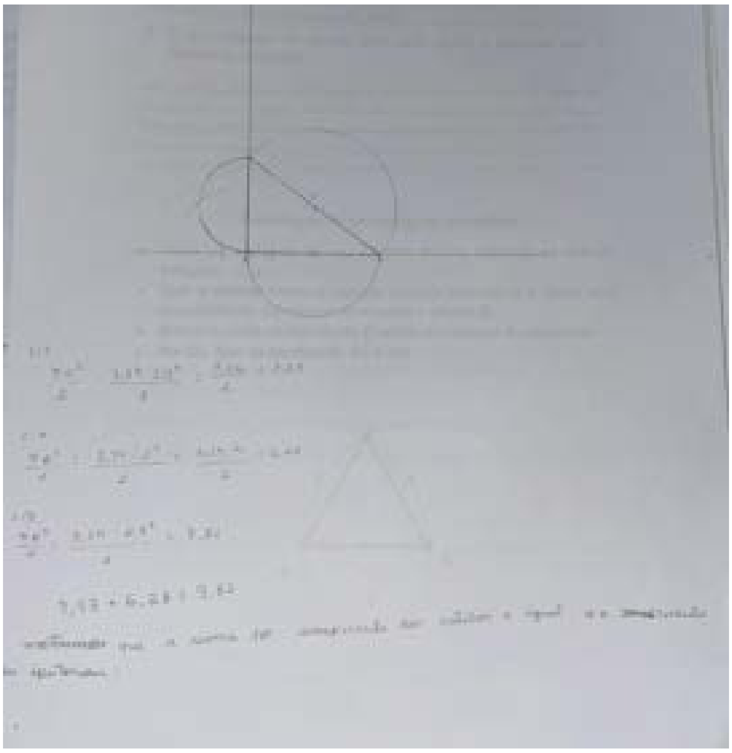
Fonte: Produção própria (2023).

Figura 33 – Construção do participante 6(1)



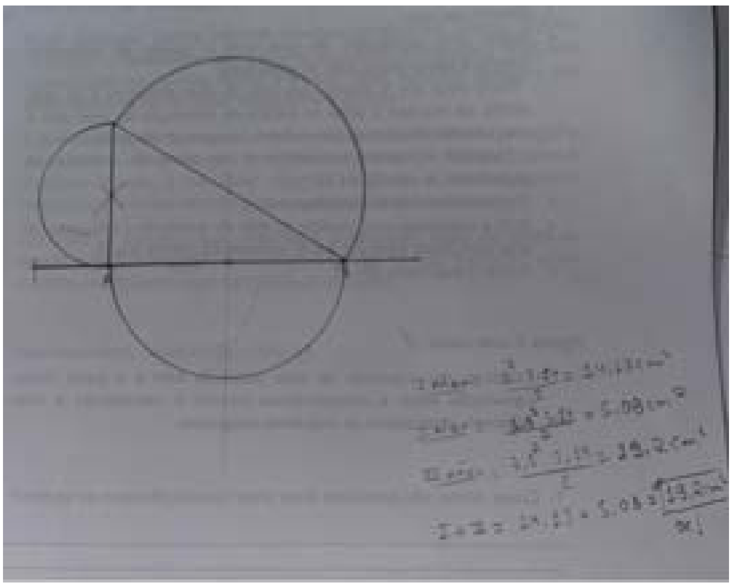
Fonte: Produção própria (2023).

Figura 34 – Construção do participante 10.



Fonte: Produção própria (2023).

Figura 35 – Construção do participante 12.



Fonte: Produção própria (2023).

É possível notar que além deles conseguirem verificar, partindo da construção de um triângulo retângulo, que a soma da área dos semicírculos corresponde aos catetos é igual à área do semicírculo correspondente a hipotenusa, os desenhos ficaram bem construídos precisando ser melhorado apenas na questão dos traços finos e traços fortes.

Os participantes 1, 5 e 11 fizeram a construção do desenho, porém não conseguiram concluir a verificação, esses alunos precisariam de um pouco mais de tempo para o término da construção, devido à falta de habilidade com a manipulação dos materiais de desenho.

O participante 3, concluiu o desenho, porém não fez a verificação da área dos semicírculos. Durante a execução da atividade, foi notório como ele tinha mais habilidade com os materiais, pois tinha uma facilidade maior no manuseio de cada um deles. A sua construção ficou visivelmente bem elaborada, porém não houve a preocupação de verificar o que lhe foi atribuído.

Os participantes 7 e 4 iniciaram os desenhos, porém não concluíram. Por esse motivo também não conseguiram fazer a verificação proposta pela atividade. E por fim, temos o participante 9, que mesmo com toda explicação e ajuda individual, não conseguiu construir os semicírculos correspondentes aos lados do triângulo retângulo que havia desenhado.

Ao finalizar o tempo dessa construção utilizei o GeoGebra para mostrar que essa relação serve independente da medida do raio do semicírculo. Essa atividade fez com que os alunos percebessem que quando temos um triângulo retângulo, essa relação que envolve a medida dos catetos e da hipotenusa serve independente da figura plana que vai estar associada aos seus lados sendo elas proporcionais, ou seja, da mesma forma que serve com quadrado, serve com semicírculos, serve com triângulos equiláteros, com pentágonos regulares, entre outros.

SEÇÃO 3

> *Construir um triângulo equilátero de medida l, e a partir dele traçar a circunferência inscrita e circunscrita a esse triângulo.*

Iniciando a terceira seção, foi apresentada aos participantes a construção do triângulo equilátero fazendo o desenho na lousa. Finalizada a construção III, foi iniciada a construção IV, por serem muito parecidas foram feitas de forma consecutivas. Depois de finalizar a execução dos dois desenhos, foi utilizado a plataforma do GeoGebra para apresentar essa relação.

A construção ajudou tanto com relação aos alunos como ao desenho que eles estavam fazendo, pois, utilizando o software, foram expostas algumas propriedades que o triângulo equilátero atribui e até o passo da construção que nessa construção foi apresentada. Com relação ao trabalho, a imagem serviu para a exposição do desenho. Depois disso, foram feitas as perguntas norteadoras dessa pesquisa.

1. O que podemos explorar com os alunos a partir dessa construção?

2. Quais as séries apropriadas para a execução desse desenho?

Com relação à construção do triângulo equilátero, os participantes sentiram um pouco de dificuldade em fazer essa associação, apesar de ter atribuído um tempo para pensarem essas relações, os que falaram mais uma vez trouxeram a questão da área e do perímetro mesmo tendo tantas outras explorações que poderiam ser feitas.

Sentimos falta que eles dissessem explorações como: verificar que os ângulos internos de qualquer triângulo equilátero medem 60° utilizando o transferidor como ferramenta de apoio, traçar a altura do triângulo equilátero, calcular sua medida e com o auxílio da régua analisar que essas medidas são iguais ou ainda averiguar que o raio da circunferência inscrita a esse triângulo corresponde a um terço da altura e o raio da circunferência circunscrita corresponde a dois terços da altura.

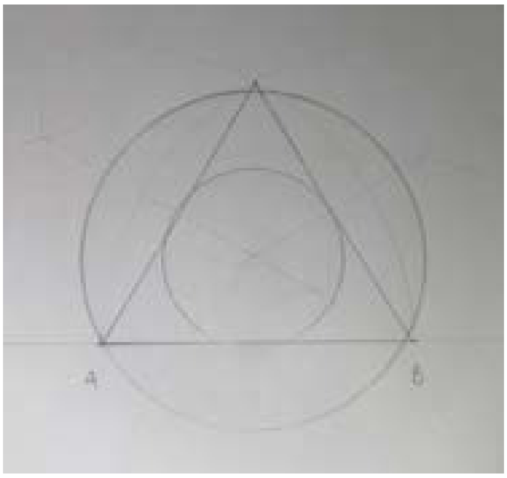
Todos esses exemplos foram citados durante o minicurso como forma de investigação que podem ser feitas partindo da realização desse desenho, deixando enfatizado que existem outras além dessas que também podem ser trabalhadas em sala de aula. Como a construção III e IV se associa, alguns alunos optaram por realizar apenas o desenho referente à construção IV, outros optaram apenas pelo III e outros realizaram as duas.

Nessa seção, iremos analisar apenas os desenhos referentes à construção III. Por se tratar de uma construção que não requer tanto do aluno, a maioria dos participantes conseguiram realizar essa atividade de forma rápida e alguns dos desenhos de alguns participantes ficaram melhores que os anteriores. Fizeram os desenhos todos os participantes com exceção dos participantes 6 e 9 (que optaram por fazer apenas o desenho IV que engloba as duas).

Apesar de essa construção ter sido simples e os alunos conseguirem realizar de forma mais rápida, alguns deles ainda realizaram traçados que podem ser melhorados, como por exemplo, os participantes 4 e 11. Nas imagens abaixo é possível perceber que o desenho deles precisaria de um cuidado melhor.

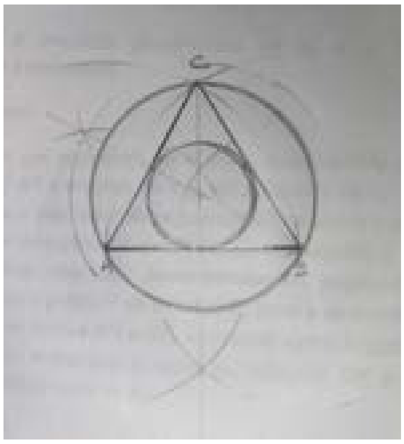
É possível perceber que o participante 4 (Figura 36) teve dificuldade em traçar a circunferência circunscrita interceptando seus vértices e a circunferência inscrita não tangenciou os lados correspondentes ao triângulo. Assim como o participante 11 (Figura 37, precisou melhorar os traçados das circunferências, principalmente a que está inscrita ao triângulo.

Figura 36 – Construção do participante 4



Fonte: Produção própria (2023).

Figura 37 – Construção do participante 11(1)



Fonte: Produção própria (2023).

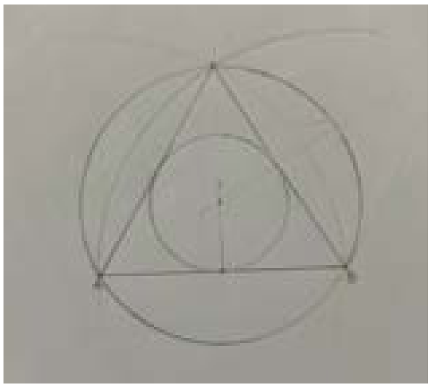
Além desses, o desenho dos participantes 1, 3, 5 e 10, também precisariam ser melhorados com relação à visualização da figura. O participante 7, construiu a figura do triângulo, porém não desenhou as circunferências inscritas e circunscritas ao triângulo.

Da mesma forma que houve participantes que suas construções tiveram uma margem menor de erros, talvez por possuir mais habilidades ou por terem um cuidado maior durante a construção, como por exemplo, os participantes 2 e 12, como exibem as Figuras 38 e 39. O participante 13, foi tentar realizar a construção IV, na construção III e acabou não conseguindo, por esse motivo ele desistiu de realizar a atividade.

Figura 38 – Construção do participante 2(1)

Fonte: Produção própria (2023).

Figura 39 – Construção do participante 12(1)



Fonte: Produção própria (2023).

SEÇÃO 4

Determine um segmento de reta AB e a partir dele construa um ***pentágono regular*** *com à medida que desejar e interno a esse pentágono desenhe um* ***quadrado*** *e um* ***triângulo equilátero****, ambos com lado em AB.*

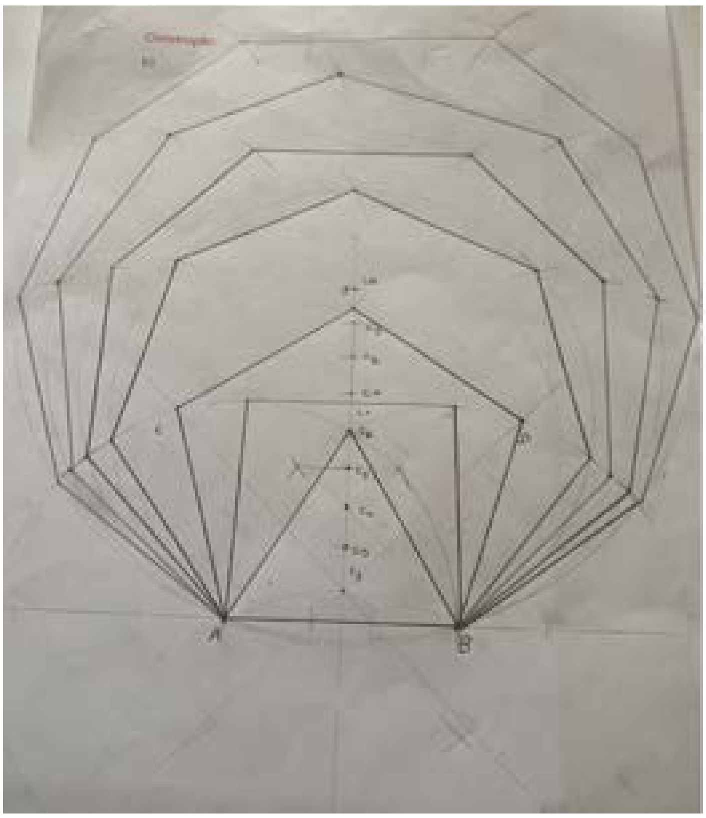
A construção referente à seção IV é uma generalização da construção anterior. A partir da execução do triângulo equilátero, que é um polígono regular que possui três lados, é possível construir quaisquer outros polígonos regulares, ou seja, quadrado, pentágono, hexágono, entre outros.

Para essa construção foi feito um esboço para mostrar aos participantes como poderíamos construir quaisquer polígonos regular partindo da construção de um pentágono regular (Figura 39), nela podemos perceber que quanto menor for o polígono mais aproximado ele será de ser regular e quanto maior for mais distante.

Depois de finalizar a elaboração do desenho na lousa, pedi aos alunos que respondessem novamente as questões norteadoras da pesquisa e novamente eles responderam o trivial, a questão do perímetro e da área. Devido essa construção envolvendo vários polígonos, é possível fazer algumas explorações diferentes, a verificação dos ângulos desses polígonos com o transferidor, a quantidade de diagonais do polígono, associando a fórmula já viram, a soma dos ângulos internos desse polígono, entre outros.

Das séries que poderiam ser trabalhadas a maioria citou 9° ano e mais uma vez se prenderam a séries referentes ao ensino fundamental. O cuidado com relação a isso, é que essas construções não se prendem a séries ou faixa etária dos alunos e sim a de que forma elas podem ser exploradas mediante a uma determinada problemática proposta pelo preceptor da turma.

Figura 40 – Construção dos polígonos regulares.



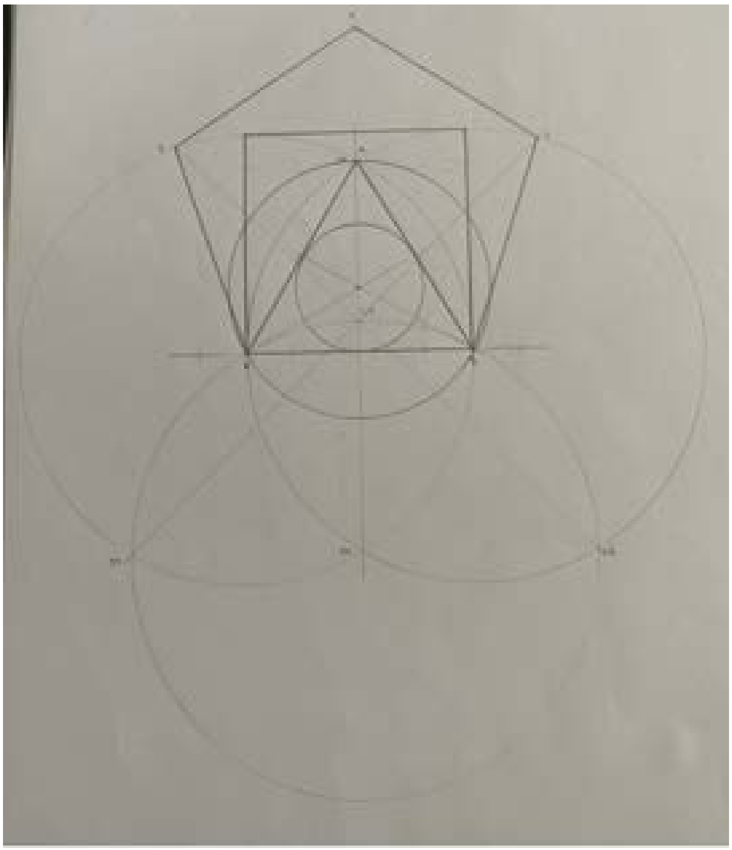
Fonte: Produção própria (2023).

Devido ao pouco tempo que os alunos tinham, no momento do minicurso pedi que eles executassem a construção apenas de três polígonos regulares, o triângulo equilátero, o quadrado e o pentágono, associando essas construções as que já haviam feito anteriormente. Deixando enfatizado que os alunos que quisessem construir outros polígonos ficassem à vontade.

Antes de iniciar a atividade, enfatizei que eles deixassem os traçados auxiliar com traços mais finos e os polígonos que estavam construindo com traços mais fortes. Depois, pedi que eles verificassem com o auxílio de uma régua se o triângulo, o quadrado e o pentágono, estavam com as medidas aproximadamente congruentes.

De todos os participantes, o único que conseguiu realizar o que estava proposto na atividade foi o participante 6. Ele fez a atividade III e IV em uma só construção, como mostra a imagem abaixo. No desenho, é possível notar que o participante teve um cuidado ao desenvolver o desenho, visto que, conseguiu distinguir os traços finos dos traços mais fortes, além do mais, suas medidas foram congruentes e se tratando da circunferência inscrita e circunscrita ao triângulo, bem construída.

Figura 41 – Construção do participante 6(2).



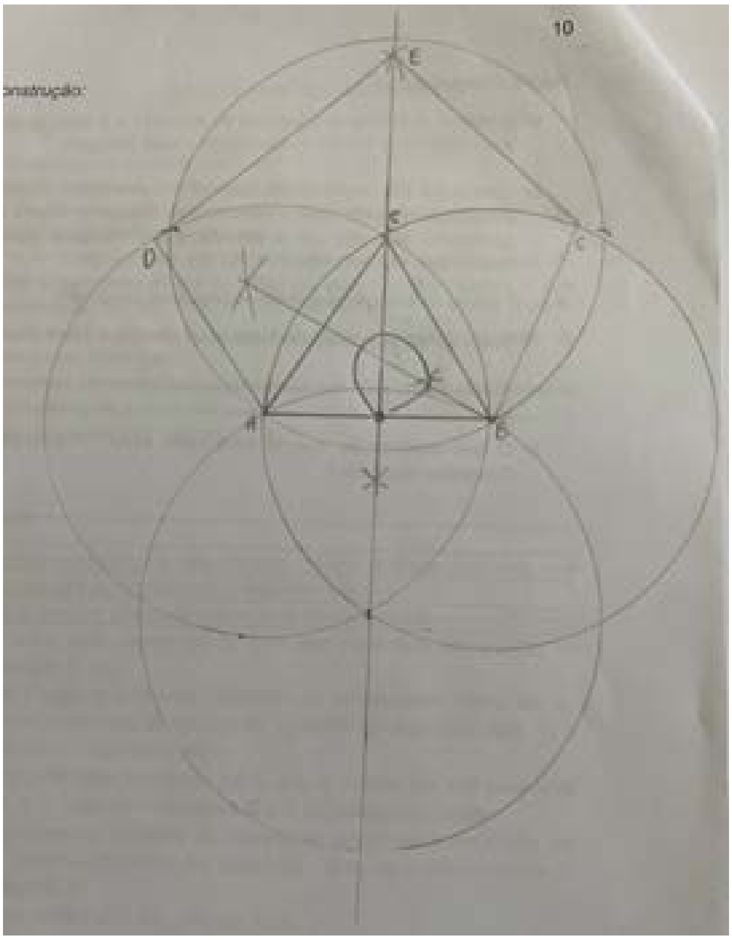
Fonte: Produção própria (2023).

Os que conseguiram chegar mais perto do objetivo da atividade, foram os participantes 3, 5, 9, 10 e 11. O participante 3, conseguiu desenhar um pentágono, porém, devido a um erro de abertura do compasso, o pentágono não ficou classificado como regular.

O participante 5 conseguiu construir o triângulo e o pentágono, porém, os polígonos também não foram classificados como regular, pois errou no passo a passo da construção do desenho.

Analisando o desenho do participante 9, também foram perceptíveis muitos erros em sua construção. Ele iniciou a execução corretamente, conseguiu construir o triângulo e o pentágono, contudo, seu pentágono também não pode ser classificado com regular. Na imagem abaixo, é possível notar que ele conseguiu fazer os traços auxiliares, mas não conseguiu ligar os pontos de forma correta, mesmo com o passo a passo na apostila e na lousa.

Figura 42 – Construção do participante 9.

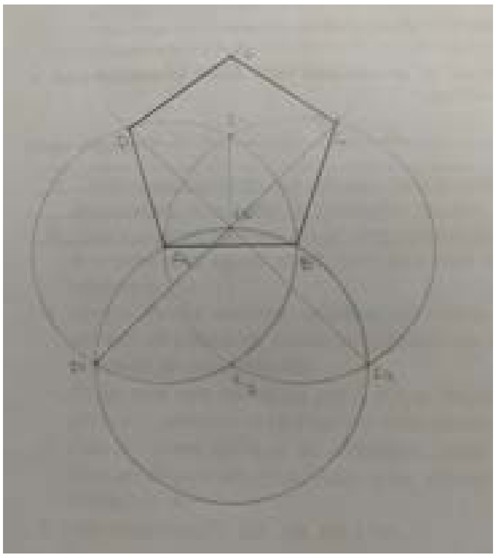


Fonte: Produção própria (2023).

É perceptível que o participante tentou traçar a circunferência circunscrita no triângulo equilátero, porém não conseguiu por dificuldade de manusear o compasso. O participante 10 e 11 conseguiu traçar a circunferência e o pentágono regular, porém não conseguiu fazer a tempo o triângulo e o quadrado. Sua construção ficou bem feita, mas incompleta.

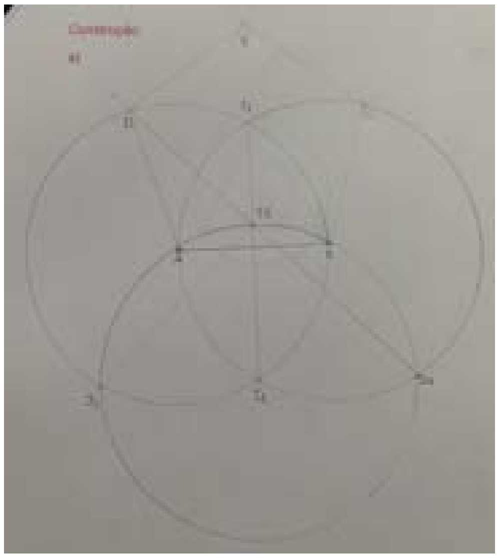
Como foi preciso aproveitar o máximo de tempo para realizar as atividades, foi necessário diminuir o tempo de cada construção. Mesmo com a redução, com relação ao primeiro dia, o tempo foi proveitoso para a maioria. Algum não tanto, pelo fato da dificuldade de utilizar os materiais didáticos, pela não utilização deles, além da dificuldade em entender os passos de algumas construções, como ocorreu com o participante 11.

Figura 43 – Construção do participante 10(1)



Fonte: Produção própria (2023).

Figura 44 – Construção do participante 11(2)



Fonte: Produção própria (2023).

Os demais participantes não realizaram a construção IV, pelo fato de ainda estarem concluindo a questão anterior. Essa construção foi a que os participantes tiveram mais dificuldade, isso foi perceptível pela quantidade de construção que foi iniciada e delas apenas uma foi finalizada.

SEÇÃO 5

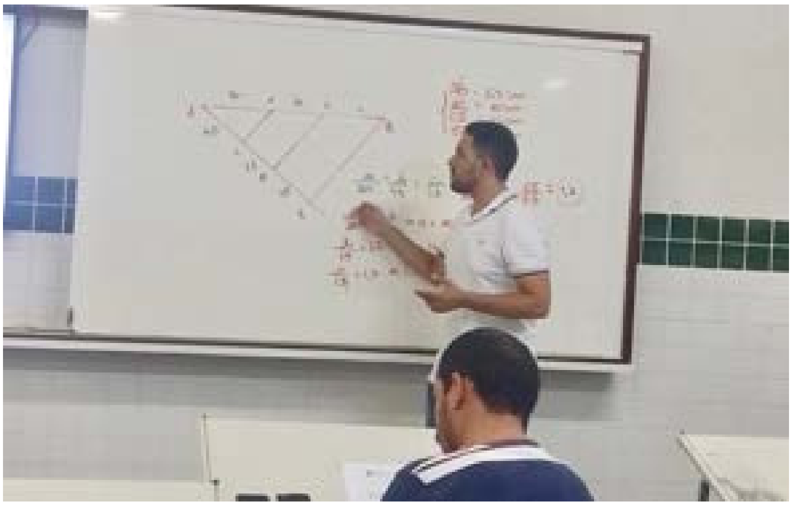
São dados um segmento $\overline{AB} = 87$ mm e os segmentos $\overline{AC} = 15$ mm, $\overline{CD} = 20$ mm e $\overline{DE} = 23$ mm. Divida o segmento AB em segmentos proporcionais a AC, CD e DE.

Assim como em todas as outras, a quinta e última construção foi iniciado com um problema semelhante ao da Seção 5. Como estava manuseando os materiais de madeira, foi preciso alterar as unidades de medidas de milímetros para centímetros. A questão foi a seguinte:

São dados um segmento $\overline{AB} = 87$ mm e os segmentos $\overline{AC} = 15$ mm, $\overline{CD} = 20$ mm e $\overline{DE} = 23$ mm. Divida o segmento AB em segmentos proporcionais a AC, CD e DE.

Após finalizar a construção mostrando o passo a passo dela, foi possível notar que com relação a essa atividade, os alunos conseguiram ter uma percepção maior com base nas perguntas norteadoras, alguns deles conseguiram perceber a relação envolvendo razão e

Figura 45 – Registro da construção com os alunos.



Fonte: Produção própria (2023).

proporção e comentaram que essa construção poderia ser realizada a partir do 7° ano do ensino fundamental, sem restringir uma série específica.

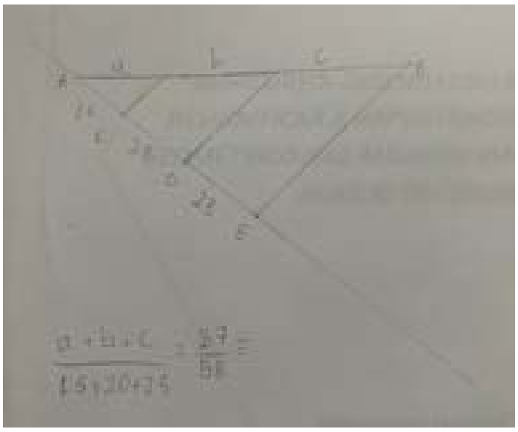
Depois de ouvir cada um deles, foi enfatizado que existem outros tipos de explorações que podem ser feitas envolvendo outros assuntos a partir dessa construção, como por exemplo, teorema de tales e triângulos semelhantes. Em seguida foi atribuído que eles realizassem a atividade V.

Essa construção surpreendeu, pois, quase todos os participantes que estavam presentes conseguiram resolvê-la, os únicos que iniciaram mais não concluíram foram os participantes 4 e 5, visto que, fizeram todo procedimento, mas não calcularam o valor das partes da medida AB que são proporcionais as três medidas dadas. Alguns dos alunos deixaram em milímetros outros optaram por converter para centímetros, porém os resultados foram os mesmos.

Durante a construção dos participantes, foi perceptível que a maioria obteve dificuldade em posicionar os esquadros na determinação das divisões proporcionais com relação à figura, por isso foi preciso um auxílio com relação a esse problema. Passados alguns minutos, os participantes conseguiram fazer a transição do que foi construído com o cálculo relacionado à proporção.

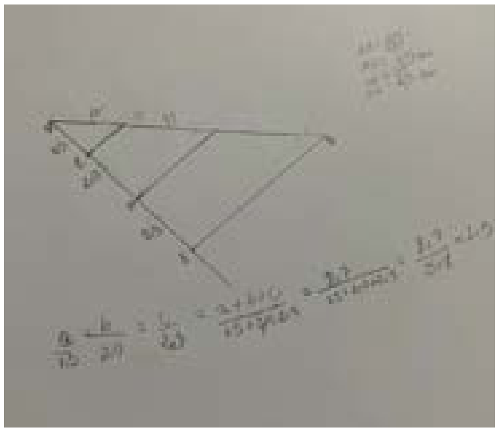
É possível notar que essa transição condiz com o que foi falado anteriormente com relação às ideias de Duval, foi perceptível o interesse dos alunos com relação a essa atividade e como eles conseguiram relacionar o que foi construído geometricamente com as relações numéricas envolvendo proporção.

Figura 46 – Construção do participante 5(1)



Fonte: Produção própria (2023).

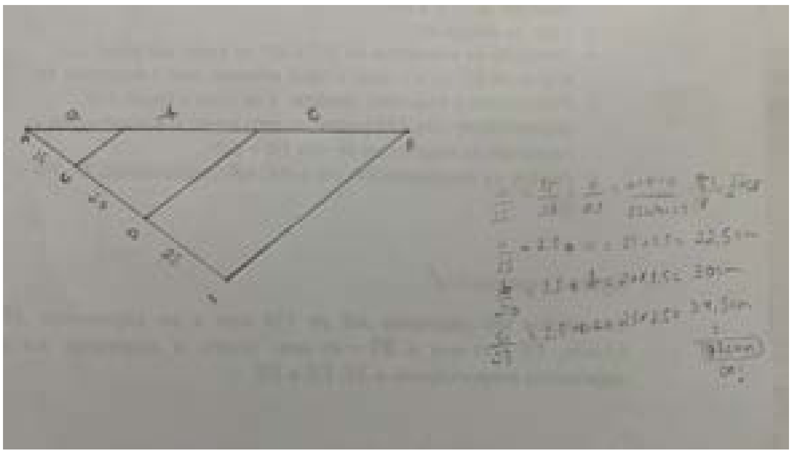
Figura 47 – Construção do participante 4(1)



Fonte: Produção própria (2023).

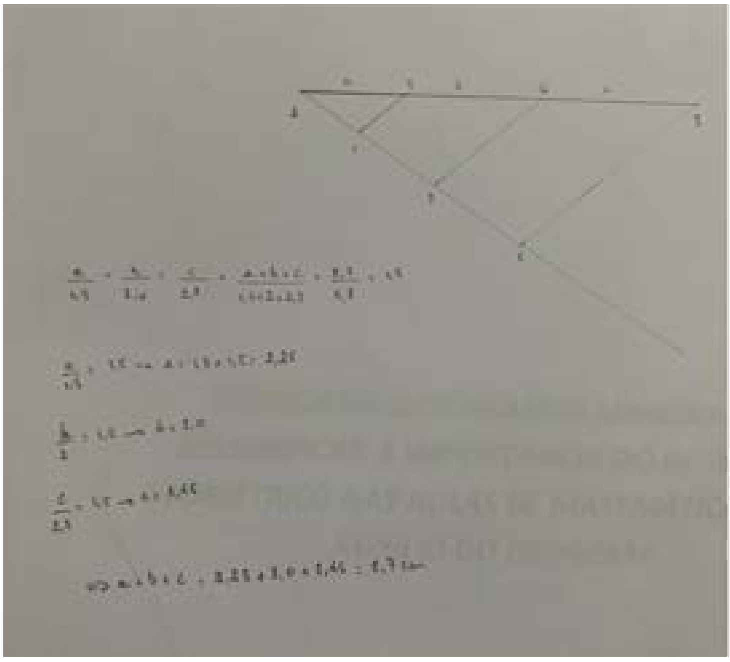
Alguns participantes tiveram uma facilidade maior na execução da atividade e concluíram todo passo da questão, como por exemplo, os participantes 6 e 12. É possível observar nas imagens abaixo a organização quanto ao procedimento de resolução deles, outra coisa que é notório é que um o participante 6 deixou as medidas proporcionais em milímetros e o participante 12 deixou em centímetros, sendo as mesmas respostas apresentadas de uma forma diferente.

Figura 48 – Construção do participante 12(2).



Fonte: Produção própria (2023).

Figura 49 – Construção do participante 6(3).



Fonte: Produção própria (2023).

Com relação às ideias de Duval, essa relação das alterações de unidade de medida, se trata de transformações de representação, dentro de um mesmo registro, ou seja, neste caso, a transformação de representação semiótica é o tratamento e não a conversão. Já no término do minicurso, foi apresentado aos alunos como seria possível trabalhar essa construção utilizando o software GeoGebra associando os assuntos que foram relacionados com essa questão.

6 DANDO CONTORNOS FINAIS: O QUE TROUXEMOS DA PESQUISA

De acordo com essa análise, é possível perceber o quão significante é a prática do Desenho Geométrico para o estudante, possibilitando uma vasta contribuição para a aprendizagem em matemática, principalmente atrelada a área da Geometria, passando a ter a construção de conhecimento de forma dinâmica e didática. Com a realização do minicurso foi possível notar que essas construções possibilitam ao aluno uma aprendizagem significativa no âmbito da Geometria e por isso precisam ser mais praticada durante as aulas.

Apesar da importância dessa execução na sala de aula, sabemos que em muitos casos não é uma atividade simples de ser realizada, tendo em vista que cada professor possuem realidades diferentes. Contudo, é preciso que os profissionais da área de matemática se esforcem para que essa prática venha ser cada dia mais valorizada devido a sua relevância, mesmo não sendo um disciplina obrigatória na grade curricular da educação básica.

Além disso, sabemos que algumas escolas não inclui essa disciplina em sua grade curricular, pois seguem as normas da Lei de Diretrizes e Bases da Educação (LDB) que de acordo com a Lei 5692/71, estipula que a disciplina do Desenho Geométrico não é obrigatória.

A dificuldade com relação a execução do desenho Geométrico inclui muitos fatores, existem situações que o professor é preparado para o manuseio mas não tem materiais suficiente, em contrapartida, outros tem acesso mas não tem destreza em manejar esses objetos. Durante a realização do minicurso com os alunos da graduação, foi evidente a dificuldade de alguns deles em manusear os instrumentos didáticos, isso nos leva refletir a relevância da disciplina de desenho para formação desses futuros professores e como isso influência para construção de conhecimento de seus futuros alunos.

Bom seria se essa disciplina recebesse uma importância maior, de maneira que fosse mais explorada nas universidades. Sabe-se que ainda existem instituições que não exigem dos alunos de graduação esse conhecimento junto ao Desenho Geométrico, por ser uma disciplina não obrigatória. A carga horária da disciplina também precisa ser significativa, levando em consideração o que foi planejado na apostila, foi possível notar como o tempo do minicurso não contribuiu para que todas as construções fossem feitas.

Para que esse exercício venha ser mais constante é importante o corpo docente está sempre em processo de formação continuada, aprendendo constantemente com o intuito de obter uma melhoria de ensino para seus alunos no relacionado ao exercício do desenho Geométrico, atrelado a isso também foi possível notar como algumas ferramentas tecnológicas podem associar durante essa construção, neste caso o software GeoGebra, foi a instrumento digital que utilizamos mostrando que é possível melhorar ainda mais a visualização Geométrica dos alunos.

Este trabalho nos da uma visão divergente, pois além de apresentar como o uso de régua, compasso, esquadro e transferidor são ferramentas excepcionais na aprendizagem dos alunos no que diz respeito aos conhecimentos da Geometria, isso indica como essa prática pode ser ainda mais valorizada quando atrelada à alguma ferramenta tecnológica digital.

É notório como o Desenho Geométrico está associado à Geometria e pode ser explorada de diversas formas. Esse elo, possibilita aos alunos uma ponte que leva a construção de conhecimentos possibilitando uma aprendizagem significativa, contribuindo para o processo de ensino e aprendizagem de cada um deles. A Geometria e o Desenho Geométrico andam de mãos dadas, Zuin (2001) em sua dissertação afirmou que a Geometria sustentava o Desenho Geométrico e o Desenho Geométrico reforçava a Geometria. Neste mesmo pensamento, Villa (2012, p. 18) informa que: "o Desenho Geométrico constitui uma ferramenta importante para a compreensão da geometria, pois disponibiliza técnicas construtivas que demonstram as propriedades geométricas e a correta utilização e manuseio dos equipamentos, como os esquadros, o compasso".

Quando levamos o Desenho como ferramenta didática para as aulas, damos abertura a discussões valiosas com os alunos, pois a construção propicia aos participantes indagações que surgem no decorrer das atividades, favorecendo a construção de conhecimento de cada uma deles. Isso ocorre pelo entendimento das propriedades que compõem essa construção, como ocorreu com a aplicação do minicurso.

Foi perceptível o deslumbro dos participantes da disciplina de Desenho quando conseguiram visualizar as relações existentes em cada construção. A ideai é que isso também ocorra com os alunos da educação básica, mostrando essas relações de forma que essa atividade tenham um significado para cada um deles.

Isso nos leva entender que a prática do Desenho Geométrico pode ou não ser de grande valia para a construção de conhecimento dos alunos, dependendo da maneira como cada construção é abordada. Quando o aluno consegue visualizar o principal objetivo que aquela atividade atribui para seu processo de aprendizagem, possibilita grandes chances de ocorrer um interesse maior por parte dele, do contrário, isso não irá acontecer. O papel do professor é crucial nesses horas, tendo em vista, que eles tem que está preparado em mostrar aos alunos as relações matemáticas que existem com relação ao que está sendo feito durante o andamento de sua aula.

Portanto, bom seria se a execução do Desenho Geométrico fosse mais valorizado não só na educação básica mais também no ensino superior, melhorando a capacidade de visualização dos futuros professores com o intuito de possuírem uma didática de ensino mais aprimorada para seus estudantes. Na educação básica isso seria possível se essa disciplina deixasse de ser optativa e passe a ser obrigatória, mesmo que com uma carga horária reduzida com relação as demais. Dessa forma teríamos professores mais capacitados e alunos mais interessados com relação a Geometria.

Como proposta para continuação desse trabalho poderia ser realizada uma análise com professores ou alunos da educação básica. Com relação aos professores, em como o Desenho Geométrico pode contribuir na formação dos alunos, de que forma pode ser explorado e se ele obtêm conhecimentos necessários que levassem a execução das atividades com os estudantes.

Da mesma forma com relação aos alunos, qual a ligação deles com com os instrumentos didáticos, régua, esquadro, transferidor e compasso, se eles desconhecem algum desses materiais, se obtiveram contato ou se já realizaram alguma construção. Poderia também ser feita uma pesquisa com alunos da educação básica mostrando o rendimento com relação aos assuntos de Geometria a partir da prática do Desenho Geométrico. Essas são algumas ideias para continuação desse trabalho, com o intuito de deixa-lo mais abrangente possibilitando um entendimento maior no que diz respeito ao estudo do Desenho Geométrico.

REFERÊNCIAS

ARAÚJO, J. d. L. Tecnologia na sala de aula: desafios do professor de matemática. *Minas Gerais*, n. 3, p. 1–10, 2005.

BORBA, M. D. C.; PENTEADO, M. G. *Informática e educação matemática*. São Paulo: Autêntica Editora, 2019.

DEARAÚJO, L. C. L.; NÓBRIGA, J. C. C. Aprendendo matemática com o geogebra. *Editora Exato, Sao Paulo*, 2010.

FISCARELLI, R. B. de O. Material didático e prática docente. *Revista Ibero-Americana de estudos em educação*, v. 2, n. 1, p. 31–39, 2007.

FREIRE, A. M. A. Pedagogia da indignação: cartas pedagógicas e outros escritos. *Interface-Comunicação, Saúde, Educação*, SciELO Brasil, v. 5, p. 147–152, 2000.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. São Paulo: Atlas São Paulo, 2002. v. 4. 141–142 p.

JÚNIOR, F. D. Desenho geométrico como ferramenta de aprendizagem de geometria. 2010.

LEME, M. C. Histórias do ensino de geometria nos anos iniciais e seus parceiros: desenho, trabalhos manuais e medidas. *São Paulo: Editora Livraria da Física*, 2021.

LINDQUIST, M. M.; SHULTE, A. P. Aprendendo e ensinando geometria. *São Paulo: Atual*, 1994.

MACHADO, S. D. A. *Aprendizagem em matemática*. [S.l.]: Papirus Editora, 2008.

MACIEL, V. O uso do geogebra como um instrumento para o ensino das cônicas. 2020.

MENESES, R. S. d. Uma história da geometria escolar no brasil: de disciplina a conteúdo de ensino. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, 2007.

OLIVEIRA, C. L. de. Importância do desenho geométrico. *Monografia, Universidade Católica de Brasılia, Brasília*, 2005.

PACIÊNCIA, S. C. Desenho geométrico como ferramenta de aprendizagem de geometria. UEMA, 2022.

RAMOS, M. R. V. O uso de tecnologias em sala de aula. *V Seminário de Estágio do Curso de Ciências Sociais do Departamento de Ciências Sociais-UEL. Londrina*, v. 11, p. 2012, 2012.

VIANA, O. A.; BOIAGO, C. E. P. Registros de representação semiótica em atividades de desenho geométrico no geogebra. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 10, n. 1, p. 162–182, 2015.

VILLA, A. D. A resolução de problemas matemáticos, utilizando como ferramenta o ensino do desenho geométrico. 2012.

ZUIN, E. d. S. L. Da régua e do compasso: as construções geométricas como um saber escolar no brasil. Universidade Federal de Minas Gerais, 2001.

APÊNDICE A – APOSTILA DO MINICURSO

INSTITUTO FEDERAL
Paraíba
Campus Campina Grande

MINICURSO: DESENHANDO MANEIRAS DE RESIGNIFICAR A IMPORTÂNCIA DO DESENNHO GEOMÉTRICO NAS AULAS DE MATEMÁTICA COM O AUXÍLIO DO GEOGEBRA

Ministrante: Janassiel Carlos

Campina Grande, junho de 2023

Olá participante, Seja bem vindo(a)!
O objetivo desse encontro é mostrar o quão significante é para o processo de ensino e aprendizagem a realização desse trabalho nas aulas de matemática, principalmente quando se trata de conhecimentos relacionados à geometria, assunto que geralmente trás um repúdio nos alunos.
Neste minicurso iremos explorar algumas construções usando réguas, compasso e transferidor com o auxílio do aplicativo Geogebra. Será feita a construção de algumas figuras e a partir delas comentar assuntos que estão relacionados de forma explicitas e implícitas.
A realização do minicurso irá ajudar na construção da minha monografia do curso de especialização no Instituto Federal da Paraíba, campus Campina Grande, a responder algumas perguntas e mostrar algumas relações que me inquietaram para a realização desse trabalho.
Com isso, já agradeço sua presença e colaboração neste momento de grande significância para mim. Espero ajudar na sua formação como docente, assim como você irá contribuir na minha.

Atenciosamente, JANASSIEL CARLOS.

PRIMEIRO DIA 14/06/2023

Construção de um quadrado

Passo a passo:

- *Traçar um segmento de reta AB com à medida que desejar (ex: 5cm) e depois prolongar os lados do segmento, de forma que obtenha um reta;*
- *Definir dois segmentos de reta com o auxílio do compasso (abertura menor que o lado do quadrado);*
  · Ponta seca em A, marcar um arco do lado esquerdo e do lado direito, de maneira a obter os pontos de interseção do arco com a reta, obtendo os pontos que definem o segmento de reta;
  · Fazendo o mesmo procedimento no ponto B, obtemos os segmentos de reta EF e CD;
- *Traçar a mediatriz desses segmentos;*
- *Abrir o compasso com medida do lado do quadrado e traçamos um arco com ponta seca em A e B, obtendo os pontos G e H;*
- *Traçar o segmento GH.*

Agora é com você! ✓

Construa um quadrado de lado medindo 6cm e a partir dessa construção trace a circunferência inscrita e circunscrita a esse quadrado e responda as seguintes perguntas:

1- *Quais séries são possíveis fazer essa construção com os alunos?*

____

____

2- *O que explorar de acordo com cada série? É possível usar o Geogebra em todas?*

____

____

____

____

____

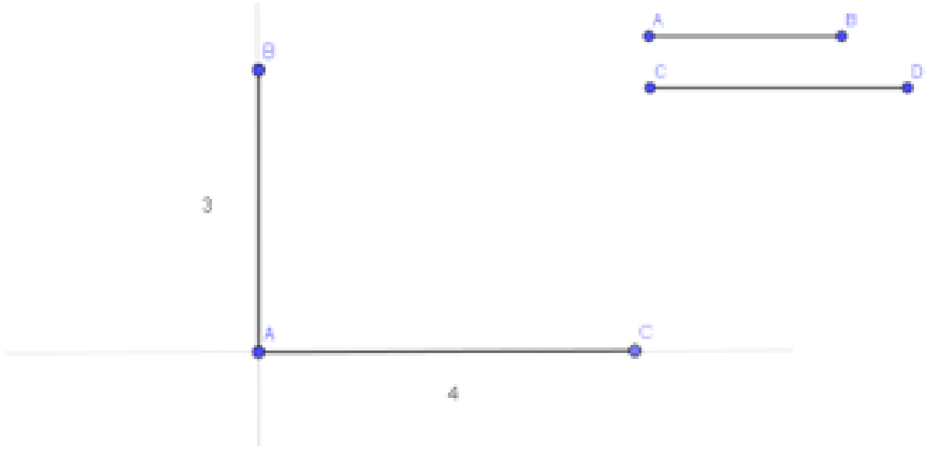
Construção:

Teorema de Pitágoras

Construção de um triângulo retângulo dado às medidas dos catetos:

Passo a passo:

- *Traçar uma reta qualquer, determinar um segmento contido nessa reta e traçar a mediatriz desse segmento;*
- *Com o auxílio de um compasso ou régua, faça a medição dos lados referentes aos catetos e transfira para o desenho que você fez como mostra a imagem abaixo:*



- *Para finalizar, ligue os pontos B e C.*

  Feita a construção do triângulo retângulo, agora iremos mostrar o teorema de Pitágoras. Para isso faremos o seguinte:

  1- *Construir quadrados com lados referentes às medidas dos lados do triângulo (catetos e hipotenusa)*
  2- *Mostrar que em um triângulo com catetos medindo a, b e hipotenusa medindo c, temos que: $a^2 + b^2 = c^2$*

Agora é com você! ✓

Faça a construção de um triângulo retângulo trace semicírculos referentes a cada lado do triângulo e mostre que o teorema de Pitágoras também serve para os semicírculos.

Construção:

A partir dessa construção responda as seguintes perguntas:

1- *Quais séries são possíveis fazer essa construção com os alunos?*

____

____

2- *O que explorar de acordo com cada série? é possível usar o Geogebra em todas?*

____

____

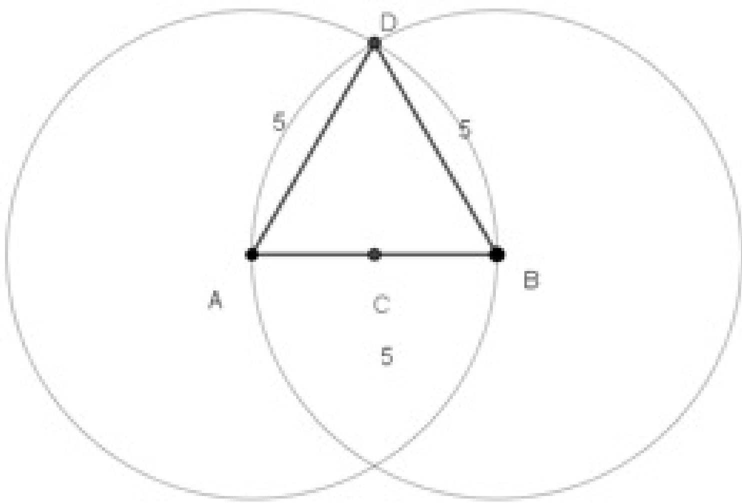
____

____

____

Construção de um triângulo equilátero

- *Trace um segmento de reta AB com medida referente ao lado do triângulo;*
- *Com a mesma abertura, colocar a ponta seca em A e traçar uma circunferência. Da mesma forma com o vértice B;*
- *Marcar o ponto de interseção C acima (ou abaixo) do segmento*
- *Por fim, ligar os pontos AB, AC e CB.*



Construção do pentágono regular

- *Traçar o segmento de reta AB com medida qualquer (sabendo que essa medida será o lado do pentágono regular).*
- *Com a mesma abertura, traçar uma circunferência com centro em A e outra com centro em B, com isso você terá dois pontos de interseção I_1 e I_2.*
- *Com a mesma abertura, construir um círculo com centro em I_2, obtendo os pontos de interseção I_3(acima do segmento AB), I_4 e I_5 (abaixo do segmento AB).*
- *Traçar uma reta passando por I_4 e I_3 e Traçar um reta passando por I_5 e I_3, obtendo os vértices C e D do pentágono regular.*
- *Com a mesma abertura do compasso, ponta seca em C faz um arco, ponta seca em D, faz outro arco, obtendo o último vértice do pentágono, E.*
- *Ligar os pontos EC, CA, AB, BD e DE.*

Agora é com você! ✔

a) *Construir um triângulo equilátero de medida l, e a partir dele traçar a circunferência inscrita e circunscrita a esse triângulo.*

b) *Determine um segmento de reta AB e a partir dele construa um **pentágono regular** com à medida que desejar e interno a esse pentágono desenhe um **quadrado** e um **triângulo equilátero**, ambos com lado em AB.*

A partir dessa construção responda as seguintes perguntas:

1- *Quais séries são possíveis fazer essa construção com os alunos?*

____
____

2- *O que explorar de acordo com cada série? é possível usar o Geogebra em todas?*

____
____
____
____
____

Construção:
a)

Construção:
b)

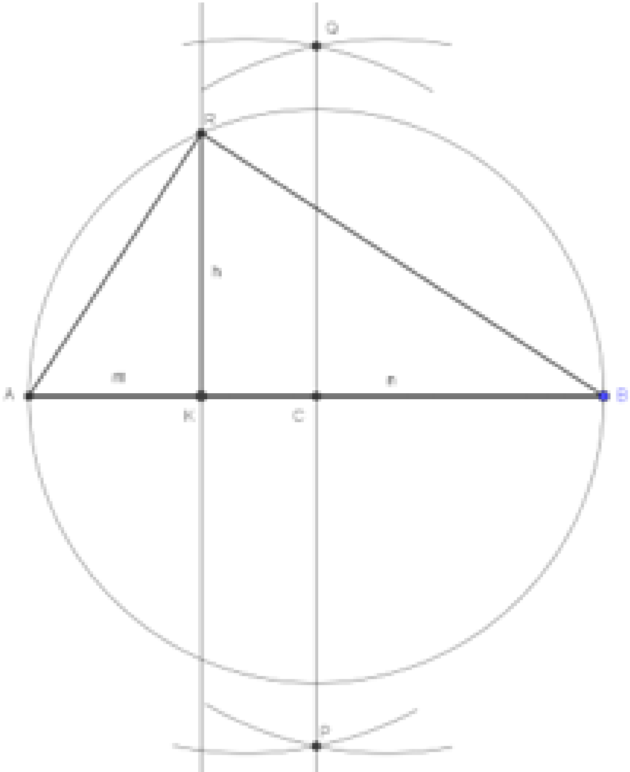
SEGUNDO DIA 15/06/2023

Média Geométrica

Determine a medida geométrica de m e n, usando régua ou esquadro e compasso.

Passo a passo:

- *Traçar um segmento de reta AB, com medida igual à soma m + n, sendo AK a medida de m e KB a medida de n;*
- *Traçar a mediatriz do segmento AB obtendo o ponto C;*
- *Traçar uma circunferência de raio AC, sendo C o centro;*
- *Construir uma reta perpendicular ao segmento AB no ponto K, obtendo o ponto R de interseção com a circunferência construída;*
- *Ligar os pontos AR e RB, formando um triângulo retângulo;*
- *Por fim, temos que a altura do triângulo RK é a medida da média geométrica entre m e n.*



Agora é com você!

Determinar graficamente o valor aproximado da média geométrica entre 5, 3 e 3, 8.

Construção:

A partir dessa construção responda as seguintes perguntas:

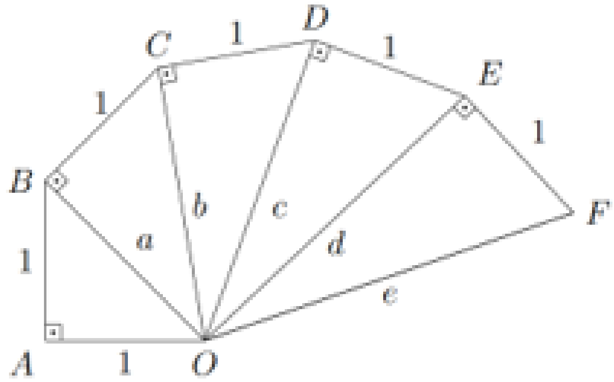
1- *Quais séries são possíveis fazer essa construção com os alunos?*

____

2- *O que explorar de acordo com cada série? é possível usar o Geogebra em todas?*

Construção de um espiral

Todos os triângulos indicados na figura a seguir são retângulos.



Construir a figura acima e determinar a, b, c, d e e.

Passo a passo:

- *Traçar o segmento de reta AO, medindo 1 cm;*
- *Construir uma reta perpendicular ao segmento AO, passando pelo ponto A, marcando o segmento AB também medindo 1 cm;*
- *Ligar os pontos B e O;*
- *Construir uma reta perpendicular ao segmento BO, passando pelo ponto B, marcando o segmento CB também medindo 1 cm;*
- *Ligar os ponto C e O...*
- *Realizar esse procedimento até completar a imagem acima.*

Agora é com você! ✓

a) *Dado um segmento a, obter o segmento $a\sqrt{5}$*

a

Construção:

b) *Calcule graficamente o valor aproximado de $\sqrt{82^2 - 63^2}$*

Construção:

Segmentos proporcionais

São dados um segmento AB de 87 mm e os segmentos $\overline{AC} = 15\,mm$, $\overline{CD} = 20\,mm$ e $\overline{DE} = 23\,mm$. Divida o segmento AB em segmentos proporcionais a $\overline{AC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$.

Passo a passo:

- *Traçar um segmento de reta com medida AB;*
- *Traçar uma semirreta com abertura qualquer e nela dividir as medidas $\overline{AC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$;*
- *Ligar os pontos BE;*
- *Posiciona os esquadros de 45° e 60° de forma um forme um ângulo de 90° com o outro e fique alinhado com o segmento BE;*
- *Posicionado o esquadro, deslocar o de cima e traçar dois segmentos de reta. Um passando pelo ponto D e o outro pelo C, Formando os segmentos de reta FC e GD*
- *Por fim, os segmentos AF, FG e GE, são proporcionais $\overline{AC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$.*

Agora é com você! ✓

São dados um segmento AB de 87 mm e os segmentos $\overline{AC} = 15\,mm$, $\overline{CD} = 20\,mm$ e $\overline{DE} = 23\,mm$. Divida o segmento AB em segmentos proporcionais a $\overline{AC}$, $\overline{CD}$ e $\overline{DE}$.

A partir dessa construção responda as seguintes perguntas:

1- *Quais séries são possíveis fazer essa construção com os alunos?*

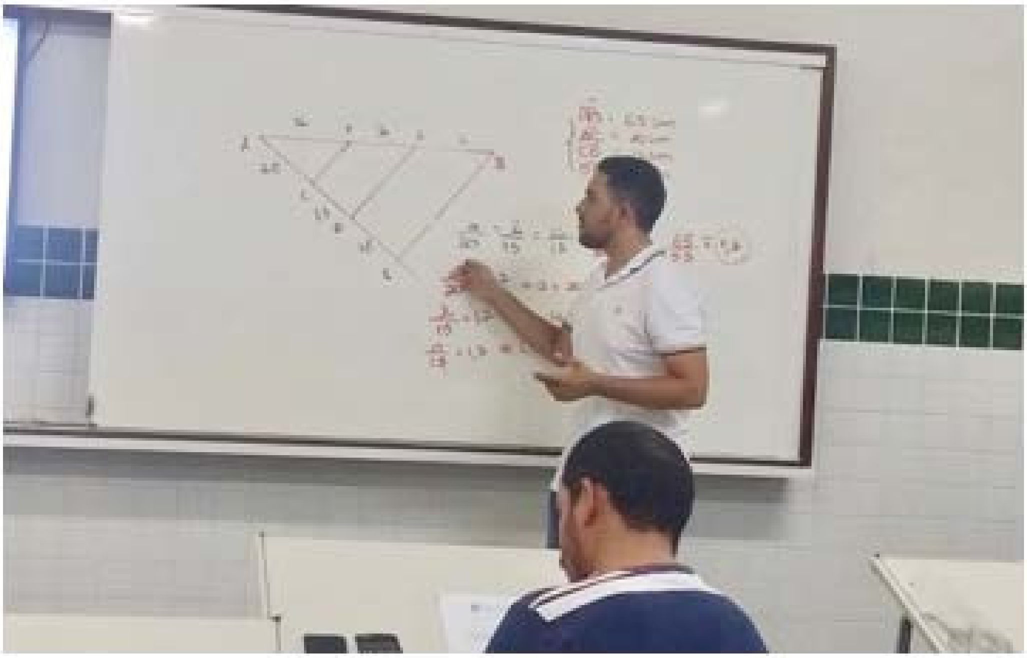
____
____
____

2- *O que explorar de acordo com cada série? é possível usar o Geogebra em todas?*

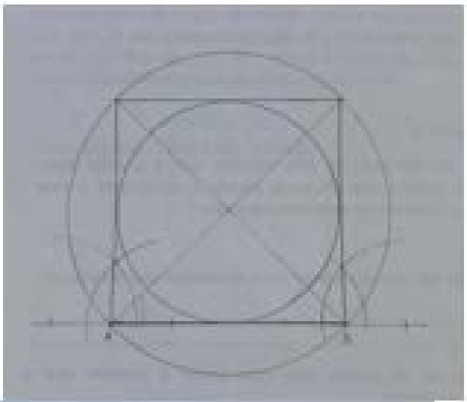
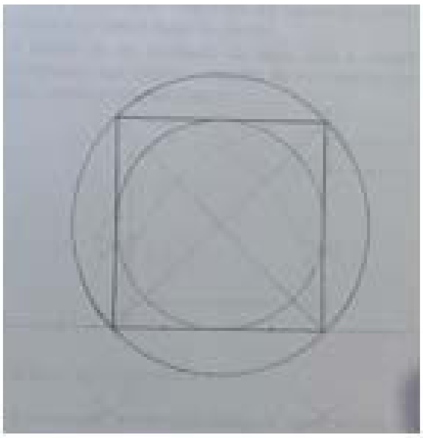
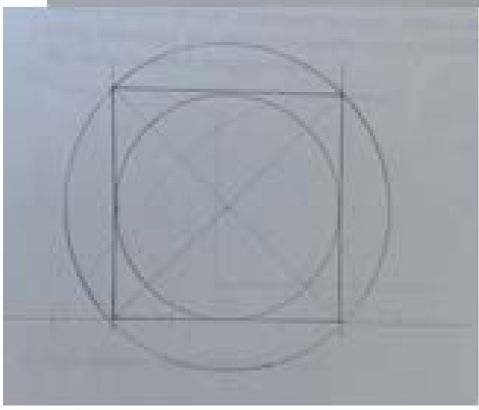
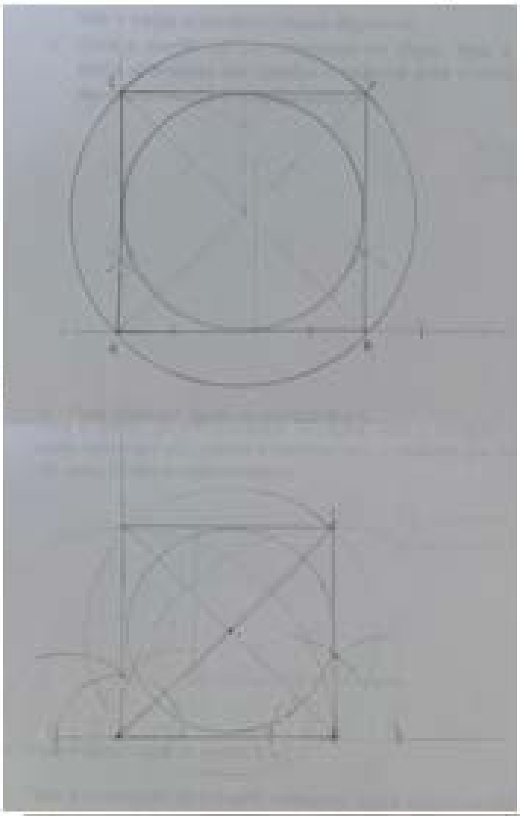
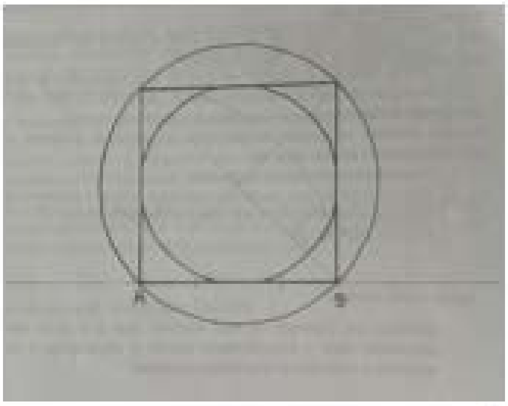
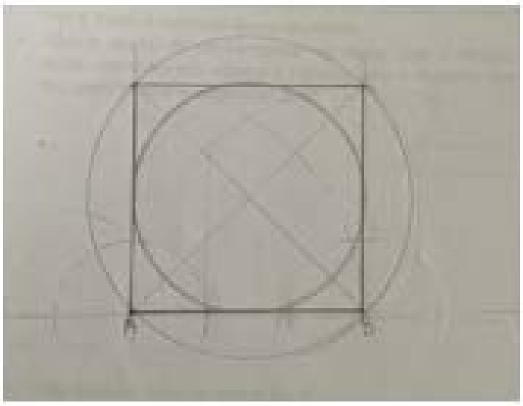
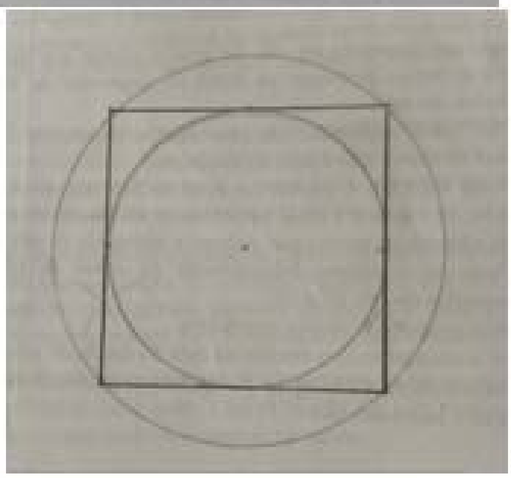
____
____
____
____
____

Construção:

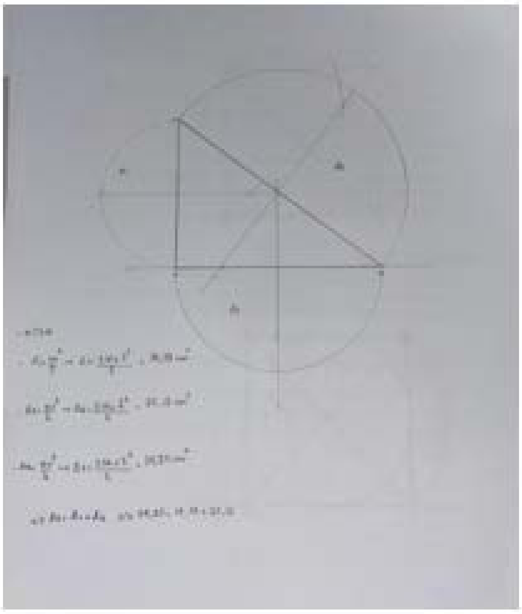
APÊNDICE B – REGISTROS DO MINICURSO

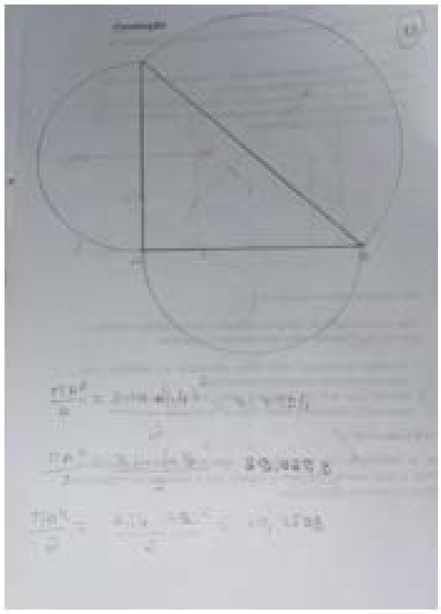


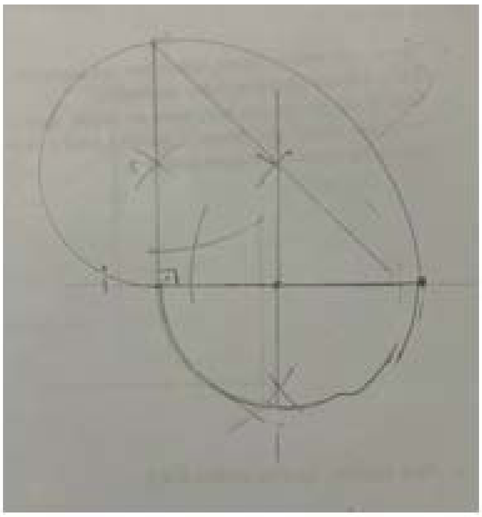
APÊNDICE C – CONSTRUÇÕES DA SEÇÃO 1

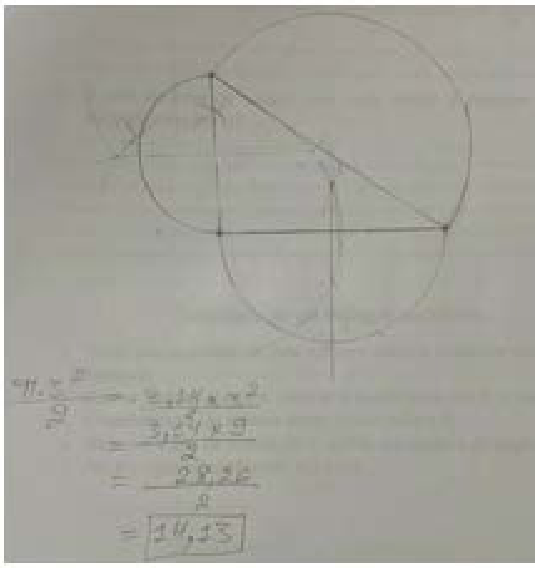








APÊNDICE D – CONSTRUÇÕES DA SEÇÃO 2

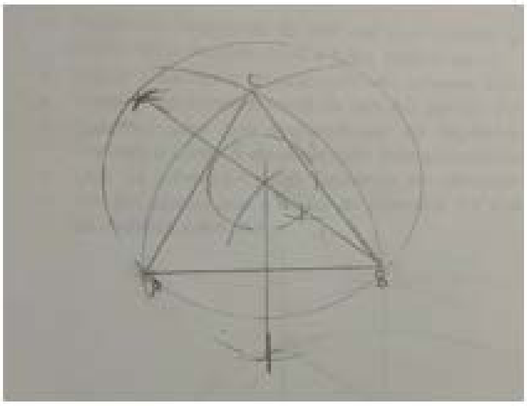


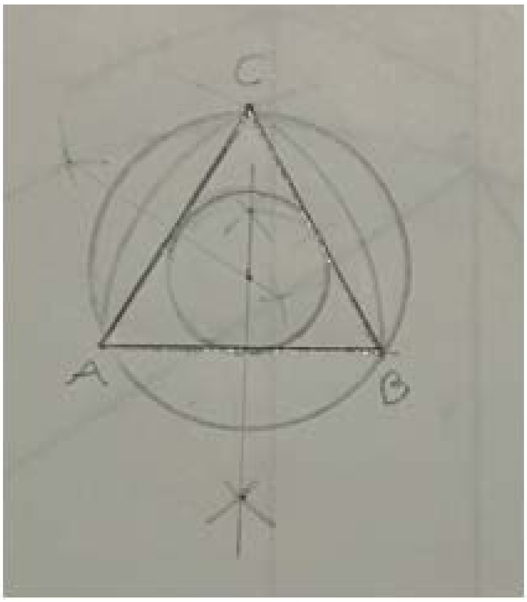


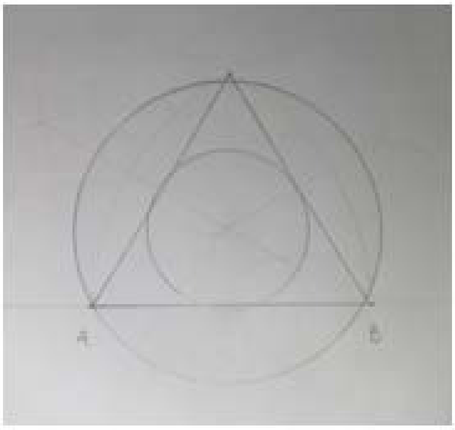


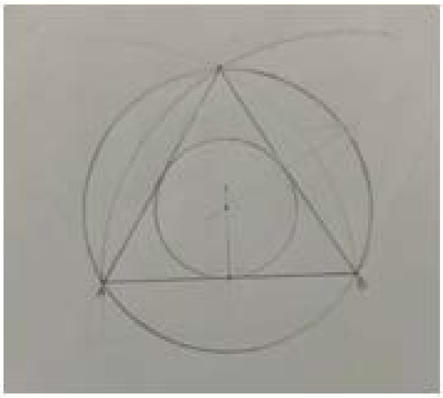


APÊNDICE E – CONSTRUÇÕES DA SEÇÃO 3

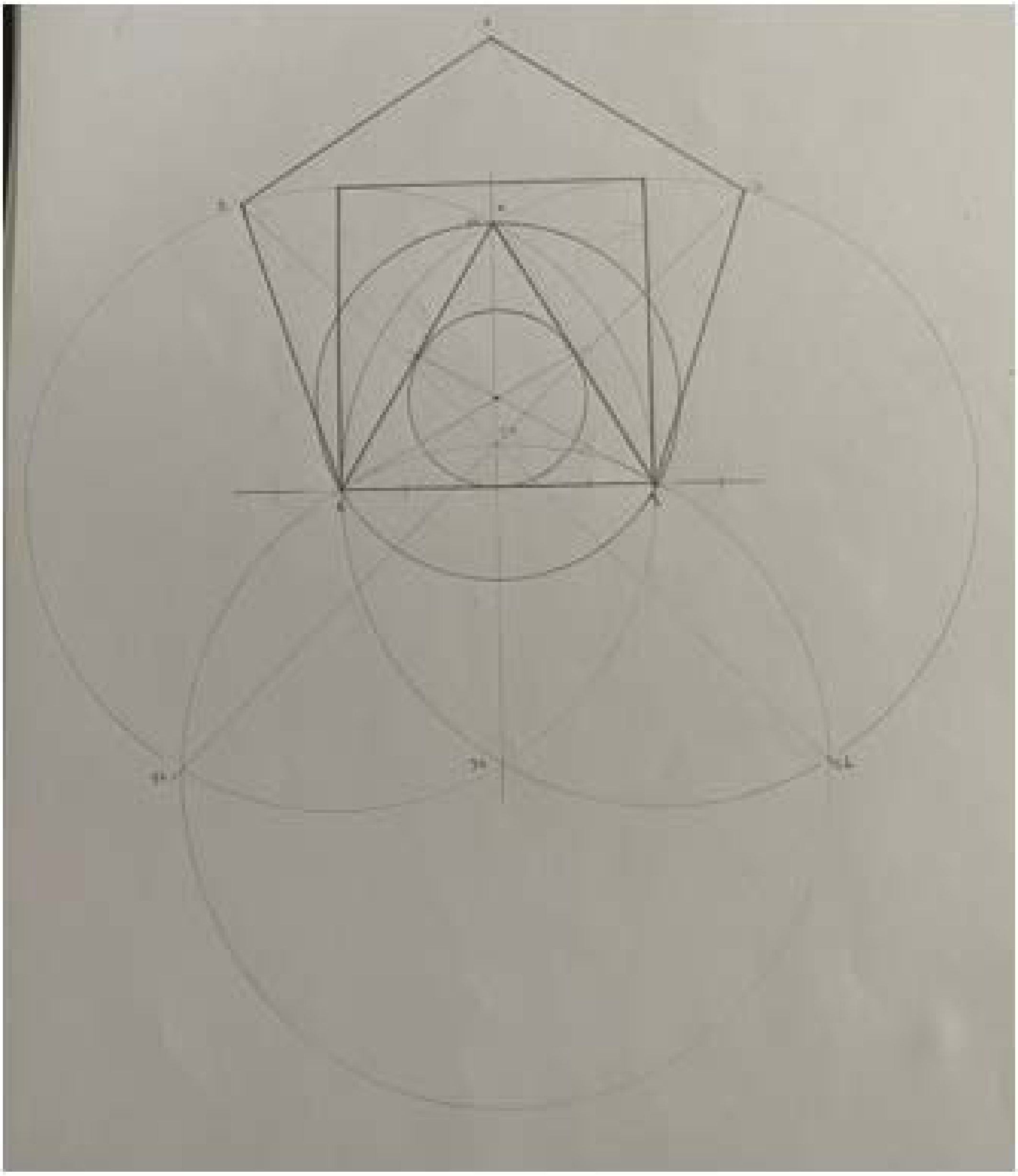


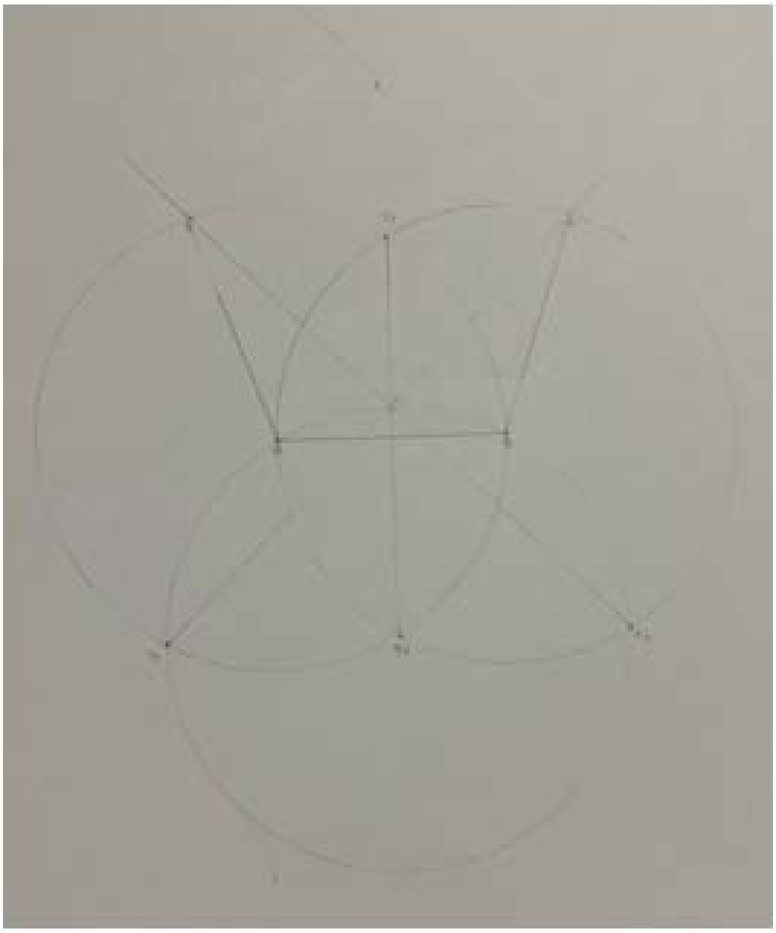


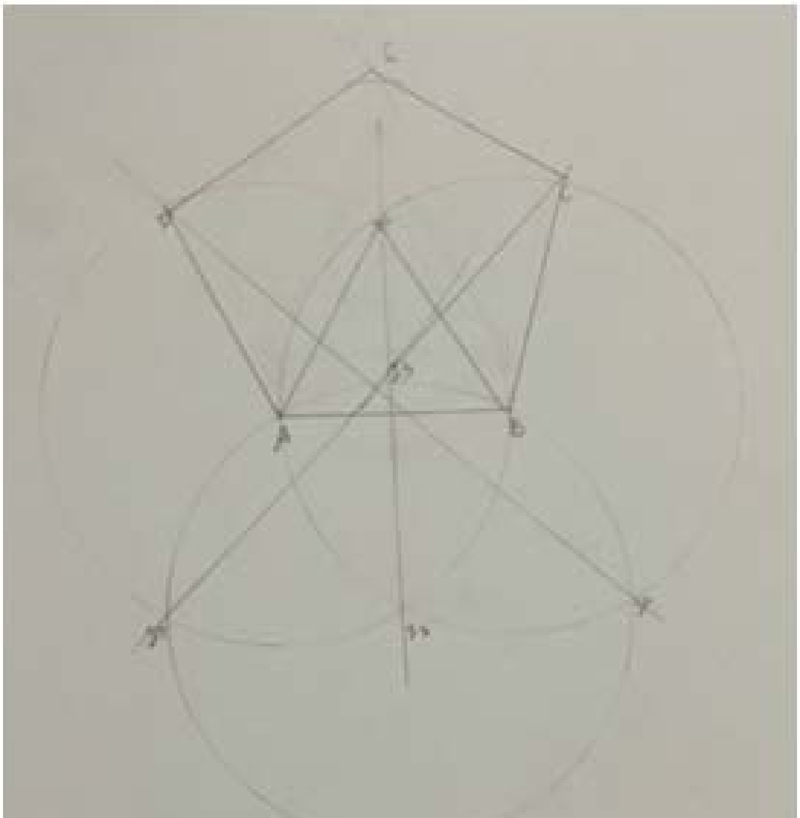




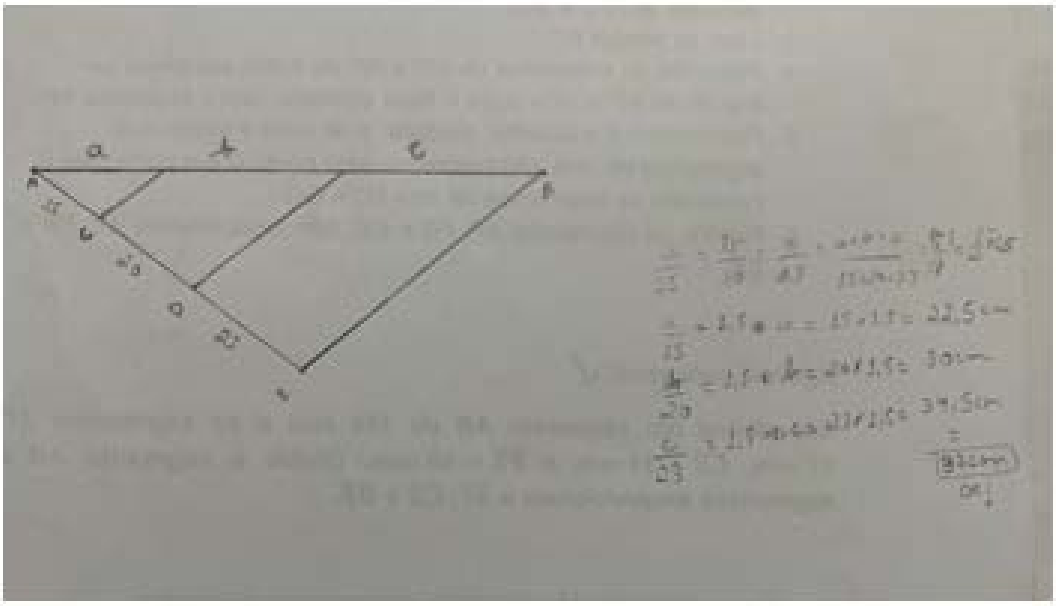
APÊNDICE F – CONSTRUÇÕES DA SEÇÃO 4

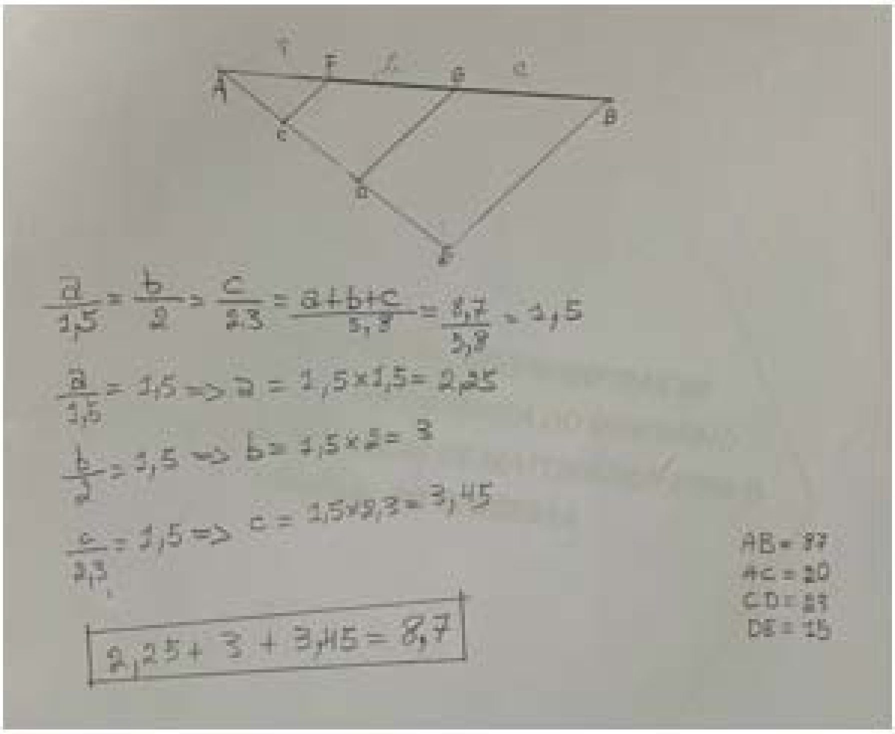






APÊNDICE G – CONSTRUÇÕES DA SEÇÃO 5





INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
Campus Campina Grande
R. Tranqüilino Coelho Lemos, 671, Dinamérica, CEP 58432-300, Campina Grande (PB)
CNPJ: 10.783.898/0003-37 - Telefone: (83) 2102.6200

Documento Digitalizado Ostensivo (Público)

Processo de entrega da versão final do Trabalho de Conclusão de Curso da Especialização

Assunto:	Processo de entrega da versão final do Trabalho de Conclusão de Curso da Especialização
Assinado por:	Janassiel Oliveira
Tipo do Documento:	Anexo
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Ostensivo (Público)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- **Janassiel Carlos Melo de Oliveira**, **DISCENTE (202221280003) DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO EM MATEMÁTICA - CAMPINA GRANDE**, em 03/01/2024 11:22:58.

Este documento foi armazenado no SUAP em 03/01/2024. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 1044763
Código de Autenticação: 1bcbda96bb