INSTITUTO FEDERAL
Paraíba
Campus Campina Grande

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

EVELLY DÂMARIS ANDRADE VENCESLAU

A DIALÉTICA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ESNINO DE FRAÇÕES

CAMPINA GRANDE - PB
2025

EVELLY DÂMARIS ANDRADE VENCESLAU

A DIALÉTICA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ENSINO DE FRAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof. Me. Cícero da Silva Pereira.
Coorientador(a): Prof. Dr. Luis Havelange Soares.

Catalogação na fonte:
Ficha catalográfica elaborada por Gustavo César Nogueira da Costa - CRB 15/479

V468d Venceslau, Evelly Dâmaris Andrade

A dialética das representações semióticas no ensino de frações / Evelly Dâmaris Andrade Venceslau. - Campina Grande, 2025.

58 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Curso Superior de Licenciatura em Matemática.) - Instituto Federal da Paraíba, 2025.

Orientador: Prof. Me. Cícero da Silva Pereira.

Coorientador: Prof. Dr. Luis Havelange Soares.

1. Ensino de Matemática - Frações 2. Formação docente 3. Semiótica - Teoria dos Registros de Representação I. Pereira, Cícero da Silva II. Soares, Luis Havelange III. Título.

CDU 51:37

FICHA CATALOGRÁFICA

A DIALÉTICA DAS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS NO ENSINO DE FRAÇÃO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Cícero da Silva Pereira

Aprovado em: 17 / março / 2025

BANCA EXAMINADORA

Cicero da Silva Pereira

Prof. Me. Cícero da Silva Pereira - IFPB.
(Orientador)

Prof. Dr. Luís Havelange Soares - IFPB.
(Coorientador)

Elvira Carmen Farias Agra Leite

Profa. Ma. Elvira Carmen Farias Agra Leite- SEDUC - CG/PB.
(Membro da Banca)

Prof. Dr. Jonathas Jerônimo Barbosa - IFPB.
(Membro da Banca)

AGRADECIMENTOS

Agradeço, primeiramente, a Deus, por todo o Seu amor, graça e misericórdia, que me acompanham todos os dias, concedendo-me coragem e sabedoria para superar os desafios e obstáculos que surgiram ao longo da minha caminhada. Sou grata por seu eterno cuidado.

Aos meus pais, Maria Eunice e Amadeu Tomaz, por todo auxílio, constância e dedicação na construção do meu futuro, por cada palavra de carinho, incentivo, todas as orações e pelo apoio essencial nesta jornada. À minha irmã, Hellen Vitória, pelo carinho e pelas constantes palavras de ânimo.

Ao meu esposo, Daniel Alves, que nunca mediu esforços para me ver evoluir. Minha gratidão pelo companheirismo e incentivo constante. Meus dias se tornaram mais leves contando com sua ajuda e parceria.

À minha família materna e paterna, por todo apoio, pelas palavras de confiança e pelas orações. Vocês foram essenciais durante minha trajetória. Gratidão por tudo o que fizeram por mim.

Aos professores do curso de Licenciatura em Matemática do campus Campina Grande, por todas as trocas de saberes, em especial aos meus orientadores, Cícero Pereira e Luís Havelange, por sua dedicação e apoio ao longo dessa caminhada acadêmica.

À CAPES, por meio de programas como PIBID e PRP, que colaboram de forma direta e significativa na formação de futuros professores, desenvolvendo neles autonomia e reflexão crítica para atuar em sala de aula.

Aos amigos que hoje somam em minha vida: Érika Soares, Israel Ribeiro, Adalberto Vieira, Carlos Daniel, Isaac Costa, Carlos Uilito e Gleysom Moizinho. Minha gratidão por todo apoio e amizade. Vocês tornaram esse processo mais leve com palavras de conforto e companheirismo diário.

A Gleysom Moizinho, minha eterna gratidão por todo incentivo, parceria e colaboração na construção desta pesquisa. Seu apoio foi primordial para o desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus queridos amigos, que estiveram constantemente ao meu lado, me apoiando e me enchendo de confiança: Ially Rúbia, Márcio Douglas, Milena Lima, Ewerton Nascimento sou imensamente grata por todo apoio. Ao meu eterno professor e amigo, Sidney Souza, por todo carinho e dedicação. Ao meu amigo Raimundo Taveira, por todo empenho e suporte. À

Jaquelino Aires, por sua amizade e apoio incondicional. Obrigada por sempre acreditarem em mim e permanecerem ao meu lado durante essa jornada.

Agradeço a todos que, de alguma forma, contribuíram direta ou indiretamente para minha formação. Fui amparada por muitas orações. Mas, de maneira mais que especial, quero agradecer às minhas grandes amigas, Maria Beatriz e Ana Letícia, por sua amizade e companheirismo durante todo o curso. Levarei vocês para sempre em meu coração. Obrigada por tornarem essa caminhada mais leve. Nunca me senti só, pois sempre tivemos umas às outras.

“Como posso retribuir ao Senhor toda a sua bondade para comigo? Erguerei o cálice da salvação e invocarei o nome do Senhor. Cumprirei para com o Senhor os meus votos, na presença de todo o seu povo”. Salmos 116: 12 – 14

RESUMO

O ensino de frações representa um dos grandes desafios da matemática escolar, pois exige que os alunos desenvolvam a habilidade de transitar entre diferentes registros de representação semiótica para compreender seu significado. Diante dessa problemática, este trabalho tem como objetivo estudar a dialética entre as diversas formas de representação de uma fração e sua importância para a aprendizagem. Para isso, fundamenta-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), de Raymond Duval (2012), que enfatiza a necessidade de conversão entre registros numéricos, geométricos, algébricos, figural e verbal para uma compreensão mais ampla do conceito. A pesquisa, de caráter qualitativo e bibliográfico, analisa como essa transição entre registros contribui para a construção do conhecimento matemático e discute o papel da contextualização no ensino de frações para favorecer uma aprendizagem mais significativa. Os resultados apontam que a conversão entre diferentes representações semióticas, aliada a estratégias contextualizadas, pode minimizar as dificuldades históricas associadas ao ensino de frações, tornando o aprendizado mais acessível e dinâmico.

Palavras-chave: Frações; Registros de Representação Semiótica; Dialética das Representações; Ensino de Frações; Contextualização.

ABSTRACT

The teaching of fractions represents one of the major challenges in school mathematics, as it requires students to develop the ability to transition between different registers of semiotic representation to understand its meaning. Given this issue, this study aims to examine the dialectic between the different forms of fraction representation and their importance for learning. To this end, it is based on the Theory of Registers of Semiotic Representation (TRRS) by Raymond Duval (2012), which emphasizes the need for conversion between numerical, geometric, algebraic, figural, and verbal registers to achieve a broader understanding of the concept. This qualitative and bibliographic research analyzes how the transition between registers contributes to the construction of mathematical knowledge and discusses the role of contextualization in the teaching of fractions to promote more meaningful learning. The results indicate that the conversion between different semiotic representations, combined with contextualized strategies, can mitigate the historical difficulties associated with the teaching of fractions, making learning more accessible and dynamic.

Keywords: Fractions; Registers of Semiotic Representation; Dialectics of Representations; Teaching of Fractions; Contextualization.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

IFPB	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba
BNCC	Base Nacional Comum Curricular
TRRS	Teoria dos Registros de Representação Semiótica
LDBEN	Lei das Diretrizes e Bases da Educação Nacional
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
PIBID	Programa Institucional de Bolsa e Iniciação à Docência
PRP	Programa de Residência Pedagógica

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

O ensino de frações representa um dos maiores desafios no aprendizado da matemática, pois exige dos alunos a capacidade de transitar entre diferentes registros de representação semiótica para compreender sua multiplicidade de significados. Esse obstáculo não é apenas teórico, mas vivencial, como experienciei ao longo da minha trajetória escolar. A dificuldade em lidar com frações e suas diversas representações foi um fator que motivou esta pesquisa, pois compreendi que esse é um problema recorrente entre os estudantes e pode influenciar significativamente o desenvolvimento do pensamento matemático.

Diante desse cenário, este trabalho fundamenta-se na Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), proposta por Raymond Duval (2012), e na perspectiva dialética da aprendizagem matemática. A TRRS destaca que a compreensão matemática não ocorre apenas dentro de um único registro simbólico, mas por meio da conversão entre registros diferentes, como a representação numérica, geométrica, algébrica, figural e verbal. Já a dialética da representação enfatiza que o aprendizado matemático ocorre na interação entre múltiplas formas de expressão de um conceito, permitindo que o aluno construa significados mais sólidos.

Com base nessas reflexões, esta pesquisa busca responder à seguinte questão: “Como potencializar o processo de construção do conceito de fração por parte do aluno através da dialética entre as diferentes representações?”

A fim de investigar essa questão, este estudo tem como objetivo geral: Estudar a dialética entre as diferentes formas de representação de uma fração e sua importância para a aprendizagem.

Além disso, são estabelecidos os seguintes objetivos específicos:

1. Analisar como a transição entre diferentes registros de representação semiótica contribui para a compreensão do conceito de fração;
2. Discutir a importância da contextualização no ensino de frações para favorecer a aprendizagem significativa.

Para alcançar tais objetivos, este estudo adota uma abordagem qualitativa e bibliográfica, baseando-se na análise de referenciais teóricos que discutem a Teoria dos Registros de Representação Semiótica e a dialética da aprendizagem matemática. Além disso, são exploradas algumas questões relativas à semiótica e sua aplicação no ensino de frações, demonstrando como a conversão entre diferentes registros pode ser trabalhada de maneira didática para favorecer a compreensão dos estudantes.

Estabelecido isto, esta pesquisa foi organizada em quatro capítulos, sendo o primeiro deles a introdução, contendo a justificativa, questão diretriz, objetivos gerais e específicos. No segundo capítulo, referente à fundamentação teórica, está dividida em dois tópicos: apresenta-se um resgate histórico e epistemológico sobre o conceito de fração, analisando sua evolução ao longo do tempo e sua importância na matemática escolar; discute-se a Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) e sua relação com o ensino de frações, onde são explorados os diferentes registros de representação e a importância da conversão entre eles para a aprendizagem significativa. Além disso, destaca-se a dialética das representações matemáticas como um elemento essencial para a construção do conhecimento. O capítulo três aborda a contextualização como metodologia de ensino, explorando como a integração de diferentes registros pode contribuir para um aprendizado mais eficaz. Para isso, são discutidos aspectos como a dialética representacional da fração, sua aplicação no ensino e estratégias metodológicas baseadas na contextualização. Por fim, nas considerações finais, são apresentadas as reflexões gerais sobre os achados do estudo e as possíveis contribuições dessa abordagem para o ensino de frações.

2. O OBJETO MATEMÁTICO FRAÇÃO E A NECESSIDADE DOS DIFERENTES REGISTROS SEMIÓTICOS NO SEU ENSINO

Embora a enorme presença de desafios, complicações, desaprovações e amedrontamentos em relação ao ensino-aprendizagem de matemática, em especial, o ensino de frações, não seja a intenção daqueles que se dispõem a discutir sobre matemática na educação básica (os professores), o objeto matemático fração tem sido um marco representante dentre as preocupações da Educação Matemática. Seu conceito, ainda que se faça presente em diferentes representações de situações do mundo real ou mesmo no contexto da abstração, como é apresentado ao longo da análise histórica apresentada em Roque (2012), acaba por exigir dos alunos uma compreensão que transcenda a mera aplicação de regras algébricas.

Nesse sentido, aliada à Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS) desenvolvida por Raymond Duval (2012), afirma que a compreensão da matemática depende da habilidade de alternar entre diferentes registros de representação semiótica. No caso das frações, vê-se a compreensão dos alunos em um contexto visual, mas com uma enorme dificuldade na manipulação simbólica.

Com base em Leite (2022), a autora investiga como a transição entre as diferentes representações semióticas podem ser estruturadas através de aulas que explorem conhecimentos matemáticos por meio da interação com desafios contextualizados, instigando que o processo de ensinar e aprender matemática deve ser vivenciado como um processo dinâmico, interativo.

Em consonância com a investigação da semiótica presente em Duval, Silva (2023) envereda pela relação entre a Aritmética, a Álgebra e a Geometria, justificando a necessidade de evidenciar-se as relações entre estas três frentes em meio ao ensino de Matemática, ensino este que, segundo Almeida (2019), reconhece a figura do professor como sujeito que ajuda o aluno a relacionar o novo conhecimento com estruturas cognitivas existentes, do contrário, as transformações e o grande número de representações semióticas acabam por inutilizarem-se se não forem exploradas com o intuito de construir conhecimento.

Para que esta conversação entre a transição dos registros de representação semióticos da fração seja aqui teorizada, caminhar pela construção histórica do conceito, desenvolvimento, aplicação e ensino de frações é uma etapa essencial, a qual encontra-se em Sousa (2023) diante de um tratamento minucioso em desenvolver o conceito de fração e suas quatro operações fundamentais por meio de abordagens aritméticas e geométricas, utilizando de materiais manipuláveis e não manipuláveis aplicados ao dia a dia.

Cada um dos autores aqui referenciados, independentemente de sua especificidade, compartilham um objetivo comum: compreender como os diferentes registros de representação influenciam a aprendizagem e o desenvolvimento do pensamento matemático. Para isso, evidenciam em seus escritos, o que costuma facilitar ou ainda, dificultar a compreensão dos conceitos matemáticos, com ênfase na conversão e no tratamento entre diferentes registros.

Ancorando tamanha ressignificação ao universo da Matemática, esta tida como *difícil e chata* por acumular momentos de incertezas, inseguranças e traumas, ou ainda destinada a mentes brilhantes devido ao seu caráter abstrato e linguagem formal específica (DEVLIN, apud LEITE, 2022), a problemática do ensino de frações volta a ser um desafio para a sala de aula, seja pela dificuldade em aceitar os *números quebrados* e/ou *particionados*, seja pelo modo em decifrar qual das representações melhor se adéqua ao contexto situado de um problema.

Com o intuito de que o aluno possa se apropriar de novos conhecimentos dia após dia, a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), aponta que:

> Ao longo do Ensino Fundamental – Anos Finais, os estudantes se deparam com desafios de maior complexidade, sobretudo devido à necessidade de se apropriarem das diferentes lógicas de organização dos conhecimentos relacionados às áreas. Tendo em vista essa maior especialização, é importante, nos vários componentes curriculares, retomar e ressignificar as aprendizagens do Ensino Fundamental – Anos Iniciais no contexto das diferentes áreas, visando ao aprofundamento e à ampliação de repertórios dos estudantes (BRASIL, 2018, p. 60).

Para a eficácia desse ensino, é imprescindível o exercício baseado nos princípios da: analogia, conexão, diferenciação e extensão. Daí, é possível que o aluno possa compreender aspectos fundamentais da realidade matemática, tais como quantificação de fenômenos, representação de dados e análise de relações entre variáveis.

O que a presente pesquisa oferece é a crença de que a compreensão não ocorre apenas pela memorização de regras, mas pelo envolvimento ativo do aluno na construção do conhecimento: a conversão entre diferentes registros de representação; a integração entre os conteúdos discutidos; a aplicação das regras em diferentes contextos.

Em suma, esses estudiosos, alguns deles colegas e professores do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, campus Campina Grande (IFPB), a qual faço parte, através de suas pesquisas que aqui são exploradas, observadas, teorizadas, resgatadas e detalhadas, procuram entender como os alunos interpretam as representações das frações, como essas representações impactam a aprendizagem e quais estratégias pedagógicas podem facilitar o ensino desse conceito fundamental. Ademais, é isto que vem a ser à ciência matemática: encontrar-se em constante construção.

2.1. FRAÇÃO: UM OLHAR HISTÓRICO E EPISTEMOLÓGICO SOBRE ESSE OBJETO MATEMÁTICO

No que diz respeito à história de origem dos números, "é difícil escolher um ponto de partida" (ROQUE, 2012, p. 25). Para tanto, é comum associarmos sua origem às técnicas de contagem e organização, presentes no uso de pedras, marcas em ossos e cordas, registrados em escritos das duas civilizações antigas mais conhecidas: a Mesopotâmia e o antigo Egito.

> Se voltarmos um pouco no tempo, em que conjectura-se o início do conhecimento matemático, ao utilizar-se de símbolos ou figuras para representar quantidades, desde riscos em ossos e lascas de árvore até o registro de símbolos em paredes de caverna expressando a ideia de contagem pela humanidade, a Matemática se depara com a necessidade de usar registros ou representações para gerar significados aos seus objetos (DA SILVA, 2024, p. 17).

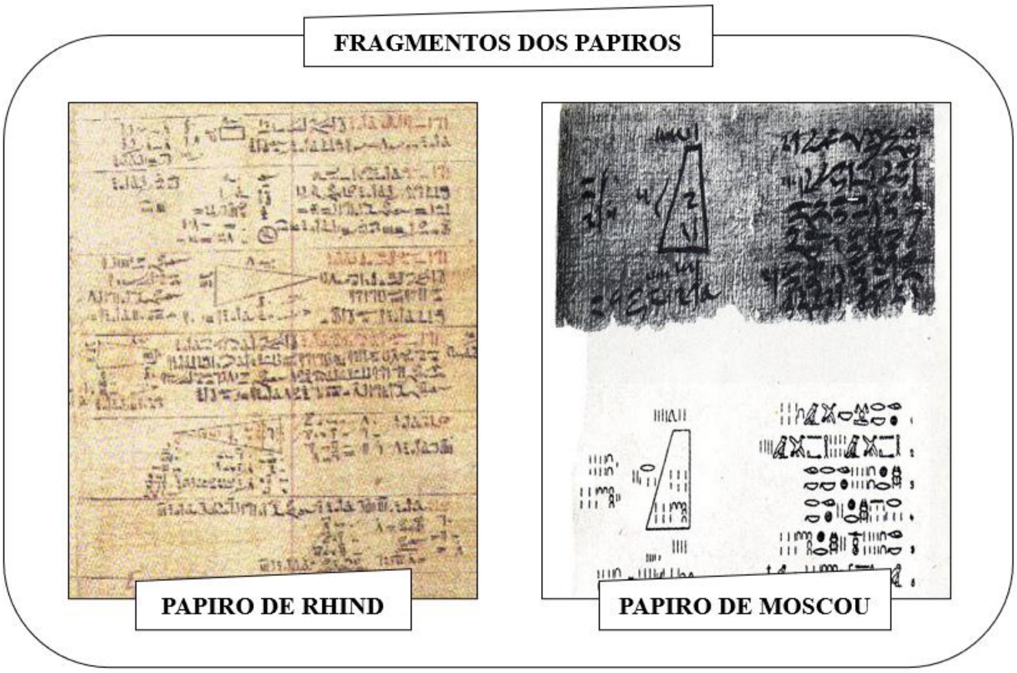
O senso numérico dos humanos já era suficiente para atender suas demandas. À medida que o homem passa a se fixar em determinado território, deixando de ser um nômade, surgem dificuldades em controlar rebanhos, a crescente produção de alimentos e, portanto, a necessidade de haver um maior direcionamento as primeiras relações entre quantidades e símbolos. Vale ressaltar que, segundo Roque (2012),

> As fontes indicam que quando a matemática começou a ser praticada no antigo Egito, ela estava associada sobretudo a necessidades administrativas. A quantificação e o registro de bens levaram ao desenvolvimento de sistemas de medida, empregados e aperfeiçoados pelos escribas, ou seja, pelos responsáveis pela administração do Egito. [...] Os papiros matemáticos se inserem nessa tradição pedagógica e contêm problemas e soluções preparados por eles para antecipar as situações que os mais jovens poderiam encontrar no futuro (ROQUE, 2012, p. 27).

Nesse sentido, os papiros são responsáveis por resguardar valiosas contribuições históricas que perpetuam até os dias atuais, e que, por sua vez, permitem o aprimoramento de estudos de tratamento para como o desenvolvimento da Matemática. Além da permissão à sistematização e transmissão do conhecimento matemático, os papiros – como o Papiro de Rhind e o Papiro de Moscou (Figura 01) – não apenas demonstram o desenvolvimento de técnicas numéricas e algorítmicas, mas também influenciaram o pensamento matemático de civilizações posteriores.

Segundo Zuin (2013, p. 4), "Os papiros de Rhind e de Moscou, representando as melhores fontes de informação e constituem-se nos mais antigos documentos egípcios de cunho matemático que chegaram até os dias de hoje [...]".

Figura 1: Fragmentos dos Papiros de Rhind e Moscou



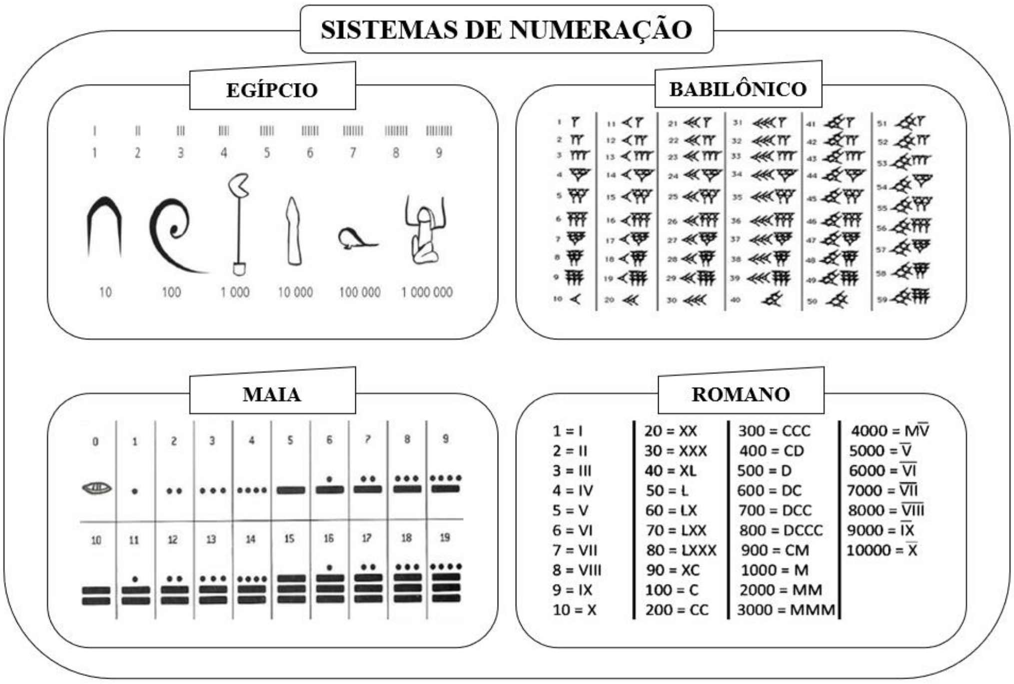
Fonte: Autoria própria (2025).

No que diz respeito à utilização da História da Matemática, seja como motivação, vivência e aprimoramento de constructos matemáticos através de erros e acertos (Zuin, 2013), sua percepção e modo de ser utilizada requer uma maior atenção por parte do trabalho investigativo e da construção do conhecimento matemático, afinal, segundo D'Ambrósio, a História da Matemática pode ser vista como

> um elemento fundamental para se perceber como teorias e práticas matemáticas foram criadas desenvolvidas e utilizadas num contexto específico de sua época. Esta visão crítica da Matemática através de sua História não implica necessariamente o domínio das teorias e práticas que estamos analisando historicamente (...) Conhecer historicamente, pontos altos da Matemática de ontem poderá na melhor das hipóteses, e de fato faz isso, orientar no aprendizado e no desenvolvimento da Matemática de hoje (D'AMBRÓSIO, apud ZUIN, 2013, p. 2).

É dentro desta perspectiva que, através da análise dos papiros, observou-se que os mesmos, indicam que o modo como os cálculos eram realizados em cada cultura dependia intimamente da natureza dos sistemas de numeração utilizados. A figura a seguir apresenta alguns destes sistemas de numeração:

Figura 2: Alguns Sistemas de Numeração



Fonte: Autoria própria (2025).

A esses sistemas de numeração, hoje bastante difundidos e, até mesmo, presentes no ensino de matemática nas turmas de ensino fundamental anos finais, especialmente no 6º ano, recai, dentre outros, no problema da concretude e da abstração.

> O desenvolvimento do conceito de número, apesar de ter sido impulsionado por necessidades concretas, implica um tipo de abstração. Quando dizemos “abstrato” é necessário tornar preciso o significado desse termo, pois a dicotomia entre concreto e abstrato, evocada frequentemente em relação à ideia de número, dificulta a compreensão do que está em jogo. Contar é concreto, mas usar um mesmo número para expressar quantidades iguais de coisas distintas é um procedimento abstrato (ROQUE, 2012, p. 27).

Somado a essa problemática da contagem, ampliando-a para as noções de medida, onde medir é comparar grandezas, encontra-se um tipo de medida que não contabilizava um número inteiro, isto é, ao determinar o tamanho de uma grandeza, um objeto, o sistema de numeração empregado não satisfazia a medida encontrada, e não havendo símbolo para a representação do número obtido, por não ser inteiro, disposto em partes iguais, surge então a necessidade de uma nova representação para eles. Essa representação, foi denominada fração.

Ao longo da história, o conceito de fração evoluíra significativamente ao passo de refletir avanços matemáticos e abordagens pedagógicas, considerando os dias atuais. Vale ressaltar que as frações datam de cerca de 3000 a. C., com sua representação e aplicação melhorando ao longo do tempo. Entretanto, tamanha evolução não se deu apenas sobre meios matemáticos, mas também, epistemológicos, visto que diferentes perspectivas culturais moldaram (e moldam) a compreensão e o ensino desse objeto matemático ainda hoje.

Epistemologicamente, a fração é responsável por ocupar um espaço de singularidade na construção do conhecimento matemático, visto que ela não se limita a um único significado, podendo ser vista como a parte de um todo, o resultado de uma divisão, a razão entre duas grandezas ou, até mesmo, como um operador multiplicativo.

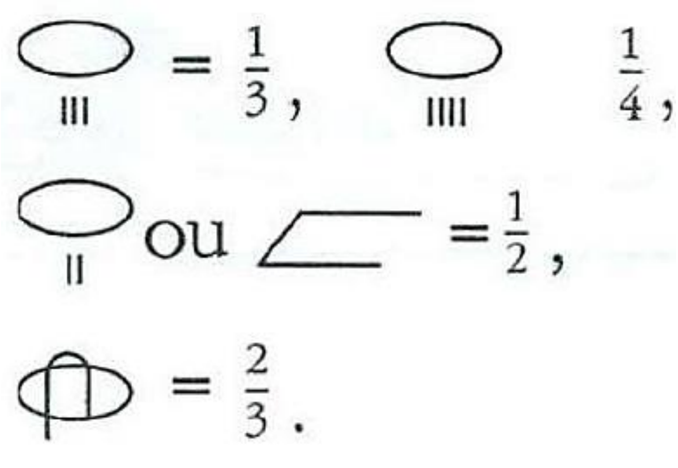
Sousa (2023, p. 24), afirma que:

> É comum relacionamos frações a repartições de objetos e figuras em parte menores de tamanhos iguais, é possível que pelo menos alguma vez você já tenha escutado ou lido em algum lugar a expressão *numa fração de segundo*, mas o que isso significa? Nesta vertente o significado de fração assume sentido numa pequena parte do segundo, em um intervalo muito curto de tempo. Da mesma forma, esta situação é abordada nos livros didáticos adotados por várias intuições de ensino, enaltecendo este carácter representativo do tema sobre frações.

Sendo assim, há na fração uma dualidade entre a concretude e a abstração: na repartição de uma torta, existe uma concretude (visibilidade palpável); na repartição do valor de R$10,00 (dez reais) para 3 (três) pessoas, há um tratamento mais abstrato, afinal, não se vê R$3,33333333333... Essa transição acaba por exigir o abandono da interpretação exclusivamente visual ou prática em favor de um entendimento mais simbólico e algébrico, uma dialética representacional.

“De início, a representação fracionária dava-se por meio de uma elipse acima de um número egípcio tradicional [...], de forma a representar uma fração unitária nos dias de hoje [...]” (SOUSA, 2023, p. 21). Conforme figura a seguir:

Figura 3: Representação Fracionária com Números Egípcios



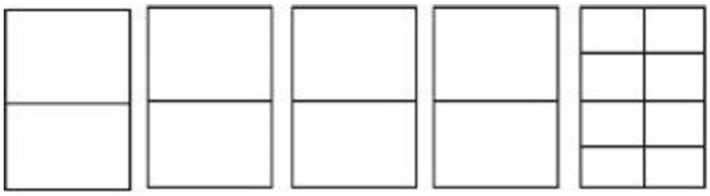
Fonte: (ROUQE; CARVALHO, 2012), adaptação SOUSA, 2023.

Na prática cotidiana, segue-se que uma fração está comumente associada à ideia de repartição de objetos em partes menores, mas que mantenham tamanhos iguais. As frações, por sua vez, são então entendidas como partes de um todo, especialmente no contexto da partilha de bens e recursos, como grãos ou terras. Em seu livro, Roque (2012), traz o seguinte exemplo:

Quadro 1: Exemplo Introdutório de Frações

Suponhamos que uma pessoa deseja repartir a quantidade de grãos contida em cinco sacos de cevada por oito pessoas. Começamos por imaginar que, se tivéssemos quatro sacos, cada pessoa deveria receber a metade de cada saco, ou seja, $\frac{1}{2}$. Fazendo isso, sobrará um saco, que pode ser dividido pelas oito pessoas, cada uma recebendo mais $\frac{1}{8}$ desse saco.

Figura 4: Representação Geométrica do Problema dos Sacos

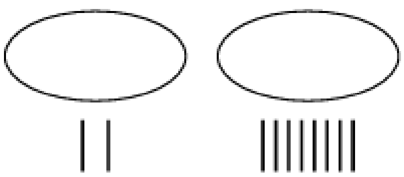


Podemos dizer, então, que o resultado da divisão de 5 por 8 é $\frac{1}{2}+\frac{1}{8}$. Logo, esse resultado enunciado como uma soma de frações de numerador 1, expressa o modo como a divisão foi realizada.

Fonte: Roque (2012).

Ademais, Sousa (2023), apresenta uma possível representação egípcia para a solução do problema dos sacos, uma vez que os egípcios, através de seus próprios procedimentos e cálculos, já conseguiam trabalhar com frações unitárias, isto é, com numerador igual a 1 (um):

Figura 5: Solução do Problema dos Sacos em Notação Egípcia



Fonte: Sousa (2023).

Evidentemente, na atualidade, a representação da solução desse problema, seria equivalente a escrever essa soma como sendo $\frac{5}{8}$. Independente da representação, cada qual com seu significado histórico e cultural, a relação entre fração e repartição acaba por ser uma base intuitiva no processo de ensino e aprendizagem, visto que muitas crianças compreendem as frações inicialmente ao serem expostas a situações práticas de divisão de objetos.

Mas, das características presentes na construção do entendimento de uma fração, como este objeto matemático pode ser definido? (DANTE, apud SOUSA, 2023, p. 24), define fração como sendo "*a razão entre grandezas*". Matematicamente,

$$\forall n, d \in \mathbb{N}, d \neq 0, F \text{ é } um\ número\ fracionário, tal\ que\ F = \frac{n}{d}.$$

A partir desta representação, Sousa (2023) enfatiza a caracterização de cada termo presente, isto é,

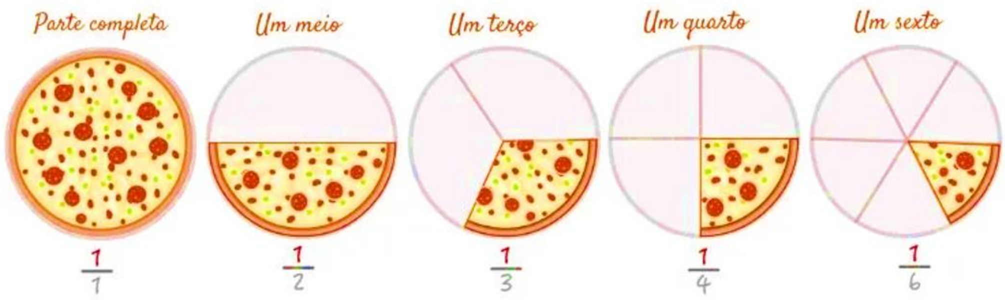
> [...] trata-se de números separados por uma traço, onde chamamos de *numerador* o número natural acima do traço, que expressa a quantidades de partes selecionadas ou destacadas, e chamamos de denominador o número natural diferente de zero abaixo do traço, expressa a quantidade total de repartições de um determinado conjunto (SOUSA, 2023, p. 24).

Diante do exposto, as frações podem vir a ser representadas por diferentes formas, cada qual com suas particularidades específicas. A razão para que haja mais de uma representação, deve-se à evolução histórica de seu conceito, tal como apresentado anteriormente, ainda que prevaleça as noções básicas de repartir e/ou fragmentar na contextualização que se queira discutir.

Além da notação anterior, $\frac{n}{d}$, algebricamente a fração também pode ser representada por uma barra na diagonal entre os dois termos, n/d, ou ainda, pela representação de uma divisão, $n \div d$ ou $n : d$, prevalecendo a noção de que uma certa unidade foi dividida em d pedaços de mesmo tamanho, sendo retirada dessa quantidade, n pedaços (SOUSA, 2023).

Essas outras abordagens, embora menos intuitivas, frequentemente costumam ser ilustradas no ensino, visando ajudar os alunos a visualizarem outras formas de representar um mesmo objeto. Isso fica mais claro na ilustração através de diagramas visuais, como um círculo divido em partes iguais, na qual os alunos estabelecem rapidamente (e hipoteticamente) uma conexão entre a repartição de pizzas e/ou bolos em fatias de mesmo tamanho (desprezando a massa e/ou recheio que fica na espátula/faca).

Figura 6: Exemplo de Representação Geométrica das Frações



Fonte: Google Imagens. Disponível em: https://images.app.goo.gl/1y7aEgBF5z9ACQou7

Para além dessas representações, tratando-se da Matemática, é interessante relacioná-las em cada contexto trabalhado, seja no contexto da Aritmética, da Álgebra ou da Geometria, visto que,

> [...] o estudo isolado dos conteúdos dessas disciplinas é como ter acesso apenas a uma parte de um inteiro, ou seja, “aqueles que estudaram de modo isolado os conceitos ficaram com a impressão de que estes não se inter-relacionam e que aprenderam assuntos distintos” (LORENZATTO, apud DA SILVA, 2024, p. 11).

Essas representações mais abstratas, no que diz respeito à Álgebra, ampliam o uso das frações para resolver equações e modelar características em diferentes áreas do conhecimento matemático, as quais cedo ou tarde, os alunos irão se deparar durante a escolaridade. Logo, cada representação das frações tende a oferecer uma perspectiva única em relação ao contexto que se esteja trabalhando. A escolha da representação, todavia, acaba por facilitar a estruturação da solução, desde que feita de maneira estratégica (o caso da repartição dos grãos através da representação geométrica, por exemplo).

Atentar-se para a escolha da representação como possibilidade estratégica, dar-se-á pelo tratamento complexo (no que diz respeito à epistemologia) da fração, devido à sua transição entre o concreto e o abstrato, entre o finito e o infinito, entre o prático e o teórico. Do contrário, velhas práticas continuarão a prevalecer na sala de aula, “[N]a escola é comum ouvirmos exclamação do tipo “*nesse exercício tem frações*” quando usada em algumas atividades. Essa é uma constatação que desanima um número grande de alunos de 1º grau e até mesmo do 2º grau” (CAVALIERI, apud, SOUSA, 2023, p. 17).

Estudar essa epistemologia nos ajuda a compreender não apenas a evolução do conceito de fração ao longo da história, mas também as dificuldades e potencialidades que ele apresenta no aprendizado da matemática como ciência transformadora. A escolha adequada do tratamento a ser dado no contexto das frações, permite a transição entre a visualização concreta, a abstração simbólica e a aplicação prática dos conceitos trabalhados, enriquecendo o entendimento do mesmo e ampliando as possibilidades de sua aplicação em diferentes campos.

Embora a perspectiva histórica e/ou epistemológica das frações forneça uma compreensão rica, há quem possa argumentar que o foco nos métodos tradicionais de ensino, possa dificultar a compreensão conceitual dos alunos sobre o tema, sugerindo a utilização de estratégias de ensino inovadoras que enfatizem aplicações práticas e uma interpretação mais detalhada. A esta última consideração, cabe a análise das representações semióticas presentes na teoria de Duval (2012), que serão melhor descritas no tópico seguinte.

2.2. AS REPRESENTAÇÕES SEMIÓTICAS DA FRAÇÃO

No tópico anterior, ao ser feita uma breve construção do encaminhamento histórico referente ao desenvolvimento do conceito e representação das frações, optamos por levar em consideração ser este conteúdo como sendo um dos mais desafiadores[1] no ensino de matemática, especialmente devido às suas diversas interpretações e aplicações.

Ao longo do texto, destacamos a aparição de alguns símbolos, escritas e imagens como um todo, às quais acreditamos ter melhorado a compreensão do que destacava o texto, seja como eram representados os diferentes sistemas de numeração ou, até mesmo, associação com as fatias de pizza, presentes no estudo das frações, incluindo a escrita por extenso e a representação fracionária $\frac{p}{q}$.

Dentre as possíveis visualizações de uma fração, para que esta seja compreendida em sua totalidade, é essencial considerar a forma como ela é representada. Mas afinal, para que servem as várias representações das frações? Apenas uma já não seria o suficiente para compreendê-la por completo? Algumas destas perguntas costumam ser frequentes na educação básica, afinal, diante de uma enormidade de conteúdos e disciplinas, por que seria necessário aprender a lidar com diferentes maneiras de representar a mesma “coisa”, certo?!

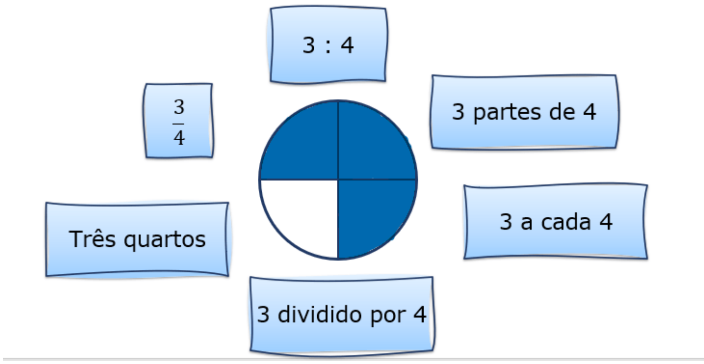
Uma simples busca na *web*[2], como exemplo pesquisar por: “representações das frações”, revela uma gama de imagens que traz em seu escopo, geralmente, três tipos de modos diferentes de representar uma fração. Conforme figura a seguir:

---

[1] Recomenda-se a leitura do trabalho de conclusão de curso intitulado “Uma fração da arte e a arte da fração: uma perspectiva no ensino de frações”, onde além dos acertos, SOUSA (2023) aponta as dificuldades encontradas ao longo da exploração do objeto matemático “fração”, em sala de aula através de uma oficina, destacando comentários dos alunos que reforçam a dificuldade em compreender este conteúdo.

[2] Trata-se de um sistema de documentos interligados que podem ser acessados pela internet. Além disso, agrega páginas que podem conter textos, imagens, vídeos e outros tipos de mídia.

Figura 7: Fração e suas Representações



Fonte: Google Imagens, adaptada. Disponível em: https://images.app.goo.gl/uM4ULqft48pCeEb77

De acordo com a figura, observam-se algumas maneiras de representar o mesmo objeto, isto é, a fração $\frac{3}{4}$, sua escrita por extenso (incluindo outras associações) e uma representação geométrica do caso.

Em suma, procurar entender como os alunos podem vir a interpretar as diferentes representações das frações (mas não só elas), moldando a ideia de que embora sejam diferentes, indicam o mesmo objeto matemático, e como essa assimilação impacta a aprendizagem dos indivíduos, faz parte da TRRS, presente em especial, em Raymond Duval (2012), este que fornece um arcabouço teórico essencial para analisar as dificuldades de aprendizagem associadas às frações e propor estratégias pedagógicas eficazes.

> A Teoria de Raymond Duval (2003) tem auxiliado sobremaneira no que diz respeito à organização de situações de aprendizagens, uma vez que ela se apresenta como uma maneira didático/metodológica que o professor pode usar quando busca a conceitualização e a aquisição de conhecimentos matemáticos (JÚNIOR, 2020, p. 37).

Para Duval, a matemática pode ser entendida como uma linguagem composta de signos que deve ser interpretada e manipulada de acordo com regras semióticas específicas. Segundo seu próprio estudo, Duval (2012) propôs que a compreensão matemática não dependesse apenas da manipulação de símbolos ou da aplicação de regras, mas também da habilidade de *transitar entre registros de representação*, como: símbolos, gráficos, formas geométricas, representações em língua materna e dentre outros.

O que seria então o trabalho com a semiótica? “A palavra semiótica vem do grego antigo, onde *seméion* significa signo. [...] o signo é aquilo que nos faz lembrar de algo e é perceptível aos nossos sentidos” (SANTANELLA, apud LEITE, 2022, p. 34). Assim, pode-se dizer que a *semiótica* estuda os meios que possibilitam a comunicação, através dos *signos*, sejam eles verbais ou não-verbais, levando em consideração a distinção entre um objeto e sua representação (HENRIQUES; ALMOULOUD, apud DA SILVA, 2023).

O quadro a seguir ilustra esse conceito, relacionando os sentidos (canal perceptivo) com as lembranças (exemplos):

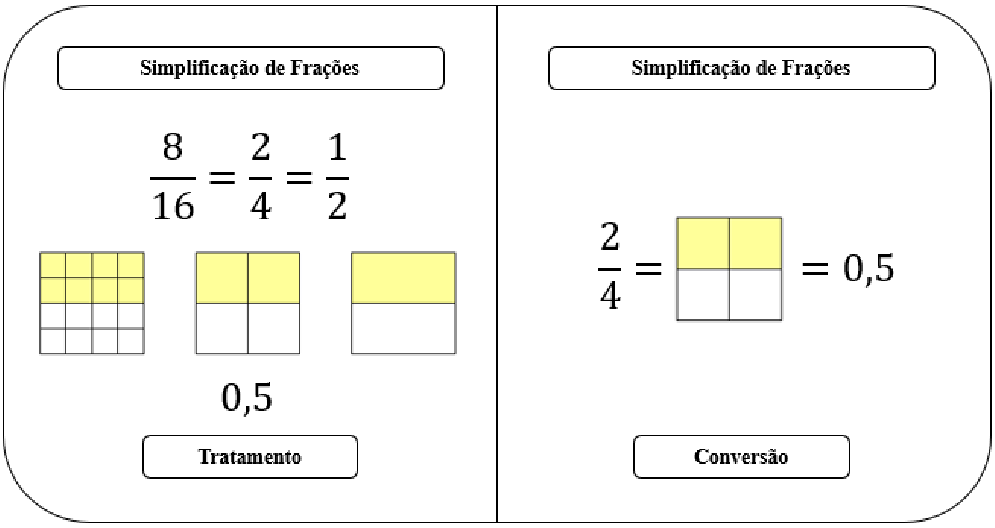
Quadro 2: Signos Classificados Conforme o Canal Perceptivo

Canal Perceptivo	Exemplos
Visual (ou ótico)	imagens, esculturas, mercadorias, palavras escritas
Auditivo (ou acústico)	palavras da linguagem oral, gritos, música, buzinas, sirenes
Tátil	palavras “escritas” em braile, beijos, abraços
Olfativo	cheiro de flor, café, pão fresco, carne assada, perfume
Gustativo	paladar doce, ácido, amargo, sabor de vinho etc.
Térmico	sensação de calor, frio, morno etc.

Fonte: Santenella e Noth (2017, p. 11); apud Leite (2023, p. 34).

Ademais, “Duval (1993, 1995) chama de registro todo sistema semiótico que permite que as representações semióticas a ele vinculadas possam sofrer tratamentos e conversões” (ALMEIDA, 2019, p. 8). No que se refere ao *tratamento*, trata-se das transformações de representações dentro de um mesmo registro. Já no que diz respeito a *conversão*, trata-se de transformar uma representação em outra representação que pertença a um outro sistema semiótico diferente do original, “ou seja, são transformações de representações que consistem em mudar de registro conservando os mesmos objetos denotados” (ALMEIDA, 2019, p. 8). A figura a seguir ilustra essa diferenciação:

Figura 8: Diferença entre Tratamento e Conversão



Fonte: Autoria própria (2025).

Com base na figura, evidencia-se que ao trabalhar com as representações semióticas, quando a transformação sofre o tratamento (parte esquerda da figura), o registro simbólico ($\frac{8}{16}$ ou $0{,}5$) e o registro figural (partições do paralelogramo) se mantiveram até o fim. Do contrário, quando ocorreu a conversão (parte direita da figura), o registro simbólico ($\frac{2}{4}$) tornou-se um registro figural (paralelogramo particionado) e depois voltou a ser simbólico, mas assumindo a forma de um número decimal exato ($0{,}5$).

Júnior (2020) destaca que os alunos devem perpassar pelas atividades de representar, tratar a representação e converter a representação:

> A apreensão do objeto matemático se inicia ao submeter nossos alunos ao uso destas três atividades cognitivas, ou seja, submetê-la a situações onde ele tenha que se utilizar de diversos registros de representação executando diferenciados tratamentos e variadas conversões do registro de representação (JÚNIOR, 2020, p. 41).

Nesse sentido, com o objetivo de compreender as principais características dessa teoria, urge a necessidade de explorar o sistema de representação, isto é, "a maneira de conhecer algo, mas também [...], explorar o que está sendo representado ou que possui essa necessidade, bem como os seus significados [...]" (DA SILVA, 2023, p. 18). Vale ressaltar que, segundo Duval (1993), "[...] existe um paradoxo cognitivo do pensamento matemático: de um lado, a apreensão dos objetos matemáticos pode ser apenas uma apreensão conceitual e, de outro lado, só por meio de representações semióticas é que uma atividade sobre objetos matemáticos é possível" (DUVAL, apud DA SILVA, 2023, p. 19).

Nas entrelinhas do discurso, Duval (2012) conclui que ainda que hajam representações semióticas para os diferentes tipos de tratamento de um mesmo objeto matemático, a limitação encontra-se exatamente no próprio desenvolvimento da atividade matemática, "pois, para esse autor, a relação dos signos com o que eles significam é uma relação de referência e não de causalidade" (LEITE, 2022, p. 46), ou seja, *a representação não é, em hipótese alguma, o objeto matemático*, mas uma maneira de compreendê-lo. E mais:

> A matemática trabalha com objetos abstratos. Ou seja, os objetos matemáticos não são diretamente acessíveis à percepção, necessitando para sua apresentação o uso de uma representação. Nesse caso, a representação através de símbolos, signos, códigos, tabelas, gráficos, algoritmos, desenhos é bastante significativa, pois permite a comunicação entre os sujeitos e as atividades cognitivas do pensamento, permitindo registros de representação diferentes de um mesmo objeto matemático (DAMM, apud LEITE, 2022, p. 47).

Sendo assim, este capítulo explora as diferentes representações da fração e destaca a importância da conversão entre os registros semióticos para a compreensão desse conceito matemático, uma vez que o conhecimento a respeito desta ciência se estabelece pela representação de seus objetos, sendo exatamente esta a contribuição da Teoria das Representações Semióticas.

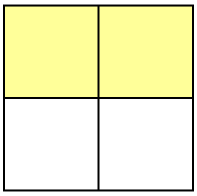
Segundo Leite (2022),

> As diferentes formas de representar um mesmo registro se complementam e mostram que um registro apresenta determinadas características que não são observadas em outros. Dessa forma, a complementaridade de registros é importante para acessar todas as características de um objeto (LEITE, 2022, p. 87).

Essa complementaridade corrobora (ou ao menos tenta corroborar) com a fuga da confusão entre o objeto matemático que se estuda e a sua representação. Vale ressaltar que, um objeto matemático, nada mais é do que qualquer *entidade abstrata* definida no âmbito da matemática, como números, figuras geométricas, funções, equações e dentre outros exemplos, os quais se encontram no que Platão (428 a.C. – 347 a. C.) chamava de mundo das ideias.

No estudo das frações, sua compreensão pode se dar através de diferentes registros de representação semiótica. O quadro a seguir aborda as principais representações semióticas no que diz respeito aos Números Racionais, em especial, as frações:

Quadro 3: Representação dos Números Racionais

REPRESENTAÇÃO	NOME	REGISTRO	TIPO
	Representação Figural Contínua	Registro Figural	Figural
	Representação Figural Discreta	Registro Figural	Figural
$\frac{2}{4}$ ou $^{2}/_{4}$	Representação Fracionária	Registro Numérico Fracionário	Simbólico
$0{,}5$	Representação Decimal Exata	Registro Numérico Decimal	Simbólico
$0{,}333\ldots$ ou $0{,}\overline{3}$	Representação Decimal Não Exata	Registro Numérico Decimal	Simbólico
$\frac{a}{b}, b \neq 0, a, b \in \mathbb{Z}$	Representação Algébrica	Registro Algébrico	Simbólico

Um número racional é um número da forma $\frac{a}{b}$, onde a e b são números inteiros com $b \neq 0$	Representação em Língua Portuguesa	Registro na Língua Portuguesa	Língua Natural

Fonte: Autoria própria (2025).

Cada um desses registros possui sua própria estrutura e suas limitações, e a compreensão efetiva da fração exige que o estudante consiga transitar entre elas, visto que muitos alunos conseguem operar frações em um formato, mas têm dificuldades em transferi-las para outro registro.

O *registro figural* (ou visual), diz respeito à representação pictórica, como diagramas de pizzas divididas em partes iguais, barras fracionárias ou retângulos seccionados. A diferenciação entre ser contínuo ou discreto, no caso das frações, dar-se-á através da seguinte maneira: o *registro discreto*, trabalha com unidades separadas e distintas, onde os símbolos são individuais e manipuláveis; já o *registro contínuo* apresenta uma informação fluida e sem interrupções, como o sombreamento de uma figura.

O *registro simbólico*, diz respeito a representação numérica convencional, como a representação fracionária ou a forma de um número decimal. Todavia, vale ressaltar que, na matemática, é comum haver uma formalização através de símbolos que definam um objeto matemático, nesse caso, um número racional, uma fração.

Sendo assim, quando se escreve a forma algébrica de um número racional, utiliza-se de símbolos para sua definição, constituindo um registro simbólico. Para tanto, o registro através da mistura de palavras e símbolos que permitem a leitura da definição do objeto matemático, enquadra-se como um *registro em língua materna*, nesse caso, o português. Ademais, a explicação oral, se aqui pudesse ser exposta, enquadrar-se-ia como sendo um *registro verbal*.

Ainda que não seja objetivo desta pesquisa adentrar a exploração total das contribuições da TRRS de Duval, visto que existem pesquisas, aqui referenciadas, que se ocupam com mais profundidade nesta questão, há de se levar em consideração que a dificuldade em matemática muitas vezes acaba sendo atribuída a uma limitação na capacidade de transitar entre os registros. Ao focar nestas habilidades, surgem estratégias pedagógicas que podem ajudar a superar obstáculos didáticos no ensino de frações, mas não apenas deste.

Faz-se necessário rever a ideia desses obstáculos com base em Brousseau (1989, 1998), este que intitulou *obstáculos didáticos*, isto é, “os obstáculos didáticos são conhecimentos que se encontram relativamente estabilizados no plano intelectual e que podem dificultar a evolução da aprendizagem do saber escolar” (PAIS, apud, JOSÉ; VIZOLLI, 2022, p. 55). O quadro refere-se ao modo como Brousseau organizou os obstáculos didáticos em três categorias de acordo com sua origem:

Quadro 4: Obstáculos Didáticos Segundo Brousseau

Origem	Característica / exemplo
Ontogênica	Relacionam-se com a teoria de Piaget, uma vez que determinadas operações e construções cognitivas dependem da idade mental e cronológica do estudante, “obstáculos de origem ontogenética são aqueles que surgem devido a limitações (neurofisiológico entre outros) do sujeito no momento de seu desenvolvimento: ele desenvolve conhecimento adequado aos seus meios e objetivos nessa idade” (BROUSSEAU, 1998, p. 8). Exemplo: um estudante dificilmente constrói o conceito de volume antes do 4º ano do Ensino Fundamental.
Didática	Estes obstáculos resultam de ações docentes ou do sistema de ensino, em que fatores como: planejamentos ineficientes, conhecimentos mal elaborados tendem a dificultar as aprendizagens do estudante. “Os obstáculos de origem didática são aqueles que parecem depender apenas de uma escolha ou projeto do sistema educacional” (BROUSSEAU, 1998, p. 8). Exemplo: Transformar um número decimal em fração, tomando a parte inteira como numerador e a decimal como denominador.
Epistemológica	Os obstáculos de origem epistemológica são aqueles constitutivos do conhecimento, uma vez que estão incrustados no processo histórico dos conceitos, “obstáculos de origem estritamente epistemológica são aqueles dos quais não se pode e não se deve escapar, pelo próprio fato de seu papel constitutivo no conhecimento. Eles podem ser encontrados na história dos próprios conceitos” (BROUSSEAU, 1989, p. 108). Como exemplo, o obstáculo evidenciado por Costa (2009, p. 144), “a ideia de que o antecessor e o sucessor de um número natural sempre apresentam uma unidade a menos e a mais respectivamente, pode se constituir um obstáculo epistemológico na identificação de antecessor e sucessor de números negativos”.

Fonte: Brousseau (1989, 1998), apud José; Vizolli (2022).

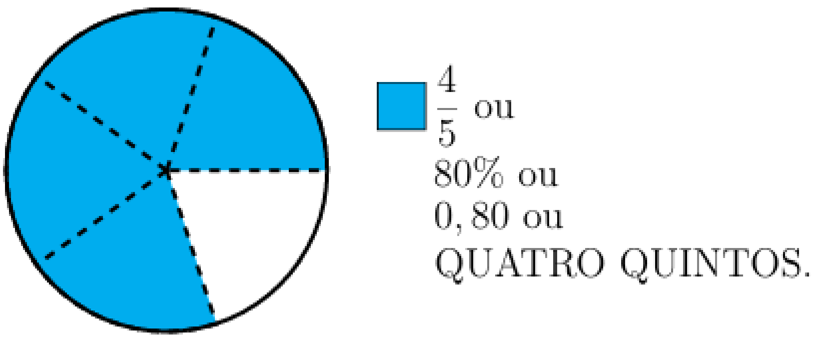
Com base nesse quadro e para Brousseau, os obstáculos têm um papel crucial para a aquisição de um novo conhecimento e, além disso, os mesmos não podem ser evitados, pois fazem parte do nosso processo de evolução do espírito científico, isto é, é necessário conhecêlos para superá-los (JOSÉ; VIZOLLI, 2022, p. 56). Quando se trata do estudo e aprendizagem de frações, não é um caminho diferente, afinal, o *monstro* ainda vaga pelo jardim da matemática (BICUDO; BORBA, 2012).

Segundo Sousa (2023, p. 26),

> Para uma potencial aprendizagem, tanto a resolução de problemas por cálculo como a interpretação lógica de seu enunciado possuem papeis mutualmente importantes. Compreender o que foi dito para traçar a trajetória resolutiva de um problema é o passo inicial e de extrema importância. Saber o que foi dito e interpretar de forma eficaz muitas das vezes nos poupa esforços. Diante disto, a aprendizagem de frações mediante sua ambientação e entendimento de sua escrita torna-se de caráter indispensável.

Nesse sentido, os diferentes registros para com a representação de uma fração acabam por contribuir com a tentativa de permitir aos alunos transitarem entre as diferentes representações, promovendo a conexão entre elas e adquirirem uma melhor compreensão de seu conceito.

Figura 9: Diferentes Registros da Fração 4/5



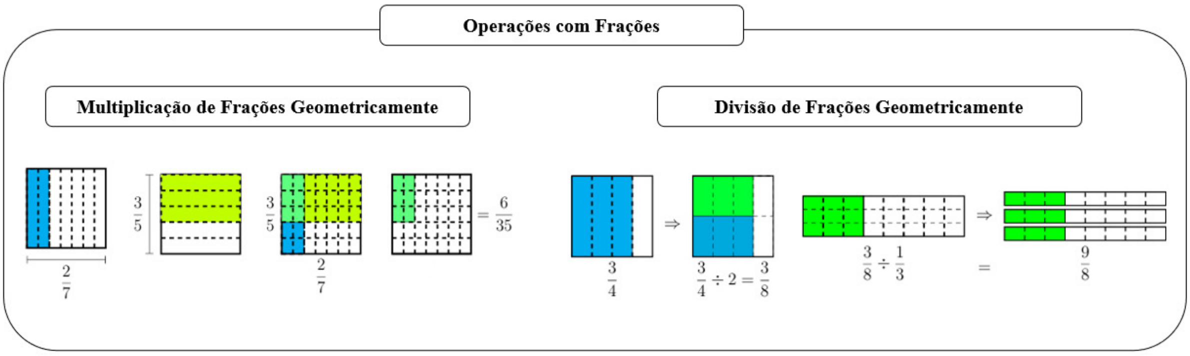
Fonte: Sousa (2023).

"Ao referenciar uma parte de um todo, usamos uma linguagem fracionária para nos expressar. Seja por conceitos: De porcentagem, de números decimais, da representação geométrica, da escrita ou fala" (SOUSA, 2023, p. 27). Essas diferentes maneiras de representar o mesmo objeto enveredam a versatilidade da matemática.

Com base na figura, a qual poderia ser facilmente apresentada ao longo de uma aula de matemática numa terça-feira pela manhã, evidencia-se que a linguagem matemática une-se à linguagem natural e assim, constroem juntas o discurso utilizado pelo professor ao longo das aulas de matemática, um discurso em língua natural, mas que não é encerrado nela pois, "há muito mais em uma aula de Matemática do que as falas nos revelam" (LEITE, 2022, p. 195).

Em Sousa (2023), nota-se a preocupação em perpassar pelo ensino de frações para além da aplicação dos algoritmos de soma, subtração, multiplicação e divisão no que diz respeito ao caráter estritamente numérico, isto é, torna-se comum em uma sala de aula o ensino das operações com frações apenas utilizando-se do caráter aritmético ou algébrico, enquanto que o caráter geométrico aparece apenas para fazer uma representação inicial, muitas vezes em um diagrama de pizzas ou barras, quando na verdade, também poderia ser investigada as operações básicas da matemática através desse tipo de registro semiótico. Conforme figura a seguir:

Figura 10: Operações de Multiplicação e Divisão com Frações



Fonte: Adaptada de Sousa (2023).

Na figura acima, o autor destaca a manipulação geométrica das representações fracionárias e, a partir delas, modela o que viria a ser uma multiplicação e uma divisão entre frações, representadas por barras horizontais e verticais. O detalhe para a utilização das diferentes cores, garante uma melhor percepção de onde ocorrem as interseções para daí, definir o que sobrará e se tornará o resultado da operação.

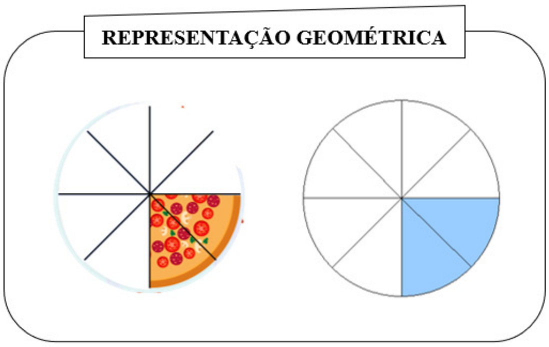
A partir do trabalho com as diferentes representações para uma fração, a escolha de um problema matemático que abarque o caráter aritmético, algébrico e geométrico é de suma importância, uma vez que é a partir da transição dessas frentes, que a construção do conhecimento matemático se desenvolve.

Observe o exemplo prático de tais aplicações a seguir:

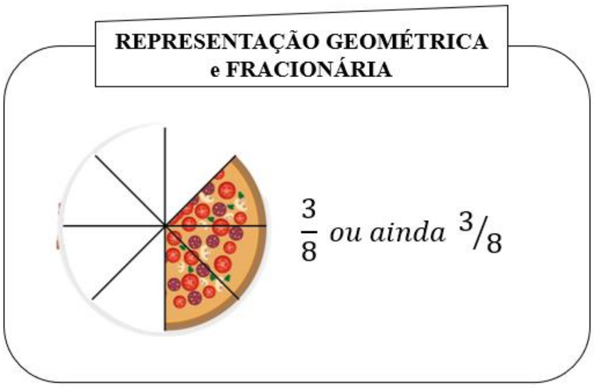
Quadro 5: O Problema da Pizza

Três amigos, João, Pedro e Ana, foram a uma pizzaria e compraram uma pizza média para dividir entre eles. A pizza veio repartida em 8 fatias iguais, tendo João comido duas fatias, Pedro três e, as que sobraram, ficaram para Ana. Utilizando as representações aritmética, algébrica e geométrica, determine a solução de cada caso: a) Qual fração da pizza João comeu? (elabore uma representação geométrica) b) Qual fração da pizza Pedro comeu? (elabore uma representação geométrica e fracionária) c) Qual fração da pizza restou para Ana? (elabore uma representação algébrica) Algumas das soluções possíveis através de diferentes registros poderiam vir a ser:

(a) Representação Geométrica do problema de João:



(b) Representação Geométrica e Fracionária do problema de Pedro:



(c) Representação Algébrica do problema de Ana:

REPRESENTAÇÃO ALGÉBRICA

Como João e Pedro comeram, respectivamente $\frac{2}{8}$ e $\frac{3}{8}$ da pizza que tinha um total de 8 fatias, temos:

$$\frac{2}{8}+\frac{3}{8}=\frac{5}{8} \Rightarrow \quad \frac{8-x}{8}=\frac{5}{8} \Rightarrow 8-x=5 \Rightarrow x=3$$

Portanto, Ana ficou com $\frac{3}{8}$ da pizza, isto é, 3 fatias de 8

Fonte: Autoria própria (2025).

O problema da repartição das pizzas permite a exploração intuitiva e visual de se lidar com algumas das diferentes representações das frações, o que vai de encontro com a teoria de Duval (2012) e a preocupação em transitar pelas representações, desenvolvendo habilidades algébricas, aritméticas e geométricas para resolver problemas.

> A riqueza de opções que podem ser exploradas em relação a geometria, permite ao professor diversificar sua metodologia proporcionando conhecimentos alternativos, associados a teoria e prática, que visualizados de multiplicas formas sai do campo da abstração para a apreensão (JÚNIOR, 2020, p. 49).

Nesse sentido, visto que o registro das operações também é possível de ser apresentado e discutido, faz-se necessário o trabalho em sala de aula a fim de explorar (seja através da manipulação com material concreto[3] ou observação por meio de ilustrações) as diferentes possibilidades de verificar o conteúdo, verificação esta permeada pela TRRS.

De maneira geral, ao tratar das representações semióticas no estudo das frações, evidencia-se que as mesmas são fundamentais, visto que os conceitos matemáticos não existem de forma isolada, mas sim através de representações simbólicas que possibilitam sua comunicação e manipulação.

Além disso, em caso da negação a essa transição entre representações, é possível que o indivíduo acabe por ter uma compreensão fragmentada do conceito de fração, limitando sua capacidade de aplicar o conhecimento em diferentes contextos e, consequentemente, impossibilite o desenvolvimento de uma visão mais aprofundada e estruturada de seu conceito.

2.3. A DIALÉTICA REPRESENTACIONAL DE UMA FRAÇÃO E SUA IMPORTÂNCIA PARA A APRENDIZAGEM

A palavra dialética é originária do grego *dialektiké*, onde *dia* significa "interação ou troca", enquanto *letiké* refere-se a "palavra, razão ou conceito". Logo, *dialética* significa "técnica de conversação". Na matemática, refere-se ao processo de construção do conhecimento baseado na interação entre diferentes ideias, representações e significados, possibilitando uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos.

> Ao desenvolver uma teoria, a missão do matemático é definir os conceitos da teoria e demonstrar as propriedades de tais conceitos. Ora, definir um conceito significa explica-lo em termos de outros conceitos já definidos, e demonstrar uma proposição significa argumentar sobre sua validade, usando regras de inferência fornecidas pela lógica, a parir de proposições já anteriormente demonstradas (BICUDO, 1998, p. 306).

Vale ressaltar que, no que se refere ao ensino-aprendizagem, os conceitos apresentados já se encontram em seu último estágio e rigor, não havendo necessariamente uma análise em torno das mudanças e acontecimentos históricos que o levaram a tal (SOUSA; MOURA, 2016). Nesse sentido, o conceito de fração pode ser um exemplo de mudança na forma a ser tratado, como apresentado anteriormente em Roque (2012): inicialmente, o conceito de fração estava

---

[3] O uso do material concreto pode ser um agente que facilita a aprendizagem, sendo significativo ao se combinar com conceitos matemáticos (FRIEDERICH, apud, ALMEIDA, 2019, p. 24). Reconstrução essa que demanda a capacidade de utilizar as variantes da linguagem na apreensão dos significados.

fortemente ligado à ideia de parte de um todo, associada a contextos práticos no comércio. A partir da Idade Média e do Renascimento, assumiu novos significados, como razão, operador, quociente e número racional, ampliando o seu tratamento para formas algébricas e tratamentos mais abstratos, como a ideia de número.

Vê-se, pois, que a dialética representativa das frações é crucial para a promoção de uma compreensão profunda dos conceitos matemáticos entre os alunos, envolvendo, por sua vez, as formas visuais, simbólicas e contextuais que (buscam) aprimoram a compreensão e a aplicação do raciocínio fracionário pelos alunos, segundo a TRRS de Duval (2012).

> Ao analisarmos o movimento lógico-histórico de conceitos matemáticos, a partir das historiografias que temos disponível, podemos constatar que, não há como negar que, os conceitos são constantemente reelaborados, nas diversas civilizações, em momentos e contextos distintos, na medida em que novas necessidades surgem e nos obrigam a lançar diferentes olhares para a realidade fluente e interdependente que nos cerca. Ou seja, enquanto parte da civilização humana, constantemente, somos obrigados a elaborar conceitos e, consequentemente, a criar instrumentos que nos permitem ler e compreender a realidade que nos cerca (SOUSA; MOURA, 2016, p. 11).

No contexto da aprendizagem matemática, a compreensão da realidade que nos cerca dar-se-á através de um processo que se manifesta na necessidade de articular diferentes registros de representação, explorando a matemática, dentre as diversas possibilidades de abordagens, não apenas como um conjunto de regras lógicas e sistemáticas a serem seguidas, mas como um sistema dinâmico de relações.

Daí, a compreensão das frações não pode se limitar à manipulação de símbolos numéricos, pois seu caráter inicial e construtivo não se relaciona com a ideia de número[4]! Deve por sua vez, manifestar-se na percepção de um conceito multifacetado, capaz de representar relações de quantidades, proporções e razões e mediar os diferentes registros que à representam. Para tanto, falar das possibilidades de representação, recai, sobretudo, na necessidade de estabelecer um limiar entre os aspectos concretos e abstratos presentes na matemática.

Na filosofia platônica da Matemática, *os objetos são considerados entidades externas à humanidade*, isto é, não dependem do homem e da sua realidade para existirem, pois são pré-existentes e bem definidos. "Pode-se dizer que Platão era quase obcecado pela matemática; sem ser ele mesmo um inventor nesse domínio" (Bourbaki, apud, Bicudo, 1998, p. 303). Logo, no processo de ensino e aprendizagem, considerando o mundo ideal da matemática presente em Platão (o mundo das ideias), o professor de matemática acaba por ter o papel de "importar" do

---

[4] Aqui nos referimos a número como sendo uma abstração da ideia de quantidade, de uma propriedade comum a um conjunto.

mundo ideal os seus objetos matemáticos, para então aplicá-los e/ou adaptá-los aos problemas mundanos, a realidade.

> São as idéias que têm Ser verdadeiro, não as coisas que são observadas pelos sentidos. As idéias podem, às vezes, ser contempladas, em momentos de Graça, através da reminiscência do tempo em que a alma vivia mais perto de Deus, no reino da Verdade; mas isso pode acontecer somente depois de os erros dos sentidos terem sido conquistados pelo pensamento concentrado. O caminho que leva a esse estado é aquele da dialética (WAERDEN, apud BICUDO, 1998, p. 312).

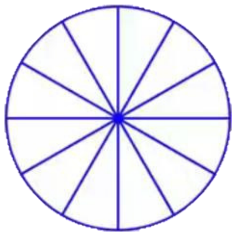
Em contrapartida, no campo da Educação Matemática, os objetos matemáticos nascem dos problemas, das necessidades e, a partir delas, emergem aos contextos mais abstratos e ideais. Logo, diferentemente do que Platão apresenta, os objetos matemáticos aqui explorados, não possuem uma existência a parte da humanidade, mas nascem dela, de suas motivações, podendo ser *entendidos como entidades culturais expandidas pelas práticas humanas* (MATHIAS, 2019).

Uma maneira de caminhar para uma possível "visualização" desta prática expandida no que diz respeito a representação dialética de uma fração, pode se dar através do entendimento de que, ao considerar a fração $\frac{1}{2}$ (lê-se: um meio), por exemplo, esta, embora possa ser indicada de várias maneiras (geometricamente, por exemplo), suas representações são interpretadas e/ou entendidas como sendo representações distintas de um mesmo objeto matemático, nesse caso, a fração um meio, quando na verdade, as representações acabam por indicar um meio's ($\frac{1}{2}$) diferentes, ainda que não fosse essa a intenção!

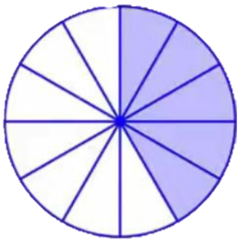
A exploração a seguir busca investigar e exemplificar, a partir da afirmação, "fração e divisão são praticamente a mesma coisa", essa relação entre representações esteticamente similares, mas que rodeiam o objeto fração como um ente distinto:

Quadro 6: A Dialética da Representação das Frações

O primeiro papel de uma Fração é ser representante da relação *parte-todo*. Considere o disco a seguir (o todo), repartido em 12 partes iguais.



A partir disto, será escolhida uma parte do todo que seja composta por um número inteiro de unidades.

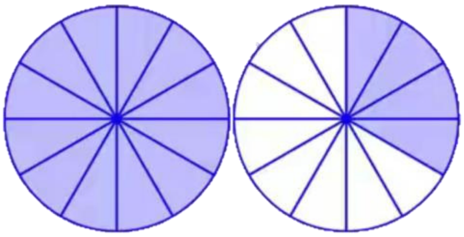


A fração que representa a relação entre a parte colorida e o todo é composta por um "número + nome da unidade". No exemplo acima, o número de partes é 5, o *numerador*, e o nome da unidade é 12 avos, o *denominador*. E podemos representar por:

$$\frac{5}{12}\ (L\hat{e} - se: cinco\ doze\ avos)$$

Note que, até o momento, a barra utilizada na representação da fração não se relaciona em nada com a operação de divisão, podendo, até mesmo, ser substituída por um outro símbolo qualquer.

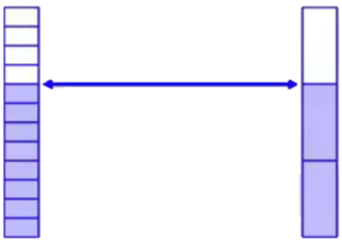
Ademais, deve-se tomar cuidado em assumir que a parte é sempre menor que o todo, quando na verdade isto é falso:



No exemplo acima, a parte em destaque pode ser maior que o todo de referência inicial, em que a representação fracionária é intitulada *Fração Imprópria*, descrita como:

$$\frac{16}{12}\ (L\hat{e} - se: dezesseis\ doze\ avos)$$

O segundo papel de uma fração partindo ainda da relação parte-todo é representar uma mesma relação a partir de frações diferentes.



No exemplo acima, as duas barras verticais são idênticas, porem a barra da esquerda, foi repartida em 12 partes, cuja unidade é o doze avos, enquanto a da direita em 3 partes, cuja unidade é a terça parte. No entanto, deve-se observar que as partes pintadas em azul são idênticas.

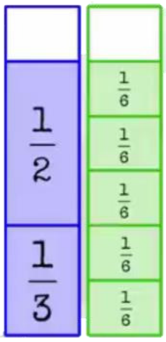
Agora observe as representações fracionárias:

$$\frac{8}{12}(Lê - se\colon oito\ doze\ avos)\ \ e\ \ \frac{2}{3}(Lê - se\colon dois\ terços)$$

Apesar de serem representações diferentes esteticamente de uma mesma parte em relação ao mesmo todo, as frações representadas são distintas devido às unidades serem diferentes. No entanto, embora sejam frações diferentes, representam a mesma relação parte-todo e, por isso, são chamadas de *Frações Equivalentes*.

Porém, até o momento, as frações ainda não se classificam como números e, portanto, o significado de fração ainda é relativo (nesse caso, a parte-todo)!

Diante do exposto, não devemos (nem podemos) falar de *adição, subtração, multiplicação ou divisão de frações*, no entanto, podemos, no que se refere a adição, juntar duas partes referenciadas sobre um mesmo todo, cujas relações são representadas por frações diferentes e analisar: *qual fração representa a relação de junção das partes-todo?*



No exemplo acima, a figura em azul se utiliza de frações diferentes e unidades diferentes, $\frac{1}{2}\ e\ \frac{1}{3}$ para, a partir delas, atribuir uma junção das partes em relação ao todo. Essa junção, fornece 5 partes, figura verde, cada qual contendo a sexta parte como unidade (podendo ser qualquer múltiplo comum). Ou seja, quando esse processo é realizado, há uma renegociação das unidades de medida para que se possa medir por uma única unidade de medida, nesse caso, $\frac{5}{6}$ $(Lê - se\colon cinco\ sextos)$.

Algebricamente, há essa *renegociação das unidades de medida*, assim, compreende-se um olhar relativo (relação parte-todo):

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = \frac{3 \cdot 1 + 2 \cdot 1}{2 \cdot 3} = \frac{5}{6}$$

Por outro lado, reescrever as frações na sua forma decimal, isto é, como um *número* racional, compreende-se como um olhar absoluto (fração como número racional):

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} = 0{,}5 + 0{,}\overline{3} = 0{,}8\overline{3}$$

Note que, essa reescrita da fração, considera o símbolo que separa o numerador do denominador como sendo uma divisão, ou seja, a barra vertical entre os dois valores, passa a ser uma divisão entre eles. Nesse sentido, recaímos na seguinte questão: *seria apenas nesse contexto de transformação em um número decimal que a fração torna-se uma divisão, ou ainda, um número?* A resposta é não! Observe:

$$\frac{2}{5}\ de\ 80 = 2 \times \frac{80}{5} = \left(\frac{2}{5}\right) \times 80 = 0{,}4 \times 80 = 32$$

Nesse procedimento, a parte destacada em vermelho representa o salto dialético no conceito de fração, afinal, a barra entre o 2 e o 5 passa a ser entendida como um sinal de divisão, tornando o $\frac{2}{5}$ não mais como uma relação parte-todo, mas como *quociente*, que pode ser reescrito como 0,4 (um número).

É na noção de fração como operador (*de*) que há o momento de *transição entre o olhar relativo para o olhar absoluto*. Essa transição, perpassa pelo tratamento de um mesmo símbolo como representante de objetos (frações) diferentes. Por sua vez, havia o $\frac{2}{5}$ como relação parte-todo e agora, há o $\frac{2}{5}$ como quociente, um de caráter relativo e o outro de caráter absoluto, os quais se relacionam entre si.

O problema, nesse sentido, começa quando é recaído sobre a fração $\frac{2}{5}$ todos os significados possíveis, quando não deveria ser assim.

Fonte: Reprodução do trecho do vídeo do Youtube (Matemática Humanista, 2019) - adaptado.

Diante do exposto, acreditamos que a mediação entre diferentes registros não apenas amplia a compreensão geral do objeto matemático, nesse caso, a fração, mas também favorece o desenvolvimento de um raciocínio matemático mais flexível e crítico, o qual trata os objetos matemáticos a partir de sua relação inicial (seus conceitos) com o contexto em que se encontra e, a partir disso, expande-se para as demais práticas de tratamento possível.

> [...] os conhecimentos tendem a obstaculizar o aprendizado de novos conhecimentos, uma vez que, o conhecido traz segurança. A criança em seu convívio familiar e social aprende noções de quantidade, e é apresentada a ela a ideia dos números naturais de maneira não formal, na escola vai sistematizando esse conhecimento. Ao estudar o conteúdo de fração na escola, o estudante tende a utilizar o conhecimento que possui do conjunto dos números naturais nesse novo contexto, e esse conhecimento anterior não é capaz de atender com eficiência as novas necessidades (JOSÉ; VIZOLLI, 2022, p. 49).

É na impossibilidade aparente de transitar entre os conhecimentos pré-construídos e lidar com os novos, que verifica-se "uma dicotomia entre o conhecimento da experiência adquirida fora do ambiente escolar e o conhecimento ensinado em sala de aula. Tal situação favorece o surgimento de obstáculos e fragiliza a construção do conhecimento científico" (José; Vizolli, 2022, p. 49). Para que seja possível estabelecer maiores reflexões quanto à construção desses conceitos, em especial o de fração, em seu fazer pedagógico, há de se pensar no tratamento da contextualização para com o tema.

3. UMA FRAÇÃO TEÓRICA SOBRE CONTEXTUALIZAÇÃO

A contextualização como metodologia de ensino enfatiza a conexão entre o conteúdo educacional e as experiências do mundo real, possibilitando o aumento do envolvimento e a compreensão dos alunos. Essa abordagem é reconhecida por sua capacidade de promover o pensamento crítico e a aprendizagem reflexiva entre os alunos, tornando-a um componente vital nas práticas educacionais modernas.

Segundo Pais (2013, p. 59):

> A aprendizagem da Matemática é condicionada por muitos aspectos, entre os quais devemos valorizar a compreensão de regras em detrimento da memorização. A contextualização do saber e a articulação de representações são estratégias, cuja finalidade é minimizar os efeitos das rupturas da passagem do cotidiano para o saber escolar.

Diante do exposto, este capítulo relaciona temas anteriores com aspectos voltados a aprendizagem sob a ótica da contextualização como elemento estruturante do desenvolvimento conceitual, perpassando pela dialética representacional de uma fração, de modo a estabelecer a compreensão e aplicação dos conceitos referentes a este objeto matemático, em diferentes situações, na busca de uma aprendizagem significativa e alinhada às demandas cognitivas dos estudantes.

Na ótica de Pais (2013), destaca-se que nenhuma linguagem é totalmente independente ou isolada, pois sua existência depende da interação com outras linguagens e formas de comunicação. Assim, diferentes sistemas linguísticos se interconectam, constituindo uma ampla rede de comunicação essencial para a compreensão do texto matemático.

De acordo com Pais (2013), a comunicação a qual ele se refere diz respeito ao modo como o ensino de matemática é proporcionado. Isto é, quando se fala em ensino, “muitos professores têm defendido a ideia de um ensino mais vinculado à realidade do aluno” (JARDINETTI, 1997, p. 01). Para tanto, sabe-se que a linguagem matemática vai além da realidade dos mesmos, uma vez que trabalha com objetos e símbolos do campo da abstração.

A partir disto, perguntas como “para que serve isso, professor? De onde veio? Por que é assim e não assim?”, revelam a necessidade de ser desenvolvido um trabalho intelectual mais profundo em sala de aula, um alerta para serem repensados os meios de ensino da disciplina, a despeito das dificuldades e condições adversas do meio escolar. “Afinal, para produzir um conhecimento de boa qualidade, não basta conhecer truques e fórmulas matemáticas memorizadas” (SADOVSKY, 2007, p. 7-8).

Todavia, vimos nos capítulos anteriores que para representar um determinado objeto matemático, a transição entre as representações é uma ferramenta chave para a promoção de uma melhor compreensão do que se queira investigar. Daí, há nas entrelinhas da exploração, as concepções de abstrato e concreto.

Em sua pesquisa, Jardinetti (1997, p. 2) aponta que:

> O abstrato é entendido através de uma conotação pejorativa, como algo difícil de ser assimilado na medida em que se traduz por um vínculo não imediato com a realidade. Em decorrência desta não-imediaticidade, no momento pedagógico as abstrações são interpretadas como se fossem arbitrárias.
> Já o concreto é entendido como o imediato, como aquilo de que parte o pensamento no processo de apreensão do real.

É através do enfoque no concreto e sua “solução mágica” para os problemas matemáticos, que entidades curriculares possibilitam um “guia” para o trabalho do professor de matemática, guia este que se dá através da contextualização. Segundo Reis e Nehring (2017), as políticas públicas que orientam o currículo educacional de ensino, elaboradas a partir a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDBEN) 9.394/1996 tratam da contextualização como princípio pedagógico e consideram que é na

> [...] dinâmica de contextualização/descontextualização que o aluno constrói conhecimento com significado, nisso se identificando com as situações que lhe são apresentadas, seja em seu contexto escolar, seja no exercício de sua plena cidadania. A contextualização não pode ser feita de maneira ingênua, visto que ela será fundamental para as aprendizagens a serem realizadas – o professor precisa antecipar os conteúdos que são objetos de aprendizagem. Em outras palavras, a contextualização aparece não como uma forma de “ilustrar” o enunciado de um problema, mas como uma maneira de dar sentido ao conhecimento matemático na escola (BRASIL, 2006, p. 83, apud REIS; NEHRING, 2017, p. 340).

A contextualização no ensino de matemática, esta que consiste em “vincular os conhecimentos aos lugares onde foram criados e onde são aplicados” (BISERRA, WIELEWSKI, 2012, p. 03), por sua vez, tem sido amplamente debatida por pesquisadores da Educação Matemática como uma estratégia essencial para tornar a aprendizagem mais significativa, pois segundo sua concepção, a matemática é um produto cultural e social e, portanto, possível de construir um significado entre os povos.

> Cultural, porque a cada momento suas produções são impregnadas de concepções da sociedade da qual emergem e porque condicionam aquilo que a comunidade de matemática concebe como possível e relevante [...], é também um produto social, porque resulta da interação entre pessoas que se reconhecem como membros de uma

> mesma comunidade. As respostas dadas por alguns geram novos problemas que outros visualizam, e as demonstrações produzidas são validadas segundo as regras aceitas na comunidade matemática em certo momento [...] (SADOVSKY, 2007, p. 22).

É nesse sentido que emerge na contextualização a fuga de apresentar os conceitos matemáticos de forma isolada, agora com o intuito de estabelecer conexões entre o conhecimento formal e as experiências cotidianas, atribuindo sentido aos conteúdos investigados, compreendendo-os não apenas como regras abstratas, mas como ferramentas de interpretação e capazes de solucionar problemas em situações reais e significativas. “A significação, como produção de signos e sentidos, é uma chave para se pensar a conversão das relações sociais em funções mentais” (SMOLKA, apud REIS, NEHRING, 2017, p. 341).

Relativamente a exploração das frações, a contextualização permite a construção de significados mais realistas, promovendo uma compreensão mais profunda de seu conceito, expansão e utilização, desde que sejam levados os seguintes pontos em consideração:

- Aprendizagem Contextual: os problemas contextuais servem como base para a compreensão das frações, permitindo que os alunos se envolvam com aplicações no mundo real;
- Representação Holística: os trajetos de exploração dos problemas devem perpassar os diferentes processamentos das frações em cada contexto, em especial, quando comparadas aos números;
- Evolução das Representações: os problemas permitem a flexibilidade na alternância entre representações, evoluindo a cada tratamento (aritmético, algébrico e geométrico).

> Na matemática, a contextualização é um instrumento útil, desde que seja interpretada de uma forma ampla, e não empregada de modo artificial e forçado, e que não se restrinja apenas ao cotidiano do aluno. Defende-se a ideia de que a contextualização estimula a criatividade, o espírito inventivo e a curiosidade do aluno. Com um ensino contextualizado, o aluno tem mais possibilidade de compreender os motivos pelos quais estuda um determinado conteúdo (BISERRA; WIELEWSKI, 2012, p. 04)

Embora a ênfase em representações contextuais e variadas seja benéfica, também é importante reconhecer que alguns alunos podem ter dificuldades com conceitos abstratos, necessitando de apoio direcionado para preencher lacunas na compreensão. A partir destes direcionamentos, contextualizar o ensino de frações não significa apenas tornar as aulas mais similares ao dia a dia dos envolvidos, mas garantir que os estudantes desenvolvam um pensamento matemático sólido e aplicável em diferentes situações.

Levando todos estes apontamentos em consideração, a presente pesquisa enfatiza que fornecer problemas apropriados em contextos significativos, embora seja um desafio educacional atual, contribui com a possibilidade de rever, interrogar e repensar o ensino de matemática, o que nos remete a questão: como potencializar o processo de construção do conceito de fração por parte do aluno através da dialética entre as diferentes representações?

Segundo Pais (2013),

> Há várias possibilidades de contemplar a contextualização na prática pedagógica, porque o saber matemático pode ser articulado a fatos históricos, políticos, sociais, econômicos, científicos, estatísticos, técnicos, além de ser possível contemplar aspectos lúdicos, literários, filosóficos, entre outros. Não se trata de impor um aspecto em detrimento de outros [...], deve-se persistir na conciliação conflituosa entre os extremos das dualidades características do pensamento pedagógico tradicional no ensino da Matemática (PAIS, 2013, p. 64).

Sob esta ótica, em concordância com a TRRS de Duval (2012), acreditamos ser possível, através da articulação entre as possibilidades de tratamento de um mesmo conteúdo, desenvolver a competência dos alunos na produção de modelos matemáticos, expandindo seus significados e indo de encontro com a vivência dos mesmos, não significando à redução a realidade imediata e casual, mas criar condições para que, a partir dos conhecimentos prévios, seja arquitetado o trabalho na direção dos saberes escolares, envolvendo a formação inicial de conceitos e a passagem das expressões espontâneas para as representações. Quanto a esses aspectos, a proposta metodológica de ensino contextualizado no que diz respeito as frações, serão exploradas no tópico a seguir, visando a dialética entre as diferentes formas de representação de uma fração e sua importância para a aprendizagem.

3.1. A CONTEXTUALIZAÇÃO PARA EXPLORAÇÃO DE DIFERENTES REPRESENTAÇÕES DE UMA FRAÇÃO

“Há uma crescente conscientização pública de que o sistema tradicional de educação matemática, mantido há décadas, está falido, e pessoas de todo espectro social estão dedicando seu tempo e sua imaginação para fazer mudanças” (BOALER, 2019, p. 141). Seguindo esta ótica, é certo que, dentre tantas possibilidades de encaminhamentos para a educação matemática, a prática com a contextualização ganha espaço neste cenário.

A contextualização na educação matemática serve como uma orientação metodológica que aprimora a compreensão e a aplicação dos conceitos matemáticos pelos alunos em situações da vida real. Essa abordagem enfatiza a importância de integrar elementos contextuais nas práticas de ensino, promovendo assim uma experiência de aprendizagem mais envolvente e relevante. Com base em (SILVEIRA; MEIRA; FEIO; JUNIOR, 2014, p. 155):

> Com o foco na resolução de problemas e na expectativa de que os professores desenvolvam práticas pedagógicas que se ampare na contextualização do conhecimento matemático em situações concretas, espera-se que os alunos possam (re)significar os conceitos matemáticos nas mais diversas atividades do cotidiano, criando, assim, a crença de que os objetos matemáticos estão presentes no mundo sensível.

Nesse sentido, o ensino de frações, como mostrado nos tópicos anteriores, tem sido historicamente apresentado aos alunos como um marco entre a concretude e a abstração, isto devido à dificuldade de transitar entre diferentes representações semióticas. Daí, surge um aglomerado de resistências à aprendizagem desse conceito frente ao conjunto de regras arbitrárias, sem a priori, uma relação direta e prática com a vivência cotidiana dos estudantes.

A partir disto, visando diminuir tamanha dificuldade em sua aprendizagem, uma abordagem metodológica baseada na contextualização emerge nesta pesquisa como uma estratégia eficaz, uma vez que permite aos alunos, atribuírem às frações, significados concretos e duradouros, em meio a uma aprendizagem significativa.

> As crianças nunca devem pensar que a matemática é um conjunto de regras que precisam seguir – embora muitas vezes tenham boas razões para pensar isso! [...] A matemática é uma matéria conceitual, e os alunos devem pensar conceitualmente a todo momento.
>
> Eis algumas perguntas que você pode fazer às crianças para ajudá-las a pensar conceitualmente:
>
> - O que a questão está lhe perguntando?
> - Como você poderia desenhar essa situação?
> - Como você obteve a resposta? (Pergunte isso quer a resposta esteja certa ou errada)
> - Você pode me mostrar seu método?
> - Você pode tentar uma maneira diferente de resolver isso?
> - O que significa adição/probabilidade/razão/etc.?
> - Em que outra situação poderíamos usar isso?
> - Esse método funcionaria com outros números?
> - O que é importante sobre este trabalho? (BOALER, 2019, p. 145-146).

Dentre as possibilidades metodológicas as quais encontram-se esses tipos de questionamentos e que, de maneira geral, incorporam a contextualização, destaca-se a aprendizagem baseada na resolução de problemas. “Um dos objetivos de trabalhar com a resolução de problemas é, de maneira geral, contribuir no desenvolvimento intelectual do aluno, no que diz respeito aos aspectos específicos do saber matemático” (PAIS, 2013, p. 131). E mais:

> Por mais simples que possa parecer, a descoberta de uma solução, desde que ela seja produzida pelo aluno, representa a origem de motivação para novas aprendizagens. A novidade implícita na descoberta de uma resposta refere-se às informações anteriores dominadas pelo aluno e representam uma expansão efetiva do conhecimento (PAIS, 2013, p. 135-136).

Esse procedimento didático acaba por colocar os alunos diante de situações-problema que, por exemplo, não só desativam a aplicação direta do conceito de fração para sua resolução, como também alinha a outros conceitos e conhecimentos prévios do campo da matemática. Segundo Pais (2013, p. 132), é daí que vem a "importância didática para o ensino da Matemática de valorizar essa conexão entre a formação de conceitos, o desenvolvimento dos aspectos teóricos e a resolução de problemas".

Em suma, trazendo tais encaminhamentos para o contexto das frações, em pauta, as representações semióticas deste objeto matemático, um ensino baseado na contextualização por meio de problemas situados pode vir a contribuir com o combate a fragmentação do conhecimento matemático, permitindo aos alunos o desenvolvimento de autonomia e flexibilidade cognitiva, compreendendo o conceito de fração como essencial em diversas situações da vida, em âmbito intelectual e prático.

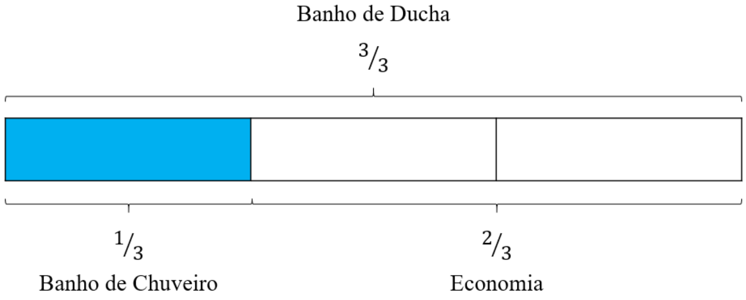
A partir deste encaminhamento, a proposta de investir em um ensino contextualizado que (busque dar) dê sentido aos conhecimentos matemáticos desenvolvidos, por sua vez, permite a análise e investigação de alguns problemas envolvendo, no contexto desta pesquisa, as operações básicas da matemática no âmbito das frações, sua apresentação e possibilidades de resolução através de diferentes representações semióticas. Caminhos estes, que podem vir a ser um guia para o trabalho do professor frente à contextualização, destacados a seguir.

3.1.1. Situação 01:

A principal diferença entre a ducha e o chuveiro é o método de aquecimento da água: as duchas são conectadas a um sistema de aquecimento externo, enquanto os chuveiros aquecem a água por meio de uma resistência elétrica interna. Segundo um estudo feito pela Companhia de Saneamento do Estado de São Paulo (Sabesp), uma ducha de pressão, com registro meio aberto, consome 135 litros de água em 15 minutos. O chuveiro elétrico, durante o mesmo tempo e com a mesma abertura do registro, consome $\frac{1}{3}$ dessa quantidade. Dadas estas informações, determine quantos litros de água são economizados em um banho de chuveiro de 15 minutos em relação a um banho de ducha nas mesmas condições.

Solução.:

Vamos representar o enunciado por meio de um esquema.



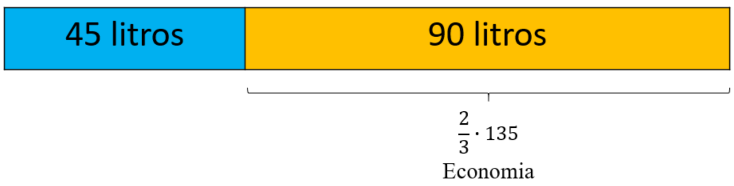
Os 135 litros de água gastos em um banho de ducha correspondem a $\frac{3}{3}$. Para obter $\frac{1}{3}$ de 135, fazemos:

$$\frac{1}{3} \cdot 135 = \frac{135}{3} = 45$$

Como $\frac{1}{3}$ corresponde a 45 litros, e $\frac{2}{3}$ é duas vezes essa quantidade, temos:

$$2 \cdot 45 = 90$$

Graficamente:



Portanto, no banho de chuveiro, são economizados 90 litros de água em relação a um banho de ducha de pressão nas mesmas condições.

Apresentar uma questão como essa é oferecer uma ótima oportunidade para explorar diferentes métodos de resolução e visualização do problema. Note que a resolução com o aspecto mais aritmético da questão, utilizando-se de operações como multiplicação e subtração, sugere uma abordagem para cálculos rápidos. Quanto a representação geométrica, utilizada para indicar a diferença entre os dois tipos de banho, sugere uma visualização simples que pode facilitar a compreensão do impacto da escolha entre a ducha e o chuveiro.

De maneira geral, transitar entre estas possibilidades de representações implica na visualização da diferença de consumo, bem como na compreensão das proporções de gastos de maneira intuitiva, gerando, por sua vez, uma certa consciência ecológica no que diz respeito a escolhas de consumo mais sustentáveis.

Além disso, a escolha do modelo de resolução acaba por ser guiada pelo contexto do problema e pelo objetivo de aprendizagem desejado. Se o intuito é apenas de operar com as frações, o cálculo aritmético é mais prático. Contudo, se a ideia é apresentar algumas implicações destes cálculos, a visualização de outros tipos de representação são ideais para aprimorar o entendimento do assunto.

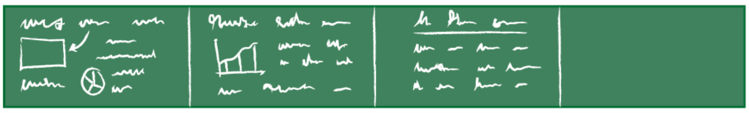
Basta observar que, logo no início da resolução, a representação geométrica de $\frac{1}{3}$ do consumo, implica que o restante se trata da economia, permitindo ao aluno compreender que 3 dos espaços refere-se ao todo, enquanto a parte é o que falta, nesse caso, duas partes de um total de três. Daí, surge a ideia de complemento de uma fração, ou ainda, a comparação entre frações, cuja visualização implica em $\frac{2}{3}$ ser maior que $\frac{1}{3}$.

Outrossim, recorrer as frações não necessariamente poderia ser o caminho escolhido pelo aluno ao longo da resolução, afinal, a divisão inicial de 135 por 3 já implicava em um gasto de 45 litros, restando outros 90 litros de economia. A ideia de fração associada a divisão foi utilizada nesse contexto, muito embora a sequência de uma divisão seguida de uma subtração já fosse necessária para resolver a questão: $135 \div 3 = 45 \Rightarrow 135 - 45 = 90$.

Porém, cabe destacar que a não utilização do conceito de frações, nesse sentido, poderia indicar uma má compreensão do assunto por parte do aluno, merecendo mais atenção. Ou ainda, caso o aluno não utilizasse desse assunto para sua resolução e se mantivesse apenas nas operações básicas, como foi apresentado, caberia ao professor reconhecer que, talvez, este seria o caminho mais simples para a resolução do problema, sem forçar a utilização de um outro assunto.

3.1.2. Situação 02:

(Enem - adaptada) Um professor dividiu a lousa da sala de aula em quatro partes iguais. Em seguida, preencheu 75% dela com conceitos e explicações, conforme figura seguinte:



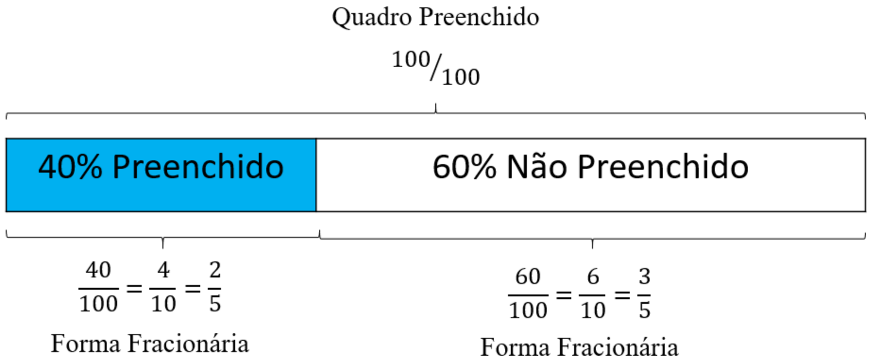
Algum tempo depois, o professor apagou a lousa por completo e, adotando um procedimento semelhante ao anterior, voltou a preenchê-la, mas dessa vez, utilizando 40% do espaço dela. Como seria uma representação que descrevesse essa segunda situação?

Solução.:

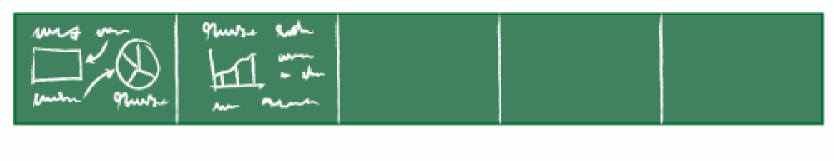
Com base no enunciado, no segundo momento o quadro não estava mais subdividido em quatro partes iguais, mas sim, 40% preenchido. Logo, para que 100% do quadro estivesse preenchido, faltam 60%.

$$100\% - 40\% = 60\%$$

Geometricamente, obtemos a seguinte situação:



Note que, ao simplificar a fração $\frac{40}{100}$ obtemos $\frac{2}{5}$ como sendo a Fração Irredutível. Logo, entende-se que o novo quadro foi subdividido em 5 partes iguais das quais duas foram preenchidas por um determinado conteúdo. Sendo assim, uma possível representação para este problema, é:



Essa segunda situação remete o leitor as noções básicas de porcentagem, isto é, outra maneira de representar uma fração. Ter o entendimento de que a porcentagem é uma fração cujo denominador é 100 (cem), facilita a compreensão dos cálculos a serem feitos. Na resolução apresentada, observe que a representação geométrica tem como complemento, a utilização das frações equivalentes $\frac{40}{100} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$, por exemplo, indicando um encadeamento de divisões (simplificações).

É exatamente a fração irredutível que merece destaque, afinal, sendo $\frac{2}{5}$ a representação das partes de um todo, nesse caso, os espaços do quadro em relação ao quadro completo, que faz sentido no contexto da questão. Pensar que foram utilizados 40 (quarenta) partes iguais de um total de 100 repartições do quadro para a exposição do conteúdo, tende a ser um exagero em virtude da posição de quem irá dispor o conteúdo no quadro e de quem acompanhará a exposição. Se forem pensadas nas 100 divisões, isso implicaria que cada parte do quadro seria muito pequena para a apresentação do conteúdo, especificamente, 1% cada (Lê-se: um por cento). Embora matematicamente esteja correto tamanha divisão, isso tornaria a interpretação visual e prática do preenchimento mais complicada, dificultando a compreensão do que os 40% (Lê-se: quarenta por cento) preenchidos realmente representam.

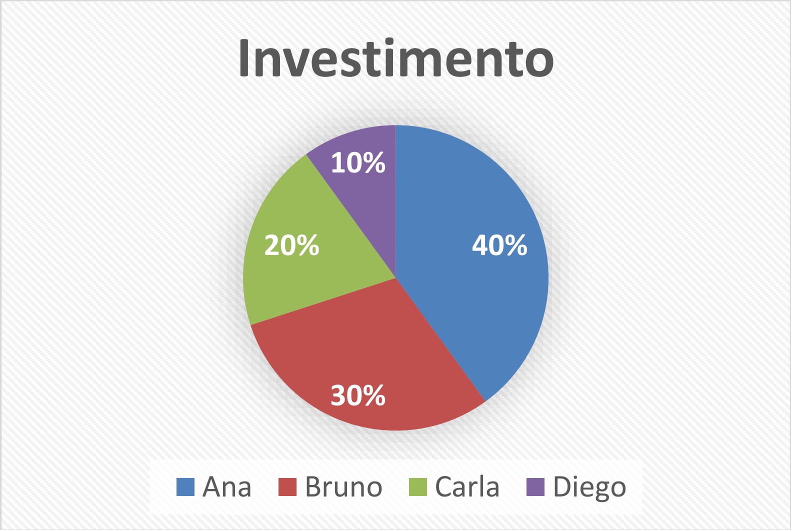
Pensando na fração $\frac{4}{10}$, embora esta possa se aproximar melhor de alguma realidade em sala de aula, como por exemplo, na utilização de quadros maiores que vão de canto a canto da sala de aula, uma divisão em 10 partes onde 4 foram utilizadas ainda não seria o ideal, pois o espaço ainda seria pequeno para o preenchimento com o conteúdo, isto é, a proporção do preenchimento seria mais significativa do que realmente é, o que leva a uma relação mais intuitiva, como o caso de $\frac{2}{5}$.

Diante do exposto, em contextos práticos, como em gráficos ou representações visuais, tal como a subdivisão de um conteúdo no quadro, usar 100 ou 10 divisões pode levar a confusões e tornar a visualização do preenchimento mais difícil, afinal, a simplicidade na representação ajuda na comunicação clara da informação, além disso, a escolha da representação acaba por facilitar a estruturação e resolver determinado problema de maneira estratégica. No caso das frações equivalentes presentes na questão, entender que a complementaridade de registros (o geométrico, no caso), é importante para acessar a funcionalidade do objeto estudado (fração), permite o estabelecimento de conexões entre o conhecimento formal e as experiências cotidianas.

3.1.3. Situação 03:

Fração Ideal diz respeito a justiça na distribuição de despesas, sendo um conceito essencial para a contribuição condominial, isto é, representa a sua participação no solo e nas outras partes comuns do condomínio. Para que haja uma atualização referente a fração a ser distribuída aos inquilinos, é necessário que no mínimo $\frac{2}{3}$ deles estejam de acordo. Após a aprovação, é importante que o cálculo da Fração Ideal esteja correto, caso contrário, pode resultar em disputas judiciais por direitos de espaço.

Diante destes informes, Ana e seus três amigos decidiram adquirir juntos um apartamento em um condomínio, no valor de R$500.000,00. O apartamento possui área privativa de $80m^2$, e a área total do condomínio é de $800m^2$. Ao acordarem que a propriedade seria dividida de forma proporcional ao investimento inicial de cada, fez-se necessário o cálculo da Fração Ideal a fim de determinar a porção de cada proprietário no apartamento, bem como o espaço referente a área privativa.



Sabendo que o gráfico acima indica o investimento inicial dos quatro amigos, determine quanto cada um investiu e qual o espaço referente a área privativa que será ocupado.

Solução.:

Com base no gráfico de setores, tem-se que o investimento de cada amigo foi de:

$$Ana\ investiu: \frac{40}{100} \cdot 500.000{,}00 = R\$200.000{,}00$$

$$Bruno\ investiu: \frac{30}{100} \cdot 500.000{,}00 = R\$150.000{,}00$$

$$Carla\ investiu: \frac{20}{100} \cdot 500.000{,}00 = R\$100.000{,}00$$

$$Diego\ investiu: \frac{10}{100} \cdot 500.000{,}00 = R\$50.000{,}00$$

Para determinar a área privativa, basta analisar a porcentagem do investimento em relação aos $80m^2$:

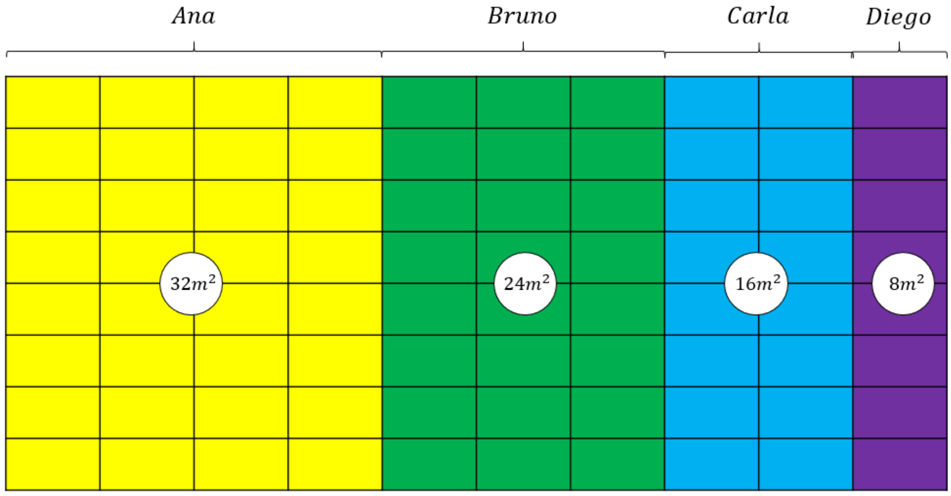
$$Ana\ ficará\ com: 0{,}4 \times 80m^2 = 32m^2$$

$$Bruno\ ficará\ com: 0{,}3 \times 80m^2 = 24m^2$$

$$Carla\ ficará\ com: 0{,}2 \times 80m^2 = 16m^2$$

$$Diego\ ficará\ com: 0{,}1 \times 80m^2 = 8m^2$$

Geometricamente, temos:



Sendo assim, com uma contribuição de 200 mil, 150 mil, 100 mil e 50 mil, Ana, Bruno, Carla e Diego tem direito a, respectivamente, $32m^2, 24m^2, 16m^2$ e $8m^2$ de área privativa.

Na situação-problema elaborada para a análise, o conceito de Fração Ideal utilizado no problema, visa à conexão com uma situação bastante presente nos meios imobiliários, que é a repartição de espaços e/ou áreas de um determinado terreno.

Este problema permite a exploração do conteúdo de frações através da Aritmética, Álgebra e Geometria. Geometricamente, através da interpretação do gráfico de setores e suas respectivas porcentagens, é possível determinar o investimento inicial de cada proprietário, onde, visualmente, evidencia-se que alguns contribuíram bem mais que outros, o que já implica em repartições heterogêneas dos espaços.

Aritmeticamente, é possível que os alunos realizem cálculos de medição para determinar as frações ideias de cada proprietário, cálculo este que implica, como explorado na questão, em problemas até mesmo judiciais, devido a erros que possam vir a acontecer. Ao extrair os dados percentuais do gráfico, realizar o cálculo em relação ao investimento total, permite descobrir numericamente o investimento, em reais, de cada amigo, o que implica na disposição de fontes percentuais e econômicas de cada proprietário.

O aluno poderia vir a optar por, algebricamente, estabelecer expressões que relacionam o investimento de cada um com sua respectiva fração ideal e áreas correspondentes. Na resolução apresentada, embora tenha-se utilizado os nomes de Ana, Bruno, Carla e Diego, facilmente poderiam ser trocados pelas incógnitas A, B, C e D, o que, talvez, pudesse indicar um aprimoramento das boas práticas em matemática por parte do aluno.

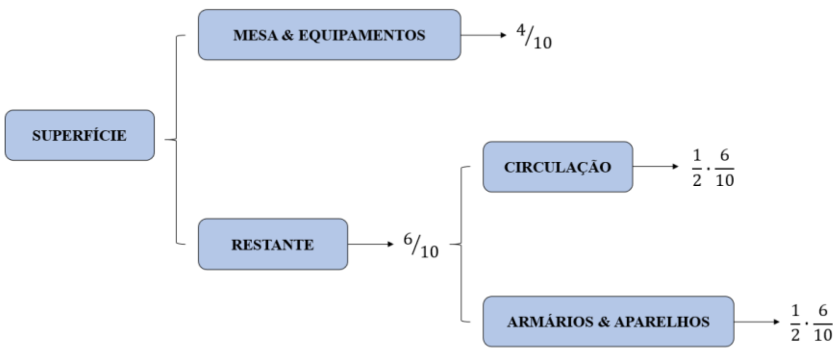
Ao contextualizar o conceito de fração ideal e permitir a realização dos cálculos e representações deste conceito, talvez, seja valorizada a aplicação prática do estudo no cotidiano, especialmente no que tange à propriedade compartilhada em condomínios. A representação figural ao final da resolução, possibilita a visualização dos espaços a serem ocupados por cada proprietário, e se de fato, compensaria alguns investirem mais que outros, ou acordarem um novo investimento.

3.1.4. Situação 04:

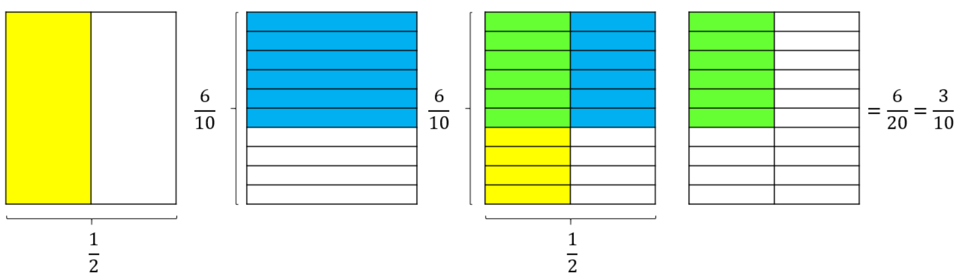
Numa sala de cirurgia, a mesa e os equipamentos cirúrgicos ocupam quatro décimos da superfície da sala. Da superfície restante, metade é reservada para a circulação de pessoas, e a outra metade é ocupada por armários e outros aparelhos médicos. A superfície para a circulação de pessoas, representa que fração do total da superfície da sala?

Solução.:

Colocando as informações em um fluxograma, podemos obter a seguinte representação:



Como o objetivo é determinar a fração da superfície da sala em relação a circulação de pessoas, basta realizar a multiplicação entre $\frac{1}{2} \cdot \frac{6}{10} = \frac{6}{20} = \frac{3}{10}$, ou ainda, geometricamente, temos:



Logo, a superfície para circulação de pessoas nesta sala representa $^3/_{10}$ do total.

Na situação descrita acima, há evidências de como as diferentes representações e esquemas figurais para resolver o problema se fortificam. Inicialmente, faz-se necessário o agrupamento dos dados que serão utilizados para resolver a questão, isto é, deve-se levar em conta o que precisa ser calculado, quais frações devem ser utilizadas ao longo dos cálculos e o que implica o resultado final a ser encontrado.

Para representar a situação como um todo, a utilização em formato de fluxograma permite uma visualização espacial dos encaminhamentos a serem feitos. Note que todas as condições dadas na questão foram organizadas significativamente e sequencialmente, restando apenas descobrir o que está no enunciado da questão, ou seja, a fração que representa a circulação de pessoas na sala de cirurgia.

Com isso, resta apenas realizar a multiplicação entre as frações encontradas. Mas, o que vem a ser $\frac{3}{10}$ do total? É muito? É pouco espaço para a circulação de pessoas? É através da multiplicação, em caráter geométrico, que pode-se perceber tais nuanças. O esquema apresentado na solução do problema, remonta a utilização de diferentes cores para representar as partes de um todo, cuja tendência é facilitar a visualização de que uma multiplicação entre frações é a interseção entre as duas cores e, por isso, houve a mistura delas (amarelo com azul resulta em verde). Ademais, o espaço para circulação, de fato, é menor em comparação aos demais, mas similar ao espaço do armário junto aos aparelhos médicos.

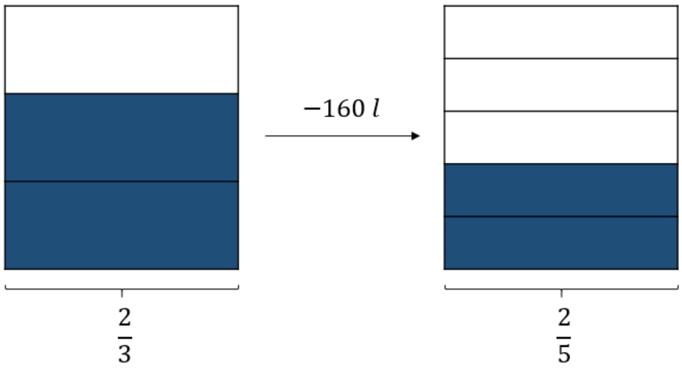
A resolução da questão, por sua vez, não se limitou à aplicação de regras operatórias, mas envolveu um processo de análise, interpretação e representação que contribui para uma compreensão mais aprofundada na busca de estratégias para visualizar e resolver problemas.

3.1.5. Situação 05:

Um reservatório continha uma quantidade de água que preenchia $\frac{2}{3}$ de sua capacidade total. Houve um consumo de 160 litros e a água restante passou a ocupar $\frac{2}{5}$ da sua capacidade total. Adicionou-se, então, certa quantidade de água, que preencheu totalmente esse reservatório, sem transbordar. Qual foi a quantidade de água adicionada?

Solução.:

Considere a seguinte representação para os reservatórios:



Seja $C = capacidade$, temos que:

$$\frac{2}{3} \cdot C - 160 = \frac{2}{5} \cdot C$$

$$\frac{2}{3} \cdot C - \frac{2}{5} \cdot C = 160$$

$$\frac{10C - 6C}{15} = 160$$

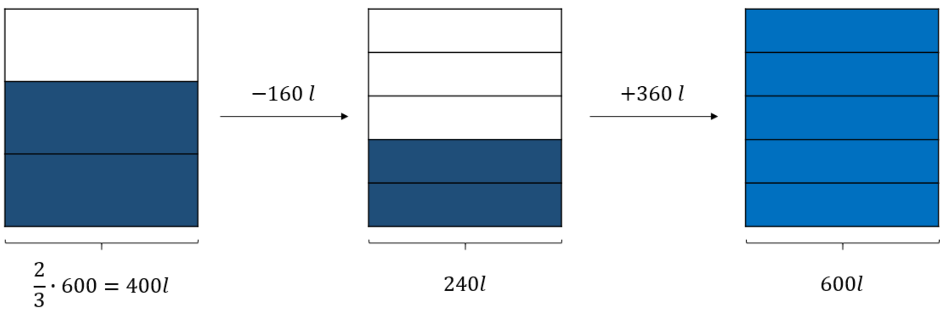
$$C = \frac{160 \cdot 15}{4}$$

$$C = 600$$

Assim, a capacidade total do reservatório é de 600 litros. Como já havia $\frac{2}{5}$ do total preenchidos, temos:

$$\frac{3}{5} \cdot 600 = 360$$

Sendo assim, foram adicionados 360 litros de água ao reservatório. Figurativamente, temos:



A resolução desse problema no contexto das práticas cotidianas diz respeito à aplicação das proporções em relação ao gerenciamento de recursos hídricos. Note que a solução da questão não apenas se manteve no campo da aritmética como também recorreu a algebrismos (utilização de incógnitas).

A representação geométrica da capacidade do reservatório na primeira e segunda situação, esta após a retirada dos 160 litros, facilita (ou tende a facilitar) a compreensão da operação necessária para encontrar a quantidade adicional. Além disso, serve como forma de visualizar que, na comparação entre as frações, houve uma mudança de denominador.

Estabelecidos os cálculos através da equação de incógnita C, determina-se a capacidade total do reservatório, que, por sua vez, já estava com alguma parte preenchida e, portanto, o restante é o que foi adicionado, resgatando novamente a ideia de frações que se complementam, nesse caso, $\frac{2}{5}$ e $\frac{3}{5}$.

Com estas informações em mãos, a curiosidade em voltar aos dados iniciais da questão e verificar quantos litros havia no reservatório antes de serem retirados os 160 litros; quantos litros passou a ter após a retirada e quantos litros foram adicionados aos que já se encontravam no reservatório, é uma questão de certificar-se de ter feito os cálculos adequados, ou ainda, não necessitar de finalizar a questão apenas por procedimentos aritméticos, mas também, através de uma visualização geométrica com base nas figuras elaboradas.

Essa metodologia de transitar entre as diferentes representações semióticas favorece uma aprendizagem significativa, conectando por sua vez, o raciocínio matemático e um contexto aplicável. Além disso, a combinação de esquemas representacionais de cada situação encontrada em um problema matemático (mas não apenas), permite o desenvolvimento da autonomia na resolução de problemas, fortalecendo a aplicação de conhecimentos em diferentes situações.

4. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta pesquisa buscou estudar a dialética entre diferentes registros de representação de uma fração e sua influência na aprendizagem desse conceito. Fundamentada na TRRS, de Raymond Duval (2012), analisamos a importância da conversão entre registros numéricos, geométricos e algébricos e destacamos a contextualização como estratégia metodológica essencial para a construção do conhecimento matemático. Ao longo da investigação, constatamos que a dificuldade dos alunos em lidar com frações não está apenas na abstração do conceito, mas também na necessidade de transitar entre diferentes formas de representação, o que exige um olhar mais atento para os processos cognitivos envolvidos na aprendizagem matemática.

A partir da análise bibliográfica, observamos que o ensino tradicional frequentemente prioriza a manipulação algébrica, deixando de lado abordagens visuais, geométricas e contextualizadas que poderiam tornar o aprendizado mais acessível. Como aponta Almeida (2019), a ausência de estratégias que promovam a conversão entre registros pode comprometer a compreensão conceitual, fazendo com que os alunos memorizem regras sem estabelecer conexões significativas entre elas. Essa problemática reforça a necessidade de diversificação das práticas pedagógicas, ampliando as formas de apresentação dos conteúdos matemáticos para favorecer diferentes perfis de aprendizagem.

Além disso, ao discutirmos a importância da contextualização no ensino de frações, verificamos que essa abordagem possibilita aos alunos atribuir significado ao conteúdo, relacionando-o ao seu cotidiano. Segundo Reis e Nehring (2017), a contextualização não deve ser utilizada apenas para ilustrar problemas matemáticos, mas como um meio de dar sentido ao conhecimento, favorecendo sua aplicação em diferentes situações. A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) também reforça essa perspectiva ao destacar a importância de conectar os saberes matemáticos a diferentes áreas do conhecimento e a situações reais, permitindo que os estudantes desenvolvam habilidades críticas e analíticas.

Outro ponto relevante identificado foi o impacto dos obstáculos didáticos no aprendizado de frações, conforme categorizado por Brousseau (1989, 1998). Observamos que as dificuldades epistemológicas, ontogenéticas e didáticas desempenham um papel crucial no desenvolvimento da compreensão matemática, tornando imprescindível que os professores estejam atentos a esses desafios para melhor orientar suas práticas pedagógicas. Como sugere José e Vizolli (2022), compreender os obstáculos que interferem no aprendizado é o primeiro passo para superá-los, criando estratégias que favoreçam uma transição mais fluida entre os registros de representação.

Nesse sentido, acreditamos que o ensino de frações pode ser potencializado por meio de estratégias que promovam a interação entre os diferentes registros semióticos e incentivem a conversão entre eles. A pesquisa de Sousa (2023) evidencia que o uso de representações visuais, como diagramas e materiais manipuláveis, contribui significativamente para a compreensão dos conceitos fracionários, tornando o aprendizado mais intuitivo. Além disso, Duval (2012) ressalta que a conversão entre registros é fundamental para o pensamento matemático, uma vez que permite aos alunos compreender um conceito a partir de múltiplas perspectivas.

Dessa forma, reforçamos a necessidade de repensar as metodologias de ensino de frações, adotando abordagens que integrem múltiplas representações e favoreçam a construção do conhecimento matemático de maneira mais significativa. Acreditamos que estratégias didáticas baseadas na contextualização, aliadas a um ensino que valorize a diversidade de registros semióticos, podem contribuir para minimizar as dificuldades históricas associadas ao tema e promover um aprendizado mais dinâmico e eficaz.

Por fim, sugerimos que pesquisas futuras aprofundem a aplicação prática dessas metodologias em sala de aula, analisando sua eficácia em diferentes contextos educacionais. Estudos que investiguem a receptividade dos alunos a essas abordagens e avaliem o impacto da contextualização na aprendizagem das frações podem fornecer insights valiosos para a melhoria do ensino de matemática. Além disso, pesquisas que explorem o papel dos professores na mediação da conversão entre registros podem contribuir para o desenvolvimento de práticas pedagógicas mais alinhadas às necessidades dos alunos.

Diante do exposto, reafirmamos que o ensino de frações não deve ser reduzido a um conjunto de regras e algoritmos, mas sim compreendido como um processo dinâmico e interativo, no qual os alunos possam explorar diferentes formas de representação e estabelecer conexões entre elas. A matemática, enquanto ciência da abstração e da lógica, encontra sua verdadeira riqueza na diversidade de formas de pensar e representar seus conceitos, cabendo ao ensino proporcionar caminhos que tornem essa jornada mais acessível e significativa para todos os estudantes.

5. REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Alan de Paula. **Ensino-Aprendizagem de Frações:** Análise de Livros Didáticos Apoiada na Teoria dos Registros de Representações Semióticas. 2019.

BICUDO, Irineu. **Platão e a Matemática**. Letras Clássicas, n. 2, p. 301-315, 1998.

BISERRA, Aloisio João; WIELEWSKI, Gladys Denise. **Concepção de Contextualização Expressa por Professores do Ensino Médio do Estado de Mato Grosso–MT: Breve Análise de um Questionário Piloto**. Anais do Seminário Sul-Mato-Grossense de Pesquisa em Educação Matemática, v. 6, n. 1, 2012.

BOALER, Jo. **O que a matemática tem a ver com isso? Como professores e pais podem transformar a aprendizagem da matemática e inspirar sucesso /** Jo Boaler ; tradução: Daniel Bueno ; revisão técnica: Fernando Amaral Carnaúba. – Porto Alegre: Penso, 2019.

DA SILVEIRA, Marisa Rosâni Abreu et al. Reflexões acerca da contextualização dos conteúdos no ensino da matemática. **Currículo sem Fronteiras**, v. 14, n. 1, p. 151-172, 2014.

DUVAL, Raymond; MORETTI, Trad Méricles Thadeu. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento:** Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. Revista Eletrônica de Educação Matemática, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. 4. ed. – São Paulo: Atlas, 2002.

JARDINETTI, José Roberto Boettger. **Abstrato e o Concreto no Ensino da Matemática: algumas reflexões**. Bolema-Boletim de Educação Matemática, v. 11, n. 12, p. 45-57, 1997.

JOSÉ, Wander Alberto; VIZOLLI, Idemar. **Obstáculos Epistemológicos Inerentes ao Conceito de Fração: um estado do conhecimento**. REMATEC, v. 17, p. 48-66, 2022.

JÚNIOR, José Erildo Lopes. **A Teoria das Representações Semióticas de Raymond Duval Relacionada ao Conceito de Ângulos Através da Lousa Digital Interativa**. Revista Latino-Americana de Estudos Científicos, p. 35-50, 2020.

LEITE, Elvira Carmen Farias Agra Leite. **Caminhos para produção de significados por meio de representações semióticas e do dialogismo em aulas de cônicas**. 2022. 309f. Dissertação (Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências e Educação Matemática - PPGECEM) - Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2023.

MATEMÁTICA HUMANISTA. **Episódio 13 – Frações! Como ensiná-las? Como aprendê-las?**. Youtube, 4 de junho de 2019. Disponível em: < https://youtu.be/VKqXQkM6nz8?si=cnmgSUeGXNH2T5TT >. Acesso em: 08 de fevereiro de 2025.

PAIS, Luiz Carlos. **Ensinar e aprender Matemática /** Luiz Carlos Pais. – 2. ed. – 1. reimp. – Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2013.

ROQUE, T. **História da Matemática:** Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. [S.l.]: Zahar, 2012.

SADOVSKY, Patrícia. **O ensino de matemática hoje – enfoques, sentidos e desafios /** Patricia Sadovsky; tradução Antonio de Padua Danesi. – São Paulo: Àtica, 2007. 112 p:. – (Educação em ação).

SILVA, Lucas Pereira da. **A Importância das Relações Entre Aritmética, Álgebra e Geometria pela Perspectiva dos Registros de Representação Semiótica Para o Ensino de Matemática.** 2024. Dissertação de Mestrado.

SOUSA, Carlos Daniel Henrique de. **Uma fração da arte e a arte da fração: uma perspectiva no ensino de frações**. 2023. Trabalho de Conclusão de Curso.

SOUSA, M. do C.; MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **O movimento lógico-histórico em atividades de ensino de matemática:** unidade dialética entre ensino e aprendizagem. Anais do Encontro Nacional de Educação Matemática, São Paulo, 2016.

ZUIN, Elenice de Souza Lodron. **Os papiros egípcios como fontes para um trabalho com a história da matemática em sala de aula**. Encontro Nacional de Educação Matemática, v. 11, 2013.

Cópia de documento digital impresso por GUSTAVO NOGUEIRA (1653598) em 05/05/2025 14:21.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
Campus Campina Grande - Código INEP: 25137409
R. Tranqüilino Coelho Lemos, 671, Dinamérica, CEP 58432-300, Campina Grande (PB)
CNPJ: 10.783.898/0003-37 - Telefone: (83) 2102.6200

Documento Digitalizado Ostensivo (Público)

Entrega de trabalho de conclusão de curso

Assunto:	Entrega de trabalho de conclusão de curso
Assinado por:	Evelly Venceslau
Tipo do Documento:	Anexo
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Ostensivo (Público)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- **Evelly Dâmaris Andrade Venceslau, ALUNO (201921230050) DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - CAMPINA GRANDE**, em 25/03/2025 15:40:40.

Este documento foi armazenado no SUAP em 25/03/2025. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 1433971
Código de Autenticação: cdc69ac873