

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA  
*CAMPUS CAJAZEIRAS*

JOSÉ ERÍSSON MARTINS DE SOUSA  
RAQUEL FAUSTINO DE SOUSA

**DETERMINAÇÃO DA CARGA CRÍTICA DE COLUNAS DE FORMA  
ANALÍTICA E EXPERIMENTAL**

Cajazeiras-PB  
2025

JOSÉ ERÍSSON MARTINS DE SOUSA  
RAQUEL FAUSTINO DE SOUSA

**DETERMINAÇÃO DA CARGA CRÍTICA DE COLUNAS DE FORMA  
ANALÍTICA E EXPERIMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à Coordenação do Curso de Bacharelado em Engenharia Civil do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba-*Campus* Cajazeiras, como parte dos requisitos para a obtenção do Título de Bacharel em Engenharia Civil, sob Orientação do Prof. Daniel Torres Filho e Coorientação do Engenheiro Lucas Canninghia de Sousa.

Cajazeiras-PB  
2025

IFPB / Campus Cajazeiras  
Coordenação de Biblioteca  
Biblioteca Prof. Ribamar da Silva  
Catalogação na fonte: Cícero Luciano Félix CRB-15/750

S725d Sousa, José Erísson Martins de.  
Determinação da carga crítica de colunas de forma analítica e experimental / José Erísson Martins de Sousa, Raquel Faustino de Sousa. – 2025.  
42f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Cajazeiras, 2025.

Orientador(a): Prof. Daniel Torres Filho.  
Coorientador(a): Eng. Lucas Canninghia de Sousa.

1. Engenharia Civil. 2. Engenharia estrutural. 3. Flambagem de colunas. 4. Aço. I. Sousa, Raquel Faustino de. II. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba. III. Título.

JOSÉ ERÍSSON MARTINS DE SOUSA  
RAQUEL FAUSTINO DE SOUSA

**DETERMINAÇÃO DA CARGA CRÍTICA DE COLUNAS DE FORMA  
ANALÍTICA E EXPERIMENTAL**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à  
Coordenação do Curso de Bacharelado em  
Engenharia Civil do Instituto Federal de  
Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba,  
*Campus* Cajazeiras, como parte dos  
requisitos para a obtenção do Título de  
Bacharel em Engenharia Civil.

Aprovado em 11 de Setembro de 2025.

**BANCA EXAMINADORA**

Documento assinado digitalmente



**DANIEL TORRES FILHO**

Data: 15/09/2025 10:46:36-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Daniel Torres Filho – IFPB-*Campus* Cajazeiras  
Orientador

Documento assinado digitalmente



**LUCAS CANNINGHIA DE SOUSA**

Data: 12/09/2025 09:05:12-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Lucas Canninghia de Sousa – Engenheiro Civil  
Coorientador

Documento assinado digitalmente



**INGRYD RAYARA LUCENA DA SILVA LIRA**

Data: 12/09/2025 08:24:21-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

---

Ingyrd Rayara Lucena da Silva Lira – Engenheira Civil  
Examinador 1

## RESUMO

Este trabalho tem como objetivo analisar a carga crítica de colunas submetidas à compressão axial, utilizando abordagens analíticas e experimentais. A pesquisa foi desenvolvida com seções variadas de barras chatas de aço 1020, uma com seção de 12,7 mm de largura e 2,5 mm de espessura, e outra com seção de 22,22 mm de largura e 3,17 mm de espessura, além de vergalhões de CA-60 de 5,0 mm e CA-50 de 6,3 mm, buscando compreender a influência das propriedades mecânicas no fenômeno da flambagem. A metodologia adotada baseou-se na aplicação da equação de Euler para o cálculo da carga crítica teórica e na execução de ensaios experimentais em laboratório. As colunas foram confeccionadas com dimensões de 40 cm, 60 cm, 80 cm e 100 cm, submetidas a condições de apoios previamente definidas (Biengastada), possibilitando a comparação entre os valores previstos teoricamente e os resultados observados na prática. Essa análise permitiu identificar a influência de fatores como imperfeições geométricas, variações no módulo de elasticidade, qualidade do material e condições reais de apoio. Observou-se que a integração entre análises teóricas e ensaios experimentais é essencial para validar modelos e compreender, de forma mais completa, o comportamento estrutural das colunas. Além disso, o estudo também contribui no âmbito didático, uma vez que a aplicação prática em laboratório auxilia no processo de ensino e aprendizagem, transformando conceitos abstratos em experiências concretas.

**Palavras-chave:** carga-crítica, colunas, flambagem.

## ABSTRACT

This work aims to analyze the critical load of columns subjected to axial compression, using analytical and experimental approaches. The research was carried out with flat bars of 1020 steel in varied sections, one with 12.7 mm in width and 2.5 mm in thickness, and another with 22.22 mm in width and 3.17 mm in thickness, in addition to CA-60 rebars of 5.0 mm and CA-50 rebars of 6.3 mm, seeking to understand the influence of mechanical properties on the buckling phenomenon. The adopted methodology was based on the application of Euler's equation for the calculation of the theoretical critical load and on the execution of experimental tests in the laboratory. The columns were manufactured with lengths of 40 cm, 60 cm, 80 cm, and 100 cm, subjected to previously defined support conditions (fixed-fixed), allowing a comparison between the theoretically predicted values and the results observed in practice. This analysis made it possible to identify the influence of factors such as geometric imperfections, variations in the modulus of elasticity, material quality, and actual support conditions. It was observed that the integration between theoretical analyses and experimental tests is essential to validate models and to more fully understand the structural behavior of columns. Furthermore, the study also contributes to the didactic field, since practical application in the laboratory assists in the teaching and learning process by transforming abstract concepts into concrete experiences.

**Keywords:** critical load, columns, buckling.

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

<b>Figura 1</b> – Coluna com diferentes apoios.....	14
<b>Figura 2</b> – Coluna biarticulada com carga $P < P_{cr}$ .....	16
<b>Figura 3</b> – Coluna biarticulada com carga $P > P_{cr}$ .....	16
<b>Figura 4</b> – Condição de travamento biarticulada.....	26
<b>Figura 5</b> – Prensa para ensaio de compressão. ....	27
<b>Figura 6</b> – Corpos de prova. ....	28
<b>Figura 7</b> – Posicionamento da coluna na prensa. ....	29
<b>Figura 8</b> – Ocorrência da flambagem na coluna.....	30

## LISTA DE GRÁFICOS

<b>Gráfico 1</b> – Resultado das colunas biengastadas de seção retangular. ....	20
<b>Gráfico 2</b> – Resultado das colunas engastadas-livres de seção retangular. ....	20
<b>Gráfico 3</b> – Resultado das colunas biengastadas de seção circular. ....	21
<b>Gráfico 4</b> – Resultado das colunas engastadas-livres de seção circular. ....	21
<b>Gráfico 5</b> – Resultado das colunas de eucalipto, de seção retangular (3x3) cm.....	23
<b>Gráfico 6</b> – Resultado das colunas de eucalipto, de seção retangular (5x5) cm.....	23
<b>Gráfico 7</b> – Resultados analíticos das colunas de aço CA-60, com dimensões padronizadas e diâmetro de 5 mm. ....	31
<b>Gráfico 8</b> – Resultados analíticos das colunas de aço CA-60, com dimensões reais e diâmetro de 5 mm. ....	32
<b>Gráfico 9</b> – Resultados analíticos das colunas de aço CA-50, com dimensões padronizadas e diâmetro de 6.3mm. ....	32
<b>Gráfico 10</b> – Resultados analíticos das colunas de aço CA-50, com dimensões reais e diâmetro de 6.3mm. ....	33
<b>Gráfico 11</b> – Resultados analíticos das colunas de aço 1020, com dimensões padronizadas e seção de (12,7x2,5) mm.....	33
<b>Gráfico 12</b> – Resultados analíticos das colunas de aço 1020, com dimensões padronizadas e seção de (22,22x3,17) mm.....	34
<b>Gráfico 13</b> – Resultados analíticos das colunas de aço 1020, com dimensões reais e seção de (12,7 x 2,5) mm. ....	34
<b>Gráfico 14</b> – Resultados analíticos das colunas de aço 1020, com dimensões reais e seção de (22,22 x 3,17) mm. ....	35
<b>Gráfico 15</b> – Resultados experimentais das colunas de aço CA-60, com diâmetro de 5 mm. ....	36
<b>Gráfico 16</b> – Resultados experimentais das colunas de aço CA-50, com diâmetro de 6.3 mm. ....	37
<b>Gráfico 17</b> – Resultados experimentais das colunas de aço 1020, com seção de (12,7 x 2,5) mm.....	37
<b>Gráfico 18</b> – Resultados experimentais das colunas de aço 1020, com seção de (22,22 x 3,17) mm. ....	38

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela 1</b> – Dimensões reais dos corpos de prova de seção circular. ....	28
<b>Tabela 2</b> – Dimensões reais dos corpos de prova de seção retangular. ....	28
<b>Tabela 3</b> – Percentuais de variação da carga crítica em relação aos métodos analítico e experimental. ....	38

## SUMÁRIO

1	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	11
2	<b>OBJETIVOS</b> .....	13
2.1	OBJETIVO GERAL .....	13
2.2	OBJETIVOS ESPECÍFICOS .....	13
3	<b>REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	14
3.1	CONCEITOS FUNDAMENTAIS .....	14
3.2	FLAMBAGEM DE COLUNAS .....	15
3.3	O AÇO COMO MATERIAL ESTRUTURAL .....	16
3.3.1	<i>Classificação dos aços utilizados</i> .....	17
3.3.2	<i>Propriedades dos aços analisados</i> .....	18
3.3.3	<i>Aplicações estruturais</i> .....	18
3.4	ESTUDOS RELACIONADOS .....	19
3.4.1	<i>Nascimento (2021)</i> .....	19
3.4.2	<i>Squizani (2023)</i> .....	21
4	<b>METODOLOGIA</b> .....	24
4.1	CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA .....	24
4.2	PROCEDIMENTOS ANALÍTICOS .....	24
4.2.1	<i>Equação de Euler</i> .....	24
4.2.2	<i>Condição de travamento</i> .....	25
4.3	PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS .....	26
4.3.1	<i>Equipamento</i> .....	26
4.3.2	<i>Corpos de prova</i> .....	27
4.3.3	<i>Execução do ensaio</i> .....	29
5	<b>RESULTADOS E ANÁLISES</b> .....	31
5.1	RESULTADOS ANALÍTICOS .....	31

5.2	RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....	36
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS .....	41
	<b>REFERÊNCIAS</b> .....	<b>42</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Na engenharia estrutural, a busca pela estabilidade das estruturas é um dos objetivos principais de seus estudos. Para garantir essa estabilidade, são analisados vários fenômenos que ocorrem nas estruturas, quando submetidas a determinados carregamentos.

Se tratando de peças esbeltas submetidas a carregamentos axiais de compressão, encontra-se constantemente a ocorrência do fenômeno de flambagem, que, de acordo com Hibbeler (2010), se trata da deflexão lateral que ocorre nesses elementos esbeltos, denominados colunas, quando submetidos a uma carga axial de compressão.

De acordo com Gere (2003), “a flambagem é uma das maiores causas de falhas em estruturas...”. Sendo assim, esse fenômeno pode levar a estrutura à ruína ou, ainda que não leve ao seu estado limite último, pode gerar uma situação indesejada de equilíbrio, prejudicando o parâmetro de serviço da coluna em questão.

Para garantir que haja um limite entre o ponto de estabilidade e instabilidade de uma coluna em relação a flambagem, deve ser conhecido o valor da carga crítica, que se trata do valor limite de carregamento que uma coluna pode resistir sem que ocorra a flambagem. Esse valor é obtido através da metodologia apontada por Euler.

Nesse método, o valor da carga crítica é obtido, considerando as características da seção transversal da coluna, o comprimento do elemento, o módulo de elasticidade longitudinal do material constituinte e as diferentes condições de travamento das colunas, com objetivo de se aproximar ao máximo das condições de trabalho da peça.

Os modelos matemáticos nos oferecem uma resposta do comportamento da peça, embora essa resposta seja rodeada de condições de contorno ou simplificações. Desse modo, surge a necessidade da realização de testes experimentais, com o intuito de validar os resultados obtidos analiticamente.

Ao lidarmos com os métodos analíticos, é possível entender toda a teoria desenvolvida por pesquisadores, mas se torna um pouco difícil imaginar a situação prática do funcionamento das estruturas e como ocorre o comportamento do material em questão. A partir disso, se faz importante a análise experimental, que é capaz de obter resultados que podem validar os resultados obtidos analiticamente.

A realização de estudos experimentais auxilia na compreensão de fatores como a excentricidade de carga, variações no material e imperfeições geométricas, que muitas vezes não costumam ser considerados nos métodos analíticos como a metodologia de Euler.

Desse modo, esse estudo visa analisar a variação dos valores da carga crítica em colunas

de aço, com comprimentos e seções transversais variadas, obtidos de forma analítica pelo método de Euler e de forma experimental através de aplicação de carga, correlacionando-os e avaliando as variações existentes, com o objetivo de contribuir com o processo de aprendizado e ensino em relação ao comportamento das peças submetidas à compressão e o fenômeno da flambagem, proporcionando uma maior compreensão em relação ao comportamento real das estruturas, reforçando conceitos teóricos aprendidos em aula.

## 2 OBJETIVOS

Esse capítulo apresenta os objetivos do Trabalho de Conclusão do Curso (TCC).

### 2.1 OBJETIVO GERAL

Determinar, de forma analítica e experimental, a carga crítica de flambagem de colunas compostas por diferentes tipos de aços e índices de esbeltez.

### 2.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Analisar os fatores que influenciam a flambagem em colunas, considerando diferentes variáveis como seção transversal, comprimento, módulo de elasticidade e tipo de aço;
- determinar de forma experimental as cargas críticas de colunas com diferentes esbeltezes, variando o comprimento, a seção transversal e o material;
- comparar os resultados obtidos de forma experimental com os determinados de forma analítica através da metodologia de Euler, avaliando a variação das cargas críticas entre os diferentes cenários.

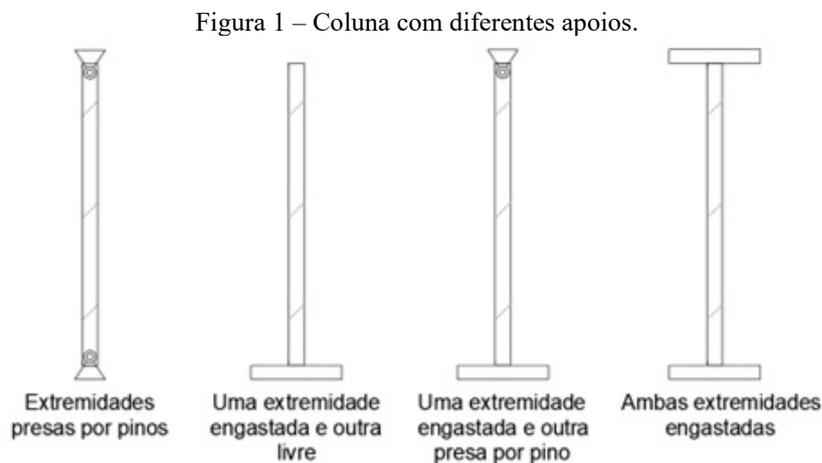
### 3 REFERENCIAL TEÓRICO

Nesse capítulo são apresentados os embasamentos teóricos para a obtenção da carga crítica de flambagem. Sendo abordados o conceito sobre colunas, sua importância na engenharia estrutural, os aspectos sobre o fenômeno da flambagem e estudos e pesquisas anteriores que fornecem suporte para a análise proposta nesse trabalho.

#### 3.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

As colunas são componentes estruturais que servem principalmente para suportar cargas de compressão, elas são fundamentais na estabilidade da estrutura e, normalmente, têm uma disposição vertical. Na arquitetura, elas adquiriram diversas aparências e estilos ornamentais, são considerados elementos visuais e culturais que ajudam a contar a história de um espaço. Segundo Hibbeler (2010), as colunas são elementos estruturais compridos e esbeltos sujeitos a uma força de compressão axial.

Colunas podem ter diferentes tipos de apoios nas extremidades, como fixos, móveis ou engastados, que restringem a movimentação da estrutura, isso influencia no seu comportamento estrutural e sua predisposição à flambagem, como mostrados na Figura 1.



Fonte: Autoria própria (2025).

- Extremidades presas por pinos: é o caso clássico considerado por Euler, onde a coluna pode rotacionar livremente nas extremidades, mas não transladar;
- uma extremidade engastada e outra livre: condição menos estável, comum em torres ou pilares em balanço;
- uma extremidade engastada e outra presa por pino: caso intermediário, comum em estruturas reais, como edifícios;

- ambas as extremidades engastadas: mais rígida, oferecendo maior resistência à flambagem, pois restringe tanto rotações quanto translações.

As colunas são elementos determinantes para a estabilidade global de estruturas verticais. Uma falha por flambagem em uma única coluna pode desencadear o colapso progressivo de toda a estrutura. Portanto, é essencial compreender o comportamento desses elementos não apenas sob cargas estáticas, mas também sob possíveis variações de carregamento ao longo do tempo.

Além disso, o dimensionamento correto das colunas é essencial para garantir a segurança estrutural, principalmente em edificações com múltiplos pavimentos, onde os esforços de compressão são significativamente elevados. O estudo analítico e experimental da carga crítica permite projetar colunas com maior eficiência e segurança, respeitando os limites normativos e considerando os fatores reais de atuação.

### 3.2 FLAMBAGEM DE COLUNAS

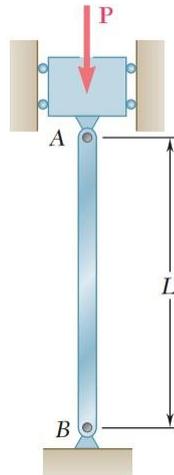
Quando nos referimos a elementos estruturais, é comum que, durante o processo de dimensionamento se pense nas possibilidades de falhas dessas estruturas. Se tratando de colunas submetidas a cargas axiais de compressão, uma dessas possibilidades é a ocorrência da flambagem, que, de acordo com Hibbeler (2010), é a deflexão lateral que ocorre quando a carga aplicada é maior que a carga crítica.

Se tratando da engenharia estrutural, a garantia de segurança é diretamente ligada a estabilidade da estrutura. Dessa forma garantir a estabilidade em relação a flambagem é essencial, pois, conforme exposto por Hibbeler (2010), a não garantia dessa estabilidade pode resultar em falhas repentinas nas estruturas.

Para facilitar a compreensão sobre a estabilidade das colunas, considera-se uma coluna biarticulada, sendo submetida a uma carga axial centrada de compressão, conforme a Figura 2.

A carga que está sendo aplicada inicialmente possui um valor inferior à carga crítica de flambagem da coluna em questão. Sendo assim, tem-se que essa coluna foi projetada corretamente e não há uma instabilidade em relação a flambagem.

Figura 2 – Coluna biarticulada com carga  $P < P_{cr}$



Fonte: Beer *et al.* (2015).

Na Figura 3, observa-se a mesma coluna, mas que sofreu um aumento na carga aplicada, de forma que essa carga ultrapasse sua carga crítica. Nesse caso diz-se que a coluna flambou e não foi projetada corretamente, pois não se encontra estável.

Figura 3 – Coluna biarticulada com carga  $P > P_{cr}$



Fonte: Beer *et al.* (2015).

### 3.3 O AÇO COMO MATERIAL ESTRUTURAL

O aço é um material amplamente utilizado, se tratando da aplicação estrutural. Nos últimos anos, o uso do aço como principal material estrutural tem aumentado grandemente. De acordo com o Centro Brasileiro de Construção em Aço (CBCA), “existem mais de 3500 tipos de aço e, cerca de 75% deles, foram desenvolvidos nos últimos 20 anos. Isso mostra a grande evolução que o setor tem experimentado”.

Apesar desse grande aumento de tipos de aço, para que um aço seja adequado ao uso estrutural, algumas características são necessárias, tais como uma boa soldabilidade, boa

tenacidade, elevada tensão de escoamento e também a facilidade de trabalho com as peças, como facilidade em cortar e dobrar, sem que haja rompimento ou fissuração. O que garante essa trabalhabilidade nos aços é sua característica de ductilidade, que permite grandes deformações sem fratura, tornando-o ideal para estruturas sujeitas a cargas dinâmicas ou situações extremas.

Conforme exposto por Brandão (2024), “o aço tem inúmeras utilizações na construção civil, pois serve de matéria-prima para a fabricação de vigas, pilares, chapas, barras, tubos, perfis e até telhas”. O uso de estruturas metálicas vem aumentando a cada dia mais, devido a maior velocidade de execução, maior leveza e grande resistência, o que permite a construção de vãos maiores e uma melhor otimização do espaço, tornando-se uma ótima opção para galpões de depósito.

Os aços em geral possuem uma alta resistência a tração, o que o torna um importante aliado do concreto na produção de estruturas. Ao utilizar o concreto armado, o concreto resiste a compressão exercida, enquanto o aço agrega em resistência a tração, tornando as estruturas capazes de resistir a altas tensões.

### *3.3.1 Classificação dos aços utilizados*

Os vergalhões de aço CA-50 e CA-60 são regulamentados pela NBR 7480 (ABNT, 2024), que estabelece suas configurações geométricas, propriedades mecânicas e requisitos de qualidade. Esses aços são destinados especificamente ao uso em estruturas de concreto armado, sendo fornecidos em barras com superfície nervurada, o que garante maior aderência ao concreto.

Quanto à composição química, a NBR 7480 (ABNT, 2024) define limites máximos em massa para os principais elementos, a fim de assegurar resistência mecânica adequada e boa soldabilidade. Os teores são:

- carbono (C): 0,35%;
- manganês (Mn): 1,50%;
- fósforo (P): 0,050%;
- enxofre (S): 0,050%;
- silício (Si): 0,50%.

Como possuem uma porcentagem de 0,35% de carbono, podem ser considerados aços de médio carbono, conforme os parâmetros apresentados CBCA.

O aço 1020 é considerado um aço de baixo teor de carbono. De acordo com Callister e Rethwisch (2016), sua composição é de aproximadamente 0,2% de carbono, 0,45% de manganês e no mínimo 99,1% de ferro.

### 3.3.2 *Propriedades dos aços analisados*

A composição dos aços garante que o material mantenha um equilíbrio entre resistência, ductilidade e durabilidade, características fundamentais para aplicações estruturais.

O aço é considerado relativamente denso, podendo conter uma densidade média de 7850 kg/m<sup>3</sup> para um corpo com 0,2% de carbono em sua composição.

Com módulos de elasticidade de aproximadamente 210 GPa (módulo de Young), conforme exposto por Gere (2003), e é uma medida da rigidez ou da capacidade de um material retornar à sua forma original após ser submetido a uma força.

A resistência característica de escoamento já está indicada na nomenclatura do aço para concreto armado, conforme Nicodemos (2022). Exemplo o aço CA-50 apresenta resistência de escoamento de 500MPa, já para o aço CA-60 tem a resistência ao escoamento de 600MPa.

Se tratando do aço 1020, como um aço de baixo teor de carbono, destacam-se como principais propriedades a sua baixa resistência e baixa dureza, além de alta tenacidade e alta ductilidade, conforme exposto por Callister e Rethwisch (2016), lhe conferindo boa forjabilidade, boa soldabilidade e também uma produção mais barata em relação aos aços de médio e alto teor de carbono. A sua alta tenacidade é uma característica que o torna um material favorável para receber tratamentos superficiais a frio, que são capazes de elevar sua dureza, de acordo com Santos (2021).

### 3.3.3 *Aplicações estruturais*

Os aços CA-50 e CA-60 possuem funções complementares na construção Civil. O CA-50, é amplamente utilizado em armaduras de vigas, pilares, lajes e fundações, áreas em que a segurança estrutural e a resistência a cargas permanentes e variáveis são cruciais. Por outro lado, o CA-60, é normalmente utilizado em armaduras secundárias, como estribos, telas soldadas e reforços internos, proporcionando otimização de material e eficiência no confinamento do concreto. A combinação desses dois tipos de aço assegura não apenas um equilíbrio entre resistência e ductilidade, mas também a viabilidade econômica e a confiabilidade das estruturas sob diversas situações de carregamento.

O aço 1020 é amplamente utilizado como aço estrutural. De acordo com Rodrigues *et*

*al.* (2014) “as principais aplicações do aço 1020 são em chapas automobilísticas, perfis estruturais, placas para produção de tubos, construção civil, pontes e latas de folhas de flandres”. Se tratando da construção civil, é aplicado na fabricação de vigas, colunas, perfis, reforços, parafusos, conectores e pinos, utilizados em estruturas metálicas.

### 3.4 ESTUDOS RELACIONADOS

Para o desenvolvimento desse estudo, foram realizadas leituras dos mais diversos trabalhos científicos que estudam o comportamento das colunas em relação ao fenômeno de flambagem, sendo essas análises analíticas e experimentais. Neste tópico serão apresentados esses trabalhos, destacando a metodologia utilizada, os materiais analisados e os resultados obtidos em cada um deles.

#### 3.4.1 Nascimento (2021)

Neste trabalho, o autor realizou um estudo da carga crítica aplicada a elementos submetidos a flambagem concêntrica, comparando os resultados analíticos com os numéricos.

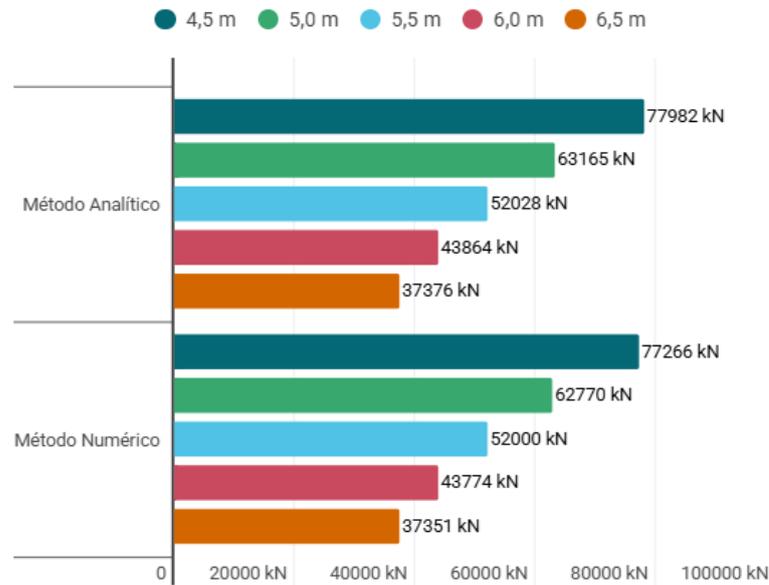
O material estudado é o aço A-36 de seções retangulares e circulares, com 4 dimensões diferentes em cada e comprimentos variando de 4,5 m a 6,5 m.

A metodologia aplicada pelo autor para a obtenção dos resultados analíticos foram os métodos matemáticos já conhecidos, como a equação de Euler, sendo aplicada para as condições de apoio biengastada e engastada em uma extremidade e livre na outra.

Para a obtenção dos resultados numéricos foi considerado o método dos elementos finitos, com auxílio do software SAP2000 versão 23, que é um programa voltado para análise estrutural.

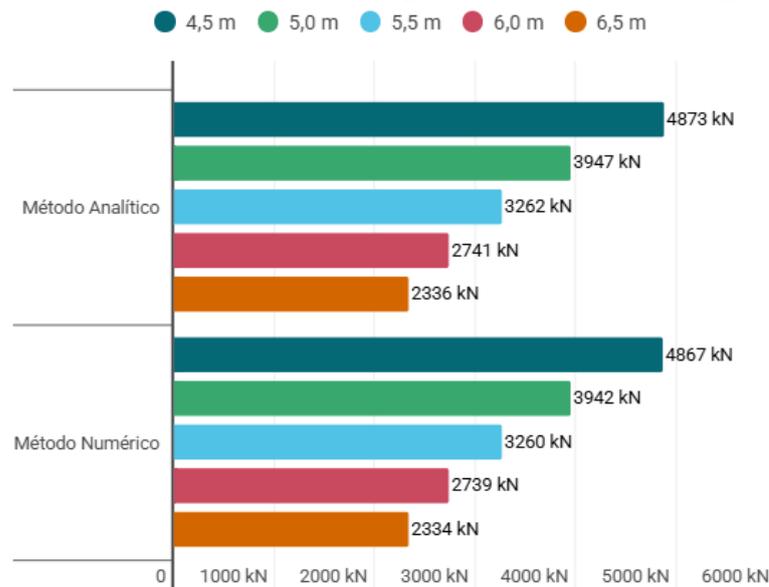
Nos resultados analíticos obtidos, observou-se que à medida que o comprimento das colunas aumentava, o valor da sua carga crítica diminuía gradativamente. Além disso, as colunas submetidas a condição de apoio engastada em uma extremidade e livre em outra, apresentaram um menor valor de carga crítica para um mesmo comprimento em comparação as colunas biengastadas. Observou-se também que as seções circulares apresentam menor carga crítica em relação as retangulares, submetidas à mesma condição de apoio e comprimento. Os resultados obtidos estão expressos nos gráficos 1, 2, 3 e 4.

Gráfico 1 – Resultado das colunas biengastadas de seção retangular.



Fonte: Autoria própria, baseado em Nascimento (2021).

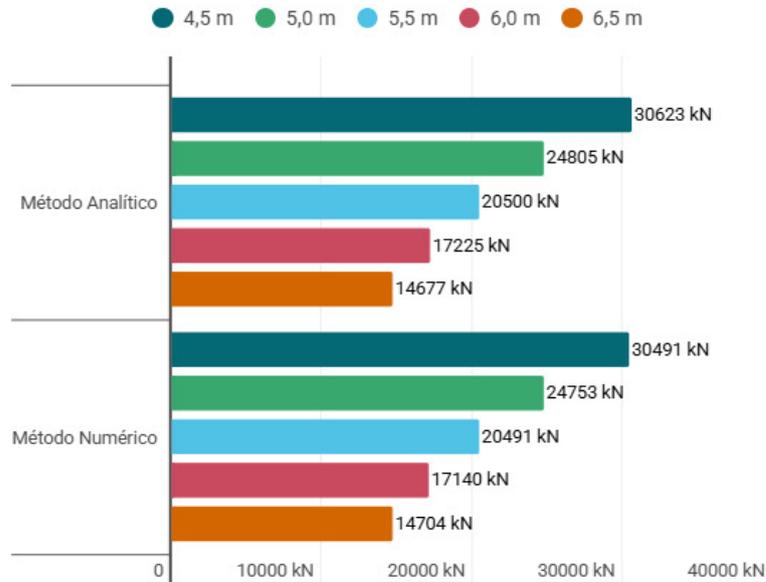
Gráfico 2 – Resultado das colunas engastadas-livres de seção retangular.



Fonte: Autoria própria, baseado em Nascimento (2021).

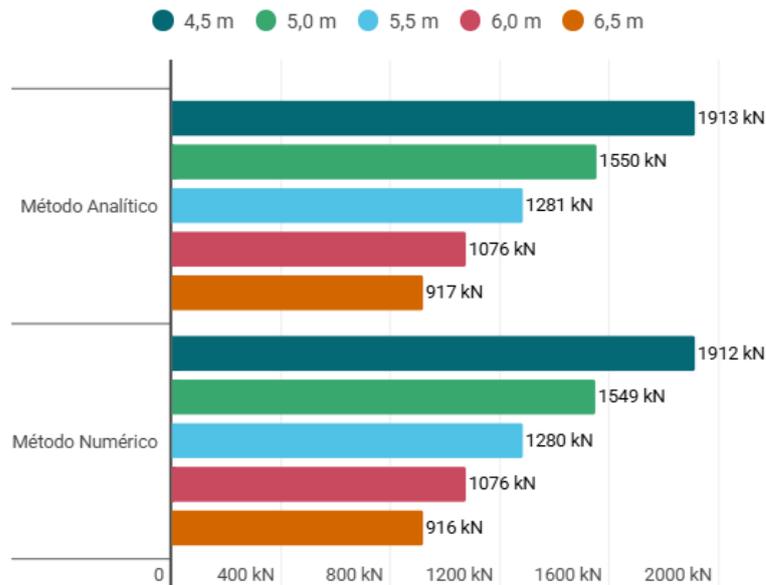
Em relação ao método analítico, os valores obtidos numericamente apresentaram uma margem de erro muito pequena, validando o uso do software em questão. Observa-se que, conforme aumenta-se o comprimento da coluna, menor é o valor da carga crítica e que há diferença no valor da carga crítica a depender da geometria da sua seção.

Gráfico 3 – Resultado das colunas biengastadas de seção circular.



Fonte: Autoria própria, baseado em Nascimento (2021).

Gráfico 4 – Resultado das colunas engastadas-livres de seção circular.



Fonte: Autoria própria, baseado em Nascimento (2021).

### 3.4.2 Squizani (2023)

O autor, realizou uma pesquisa sobre a verificação experimental de carga crítica em pilares de madeira. Foi utilizada a NBR 7190 (2022) como base para o dimensionamento de pilares e para verificar sua estabilidade, comparando os resultados obtidos experimentalmente com os resultados analíticos, com base na norma.

Na pesquisa aplicada, para a obtenção dos resultados analíticos, foram utilizados os métodos normativos da NBR 7190 (1997) e da NBR 7190 (2022). O autor calculou a carga

crítica teórica dos pilares de madeira usando fórmulas como a de Euler e verificações prescritas nas normas, as propriedades mecânicas da madeira foram consideradas conforme os critérios e coeficientes da norma (como módulo de elasticidade, índice de esbeltez, etc.).

A NBR 7190 (2022) estabelece requisitos gerais de projeto e execução de estruturas de madeira, abrangendo tesouras planas, ligações pregadas, parafusadas ou com chapas de dentes estampados. Define critérios baseados no método dos estados-limite, considerando segurança estrutural, durabilidade e situação de incêndio, e aplica-se a estruturas de madeira sólida, madeira lamelada colada, painéis estruturais e produtos à base de madeira unidos por adesivos ou conectores mecânicos. Não inclui, contudo, a classificação visual e mecânica, a caracterização das madeiras, ensaios de ligações e produtos específicos como vigas e painéis lamelados colados cruzados.

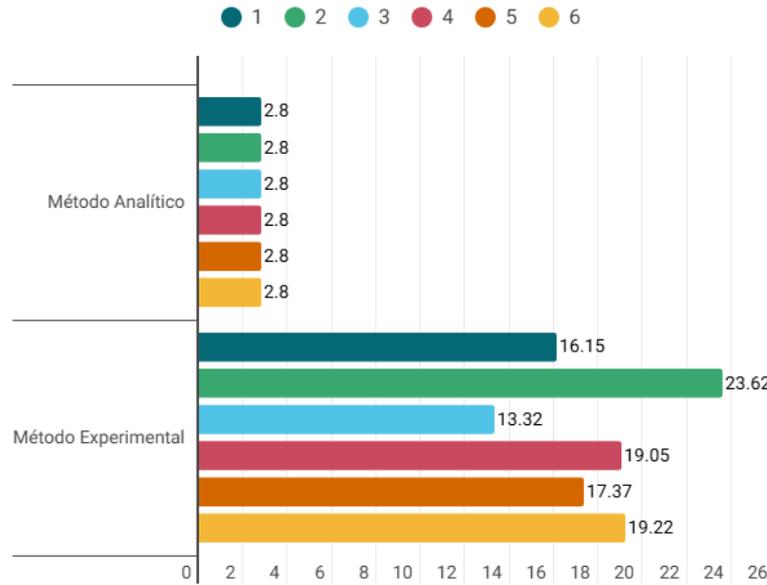
Para análise experimental, os corpos de prova foram confeccionados com seção transversal quadrada e diferentes dimensões, adotando-se alturas efetivas de 90 cm e lados de 3 cm e 5 cm. Com essas medidas, foram obtidos dois grupos de pilares com índices de esbeltez de aproximadamente 103 e 62, permitindo a comparação de seu comportamento estrutural.

Para a realização dos ensaios, cada pilar foi cuidadosamente posicionado no centro da prensa hidráulica, a fim de minimizar a excentricidade acidental e garantir a aplicação de carga axial pura. Em seguida, foram acoplados Transdutores de Deslocamento Linear (LVDT's) em duas faces não opostas dos pilares, posicionados próximos ao centro, para monitoramento dos deslocamentos laterais.

Durante os testes, a carga foi aplicada de forma progressiva até que, mesmo mantendo a carga constante, observava-se o aumento contínuo dos deslocamentos laterais caracterizando o ponto de instabilidade. Nesse momento, o ensaio era interrompido, indicando que a carga crítica de flambagem havia sido atingida.

Os resultados experimentais foram comparados com os valores teóricos de carga crítica determinados pela equação de Euler, considerando diferentes condições de contorno e valores de esbeltez. A diferença entre os valores experimentais e teóricos variou conforme a versão da norma utilizada. Os resultados obtidos estão expressos nos gráficos 5 e 6.

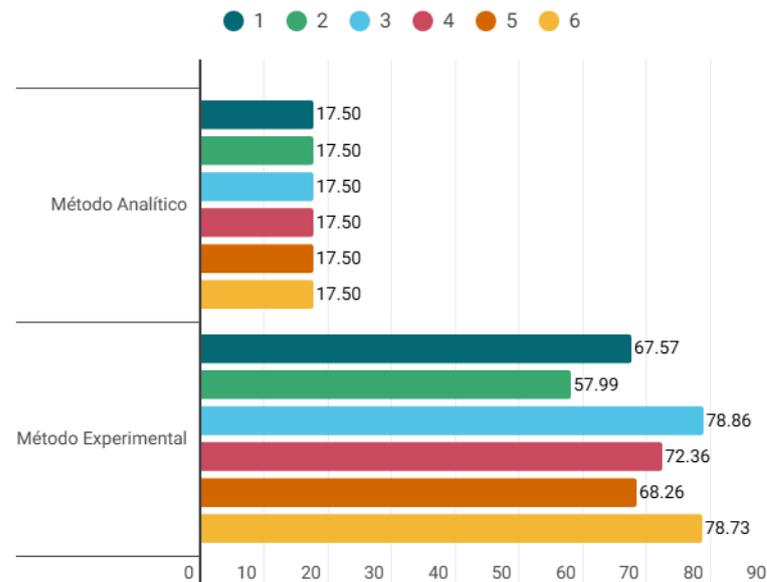
Gráfico 5 – Resultado das colunas de eucalipto, de seção retangular (3x3) cm.



Os resultados estão em KN.

Fonte: Autoria própria, baseado em Squizani (2023).

Gráfico 6 – Resultado das colunas de eucalipto, de seção retangular (5x5) cm.



Os resultados estão em KN.

Fonte: Autoria própria, baseado em Squizani (2023).

Os ensaios experimentais apresentaram discrepâncias significativas em relação aos valores teóricos obtidos pelas normas NBR 7190 (1997) e NBR 7190 (2022). Observou-se que a falha dos pilares ocorreu por instabilidade, com margem segura na flexocompressão. Os valores experimentais se aproximaram mais dos resultados teóricos da NBR 7190 (1997). Já considerando a NBR 7190 (2022), os valores foram mais conservadores, com diferenças chegando a atingir até 6,5 vezes.

## 4 METODOLOGIA

Para a realização desse estudo, foram adotados métodos específicos, tanto analíticos, quanto experimentais, que possibilitem a análise da carga crítica de flambagem nas colunas. Nesse capítulo são apresentados os procedimentos metodológicos adotados para a realização da pesquisa.

### 4.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

Esse estudo foi caracterizado por uma pesquisa analítica e experimental, sendo realizada inicialmente uma análise por meio da equação de Euler e posteriormente uma análise experimental através de ensaios em laboratório. Em relação à abordagem, essa foi tanto quantitativa quanto qualitativa, pois além dos dados serem tratados numericamente e analisados de forma estatística, também foram considerados fatores como as condições de ensaio, imperfeições geométricas das colunas e comportamento real dos materiais.

### 4.2 PROCEDIMENTOS ANALÍTICOS

Para a obtenção dos resultados analíticos se faz necessário estabelecer um método matemático que possa representar a situação na qual as peças estão submetidas.

#### 4.2.1 Equação de Euler

Para a obtenção da carga crítica das colunas foi utilizada a fórmula de Euler para colunas biarticuladas, considerando que a carga aplicada era centrada e perfeitamente alinhada. Portanto a carga crítica foi obtida conforme a Equação 1.

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} \quad (1)$$

Onde:

$P_{cr}$  = Carga crítica;

$E$  = Módulo de elasticidade longitudinal do material;

$I$  = Inércia da coluna;

$L$  = Comprimento efetivo.

O comprimento efetivo utilizado, corresponde ao valor do comprimento da coluna, pois se trata da situação biarticulada de travamento, conforme apresentado posteriormente no item 4.2.2.

As colunas analisadas deverão possuir seções retangulares e circulares, conforme detalhado posteriormente no item 4.3.2.2. Portanto, foram utilizadas duas equações para a obtenção da inércia, uma para cada tipo de seção.

Para as seções retangulares, tem-se a Equação 02.

$$I = \frac{bh^3}{12} \quad (2)$$

Como o objetivo é obter o menor momento de inércia para a área da seção da peça, então “h” será o menor lado da seção da coluna.

Para as seções circulares, tem-se a Equação 03.

$$I = \frac{\pi}{64} D^4 \quad (3)$$

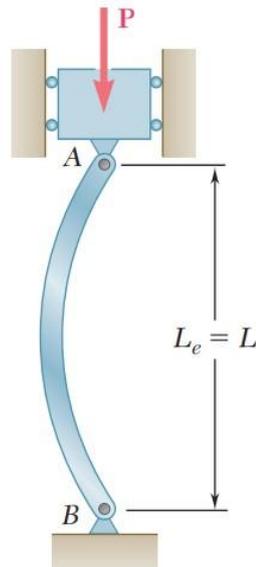
Sendo “D” o valor do diâmetro da coluna referida.

Em relação ao módulo de elasticidade longitudinal (E), foi utilizado o valor de 210 GPa, para as colunas de aço CA-50 e CA-60. Para as colunas de aço 1020, foi utilizado o valor de 205 GPa.

#### 4.2.2 Condição de travamento

A condição de travamento adotada no experimento foi a biarticulada. As peças serão sustentadas de modo a permitir a rotação, mas restringindo deslocamento na direção da flambagem, essa configuração segue o caso de flambagem descrito na teoria de Euler para colunas esbeltas, a qual o coeficiente de comprimento eficaz (K) é igual a 1,0, resultando em um comprimento efetivo igual ao comprimento da coluna, como é observado na Figura 4 de Beer *et al.* (2015).

Figura 4 – Condição de travamento biarticulada.



Fonte: Beer *et al.* (2015).

Essas considerações são essenciais para a determinação da carga crítica, sendo fundamental para a comparação com os resultados dos procedimentos experimentais, que serão realizados com a mesma condição de contorno.

### 4.3 PROCEDIMENTOS EXPERIMENTAIS

Os experimentos seguiram alguns procedimentos para que sua execução fosse realizada corretamente.

#### 4.3.1 Equipamento

O equipamento utilizado para a realização do experimento foi uma prensa adaptada para a situação (Figura 5). A célula de carga é responsável por realizar o sensoriamento e fazer a leitura da carga que está sendo aplicada e o Arduino faz o processamento das informações. Durante o experimento foi utilizado também um termo-hidro-anemômetro da marca Akron, para medir a condição da temperatura ambiente em que o ensaio foi submetido.

Figura 5 – Prensa para ensaio de compressão.



Fonte: Autoria própria (2025).

Para a realização das etapas de elaboração dos corpos de prova, também foram utilizados alguns equipamentos de medição, como paquímetro, para determinação da seção transversal, e trena, para determinação do comprimento.

#### 4.3.2 *Corpos de prova*

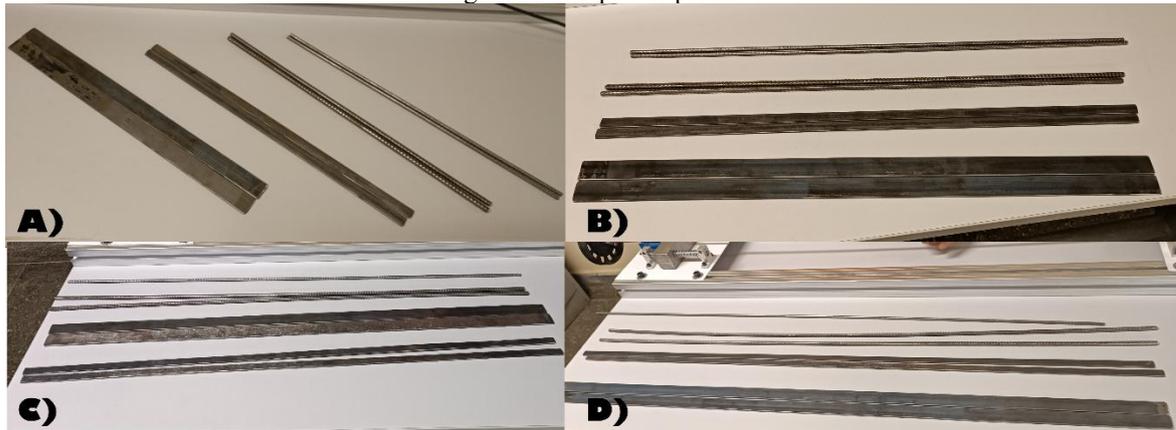
Os corpos de prova foram preparados e classificados da seguinte forma:

- Os corpos de prova 1, 2, 9, 10, 17, 18, 25 e 26 são constituídos por aço CA-60 e seção circular com diâmetro de 5 mm.
- Os corpos de prova 3, 4, 11, 12, 19, 20, 27 e 28 são constituídos por aço CA-50 e seção circular, com diâmetro de 6,3 mm.
- Os corpos de prova 5, 6, 13, 14, 21, 22, 29 e 30 são constituídos de aço 1020, de seção retangular, com largura de aproximadamente 12,7 mm e espessura de 2,5 mm.
- Os corpos de prova 7, 8, 15, 16, 22, 24, 31 e 32 são constituídos por aço 1020, de seção retangular, com largura de 22,22 mm e espessura de 3,17 mm.

Os corpos de prova possuíam comprimentos de 40, 60, 80 e 100 cm, sendo confeccionados dois corpos de prova para cada diâmetro e comprimento. Assim os corpos de prova 1 e 2 possuem 40 cm de comprimento, aço CA-60 e seção circular com 5,0 mm de diâmetro. A Figura 6 apresenta os grupos de corpos de prova, separados por comprimento.

As tabelas 1 e 2 apresentam as características das barras das seções circular e retangular, respectivamente.

Figura 6 – Corpos de prova.



Fonte: Autoria própria (2025).

Tabela 1 – Dimensões reais dos corpos de prova de seção circular.

<b>COMPRIMENTOS E SEÇÕES REAIS</b>			
<b>Seções circulares</b>			
<b>Corpo de prova</b>	<b>Material</b>	<b>Comprimento (cm)</b>	<b>Diâmetro (mm)</b>
1	Aço CA-60	39,70	4,99
2	Aço CA-60	39,50	5,09
3	Aço CA-50	39,96	6,22
4	Aço CA-50	39,98	6,24
9	Aço CA-60	59,97	5,00
10	Aço CA-60	59,97	5,09
11	Aço CA-50	59,98	6,19
12	Aço CA-50	59,98	6,19
17	Aço CA-60	80,00	4,96
18	Aço CA-60	79,95	4,92
19	Aço CA-50	79,98	6,29
20	Aço CA-50	79,97	6,22
25	Aço CA-60	99,95	4,90
26	Aço CA-60	99,93	4,97
27	Aço CA-50	99,99	6,39
28	Aço CA-50	99,98	6,36

Fonte: Autoria própria (2025).

Tabela 2 – Dimensões reais dos corpos de prova de seção retangular.

<b>COMPRIMENTOS E SEÇÕES REAIS</b>				
<b>Seções retangulares</b>				
<b>Corpo de prova</b>	<b>Material</b>	<b>Comprimento(cm)</b>	<b>Largura (mm)</b>	<b>Espessura (mm)</b>
5	Aço 1020	40,00	11,87	2,70
6	Aço 1020	39,98	11,91	2,64
7	Aço 1020	39,9	21,98	3,07

COMPRIMENTOS E SEÇÕES REAIS				
Seções retangulares				
Corpo de prova	Material	Comprimento(cm)	Largura (mm)	Espessura (mm)
8	Aço 1020	39,97	22,18	3,09
13	Aço 1020	59,96	12,01	2,7
14	Aço 1020	59,95	11,93	2,67
15	Aço 1020	59,99	22,01	3,10
16	Aço 1020	59,98	21,96	3,12
21	Aço 1020	79,95	11,86	2,67
22	Aço 1020	79,95	12,00	2,73
23	Aço 1020	79,97	22,04	3,08
24	Aço 1020	79,99	21,98	3,11
29	Aço 1020	100,00	11,85	2,85
30	Aço 1020	99,94	11,88	2,73
31	Aço 1020	99,97	22,29	2,95
32	Aço 1020	99,97	22,31	3,04

Fonte: Autoria própria (2025).

#### 4.3.3 Execução do ensaio

A execução do experimento consistiu no posicionamento e apoio das peças de modo que fiquem biapoiadas na máquina. O equipamento passou a aplicar uma carga axial de compressão até que ocorresse a flambagem. Quando alcançada a carga crítica, o equipamento mantém o valor da carga, que é emitida por meio do display. Com isso será feito uma análise comparando esses resultados com os obtidos analiticamente pelo o método de Euler.

Os ensaios experimentais foram conduzidos seguindo um procedimento padronizado, com o intuito de garantir a repetibilidade e a confiabilidade dos resultados obtidos. As figuras 7 e 8 apresentam imagens da realização da aplicação da carga.

Figura 7 – Posicionamento da coluna na prensa.



Fonte: Autoria própria (2025).

Figura 8 – Ocorrência da flambagem na coluna.



Fonte: Autoria própria (2025).

## 5 RESULTADOS E ANÁLISES

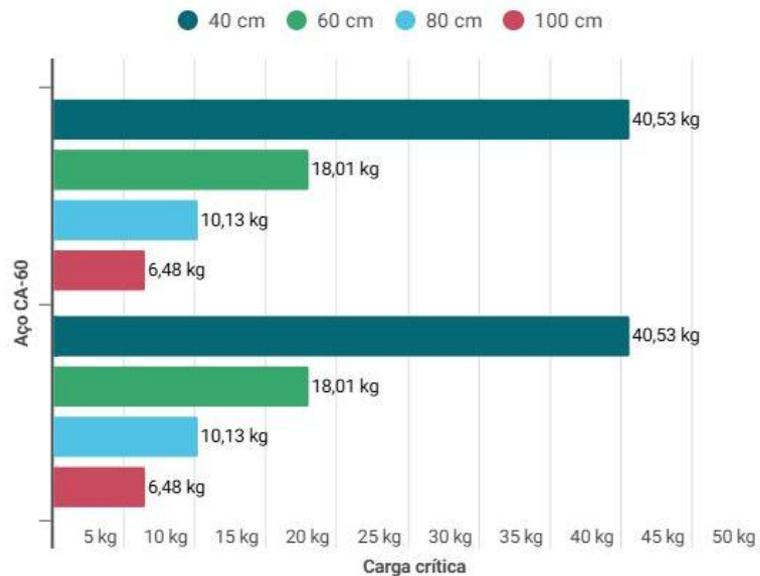
Para facilitar a compreensão os resultados estão apresentados separadamente, de modo a avaliarmos inicialmente os dados obtidos analiticamente, em seguida os dados obtidos experimentalmente e por fim comparar os resultados.

### 5.1 RESULTADOS ANALÍTICOS

Os valores obtidos por meio do método de Euler foram calculados, utilizando dois padrões diferentes, a fim de comparação dos resultados: foram calculados utilizando os valores de seções padronizadas comercialmente e comprimentos padrões citados anteriormente no item 4.3.2.3 e foram também calculados utilizando as dimensões reais das seções e comprimentos, obtidos após a confecção dos corpos de prova.

O Gráfico 7 apresenta os resultados obtidos para os corpos de prova de aço CA-60, com as dimensões padronizadas e o Gráfico 8 apresenta os valores obtidos para o mesmo material, mas com as dimensões reais.

Gráfico 7 – Resultados analíticos das colunas de aço CA-60, com dimensões padronizadas e diâmetro de 5 mm.



Fonte: Autoria própria (2025).

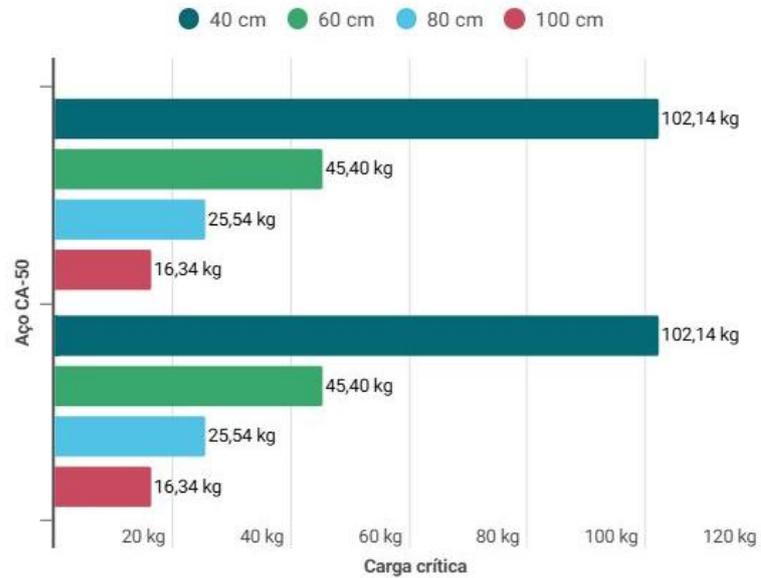
Gráfico 8 – Resultados analíticos das colunas de aço CA-60, com dimensões reais e diâmetro de 5 mm.



Fonte: Autoria própria (2025).

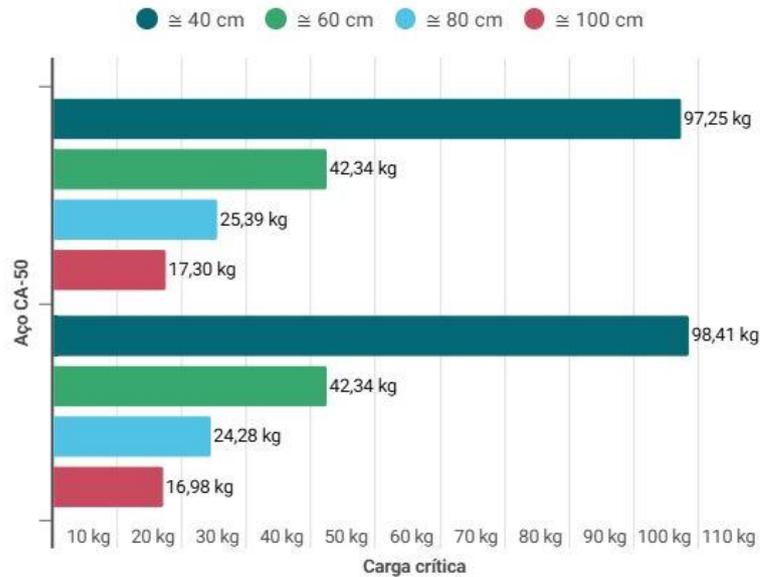
O Gráfico 9 apresenta os resultados obtidos para os corpos de prova de aço CA-50, com as dimensões padronizadas e o Gráfico 10 apresenta os valores obtidos para o mesmo material, mas com as dimensões reais.

Gráfico 9 – Resultados analíticos das colunas de aço CA-50, com dimensões padronizadas e diâmetro de 6.3mm.



Fonte: Autoria própria (2025).

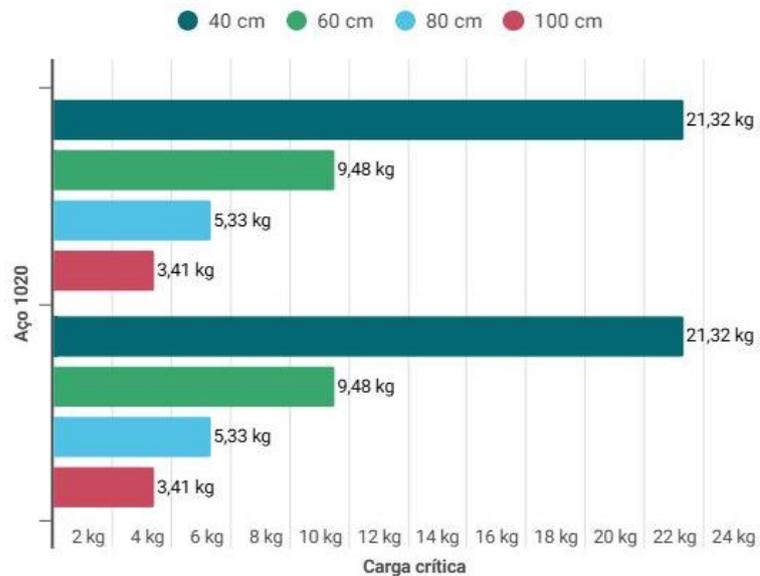
Gráfico 10 – Resultados analíticos das colunas de aço CA-50, com dimensões reais e diâmetro de 6.3mm.



Fonte: Autoria própria (2025).

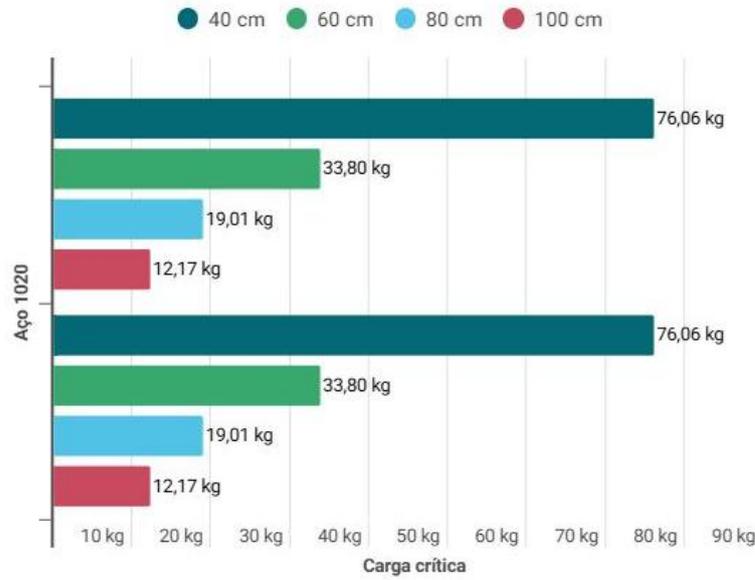
Os Gráficos 11 e 12 apresentam os resultados obtidos para os corpos de prova de aço 1020, com as dimensões padronizadas e os Gráficos 13 e 14 apresentam os valores obtidos para o mesmo material, mas com as dimensões reais.

Gráfico 11 – Resultados analíticos das colunas de aço 1020, com dimensões padronizadas e seção de (12,7x2,5) mm.



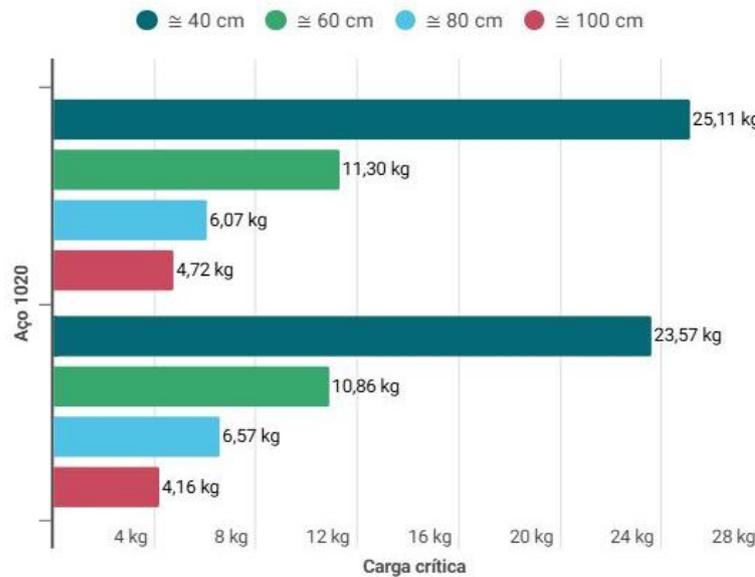
Fonte: Autoria própria (2025).

Gráfico 12 – Resultados analíticos das colunas de aço 1020, com dimensões padronizadas e seção de (22,22x3,17) mm.



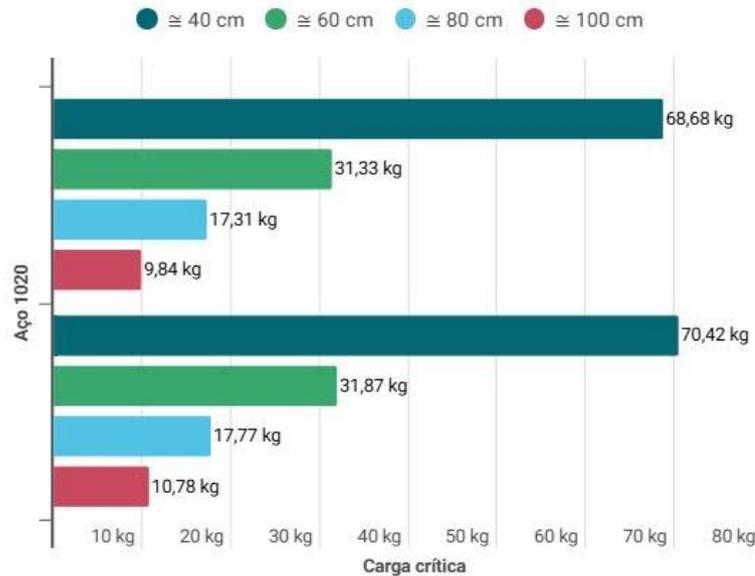
Fonte: Autoria própria (2025).

Gráfico 13 – Resultados analíticos das colunas de aço 1020, com dimensões reais e seção de (12,7 x 2,5) mm.



Fonte: Autoria própria (2025).

Gráfico 14 – Resultados analíticos das colunas de aço 1020, com dimensões reais e seção de (22,22 x 3,17) mm.



Fonte: Autoria própria (2025).

Com relação aos resultados obtidos para o aço CA-60, pode ser observado que os valores de carga crítica obtido com as dimensões padronizadas, para os dois menores comprimentos, foram ligeiramente menores, que os valores obtidos com as dimensões reais. Em contrapartida, para os dois comprimentos maiores, os valores obtidos com as dimensões padronizadas foram ligeiramente maiores que os obtido com as dimensões reais. Isso se dá pela discrepância maior observada no comprimento real das peças de aproximadamente 40 cm e 60 cm, apresentando comprimentos menores, que resultou em maiores valores de carga crítica. Em alguns casos observou-se uma pequena discrepância no valor do diâmetro real, que, quando maior, apresenta uma maior inércia e consequentemente um maior valor de carga crítica. As colunas que apresentam menor diâmetro e maior comprimento, resultaram em menores valores de carga crítica, justamente por apresentarem maior esbeltez e menor inércia.

Se tratando das colunas de aço CA-50, é possível observar que todos as cargas críticas obtidas com as dimensões padronizadas foram maiores que as obtidas com as dimensões reais, com exceção das colunas de 100 cm. Isso ocorreu porque as colunas de 100 cm apresentaram diâmetros reais ligeiramente maiores que o diâmetro padrão.

As colunas de aço 1020 apresentaram maiores valores de carga crítica para as dimensões reais, em comparação aos valores obtidos com as dimensões padrão, se tratando das colunas de (12,7 X 2,5) mm. Esse comportamento ocorreu devido a diferença de espessura real das barras de (12,7 X 2,5) mm, pois apresentaram uma média de espessura de 2,71 mm e largura de aproximadamente 12 mm, de modo a aumentar sua inércia e, consequentemente, o valor da

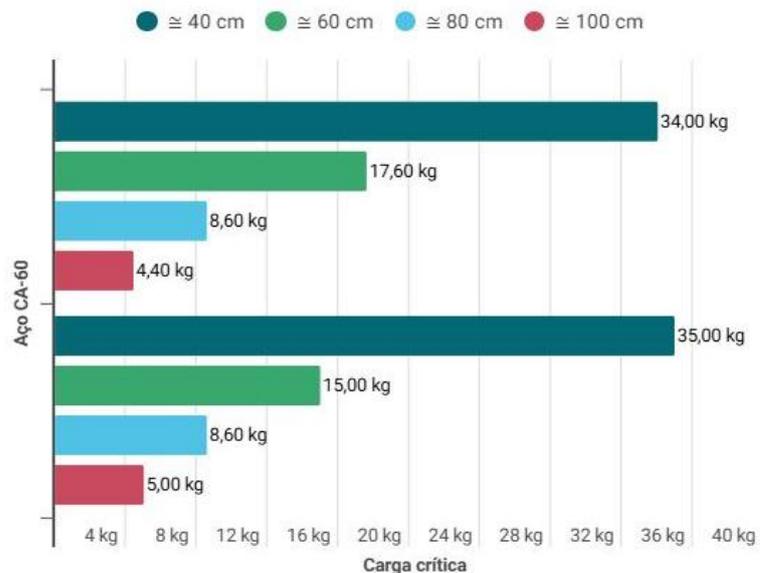
carga crítica. Já as barras de (22,22 X 3,17) mm, apresentaram espessuras com média de 3,07 mm, largura de aproximadamente 22,09 mm e valores de comprimentos extremamente próximos ao padrão, sendo assim, pode ser observado nos gráficos que para essas barras, o valor da carga crítica obtida pelas dimensões padrão são maiores que os valores obtidos pelas dimensões reais.

De modo geral, observando os valores obtidos de forma analítica é possível perceber que a carga crítica diminui de acordo com o aumento do comprimento, no caso aumentamos o comprimento a cada 20 cm e é possível notar que o valor foi diminuindo em aproximadamente metade.

## 5.2 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

O Gráfico 15 apresenta os valores de carga crítica obtidos experimentalmente para as colunas em aço CA-60.

Gráfico 15 – Resultados experimentais das colunas de aço CA-60, com diâmetro de 5 mm.



Fonte: Autoria própria (2025).

O Gráfico 16 apresenta os valores de carga crítica obtidos experimentalmente para as colunas em aço CA-50.

Gráfico 16 – Resultados experimentais das colunas de aço CA-50, com diâmetro de 6,3 mm.



Fonte: Autoria própria (2025).

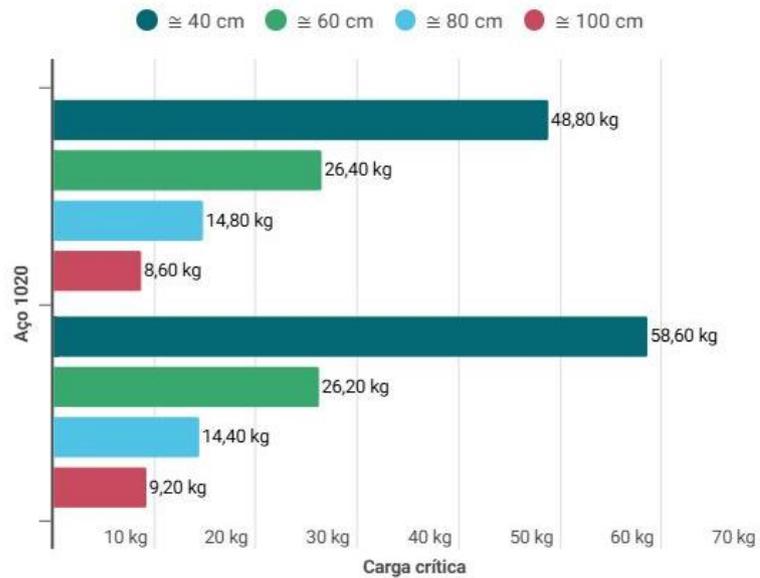
O Gráfico 17 apresenta os valores de carga crítica obtidos experimentalmente para as colunas em aço 1020 de seção aproximada de (12,7 x 2,5) mm e o Gráfico 18 apresenta os resultados das colunas de seção aproximada de (22,22 X 3,17) mm.

Gráfico 17 – Resultados experimentais das colunas de aço 1020, com seção de (12,7 x 2,5) mm.



Fonte: Autoria própria (2025).

Gráfico 18 – Resultados experimentais das colunas de aço 1020, com seção de (22,22 x 3,17) mm.



Fonte: Autoria própria (2025).

Ao comparar os valores experimentais com os valores obtidos teoricamente, pode-se observar que a carga crítica obtida experimentalmente foi inferior à carga crítica obtida analiticamente. Essa tendência foi verificada em todas as colunas ensaiadas, independentemente do material utilizado, indicando a influência de imperfeições geométricas decorrentes da execução das colunas podem influenciar diretamente no desempenho da estrutura e isso somado a uma condição real de apoio pode acabar surgindo questões como excentricidades na aplicação da carga e fatores que não são plenamente considerados no modelo idealizado proposto por Euler.

Tabela 3 – Percentuais de variação da carga crítica em relação aos métodos analítico e experimental.

<b>VARIAÇÃO DO VALOR EXPERIMENTAL EM RELAÇÃO AO VALOR ANALÍTICO</b>			
<b>Corpo de Prova</b>	<b>Valor Analítico</b>	<b>Valor Experimental</b>	<b>Percentual de Variação</b>
1	40,81	34,00	16,69%
2	44,63	35,00	21,58%
3	97,25	81,80	15,88%
4	98,41	89,20	9,36%
5	25,11	30,20	20,29%
6	23,57	30,40	28,97%
7	68,68	48,80	28,95%
8	70,42	58,60	16,79%
9	18,03	17,60	2,38%
10	19,36	15,00	22,53%
11	42,34	46,60	10,07%
12	42,34	45,20	6,76%

<b>VARIAÇÃO DO VALOR EXPERIMENTAL EM RELAÇÃO AO VALOR ANALÍTICO</b>			
<b>Corpo de Prova</b>	<b>Valor Analítico</b>	<b>Valor Experimental</b>	<b>Percentual de Variação</b>
13	11,30	10,40	8,00%
14	10,86	11,00	1,26%
15	31,33	26,40	15,72%
16	31,87	26,20	17,80%
17	9,81	8,60	12,34%
18	9,51	8,60	9,57%
19	25,39	21,20	16,49%
20	24,28	19,60	19,28%
21	6,07	5,40	11,07%
22	6,57	5,40	17,77%
23	17,31	14,80	14,51%
24	17,77	14,40	18,95%
25	5,99	4,40	26,50%
26	6,34	5,00	21,12%
27	17,30	10,40	39,89%
28	16,98	11,60	31,69%
29	4,72	3,60	23,67%
30	4,16	3,20	23,09%
31	9,84	8,60	12,64%
32	10,78	9,20	14,68%
<b>Variação média</b>			<b>17,38%</b>

Fonte: Autoria própria (2025).

Ao ser analisada a Tabela 3, é possível verificar a variação dos resultados obtidos experimentalmente em cada corpo de prova, em relação ao resultado analítico. Como valor mínimo de variação, tem-se o valor referente ao corpo de prova 14, que foi de 1,26%. O valor médio de variação geral é de 17,38%.

Como valor máximo de variação, tem-se o corpo de prova 27, com 39,89%, composto por aço CA-50, aproximadamente um metro de comprimento e 6,3 mm de diâmetro. Um dos possíveis motivos da obtenção desse resultado neste corpo de prova seria a impossibilidade de obtenção da coluna completamente retilínea. Algumas colunas, principalmente as de seção circular, apresentaram inclinações não desejadas, devido ao dobramento realizado no fornecedor para facilitar o transporte dos vergalhões. Isso é ainda mais complicado de reparar manualmente se tratando de colunas com comprimentos maiores, como as de um metro de comprimento.

Ao obter a variação média em relação a geometria das seções, temos para as seções

circulares, o valor de variação média de 17,63% e para as seções retangulares, o valor de 17,14%, o que reforça a justificativa de maior variação nas seções circulares devido a falta de aprumo dos vergalhões.

Já se tratando da condição de travamento da máquina, observa-se um melhor encaixe das colunas de seção circular. Isso pode justificar a aproximação dos valores de médias de variação, mesmo com a falta de aprumo das colunas de vergalhões de aço.

## 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os objetivos propostos neste trabalho foram alcançados, permitindo a determinação da carga crítica de colunas de forma analítica e experimental. As medições laboratoriais foram realizadas utilizando uma prensa com uma célula de carga para aplicação de esforços axiais, permitindo comparar diretamente valores teóricos com os obtidos na prática.

Observou-se que, em todas as situações analisadas, os resultados experimentais permaneceram abaixo dos valores calculados analiticamente, evidenciando a influência de fatores não abordados no método teórico de Euler, como imperfeições geométricas e limitações da execução experimental. Entre esses fatores, destaca-se a dificuldade na obtenção de peças retilíneas, que mesmo com as tentativas de ajustes das colunas não foi possível obter seu perfeito aprumo na preparação dos corpos de provas, o que provavelmente contribuiu para a redução da carga de flambagem observada.

Além disso, constatou-se que o sistema de suporte da máquina utilizada nos ensaios poderia ser aprimorado, a fim de minimizar folgas e instabilidades durante a aplicação de carga. Tais melhorias podem levar a resultados experimentais mais próximos dos valores teóricos e, conseqüentemente, a uma análise comparativa mais precisa.

Por fim, este estudo reforça a importância da realização de ensaios experimentais como complemento aos métodos analíticos, tanto para compreender com maior profundidade o comportamento estrutural real das colunas, quanto para enriquecer o processo de ensino e aprendizagem. A aplicação prática em laboratório permite que os professores ilustrem conceitos de forma concreta, facilitando a assimilação pelo aluno e transformando conteúdos abstratos em experiências visuais.

## REFERÊNCIAS

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS-ABNT. **NBR 8800**: projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas aço concreto. Rio de Janeiro: ABNT, fev. 2025.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS-ABNT. **NBR 7190-1**: Projeto de estruturas de madeira Parte 1: Critérios de dimensionamento. Rio de Janeiro: ABNT, mar. 2022.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS-ABNT. **NBR 7480**: aço destinado às armaduras para estruturas de concreto armado — requisitos. Rio de Janeiro: ABNT, mar. 2024.
- BEER, F. P.; JOHNSTON, E. R.; DEWOLF, J. T.; MAZUREK, D. F. **Mechanics of materials**. 7. ed. New York: McGraw-Hill Education, 2015.
- BRANDÃO, J. C. O aço na construção civil, usos, vantagens e limitações: revisão da literatura. **RECIMA21 - Revista Científica Multidisciplinar**, Londrina, v. 5, n. 4, abril/2024. ISSN 2675-6218.
- CALLISTER, W. D.; RETHWISCH, D. G. **Ciência e Engenharia de Materiais**. 9. ed. Rio de Janeiro: Livros Técnicos e Científicos Editora Ltda, 2016.
- CENTRO BRASILEIRO DA CONSTRUÇÃO EM AÇO-CBCA. **Conheça a classificação dos aços estruturais**. [2025]. Disponível em: <https://www.cbca-acobrasil.org.br/site/acos-estruturais/>. Acesso em: 19 ago. 2025.
- GERE, J. M. **Mecânica dos materiais**. São Paulo: Thomson Learning Ltda, 2003.
- HIBBELER, R. C. **Resistência dos materiais**. 7. ed. São Paulo: Pearson Prentice Hall, 2010.
- NASCIMENTO, D. R. A. **Estudo da carga crítica aplicada em elementos submetidos à flambagem concêntrica** – comparação entre resultados analíticos e numéricos. 2021. 50 f. Monografia – Universidade Federal Rural do Semi-Árido – UFERSA, Angicos, 2021.
- NICODEMOS, J. P. **Caracterização do aço CA-50 disponível no comércio de Jataí-GO**. 2022. 77 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Goiás, Jataí, 2022. Disponível em: <http://repositorio.ifg.edu.br:8080/handle/prefix/1083>. Acesso 07 maio 2025.
- RODRIGUES, L. M.; SANTOS, C. H. R.; VELOSO, R. R.; LEMOS, M. V.; SANTOS, C.; CABRAL, R. F. Estudo da microestrutura e da microdureza dos aços 1020 e 1060. **Cadernos UniFOA**, edição especial do curso de mestrado profissional em materiais, Resende, dezembro, 2014.
- SANTOS, H. P. **Caracterização microestrutural dos aços 1020, 1045, 5160, 8620 após os determinados tipos de tratamentos térmicos de tempera, revenimento, normalização e recozimento**. 2021. 76 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia

Metalúrgica) - Universidade Federal do Ceará, Fortaleza, 2021. Disponível em: <http://repositorio.ufc.br/handle/riufc/60638>. Acesso, 07 maio 2025.

SQUIZANI, Guilherme L. **Verificação experimental de carga crítica em pilares de madeira de acordo com a NBR 7190/22**. 2023. 64 f. Trabalho de Conclusão de Curso (Bacharelado em Engenharia Civil) - Universidade Federal do Pampa, Alegrete, 2023. Disponível em: <https://repositorio.unipampa.edu.br/jspui/handle/riu/8023>. Acesso, 20 jun. 2025.

	<b>INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA</b>
	Campus Cajazeiras - Código INEP: 25008978
	Rua José Antônio da Silva, 300, Jardim Oásis, CEP 58.900-000, Cajazeiras (PB)
	CNPJ: 10.783.898/0005-07 - Telefone: (83) 3532-4100

## Documento Digitalizado Restrito

### TCC

<b>Assunto:</b>	TCC
<b>Assinado por:</b>	Jose Erisson
<b>Tipo do Documento:</b>	Dissertação
<b>Situação:</b>	Finalizado
<b>Nível de Acesso:</b>	Restrito
<b>Hipótese Legal:</b>	Informação Pessoal (Art. 31 da Lei no 12.527/2011)
<b>Tipo da Conferência:</b>	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- José Erisson Martins de Sousa, **ALUNO (201922200008) DE BACHARELADO EM ENGENHARIA CIVIL - CAJAZEIRAS**, em 16/09/2025 15:08:53.

Este documento foi armazenado no SUAP em 16/09/2025. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 1611084

Código de Autenticação: e983ec7805

