



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CAMPUS CAJAZEIRAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

MAYAN VILAR DANTAS DE SÁ

INTEGRAÇÃO ENTRE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E SOFTWARES DIGITAIS:
Uma abordagem para o ensino de demonstrações clássicas

CAJAZEIRAS-PB
2025

MAYAN VILAR DANTAS DE SÁ

**INTEGRAÇÃO ENTRE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E SOFTWARES DIGITAIS:
Uma abordagem para o ensino de demonstrações clássicas**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Francisco Aureliano Vidal

CAJAZEIRAS-PB

2025

MAYAN VILAR DANTAS DE SÁ

**INTEGRAÇÃO ENTRE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA E SOFTWARES DIGITAIS:
Uma abordagem para o ensino de demonstrações clássicas**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de
Licenciatura em Matemática do Instituto Federal da Paraíba,
como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em
Matemática.

Data de aprovação: 05/09/2025

Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente



FRANCISCO AURELIANO VIDAL

Data: 01/11/2025 10:09:21-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Me. Francisco Aureliano Vidal
Instituto Federal da Paraíba – IFPB

Documento assinado digitalmente



VINICIUS MARTINS TEODOSIO ROCHA

Data: 03/11/2025 08:45:25-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Vinicius Martins Teodosio Rocha
Instituto Federal da Paraíba – IFPB

Documento assinado digitalmente



PATRICIO LUIZ DE ANDRADE

Data: 04/11/2025 11:41:56-0300

Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Patrício Luiz de Andrade
Instituto Federal da Paraíba – IFPB

FICHA CATALOGRÁFICA

IFPB / Campus Cajazeiras
Coordenação de Biblioteca
Biblioteca Prof. Ribamar da Silva
Catalogação na fonte: Cícero Luciano Félix CRB-15/750

S111i Sá, Mayan Vilar Dantas de.
Integração entre história da matemática e softwares digitais : uma abordagem para o ensino de demonstrações clássicas / Mayan Vilar Dantas de Sá.– 2025.

31f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Cajazeiras, 2025.

Orientador(a): Prof. Me. Francisco Aureliano Vidal.

1. Ensino de matemática. 2. História da matemática. 3. Software digital. 4. Demonstração clássica. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba. II. Título.

IFPB/CZ

CDU: 51:37(043.2)

AGRADECIMENTOS

Aos meus pais e toda minha família por me apoiarem e incentivarem durante toda a minha vida.

Ao meu orientador Francisco Aureliano Vidal e todos os professores que me ajudaram e me ensinaram durante o curso de Licenciatura Matemática. Um dos muitos pontos positivos dessa formação foram os professores que tive.

Aos meus colegas de curso que sempre me ajudaram a estudar, sempre resolvendo e discutindo questões juntos.

A todos os professores que tive no ensino fundamental e médio, e até mesmo no programa de iniciação científica que fiz graças a OBMEP.

A todos que contribuíram de alguma forma em toda minha formação.

Não há um caminho real para a geometria.

Euclides

RESUMO

O presente trabalho aborda a importância das demonstrações matemáticas, frequentemente negligenciadas no ensino tradicional, destacando o uso das tecnologias como uma alternativa para tornar esse processo mais atrativo. Para isso, foram analisados os históricos teoremas de Pitágoras, Tales, Euclides e Herão, explorando suas demonstrações em diferentes softwares, entre eles GeoGebra, Desmos Geometry, Polypad e Microsoft Excel. A pesquisa, de caráter qualitativo e exploratório, baseou-se em levantamento bibliográfico e na reprodução interativa das demonstrações em ambientes digitais. Os resultados evidenciam que os recursos digitais utilizados são muito eficientes na construção e visualização das demonstrações, possibilitando construir e interagir com os teoremas analisados de forma simples e interativa. Conclui-se que a integração entre história da matemática e tecnologia possui um grande potencial pedagógico, oferecendo novas formas de explorar e compreender conceitos matemáticos.

Palavras-chave: História da Matemática. Demonstrações. Softwares Educacionais. Ensino.

ABSTRACT

This study addresses the importance of mathematical demonstrations, which are often neglected in traditional teaching, highlighting the use of technology as an alternative to make this process more engaging. For this purpose, historical theorems such as those of Pythagoras, Thales, Euclid, and Heron were analyzed, exploring their demonstrations in different software tools, including GeoGebra, Desmos Geometry, Polypad, and Microsoft Excel. The research, of a qualitative and exploratory nature, was based on a bibliographic review and the interactive reproduction of demonstrations in digital environments. The results show that the digital resources used are highly effective in the construction and visualization of demonstrations, enabling users to build and interact with the analyzed theorems in a simple and dynamic way. It is concluded that the integration between the history of mathematics and technology has great pedagogical potential, offering new ways to explore and understand mathematical concepts.

Keywords: History of Mathematics. Demonstrations. Educational Software. Teaching.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Representação visual da decomposição do Teorema de Pitágoras.	17
Figura 2 – Demonstração visual do Teorema de Pitágoras segundo Bhaskara.....	18
Figura 3 – Representação do Teorema de Tales.	20
Figura 4 - Demonstração teorema de Euclides.....	22
Figura 5 – Construção da demonstração do Teorema de Pitágoras no GeoGebra.	25
Figura 6 – Representação do Teorema de Pitágoras no GeoGebra com a configuração inicial.	25
Figura 7 – Representação do Teorema de Pitágoras no GeoGebra com a configuração final..	26
Figura 8 – Demonstração de Bhaskara construída no GeoGebra.....	26
Figura 9 – Construção geométrica no Desmos Geometry representando o Teorema de Tales.	27
Figura 10 – Representação do Teorema de Euclides construído através do Polypad.....	28
Figura 11 – Verificação das medidas e ângulos do Teorema da Altura de Euclides utilizando régua e transferidor digitais no Polypad.	29
Figura 12 – Planilha no Excel para o cálculo da área de um triângulo utilizando a fórmula de Heron.	30

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO.....	12
2. O PAPEL DAS DEMONSTRAÇÕES E DAS TECNOLOGIAS DE ENSINO.....	14
3. TEOREMAS HISTÓRICOS.....	16
3.1. TEOREMA DE PITÁGORAS.....	16
3.2 TEOREMA DE TALES.....	18
3.3 TEOREMA DE EUCLIDES.....	22
3.4 TEOREMA DE HERON.....	23
4. APLICAÇÕES DOS TEOREMAS NO COMPUTADOR.....	24
4.1 USO DO GEOGEBRA NA PRIMEIRA DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS.....	24
4.2 USO DO DESMOS GEOMETRY NA DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DE TALES.....	27
4.3 USO DO POLYPAD NA DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DE EUCLIDES.....	28
4.4 USO DO EXCEL NA APLICAÇÃO DO TEOREMA DE HERON.....	29
5. RESULTADOS.....	31
CONCLUSÃO.....	32
REFERÊNCIAS.....	33

1. INTRODUÇÃO

Ao longo da história, a matemática tem se mostrado uma ferramenta essencial para o desenvolvimento humano. Inicialmente, surgiu para suprir necessidades práticas, como a criação de sistemas de numeração para contagem, medição e até mesmo comércio. Com o tempo surgiram conceitos mais abstratos, teorias e resultados mais complexos.

As demonstrações matemáticas, em especial, desempenham papel essencial no processo de validação e compreensão de resultados, permitindo comprovar a veracidade das afirmações matemáticas. Entretanto, no ensino tradicional, essas demonstrações muitas vezes são deixadas de lado, o que leva os estudantes apenas a memorizar fórmulas e utilizá-las sem ao menos se questionar sobre sua origem.

O avanço das tecnologias trouxe diversas possibilidades para auxiliar o ensino, permitindo que teoremas e demonstrações sejam explorados de maneira visual, interativa e dinâmica. Bento destaca que “o uso de softwares educativos vem adquirindo nos últimos anos uma real importância para o desenvolvimento do processo de ensino e aprendizagem da Matemática como de outras disciplinas” (BENTO, 2010, p. 20). Existem diversos softwares que já vêm sendo utilizados pelos professores, como o GeoGebra e o Excel, também tem outros menos conhecidos como o Popylad, Winplot e Cinderella, que possuem ferramentas de ensino muito interessantes para trabalhar, nesse contexto é importante conhecer, buscar e aprender a utilizá-los.

Este trabalho busca apresentar e refletir sobre demonstrações e aplicações de teoremas históricos da matemática, destacando como podem ser exploradas em ambientes digitais de forma interativa. Para isso, foram selecionados quatro teoremas: Pitágoras, Tales, Euclides e Herão, ilustrando demonstrações e aplicações em diferentes softwares ou sites, sendo eles, GeoGebra, Desmos Geometry, Polypad e Microsoft Excel.

A escolha deste tema justifica-se pela necessidade de explorar novas estratégias de ensino da matemática que tornem o aprendizado mais significativo. O uso de recursos digitais, aliado ao contexto histórico dos teoremas, oferece uma abordagem que pode aproximar os alunos do raciocínio matemático de forma interativa e crítica, superando a simples memorização de fórmulas.

O presente estudo surge a partir de uma problemática a ser investigada e, para melhor compreendê-la, adota-se uma abordagem qualitativa de caráter exploratório, com foco nas demonstrações históricas e no uso de softwares matemáticos. Inicialmente, realizou-se um levantamento bibliográfico sobre teoremas clássicos, como o de Pitágoras, Tales, Euclides e Herão, analisando seus contextos históricos e formas tradicionais de demonstração. Em seguida, esses teoremas foram reconstruídos em diferentes softwares, de modo a possibilitar a visualização e a exploração interativa de suas demonstrações. Por fim, buscou-se discutir as potencialidades pedagógicas dessas ferramentas no ensino da matemática, com base em análises teóricas e referenciais existentes, bem como propor atividades que possam ser aplicadas em contextos escolares.

A metodologia adotada envolve pesquisa bibliográfica sobre o contexto histórico de cada teorema, descrição e análise de suas demonstrações e a reprodução dessas construções em plataformas digitais. Com isso, a questão norteadora deste trabalho é: de que forma a combinação entre a história da matemática e o uso de tecnologias digitais pode contribuir para um aprendizado mais significativo? Supõe-se que essa integração contribua para um aprendizado mais claro e contextualizado, ao mesmo tempo em que desperta maior interesse dos estudantes, unindo teoria, história e prática.

O trabalho está estruturado em cinco capítulos. O Capítulo 1 apresenta a introdução ao tema, abordando a história da matemática e a importância das demonstrações, bem como os objetivos, metodologia adotada, baseada em pesquisa bibliográfica e na utilização de softwares educacionais como recurso de análise e aplicação, e a questão norteadora da pesquisa. O Capítulo 2 discute aspectos da história da matemática, a importância das demonstrações e o papel dos softwares no ensino da matemática. O Capítulo 3 apresenta um pouco da história dos teoremas — Pitágoras, Tales, Euclides e Herão —, e suas demonstrações clássicas. O Capítulo 4 explora a utilização de diferentes softwares (GeoGebra, Desmos Geometry, Polypad e Microsoft Excel) na construção e visualização das demonstrações apresentadas. O Capítulo 5 expõe os resultados obtidos com a análise dessas abordagens digitais, encerramos com as considerações finais onde apresentamos as conclusões, enfatizando as contribuições e possíveis desdobramentos do estudo.

2. O PAPEL DAS DEMONSTRAÇÕES E DAS TECNOLOGIAS DE ENSINO

Os referenciais teóricos que embasam esta pesquisa estão relacionados a três eixos principais: (i) a importância histórica das demonstrações matemáticas, destacada por autores como De Moraes Filho (2012) e Eves (2004); (ii) os desafios do ensino tradicional, conforme apontado por Silva (2020); e (iii) o papel das tecnologias digitais no ensino da matemática, discutido por Bento (2010) e Santos (2013).

Quando se trata da história da matemática, não se sabe ao certo por onde iniciar. Diversos marcos históricos merecem destaque, como o surgimento dos sistemas de numeração, criados a partir da necessidade de resolver problemas práticos como medição, comércio e contagem. Com o passar do tempo, a matemática evoluiu: os números receberam símbolos e sons para serem expressos verbalmente, e aquilo que antes era apenas uma ferramenta prática tornou-se um campo de estudo abstrato, dando origem a teoremas e demonstrações. Esses teoremas têm extrema importância, pois foram fundamentais para o desenvolvimento da matemática e da geometria, sendo ainda hoje essenciais em diversas áreas.

As demonstrações matemáticas desempenham um papel essencial na construção e consolidação do conhecimento, pois validam resultados e estimulam o raciocínio lógico e crítico. Como destaca De Moraes Filho (2012, p. 151), “as demonstrações são como rituais indispensáveis, usados para provar resultados matemáticos, o que garante a validade deles, mesmo os que a princípio possamos não acreditar, nem aceitar ou não sermos capazes de dar uma opinião decisiva sobre eles”. Apesar dessa importância, muitas vezes negligenciadas no ensino, levando os estudantes a memorizar fórmulas de forma mecânica, sem compreender sua origem ou fundamentação. Silva menciona que:

Diante de análises de nossas experiências, não é raro ouvir em sala de aula que o “importante é saber a fórmula final e em que ela se aplica”, evidenciando-se pouco interesse pelo desenvolvimento histórico, pela dedução ou construção, valorizando-se a manipulação dos conceitos de forma automática, sem discussões mais profundas. (Silva, 2020, p. 205).

Essa perspectiva limita o aprendizado dos alunos, desestimulando o pensamento crítico e a conexão com os fundamentos da matemática. Por esse motivo é importante buscar diferentes recursos didáticos para trabalhar em sala de aula.

Com o avanço das tecnologias, softwares como o GeoGebra permitem recriar essas demonstrações de forma visual e interativa, o que contribui tanto para o entendimento quanto para o interesse dos alunos.

Diante disto, podemos utilizar a tecnologia como um recurso educacional, capaz de alterar a maneira como os estudantes irão visualizar e aprender os conceitos matemáticos. Além disso, Silva (2018, p. 2) fala que "o uso de alguns softwares deve ser analisado e estudado; sua utilização deve ser educacional, de modo a explorar de forma inteligente todos os recursos que o software oferece no ensino e aprendizagem, e não utilizá-lo de forma mecânica". É necessário cuidado para que o uso dessas tecnologias não se torne apenas uma "brincadeira" para os estudantes, os softwares têm que ser utilizados de forma eficaz para a aprendizagem, de uma forma que chame a atenção dos alunos para aprender e compreender o que está sendo ensinado.

Diante disso, esta pesquisa é norteada pela seguinte questão: *como a integração entre a história da matemática e o uso de softwares pode contribuir para tornar as demonstrações matemáticas mais compreensíveis e atrativas no processo de ensino-aprendizagem?*

Acreditamos que essa integração pode contribuir significativamente para tornar as demonstrações mais compreensíveis, trazendo a origem dos teoremas e a sua visualização digital, tendo em vista que essa combinação facilita a compreensão dessas provas, já que o uso de softwares vai tornar o aprendizado mais atrativo, transformando algo abstrato em uma imagem interativa, além de facilitar a compreensão dos conceitos já que o estudante não apenas memoriza fórmulas, mas entende o processo lógico por trás delas. Assim, mesmo que este trabalho não tenha aplicado metodologias diretamente em sala de aula, entendemos que os resultados obtidos podem apontar para que os recursos digitais utilizados (GeoGebra, Desmos Geometry, Polypad e Excel) sejam eficientes para a construção e visualização das demonstrações, revelando o potencial pedagógico dessa integração no ensino da matemática.

3. TEOREMAS HISTÓRICOS

Neste Capítulo são apresentados importantes Teoremas elaborados por diferentes matemáticos ao longo da história. Foram selecionados quatro teoremas clássicos: Pitágoras, Tales, Euclides e Herão. Serão resgatados aspectos históricos de cada teorema, bem como suas principais demonstrações, evidenciando sua relevância tanto para a matemática antiga quanto para o ensino contemporâneo. O uso desses teoremas se justifica por seu valor histórico, já que foram elaborados por importantes matemáticos ao longo da história, e são fundamentais e muito utilizados no ensino básico e superior até os tempos atuais. Além disso, eles oferecem demonstrações que se adaptam de maneira eficaz aos softwares educacionais, possibilitando construções visuais e interativas que favorecem a compreensão dos conceitos envolvidos.

3.1. TEOREMA DE PITÁGORAS

Pitágoras de Samos foi um filósofo e matemático grego que viveu no século VI a.C. Grande parte de sua história mistura fatos e tradições da Escola Pitagórica. Ficou conhecido principalmente pela relação que leva seu nome, o Teorema de Pitágoras, além de contribuições no estudo dos números, das proporções e da ideia de que a matemática era a chave para compreender a harmonia do universo.

O Teorema de Pitágoras diz que “o quadrado sobre a hipotenusa de um triângulo retângulo é igual à soma dos quadrados sobre os catetos”. Ele é conhecido até hoje por esse nome, porém os babilônios já utilizavam ternos pitagóricos há pelo menos mil anos, essas descobertas foram registradas em tabuletas de argila como a Plimpton 322. Já os chineses apresentam algo semelhante a uma demonstração por decomposição no “Chou Pei Suan Ching” um antigo texto chinês.

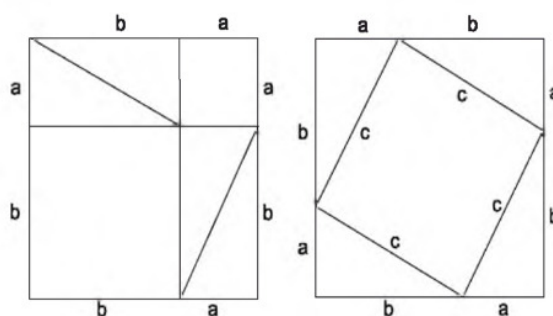
O chamado papiro matemático Cairo foi desenterrado em 1938 e investigado em 1962. O papiro, que data de 300 a.C. aproximadamente, contém 40 problemas de matemática, 9 dos quais lidam exclusivamente com o teorema de Pitágoras e mostra que os egípcios dessa época não só sabiam que o triângulo 3, 4, 5 é retângulo, mas que também acontecia o mesmo para os triângulos 5, 12, 13 e 20, 21, 29. (EVES, 2004, p. 87).

Não existem documentos que provem que os egípcios conheciam algum caso particular do teorema de Pitágoras, porém eles utilizavam conhecimentos semelhantes na medição de terrenos e construção de pirâmides.

O teorema passou a ser estudado formalmente na Grécia pelos pitagóricos, onde surgiu sua primeira demonstração geral, com isso sua descoberta ficou atribuída à Pitágoras. Não se sabe ao certo qual demonstração foi dada por Pitágoras, porém acredita-se que foi por decomposição.

Se construirmos dois quadrados de lado $a + b$, com quatro triângulos retângulos dentro com catetos e hipotenusa sendo a , b e c (Figura 1), o primeiro quadrado vai estar decomposto em 6 partes, sendo dois quadrados e quatro triângulos retângulos congruentes, já o segundo vai estar decomposto em 5 partes, sendo um quadrado e quatro triângulos retângulos congruentes. Se subtrairmos os triângulos retângulos iguais nos restam apenas os quadrados de lado a , b e c , e considerando as áreas desses quadrados concluímos que: $a^2 + b^2 = c^2$.

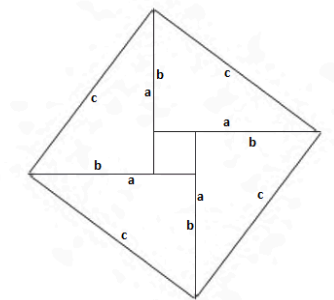
Figura 1 – Representação visual da decomposição do Teorema de Pitágoras.



Fonte: EVES (2004, p. 103).

Existem diversas demonstrações para o Teorema de Pitágoras. Eves (2004) apresenta algumas em *Introdução à história da matemática*. Uma das mais conhecidas é a de Bhaskara, que traz uma demonstração de forma visual e intuitiva, utilizando apenas uma imagem (Figura 2).

Figura 2 – Demonstração visual do Teorema de Pitágoras segundo Bhaskara.



Fonte: Adaptado de EVES (2004, p. 87)

Observando a Figura 2, note que a área do quadrado maior (A_Q) é c^2 , com isso temos que:

$$A_Q = 4 \frac{ab}{2} + A_q$$

Sendo A_q a área do quadrado menor, logo:

$$A_Q = 4 \frac{ab}{2} + (a - b)^2$$

$$A_Q = 2ab + a^2 - 2ab + b^2$$

$$A_Q = a^2 + b^2 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2$$

Como queríamos demonstrar.

Com isso podemos observar que o Teorema de Pitágoras, embora descoberto por civilizações muito antigas, continua sendo fundamental na matemática até os dias atuais. Suas diferentes demonstrações têm muita relevância como recurso didático no ensino. O teorema segue sendo um dos mais ensinados nas escolas, servindo como base para a compreensão de conceitos geométricos mais complexos. No próximo capítulo, essas demonstrações são apresentadas em ambientes digitais, utilizando o Geogebra para ampliar a compreensão e tornar o estudo desse clássico teorema mais visual, interativo e até mesmo lúdico.

3.2 TEOREMA DE TALES

Tales de Mileto foi um filósofo, astrônomo e matemático grego que viveu no século VI a.C., sendo considerado por alguns o primeiro filósofo ocidental. Fundador da Escola Jônica, é lembrado como um dos sete sábios da Grécia. Na matemática, destacou-se pelo estudo da geometria e pela formulação do Teorema de Tales, fundamental para a compreensão das

proporções e semelhança de triângulos, além de aplicações práticas em medições de distâncias e alturas.

O Teorema dos segmentos proporcionais, como era conhecido pelos gregos, possui diversos nomes e enunciados, na Alemanha é chamado de teorema dos feixes de retas concorrentes, na Itália é chamado de Teorema de Talete, somente no final do século XIX foi denominado como Teorema de Tales na França no livro *Éléments de géométrie* de Rouché e Comberousse (reedição de 1883), e assim é conhecido atualmente.

O Enunciado do Teorema de Tales conhecido hoje afirma que “se um feixe de retas paralelas é cortado por duas transversais, os segmentos determinados sobre essas transversais são proporcionais”.

Existe um relato sobre uma aplicação prática do teorema de Tales descrito por Michael Molinsky (2015), no artigo *Some Original Sources for Modern Tales of Thales – The Tale of the Pyramids*, publicado na revista *Convergence*, da Mathematical Association of America, afirmando que em algum momento Tales teria viajado para o Egito e medido a altura das pirâmides egípcias usando as sombras em momentos precisos, aproveitando a igualdade entre a sombra de seu próprio corpo e a sombra da pirâmide.

Segundo Bongiovanni (2007), esse teorema representa uma ponte importante entre o pensamento geométrico visual e o numérico abstrato, pois transforma relações espaciais em proporções matemáticas. Com base nessa ideia, surgem demonstrações que utilizam a semelhança de triângulos ou as propriedades de paralelas cortadas por transversais para justificar a proporcionalidade entre os segmentos formados.

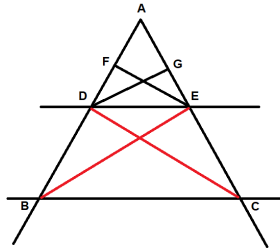
Além da aplicação prática relatada por historiadores, o Teorema de Tales também passou por diferentes formas de demonstração ao longo da história. Segundo Prando (2014), há pelo menos três grandes marcos que merecem destaque: a primeira demonstração atribuída ao próprio Tales, ainda limitada pelos conceitos de proporcionalidade e números comensuráveis da época — ou seja, quando o quociente entre duas grandezas é um número racional — em contraste com os números incommensuráveis, cuja razão é irracional; uma segunda tentativa feita pela escola pitagórica, que manteve as mesmas bases teóricas; e uma terceira, mais robusta, baseada na Teoria da Proporção de Eudoxo, utilizada na obra *Os*

Elementos, de Euclides, que permitiu uma formalização mais completa incluindo números incommensuráveis.

Com base nesse panorama histórico, é possível apresentar diferentes formas de demonstrar o Teorema de Tales, utilizando recursos geométricos acessíveis e visuais. A seguir, estão apresentadas duas demonstrações: uma baseada na comparação entre áreas de triângulos e outra fundamentada na semelhança de triângulos. Ambas utilizam a mesma construção geométrica como referência.

Considere duas retas paralelas cortadas por duas transversais, formando os segmentos AD , DB , AE e EC , em seguida traçamos CD e BE , e por fim vamos desenhar duas perpendiculares, sendo $FE \perp AB$ e $GD \perp AC$, como mostra a **figura 3**. Para garantir a validade do teorema de Tales queremos provar que $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$.

Figura 3 – Representação do Teorema de Tales.



Fonte: Autor (2025).

Observe que a área de $\triangle ADE = \frac{1}{2} \times AD \times FE$ e a área de $\triangle DBE = \frac{1}{2} \times DB \times FE$

com isso, $\frac{\text{área}(\triangle ADE)}{\text{área}(\triangle DBE)} = \frac{\frac{1}{2} \times AD \times FE}{\frac{1}{2} \times DB \times FE} = \frac{AD}{DB}$.

Note também que, $\text{área}(\triangle ADE) = \text{área}(\triangle AED) = \frac{1}{2} \times AE \times DG$ e

$\text{área}(\triangle ECD) = \frac{1}{2} \times EC \times DG$, logo, $\frac{\text{área}(\triangle AED)}{\text{área}(\triangle ECD)} = \frac{\frac{1}{2} \times AE \times DG}{\frac{1}{2} \times EC \times DG} = \frac{AE}{EC}$.

Como $\triangle DBE$ e $\triangle ECD$ possuem a mesma base DE , e estão entre as mesmas paralelas, suas alturas serão iguais, logo $\text{área}(\triangle DBE) = \text{área}(\triangle ECD)$.

Com isso concluímos que $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$.

C.Q.D

Observando novamente a figura 3 existe outra maneira de provar o teorema de Tales utilizando essa mesma representação, utilizando semelhança de triângulos.

Como DE é paralelo a BC , os ângulos ADE e ABC são congruentes, pois são alternos internos. O mesmo vale para os ângulos AED e ACB . Além disso, os triângulos ADE e ABC compartilham o ângulo A . Assim, os triângulos ADE e ABC possuem os mesmos três ângulos e, portanto, são semelhantes pelo critério ângulo-ângulo-ângulo. Pela semelhança de triângulos, segue que os lados correspondentes são proporcionais: $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$, que podemos reescrever da seguinte forma:

$$\frac{AD}{AD + DB} = \frac{AE}{AE + EC}$$

$$AD \times (AE + EC) = AE \times (AD + DB)$$

$$AD \times AE + AD \times EC = AE \times AD + AE \times DB$$

Subtraindo $AD \times AE$ em ambos os lados.

$$AD \times EC = AE \times DB$$

$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}.$$

C.Q.D

Portanto, o Teorema de Tales permanece até hoje como um dos pilares da geometria. Sua aplicação vai muito além da sala de aula, estando presente em situações do cotidiano, como medições, escalas e proporções. No próximo capítulo, utilizamos o Desmos Geometry para explorar a demonstração desse teorema de forma dinâmica e interativa, reforçando sua relevância tanto histórica quanto educacional.

3.3 TEOREMA DE EUCLIDES

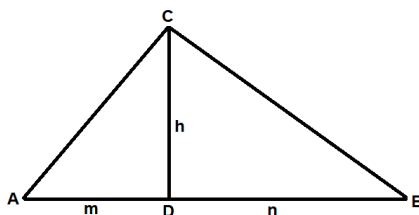
Euclides de Alexandria foi um matemático e escritor grego que viveu no século III a.C., durante o reinado de Ptolomeu Sóter, e sua história está cheia de lacunas, ele ficou conhecido como “o pai da geometria” graças a sua grande contribuição para a matemática com o livro “os elementos”, que condensa o conhecimento geométrico da época apresentando um modelo dedutivo de ensino baseado em definições, postulados, axiomas e teoremas.

No livro VI de *Os Elementos*, de Euclides, é dito que: “Caso em um triângulo retângulo seja traçada uma perpendicular do ângulo reto até a base, os triângulos junto à perpendicular são semelhantes tanto ao todo quanto entre si.” esse resultado ficou conhecido como “teorema da altura”, ou “teorema de Euclides”. A partir da semelhança dos triângulos formados, obtém-se a relação: $h^2 = m \times n$.

Onde h representa a altura relativa à hipotenusa, e m e n são os segmentos em que essa altura divide a hipotenusa. Em outras palavras, o **quadrado da altura é igual ao produto das projeções dos catetos sobre a hipotenusa**. Sua demonstração é bem simples, utiliza apenas semelhança de triângulos.

Considerando o triângulo retângulo $\triangle ABC$, sendo o ângulo $C = 90^\circ$, ao traçarmos a altura $h = CD$, vamos ter os segmentos $m = AD$ e $n = BD$. (Figura 4).

Figura 4 - Demonstração teorema de Euclides.



Fonte: Autor (2025)

Note que $\triangle ADC$ e $\triangle CBD$ são semelhantes a $\triangle ABC$, pois ambos possuem um ângulo de 90° e um ângulo em comum com o triângulo $\triangle ABC$, logo ADC e CBD são semelhantes entre si. Com isso temos a seguinte relação:

$$\frac{h}{m} = \frac{n}{h} \Rightarrow h^2 = m \times n$$

C.Q.D

Mesmo possuindo uma demonstração curta e simples, sua aplicabilidade até os dias atuais evidencia como conceitos desenvolvidos há mais de dois mil anos permanecem essenciais para a compreensão e evolução do pensamento matemático. No próximo capítulo, essa demonstração será apresentada por meio do Polypad, que oferece diferentes recursos e formas de construí-la.

3.4 TEOREMA DE HERON

Heron de Alexandria foi um matemático, engenheiro e inventor grego que viveu aproximadamente no século I d.C. Heron é amplamente reconhecido por sua atividade mecanicista, detalhada em obras como *Pneumatica* e *Automata*, isso o torna bem relevante no cruzamento entre geometria teórica e engenharia prática. Sua obra mais relevante no campo da geometria, *Metrica*, ficou perdido até ser redescoberto em 1896 e revela uma rica combinação de fórmulas, cálculos e métodos de geometria plana e sólida, incluindo a conhecida fórmula para calcular a área de um triângulo a partir dos seus três lados (fórmula de Herão).

Essa fórmula é especialmente útil quando se conhece apenas os lados do triângulo e não há ângulos ou alturas envolvidas diretamente. A fórmula em questão é:

$$A = \sqrt{s(s - a)(s - b)(s - c)}$$

em que A é a área do triângulo, a , b e c são os lados do triângulo, e s é o semiperímetro, dado por:

$$s = \frac{a+b+c}{2}$$

Para exemplificar o uso dessa fórmula em um contexto mais prático e visual, é possível utilizar softwares como o Microsoft Excel para automatizar os cálculos. Essa abordagem permite explorar diferentes valores para os lados do triângulo e observar como a área varia, sem a necessidade de repetir manualmente as operações.

4. APLICAÇÕES DOS TEOREMAS NO COMPUTADOR

Este capítulo utiliza os softwares GeoGebra, Desmos Geometry, Polypad e Microsoft Excel para trabalhar demonstrações e aplicações dos teoremas apresentados no capítulo anterior. O objetivo é demonstrar como esses recursos tecnológicos podem ser aplicados na construção e visualização das demonstrações, tornando-as mais atrativas e acessíveis aos estudantes. Além disso, busca identificar em que medida a integração entre o uso desses softwares e a história da matemática pode contribuir para tornar as demonstrações mais compreensíveis e significativas no processo de ensino-aprendizagem.

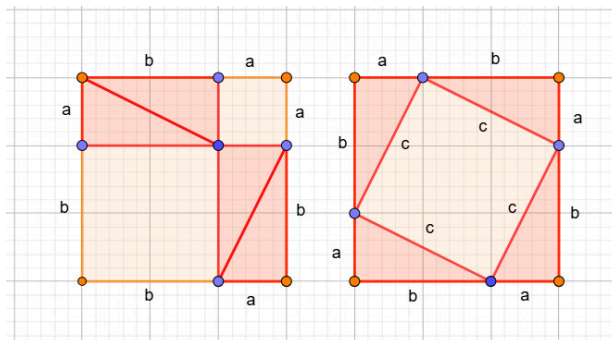
4.1 USO DO GEOGEBRA NA PRIMEIRA DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DE PITÁGORAS.

O Geogebra oferece diversos recursos para trabalhar com a matemática, ele traz álgebra, geometria, planilhas e cálculo em um ambiente interativo, permitindo explorar diversas propriedades geométricas e algébricas de maneira prática. Utilizando essas ferramentas geométricas é possível construir, visualizar e modificar qualquer tipo de figura geométrica com precisão.

Com o objetivo de visualizar a demonstração por decomposição do Teorema de Pitágoras, elaboramos um modelo no GeoGebra que ilustra dois quadrados de lado $a + b$, cada um contendo quatro triângulos retângulos congruentes representados em vermelho na figura 5. O primeiro quadrado mostra os triângulos organizados de forma que restam dois quadrados menores de áreas a^2 e b^2 , enquanto o segundo traz os mesmos triângulos em posições diferentes, deixando visível um quadrado de área c^2 . A comparação entre essas duas construções permite perceber de forma clara que: $a^2 + b^2 = c^2$.

Essa representação reforça a intuição geométrica do teorema, tornando sua compreensão mais acessível, principalmente no ensino básico.

Figura 5 – Construção da demonstração do Teorema de Pitágoras no GeoGebra.

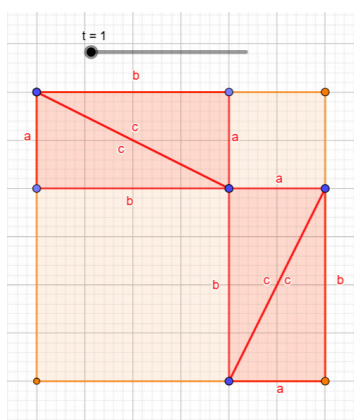


Fonte: Autor (2025). Disponível em: <[Pitágoras - GeoGebra](#)>

Com as diversas ferramentas do geogebra, além de construir as figuras geométricas, é possível modificá-las em tempo real adicionando um “controle deslizante”, com ele é possível alterar valores de parâmetros geométricos, sem a necessidade de reconstruir a figura.

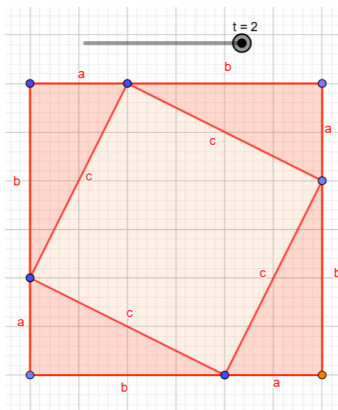
As figuras 6 e 7 foram construídas utilizando o controle deslizante para alterar o valor de “t”, a posição dos pontos varia de acordo com esse valor, à esquerda, quando o valor de a for 1 teremos dois quadrados de áreas $a^2 + b^2$ (Figura 6), quando o valor do controle deslizante for 2, os triângulos vão se deslocar formando o quadrado a direita de área c^2 (Figura 7).

Figura 6 – Representação do Teorema de Pitágoras no GeoGebra com a configuração inicial.



Fonte: Autor (2025). Disponível em: <<https://www.geogebra.org/classic/dqhngtc7>>

Figura 7 – Representação do Teorema de Pitágoras no GeoGebra com a configuração final.

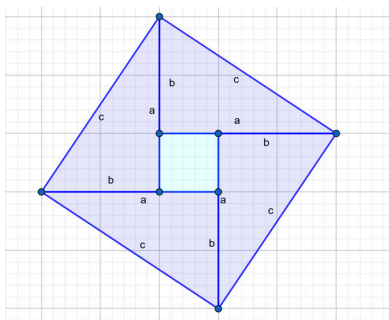


Fonte: Autor (2025). Disponível em: <<https://www.geogebra.org/classic/dqhngtc7>>

Além da construção por decomposição apresentada anteriormente, outra demonstração bastante conhecida e visualmente intuitiva que foi apresentada no capítulo anterior é a do matemático Bhaskara. Sua abordagem consiste em construir quatro triângulos retângulos congruentes dentro de um quadrado de lado c , de modo que reste um quadrado menor ao centro, cujo lado é $a - b$. Essa configuração permite deduzir a relação $a^2 + b^2 = c^2$ por meio da comparação entre as áreas.

A Figura 8 apresenta essa construção realizada no software GeoGebra. Assim como na primeira representação, é possível manipular dinamicamente os comprimentos dos lados dos triângulos, reforçando visualmente a veracidade do teorema.

Figura 8 – Demonstração de Bhaskara construída no GeoGebra.



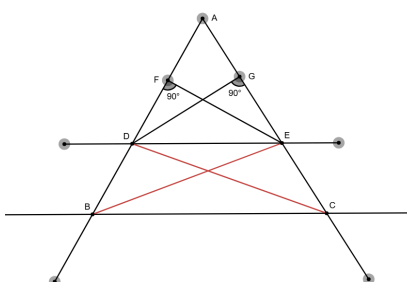
Fonte: Autor (2025);Disponível em: <<https://www.geogebra.org/classic/s2wgbjek>>

4.2 USO DO DESMOS GEOMETRY NA DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DE TALES

Para representar de forma interativa as demonstrações do Teorema de Tales vista no capítulo anterior, foi utilizado o **Desmos Geometry**, uma ferramenta online que permite construções geométricas dinâmicas e intuitivas. A plataforma se assemelha bastante com o Geogebra, possibilitando a manipulação direta de pontos, retas e segmentos, sendo extremamente útil para criar ou reproduzir construções geométricas.

Na construção realizada (Figura 9), foram traçadas duas retas paralelas cortadas por duas transversais, formando os segmentos proporcionais utilizados na demonstração por áreas e, posteriormente, por semelhança de triângulos. Essa representação permite que o aluno observe, por meio da movimentação dos pontos, a preservação das proporções entre os segmentos, contribuindo para uma compreensão mais concreta do teorema.

Figura 9 – Construção geométrica no Desmos Geometry representando o Teorema de Tales.



Fonte: Autor (2025).Disponível em: <[Teorema de Tales | Desmos](#)>

Em comparação com o GeoGebra, utilizado anteriormente na demonstração do Teorema de Pitágoras, o Desmos Geometry apresenta uma interface mais simples, o que o torna especialmente adequado para o trabalho com figuras da geometria plana em contextos escolares. Embora o GeoGebra ofereça diversos recursos que o Desmos não possui, ele se mantém sendo uma opção muito boa para quem está começando a utilizar softwares e aprendendo a fazer construções geométricas. Essa simplicidade pode ser vantajosa em sala de aula, principalmente em atividades introdutórias ou de reforço, permitindo que os alunos concentrem-se no raciocínio geométrico sem distrações excessivas da ferramenta.

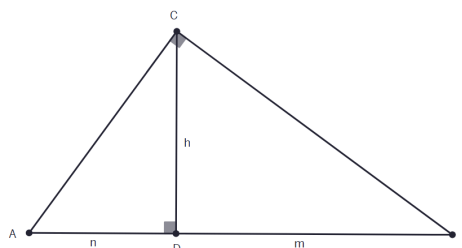
4.3 USO DO POLYPAD NA DEMONSTRAÇÃO DO TEOREMA DE EUCLIDES

O Polypad é um site matemático onde podem ser feitas construções geométricas simples, desenhos, textos e até mesmo inserir imagens, o seu diferencial é que ele disponibiliza diversos recursos prontos para trabalhar conteúdos matemáticos.

Além das construções geométricas, o Polypad oferece uma variedade de objetos matemáticos virtuais que enriquecem significativamente a experiência de ensino e aprendizagem. Entre os recursos disponíveis estão régua, compasso, transferidor e outros instrumentos que simulam com precisão os materiais utilizados em sala de aula. A plataforma também disponibiliza peças interativas para trabalhar conteúdos como frações, utilizando representações circulares e retangulares, possui também álgebra, números decimais, porcentagens e até jogos matemáticos, como o tangram e dominós de operações. Esses elementos tornam o Polypad uma ferramenta extremamente versátil, que vai além da geometria e favorece o ensino visual e lúdico da matemática em diferentes níveis escolares.

Para representar de forma visual a demonstração do Teorema da Altura de Euclides (Figura 10), foram utilizadas as ferramentas de “Linha”, “Ângulo” e “Caixa de Texto” que permitem a criação e manipulação dinâmica de segmentos, ângulos e legendas dos pontos.

Figura 10 – Representação do Teorema de Euclides construído através do Polypad.

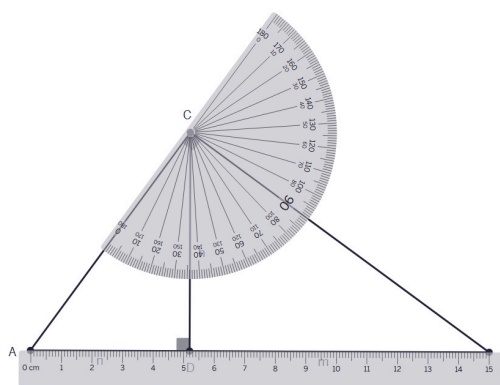


Fonte: Autor (2025). Disponível em: <[Teorema de Euclides](#)>

Também é possível utilizando o próprio transferidor que o site oferece para verificar os ângulos da figura, régua para medir os lados, e até mesmo um compasso para desenhar círculos, com isso é possível interagir com a construção, fazendo com que a demonstração deixe de ser apenas uma ilustração estática e passe a ser uma atividade prática, visual e

dinâmica, aproximando-se da manipulação concreta dos objetos matemáticos que ocorre em sala de aula (figura 11).

Figura 11 – Verificação das medidas e ângulos do Teorema da Altura de Euclides utilizando régua e transferidor digitais no Polypad.



Fonte: Autor (2025). Disponível em: <[Teorema de Euclides](#)>

4.4 USO DO EXCEL NA APLICAÇÃO DO TEOREMA DE HERON

O Excel é uma ferramenta bastante utilizada para fazer planilhas, organizar materiais e até mesmo fazer cálculos, ele é fundamental para diversas áreas, especialmente para a matemática, com ele é possível realizar cálculos automáticos e visualizar resultados em tempo real. Para exemplificar essa aplicação, utilizamos a fórmula do Teorema de Heron, apresentada no capítulo anterior, a fim de calcular a área de um triângulo a partir da medida de seus três lados.

Para realizar esse cálculo no Excel, podemos inserir nas primeiras células da planilha os valores correspondentes aos lados a , b e c do triângulo. Em seguida, em outra célula, calcula-se o semiperímetro s utilizando a fórmula: $s = \frac{a+b+c}{2}$, substituindo a , b e c pelas referências das células correspondentes. Dessa forma, o valor do semiperímetro é obtido automaticamente a partir dos três lados escolhidos (Figura 12). Para calcular a área pela fórmula de Herão e evitar resultados inválidos (como no caso de lados que não formam um triângulo), é possível inserir uma condição no Excel verificando se o semiperímetro é maior que cada um dos lados ($s > a$, $s > b$, $s > c$). Caso a condição seja atendida, o Excel

executa o cálculo: $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$. Caso contrário, retorna uma mensagem de erro ou aviso ao usuário.

Figura 12 – Planilha no Excel para o cálculo da área de um triângulo utilizando a fórmula de Heron.

	A	B	C	D	E	F	G
1	Lado a	Lado b	Lado c		Semiperímetro		Área
2	50	78	80		104		1872
3							
4							
5							
6							
7							

Fonte: Autor (2025). Disponível em:

<https://1drv.ms/x/c/25e51890459be318/EWkJLXNQirdOnp7xhzoFXb8B7tIND_XGnHV7je4HwVA89w?e=TtoTeV>

Com isso, o Excel pode servir como recurso pedagógico para que os alunos compreendam as propriedades de um triângulo, tendo em vista que, ao inserir diferentes valores, eles podem analisar as condições de existência de um triângulo, percebendo que a soma de dois lados deve ser maior que o terceiro. Nesse sentido, o professor pode propor uma sequência didática que envolva a análise das condições de existência de um triângulo, a apresentação da fórmula de Herão, e propor que os estudantes testem medidas que formam triângulos válidos e inválidos, testando também se é possível construí-los com ferramentas geométricas. Dessa forma, o Excel vai automatizar o cálculo para os alunos, enquanto a sequência didática vai permitir que eles relacionem teoria e prática, validem as propriedades do triângulo e desenvolvam uma compreensão mais significativa do conteúdo.

5. RESULTADOS

O Geogebra tem ferramentas suficientes para construir, visualizar e modificar em tempo real a construção e supera bastante as expectativas, se mostrando eficiente não apenas para construções simples, mas também para construções complexas e detalhadas, além de trazer o material feito por outras pessoas apresentando tudo que foi utilizado.

Já o **Desmos Geometry** destacou-se por sua interface simples, que facilita construções básicas e dinâmicas de maneira rápida, também cumpriu muito bem sua função, sendo possível produzir o triângulo utilizado na demonstração, verificando seus ângulos e nomeando seus pontos de maneira simples e rápida.

O Polypad, além das ferramentas de construção mais simples (linha, ponto, ângulo, círculo, retângulo, texto), contribui bastante por trazer ferramentas concretas, como réguas, esquadros, compasso e peças manipuláveis, além de diversos recursos prontos para trabalhar outros conteúdos matemáticos além da geometria, tendo até mesmo o tangram para ser manipulado livremente, o que o torna uma opção interessante para atividades lúdicas e práticas.

E por fim o Excel, que se mostrou uma ótima ferramenta para realizar cálculos em tempo real apenas mudando algum valor, basta configurar de forma correta. Além disso, ele pode ser utilizado com outro objetivo, como corrigir provas de forma automática, organizar materiais, elaborar planilhas, etc.

Em todos os casos, foi possível observar que o uso das ferramentas digitais não apenas facilitou a compreensão das demonstrações, mas também possibilitou a manipulação dos elementos geométricos e numéricos, permitindo ao usuário explorar diferentes configurações e verificar, de forma prática, a validade dos teoremas. Ainda que não tenha sido realizada aplicação direta em sala de aula, a análise evidencia o potencial pedagógico da integração entre a história da matemática e os recursos digitais, apontando caminhos para tornar as demonstrações mais acessíveis e atrativas.

CONCLUSÃO

Esse trabalho uniu duas importantes áreas para a matemática, a história e a tecnologia, utilizando de matemáticos ao longo da história e seus teoremas para trazer uma forma diferente de visualizar e explorar demonstrações e aplicações em um ambiente totalmente interativo e diferente, o que favorece bastante na compreensão e no interesse dos alunos pelo que está sendo apresentado.

Com isso, podemos concluir que a integração entre a história da matemática e o uso de softwares é uma estratégia didática eficaz, pois possibilita compreender as demonstrações de maneira contextualizada e interativa. A história oferece sentido e significado, enquanto os recursos digitais potencializam a construção e a visualização. Essa combinação torna o estudo mais atrativo, favorece a participação ativa dos alunos, trazendo algo mais interessante e lúdico. Embora não tenha havido aplicações práticas com alunos, as construções realizadas mostram que os softwares permitem visualizar as demonstrações de forma interativa, enquanto o resgate histórico traz significado e relevância para o estudo. Diante disso, podemos afirmar que a hipótese inicial foi validada dentro do caráter teórico e exploratório da pesquisa.

Entretanto, este estudo apresentou algumas limitações, como as exigências técnicas de determinados programas, especialmente os que envolvem recursos em 3D, que demandam computadores de alto desempenho e podem dificultar sua implementação em contextos educacionais com infraestrutura limitada. Além disso, a ausência de aplicação prática em sala de aula com alunos, o que poderia fornecer dados mais concretos sobre a eficácia da proposta. Ainda assim, os resultados apontam caminhos promissores.

Para pesquisas futuras, sugere-se ampliar a variedade de ferramentas digitais, explorando recursos como simulações em 3D de figuras espaciais, jogos matemáticos e ambientes virtuais imersivos, além de aplicar a proposta em contextos reais de ensino para avaliar, de forma mais aprofundada, seu impacto na aprendizagem.

REFERÊNCIAS

- BENTO, Humberto Alves. **O desenvolvimento do pensamento geométrico com a construção de figuras geométricas planas utilizando o software: Geogebra**. 2010. 260 f. Dissertação (Mestrado em ensino de Ciências e Matemática), Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais. Belo Horizonte. 2010.
- BONGIOVANNI, V. O Teorema de Tales: uma ligação entre o geométrico e o numérico. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, v. 2, n. 1, p. 94-106, 2007.
- DE MORAIS FILHO, Daniel Cordeiro. **Um convite à Matemática**. Coleção Professor de Matemática, RJ, SBM, 2012.
- DESMOS. *Desmos Geometry*. [S. l.]: Desmos Inc., 2011. Disponível em: <https://www.desmos.com/geometry>. Acesso em: 14 maio. 2025.
- EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Tradução de Hygino H. Domingues. 5. ed. Campinas: Editora Unicamp, 2004.
- GEOGEBRA. GeoGebra. Disponível em: <https://www.geogebra.org/>. Acesso em: 10 maio. 2025.
- MICROSOFT CORPORATION. Microsoft Excel. Versão Microsoft 365. Redmond, WA: Microsoft, 2025.
- MOLINSKY, Michael. Some Original Sources for Modern Tales of Thales – The Tale of the Pyramids. **Convergence**, novembro 2015. Disponível em: <<https://old.maa.org/press/periodicals/convergence/some-original-sources-for-modern-theses-of-thales-the-tale-of-the-pyramids>>. Acesso em: 14 maio 2025.
- POLYPAD. Polypad. Amplify, 2020. Disponível em: <https://polypad.amplify.com/>. Acesso em: 15 jun. 2025.
- PRANDO, Luanna Ciler. **Teorema de Tales**. 2014. Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Ensino Universitário do Norte do Espírito Santo, São Mateus, 2014. Disponível em: https://matematica.saomateus.ufes.br/sites/matematica.saomateus.ufes.br/files/field/anexo/04_luanna_p.pdf. Acesso em: 14 maio 2025.
- SILVA, Jhone Caldeira; JUNIOR, Edson Donizeti Marra. **Demonstrações matemáticas no Ensino Médio: o que pensam e sentem os estudantes**. *UNIÓN-REVISTA IBEROAMERICANA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA*, v. 16, n. 59, p. 204-226, 2020.

SILVA, João Paulo Martins da; RIBEIRO, Aretha Cristina; ARAÚJO, Tacildo de Souza. **O uso de softwares no ensino da matemática: entre o modismo e o uso inteligente**. Anais V CONEDU. Campina Grande: Realize Editora, 2018. Disponível em: <<https://editorarealize.com.br/artigo/visualizar/48369>>. Acesso em: 12 maio. 2025.

	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
	Campus Cajazeiras - Código INEP: 25008978
	Rua José Antônio da Silva, 300, Jardim Oásis, CEP 58.900-000, Cajazeiras (PB)
	CNPJ: 10.783.898/0005-07 - Telefone: (83) 3532-4100

Documento Digitalizado Restrito

Entrega de TCC

Assunto:	Entrega de TCC
Assinado por:	Mayan Sa
Tipo do Documento:	Anexo
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Restrito
Hipótese Legal:	Direito Autoral (Art. 24, III, da Lei no 9.610/1998)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- Mayan Vilar Dantas de Sa, ALUNO (201922020030) DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - CAJAZEIRAS, em 25/11/2025 17:45:25.

Este documento foi armazenado no SUAP em 25/11/2025. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 1679868
Código de Autenticação: ada6395894

