

**INSTITUTO FEDERAL DA PARAÍBA
GRADUAÇÃO EM LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

HERMANO DA SILVA JUNIOR

**PROPOSTA DE APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS
EMPÍRICOS NOS PROCESSOS DE DESIDRATAÇÃO OSMÓTICA
PARA O ENSINO DE FUNÇÕES**

HERMANO DA SILVA JUNIOR

**PROPOSTA DE APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS
EMPÍRICOS NOS PROCESSOS DE DESIDRATAÇÃO OSMÓTICA
PARA O ENSINO DE FUNÇÕES**

Trabalho de Conclusão do Curso de graduação em Licenciatura em Matemática, apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Juarez Everton de Farias Aires

Coorientadora: Profa. Dra. Kalina Lígia Cavalcante de Almeida Farias Aires

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP
Biblioteca Nilo Peçanha – IFPB, *Campus* João Pessoa

S586p

Silva Junior, Hermano da.

Proposta de aplicação de modelos matemáticos empíricos nos processos de desidratação osmótica para o ensino de funções / Hermano da Silva Junior. – 2026.

38 f. : il.

TCC (Graduação – Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – IFPB / Coordenação do Curso de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Juarez Everton de Farias Aires.

Coorientadora: Profa. Dra. Kalina Lígia Cavalcante de Almeida Farias Aires.

1. Modelos matemáticos. 2. Desidratação osmótica. 3. Ensino de funções. I. Título.

CDU 51:37

HERMANO DA SILVA JUNIOR

**PROPOSTA DE APLICAÇÃO DE MODELOS MATEMÁTICOS EMPÍRICOS NOS PROCESSOS DE
DESIDRATAÇÃO OSMÓTICA PARA O ENSINO DE FUNÇÕES**

TRABALHO DE CONCLUSÃO DE CURSO submetido a Coordenação do Curso Superior de Licenciatura em Matemática, do Instituto Federal da Paraíba (IFPB), como parte dos requisitos institucionais para a obtenção do grau de **LICENCIADO EM MATEMÁTICA**.

Aprovado em 03 de março de 2026.

Membros da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Juarez Everton de Farias Aires

Instituto Federal da Paraíba – CCLM

Orientador

Profa. Dra. Kalina Lígia Cavalcante de Almeida Farias Aires

Instituto Federal da Paraíba – CCLM

Coorientadora

Prof. Dr. Fábio Veríssimo Jaques da Silveira

Instituto Federal da Paraíba – CCLM

Examinador

Prof. Me. Sívio Orleans Cruz

Instituto Federal da Paraíba – CCLM

Examinador

Documento assinado eletronicamente por:

- **Juarez Everton de Farias Aires, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 04/03/2026 15:00:24.
- **Fabio Verissimo Jaques da Silveira, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 04/03/2026 15:08:40.
- **Sivio Orleans Cruz, PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 04/03/2026 20:16:39.
- **Kalina Ligia Cavalcante de Almeida Farias Aires PROFESSOR ENS BASICO TECN TECNOLOGICO**, em 05/03/2026 12:04:18.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 04/03/2026. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifpb.edu.br/autenticar-documento/> e forneça os dados abaixo:

Código 844580
Verificador: b215a2e08b
Código de Autenticação:



AGRADECIMENTOS

À minha família por oferecer suporte, consolo, por sempre estar comigo e me apoiar nesta jornada e nos estudos.

Às professoras e professores pela paciência, orientação neste trabalho e nos momentos que estive desacreditado, acolhimento e compromisso de educar.

Às amigadas que tive a felicidade de construir durante a graduação por compartilharem o tempo tanto nos momentos agradáveis quanto nos difíceis.

Ao IFPB e às pessoas que o mantém em atividade todos os dias por oferecer oportunidades e tecer novas histórias.

E a todos que, direta ou indiretamente, contribuíram na minha formação acadêmica e pessoal e para a conclusão deste trabalho.

RESUMO

Neste trabalho propõe-se a utilização da modelagem matemática do processo de desidratação osmótica de frutas por meio de modelos empíricos, como forma de proporcionar o ensino de funções, ou seu aprofundamento, de forma contextualizada e dinâmica. Nesse sentido, ajustaram-se modelos empíricos, fartamente usados na literatura, aos dados das cinéticas de quantidade de água e de ganho de sacarose da desidratação osmótica de paralelepípedos de pera, conduzidos a 40°Brix40°C e 60°Brix40°C. Os experimentos apresentaram resultados condizentes com a literatura, tendo a maior concentração do meio desidratante contribuído para uma maior perda de água pelas amostras de pera, enquanto que a menor concentração favoreceu a uma maior captação de sólidos. Os ajustes dos modelos utilizados apresentaram boa acurácia e ensejaram a oportunidade para o estudo de funções que fazem parte do currículo regular do ensino médio, de forma contextualizada e interdisciplinar. Modelos lineares foram ajustados aos dados de encolhimento das amostras de pera, apresentando também boa acurácia e oportunizando o estudo de funções afim, também de forma aplicada e contextualizada. A proposta dessa pesquisa, dado o seu caráter interdisciplinar, pode ser adaptado a um projeto integrador para o ensino médio, contemplando outras disciplinas como física e biologia, dentre outras.

Palavras-chave: Modelos Matemáticos; Desidratação Osmótica; Ensino de funções.

ABSTRACT

This paper proposes the use of mathematical modeling of the osmotic dehydration process of fruits through empirical models, as a way to teach functions, or to deepen their understanding, in a contextualized and dynamic manner. In this sense, empirical models, widely used in the literature, were fitted to the data on the kinetics of water quantity and sucrose gain from the osmotic dehydration of pear parallelepipeds carried out at 40°Brix40°C and 60°Brix40°C. The experiments presented results consistent with the literature, with the higher concentration of the dehydrating medium contributing to a greater loss of water by the pear samples, while the lower concentration favored a greater uptake of solids. The adjustments of the models used showed good accuracy and provided an opportunity to study functions that are part of the regular high school curriculum in a contextualized and interdisciplinary way. Linear models were fitted to the shrinkage data of pear samples, also showing good accuracy and providing an opportunity to study affine functions, also in an applied and contextualized way. Given its interdisciplinary nature, the proposal of this research can be adapted into an integrative project for high school education, encompassing other subjects such as physics and biology, among others.

Keywords: Mathematical Models; Osmotic Dehydration; Teaching of functions.

SUMÁRIO

| | |
|---|-----------|
| 1 INTRODUÇÃO | 8 |
| 2 JUSTIFICATIVA | 9 |
| 2.1 PROBLEMA DA PESQUISA | 9 |
| 3 OBJETIVOS | 10 |
| 3.1 OBJETIVO GERAL..... | 10 |
| 3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS | 10 |
| 4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA..... | 11 |
| 4.1 DESIDRATAÇÃO OSMÓTICA | 11 |
| 4.2 MODELAGEM MATEMÁTICA | 12 |
| 5 METODOLOGIA..... | 15 |
| 5.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA | 15 |
| 5.2 METODOLOGIA EXPERIMENTAL DA DESIDRATAÇÃO OSMÓTICA | 15 |
| 5.2.1 A pera | 15 |
| 5.2.2 Sanitização..... | 16 |
| 5.2.3 Corte | 16 |
| 5.2.4 Equipamentos utilizados | 16 |
| 5.2.5 Procedimento experimental da desidratação osmótica..... | 18 |
| 5.2.6 Fórmulas matemáticas | 20 |
| 6 RESULTADOS E DISCUSSÃO | 22 |
| 6.1 RESULTADOS EXPERIMENTAIS DA DESIDRATAÇÃO OSMÓTICA..... | 22 |
| 6.2 MODELAGEM MATEMÁTICA | 26 |
| 7 CONSIDERAÇÕES FINAIS..... | 34 |
| REFERÊNCIAS | 35 |

1 INTRODUÇÃO

A partir de experiências vivenciadas em sala de aula com os estágios, foi possível notar como os alunos encontram obstáculos nos momentos de estabelecer uma conexão entre o que é ensinado em sala de aula e o que é vivenciado no cotidiano de cada um.

Diante disso, de acordo com Burak (1992), a modelagem matemática, que esteve presente desde o surgimento da espécie humana e, bem como a própria Matemática, se desenvolveu cada vez mais à medida que o tempo passava, aliada ao espírito investigativo, questionador e criativo inerente, compõe-se em um conjunto de procedimentos a fim de criar um paralelo que tente explicar matematicamente fenômenos do cotidiano, assistindo o indivíduo na realização de predições e na tomada de decisões.

Com isso, a prática da modelagem matemática como metodologia de ensino é pertinente no processo de aprendizagem por envolver os estudantes em atividades que integram os conhecimentos prévios de cada um às ferramentas matemáticas que hão de ser utilizadas nas etapas do desenvolvimento dos modelos, além de eventuais recursos de outras áreas do conhecimento.

Sobretudo, com aplicações práticas de modelos matemáticos, especificamente com os experimentos de desidratação osmótica descritos no presente trabalho, busca-se entender se o ensino de funções em turmas do ensino médio é viável e facilita no estabelecimento das relações entre seus conceitos e propriedades à realidade.

Para tanto, a partir dos dados experimentais e dos modelos empíricos utilizados far-se-ão análises das relações desses modelos com os conceitos e propriedades de funções estudadas no ensino médio, propondo questões de acordo com os assuntos.

2 JUSTIFICATIVA

A justificativa desta pesquisa parte do problema vivenciado nas escolas acerca dos alunos se sentirem muito distanciados dos temas da Matemática, por terem dificuldade ou por não saberem como o vínculo entre os assuntos estudados em sala de aula e a realidade, pode ser estabelecido, assim como a aplicação da modelagem matemática pode contribuir para que essa conexão possa se tornar mais evidente.

Almeja-se que a realização deste trabalho de pesquisa contribua para o aprendizado por meio da aplicação de resultados de aplicações práticas, reforçando uma visão interdisciplinar de um conjunto de conteúdos Matemáticos e de outras áreas do conhecimento, junto aos alunos.

Além disso, espera-se que este trabalho inspire professores e pesquisadores a integrarem a modelagem matemática em sala de aula como metodologia de ensino ativa, a fim de despertar o interesse dos estudantes para que se tornem investigadores e protagonistas de suas próprias trajetórias profissionais.

2.1 PROBLEMA DA PESQUISA

A contextualização e a aplicação de modelos matemáticos no ensino de Matemática, de forma interdisciplinar, no caso particular do processo de desidratação osmótica, podem ser significativas para o aprendizado dos alunos sobre funções, dentre outros tópicos?

3 OBJETIVOS

3.1 OBJETIVO GERAL

Propor e analisar a viabilidade do ensino de funções, dentre outros conteúdos matemáticos, por meio de modelos matemáticos que descrevam o processo de desidratação osmótica, no que diz respeito à possibilidade de um aprendizado significativo.

3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Investigar e estabelecer o modelo matemático (empírico) que melhor descreva o procedimento de desidratação osmótica de peras;
- Relacionar conceitos e propriedades de funções com os modelos propostos;
- Propor atividades que coloquem o estudante no papel de protagonista, atuando como investigador, aguçando seu senso crítico.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

4.1 DESIDRATAÇÃO OSMÓTICA

A secagem convectiva é um dos métodos mais tradicionais para a diminuição do teor de água em frutas. No entanto, além de demandar níveis de energia consideráveis, em muitos casos, pode causar efeitos indesejáveis como a degradação de nutrientes, escurecimento enzimático, perda de sabor, etc. Neste sentido, a desidratação osmótica é, em muitos casos, usada como um pré-tratamento para a secagem convectiva de frutas, por proporcionar uma retirada parcial de água, além de minorar alguns efeitos nocivos da secagem convectiva. Ressalte-se, ainda, que a desidratação osmótica não demanda mudança de fase da água e proporciona, se bem conduzida, uma maior retenção de vitaminas e minerais, cor e sabor da fruta *in natura* (Yadav e Singh, 2012).

O processo de desidratação osmótica, de forma sucinta, consiste na imersão do produto (frutas, vegetais, peixes etc.) em uma solução concentrada (meio osmótico) com o intuito de retirar parte da água livre contida nesse produto. A retirada de água se dá por efeito da diferença de pressão osmótica entre a solução desidratante e o interior do produto. Neste processo ocorre a transferência de massa entre o produto imerso na solução aquosa concentrada e o meio osmótico. No transcurso desse processo, parte da composição presente no alimento é retirada, sobretudo a água, enquanto que parte do soluto da solução, é inserida no produto (Mendes et al., 2013). Configurando-se como um processo complexo, depende de diversas variáveis, a exemplo de tempo de imersão, da temperatura de operação, da fruta, do tipo e da concentração da solução desidratante, dentre outras.

Tanto a desidratação osmótica, como a secagem convectiva são processos complexos que abrangem diversos fatores. Em face dessa complexidade, a modelagem matemática desses processos, torna-se imprescindível, no sentido de possibilitar uma análise e previsão que, em última análise, pode proporcionar subsídios para os seus aprimoramentos e eficácia. No caso específico desta pesquisa, salienta-se o fato de que modelos empíricos envolvem funções estudadas no ensino médio regular. Esse fato suscita a possibilidade de uma proposta para o ensino ou a abordagem desse tópico de forma contextualizada e viva para os alunos. Ademais, tendo em vista a natureza interdisciplinar dos processos de desidratação osmótica e de secagem convectiva de frutas, tal proposta pode ensejar, inclusive, um projeto integrador em que se estude outros aspectos atinentes a outra disciplinas como física, biologia etc., além da modelagem matemática, em si, de forma interdisciplinar.

Diante do exposto, o foco principal dessa pesquisa repousa na modelagem matemática do processo de desidratação osmótica de peras por meio de modelos empíricos, como alternativa para o ensino de funções de forma contextualizada e interdisciplinar.

4.2 MODELAGEM MATEMÁTICA

No Brasil, muitas escolas vêm tentando criar alternativas aos métodos convencionais de ensino que, muitas vezes, mostram-se ineficientes para a formação dos estudantes, sobretudo na Matemática, na qual frequentemente alunos se questionam sobre a aplicação da maior parte dos assuntos e acerca do motivo de estudá-los.

Diante disso, com a preocupação de conectar os temas matemáticos a uma possibilidade de aplicação prática, que faça mais sentido para o aluno que, por muitas vezes, assiste a esses temas, em sala de aula, de maneira fortemente inclinada à memorização de processos e regras sem visualização prática, bem como em um processo geralmente individual e com pouco fortalecimento das relações sociais entre os colegas, uma das metodologias de ensino que pode ser adotada é a de modelagem matemática.

A modelagem para Bassanezi (2015, p. 15, grifo do autor) “é o processo de criação de modelos em que estão definidas as estratégias de ação do indivíduo sobre a realidade, mais especificamente sobre a *sua realidade*” e, como enfatiza o autor, a modelagem ocorrerá de acordo com os recursos disponíveis no ambiente do modelador, o seu ponto de vista, o tema escolhido, entre outras particularidades, o que acarreta em uma maior proximidade do professor com o aluno ao orientar sobre o que é realmente relevante para a pesquisa, como interpretar o que foi coletado, etc.

Ademais, com essa metodologia de ensino se espera, não apenas maior desenvoltura matemática, mas, também, desenvolvimento do senso crítico, autonomia na interpretação dos problemas e em como resolvê-los. Além de trabalhar a interdisciplinaridade, de modo a mitigar os efeitos da abordagem meramente técnica e convencional da educação matemática, adstrito a fórmulas prontas na resolução de situações-problema, “responsáveis pela diminuição da motivação, do interesse, do rendimento e pelo grau de satisfação escolar que os alunos apresentam no ensino e aprendizagem em matemática” (Rosa; Orey, 2016, p. 4).

Segundo o estudo de Oliveira (2022, p. 38) os professores entrevistados reconhecem a modelagem matemática “como uma maneira de proporcionar aos alunos uma aprendizagem real e significativa que os motive no processo de construção do conhecimento Matemático” e que, de acordo com Felipe e Macedo (2022, p. 10), possui “a capacidade de promover nos

estudantes as observações empíricas do mundo real com a matemática abstrata, proporcionando o encontro entre teoria e prática”.

Contudo, como aponta Burak (1992, p. 58) é imprescindível que o professor esteja preparado e aberto às novas ideias de modo a ter domínio na apresentação dos conteúdos matemáticos de diferentes formas para os alunos da educação básica, capaz de desafiá-los e provocar-lhes reflexões e questionamentos. De fato, o mais importante, ao estudar matemática, está nos processos e nas relações construídas, e não meramente nos resultados que se encoraja a buscar, o que implicaria na má qualidade desses (Balzan, 1995 apud Bassanezi, 2002, p. 177).

Ao utilizar da estratégia da modelagem matemática como metodologia ativa de ensino, o papel do professor deixa de ser principal e passa a ficar mais próximo dos estudantes, aproximando o conhecimento matemático aos seus (Burak, 2004). Ademais, como reitera Bassanezi (2002, p. 177):

os processos pedagógicos voltados para as aplicações [...] podem levar o educando a compreender melhor os argumentos matemáticos, incorporar [sic] conceitos e resultados de modo mais significativo e, se podemos assim afirmar, criar predisposição para aprender matemática porque passou, de algum modo, a compreendê-la e valorizá-la.

Com isso, o indivíduo que modela desenvolverá o que as autoras Almeida e Vertuan (2014) chamam de “ações cognitivas”, nas fases da modelagem matemática, caracterizadas por elas como “Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação de Resultados e Validação”.

A primeira fase corresponde ao período de familiarização do estudante com o tema e estruturação de metas que se deseja cumprir com a tentativa de solução da situação-problema. Na etapa de Matematização ocorre a tradução da representação real para a linguagem matemática enquanto organiza-se e evidencia-se o que está sendo buscado com a elaboração do modelo. Com a fase de Resolução espera-se responder às perguntas levantadas e confirmar ou refutar hipóteses elaboradas antes e durante todo o procedimento. Por fim, as últimas fases contemplam as avaliações realizadas pelos modeladores a fim de analisar se o resultado encontrado é coerente, e se o modelo é adequado ao problema e a outros similares.

Como mencionado anteriormente, o processo escolhido, nesta pesquisa, diz respeito à desidratação osmótica de amostras de peras, tendo em vista a relativa facilidade de implementação e baixo custo dos experimentos, que podem ser conduzidos em uma escola de ensino médio, com uma estrutura mínima de laboratório. Registre-se que modelos empíricos têm larga aplicação na descrição das cinéticas próprias da desidratação osmótica e se norteiam por sua correlação com os dados experimentais (Kaleta e Górnicki, 2010; Santos et al., 2011). Neste sentido, podemos citar o modelo de Page (Pangavhane et al., 1999; Silva et al., 2013), exponencial ou de Lewis (Doymaz e Pala, 2002), Newton (Rhim e Lee, 2011), logaritmo,

Henderson e Pabis, e exponencial de dois termos (Perea-Flores et al., 2012), Page modificado (Mwithiga e Olwal, 2005), dentre outros. Uma análise simples desses modelos nos indica a utilização de várias funções estudadas no ensino médio e que podem prever as cinéticas de desidratação osmótica, além de possibilitar um estudo contextualizado de tais funções.

5 METODOLOGIA

5.1 CARACTERIZAÇÃO DA PESQUISA

A presente pesquisa classifica-se como uma pesquisa bibliográfica de cunho exploratório que tem, segundo Gil (2002, p. 53), “como objetivo principal o aprimoramento de ideias [sic] ou a descoberta de intuições” e, no que toca a utilização dos modelos matemáticos, almeja-se identificar a viabilidade do ensino de funções com a utilização de modelos matemáticos que descrevam os processos de desidratação osmótica.

A pesquisa possui caráter qualitativo, haja vista que serão propostas e analisadas as relações dos modelos empíricos adotados com conceitos e propriedades de funções, abordados na grade curricular do ensino médio, verificando a possibilidade de criação de atividades que revisem, aprofundem e contextualizem esses conceitos, através da utilização desses modelos matemáticos nos seus diferentes aspectos.

Sugere-se que experimentos de desidratação osmótica sejam implementados com a turma em que a proposta, foco desta pesquisa, seja implementada. Isso pode ser feito, inclusive, como um projeto integrador, fomentando a interdisciplinaridade com disciplinas como física (haja vista a transferência de massa), biologia (tendo em vista a osmose) etc. Com isso, espera-se o fomento de um espírito de pertencimento e engajamento por parte dos alunos, além de um melhor entendimento e questionamento sobre o processo em estudo. Nesse sentido, apresenta-se, na sequência, a metodologia utilizada para a obtenção dos resultados experimentais utilizados nesta pesquisa.

5.2 METODOLOGIA EXPERIMENTAL DA DESIDRATAÇÃO OSMÓTICA

5.2.1 A pera

A matéria-prima utilizada foi a pera (*Pyrus Communis L*) da variedade D’Anjou., adquirida em um supermercado da cidade de João Pessoa-PB, Brasil.

Os frutos escolhidos estavam em boas condições físicas, sem apresentar machucados ou falhas aparentes em seu tecido e com grau de maturação semelhante. A Figura 1 mostra exemplares das frutas utilizadas.



Figura 1: Exemplares de pera utilizadas nos experimentos.

5.2.2 Sanitização

As peras foram higienizadas em água corrente e em seguida, ficaram imersas por cinco minutos em uma mistura de água e hipoclorito de sódio. Decorrido este período, foram lavadas novamente em água corrente e enxugadas com papel toalha absorvente.

5.2.3 Corte

Com o auxílio de um cortador de legumes e de uma faca comum, as frutas foram cortadas em forma de um paralelepípedo com arestas medindo aproximadamente 1,0 cm, 1,0 cm e 2,0 cm, como mostra a Figura 2.



(a)



(b)

Figura 2: Peras cortadas (a); cortador de legumes (b).

A aferição das dimensões e da massa das amostras foi realizada com um paquímetro e balança digitais, respectivamente.

5.2.4 Equipamentos utilizados

- Estufa utilizada para a obtenção da massa seca das amostras e no processo da desidratação osmótica;



Figura 3: Estufa.

- Balança digital com precisão de 0,001g, utilizada na aferição das massas de cada amostra e na medição da massa da solução osmótica;



Figura 4: Balança digital.

- Paquímetro digital, usado na medição das dimensões dos pedaços de pera;



Figura 5: Paquímetro.

- Refratômetro, utilizado para medir a concentração da solução osmótica;



Figura 6: Refratômetro.

- Dessecador com sílica gel, onde as amostras são colocadas após serem retiradas da estufa e permanecem até atingirem a temperatura ambiente;



Figura 7: Dessecador.

- Termômetro (a), usado para medir a temperatura do ambiente; higrômetro (b), utilizado para medir a umidade relativa do ar;



Figura 8: Termômetro (a); higrômetro (b).

- Béquers, utilizado para armazenar a sacarose e os pedaços das peras nas estufas durante a desidratação osmótica.



Figura 9: Béquers.

5.2.5 Procedimento experimental da desidratação osmótica

Primeiramente foram organizados 36 béqueres, para as 12 amostras da pera organizadas em triplicatas, cada amostra contendo 3 paralelepípedos da fruta. As amostras foram pesadas a fim de se obter a massa inicial de cada uma, inseridas no dessecador com o intuito de evitar a perda de sua umidade para o ambiente, e posteriormente colocadas nos béqueres contendo a solução de sacarose.

A desidratação osmótica (DO) foi realizada com solução formada por sacarose e água destilada, em duas concentrações diferentes: 40 e 60 °Brix, escala que mede a quantidade de sólidos solúveis dissolvidos em um líquido. Para referência, 1 °Brix equivale a 1 grama de sacarose por 100 gramas de solução. A concentração foi medida com refratômetro. A temperatura utilizada foi de 40 °C, sendo gerados, portanto, dois experimentos distintos:

- Experimento 1: 40 °Brix e 40 °C;
- Experimento 2: 60 °Brix e 40 °C.

Durante os experimentos, a umidade relativa do ar foi aferida com um higrômetro e o valor médio foi de 55%.

Em cada experimento, foram colocadas 12 amostras em triplicatas, organizadas em béqueres contendo, em média, 5,5 gramas de pera. Foram numeradas de 1 a 12, com as seguintes identificações: $A_{1.1}$, $A_{1.2}$, $A_{1.3}$, $A_{2.1}$, $A_{2.2}$, $A_{2.3}$, ..., $A_{12.1}$, $A_{12.2}$, $A_{12.3}$. Os béqueres foram preenchidos com a solução pré-aquecida e, em seguida, receberam as amostras de pera e foram encaminhados à estufa para a manutenção da temperatura, como mostra a Figura 10.

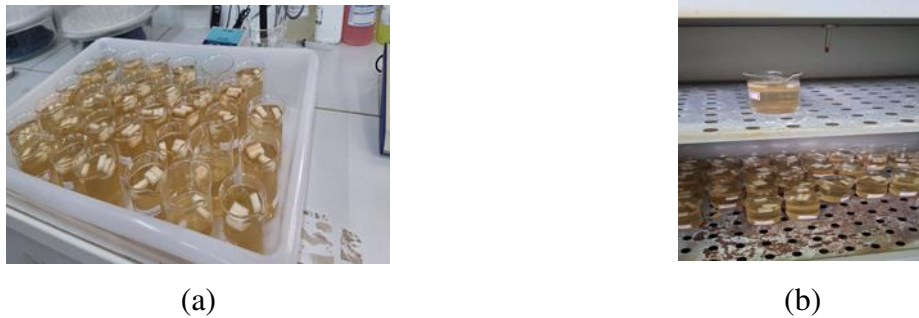


Figura 10: Béqueres (a); béqueres na estufa com as soluções e amostras (b).

Com o intuito de simplificar a descrição, cada amostra será nomeada apenas por A_i , com i variando de 0 a 12. Como já foi mencionado, os experimentos foram realizados em triplicatas, ou seja, para cada i tem-se $A_{i.1}$, $A_{i.2}$ e $A_{i.3}$, exceto para a amostra A_0 , que não foi inserida na solução de sacarose. Para cada período de imersão t_i , dados em minutos, foi fixada uma amostra A_i . Foram considerados os períodos de imersão $t_0 = 0$, $t_1 = 15$, $t_2 = 30$, $t_3 = 60$, $t_4 = 90$, $t_5 = 120$, $t_6 = 150$, $t_7 = 180$, $t_8 = 240$, $t_9 = 360$, $t_{10} = 480$, $t_{11} = 600$ e $t_{12} = 1440$.

O experimento seguiu o procedimento a seguir:

1º) Antes de serem imersas na solução osmótica, cada amostra A_i teve sua massa inicial $m_0(A_i)$ determinada;

2º) Para cada instante de retirada (t) a amostra correspondente foi retirada da solução, lavada com água destilada, enxugada levemente com papel absorvente e sua massa foi aferida em balança digital;

3º) Após a retirada da última amostra (A_{12}) da solução, no instante de 1440 minutos, todas as amostras foram levadas para a estufa de secagem e esterilização a 100 °C, onde permaneceram por 24 horas, visando à obtenção de sua matéria seca.

A Figura 11 ilustra amostras de pera após o processo de desidratação osmótica a 40 °Brix e 40 °C.



Figura 11: Amostras de pera após a DO a 40 °Brix e 40 °C.

Para análise do encolhimento dos pedaços da fruta durante a osmose, uma amostra específica, em triplicata. Para tanto, os paralelepípedos de pera, dessa amostra, tiveram suas dimensões marcadas com canetas de cores diferentes para identificação. Em cada instante de retirada, como especificado anteriormente, essa amostra foi retirada da estufa, e teve suas dimensões determinadas usando o paquímetro digital, e, posteriormente, foi devolvida à estufa para ser removida no instante de retirada seguinte.

Ao final de todo o processo todas as amostras foram colocadas na estufa de esterilização a 100°C por 24 horas para obtenção de suas massas secas.

5.2.6 Fórmulas matemáticas

A amostra correspondente ao último tempo de retirada, que ficou na estufa durante todo experimento, teve sua massa e massa seca estimadas, em cada tempo de retirada, a partir das massas e das massas secas das amostras correspondentes a cada tempo de retirada, por meio de regra de três, tendo em vista que as condições experimentais eram as mesmas. Neste sentido, foram obtidas as equações a seguir para a obtenção da massa e da massa seca da amostra A_{12} no tempo t , com t com a seguinte variação, já mencionada, $t_1 = 15$, $t_2 = 30$, $t_3 = 60$, $t_4 = 90$, $t_5 = 120$, $t_6 = 150$, $t_7 = 180$, $t_8 = 240$, $t_9 = 360$, $t_{10} = 480$, $t_{11} = 600$ e $t_{12} = 1440$.

a) Cálculo de massa da amostra A_{12} , no instante (t):

$$M(A_{12})_t = \frac{M(A_i)_t \cdot M(A_{12})_0}{M(A_i)_0}. \quad (\text{Equação 1})$$

Em que $M(A_{12})_t$ é a massa da amostra A_{12} no tempo t , $M(A_i)_t$ é a massa da amostra A_i , no tempo t , $M(A_{12})_0$ é a massa da amostra A_{12} no tempo zero (*in natura*) e $M(A_i)_0$ é a massa da amostra A_i no tempo zero (*in natura*).

b) Cálculo da massa de seca da amostra A_{12} , no instante (t):

$$MS(A_{12})_t = \frac{MS(A_i)_t \cdot M(A_{12})_0}{M(A_i)_0}. \quad (\text{Equação 2})$$

Em que $MS(A_{12})_t$ é a massa seca da amostra A_{12} no tempo t , $MS(A_i)_t$ é a massa seca da amostra A_i , no tempo t , $M(A_{12})_0$ é a massa da amostra A_{12} no tempo zero (*in natura*) e $M(A_i)_0$ é a massa da amostra A_i no tempo zero (*in natura*).

c) Cálculo da massa de água da amostra A_{12} , no instante (t):

$$QA(A_{12})_t = M(A_{12})_t - MS(A_{12})_t. \quad (\text{Equação 3})$$

Em que $QA(A_{12})_t$ é a massa ou quantidade de água da amostra A_{12} no tempo t , $M(A_{12})_t$ é a massa da amostra A_{12} no tempo t , calculada pela Equação 1 e $MS(A_{12})_t$ é a massa seca da amostra A_{12} , no tempo t , calculada pela Equação 2.

d) Cálculo do ganho de sacarose no instante t :

$$GS(A_{12})_t = MS(A_{12})_t - MS(A_{12})_0. \quad (\text{Equação 4})$$

Em que $GS(A_{12})_t$ é a massa ou ganho de sacarose da amostra A_{12} no tempo t , $MS(A_{12})_t$ é a massa da amostra A_{12} no tempo t , calculada pela Equação 2 e $MS(A_{12})_0$ é a massa seca da amostra A_{12} , no tempo zero (*in natura*).

6 RESULTADOS E DISCUSSÃO

6.1 RESULTADOS EXPERIMENTAIS DA DESIDRATAÇÃO OSMÓTICA

Com base na metodologia experimental descrita, as cinéticas de quantidade de água e de ganho de sacarose foram obtidas, assim como o encolhimento das amostras, traduzido pela evolução das dimensões das amostras durante os experimentos. Aqui propõe-se que os alunos calculem os valores relativos à quantidade de água e de ganho de sacarose, sob a orientação do professor, a partir das equações fornecidas na seção 5.2.6. Registre-se, ainda, a importância de que se discuta as próprias equações com os alunos visando um maior entendimento e a oportunidade de experienciar conceitos como proporção e regra de três de forma viva e aplicada.

6.1.1 CINÉTICA DE QUANTIDADE DE ÁGUA PARA O EXPERIMENTO FEITO A 40°BRIX40°C

Com os dados obtidos para a quantidade de água nas amostras de pera, sugere-se que os alunos sejam convidados a esboçar os gráficos correspondentes com o auxílio de um *software* matemático. Isso enseja a oportunidade de observar de forma contextualizada a construção de gráficos, assim como uma primeira impressão visual dos resultados. A Figura 12 apresenta as cinéticas de quantidade de água para o experimento de desidratação osmótica conduzido a 40°Brix e 40°C, e a 60°Brix e 40°C, obtidas com o software GeoGebra.

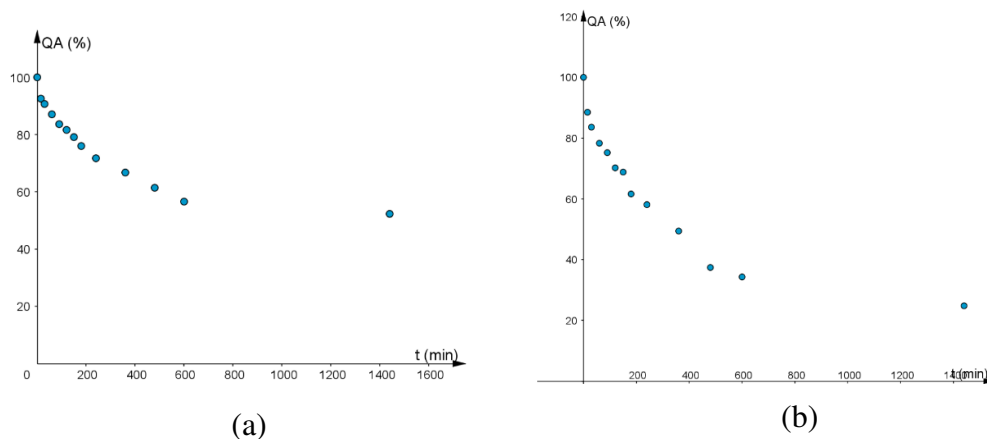


Figura 12: Cinéticas de quantidade de água para o experimento de desidratação osmótica conduzidos a (a) 40°Brix40°C, (b) 60°Brix40°C

Nesse ponto, sugere-se algumas provocações em forma de questionamentos em sala de aula acerca dos resultados. A título de exemplo, pode-se levantar as seguintes questões para a turma em sala de aula ou na forma de atividades:

- Há alguma relação entre os dados e o conceito de funções?

- b) Considerando que os gráficos representem uma função, quais seus domínios, contradomínios e imagens?
- c) As funções são crescentes ou decrescentes?
- d) Em qual situação houve maior perda de água? Qual o motivo aparente?
- e) Há sentenças matemáticas que descrevam as funções?

Após uma análise e discussão, mediada pelo professor, espera-se que a turma, no caso específico, perceba que a maior concentração do meio osmótico contribuiu de forma significativa para a perda de água por parte das amostras de pera. De fato, a quantidade de água no último instante observado ficou em torno de 52,30% da massa de água inicial, para o experimento com 40°Brix40°C, enquanto que para o experimento de 60°Brix40°C, a quantidade de água, no mesmo instante, ficou em torno de 25,8%. Aqui pode-se sugerir aos alunos uma pesquisa na *internet* em que outros pesquisadores tenham obtido resultados similares ou dissonantes. Isso pode favorecer a percepção de que o processo estudado tem importância científica e que existem vários trabalhos sobre o tema. A título de exemplo, Aires et al., 2016 obtiveram resultados semelhantes em relação à perda de água por amostras de maçãs osmodesidratadas a 40°Brix e 40°C e 40°Brix e 60°C. Com efeito, também neste trabalho houve uma maior perda de água no experimento feito com maior concentração da solução desidratante.

Assim como sugerido para a quantidade de água, espera-se que os alunos construam os gráficos relativos ao ganho de sacarose. A Figura 13 apresenta as cinéticas de captação de sólidos nos experimentos de desidratação osmótica citados.

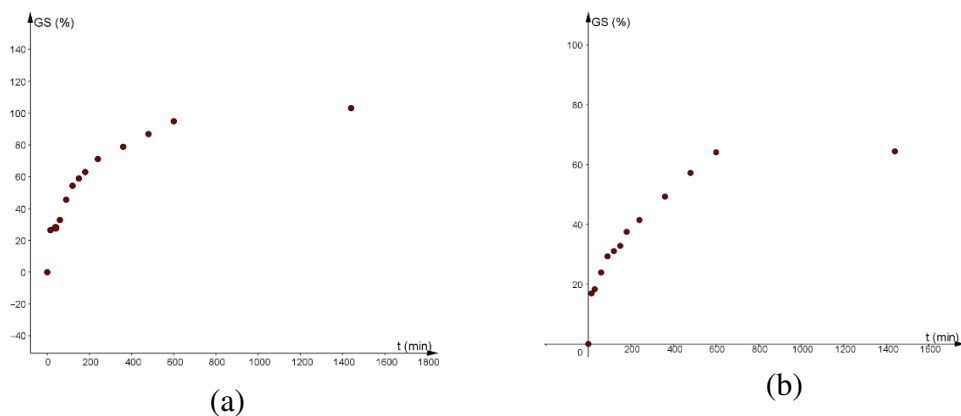


Figura 13: Cinéticas de ganho de sacarose para o experimento de desidratação osmótica conduzido a (a) 40°Brix40°C, (b) 60°Brix40°C

Aqui cabem questionamentos similares aos feitos em relação à quantidade de água, procurando despertar e enfatizar conceitos e propriedades relativas a funções, a exemplo de:

- a) Há alguma relação entre os dados e o conceito de funções?

- b) Considerando que os gráficos representem funções, quais seus domínios, contradomínios e imagens?
- c) As funções são crescentes ou decrescentes?
- d) Em qual situação houve maior ganho de sacarose? Qual poderia ser o motivo?
- e) Há sentenças matemáticas que descrevam as funções?

Após uma análise mediada pelo professor, espera-se que a turma observe que, no caso específico, houve uma maior captação de sólidos no experimento com 40°Brix e 40°C. Com efeito, neste experimento o ganho de sacarose, no último instante observado, ficou em torno de 103,70% em relação à massa seca inicial (da amostra *in natura*), enquanto que no experimento a 60°Brix40°C, a captação ficou em 65,4%. Nota-se que, em ambos os casos a captação foi significativa. Novamente recomenda-se que os alunos pesquisem trabalhos com resultados similares ou contrários, assim como suas causas. Neste caso específico, por exemplo, o resultado difere do encontrado por Aires et al., 2016, Aires et al., 2018, referente a desidratação osmótica de amostras de maçã. De fato, nesses trabalhos, os autores atestaram uma maior captação de sólidos no experimento com maior concentração do meio desidratante. Contudo, Ferrari et al., 2005, verificaram que, em experimentos de desidratação osmótica de melão, a maior captação de sólidos ocorreu nos experimentos com menor concentração. Os mesmos autores citam outros trabalhos com comportamento similar. Nos termos desses autores, uma maior concentração pode criar uma barreira para a incorporação de sólidos em comparação com uma menor concentração, sobretudo em temperaturas relativamente baixas.

Durante o experimento de desidratação osmótica, acompanhou-se o encolhimento das amostras (comportamento inerente ao processo). Com isso, pode-se sugerir que os alunos construam os gráficos do volume das amostras em função da quantidade de água e do ganho de sacarose. A título de exemplo, a Figura 14 apresenta a evolução do volume dos paralelepípedos de pera, em função da quantidade de água e em função do ganho de sacarose, para o experimento conduzido a 40°Brix40°C.

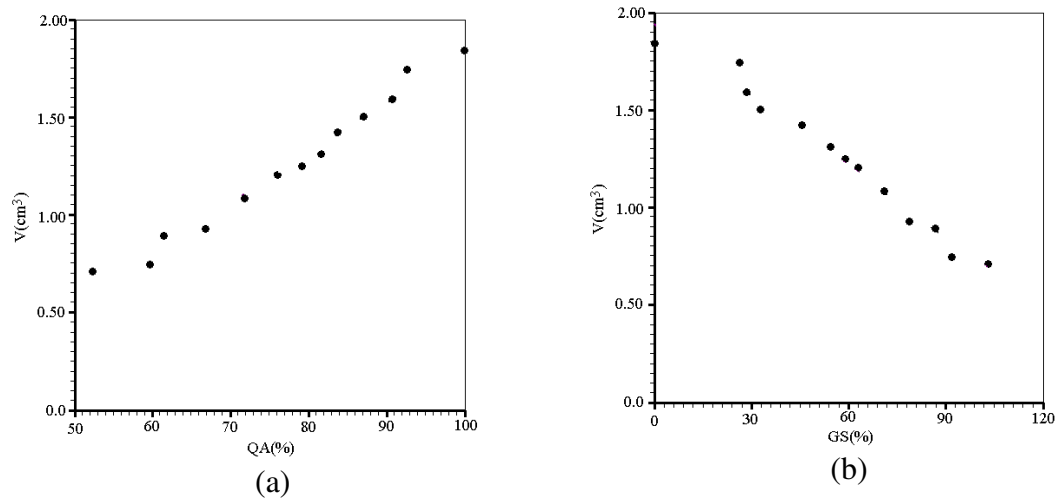


Figura 14: Variação do volume das amostras de pera durante o experimento de desidratação osmótica a 40°Brix a 40°C em função da (a) quantidade de água (b) ganho de sacarose.

A Figura 15 apresenta a evolução do volume das amostras de pera em função da quantidade de água e do ganho de sacarose para o experimento conduzido a 60°Brix a 40°C .

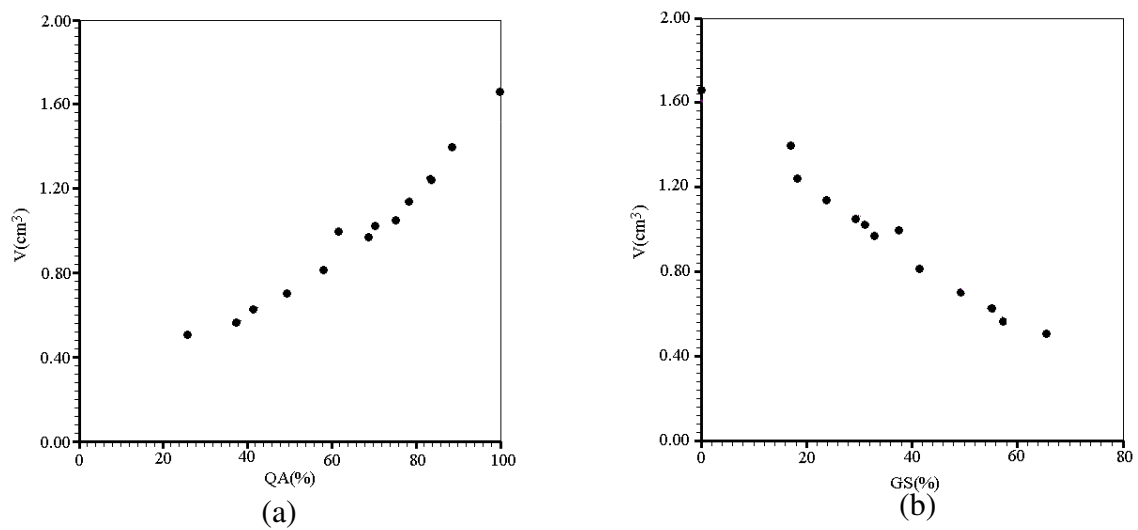


Figura 15: Variação do volume das amostras de pera durante o experimento de desidratação osmótica a 60°Brix a 40°C em função da (a) quantidade de água (b) ganho de sacarose.

Novamente pode-se questionar os alunos sobre conceitos e propriedade de funções, a exemplo de:

- Há alguma relação entre os dados e o conceito de funções?
- Considerando que os gráficos representem funções, quais seus domínios, contradomínios e imagens?
- As funções são crescentes ou decrescentes? Qual o motivo?
- Há sentenças matemáticas que as descrevam?

Salienta-se a importância do último questionamento sugerido em todos os casos anteriores. Com efeito, ao questionar-se sobre a existência de uma sentença matemática, que descreva o comportamento das grandezas provoca-se ou desperta-se o aluno acerca da possibilidade de uma modelagem matemática.

Após uma discussão em sala de aula com os estudantes, espera-se que eles percebam que, em relação à quantidade de água, tem-se funções crescentes. Esse resultado é condizente, tendo em vista que, no transcurso do experimento, as amostras perdem água e encolhem. Assim, uma maior quantidade de água corresponde a um maior volume. Percebe-se que, no início do processo, a quantidade de água é de 100% e temos o volume original das amostras (*in natura*). Na medida em que o experimento se desenvolve, a quantidade de água diminui e o volume também diminui. No que se refere ao ganho de sacarose tem-se funções decrescentes. Mais uma vez temos um resultado condizente, haja vista que no transcurso do processo as amostras ganham sacarose, mais perdem água e encolhem. Neste sentido, com o desenrolar do processo o volume das amostras diminui, enquanto o ganho de sacarose aumenta. Novamente pode-se pedir para que os alunos pesquisem trabalhos com resultados similares. Aires et al., 2016 e Aires et al., 2018, por exemplo, obtiveram resultados semelhantes em experimentos de desidratação osmótica de maçãs.

6.2 MODELAGEM MATEMÁTICA

Após uma discussão atinente aos dados experimentais, busca-se com os alunos, responder à questão acerca da existência de sentenças matemáticas que descrevam o comportamento das grandezas mencionadas na seção anterior. Neste caso, recomenda-se uma discussão breve sobre ajuste de curvas e o porquê de sua escolha na modelagem desta pesquisa.

Aqui recomenda-se que se peça aos alunos que façam uma pesquisa sobre os modelos usados na literatura para a descrição das cinéticas próprias de desidratação osmótica. A título de exemplo, considerou-se, no presente caso, os modelos empíricos apresentados na Tabela 1 que são largamente utilizados para a descrição das cinéticas da desidratação osmótica.

Tabela 1 – Modelos empíricos utilizados para o ajuste dos dados experimentais.

| Designação | Equação (QA) | Equação (GS) | Referência |
|---------------|--|---|-------------------------|
| Lewis | $QA(t) = QA_{eq} + (QA_0 - QA_{eq}) \exp(-at)$ | $GS(t) = GS_{eq} (1 - \exp(-at))$ | Mundada et al. (2011) |
| Page | $QA(t) = QA_{eq} + (QA_0 - QA_{eq}) \exp(-at^b)$ | $GS(t) = GS_{eq} (1 - \exp(-at^b))$ | Santos et al. (2011) |
| Peleg | $QA(t) = QA_0 - \frac{t}{a + bt}$ | $GS(t) = \frac{t}{a + bt}$ | Koprivica et al. (2013) |
| Silva et alii | $QA(t) = QA_{eq} + (QA_0 - QA_{eq}) \exp(-at - b\sqrt{t})$ | $GS(t) = GS_{eq} (1 - \exp(-at - b\sqrt{t}))$ | Castro et al. (2014) |

Neste ponto, recomenda-se que os alunos sejam apresentados a um *software* que faça

ajustes de curvas. Neste trabalho, usou-se o programa LAB Fit Curve Fitting software (www.labfit.net) para o ajuste dos modelos elencados na Tabela 1 aos dados experimentais, adotando-se como medida de acurácia o qui-quadrado, χ^2 , e o coeficiente de determinação, R^2 , (Castro et al., 2014). Registre-se que um menor χ^2 indica um melhor ajuste, enquanto um R^2 próximo de 1 indica um melhor ajuste e melhor relação entre as grandezas envolvidas.

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos nos ajustes dos modelos empíricos descritos na Tabela 1 aos dados experimentais de quantidade de água.

Tabela 2 – Resultados dos ajustes dos modelos aos dados experimentais de quantidade de água, *QA*.

| Condição Experimental | Designação | <i>a</i> | <i>b</i> | χ^2 | R^2 |
|-----------------------|---------------|------------------------|------------------------|----------|--------|
| 40°Brix40°C | Lewis | $0,385 \times 10^{-2}$ | - | 71,136 | 0,9842 |
| | Page | $0,135 \times 10^{-1}$ | $0,765 \times 10^0$ | 15,947 | 0,9938 |
| | Peleg | $0,183 \times 10^{-1}$ | $0,3970 \times 10^1$ | 29,645 | 0,9906 |
| | Silva et alii | $0,209 \times 10^{-2}$ | $0,247 \times 10^{-1}$ | 8,060 | 0,9968 |
| 60°Brix40°C | Lewis | $0,372 \times 10^{-2}$ | - | 224,744 | 0,9882 |
| | Page | $0,155 \times 10^{-1}$ | $0,735 \times 10^0$ | 61,812 | 0,9899 |
| | Peleg | $0,257 \times 10^1$ | $0,117 \times 10^{-1}$ | 114,464 | 0,9848 |
| | Silva et alii | $0,177 \times 10^{-2}$ | $0,286 \times 10^{-1}$ | 30,632 | 0,9948 |

A Tabela 3 traz os resultados referentes ao ganho de sacarose.

Tabela 3 – Resultados dos ajustes dos modelos aos dados experimentais de ganho de sacarose, *GS*.

| Condição Experimental | Designação | <i>a</i> | <i>b</i> | χ^2 | R^2 |
|-----------------------|---------------|------------------------|------------------------|----------|--------|
| 40°Brix40°C | Lewis | $0,550 \times 10^{-2}$ | - | 819,116 | 0,9694 |
| | Page | $0,352 \times 10^{-1}$ | $0,636 \times 10^0$ | 121,924 | 0,9888 |
| | Peleg | $0,925 \times 10^{-2}$ | $0,109 \times 10^1$ | 288,677 | 0,9779 |
| | Silva et alii | $0,158 \times 10^{-2}$ | $0,489 \times 10^{-1}$ | 90,396 | 0,9917 |
| 60°Brix40°C | Lewis | $0,498 \times 10^{-2}$ | - | 407,634 | 0,9603 |
| | Page | $0,377 \times 10^{-1}$ | $0,611 \times 10^0$ | 65,156 | 0,9847 |
| | Peleg | $0,146 \times 10^{-1}$ | $0,187 \times 10^1$ | 175,769 | 0,9660 |
| | Silva et alii | $0,126 \times 10^{-2}$ | $0,490 \times 10^{-1}$ | 43,727 | 0,9897 |

Observando-se as tabelas 2 e 3 percebe-se que o modelo de Silva et alii apresentou os melhores indicadores estatísticos, embora tenhamos resultados relativamente bons para os demais modelos. Castro et al., 2014 também obtiveram melhores ajustes pelos modelos de Silva et alii em relação a desidratação osmótica de placas de goiaba. Nesse sentido, escolheu-se, neste trabalho, o modelo de Silva et alii na descrição das cinéticas de desidratação osmótica. A Figura 16, a e b, apresenta os ajustes desse modelo aos dados das cinéticas relativas à quantidade de água e ao ganho de sacarose para o experimento a 40°Brix40°C, respectivamente. Na mesma Figura, respectivamente em c e d, tem-se os ajustes aos dados das cinéticas de quantidade de água e ganho de sacarose para o experimento a 60°Brix40°C. Nota-se visualmente, na Figura 16, um ajuste adequado do modelo aos dados experimentais, como atestam os indicadores estatísticos discriminados nas Tabelas 2 e 3. As curvas ajustadas refletem a análise feita, na seção anterior, acerca do efeito da concentração na quantidade de água e no ganho de sacarose.

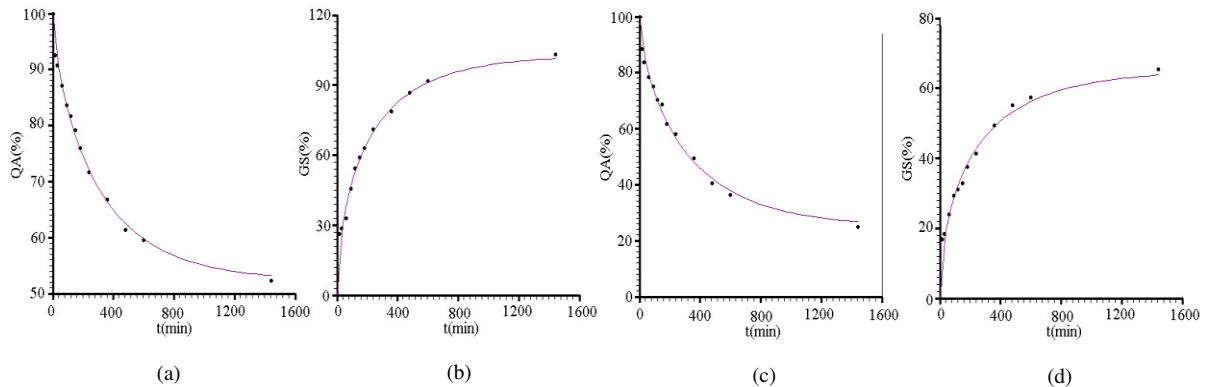


Figura 16: Cinéticas de (a) QA e (b) GS para a desidratação osmótica conduzida a 40°Brix40°C e de (c) QA e (d) GS para o experimento conduzido a 60°Brix40°C.

Neste ponto, sugere-se uma análise mais detalhada (com os alunos) dos modelos obtidos com o objetivo de contextualizar o conceito e algumas propriedades de funções. Neste sentido, considere-se, por exemplo, a função obtida com o modelo de Silva et alii, para a descrição da quantidade de água no experimento conduzido a 40°Brix40°C, a saber:

$$QA(t) = 52,30 + 47,70 \cdot e^{-0,209 \times 10^{-2}t - 0,247 \times 10^{-1}\sqrt{t}}. \quad (\text{Equação 5})$$

Alguns questionamentos, possivelmente na forma de atividades, podem ser dirigidos aos alunos com o objetivo de aprofundar ou introduzir alguns conceitos de funções. A título de exemplo, em relação à Equação 5, pode-se questionar:

- a) Quais funções estão compostas no modelo?
- b) Atendo-se apenas à equação, qual o domínio e imagem dessa função?
- c) Considerando a situação real do experimento, quais restrições podem ser feitas ao domínio e à imagem?
- d) Qual a base da função exponencial que figura no modelo?
- e) A função é crescente ou decrescente? Por quê?
- f) Qual a quantidade de água após 371 minutos do início do experimento?
- g) Qual a função inversa da quantidade de água $QA(t)$?
- h) Qual seria o gráfico da função inversa? (Use um *software* matemático)
- i) Usando a função inversa de $QA(t)$, determine após quanto tempo, do início do experimento, tem-se 41,2% da quantidade de água inicial.

Considere-se, agora, a função obtida pelo ajuste do modelo de Silva et alii aos dados de ganho de sacarose, para o experimento conduzido a 40°Brix40°C, a saber:

$$GS(t) = 103,70 \cdot (1 - e^{-0,158 \times 10^{-2}t - 0,489 \times 10^{-1}\sqrt{t}}). \quad (\text{Equação 6})$$

Neste caso, alguns questionamentos, em sala de aula ou através de atividades, também podem ser feitos, a exemplo de:

- a) Quais funções estão compostas no modelo?
- b) Atendo-se apenas à equação, qual o domínio e imagem dessa função?
- c) Considerando a situação real do experimento, quais restrições podem ser feitas ao domínio e a imagem?
- d) A função exponencial que figura no modelo tem que base?
- e) A função é crescente ou decrescente? Por quê?
- f) Qual a quantidade de sacarose após 371 minutos do início do experimento?
- g) Qual a função inversa do ganho de sacarose $GS(t)$?
- h) Qual seria o gráfico da função inversa? (use um *software* matemático)
- i) Usando a função inversa de $GS(t)$, após quanto tempo do início do experimento tem-se 41,2% de ganho de sacarose?

Questões similares podem ser feitas para as funções obtidas para os experimentos conduzidos a 60°Brix40°C, em relação à quantidade de água e ao ganho de sacarose, a saber:

$$QA(t) = 25,80 + 74,20 \cdot e^{-0,177 \times 10^{-2}t - 0,286 \times 10^{-1}\sqrt{t}} \quad (\text{Equação 7})$$

e

$$GS(t) = 65,40 \cdot (1 - e^{-0,126 \times 10^{-2}t - 0,490 \times 10^{-1}\sqrt{t}}). \quad (\text{Equação 8})$$

Recomenda-se que os alunos construam os gráficos em um mesmo plano, com ajuda de um software matemático para efeito de uma análise comparativa das cinéticas obtidas nas duas condições experimentais.

De acordo com o nível de conhecimento da turma acerca de funções, outros questionamentos e atividades podem ser propostos a critério do professor e do andamento da turma. Registre-se que os outros modelos propostos também obtiveram um bom ajuste aos dados experimentais. Nesse sentido, as funções que compõem esses modelos podem ser analisadas. Isso fornece a oportunidade do estudo ou o aprofundamento do estudo de outras funções. Pode-se inclusive, tentar outros modelos, além dos utilizados nesta pesquisa.

Atendo-se, agora, à resposta da questão da existência de uma função que descreva o encolhimento inerente à desidratação osmótica, pode-se convidar os alunos para testarem modelos de ajustes aos dados da variação do volume em relação à quantidade de água e ao ganho de sacarose ilustrados nas Figuras 15 e 16. Neste trabalho, em consonância com Aires et al., 2016 e Aires et al., 2018, considerou-se o ajuste por meio de uma função afim, da forma $y = ax + b$, em que y representa o volume (em cm^3) e x a quantidade de água ou o ganho de sacarose em termos percentuais. A Figura 17 apresenta as retas obtidas para o experimento conduzido a $40^\circ\text{Brix}40^\circ\text{C}$ e a Figura 18, as retas relativas ao experimento implementado a $60^\circ\text{Brix}40^\circ\text{C}$.

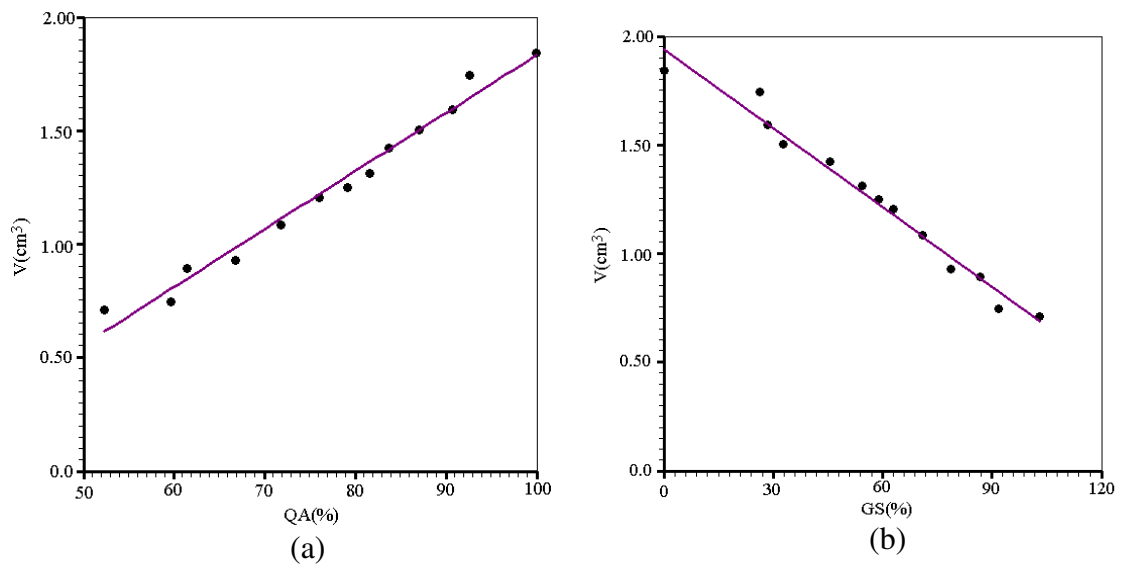


Figura 17: Ajuste linear dos dados do volume das amostras de pera (a) em função da quantidade de água e (b) do ganho de sacarose, para o experimento desenvolvido a $40^\circ\text{Brix}40^\circ\text{C}$.

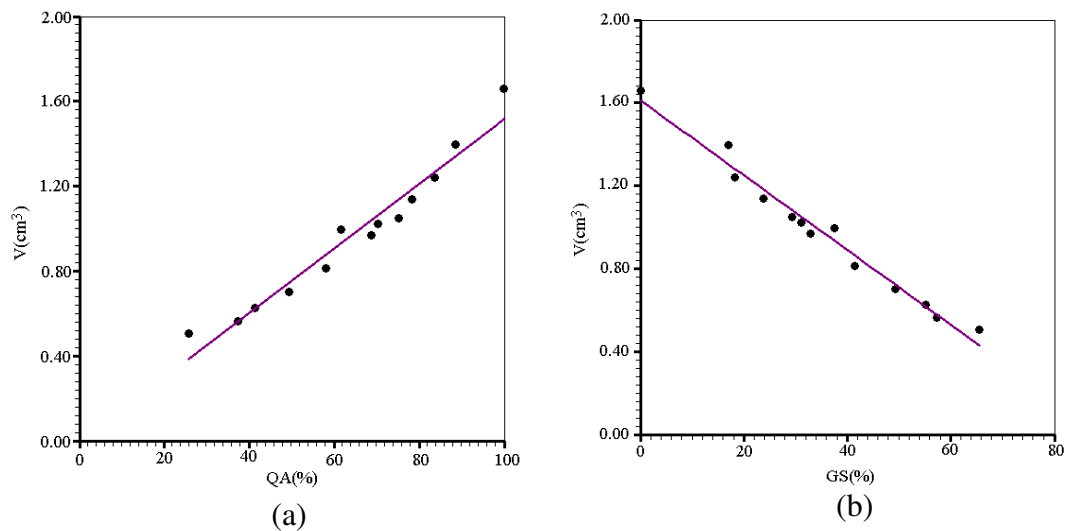


Figura 18: Ajuste linear dos dados do volume das amostras de pera (a) em função da quantidade de água e (b) do ganho de sacarose, para o experimento desenvolvido a $60^\circ\text{Brix}40^\circ\text{C}$.

Observa-se das Figuras 17 e 18 um bom ajuste visual que se ratifica pelos indicadores estatísticos apresentados na Tabela 4.

Tabela 4 – Resultados dos ajustes dos dados relativos ao volume em função de QA e de GS.

| Condição Experimental | Designação | a | b | χ^2 | R^2 |
|-----------------------|------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|--------|
| 40°Brix40°C | QA | $0,255 \times 10^{-1}$ | $-0,721 \times 10^0$ | $0,337 \times 10^{-1}$ | 0,9791 |
| | GS | $-0,122 \times 10^{-1}$ | $0,194 \times 10^1$ | $0,400 \times 10^{-1}$ | 0,9751 |
| 60°Brix40°C | QA | $0,152 \times 10^{-1}$ | $-0,446 \times 10^{-2}$ | $0,672 \times 10^{-1}$ | 0,9507 |
| | GS | $-0,181 \times 10^{-1}$ | $0,161 \times 10^1$ | $0,313 \times 10^{-1}$ | 0,9770 |

De acordo com a Tabela 4, a reta relativa ao volume em função da quantidade de água para o experimento a 40°Brix40°C tem equação

$$V(QA) = -0,721 + 0,0255 \cdot QA \quad (\text{Equação 9})$$

A equação da reta relativa ao volume e função do ganho de sacarose, para o mesmo experimento é

$$V(GS) = 1,940 - 0,0122 \cdot GS \quad (\text{Equação 10})$$

Para o experimento conduzido a 60°Brix40°C, tem-se

$$V(QA) = -0,00446 + 0,0152 \cdot QA \quad (\text{Equação 11})$$

e

$$V(GS) = 1,610 - 0,0181 \cdot GS \quad (\text{Equação 12})$$

Neste ponto, sugere-se uma análise com a turma acerca das seguintes questões:

- As funções que descrevem o volume em função da quantidade de água são crescentes ou decrescentes?
- Quais seus coeficientes lineares e angulares?
- Há alguma relação entre as respostas dos itens a) e b)?
- As funções que descrevem o volume em função do ganho de sacarose são crescentes ou decrescentes?
- Quais seus coeficientes lineares e angulares?
- Há alguma relação entre as respostas dos itens d) e e)?

Após uma discussão com a turma, espera-se que os alunos percebam que os coeficientes angulares das retas relativas à quantidade de água são positivos, o que confirma que as funções

são crescentes, ratificando a análise feita na seção anterior acerca dos dados experimentais do volume em função da quantidade de água.

Em relação às retas que representam o volume em função do ganho de sacarose, percebe-se que os coeficientes angulares são negativos, confirmando que as funções são decrescentes, corroborando a análise feita na seção anterior sobre os dados experimentais do volume em função do ganho de sacarose.

Outros modelos de ajuste podem ser testados para os dados experimentais relativos ao volume em função da quantidade de água e do ganho de sacarose. Isso pode ensejar a análise de outros tipos de funções.

Neste ponto, é oportuno frisar que a aplicação de modelos empíricos, embora amplamente difundida em trabalhos de desidratação osmótica, apresenta limitações no que diz a uma relação direta com o fenômeno. Não há, em princípio, uma correspondência direta com o fenômeno físico em si. Com efeito, não há uma correspondência entre um modelo empírico e a Lei de Fick de transferência de massa, por exemplo. Nesse sentido, uma modelagem através da Equação da Difusão é mais completa e pertinente. Contudo, no que toca à predição das cinéticas próprias da desidratação osmótica, os modelos empíricos são reconhecidamente eficazes e mais simples.

Diante do exposto, acredita-se que a proposta desta pesquisa obtenha êxito, no que diz respeito ao fomento de uma aprendizagem mais dinâmica, participativa e viva por parte dos alunos. Neste sentido, Ribeiro et al. (2025) obtiveram resultados promissores trabalhando com alunos de ensino médio a problematização da secagem solar de uvas, integrando conceitos de matemática à educação ambiental e contribuindo ativamente para o aprendizado e o pensamento crítico voltado à sustentabilidade dos estudantes. No mesmo sentido, Tonin, Giroti e Borssoi (2025), analisaram a situação-problema relativa ao movimento de um carrinho em uma rampa usando modelos matemáticos com a utilização do *software*, para turmas do ensino médio e do *software* Tracker, para alunos do ensino superior. Nos termos desses autores, a articulação entre a Modelagem Matemática e a Análise de Modelos potencializa o desenvolvimento de competências matemáticas, fomentando uma aprendizagem contextualizada e interdisciplinar, aliada ao desenvolvimento do pensamento crítico por parte dos alunos.

Outrossim, destacam-se os trabalhos de Nascimento et al. (2025) e de Ramunno (2019) nos quais concluíram que, com a realização das atividades de modelagem, os alunos desenvolveram habilidades cognitivas como raciocínio lógico, criatividade, resolução de problemas, trabalho em equipe, reconhecimento de padrões e autonomia de pensamento, além

de promover o aprendizado significativo de conceitos de funções e de revisar outros assuntos a partir de situações-problema.

Registre-se, por fim, que, embora não seja a proposta principal da presente pesquisa, a natureza interdisciplinar do processo de desidratação osmótica, pode contemplar outras disciplinas, com destaque para a Física (dada a transferência de massa de água e de sacarose durante o processo) e à Biologia (tendo em vista a transferência de massa por osmose). Nesse sentido, a proposta deste trabalho pode ser adaptada para um projeto integrador para séries do ensino médio.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados experimentais obtidos para a desidratação osmótica de amostras de peras foram condizentes com a literatura. Uma maior concentração da solução desidratante contribuiu para uma maior perda de água por parte das amostras. Esse resultado é condizente com a maioria dos trabalhos encontrados na literatura. Em relação ao ganho de sacarose, houve uma maior incorporação de sacarose para o experimento com menor concentração. Embora esse resultado não seja o mais comum na literatura, há trabalhos com resultados similares que o atribuem a formação de uma barreira que dificulta a penetração de sólidos no produto.

Destaca-se que o experimento de desidratação osmótica tem uma metodologia simples e é relativamente barato, podendo ser implementado em escolas com uma estrutura mínima de laboratório. Ademais, a participação dos alunos na sua implementação fomenta o interesse e a curiosidade, além de os introduzir na pesquisa científica.

A modelagem matemática, através do ajuste de curvas, enseja o surgimento de funções estudadas no ensino médio e que compõem os modelos. Com isso, espera-se que os alunos tenham a oportunidade de um estudo de funções de forma contextualizada, dinâmica e viva que possa contribuir no aprendizado deles e os iniciem na metodologia científica.

O caráter interdisciplinar do processo de desidratação osmótica possibilita que a proposta desta pesquisa possa ser adaptada para um projeto integrador para o ensino médio contemplando disciplinas como Física e Biologia, dentre outras.

REFERÊNCIAS

AIRES, J. E. F.; DA SILVA, W.P.; AIRES, K. L. C. A. F.; DA SILVA JÚNIOR, A.F.; SILVA, C.M.D.P. **Description of osmotic dehydration of apple using two-dimensional diffusion models considering shrinkage and variations in process parameters.** *Drying Technology*, 2016.

AIRES, K. L. C. A. F.; DA SILVA, W.P.; AIRES, J.E.F.; DA SILVA JÚNIOR, A.F.; SILVA, C.M.D.P. **Apple osmotic dehydration described by three dimensional numerical solution of the diffusion equation.** *Drying Technology*, 2018.

ALMEIDA, L. M. W. de; VERTUAN, R. E. Modelagem Matemática na Educação Matemática. *In: ALMEIDA, L. M. W. de; SILVA, K. P. da. (org.). Modelagem Matemática em Foco.* Rio de Janeiro: Ciência Moderna, 2014.

BASSANEZI, R. C. **Modelagem matemática: teoria e prática.** São Paulo: Contexto, 2015.

_____. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática.** São Paulo: Contexto, 2002.

BURAK, D. **Modelagem Matemática: ações e interações no processo de ensino-aprendizagem.** Tese de Doutorado em Educação. Campinas: Universidade Estadual de Campinas, 1992. Disponível em: https://www.psiem.fe.unicamp.br/pf-psiem/burak_dionisio_d.pdf. Acesso em: 30 ago. 2025.

_____. **A modelagem matemática e a sala de aula.** *In: I EPMEM – I Encontro Paranaense de Modelagem em Educação Matemática*, 2004. **Anais [...].** Londrina, 2004. Disponível em: <https://www.dionisioburak.com.br/artigos-eventos>. Acesso em: 30 ago. 2025.

CASTRO, D.S.; NUNES, J.S.; SILVA JR., A.F.S.; AIRES, J.E.F., SILVA, W.P.; GOMES, J.P. **influência da temperatura no processo de desidratação osmótica de pedaços de goiaba.** *Geintec*, v. 4, n.5, p.1413 -1413, 2014.

DOYMAZ, I.; PALA, M. **The effects of dipping pretreatments on air-drying rates of the seedless grapes.** *Journal of Food Engineering*, v. 52, p. 413–417, 2002.

FELIPPE, A. C.; MACEDO, S. da S. **Contributions of Mathematical games and Mathematical modeling in teaching Mathematics.** *Research, Society and Development*, [S.l.], v. 11, n. 1, p. e41411124886, 2022. DOI: 10.33448/rsd-v11i1.24886. Disponível em: <https://rsdjournal.org/rsd/article/view/24886/22021>. Acesso em: 30 ago. 2025.

FERRARI, C.C., RODRIGUES, L.K., TONON, R.V. HUBINGER, M.D. **Cinética de transferência de massa de melão desidratado osmoticamente em soluções de sacarose e maltose.** *Ciências Tecnologia Alimentos*, Campinas, 25(3): 564-570, jul.-set. 2005.

GIL, A. C. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4 ed. São Paulo: Atlas, 2002.

KALETA A.; GÓRNICKI K. **Evaluation of drying models of apple (var. McIntosh) dried in a convective dryer.** *International Journal of Food Science and Technology* 45, 891–898, 2010.

KOPRIVICA, G.; MIŠLJENOVIC, N.; BERA, O.; LEVIC´ L. **Modeling of water loss during osmotic dehydration of apple cubes in sugar beet molasses.** *Journal of Food Processing and Preservation* ISSN 1745-4549, 2013.

MENDES et al. **Conditions for osmotic dehydration of oranges and functional properties of the product.** *Revista Brasileira Engenharia Agrícola e Ambiental*. v.17, p.1210–1216, 2013.

MUNDADA, M.; HATHAN, B.S.; MASKE, S. **Mass Transfer Kinetics during Osmotic Dehydration of Pomegranate Arils.** *Journal of Food Science*, Vol. 76, Nr. 1, 2011.

MWITHIGA, G.; OLWAL, J.O. **The drying kinetics of kale (*Brassica oleracea*) in a convective hot air dryer.** *Journal of Food Engineering*, v. 71, p. 373–378, 2005.

NASCIMENTO, A. A. do; NASCIMENTO, D. L. do; MARTINS, R. M.; SILVA, A. C. O. da. **Uso da modelagem matemática no ensino da função afim: relato de experiências com alunos da 1ª série do Ensino Médio da Escola Estadual Aurelina Palmeira de Melo.** *Rebena*, [S. l.] v. 13,

p. 117-128, 2025. Disponível em: <https://rebena.emnuvens.com.br/revista/article/view/417>. Acesso em: 20 fev. 2026.

OLIVEIRA, F. K. S. **Concepções de professores sobre a modelagem matemática como recurso de ensino-aprendizagem de matemática**. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) – Centro de Ciências Aplicadas e Educação, Universidade Federal da Paraíba, João Pessoa, 15 jun. 2022. Disponível em: <https://repositorio.ufpb.br/jspui/handle/123456789/27768>. Acesso em: 30 ago. 2025.

PANGAVHANE, D.R.; SAWHNEY, R.L.; SARSAVADIA, P.N. **Effect of various dipping pretreatment on drying kinetics of Thompson seedless grapes**. *Journal of Food Engineering*, v. 39, p. 211-216, 1999.

PEREA-FLORES, M.J.; GARIBAY-FEBLES, V.; CHANONA-PEREZ, J.J.; CALDERON-DOMINGUEZ, G.; MENDEZ-MENDEZ, J.V.; PALACIOS-GONZALEZ, E.; GUTIERREZ-LOPEZ, G.F. **Mathematical modelling of castor oil seeds (*Ricinus communis*) drying kinetics in fluidized bed at high temperatures**. *Industrial Crops and Products*, v. 38, p. 64–71, 2012.

RAMUNNO, R. **O uso da modelagem matemática no ensino de funções: uma abordagem dinâmica e variacional**. 2019. 212 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Instituto de Matemática e Estatística, Universidade de São Paulo, São Paulo, 2019. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/45/45135/tde-06122019-095026/pt-br.php>. Acesso em: 19 fev. 2025.

RHIM, J.W; LEE, J.H. **Drying kinetics of whole and sliced shiitake mushrooms (*Lentinus edodes*)**. *Food Sci. Biotechno*, v. 20(2), p.: 419-427, 2011.

RIBEIRO, E. de S. et al. **Uma abordagem da matemática com secagem solar no Ensino Médio**. *Revista Brasileira de Educação Ambiental (RevBEA)*, v. 20, n. 5, p. 306-317, 2025. Disponível em: <https://periodicos.unifesp.br/index.php/revbea/article/view/20171>. Acesso em 4 fev. 2026.


ROSA, M.; OREY, D. C. **Reflexões sobre a Relação entre a Etnomatemática e a Modelagem.** In: Encontro Nacional de Educação Matemática, 12., 2016, São Paulo. **Anais [...]**. São Paulo: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2016. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/enem2016/anais/pdf/4938_2279_ID.pdf. Acesso em: 30 ago. 2025.

SANTOS, E., S.; CORRÊA, P. C.; BAPTESTINI, F. M.; BOTELHO, F. M.; MAGALHÃES, F. E.A. **Mathematical modeling of dehydration of ‘Fuji’ and ‘Gala’ apples slices using infrared.** Ciênc. Tecnol. Aliment., Campinas, 31(3): 776-781, 2011.

SILVA, W. P.; SILVA, C. M. D. P. S.; SOUSA, J. A. R.; FARIAS, V. S. O. **Empirical and diffusion models to describe water transport into chickpea (*Cicer arietinum* L.).** International Journal of Food Science and Technology, v. 48, p. 267–273, 2013.

TONIN, E. C.; GIROTI, N. I.; BORSSOI, A. H. **Modelagem Matemática e Análise de Modelos: uma abordagem integrada para o ensino de Matemática.** Revista de Produtos Educacionais e Pesquisas em Ensino, v. 9, n. 3, p. 595-616, 2025. Disponível em: <https://periodicos.uenp.edu.br/index.php/reppe/article/view/1997>. Acesso em: 5 fev. 2026.

YADAV, A.K.; SINGH, S.V. **Osmotic dehydration of fruits and vegetables: a review.** Journal of Food Science and Technology, DOI 10.1007/s13197-012-0659-2, 2012.

| | |
|---|---|
|  | INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA |
| | Campus João Pessoa - Código INEP: 25096850 |
| | Av. Primeiro de Maio, 720, Jaguaribe, CEP 58015-435, João Pessoa (PB) |
| | CNPJ: 10.783.898/0002-56 - Telefone: (83) 3612.1200 |

Documento Digitalizado Ostensivo (Público)

Trabalho de conclusão de curso

| | |
|-----------------------------|--------------------------------|
| Assunto: | Trabalho de conclusão de curso |
| Assinado por: | Hermano Junior |
| Tipo do Documento: | Anexo |
| Situação: | Finalizado |
| Nível de Acesso: | Ostensivo (Público) |
| Tipo do Conferência: | Cópia Simples |

Documento assinado eletronicamente por:

- **Hermano da Silva Junior, DISCENTE (202212230016) DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - JOÃO PESSOA**, em 19/03/2026 20:51:56.

Este documento foi armazenado no SUAP em 19/03/2026. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 1809719

Código de Autenticação: 4be8448fd5

