INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA

CAMPUS CAJAZEIRAS

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

VICTOR EMANOEL DA SILVA SOUZA

MODELAGEM MATEMÁTICA DA CIFRA DE HILL COMO PROPOSTA PARA O ENSINO DE MATRIZES NO ENSINO MÉDIO

CAJAZEIRAS-PB

2026

VICTOR EMANOEL DA SILVA SOUZA

MODELAGEM MATEMÁTICA DA CIFRA DE HILL COMO PROPOSTA PARA O ENSINO DE MATRIZES NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal da Paraíba, como requisito para à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof. Me. Emanuel Abdalla Pinheiro

CAJAZEIRAS-PB

2026

VICTOR EMANOEL DA SILVA SOUZA

MODELAGEM MATEMÁTICA DA CIFRA DE HILL COMO PROPOSTA PARA O ENSINO DE MATRIZES NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal da Paraíba, como requisito para à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Data de Provação: 17 / 07 / 2026

Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente
gov.br EMANUEL ABDALLA PINHEIRO
Data: 17/07/2026 15:14:19-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Me. Emanuel Abdalla Pinheiro

Instituto Federal da Paraíba - IFPB

Documento assinado digitalmente
gov.br ANTONIO EUDES FERREIRA
Data: 17/07/2026 20:31:44-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Me Antônio Eudes Ferreira

Instituto Federal da Paraíba - IFPB

Documento assinado digitalmente
gov.br WILLIAM DE SOUZA SANTOS
Data: 17/07/2026 20:34:43-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. William de Souza Santos

Instituto Federal da Paraíba - IFPB

Documento assinado digitalmente
gov.br VINICIUS MARTINS TEODOSIO ROCHA
Data: 17/07/2026 21:46:20-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Vinicius Martins Teodósio Rocha

Instituto Federal da Paraíba – IFPB

IFPB / Campus Cajazeiras
Coordenação de Biblioteca
Biblioteca Prof. Ribamar da Silva
Catalogação na fonte: Cícero Luciano Félix CRB-15/750

S729m Souza, Victor Emanoel da Silva.

Modelagem matemática da cifra de hill como proposta para o ensino de matrizes no ensino médio / Victor Emanoel da Silva Souza.– 2026.

48f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Cajazeiras, 2026.

Orientador(a): Prof. Me. Emanuel Abdalla Pinheiro.

1. Ensino de matemática. 2. Modelagem matemática. 3. Ensino médio. 4. Cifra de Hill. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba. II. Título.

IFPB/CZ CDU: 681.5(043.2)

AGRADECIMENTOS

Não poderia finalizar esta etapa sem registrar minha sincera gratidão a todos que contribuíram para que eu chegasse até aqui.

A Deus, minha eterna gratidão, por me sustentar nos dias difíceis, iluminar minhas escolhas e conceder a sabedoria necessária para superar cada desafio.

À minha esposa, Miquélia Sales de Lucena, dedico este agradecimento de forma especial. Ela foi quem mais se doou ao longo dessa jornada, nunca medindo esforços para estar ao meu lado, fosse nos momentos de ausência ou nas madrugadas em que me viu cansado. Sua felicidade pela minha conquista foi combustível para que eu não desistisse. Mais do que companheira, foi minha maior motivação.

Ao meu filho, Heitor de Lucena Souza, que mesmo tão pequeno, foi fonte de inspiração e amor, lembrando-me diariamente do propósito de lutar por um futuro melhor.

Agradeço aos meus sogros, Maria Alciene Sales de Lucena e Francisco Salmo de Lucena, pelo acolhimento generoso em sua casa, onde muitas vezes precisei ficar para conciliar os estudos com a correria do cotidiano.

Menciono meus pais, Cícera Maria da Silva Souza e Evandro Pereira de Souza. Embora hoje minha caminhada seja independente, foi neles que encontrei as primeiras sementes da crença em meu potencial. Nunca deixaram de acreditar que seria possível, mesmo vindo de escola pública, e sempre reforçaram que a educação seria minha maior herança.

Aos professores, minha profunda gratidão. Ao Me. Emanuel Abdalla Pinheiro, pela orientação dedicada e paciente, e aos demais membros da banca, Me. Antônio Eudes Ferreira, Dr. William de Souza Santos e Dr. Vinicius Martins Teodósio Rocha, pela leitura atenta e pelo tempo dedicado à avaliação deste trabalho.

A todos que fizeram parte dessa caminhada, minha eterna gratidão. Esta vitória é nossa.

RESUMO

Este trabalho investiga a utilização da Cifra de Hill como recurso didático para o ensino de matrizes no Ensino Médio, fundamentando-se na Modelagem Matemática e na Aprendizagem Significativa. A pesquisa parte da necessidade de desenvolver estratégias pedagógicas que aproximem os conteúdos da Álgebra Linear de situações reais, favorecendo uma aprendizagem contextualizada e significativa. O objetivo consiste em compreender as contribuições da utilização da Cifra de Hill, associada ao uso de uma planilha eletrônica desenvolvida no Microsoft Excel, para o ensino de matrizes, determinantes, matrizes inversas e transformações lineares. Metodologicamente, caracteriza-se como uma pesquisa aplicada, de abordagem qualitativa, natureza descritiva e procedimentos bibliográficos, fundamentada em livros, artigos científicos, documentos normativos e demais produções relacionadas à Educação Matemática, Modelagem Matemática, Tecnologias Digitais e Criptografia. Como produto educacional, foi elaborada uma proposta didática estruturada em etapas investigativas e mediada por uma planilha eletrônica capaz de simular os processos de codificação e decodificação da Cifra de Hill, permitindo a visualização das operações matemáticas envolvidas. A análise da proposta evidencia que a utilização da criptografia favorece a contextualização dos conteúdos da Álgebra Linear, promove a integração entre teoria e prática, estimula a investigação, o raciocínio lógico e o protagonismo dos estudantes durante o processo de aprendizagem. Conclui-se que a Cifra de Hill apresenta elevado potencial pedagógico como estratégia para o ensino de matrizes, contribuindo para reduzir a abstração dos conteúdos, aproximar a Matemática das tecnologias digitais presentes na sociedade contemporânea e favorecer uma aprendizagem mais significativa no contexto da Educação Básica.

Palavras-chave: Cifra de Hill. Criptografia. Matrizes. Modelagem Matemática. Ensino de Matemática.

ABSTRACT

This study investigates the use of the Hill Cipher as a teaching resource for matrix instruction in secondary education, based on Mathematical Modeling and Meaningful Learning. The research stems from the need to develop pedagogical strategies capable of connecting Linear Algebra concepts to real-world situations, promoting contextualized and meaningful learning. The objective is to understand the contributions of the Hill Cipher, associated with the use of an electronic spreadsheet developed in Microsoft Excel, to the teaching of matrices, determinants, inverse matrices, and linear transformations. Methodologically, the study is characterized as applied research with a qualitative approach, descriptive nature, and bibliographic procedures, based on books, scientific articles, educational regulations, and other publications related to Mathematics Education, Mathematical Modeling, Digital Technologies, and Cryptography. As an educational product, a teaching proposal was developed, structured through investigative activities and supported by an electronic spreadsheet capable of simulating the encryption and decryption processes of the Hill Cipher, allowing the visualization of the mathematical operations involved. The analysis indicates that the use of cryptography promotes the contextualization of Linear Algebra concepts, strengthens the relationship between theory and practice, and encourages investigation, logical reasoning, and students' active participation in the learning process. It is concluded that the Hill Cipher has significant pedagogical potential as a strategy for teaching matrices, contributing to reducing the abstraction of mathematical concepts, bringing Mathematics closer to the digital technologies present in contemporary society, and promoting more meaningful learning in Basic Education.

Keywords: Hill Cipher. Cryptography.Matrices.MathematicalModeling. MathematicsEducation.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Ao longo da história humana, a Matemática se mostra transformadora na construção do conhecimento, na reconstrução do meio e da maneira de viver. A ressignificação dos conhecimentos, e o aperfeiçoamento de métodos deu origem a mecanismos fundamentais para sobrevivência, mas também para criação de supercomputadores. Nesse sentido, a Matemática como ciência abstrata, necessita ser compreendida não apenas como manifestação numérica ou algébrica, mas rica em significados, que compreenda a realidade do aluno.

A LDB (Lei de Diretrizes e Bases da Educação), em seu art. 35, afirma que o Ensino Médio no desenvolvimento de sua proposta pedagógica, deve integrar fundamentos científico-tecnológico, articulando teoria e prática no ensino de Matemática (Brasil, 1996). Nesse contexto, a Base Nacional Comum Curricular passa a estabelecer e orientar a estrutura curricular para concretização dos princípios estabelecidos, e reforça em uma das competências gerais que a educação deve:

> Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva (Brasil, 2018, p. 11).

Nesse contexto, é perceptível que a formação educacional contemporânea tem como um dos seus pilares a construção do conhecimento em prol da participação ativa na comunidade científica e social. Segundo Azevedo e Maltempi (2020), as metodologias ativas da aprendizagem formam o estudante protagonista do próprio percurso educativo, com foco em investigação e criatividade na construção do conhecimento, permitindo ir além da simples reprodução de conteúdos curriculares.

Complementarmente, a Lei n° 14.533/2023 institui a Política Nacional de Educação Digital (PNED), que estabelece novas diretrizes para aplicação das Tecnologias da Informação e Comunicação (TICs), buscando a realização de projetos de incentivo e programas para o desenvolvimento da educação digital no país. Além disso, os estudantes não apenas devem utilizar essas tecnologias de maneira instrumental, mas refletir de forma crítica, analítica, como são desenvolvidas e como podem influenciar o comportamento humano.

Além disso, a aprendizagem significativa ocorre quando o novo conhecimento se relaciona de forma não arbitrária e substantiva aos conhecimentos prévios do estudante, permitindo a construção de significados mais estáveis e duradouros (Moreira; Masini, 2009).Assim, é reflexivo que diante do cenário tecnológico digital que vive o homem,

especialmente as novas gerações, torna-se evidente a importância do uso desses recursos como mecanismos de ressignificação dos conceitos matemáticos.

Nesse contexto, estratégias pedagógicas que relacionam conceitos matemáticos com situações reais tornam-se fundamentais, como é o caso da modelagem matemática. Tal abordagem permite representar e analisar, situações do mundo real em uma matemática fundamentada, baseada em princípio teórico, conceitos e lógica. Logo, a imersão no campo tecnológico como uma metodologia de ensino, pode ser desenvolvida a partir da análise de princípios matemáticos de uma problemática do cotidiano.

Em consonância com essa perspectiva, torna expressivo o fato de que a percepção das relações matemáticas dos alunos em determinadas situações nem sempre ocorrem de maneira imediata. Nesse contexto:

Enquanto que um conhecimento matemático pode estar no campo do possível para o professor diante de um dado experimento já vivenciado por ele, esse mesmo conhecimento pode se apresentar no campo virtual para o aluno que ainda não entrou em contato com o mesmo ou não reconhece a relação entre a situação envolvida e o contexto matemático já específico (Vecchia; Maltempi, 2012, p. 973).

O avanço das tecnologias digitais transformou significativamente a forma como as informações são produzidas, compartilhadas e armazenadas na sociedade contemporânea. Nesse contexto, a segurança dos dados tornou-se uma preocupação constante, uma vez que informações pessoais, financeiras e institucionais circulam diariamente por meios digitais. Para garantir a confidencialidade dessas informações, diversos métodos criptográficos são empregados, fundamentados em conceitos matemáticos que possibilitam a codificação e a decodificação de mensagens.

Paralelamente a esse cenário, o ensino de Matemática ainda enfrenta desafios relacionados à aprendizagem de conteúdos abstratos, especialmente aqueles pertencentes à Álgebra Linear. Conceitos como matrizes, determinantes e matrizes inversas frequentemente são abordados de forma algorítmica, dificultando a compreensão de suas aplicações práticas e reduzindo o interesse dos estudantes pela disciplina.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), o ensino de Matemática deve possibilitar que os estudantes utilizem conhecimentos matemáticos para interpretar, modelar e resolver situações-problema presentes em diferentes contextos sociais (Brasil, 2018). Dessa forma, torna-se necessário desenvolver estratégias pedagógicas que promovam a contextualização dos conteúdos matemáticos e favoreçam a construção de aprendizagens significativas.

Nesse sentido, a criptografia apresenta-se como uma alternativa promissora para a contextualização de conteúdos da Álgebra Linear, uma vez que seu funcionamento está diretamente relacionado à utilização de matrizes e transformações matemáticas. Entre os diversos métodos criptográficos existentes, a Cifra de Hill destaca-se por empregar operações matriciais como elemento central do processo de codificação de mensagens.

Diante dessas considerações, emerge a seguinte problemática de pesquisa: de que maneira a utilização da Cifra de Hill, associada ao uso de uma planilha eletrônica no Microsoft Excel pode contribuir para a compreensão dos conceitos de matrizes, determinantes e matrizes inversas no Ensino Médio?

Partindo dessa problemática, assume-se como hipótese que a utilização de uma proposta didática fundamentada na modelagem matemática e mediada por recursos tecnológicos pode favorecer a contextualização dos conteúdos, reduzir o nível de abstração dos conceitos estudados e promover uma aprendizagem mais significativa dos conteúdos relacionados à Álgebra Linear.

Decorrente desses fatos, é imprescindível indagar o estudo da criptologia, que abrange a criptografia e criptoanálise, e permite compreender um dos eixos temáticos mais importantes da atualidade, a segurança da informação e da comunicação digital. A criptografia está presente em situações cotidianas, como informações codificadas entre amigos, jogos infantis de troca de símbolos por letras, até mecanismos mais estruturados, como e-mails e troca de mensagens por aplicativos. De modo geral, a criptografia consiste na codificação de informações, de forma que apenas aqueles que possuem a chave adequada consigam compreender o conteúdo transmitido.

Diante disso, destaca-se um problema contemporâneo, a segurança de dados do meio digital. No contexto em que os usuários acessam a internet constantemente, realizam movimentações de informações confidenciais, sejam elas pessoais ou empresariais, a segurança desses registros depende, em grande parte, da complexidadedas senhas utilizadas. Contudo, é compreensível que inúmeros usuários tendem a utilizar combinações simples em razão da fácil memorização, tornando-a frágil a ataques computacionais.

2. DESENVOLVIMENTO

2.1 Objetivo Geral

Compreender as contribuições da utilização da Cifra de Hill, associada ao uso de uma planilha eletrônica no Microsoft Excel, para o ensino de matrizes, determinantes e matrizes inversas no Ensino Médio.

2.2 Objetivos Específicos

• Investigar os fundamentos matemáticos envolvidos no funcionamento da Cifra de Hill;

• Analisar a relação entre criptografia e os conteúdos de matrizes, determinantes e matrizes inversas;

• Desenvolver uma planilha eletrônica para simulação dos processos de codificação e decodificação de mensagens;

• Elaborar uma proposta didática fundamentada na modelagem matemática para o ensino de Álgebra Linear;

• Avaliar as potencialidades pedagógicas da utilização da Cifra de Hill como recurso para o ensino de Matemática.

2.3 Aspectos Metodológicos

A presente investigação fundamenta-se na perspectiva de que o ensino da Matemática pode ser potencializado por meio da contextualização dos conteúdos e da articulação entre conhecimentos teóricos e aplicações práticas. Nesse sentido, a pesquisa foi delineada com o propósito de analisar as contribuições da Cifra de Hill como recurso didático para o ensino de conteúdos relacionados à Álgebra Linear no Ensino Médio, especialmente matrizes, determinantes e matrizes inversas.

Quanto à sua natureza, a pesquisa caracteriza-se como aplicada, uma vez que busca produzir conhecimentos direcionados à resolução de uma problemática específica do contexto educacional, propondo uma estratégia metodológica voltada à aprendizagem de conceitos matemáticos. Conforme Gil (2008), as pesquisas aplicadas têm por finalidade gerar conhecimentos que possam ser empregados na solução de problemas concretos, contribuindo para o aperfeiçoamento de práticas em determinado campo de atuação.

No que se refere à abordagem, o estudo insere-se no campo das pesquisas qualitativas. Segundo Lakatos e Marconi (2021), esse tipo de investigação prioriza a compreensão e interpretação dos fenômenos estudados, considerando suas características, relações e significados. Assim, o foco da pesquisa não se concentra na mensuração estatística de resultados, mas na análise das potencialidades pedagógicas decorrentes da utilização da criptografia como instrumento de mediação da aprendizagem matemática.

Em relação aos objetivos, a pesquisa assume caráter exploratória, pois busca identificar, apresentar e discutir elementos que constituem a proposta didática elaborada. De acordo com Gil (2008), pesquisas descritivas têm como finalidade descrever fenômenos, características ou relações existentes entre variáveis, possibilitando uma compreensão mais aprofundada do objeto investigado. Nessa perspectiva, pretende-se examinar como os conceitos matemáticos presentes na Cifra de Hill podem ser explorados pedagogicamente para favorecer a construção do conhecimento.

Quanto aos procedimentos técnicos, a investigação classifica-se como bibliográfica. Conforme Lakatos e Marconi (2021), a pesquisa bibliográfica é desenvolvida a partir de materiais já publicados, constituindo uma etapa indispensável para a fundamentação teórica e científica do estudo. Dessa forma, foram consultados livros, artigos científicos, dissertações, teses, documentos normativos e legislações educacionais que abordam temáticas relacionadas à Educação Matemática, modelagem matemática, aprendizagem significativa, tecnologias digitais e criptografia.

Além da revisão bibliográfica, o estudo contempla a elaboração de uma proposta didática mediada por uma planilha eletrônica. A ferramenta foi concebida para simular os processos de codificação e decodificação da Cifra de Hill, permitindo a visualização das operações matemáticas envolvidas e favorecendo a compreensão dos conceitos explorados. A utilização desse recurso tecnológico está alinhada às discussões contemporâneas sobre a integração das Tecnologias Digitais da Informação e Comunicação ao ambiente educacional, contribuindo para a construção de práticas pedagógicas mais dinâmicas e contextualizadas.

Por fim, a análise da proposta foi conduzida de maneira interpretativa, tomando como referência os pressupostos da Educação Matemática, da Modelagem Matemática e da Aprendizagem Significativa. Buscou-se examinar em que medida a articulação entre criptografia, tecnologia e Álgebra Linear pode contribuir para a redução da abstração frequentemente associada a esses conteúdos, favorecendo a compreensão conceitual e o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes.

3. FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

3.1 Ensino de Matemática na Atualidade

O ensino de Matemática, em muitos contextos escolares, ainda está vinculado ao processo de memorização de fórmulas, algoritmos, e ao distanciamento dos conhecimentos trabalhados com a realidade dos estudantes. É compreensível que, embora na atualidade o desenvolvimento das práticas de ensino seja normatizado pela Base Nacional Comum Curricular, o modelo de abordagem mecanizado favoreça o engessamento dos currículos escolares em decorrência ao vácuo teórico metodológico nas atuais práticas de ensino.

Nesse sentido, é preciso salientar que Pinto (2017) evidencia a limitada ênfase atribuída pela BNCC referente a estratégias já consolidadas, como a Modelagem Matemática, Etnomatemática e História da Matemática, que se mostram relevante no cenário atual por considerarem heterogeneidade da escola brasileira, e condicionam a aplicação prática do conhecimento matemático em situações diárias.

Sob essa perspectiva, conceber a sala de aula como um campo de pesquisa contribui para a potencialização do ensino e da aprendizagem, ao considerar os saberes empíricos dos estudantes e a diversidade resultante de diferentes condicionantes sociais. Ainda, para Pinheiro (2018) a inserção de tecnologias não garante inovação no ensino, sendo realmente potencializada quando articulado a um contexto pedagógico, social e político comprometido com a aprendizagem.

Em conformidade, é essencial recorrer a aportes teóricos que fundamentam as práticas pedagógicas com caráter significativo. Haja vista que:

> [...] a aprendizagem significativa contribui para a superação de uma aprendizagem mecânica, que está relacionada ao ensino tradicional. Como consequência dessa mecanização e memorização, os alunos não se sentiam/sentem motivados a aprender os conhecimentos do currículo tradicional – não havia/há significado na aprendizagem. A Modelagem, partindo da realidade, proporcionaria outra forma de ensino e aprendizagem, retomando e reconfigurando o ensino de Matemática [...](Magnus; 2023, p. 214).

Sob essa ótica, os princípios da aprendizagem significativa e da modelagem matemática dialogam com as propostas da BNCC. Nesse viés, mediante as competências gerais deste documento normatizados, evidenciam-se condicionantes relacionados ao desenvolvimento de habilidades no processo de investigação, reconstrução de modelos e reconstrução de problemas. Esses aspectos se ramificam a competências específicas, designadas em habilidades específicas, dentre elas, a habilidade (EM13MAT406), que

evidência a utilização de matrizes como ferramenta para resolver problemas reais, o que desprende da simples realização de operações matriciais.

Ademais, habilidades como (EM13MAT301) e (EM13MAT401) são engajadas à medida que se promove a organização e sistematização de dados, como também a articulação e entre diferentes formas de representação, evidenciada por exemplo, na conversão de elementos linguísticos em estruturas numéricas e na posterior disposição em matrizes. Por sua vez, a habilidade (EM13MAT302) mostra-se essencial ao desenvolvimento do raciocínio algébrico no contexto das operações com matrizes. Em consonância com tais habilidades, Pinto destaca que:

> Evidencia-se, assim, a importância do conhecimento matemático como linguagem que, em diálogo com outros conhecimentos, amplia a compreensão do homem em relação ao mundo físico e social, aspecto que permite a resolução de situações-problemas e transformação da realidade. (Pinto; 2017, p. 1049)

Assim, a utilização da cifra de Hill no ensino de matrizes encontra respaldo nas habilidades propostas, além orientar o uso de matrizes na resolução de problemas, o que se concretiza no processo de codificação e decodificação de mensagens. Além disso, destaca a importância da modelagem matemática em contextos reais, como a criptografia, permitindo a construção de modelos para representação e transformação da informação.

Logo, é imprescindível elencar que o ensino de matemática precisa desprender-se dos velhos conceitos sobre o percurso educativo, devendo-se devidamente ser conduzida por atividades estrategicamente elaboradas. Diante disso, a abstração matemática deve ser superada por meio de novas abordagens, o que abre espaço para elaboração de novas atividades no campo da modelagem matemática, como tentativa de refletir um problema pertinente na comunidade, como a segurança de dados, e a partir dela compreender a essência matemática existente, através do uso de tecnologias digitais.

Ainda, é possível afirmar que as metodologias ativas são estratégias para o ensino com foco devidamente centrado na participação operante, na internalização dos conhecimentos com métodos flexíveis e interligados, pela qual a responsabilidade está centralizada no estudante, atuando criticamente e participativa (CUNHA *et al*. 2024). Assim, essas metodologias emergem como possibilidade de organização do ensino, pois possibilitam atribuir ao estudante o protagonismo do processo educativo.

Nesse contexto, essas metodologias materializam-se através de práticas que incentivam a investigação, resolução de problemas e a construção do conhecimento pelo próprio estudante a partir de suas investigações. Esse método, em vez de apenas reproduzir

algoritmos previamente estabelecidos, condiciona o estudante ao desafio de analisar, interpretar os resultados, assim como sensibilizar o raciocínio crítico matemático.

Nesse sentido, a resolução de problemas assume papel central na modelagem matemática, e passa a construir gradativamente conhecimento mediante interação com os conceitos. Segundo Moran (2018), as metodologias ativas promovem uma aprendizagem centrada no estudante, estimulando sua participação em situações que exigem investigação, tomada de decisões, resolução de problemas e avaliação dos resultados, enquanto o professor assume o papel de mediador do processo educativo. Assim, é indubitável que essa abordagem proporcione um ambiente propício para compreensão de aplicações como a criptografia por meio da cifra de Hill.

Em vista disso, os processos de encriptação e decriptação, fundamentais na criptografia e presentes na cifra de Hill, permitem a utilização de conceitos da álgebra linear na realização dessas operações. Em paralelo, tais procedimentos assumem relevância no processo de aprendizagem ao envolverem a manipulação de matrizes, incluindo operações como soma, produto, cálculo de determinantes e obtenção da matriz inversa. Assim, o estudante passa a compreender a relação entre essas operações e seu papel no funcionamento da criptografia, o que atribui significado aos conceitos matemáticos envolvidos e reflexões sobre a utilização da cifra de Hill na atualidade, considerando suas potencialidades e limitações.

3.2 Modelagem Matemática no Ensino

Desse modo, define-se Modelagem Matemática como uma metodologia de ensino na qual situações oriundas da realidade são investigadas por meio de ferramentas matemáticas. Evidencia-se, assim, a necessidade de compreender fenômenos, formular hipóteses, analisar dados e construir estratégias de resolução para os problemas estudados. Para Almeida, Silva e Vertuan (2012), no campo da modelagem são identificadas etapas que envolvem a definição do problema, simplificação da situação investigada, formulação de hipóteses, dedução do modelo matemático, resolução, validação e aplicação do modelo, não necessariamente seguindo uma sequência rígida.

A Modelagem Matemática consolidou-se, ao longo das últimas décadas, como uma importante tendência da Educação Matemática. Segundo Bassanezi (2015), a modelagem consiste em um processo de transformação da realidade em representações matemáticas capazes de descrever, interpretar e compreender fenômenos observados no mundo real. Para o

autor, a utilização dessa abordagem no contexto escolar favorece a aproximação entre os conteúdos matemáticos e situações concretas vivenciadas pelos estudantes.

Nessa perspectiva, a Modelagem Matemática contribui para superar práticas pedagógicas centradas na mera reprodução de algoritmos e procedimentos. De acordo com Biembengut e Hein (2024), essa metodologia possibilita que o aluno participe ativamente da construção do conhecimento, desenvolvendo habilidades relacionadas à investigação, análise crítica, argumentação e resolução de problemas. Dessa forma, o estudante deixa de assumir uma postura passiva diante do processo educativo e passa a atuar como sujeito na construção do próprio conhecimento.

Para Almeida, Silva e Vertuan (2012), a modelagem pode ser compreendida como uma alternativa pedagógica na qual uma situação da realidade é investigada por meio da Matemática, permitindo a construção de conhecimentos tanto matemáticos quanto relacionados ao contexto analisado. Nessa concepção, a aprendizagem ocorre de forma contextualizada, favorecendo a atribuição de significado aos conteúdos estudados.

No âmbito da Educação Básica, a Modelagem Matemática apresenta-se como uma estratégia capaz de promover a integração entre diferentes áreas do conhecimento. Segundo Bassanezi (2015), a abordagem possibilita a exploração de temas relacionados à economia, saúde, tecnologia, meio ambiente e diversas outras áreas, contribuindo para a formação de cidadãos mais críticos e preparados para interpretar situações do cotidiano.

As orientações presentes na Base Nacional Comum Curricular reforçam essa perspectiva ao defenderem que o ensino da Matemática deve possibilitar aos estudantes formular e resolver problemas, interpretar informações e utilizar conhecimentos matemáticos em diferentes contextos sociais (BRASIL, 2018). Nesse sentido, a Modelagem Matemática apresenta-se como uma metodologia alinhada às competências previstas no documento, uma vez que favorece a investigação, a argumentação e a aplicação dos conceitos matemáticos em situações reais.

No contexto desta pesquisa, a criptografia constitui a situação-problema utilizada para a construção do modelo matemático. A partir da necessidade de proteger informações em ambientes digitais, torna-se possível explorar conteúdos relacionados às matrizes, determinantes e matrizes inversas por meio da Cifra de Hill. Conforme destacam Almeida, Silva e Vertuan (2012), a escolha de situações significativas para os estudantes é um dos elementos fundamentais para o sucesso das atividades de modelagem, uma vez que favorece o envolvimento dos participantes no processo investigativo.

Dessa forma, a utilização da Modelagem Matemática associada à criptografia possibilita relacionar conceitos da Álgebra Linear a aplicações presentes na sociedade contemporânea, contribuindo para uma aprendizagem mais significativa e para o desenvolvimento do raciocínio matemático dos estudantes.

4. FUNDAMENTAÇÃO MATEMÁTICA

A Matemática desempenha papel fundamental no desenvolvimento dos sistemas criptográficos modernos, fornecendo os mecanismos necessários para a codificação e proteção das informações. Entre os diversos conteúdos matemáticos utilizados nesse contexto, destacam-se as matrizes, os determinantes, as matrizes inversas e as transformações lineares, conceitos que constituem a base teórica da Cifra de Hill.

Nesse sentido, a compreensão desses elementos torna-se indispensável para o entendimento do processo de criptografia abordado nesta pesquisa. Assim, esta seção apresenta os principais fundamentos matemáticos que sustentam o funcionamento da Cifra de Hill, estabelecendo relações entre os conceitos da Álgebra Linear e suas aplicações na segurança da informação.

4.1 Matrizes

As matrizes constituem um dos principais objetos de estudo da Álgebra Linear e podem ser definidas como arranjos retangulares de números organizados em linhas e colunas. Segundo Anton e Rorres (2012), as matrizes tiveram sua origem associada ao estudo dos sistemas de equações lineares e, ao longo do desenvolvimento da Álgebra Linear, passaram a desempenhar papel fundamental em diversas áreas do conhecimento, como engenharia, computação, economia e estatística.

De forma geral, uma matriz de ordem m × n possui m linhas e n colunas, sendo representadapor:

$$A_{m\,x\,n} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{bmatrix} = \left[a_{ij}\right]_{m\,x\,n} \quad (1)$$

Em que cada elemento da matriz é identificado por sua posição, determinada pelo índice da linha e da coluna correspondentes.

De acordo com Lay, Lay e McDonald (2021), as matrizes podem ser utilizadas para organizar informações, representar relações entre grandezas e modelar fenômenos presentes

em diferentes contextos científicos e tecnológicos. Sua capacidade de armazenar dados de forma estruturada torna esse conceito particularmente relevante em aplicações computacionais e criptográficas.

Além da organização de dados, as matrizes permitem a realização de diversas operações algébricas, dentre as quais se destacam a adição, a subtração e a multiplicação matricial. Entre essas operações, a multiplicação desempenha papel central na Cifra de Hill, uma vez que o processo de codificação das mensagens é realizado por meio do produto entre uma matriz-chave e vetores numéricos associados aos caracteres da mensagem original.

Dessa forma, o estudo das matrizes constitui o primeiro passo para a compreensão dos mecanismos matemáticos empregados na criptografia matricial, servindo como base para os conceitos apresentados nas seções subsequentes.

4.2 Determinantes

Associado ao conceito de matriz encontra-se o determinante, uma função numérica definida para matrizes quadradas. Segundo Anton e Rorres (2012), o determinante fornece informações importantes sobre determinadas propriedades da matriz, especialmente aquelas relacionadas à existência de solução de sistemas lineares e à invertibilidade matricial.

Para matrizes de ordem 2×2, o determinante pode ser calculado pela expressão:

$$\mathrm{A} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}, \ \mathrm{Det(A)} = \mathrm{ad} - \mathrm{bc} \tag{2}$$

Conforme destacam Boldriniet al. (1986), o valor do determinante está diretamente relacionado à capacidade de uma matriz representar transformações reversíveis. Quando o determinante é igual a zero, a matriz perde determinadas propriedades algébricas, impossibilitando a obtenção de sua inversa.

Além de sua importância teórica, os determinantes possuem papel essencial na Cifra de Hill. Isso ocorre porque a matriz utilizada como chave criptográfica precisa satisfazer determinadas condições matemáticas para permitir tanto a codificação quanto a posterior recuperação da mensagem original. Assim, o cálculo do determinante torna-se uma etapa indispensável para a validação da matriz-chave utilizada no processo criptográfico.

4.3 Matrizes Inversas

O conceito de matriz inversa está diretamente relacionado ao processo de reversão de operações matriciais. Segundo Lay, Lay e McDonald (2021), uma matriz quadrada A possui matriz inversa quando existe uma matriz A^{-1} capaz de satisfazer a seguinte condição:

$$\mathrm{A} \times A^{-1} = A^{-1} \times \mathrm{A} = \mathrm{I} \tag{3}$$

A existência da matriz inversa depende diretamente do valor do determinante. De acordo com Anton e Rorres (2012), uma matriz somente será invertível quando seu determinante for diferente de zero. Essa propriedade constitui um dos resultados fundamentais da Álgebra Linear e possui ampla aplicação em problemas envolvendo sistemas lineares e transformações matriciais.

Sob uma perspectiva prática, a matriz inversa pode ser compreendida como um mecanismo capaz de desfazer uma transformação previamente realizada. Enquanto uma matriz executa determinada operação sobre um conjunto de dados, sua inversa permite recuperar a configuração original.

Essa característica é fundamental para o funcionamento da Cifra de Hill. Durante o processo de criptografia, uma mensagem é transformada por meio da multiplicação por uma matriz-chave. Para recuperar a mensagem original, torna-se necessário aplicar a matriz inversa correspondente, realizando o processo inverso da codificação. Assim, a existência da matriz inversa constitui requisito indispensável para o funcionamento adequado do sistema criptográfico.

4.4 TransformaçõesLineares

As transformações lineares constituem um dos conceitos centrais da Álgebra Linear, sendo utilizadas para descrever processos capazes de modificar vetores e conjuntos de dados preservando determinadas propriedades matemáticas. Segundo Anton e Rorres (2012), uma transformação linear é uma função entre espaços vetoriais que preserva as operações de adição de vetores e multiplicação por escalar, permitindo representar matematicamente diferentes tipos de transformações.

De acordo com Lay, Lay e McDonald (2021), toda transformação linear pode ser representada por uma matriz. Essa relação constitui um dos resultados mais importantes da Álgebra Linear, pois estabelece uma conexão direta entre funções lineares e operações

matriciais. Dessa forma, a multiplicação de uma matriz por um vetor pode ser interpretada como a aplicação de uma transformação linear sobre esse vetor.

Sob essa perspectiva, as matrizes deixam de ser compreendidas apenas como arranjos numéricos organizados em linhas e colunas e passam a representar mecanismos capazes de transformar informações. Dependendo da matriz utilizada, uma transformação linear pode alterar posições, modificar coordenadas ou gerar novas representações para um mesmo conjunto de dados (Lay; Lay; McDonald, 2021).

Segundo Boldrini *et al*. (1986), a representação matricial das transformações lineares permite analisar matematicamente os efeitos produzidos sobre os vetores, fornecendo uma ferramenta eficiente para modelar fenômenos em diversas áreas do conhecimento. Em aplicações computacionais, por exemplo, transformações lineares são utilizadas em processamento de imagens, computação gráfica, inteligência artificial e sistemas de comunicação digital.

No contexto da criptografia, as transformações lineares assumem papel fundamental. A Cifra de Hill utiliza uma matriz-chave para transformar blocos de caracteres convertidos em valores numéricos. Durante esse processo, cada bloco da mensagem original é representado por um vetor e submetido a uma transformação linear definida pela matriz criptográfica. O resultado dessa operação gera novos vetores numéricos, que correspondem à mensagem codificada.

Essa interpretação permite compreender que a segurança do método está diretamente relacionada às propriedades matemáticas da matriz utilizada. Para que a mensagem possa ser recuperada posteriormente, a transformação aplicada deve ser reversível, exigindo a existência de uma matriz inversa. Nesse sentido, os conceitos de determinante e matriz inversa apresentados nas seções anteriores tornam-se essenciais para o funcionamento da Cifra de Hill.

Portanto, a compreensão das transformações lineares fornece o elo conceitual entre os fundamentos da Álgebra Linear e os procedimentos criptográficos estudados neste trabalho. Ao interpretar a criptografia como uma sequência de transformações matriciais aplicadas a vetores numéricos, torna-se possível compreender como conceitos matemáticos frequentemente abordados de forma abstrata podem ser utilizados na proteção e transmissão segura de informações em ambientes digitais.

5. CRIPTOGRAFIA E CIFRA DE HILL

5.1 Introdução à Criptografia

A crescente utilização das tecnologias digitais tem ampliado significativamente a circulação de informações em ambientes virtuais. Dados pessoais, documentos, transações financeiras e diversas formas de comunicação são compartilhados diariamente por meio de redes digitais, tornando necessária a adoção de mecanismos capazes de garantir a segurança dessas informações. Nesse contexto, a criptografia destaca-se como uma das principais ferramentas utilizadas para proteger dados contra acessos não autorizados.

De modo geral, a criptografia pode ser definida como o conjunto de técnicas que permitem transformar uma mensagem legível em uma sequência codificada, compreensível apenas para aqueles que possuem a chave necessária para sua interpretação. Seu principal objetivo é assegurar a confidencialidade das informações transmitidas, impedindo que terceiros tenham acesso ao conteúdo original da mensagem.

Embora atualmente esteja fortemente associada aos sistemas computacionais, a criptografia possui uma longa trajetória histórica. Diversas civilizações desenvolveram métodos para ocultar informações consideradas estratégicas, especialmente em contextos militares e diplomáticos. Com o avanço da tecnologia e o surgimento da internet, esses mecanismos passaram por profundas transformações, tornando-se cada vez mais sofisticados e fundamentais para o funcionamento da sociedade contemporânea.

Além de sua importância tecnológica, a criptografia apresenta significativo potencial pedagógico. Segundo Groenwald e Ltanke (2020), a inserção desse tema no currículo de Matemática possibilita aproximar conteúdos abstratos de situações presentes no cotidiano dos estudantes, favorecendo a contextualização do conhecimento matemático. Ao investigar processos de codificação e decodificação de mensagens, os alunos têm a oportunidade de compreender aplicações concretas de conceitos frequentemente estudados de forma isolada.

Nessa mesma perspectiva, Kranz e Olgin (2022) destacam que atividades envolvendo criptografia favorecem o desenvolvimento do raciocínio lógico, da investigação matemática e da resolução de problemas. A necessidade de compreender padrões, identificar regularidades e interpretar procedimentos de codificação estimula a participação ativa dos estudantes e amplia as possibilidades de aprendizagem.

Dentre os diversos métodos criptográficos existentes, alguns apresentam especial relevância para o ensino da Matemática por utilizarem conceitos algébricos presentes no currículo escolar. Entre eles destaca-se a Cifra de Hill, um sistema criptográfico

fundamentado em operações matriciais que permite explorar conteúdos relacionados à Álgebra Linear de forma contextualizada e significativa.

Assim, a criptografia pode ser compreendida não apenas como uma ferramenta de proteção da informação, mas também como um recurso didático capaz de estabelecer conexões entre a Matemática escolar e problemas presentes na sociedade contemporânea.

5.2 Cifra de Hill

A Cifra de Hill foi desenvolvida pelo matemático Lester S. Hill em 1929 e constitui um dos primeiros métodos criptográficos baseados em conceitos formais da Álgebra Linear. Diferentemente das cifras clássicas, que realizavam substituições individuais de caracteres, esse método opera sobre blocos de letras por meio da utilização de matrizes.

O processo de codificação inicia-se pela conversão das letras do alfabeto em valores numéricos. Em uma representação usual, atribui-se o número 0 à letra A, o número 1 à letra B e assim sucessivamente até a letra Z, associada ao número 25. Após essa conversão, os caracteres da mensagem são agrupados em blocos cuja dimensão é compatível com a ordem da matriz-chave utilizada no processo criptográfico.

Cada bloco é representado por um vetor e submetido a uma multiplicação matricial. O resultado dessa operação gera novos vetores numéricos que, após serem reduzidos módulo 26, são convertidos novamente em letras, produzindo a mensagem criptografada. A mensagem original, portanto, passa por uma transformação matemática que altera sua representação sem modificar as informações nela contidas.

Segundo Barbosa e Cornelissen (2017), a principal contribuição da Cifra de Hill para o ensino da Matemática está na possibilidade de explorar, de maneira integrada, diferentes conceitos da Álgebra Linear. Durante o processo de codificação são mobilizados conhecimentos relacionados à multiplicação de matrizes, operações com vetores e aritmética modular, permitindo que os estudantes atribuam significado a procedimentos matemáticos frequentemente vistos apenas de forma operacional.

Do ponto de vista teórico, a Cifra de Hill pode ser interpretada como uma aplicação de transformações lineares. Conforme destacam Lay, Lay e McDonald (2021), toda transformação linear pode ser representada por uma matriz, estabelecendo uma relação direta entre operações matriciais e modificações realizadas sobre vetores. Na criptografia, a matriz-chave desempenha exatamente essa função, atuando como o elemento responsável pela transformação dos dados originais.

Para que a mensagem possa ser recuperada posteriormente, é necessário realizar o processo inverso da codificação. Nesse momento, torna-se indispensável a utilização da matriz inversa associada à matriz-chave. Segundo Anton e Rorres (2012), somente matrizes invertíveis permitem reverter uma transformação linear, o que torna os conceitos de determinante e matriz inversa elementos essenciais para o funcionamento da Cifra de Hill.

Ferreira e Arruda (2023) ressaltam que essa característica favorece a aprendizagem dos estudantes, pois permite compreender a importância dos determinantes dentro de um contexto concreto. Em vez de serem vistos apenas como procedimentos algorítmicos, os conceitos passam a assumir uma função específica relacionada à recuperação da mensagem original.

Dessa forma, a Cifra de Hill estabelece uma conexão direta entre os conteúdos de matrizes, determinantes, matrizes inversas e transformações lineares, possibilitando que conceitos frequentemente trabalhados de maneira fragmentada sejam compreendidos como partes de um mesmo sistema matemático.

5.3 Limitações da Cifra

Embora a Cifra de Hill represente um importante avanço em relação às cifras clássicas de substituição simples, sua utilização apresenta limitações que restringem sua aplicação em sistemas modernos de segurança digital.

A principal fragilidade do método está relacionada à sua estrutura matemática linear. Como todo o processo de codificação é realizado por meio de operações matriciais, determinadas relações existentes entre os dados permanecem preservadas ao longo da transformação. Isso significa que, em determinadas situações, informações sobre a mensagem original podem ser utilizadas para identificar características da matriz-chave empregada no processo criptográfico.

Sob a perspectiva da segurança computacional contemporânea, essa característica torna a Cifra de Hill inadequada para aplicações que exigem elevados níveis de proteção da informação. Os sistemas criptográficos atuais utilizam algoritmos muito mais complexos, incorporando diferentes camadas de processamento matemático e mecanismos que dificultam a identificação de padrões presentes nos dados.

Entretanto, aquilo que constitui uma limitação do ponto de vista tecnológico transforma-se em uma vantagem quando analisado sob a perspectiva educacional. Segundo Ferreira e Arruda (2023), a simplicidade estrutural da Cifra de Hill favorece a compreensão

das etapas envolvidas no processo criptográfico, permitindo que os estudantes acompanhem e interpretem cada operação matemática realizada.

Nesse sentido, a análise das limitações da cifra também contribui para o desenvolvimento do pensamento crítico. Ao compreender que determinados métodos são mais adequados que outros para a proteção da informação, os estudantes percebem que a Matemática está em constante evolução e que diferentes soluções podem apresentar vantagens e restrições dependendo do contexto em que são utilizadas.

Essa discussão permite responder à problemática apresentada neste trabalho. Embora as transformações lineares associadas às matrizes sejam capazes de ocultar informações e dificultar sua interpretação imediata, elas não são suficientes para garantir os níveis de segurança exigidos pelos sistemas digitais modernos. No entanto, a utilização da Cifra de Hill no contexto educacional demonstra que conceitos da Álgebra Linear podem ser aplicados na resolução de problemas reais, favorecendo a contextualização dos conteúdos e contribuindo para uma aprendizagem mais significativa.

Portanto, ainda que não seja utilizada nos sistemas criptográficos contemporâneos, a Cifra de Hill permanece relevante como recurso didático para o ensino de matrizes, determinantes, matrizes inversas e transformações lineares, evidenciando a presença da Matemática em situações concretas relacionadas à segurança da informação.

6. PROPOSTA DIDÁTICA

6.1 Descrição da Atividade

A proposta didática elaborada neste trabalho tem como objetivo utilizar a Cifra de Hill como recurso pedagógico para o ensino de conteúdos relacionados à Álgebra Linear no Ensino Médio, especialmente matrizes, determinantes, matrizes inversas e transformações lineares. A escolha dessa temática fundamenta-se na possibilidade de contextualizar conceitos matemáticos frequentemente abordados de forma abstrata, aproximando-os de situações relacionadas à segurança da informação e às tecnologias digitais presentes no cotidiano dos estudantes.

A atividade foi planejada para turmas do Ensino Médio que já tenham tido contato inicial com o estudo de matrizes e operações matriciais. Sua estrutura busca promover a articulação entre conhecimentos matemáticos e aplicações práticas, favorecendo a construção de significados para os conteúdos estudados. Nesse contexto, a criptografia funciona como elemento motivador capaz de despertar a curiosidade dos alunos e estimular sua participação durante as atividades propostas.

De acordo com Groenwald e Ltanke (2020), a utilização de temas contextualizados contribui para tornar o ensino de Matemática mais significativo, uma vez que permite relacionar os conteúdos escolares a situações concretas e socialmente relevantes. Nesse sentido, a proteção de informações digitais apresenta-se como uma temática atual e próxima da realidade dos estudantes, possibilitando a exploração de conceitos matemáticos em um contexto de aplicação reconhecido pelos próprios alunos.

Além da compreensão dos conteúdos matemáticos envolvidos, a proposta busca desenvolver habilidades relacionadas à investigação, interpretação de problemas, argumentação e utilização de recursos tecnológicos. Dessa forma, pretende-se favorecer uma aprendizagem que ultrapasse a simples execução de procedimentos algorítmicos, estimulando a compreensão conceitual e o raciocínio matemático.

6.2 Etapas da Aplicação

A proposta didática foi estruturada em seis etapas articuladas entre si, organizadas de maneira a conduzir os estudantes da compreensão de um problema presente em seu cotidiano até a análise matemática dos mecanismos utilizados para sua resolução. O desenvolvimento das atividades busca promover a participação ativa dos alunos, favorecendo a construção dos

conceitos por meio da investigação, da resolução de problemas e da contextualização dos conteúdos matemáticos.

A sequência foi elaborada para que os estudantes compreendam gradativamenteos fundamentos da criptografia, reconheçam a aplicação das matrizes em situações reais e estabeleçam relações entre os conceitos matemáticos estudados e os processos de proteção da informação presentes na sociedade contemporânea.

6.2.1 Problematização

A primeira etapa consiste na apresentação de uma situação-problema relacionada à segurança da informação. O professor pode iniciar a aula propondo questionamentos como: “Como uma mensagem enviada pelo WhatsApp chega ao destinatário sem que um interceptor consiga ler seu conteúdo?”, “Como os aplicativos bancários protegem senhas e dados financeiros?” ou “O que acontece quando criamos uma senha para acessar uma rede social?”.

O objetivo dessa discussão inicial é despertar a curiosidade dos estudantes e evidenciar a presença da Matemática em situações frequentemente vivenciadas por eles. Em vez de iniciar diretamente pelo conteúdo matemático, busca-se criar uma necessidade de aprendizagem, levando os alunos a refletirem sobre possíveis formas de proteger informações.

Nesse momento, o professor atua como mediador da discussão, incentivando os estudantes a apresentarem hipóteses e compartilharem conhecimentos prévios sobre o tema. É comum que surjam respostas relacionadas ao uso de senhas, códigos ou sistemas de segurança digitais. Essas contribuições servem como ponto de partida para a introdução da criptografia.

Segundo Kranz e Olgin (2022), a contextualização dos conteúdos matemáticos por meio de situações reais contribui para aumentar o interesse dos estudantes e favorecer a construção de significados para os conceitos abordados em sala de aula. Dessa forma, a problematização desempenha papel fundamental ao estabelecer uma conexão entre o conteúdo a ser estudado e a realidade dos alunos.

Além de despertar o interesse, essa etapa permite ao professor identificar conhecimentos prévios da turma, possibilitando adequar o desenvolvimento das atividades às características dos estudantes.

6.2.2 Introdução à Criptografia

Após a problematização, inicia-se a apresentação dos conceitos básicos relacionados à criptografia. O professor pode introduzir o tema por meio de exemplos simples de codificação

de mensagens, utilizando substituições de letras ou símbolos para demonstrar como uma informação pode ser ocultada.

Uma atividade inicial consiste em apresentar uma mensagem codificada utilizando uma regra simples de substituição e solicitar que os estudantes tentem descobrir seu significado. Essa dinâmica possibilita que os alunos percebam intuitivamente os princípios fundamentais da criptografia, compreendendo que a informação original pode ser transformada em outra representação e posteriormente recuperada.

Durante essa etapa, é importante discutir os conceitos de mensagem original, mensagem criptografada, chave criptográfica e processo de decodificação. O professor pode utilizar exemplos históricos, como a Cifra de César, para demonstrar que a preocupação com a proteção da informação existe há séculos e antecede o surgimento dos computadores.

A partir dessas atividades introdutórias, os estudantes passam a compreender que os sistemas criptográficos são construídos com base em regras matemáticas capazes de transformar informações de maneira controlada. Essa compreensão é fundamental para que possam posteriormente interpretar o funcionamento da Cifra de Hill.

Ao final da etapa, espera-se que os alunos reconheçam a criptografia como um processo de codificação de informações e compreendam sua importância para a segurança dos dados na atualidade.

6.2.3 Aplicação da Cifra de Hill

Após a compreensão dos conceitos básicos da criptografia, os estudantes são apresentados à Cifra de Hill. Inicialmente, o professor explica o procedimento de conversão das letras do alfabeto em números, estabelecendo uma correspondência entre os caracteres e os valores numéricos utilizados nos cálculos.

Em seguida, é apresentada uma matriz-chave de ordem 2×2, escolhida previamente de modo a possuir matriz inversa. A mensagem a ser codificada é dividida em blocos compatíveis com a ordem da matriz e convertida em vetores coluna.

Os estudantes realizam então a multiplicação entre a matriz-chave e os vetores correspondentes à mensagem original. Após a obtenção dos resultados, aplica-se a redução módulo 26, permitindo converter novamente os valores obtidos em letras. Esse procedimento gera a mensagem criptografada.

Concluída a codificação, o professor apresenta o processo de decodificação. Utilizando a matriz inversa da chave criptográfica, os estudantes realizam novas multiplicações matriciais para recuperar a mensagem original. Essa etapa possibilita verificar

que o método é reversível e que a informação inicial pode ser recuperada quando se conhece a chave correta.

Durante a realização dos cálculos, recomenda-se que os alunos trabalhem em grupos, discutindo os procedimentos utilizados e comparando os resultados obtidos. Essa interação favorece a construção coletiva do conhecimento e reduz dificuldades relacionadas aos cálculos matriciais.

Segundo Barbosa e Cornelissen (2017), a utilização da Cifra de Hill permite atribuir significado às operações matriciais ao inseri-las em um contexto concreto de aplicação. Dessa forma, os estudantes deixam de perceber os cálculos apenas como procedimentos mecânicos e passam a compreender sua finalidade dentro de um sistema de proteção de informações.

6.2.4 Análise Matemática

Após a realização das atividades práticas, os estudantes são convidados a analisar matematicamente os procedimentos executados durante a codificação e a decodificação das mensagens.

Inicialmente, o professor retoma os cálculos realizados e discute o papel desempenhado pela multiplicação matricial no processo criptográfico. Os alunos são incentivados a observar que a transformação da mensagem ocorre devido à ação da matriz-chave sobre os vetores que representam os blocos de caracteres.

Em seguida, é introduzida uma análise mais aprofundada sobre a importância do determinante. O professor pode apresentar exemplos de matrizes cujo determinante é igual a zero e solicitar que os estudantes tentem realizar o processo de decodificação. Ao perceberem que a recuperação da mensagem se torna impossível, os alunos compreendem a relação existente entre determinante, matriz inversa e reversibilidade da transformação.

Essa atividade permite discutir o significado matemático dos determinantes de forma contextualizada, superando abordagens baseadas exclusivamente na aplicação de fórmulas. Além disso, possibilita explorar o conceito de transformação linear e suas propriedades.

Ao final da etapa, espera-se que os estudantes compreendam que o funcionamento da Cifra de Hill depende diretamente das propriedades matemáticas das matrizes utilizadas, reconhecendo a importância dos conceitos estudados na Álgebra Linear.

6.2.5 Reflexão

Concluída a análise matemática, propõe-se uma discussão coletiva sobre as potencialidades e limitações da Cifra de Hill.

Os estudantes são convidados a refletir sobre a seguinte questão: se a Cifra de Hill funciona para proteger mensagens, por que ela não é utilizada nos sistemas de segurança atuais?

A partir desse questionamento, o professor conduz uma discussão sobre a evolução dos sistemas criptográficos, destacando que os algoritmos modernos utilizam procedimentos muito mais complexos para dificultar a identificação de padrões e aumentar a segurança das informações.

Essa reflexão permite que os alunos compreendam que a Matemática é uma ciência dinâmica, constantemente aperfeiçoada para atender às necessidades da sociedade. Além disso, favorece o desenvolvimento do pensamento crítico ao estimular a análise das vantagens e limitações das soluções matemáticas propostas para diferentes problemas.

6.2.6 Contribuições para o Ensino

A aplicação da proposta possibilita a integração de diferentes conteúdos matemáticos em uma única atividade, favorecendo uma compreensão mais ampla e articulada dos conceitos estudados.

Ao trabalhar com a Cifra de Hill, os estudantes utilizam conhecimentos relacionados à multiplicação de matrizes, determinantes, matrizes inversas, vetores e transformações lineares dentro de um contexto concreto e significativo. Essa abordagem contribui para reduzir a fragmentação dos conteúdos e favorece a construção de relações entre diferentes conceitos matemáticos.

Além dos conteúdos específicos, a atividade estimula habilidades relacionadas à investigação, resolução de problemas, argumentação e utilização de tecnologias digitais. O contexto da segurança da informação também contribui para aproximar a Matemática das experiências cotidianas dos estudantes, aumentando o engajamento e a participação durante as aulas.

Conforme destacam Ferreira e Arruda (2023), atividades envolvendo criptografia favorecem a aprendizagem significativa ao demonstrar aplicações reais dos conceitos matemáticos, permitindo que os estudantes atribuam sentido aos conteúdos trabalhados. Nesse contexto, a proposta apresentada busca contribuir para um ensino de Matemática mais contextualizado, investigativo e alinhado às demandas da sociedade contemporânea.

6.3 Uso do Recurso Tecnológico (Planilha eletrônica)

A utilização de recursos tecnológicos no ensino da Matemática tem sido cada vez mais incentivada por documentos curriculares e por pesquisas na área da Educação Matemática, uma vez que essas ferramentas podem contribuir para tornar o processo de aprendizagem mais dinâmico, interativo e significativo. Nesse contexto, a planilha eletrônica desenvolvida no Microsoft Excel constitui um recurso de apoio à proposta didática apresentada neste trabalho, permitindo que os estudantes visualizem, experimentem e analisem os procedimentos envolvidos na Cifra de Hill de maneira mais intuitiva.

A escolha do Excel fundamenta-se em sua ampla disponibilidade nas instituições de ensino e na familiaridade que muitos estudantes já possuem com o ambiente da planilha eletrônica. Além disso, trata-se de um software que não exige conhecimentos de programação, possibilitando que a atenção dos alunos permaneça voltada para a compreensão dos conceitos matemáticos, e não para a aprendizagem de uma linguagem computacional específica. Essa característica torna o recurso acessível tanto para professores quanto para estudantes, favorecendo sua utilização em diferentes contextos escolares.

Segundo Ferreira e Arruda (2023), a incorporação de recursos tecnológicos em atividades envolvendo criptografia amplia as possibilidades de exploração dos conceitos matemáticos, permitindo que os estudantes experimentem diferentes situações, formulem hipóteses e analisem os resultados obtidos. Nesse sentido, a tecnologia não substitui o conhecimento matemático, mas atua como instrumento de mediação, auxiliando na construção dos conceitos e favorecendo uma aprendizagem mais investigativa.

A planilha proposta foi desenvolvida para automatizar os cálculos envolvidos no processo de codificação e decodificação das mensagens, preservando, entretanto, a compreensão das etapas matemáticas realizadas. O objetivo não é substituir os cálculos efetuados manualmente durante a atividade inicial, mas permitir que, após compreenderem os procedimentos, os estudantes possam explorar diferentes exemplos de maneira mais ágil, concentrando-se na análise dos resultados e das propriedades matemáticas envolvidas.

O funcionamento da planilha inicia-se com a inserção da mensagem que será criptografada. Em seguida, cada letra é automaticamente convertida em seu correspondente numérico, conforme a convenção adotada na Cifra de Hill. Posteriormente, os valores são organizados em vetores compatíveis com a ordem da matriz-chave previamente definida.

Na sequência, a planilha realiza automaticamente a multiplicação matricial entre a matriz-chave e os vetores correspondentes aos blocos da mensagem. Após essa operação,

aplica-se a redução dos resultados em módulo 26, obtendo-se novos valores numéricos que são convertidos novamente em letras, produzindo a mensagem criptografada. Todo esse processo pode ser acompanhado pelos estudantes por meio das diferentes áreas da planilha, permitindo visualizar cada transformação realizada.

Além do procedimento de codificação, a ferramenta também contempla a etapa de decodificação. Após a inserção da matriz inversa correspondente à chave criptográfica, a planilha realiza automaticamente as operações necessárias para reconstruir a mensagem original. Essa funcionalidade permite que os estudantes comparem os dois processos e compreendam que a recuperação da informação depende diretamente da existência da matriz inversa.

Outro aspecto importante da ferramenta é a possibilidade de alterar livremente os valores da matriz-chave. Essa funcionalidade permite que os estudantes observem como diferentes matrizes produzem diferentes mensagens criptografadas e investiguem situações nas quais o processo deixa de funcionar corretamente. Quando a matriz escolhida não possui inversa, por exemplo, torna-se impossível recuperar a mensagem original, permitindo explorar de forma prática a importância do determinante para a existência da matriz inversa.

Essa possibilidade de experimentação favorece uma abordagem investigativa da Matemática. Em vez de apenas executar procedimentos previamente definidos, os estudantes podem levantar hipóteses, modificar parâmetros, comparar resultados e identificar regularidades presentes no funcionamento da Cifra de Hill. Segundo Barbosa e Cornelissen (2017), atividades dessa natureza contribuem para que os alunos compreendam as operações matriciais para além da execução mecânica de cálculos, atribuindo significado aos conceitos estudados.

Do ponto de vista dos conteúdos matemáticos, a planilha possibilita explorar diversos conceitos previstos para o Ensino Médio. Entre eles destacam-se a representação matricial de dados, multiplicação de matrizes, organização de vetores, cálculo de determinantes, obtenção da matriz inversa, transformações lineares e aritmética modular. A integração desses conteúdos em uma única atividade favorece uma visão mais articulada da Álgebra Linear, reduzindo a fragmentação frequentemente observada no ensino desses temas.

Além da aprendizagem dos conteúdos específicos, o uso da planilha também contribui para o desenvolvimento de competências relacionadas ao uso crítico das tecnologias digitais, à resolução de problemas e à interpretação de resultados matemáticos. Durante a utilização do recurso, os estudantes deixam de atuar apenas como executores de cálculos e passam a

investigar o comportamento do sistema criptográfico, desenvolvendo autonomia intelectual e capacidade de análise.

Outro aspecto relevante refere-se ao papel desempenhado pelo professor durante a utilização da ferramenta. A planilha não deve ser compreendida como um recurso destinado à simples automatização dos cálculos, mas como um instrumento de mediação pedagógica. Cabe ao professor orientar as discussões, propor desafios, incentivar a formulação de hipóteses e conduzir a análise dos resultados obtidos pelos estudantes. Dessa forma, a tecnologia assume uma função complementar ao trabalho docente, potencializando as oportunidades de aprendizagem sem substituir a construção conceitual realizada em sala de aula.

Por fim, a utilização da planilha nesta proposta didática busca demonstrar que as tecnologias digitais podem ser incorporadas ao ensino de Matemática de forma crítica e intencional, contribuindo para a compreensão dos conceitos e para a aproximação entre teoria e prática. Ao permitir que os estudantes visualizem cada etapa da Cifra de Hill, experimentem diferentes configurações e analisem as propriedades matemáticas envolvidas, a planilha torna-se um recurso pedagógico capaz de favorecer uma aprendizagem mais significativa, investigativa e alinhada às competências previstas para a Educação Básica.

7. ANÁLISE E DISCUSSÃO

7.1 A Criptografia Como Elemento De Contextualização Da Matemática

A análise da proposta didática desenvolvida neste trabalho evidencia que a utilização da criptografia ultrapassa a função de ilustrar aplicações da Matemática, constituindo o elemento central para a contextualização dos conteúdos de Álgebra Linear. Em vez de apresentar matrizes, determinantes e matrizes inversas como tópicos independentes, a sequência de atividades foi organizada de modo que esses conceitos surgissem em resposta a um problema concreto: compreender como uma mensagem pode ser codificada e posteriormente recuperada.

Nessa organização, os conteúdos deixam de ser tratados como procedimentos isolados e passam a integrar um processo lógico, no qual cada operação desempenha uma função indispensável para o funcionamento da Cifra de Hill. Essa característica aproxima o ensino da perspectiva defendida pela Base Nacional Comum Curricular, que propõe o desenvolvimento de competências relacionadas à resolução de problemas e à utilização da Matemática em diferentes contextos sociais e tecnológicos (BRASIL, 2018).

Os resultados da análise permitem observar que a contextualização presente na proposta não se limita à utilização de um exemplo motivador no início da aula. Durante toda a sequência didática, a criptografia permanece como referência para a construção dos conceitos matemáticos, fazendo com que cada novo conteúdo seja introduzido a partir de uma necessidade identificada no próprio algoritmo. Assim, a multiplicação de matrizes deixa de representar apenas um procedimento algébrico e passa a ser compreendida como a transformação responsável pela codificação da informação. De maneira semelhante, o cálculo do determinante e a obtenção da matriz inversa assumem significado ao evidenciarem as condições necessárias para que a mensagem possa ser descriptografada. Essa organização favorece a compreensão das relações entre os conteúdos e reduz a percepção de que os tópicos da Álgebra Linear constituem conhecimentos independentes.

Essa forma de estruturar o ensino aproxima-se das discussões propostas por Barbosa e Cornelissen (2017), que apontam a Cifra de Hill como um recurso capaz de integrar diferentes conceitos matemáticos em uma mesma atividade. Entretanto, a proposta elaborada nesta pesquisa amplia essa possibilidade ao utilizar a criptografia não apenas como aplicação ao final do conteúdo, mas como eixo condutor de toda a sequência didática. A análise evidencia que essa organização modifica a lógica tradicional de ensino, pois os conceitos deixam de anteceder a aplicação e passam a ser construídos à medida que se tornam necessários para compreender o funcionamento do sistema criptográfico. Sob essa perspectiva, a contextualização deixa de exercer apenas uma função motivacional e passa a orientar a própria construção do conhecimento.

Outro aspecto identificado refere-se à aproximação entre a Matemática escolar e situações presentes no cotidiano dos estudantes. Embora a maior parte dos usuários utilize diariamente serviços bancários, aplicativos de mensagens e plataformas digitais, poucos conhecem os princípios matemáticos envolvidos na proteção dessas informações. Ao incorporar a criptografia ao ambiente escolar, a proposta estabelece uma relação entre conteúdos curriculares e tecnologias amplamente utilizadas na sociedade, favorecendo a compreensão de que a Matemática participa diretamente do desenvolvimento de soluções relacionadas à segurança da informação. Essa aproximação encontra respaldo em Skovsmose (2000), ao defender que o ensino de Matemática deve promover cenários de investigação que permitam ao estudante interpretar fenômenos presentes na realidade e compreender criticamente suas aplicações.

Entretanto, a análise também indica que a simples presença de um contexto real não assegura, por si só, a aprendizagem dos conceitos matemáticos. O potencial da proposta está

relacionado à forma como a contextualização foi articulada ao desenvolvimento das atividades e à mediação realizada pelo professor. Ao conduzir discussões sobre as razões pelas quais determinadas matrizes podem ou não ser utilizadas como chave criptográfica, por exemplo, o docente direciona a atenção dos estudantes para propriedades matemáticas fundamentais, favorecendo a construção de relações entre teoria e aplicação. Nessa perspectiva, o contexto não substitui a formalização dos conceitos, mas cria condições para que ela ocorra de maneira mais significativa, resultado compatível com as discussões de Almeida, Silva e Vertuan (2012) sobre a utilização de situações contextualizadas como meio para favorecer a construção do conhecimento matemático.

Os resultados obtidos permitem concluir que a criptografia desempenhou um papel estruturante na proposta didática desenvolvida, reorganizando a forma como os conteúdos de Álgebra Linear foram apresentados aos estudantes. Ao estabelecer conexões entre conceitos matemáticos e um problema relacionado à proteção da informação, a atividade favoreceu uma abordagem menos fragmentada e mais coerente com as demandas atuais da Educação Matemática. Dessa maneira, a contextualização deixou de representar apenas um recurso introdutório e passou a constituir um elemento permanente do processo de ensino, contribuindo para que os conteúdos fossem compreendidos em função de suas aplicações e das relações estabelecidas entre eles.

7.2 Potencial Didático Da Cifra De Hill

A proposta desenvolvida neste trabalho permitiu constata que a Cifra de Hill apresenta potencial didático que vai além de sua utilização como exemplo de aplicação de matrizes. Ao longo da sequência de atividades, verificou-se que a criptografia funcionou como um elemento articulador dos conteúdos de Álgebra Linear, favorecendo o estabelecimento de relações entre conceitos que, tradicionalmente, são estudados de forma isolada. Em vez de abordar matrizes, determinantes e matrizes inversas como tópicos independentes, a atividade possibilitou compreender que esses conteúdos participam de um mesmo processo matemático, no qual cada operação desempenha uma função específica para a codificação e a recuperação da informação.

Essa organização alterou a forma como os conceitos foram apresentados aos estudantes. Na proposta elaborada, a necessidade de resolver um problema relacionado à proteção de mensagens conduziu naturalmente ao estudo das propriedades matemáticas envolvidas. Assim, a multiplicação de matrizes deixou de representar apenas um procedimento algébrico para assumir a função de transformar a mensagem em um texto

criptografado. De maneira semelhante, o determinante passou a indicar a viabilidade da matriz-chave, enquanto a matriz inversa tornou-se condição indispensável para a descriptografia. Ao atribuir significado a essas operações, a atividade rompe com uma abordagem centrada na repetição de cálculos e favorece a compreensão das relações existentes entre os diferentes conteúdos.

Análises semelhantes foram apresentados por Barbosa e Cornelissen (2017), ao destacarem que a Cifra de Hill favorece o ensino de matrizes por integrar conceitos de Álgebra Linear em uma situação de aplicação. Na proposta analisada, entretanto, essa integração mostrou-se mais ampla, uma vez que a criptografia permaneceu presente durante toda a sequência didática e orientou a construção dos conceitos desde a problematização inicial até a etapa de decodificação das mensagens. Dessa forma, a aplicação não aparece como um complemento ao conteúdo já estudado, mas como o próprio contexto em que a aprendizagem se desenvolve.

Outro aspecto observado refere-se ao papel desempenhado pelos erros durante a elaboração da atividade. Em situações nas quais a matriz escolhida não possuía inversa no módulo 26, a impossibilidade de recuperar a mensagem levou à discussão das propriedades necessárias para o funcionamento do algoritmo. Nessas circunstâncias, o erro deixou de ser entendido apenas como um resultado incorreto e passou a constituir um elemento de investigação matemática. Em vez de simplesmente corrigir o procedimento, a proposta incentivou a análise das causas do problema e das condições que tornam possível a existência da matriz inversa, favorecendo uma compreensão mais consistente do conteúdo.

Essa característica aproxima-se da perspectiva defendida por Skovsmose (2000), segundo a qual atividades organizadas em cenários para investigação estimulam a formulação de hipóteses, a análise de resultados e a construção de argumentos matemáticos. Embora a proposta não tenha sido estruturada como uma atividade de modelagem matemática em sentido estrito, a utilização da criptografia criou um ambiente em que os estudantes precisavam interpretar informações, testar possibilidades e justificar suas decisões com base nas propriedades das matrizes. O foco da aprendizagem deixou de estar concentrado exclusivamente na obtenção da resposta correta e passou a envolver a compreensão dos processos que conduzem a esse resultado.

Outro elemento que merece destaque é a aproximação entre a Matemática escolar e temas presentes no cotidiano. A segurança da informação faz parte da realidade dos estudantes por meio de aplicativos bancários, plataformas digitais e sistemas de comunicação, ainda que os mecanismos matemáticos responsáveis por essa proteção permaneçam pouco

conhecidos. Ao explorar um método clássico de criptografia, a proposta permitiu discutir como conceitos estudados em sala de aula podem estar relacionados ao funcionamento de tecnologias amplamente utilizadas na sociedade. Essa conexão reforça uma das finalidades atribuídas ao ensino de Matemática pela Base Nacional Comum Curricular, que propõe a utilização dos conhecimentos matemáticos para compreender fenômenos científicos e tecnológicos (BRASIL, 2018).

As investigações indicam, portanto, que o potencial didático da Cifra de Hill não está relacionado à sua eficiência como sistema criptográfico, uma vez que esse método foi superado por algoritmos mais robustos, mas à possibilidade de transformar conteúdos abstratos em objetos de investigação. Ao reunir diferentes conceitos da Álgebra Linear em uma mesma atividade e inseri-los em um contexto significativo, a proposta favoreceu uma abordagem mais integrada do conteúdo, aproximando teoria e aplicação sem perder o rigor matemático. Essa característica demonstra que a criptografia pode constituir um recurso pedagógico relevante para o Ensino Médio, especialmente quando associada a estratégias que estimulem a participação ativa dos estudantes e a construção de relações entre os conceitos trabalhados.

7.3 Análise interpretativa da planilha eletrônica desenvolvida

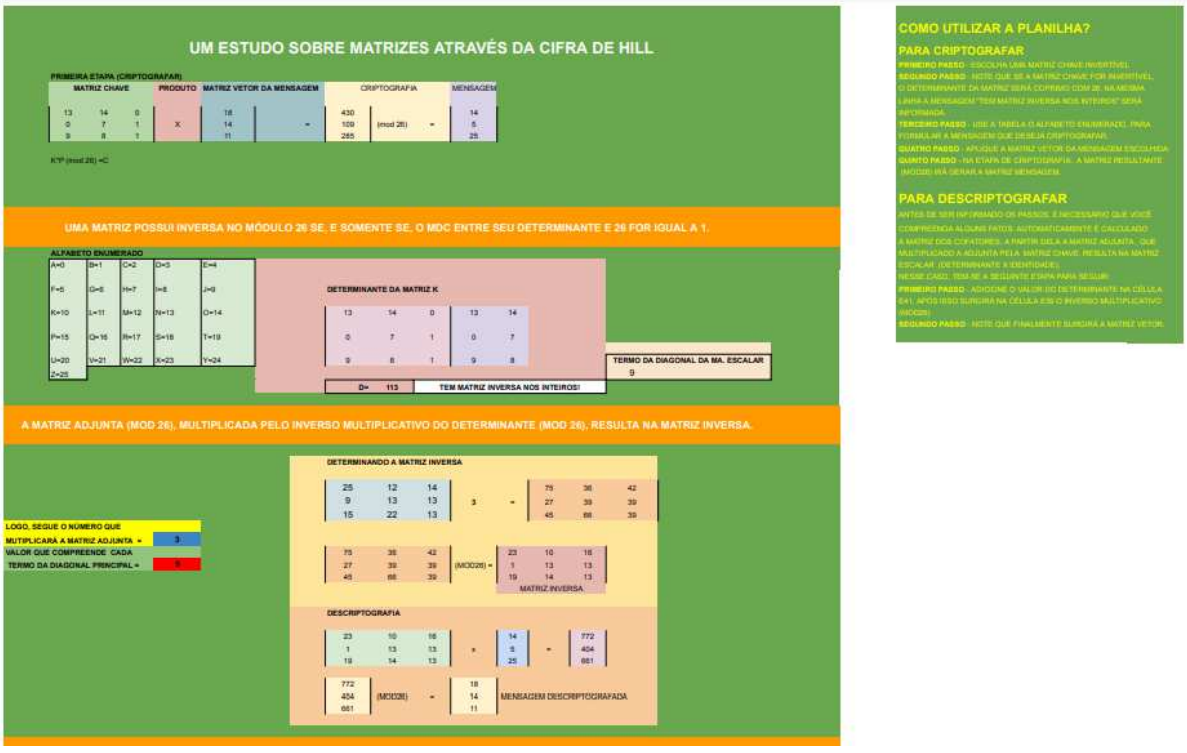
A planilha eletrônica desenvolvida no Microsoft Excel compreender o principal produto educacional desta pesquisa e representa a materialização da proposta didática elaborada para o ensino da Cifra de Hill. Sua construção foi orientada pela necessidade de tornar explícitas as relações matemáticas envolvidas no processo de criptografia, permitindo que conceitos frequentemente abordados de maneira isolada, como matrizes, determinantes, matrizes inversas e aritmética modular, fossem compreendidos de forma integrada. Diferentemente de softwares destinados à criptografia de dados, nos quais as operações internas permanecem ocultas ao usuário, a ferramenta elaborada neste trabalho foi concebida para fins educacionais, privilegiando a visualização das etapas do algoritmo e a compreensão dos procedimentos matemáticos que sustentam seu funcionamento.

Essa característica encontra respaldo nas orientações da Base Nacional Comum Curricular, ao defender que a utilização das tecnologias digitais deve favorecer a investigação, a resolução de problemas e a construção de conhecimentos, e não apenas a execução

automatizada de tarefas (BRASIL, 2018). Sob essa perspectiva, a planilha não assume o papel de substituir o raciocínio matemático do estudante, mas de criar condições para que as diferentes etapas da Cifra de Hill possam ser analisadas de maneira articulada, favorecendo a compreensão das relações existentes entre os conteúdos da Álgebra Linear.

Além disso, a elaboração da ferramenta dialoga com as discussões de Borba, Silva e Gadanidis (2022), que destacam o potencial das Tecnologias Digitais na Educação Matemática quando utilizadas para ampliar formas de representação e promover processos investigativos. Nesse contexto, o Excel deixa de funcionar apenas como um ambiente para realização de cálculos e passa a constituir um espaço de exploração matemática, no qual as transformações realizadas sobre a mensagem podem ser observadas e interpretadas ao longo de todo o algoritmo.

Figura 1 – Interface geral da planilha eletrônica desenvolvida



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

A Figura 1 apresenta a interface geral da planilha eletrônica desenvolvida como produto desta pesquisa. Sua organização não foi definida apenas com o propósito de facilitar a utilização do recurso, mas principalmente para evidenciar a sequência lógica do algoritmo da Cifra de Hill, permitindo que todas as operações matemáticas permaneçam acessíveis ao usuário durante o desenvolvimento da atividade. Diferentemente de aplicações computacionais voltadas exclusivamente à criptografia, nas quais o processamento ocorre de forma automática e pouco transparente, a ferramenta proposta foi estruturada para tornar

explícitas as relações existentes entre os diferentes conceitos da Álgebra Linear empregados no processo de codificação e decodificação de mensagens.

Essa escolha está alinhada às orientações da Base Nacional Comum Curricular, que atribui às tecnologias digitais um papel que ultrapassa a simples execução de procedimentos, defendendo sua utilização como instrumentos capazes de favorecer a investigação, a resolução de problemas e a construção de conhecimentos matemáticos em contextos significativos (BRASIL, 2018). Sob essa perspectiva, a planilha deixa de representar apenas um ambiente computacional para assumir a função de recurso didático, no qual a tecnologia atua como mediadora da compreensão conceitual.

Ao observar a organização da interface, percebe-se que o algoritmo foi dividido em etapas sucessivas, preservando a lógica de funcionamento da Cifra de Hill. Essa estrutura permite acompanhar o percurso completo da informação, desde a definição da matriz-chave até a obtenção da mensagem descriptografada, evidenciando que cada procedimento executado constitui condição para a realização da etapa seguinte. Essa característica contribui para reduzir uma dificuldade frequentemente encontrada no ensino da Álgebra Linear, marcada pela apresentação fragmentada de conteúdos como multiplicação de matrizes, determinantes e matrizes inversas. Em muitos materiais didáticos, esses conceitos são estudados separadamente, dificultando que o estudante compreenda as relações existentes entre eles. Na planilha desenvolvida, ao contrário, todos esses elementos passam a integrar um mesmo processo matemático, permitindo que cada conceito seja interpretado a partir de sua função dentro do algoritmo criptográfico.

Essa forma de organização aproxima-se da concepção apresentada por Borba, Silva e Gadanidis (2022), ao defenderem que as Tecnologias Digitais podem reorganizar as formas de produção do conhecimento matemático quando favorecem a exploração, a visualização e a articulação entre diferentes representações. Nesse sentido, a planilha não substitui a resolução matemática nem elimina a necessidade de compreender os conceitos envolvidos. Sua principal contribuição consiste em explicitar relações que frequentemente permanecem implícitas durante a realização manual dos cálculos, permitindo que o estudante acompanhe simultaneamente as operações executadas e os efeitos produzidos por cada uma delas.

Outro aspecto analisado diz respeito à organização visual da ferramenta, considerando sua influência na forma como as informações são apresentadas e na compreensão das etapas do algoritmo criptográfico pelos estudantes. A utilização de blocos distintos, associados à disposição sequencial das informações, favorece a leitura do algoritmo e permite identificar com maior clareza a função desempenhada por cada etapa. Embora a escolha das cores possua

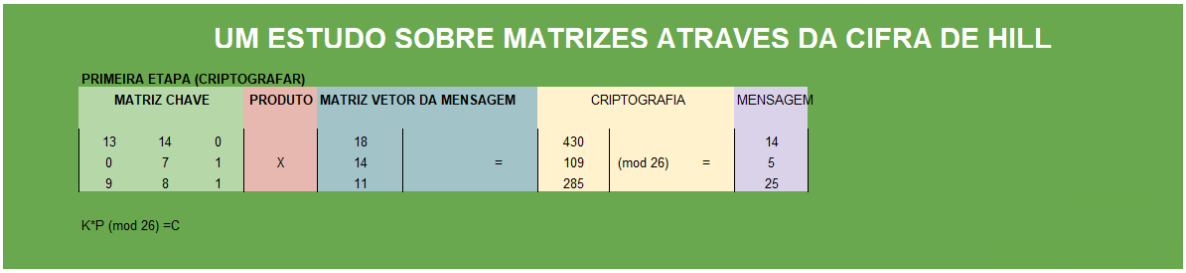
inicialmente um caráter organizacional, ela também contribui para orientar o percurso de resolução da atividade, reduzindo a dispersão das informações e facilitando a identificação das conexões existentes entre os procedimentos matemáticos.

Essa organização da interface encontra respaldo nas discussões de Valente (1999), ao afirmar que o potencial pedagógico do computador está diretamente relacionado à maneira como o recurso é integrado ao processo de construção do conhecimento. Para o autor, a tecnologia adquire significado educacional quando possibilita ao estudante compreender os processos envolvidos na resolução de um problema, e não apenas obter respostas de forma automatizada.

Sob essa perspectiva, observa-se que a interface apresentada na Figura 1 estabelece a base estrutural sobre a qual toda a proposta didática foi construída. Antes mesmo da realização dos cálculos, a planilha evidencia que a criptografia depende da articulação entre diferentes conceitos matemáticos e que cada um deles desempenha uma função específica dentro do algoritmo. Assim, o estudante é conduzido a compreender a Cifra de Hill não apenas como uma aplicação tecnológica, mas como um contexto capaz de atribuir significado ao estudo das matrizes e de suas propriedades algébricas.

Entretanto, a contribuição da ferramenta torna-se ainda mais evidente quando o algoritmo passa a ser executado. A organização apresentada na interface constitui apenas o ponto de partida para um processo no qual a informação deixa de ser representada exclusivamente por caracteres e passa a assumir uma representação numérica, possibilitando a aplicação das operações matriciais. É justamente essa transformação que inaugura a etapa de codificação da mensagem e estabelece a ligação entre linguagem natural e linguagem matemática. A análise dessa transição, apresentada na Figura 2, permite compreender como a planilha evidencia o papel da multiplicação matricial na construção da mensagem criptografada, aprofundando a relação entre o contexto da criptografia e os conteúdos de Álgebra Linear explorados nesta pesquisa.

Figura 2 – Processo de codificação da mensagem na planilha eletrônica



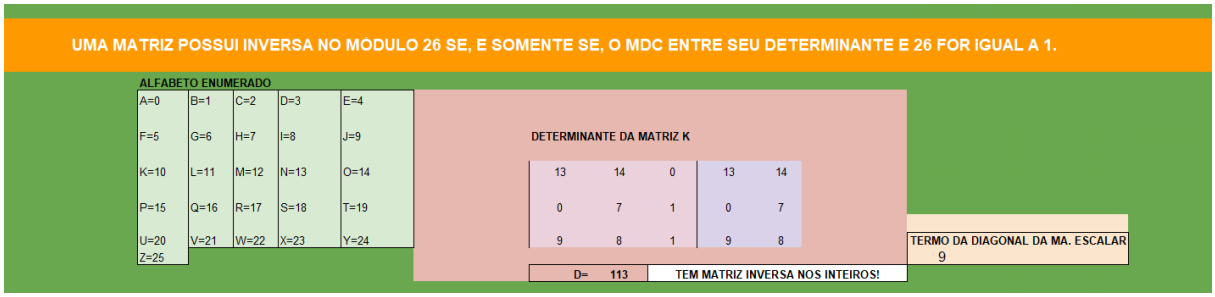
Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

AFigura 2 evidencia a etapa em que a mensagem é convertida em uma representação matemática por meio da Cifra de Hill. Inicialmente, os caracteres são associados a valores numéricos e organizados em um vetor, que posteriormente é multiplicado pela matriz-chave. Após a aplicação da operação módulo 26, obtém-se a mensagem criptografada, demonstrando que a codificação resulta de uma sequência de operações matriciais logicamente encadeadas. Nesse contexto, a multiplicação de matrizes deixa de representar apenas um procedimento algébrico e passa a desempenhar uma função concreta dentro do algoritmo criptográfico. Essa abordagem está em consonância com a Base Nacional Comum Curricular, que recomenda o desenvolvimento de situações de aprendizagem capazes de articular diferentes representações matemáticas e aplicações contextualizadas (BRASIL, 2018).

A planilha eletrônica contribui para essa compreensão ao tornar visíveis todas as etapas da transformação da mensagem. Diferentemente de aplicações que ocultam os cálculos realizados, o recurso desenvolvido permite acompanhar simultaneamente a matriz-chave, o vetor da mensagem, o produto matricial e o resultado obtido após a redução módulo 26. Essa organização favorece a interpretação das relações entre os conceitos envolvidos e desloca o foco da atividade da simples execução dos cálculos para a compreensão do processo matemático. Resultados semelhantes são apresentados por Borba e Trevisan (2014), ao destacarem que o uso de recursos tecnológicos no ensino de matrizes amplia as possibilidades de exploração conceitual, enquanto Duarte (2024) evidencia que o uso do Microsoft Excel na resolução de sistemas lineares possibilita a automação dos procedimentos algébricos e favorece a visualização das etapas operacionais, contribuindo para a compreensão conceitual dos estudantes.

Embora a codificação represente uma etapa fundamental do algoritmo, a mensagem criptografada somente poderá ser recuperada se a matriz-chave admitir inversa no sistema modular adotado. Dessa forma, a análise ultrapassa a multiplicação matricial e conduz naturalmente à investigação das propriedades da matriz utilizada, especialmente do determinante, responsável por definir a existência da matriz inversa. Assim, a Figura 3 aprofunda essa discussão ao evidenciar que o determinante deixa de ser apenas um conteúdo da Álgebra Linear e passa a constituir um elemento indispensável para o funcionamento da Cifra de Hill.

Figura 3 – Verificação do determinante da matriz-chave e condição para existência da matriz inversa



Fonte: Elaborado pelo autor (2026).

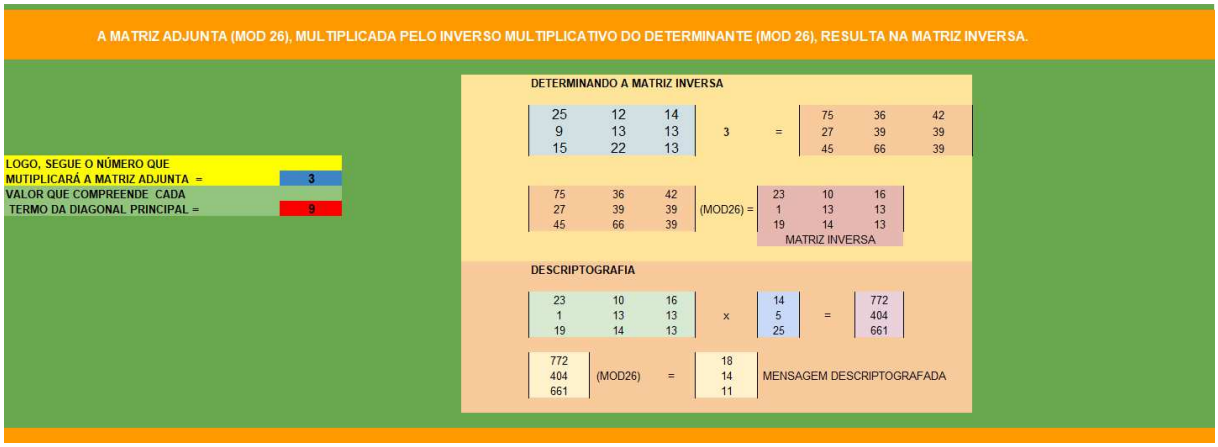
A Figura 3 apresenta uma etapa indispensável para o funcionamento da Cifra de Hill. Após a codificação da mensagem, torna-se necessário verificar se a matriz-chave utilizada admite inversa no sistema módulo 26. Para isso, a planilha calcula automaticamente o determinante da matriz e verifica se o máximo divisor comum entre esse valor e 26 é igual a 1, condição necessária para a existência do inverso multiplicativo do determinante. Nesse contexto, o determinante deixa de ser apenas um procedimento algébrico e passa a exercer uma função essencial dentro do algoritmo criptográfico, definindo se a mensagem poderá ou não ser recuperada posteriormente. Tal abordagem atribui significado a um conteúdo frequentemente apresentado de forma descontextualizada no ensino da Álgebra Linear.

Do ponto de vista matemático, essa condição amplia a compreensão tradicional sobre matrizes inversas. Enquanto na Álgebra Linear clássica uma matriz é inversível quando seu determinante é diferente de zero (Lay; Lay; McDonald, 2021; Anton; Rorres, 2012), na Cifra de Hill a análise ocorre no conjunto dos inteiros módulo 26, exigindo que o determinante seja coprimo com 26 para que exista seu inverso multiplicativo. A planilha torna essa propriedade imediatamente visível ao indicar se a matriz pode ou não ser utilizada como chave criptográfica, permitindo que o estudante associe um conceito abstrato da teoria das matrizes a uma aplicação concreta. Sob essa perspectiva, o recurso tecnológico favorece a interpretação das propriedades matemáticas envolvidas, deslocando o foco da execução mecânica dos cálculos para a compreensão de seus significados, conforme discutem Borba, Silva e Gadanidis (2022) e Borba e Trevisan (2014).

A análise dessa etapa evidencia que a segurança e a reversibilidade da Cifra de Hill dependem diretamente das propriedades algébricas da matriz escolhida. A possibilidade de verificar imediatamente a invertibilidade da matriz permite compreender que a criptografia não se resume à multiplicação matricial apresentada anteriormente, mas envolve uma sequência de condições matemáticas interdependentes. Confirmada a existência da matriz inversa, o algoritmo pode prosseguir para a etapa de descriptografia, na qual será demonstrado

como essa matriz é utilizada para recuperar a mensagem original, concluindo o ciclo de funcionamento da Cifra de Hill, conforme apresentado na Figura 4.

Figura 4 – Determinação da matriz inversa e processo de descriptografia da mensagem



Fonte: Elaborado pelo autor.

A Figura 4 evidencia a etapa conclusiva da Cifra de Hill, na qual a matriz inversa é construída e aplicada à mensagem criptografada para recuperar o texto original. Observa-se que a descriptografia somente é possível porque, na etapa anterior, apresentada na Figura 3, foi verificado que o determinante da matriz-chave admite inverso multiplicativo no módulo 26. A planilha explicita esse encadeamento ao apresentar o cálculo da matriz adjunta, sua multiplicação pelo inverso do determinante e a obtenção da matriz inversa, culminando na reconstrução da mensagem inicial. Dessa forma, o estudante percebe que a matriz inversa não constitui apenas um conteúdo formal da Álgebra Linear, mas um elemento indispensável para garantir a reversibilidade da transformação matricial. Essa interpretação reforça o significado matemático das operações realizadas e evidencia a interdependência entre matrizes, determinantes, matrizes inversas e aritmética modular.

Sob a perspectiva didática, a visualização sequencial dessas operações favorece uma compreensão mais ampla do algoritmo, pois permite acompanhar cada transformação em vez de apenas observar o resultado final. Ao tornar explícitas todas as etapas do processo, a planilha desloca o foco da execução mecânica dos cálculos para a análise das relações matemáticas envolvidas, estimulando uma postura investigativa diante do problema. Esse resultado converge com Borba e Trevisan (2014), que defendem o uso de recursos tecnológicos para ampliar a exploração conceitual de matrizes e reduzir a centralidade dos cálculos repetitivos, e também com Castro e Arruda (2024), cujos resultados indicam que tecnologias digitais favorecem uma aprendizagem mais significativa ao possibilitar a visualização e a interpretação dos conceitos matemáticos em situações contextualizadas.

A recuperação da mensagem original confirma, portanto, que todas as etapas anteriormente analisadas constituem partes de um único sistema matemático. A codificação apresentada na Figura 2, a verificação da invertibilidade discutida na Figura 3 e a obtenção da matriz inversa analisada na Figura 4 demonstram que os conteúdos de Álgebra Linear deixam de ser estudados de forma fragmentada e passam a integrar um processo lógico e funcional. Nesse sentido, a planilha desenvolvida atende ao objetivo desta pesquisa ao articular criptografia, tecnologia e Matemática em uma mesma proposta didática, oferecendo um recurso que favorece a compreensão conceitual e evidencia aplicações concretas dos conteúdos estudados no Ensino Médio.

As discussões desenvolvidas ao longo deste capítulo mostram que os diferentes elementos analisados não atuam de forma isolada. A contextualização por meio da criptografia, a estrutura matemática da Cifra de Hill e a utilização da planilha eletrônica complementam-se ao longo da proposta, permitindo analisar suas contribuições sob diferentes perspectivas. Essa articulação reúne os principais aspectos discutidos neste capítulo e serve de base para as reflexões apresentadas nas considerações finais.

8. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O desenvolvimento desta pesquisa partiu da compreensão de que o ensino de conteúdos relacionados à Álgebra Linear, em especial matrizes, determinantes e matrizes inversas, ainda representa um desafio em muitas situações de aprendizagem. Frequentemente, esses conteúdos são apresentados de maneira excessivamente abstrata, dificultando que os estudantes estabeleçam relações entre os procedimentos matemáticos estudados e suas aplicações em contextos reais. Diante desse cenário, buscou-se investigar as possibilidades de utilização da Cifra de Hill, associada a uma planilha eletrônica desenvolvida no Microsoft Excel, como recurso didático para favorecer uma abordagem mais contextualizada desses conceitos.

A revisão bibliográfica permitiu evidenciar que a criptografia constitui um campo no qual diferentes conhecimentos matemáticos se articulam de maneira natural. Embora a Cifra de Hill não seja empregada nos sistemas contemporâneos de segurança da informação, sua estrutura matemática reúne elementos compatíveis com os conteúdos previstos para o Ensino Médio, tornando-se uma alternativa viável para aproximar a Álgebra Linear de uma aplicação

concreta. Essa característica justificou sua escolha como eixo central da proposta elaborada neste trabalho.

A proposta desenvolvida nesta pesquisa foi estruturada em etapas articuladas, de modo que a utilização da criptografia possibilitasse reorganizar a apresentação dos conteúdos matemáticos. Em vez de estudar matrizes, determinantes e matrizes inversas como tópicos independentes, a proposta permite que esses conceitos sejam desenvolvidos em torno de um mesmo problema, estabelecendo relações entre teoria e aplicação desde o início da atividade. Ao longo da análise realizada, observou-se que essa organização favorece uma abordagem mais integrada da Álgebra Linear, atribuindo significado às operações matemáticas e evidenciando a função desempenhada por cada conceito dentro do processo de codificação e decodificação de mensagens.

A planilha eletrônica desenvolvida para a pesquisa complementa essa proposta ao possibilitar a visualização das etapas envolvidas no algoritmo da Cifra de Hill. Diferentemente de um recurso destinado apenas à automatização dos cálculos, a ferramenta foi concebida para tornar explícitas as transformações realizadas durante o processo criptográfico, permitindo acompanhar a conversão de letras em valores numéricos, as operações matriciais, a aplicação da aritmética modular e a recuperação da mensagem original. Sob essa perspectiva, o uso do Excel amplia as possibilidades de exploração dos conceitos matemáticos e favorece discussões que dificilmente seriam desenvolvidas apenas por meio de cálculos realizados manualmente.

Os resultados da análise indicam que a articulação entre criptografia, Cifra de Hill e tecnologia digital constitui uma estratégia coerente com os objetivos propostos para esta pesquisa. A contextualização proporcionada pela proteção de informações aproxima os conteúdos matemáticos de uma temática presente no cotidiano, enquanto a estrutura da cifra favorece a integração entre diferentes conceitos da Álgebra Linear. A utilização da planilha eletrônica, por sua vez, contribui para tornar o processo mais acessível, permitindo que a atenção dos estudantes se concentre na compreensão das relações matemáticas envolvidas e não apenas na execução dos procedimentos algorítmicos.

Entretanto, é importante reconhecer as limitações deste estudo. A pesquisa possui natureza bibliográfica e concentrou-se na elaboração e análise da proposta didática, não contemplando sua aplicação em turmas do Ensino Médio. Dessa forma, as potencialidades identificadas fundamentam-se na literatura especializada e na análise do material produzido, não sendo possível realizar afirmações sobre seus impactos na aprendizagem dos estudantes.

Essa limitação, contudo, não reduz a contribuição da pesquisa, mas evidencia a necessidade de investigações posteriores que permitam avaliar a proposta em contextos reais de ensino.

Nesse sentido, sugere-se que trabalhos futuros promovam a aplicação da sequência didática em escolas de Educação Básica, investigando aspectos relacionados à aprendizagem dos estudantes, à percepção dos professores e às possibilidades de aperfeiçoamento da planilha eletrônica desenvolvida. Também podem ser exploradas adaptações da proposta para outros conteúdos matemáticos ou para diferentes recursos computacionais, ampliando as possibilidades de integração entre Matemática, tecnologia e segurança da informação.

Por fim, considera-se que os objetivos estabelecidos para esta pesquisa foram alcançados, uma vez que foi possível investigar os fundamentos matemáticos da Cifra de Hill, analisar sua relação com os conteúdos de Álgebra Linear, desenvolver uma planilha eletrônica para simulação dos processos de codificação e decodificação e elaborar uma proposta didática voltada ao Ensino Médio. A análise realizada permitiu evidenciar que a utilização da criptografia, quando articulada a recursos tecnológicos e organizada em uma sequência didática coerente, constitui uma alternativa promissora para o ensino de matrizes, determinantes e matrizes inversas, contribuindo para aproximar a Matemática escolar de aplicações presentes na sociedade contemporânea e reforçando seu papel na formação crítica e científica dos estudantes.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, Lourdes Maria Werle de; SILVA, Karina Pessoa da; VERTUAN, Rodolfo Eduardo. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. São Paulo: Contexto, 2012.

ANTON, Howard; RORRES, Chris. **Álgebra linear com aplicações**. 10. ed. Porto Alegre: Bookman, 2012.

AZEVEDO, Greiton Toledo de; MALTEMPI, Marcus Vinicius. **Processo de Aprendizagem de Matemática à luz das Metodologias Ativas e do Pensamento Computacional**. Ciência & Educação, Bauru, v. 26, e20061, 2020. DOI: 10.1590/1516-731320200061.

BARBOSA, Lucas Diego Antunes; CORNELISSEN, Mariana Garabini. **Cifra de Hill: uma aplicação ao estudo de matrizes**. Revista Ciências Exatas e Naturais, Guarapuava, v. 19, n. 2, p. 152-167, jul./dez. 2017. DOI: 10.5935/RECEN.2017.02.03.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Modelagem matemática: teoria e prática**. São Paulo: Contexto, 2015.

BIEMBENGUT, Maria Salett; HEIN, Nelson.**Modelagem matemática no ensino**. 5. ed. São Paulo: Contexto, 2024. 127 p. ISBN 978-85-7244-136-0.

BOLDRINI, José Luiz; COSTA, Sueli Irene Rodrigues; FIGUEIREDO, Vera Lúcia Xavier; WETZLER JUNIOR, Henry George. **Álgebra linear**. 3. ed.ampl. e rev. São Paulo: Harbra, 1986.

BORBA, Marcelo de Carvalho; SILVA, Ricardo Scucuglia Rodrigues da; GADANIDIS, George. **Fases das Tecnologias Digitais em Educação Matemática: sala de aula e internet em movimento**. 4. ed. Belo Horizonte: Autêntica, 2022.

BORBA, Elizandro Max; TREVISAN, Vilmar. **Uma proposta para o ensino de matrizes com o apoio de tecnologia**. 2014.

BRASIL. **Lei nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996.** Estabelece as diretrizes e bases da educação nacional. Diário Oficial da União: seção 1, Brasília, DF, 23 dez. 1996.

BRASIL. Ministério da Educação. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018.

BRASIL. **Lei nº 14.533, de 11 de janeiro de 2023**. Institui a Política Nacional de Educação Digital (PNED) e altera as Leis nº 9.394, de 20 de dezembro de 1996, nº 9.448, de 14 de março de 1997, nº 10.260, de 12 de julho de 2001, e nº 10.753, de 30 de outubro de 2003. Brasília, DF: Presidência da República, 2023. Disponível em: https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/_ato2023-2026/2023/lei/l14533.htm. Acesso em: 30 jun. 2026.

CASTRO, Adriane do Socorro Pires; ARRUDA, Suellen Cristina Queiroz. **O uso do GeoGebra na resolução de problemas para o ensino de matrizes.**

Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 13, n. 32, p. 1–24, 2024. https://doi.org/10.33871/rpem.2024.13.32.9369

CUNHA, Marcia Borin da; OMACHI, NathalieAkie; RITTER, Olga Maria Schmidt; NASCIMENTO, Jéssica Engel do; MARQUES, Glessyan de Quadros; LIMA, Fernanda Oliveira. **Metodologias ativas: em busca de uma caracterização e definição**. Educação em Revista, Belo Horizonte, v. 40, e39442, 2024. DOI: 10.1590/0102-469839442.

DUARTE, Eduardo Félix Pita. **Uso do Excel na Matemática: uma proposta de planilha para resolução de sistemas lineares com 3 incógnitas**. INTERMATHS, 2024.

FERREIRA, Sávio dos Reis; ARRUDA, Suellen Cristina Queiroz. **A criptografia no ensino de matrizes na Educação Básica.**REMATEC – Revista de Matemática, Ensino e Cultura, v. 18, n. 43, p. e2023034, 2023. https://doi.org/10.37084/REMATEC.1980-3141.2023.n43.pe2023034.id516. Disponível em: https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/516. Acesso em: 01 jul. 2026.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e técnicas de pesquisa social**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

HILL, Lester S. **Cryptography in an Algebraic Alphabet**. The American Mathematical Monthly, v. 36, n. 6, p. 306-312, 1929.DOI: 10.2307/2298294.

KRANZ, Bárbara Elisa; OLGIN, Clarissa de Assis. **Uma abordagem com o tema criptografia no currículo de Matemática**. Perspectivas da Educação Matemática, Campo Grande, v. 15, n. 40, p. 1-20, 2022. DOI: 10.46312/pem.v15i40.16548.

LAKATOS, Eva Maria; MARCONI, Marina de Andrade. **Fundamentos de metodologia científica**. 9. ed. São Paulo: Atlas, 2021.

LAY, David C.; LAY, Steven R.; McDONALD, Judi J. **Álgebra linear e suas aplicações**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2021.

MAGNUS, Maria Carolina Machado. **A modelagem torna o ensino e a aprendizagem de Matemática significativos: descontinuidades históricas**. Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 37, n. 75, p. 194-217, 2023. DOI: 10.1590/1980-4415v37n75a10.

McANDREW, Alasdair. **Using the Hill Cipher to Teach Cryptographic Principles**.International Journal of Mathematical Education in Science and Technology, Abingdon, v. 39, n. 7, p. 967-979, 2008.DOI: 10.1080/00207390802054508.

MORAN, José. **Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda**. In: BACICH, Lilian; MORAN, José (org.). **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 35-76.

MOREIRA, Marco Antonio; MASINI, Elcie Aparecida Fortes Salzano. **Aprendizagem significativa: a teoria de David Ausubel**. São Paulo: Centauro, 2009.

PINTO, Neuza Bertoni. **BNCC e o ensino de Matemática: em busca de um currículo inovador**. Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 31, n. 59, p. 1045-1060, 2017. DOI: 10.1590/1980-4415v31n59a11.

SOUZA, Victor Emanoel da Silva. **Ferramenta Didática para o Ensino de Matrizes**. 2026. Planilha eletrônica. Disponível em: https://docs.google.com/spreadsheets/d/175vo0dxs__iyCcnpPEmwuUH8CZoluSHl/edit?usp=sharing&ouid=109382251362739853081&rtpof=true&sd=true

Acesso em: 22 jul. 2026.

SHANNON, Claude E. **Communication Theory of Secrecy Systems**. Bell System Technical Journal, v. 28, n. 4, p. 656-715, 1949. DOI: 10.1002/j.1538-7305.1949.tb00928.x.

SKOVSMOSE, Ole. **Cenários para investigação**. Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 13, n. 14, p. 66-91, 2000. Disponível em: https://www.periodicos.rc.biblioteca.unesp.br/index.php/bolema/article/view/10635. Acesso em: 30 jun. 2026.

VECCHIA, Rodrigo Dalla; MALTEMPI, Marcus Vinicius. **Modelagem Matemática e Tecnologias Digitais: possibilidades para a Educação Matemática**. Bolema – Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, v. 26, n. 44, p. 965-995, 2012. DOI: 10.1590/S0103-636X2012000300006.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
Campus Cajazeiras - Código INEP: 25008978
Rua José Antônio da Silva, 300, Jardim Oásis, CEP 58.900-000, Cajazeiras (PB)
CNPJ: 10.783.898/0005-07 - Telefone: (83) 3532-4100

Documento Digitalizado Restrito

Trabalho de conclusão de curso

Assunto:	Trabalho de conclusão de curso
Assinado por:	Victor Souza
Tipo do Documento:	Anexo
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Restrito
Hipótese Legal:	Direito Autoral (Art. 24, III, da Lei no 9.610/1998)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- **Victor Emanoel da Silva Souza**, **DISCENTE (202122020023) DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - CAJAZEIRAS**, em 24/07/2026 14:18:29.

Este documento foi armazenado no SUAP em 24/07/2026. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 1924611
Código de Autenticação: 8023fffe82