



**INSTITUTO
FEDERAL**

Paraíba

Campus
Cajazeiras

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CAMPUS CAJAZEIRAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

ANTONIO CARLOS DE BRITO

**BARRAS DE NAPIER COMO FERRAMENTA NO
ENSINO E APRENDIZAGEM DAS OPERAÇÕES MATEMÁTICAS**

**CAJAZEIRAS – PB
2026**

ANTONIO CARLOS DE BRITO

**BARRAS DE NAPIER COMO FERRAMENTA
NO ENSINO E APRENDIZAGEM DAS OPERAÇÕES MATEMÁTICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Licenciatura em Matemática, do
Instituto Federal da Paraíba – Campus
Cajazeiras, em cumprimento às exigências
parciais para a obtenção do título de
Licenciado em Matemática.

ORIENTADOR: Prof. Me. Francisco Aureliano
Vidal

**CAJAZEIRAS – PB
2026**

ANTONIO CARLOS DE BRITO

**BARRAS DE NAPIER COMO FERRAMENTA
NO ENSINO E APRENDIZAGEM DAS OPERAÇÕES MATEMÁTICAS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
ao Curso de Licenciatura em Matemática, do
Instituto Federal da Paraíba – Campus
Cajazeiras, em cumprimento às exigências
parciais para a obtenção do título de
Licenciado em Matemática.

Data da aprovação: 17 / 08 / 2026

Banca Examinadora



Documento assinado digitalmente
FRANCISCO AURELIANO VIDAL
Data: 24/08/2026 14:47:24-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

**Prof. Me. Francisco Aureliano Vidal
Orientador (IFPB)**



Documento assinado digitalmente
GERALDO HERBETET DE LACERDA
Data: 24/08/2026 11:05:04-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

**Prof. Me. Geraldo Herbetet de Lacerda
Examinador (IFPB)**



Documento assinado digitalmente
RHEYO RICHARD DIAS DE ALMEIDA
Data: 24/08/2026 11:55:59-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

**Prof. Me. Rheyo Richard Dias de Almeida
Examinador (IFPB)**

IFSertãoPB / Campus Cajazeiras
Coordenação de Biblioteca
Biblioteca Prof. Ribamar da Silva

Catálogo na fonte: Cicero Luciano Félix CRB-15/750

B862b Brito, Antonio Carlos de.
Barras de napier como ferramenta no ensino e aprendizagem das
operações matemáticas / Antonio Carlos de Brito.– 2026.

33f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) -
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Sertão
Paraibano, Cajazeiras, 2026.

Orientador(a): Prof. Me. Francisco Aureliano Vidal.

1. Ensino de matemática. 2. Didática. 3. Cálculo. 4. Multiplicação
e divisão. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do
Sertão Paraibano. II. Título.

IFSertão
PB/CZ

CDU: 51(043.2)

À Deus. À meus pais e familiares, por todo apoio e carinho!

Dedico!

AGRADECIMENTOS

A Deus pela sabedoria, por ter me dado força e sabedoria em momentos de fragilidade.

Ao meu orientador, Prof. Me. Francisco Aureliano Vidal, pela disponibilidade em me orientar neste trabalho.

Aos professores do curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba - IFPB, Campus Cajazeiras pelos conhecimentos ensinados.

Percebendo que não há nada mais trabalhoso na prática da matemática, nem que mais prejudique e atrapalhe os calculadores, do que as multiplicações, as divisões, as extrações do quadrado e do cubo dos números muito grandes... comecei a considerar em minha mente através de que tipo de arte certa e rápida poderia remover essas dificuldades.

John Napier

RESUMO

As Barras de Napier apresentam-se como instrumento histórico, visual e manipulável destinado ao ensino e à aprendizagem das operações matemáticas de multiplicação e divisão. O estudo parte da seguinte problemática: de que maneira as Barras de Napier, enquanto instrumento manipulativo, contribuem para o ensino e a aprendizagem dessas operações? O objetivo geral consiste em compreender o uso desse recurso como ferramenta visual e manipulável no desenvolvimento dos conhecimentos matemáticos envolvidos. Metodologicamente, caracteriza-se como uma pesquisa bibliográfica, de abordagem qualitativa e natureza teórico-reflexiva, fundamentada na História da Matemática, na Didática da Matemática e, nas contribuições de Régine Douady acerca da Teoria da Mudança de Quadros e na Dialética Ferramenta-Objeto. A investigação histórica possibilitou identificar a origem, a organização e a finalidade das Barras de Napier, concebidas para facilitar a realização de cálculos. Com base no referencial teórico adotado, a análise desenvolvida nesta pesquisa indica que as Barras de Napier podem favorecer a mobilização dos quadros instrumental, visual e numérico, favorecendo a articulação entre a manipulação das hastes, a visualização dos produtos e a compreensão das relações numéricas. Compreende-se também que as barras podem assumir a função de ferramenta na resolução das operações e contribuir para a explicitação de conceitos como valor posicional, composição e decomposição numérica, produtos parciais, adição, subtração e propriedade distributiva. Na multiplicação, a organização dos algarismos pelas diagonais permite visualizar a formação dos produtos, enquanto, na divisão, a disposição dos múltiplos evidencia as relações entre dividendo, divisor e quociente. Conclui-se, no âmbito teórico, que as Barras de Napier podem contribuir para o ensino e a aprendizagem ao proporcionar uma representação manipulável, visual e organizada dos cálculos. Entretanto, por não terem sido realizadas intervenções em sala de aula, os resultados referem-se às potencialidades didáticas identificadas na literatura e na análise do instrumento.

Palavras-chave: Barras de Napier; ensino de Matemática; multiplicação e divisão; Didática da Matemática; História da Matemática.

ABSTRACT

Napier's Bones are presented as a historical, visual, and manipulable instrument for the teaching and learning of the mathematical operations of multiplication and division. This study is guided by the following research question: how do Napier's Bones, as a manipulable instrument, contribute to the teaching and learning of these operations? The general objective is to understand the use of this resource as a visual and manipulable tool in the development of the mathematical knowledge involved. Methodologically, the study is characterized as bibliographic research with a qualitative approach and a theoretical-reflective orientation, grounded in the History of Mathematics, the Didactics of Mathematics, and Régine Douady's contributions concerning the Theory of Frame Change and the Tool-Object Dialectic. The historical investigation made it possible to identify the origin, organization, and purpose of Napier's Bones, which were conceived to facilitate calculations. Based on the theoretical framework adopted, the analysis indicates that Napier's Bones may support the mobilization of instrumental, visual, and numerical frames, thereby fostering connections among the manipulation of the rods, the visualization of products, and the understanding of numerical relationships. The analysis also indicates that the use of the rods may support the mobilization of mathematical knowledge as a tool for solving operations and contribute to making explicit concepts such as place value, numerical composition and decomposition, partial products, addition, subtraction, and the distributive property. In multiplication, the arrangement of digits along the diagonals makes it possible to visualize the formation of products, whereas, in division, the arrangement of multiples highlights the relationships among the dividend, divisor, and quotient. At the theoretical level, it is concluded that Napier's Bones may contribute to teaching and learning by providing a manipulable, visual, and organized representation of calculations. However, since no classroom interventions were conducted, the results refer to the didactic potential identified in the literature and through the analysis of the instrument.

Keywords: Napier's Bones; Mathematics teaching; multiplication and division; Didactics of Mathematics; History of Mathematics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - John Napier.....	15
Figura 2 - Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio.....	17
Figura 3 - Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio.....	18
Figura 4 - Rabdologiae, Seu Numerationis Por Virgulas.....	19
Figura 5 - Esquematização do processo da dialética ferramenta-objeto.....	26
Figura 6 - Representação das barras de Napier.....	29
Figura 7 - Representação da multiplicação.....	30
Figura 8 - Operação de multiplicação com as barras de Napier.....	31
Figura 9 - Decomposição decimal com as barras de Napier.....	32
Figura 10 - Multiplicação com dois dígitos.....	33
Figura 11 - Operação de divisão com as Barras de Napier.....	34
Figura 12 - Divisão com resto.....	35

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	12
2	JOHN NAPIER: TRAJETÓRIA E CONTRIBUIÇÕES COM A MATEMÁTICA	15
2.1	Vida e formação de John Napier.....	16
2.2	As principais obras.....	17
3	FUNDAMENTAÇÃO E METODOLOGIA.....	22
3.1	Surgimento da didática da Matemática como campo científico.....	22
3.2	As contribuições de Régine Douady.....	23
3.2.1	A teoria de mudança de quadros.....	23
3.2.2	A Dialética Ferramenta-objeto.....	25
3.3	Procedimentos metodológicos.....	27
4	AS BARRAS DE NAPIER E A MATEMÁTICA.....	29
4.1	As Barras de Napier como instrumento matemático.....	29
4.2	A multiplicação com as Barras de Napier.....	30
4.3	A divisão com as Barras de Napier.....	34
5	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	37
	REFERÊNCIAS.....	40

1 INTRODUÇÃO

Enquanto ser pensante, o ser humano buscou compreender os acontecimentos ao seu redor, o que o levou à realização de observações, experimentações e manipulações, conforme discutido por Andrey et al (2012). Nessa perspectiva, os bastões, também denominados Barras de Napier, constituem um recurso manipulativo histórico da Matemática que possibilita a articulação entre o objeto, entendido como instrumento, e os processos de ensino e aprendizagem, favorecendo a observação, a experimentação e a manipulação.

A História da Matemática apresenta-se como uma contextualização didática relevante, de acordo com Pereira e Saito (2018), ao propiciar o resgate de instrumentos históricos e contribuir para a compreensão dos conteúdos matemáticos abordados em sala de aula. As Barras de Napier, desenvolvidas no século XVII, representam um desses recursos históricos com expressivo potencial educativo para o ensino da Matemática.

A utilização de recursos concretos no ensino da Matemática tem se mostrado uma estratégia relevante para favorecer a compreensão dos conceitos matemáticos. Nesse contexto, as Barras de Napier possibilitam aos discentes visualizar, manipular e compreender, de forma prática, os processos envolvidos nas operações de multiplicação e divisão. O uso desse recurso em sala de aula contribui para o resgate da História da Matemática, além de evidenciar a relevância de inventos históricos que permanecem aplicáveis à educação contemporânea.

Estudos como os de Pereira e Saito (2018) discutem as relações entre instrumentos matemáticos, História da Matemática e ensino. Entretanto, observa-se a necessidade de ampliar as discussões acerca das potencialidades didáticas das Barras de Napier, especialmente sob a perspectiva da Didática da Matemática e das contribuições de Régine Douady, por meio da Teoria da Mudança de Quadros e da Dialética Ferramenta-Objeto.

Diante desse contexto, este trabalho busca investigar a seguinte problemática: de que maneira as Barras de Napier, enquanto instrumento manipulativo, contribuem para o ensino e a aprendizagem das operações matemáticas de multiplicação e divisão?

O objetivo geral deste trabalho consiste em compreender o uso das Barras de Napier como ferramenta visual e manipulável no ensino e na aprendizagem das operações matemáticas. Para alcançar esse propósito, foram definidos os seguintes objetivos específicos:

- Investigar a origem histórica das Barras de Napier;
- Analisar as potencialidades didáticas das Barras de Napier para o ensino e a aprendizagem das operações matemáticas a partir da Teoria da Mudança de Quadros e da Dialética Ferramenta-Objeto;
- Relacionar as Barras de Napier aos conceitos das operações matemáticas de multiplicação e divisão.

A investigação proposta justifica-se pela possibilidade de analisar as Barras de Napier como instrumento histórico e manipulativo relacionado ao ensino da Matemática. Pereira e Saito (2018) destacam as possibilidades de articulação entre instrumentos matemáticos históricos e o ensino, enquanto as contribuições de Régine Douady, discutidas por Teixeira (2015) e Da Silva e Guerra (2016), fornecem elementos teóricos para analisar as diferentes representações mobilizadas e o movimento entre ferramenta e objeto.

Metodologicamente, este estudo caracteriza-se como uma pesquisa bibliográfica, de abordagem qualitativa e natureza teórico-reflexiva. Para sua realização, foram consultados livros, artigos científicos, dissertações e teses relacionados à História da Matemática, à Didática da Matemática e às Barras de Napier, com buscas realizadas no Google Scholar, no Portal de Periódicos da CAPES e na SCIELO. A análise do material selecionado foi orientada pelos referenciais da Teoria da Mudança de Quadros e da Dialética Ferramenta-Objeto, de Régine Douady, buscando compreender as potencialidades didáticas das Barras de Napier e suas relações com os conhecimentos envolvidos nas operações de multiplicação e divisão.

O trabalho está organizado em três capítulos. O primeiro apresenta o matemático escocês John Napier, com um breve relato sobre sua vida e suas principais contribuições para a Matemática.

O segundo capítulo discute a fundamentação teórica e metodológica. Inicialmente, aborda o surgimento da Didática da Matemática como campo de pesquisa, a partir das contribuições de Alves (2016), Almouloud (2019) e D'Amore

(2007). Em seguida, apresenta a Teoria da Mudança de Quadros e a Dialética Ferramenta-Objeto, fundamentadas em Teixeira (2015) e Da Silva e Guerra (2016). Por fim, descreve os procedimentos metodológicos adotados na pesquisa, .

O terceiro capítulo analisa as relações entre as Barras de Napier e a Matemática, com ênfase nas operações de multiplicação e divisão, bem como na decomposição decimal. Ao final, apresentam-se as considerações finais, nas quais são retomados os objetivos da investigação e discutidas as principais contribuições do estudo para o ensino e a aprendizagem das operações matemáticas por meio das Barras de Napier.

2 JOHN NAPIER: TRAJETÓRIA E CONTRIBUIÇÕES COM A MATEMÁTICA

Neste capítulo, apresentam-se, sob uma perspectiva histórica, a vida e a obra desse importante matemático. Inicialmente, contextualiza-se sua trajetória no período em que viveu e, em seguida, analisam-se suas principais contribuições para a Matemática.

Muitos matemáticos contribuíram para o desenvolvimento da Matemática ao longo da história. Entre eles, destaca-se John Napier (Figura 1), cujos estudos estiveram relacionados ao desenvolvimento de métodos destinados à realização e à simplificação de cálculos matemáticos, especialmente no campo da computação e da trigonometria Boyer e Merzbach (2012).

Figura 1 - John Napier



Fonte: Encyclopaedia Britannica (2025)

A escolha das Barras de Napier como objeto deste estudo relaciona-se à finalidade histórica desse instrumento, concebido para auxiliar na realização de cálculos, especialmente operações de multiplicação e divisão Martins e Pereira (2018) e Pereira (2022). A análise de sua origem e de seu funcionamento permite compreender o contexto histórico no qual o instrumento foi desenvolvido e sua relação com as operações matemáticas investigadas nesta pesquisa.

2.1 Vida e formação de John Napier

John Napier foi um matemático de origem nobre escocesa, nascido em 1550, na cidade de Merchiston, próxima a Edimburgo. Era filho de Sir Archibald Napier e Lady Janet Bothwell. Iniciou os estudos aos 13 anos de idade, em 1563, no St. Salvator's College. Após o falecimento de sua mãe, foi enviado à prestigiada Universidade de St. Andrews, onde permaneceu por dois anos. No entanto, não há informações de que tenha concluído sua formação.

Segundo Boyer (2012), Napier demonstrava curiosidade por determinados aspectos da Matemática, sobretudo pela computação e pela trigonometria. Além disso, interessou-se por diferentes áreas do conhecimento, como a teologia e a astronomia, conforme relatam Gálvez et al. (2025).

Ao retornar à Escócia, Napier decidiu dedicar-se às suas propriedades e à religião. Nesse contexto, “A vida de Napier foi passada em meio a amargas dissensões religiosas. Um protestante apaixonado e intransigente, em suas relações com a Igreja Católica Romana [...]”¹ (ENCYCLOPAEDIA BRITANNICA, 2025, tradução nossa).

Em 1572, casou-se com Elizabeth, sua primeira esposa, com quem teve dois filhos. Após a morte de Elizabeth, em 1579, Napier casou-se com Agnes Chisholm, e dessa união nasceram dez filhos. De acordo com FamilySearch (2021, tradução nossa), Napier “morreu em 4 de abril de 1617, em sua cidade natal, aos 67 anos, e foi enterrado em Edimburgo, Escócia, Reino Unido”², de acordo com (FAMILYSEARCH, 2021, tradução nossa).

Observa-se que a trajetória de Napier não foi marcada apenas por sua atuação como proprietário de terras ou pelas tensões religiosas de sua época, mas também por seu interesse em diversas áreas do conhecimento, especialmente na Matemática. Portanto, a compreensão dos principais aspectos de sua vida permite evidenciar as condições históricas e sociais que influenciaram suas produções, servindo de sustentação para a apresentação de suas principais obras, tratadas na seção seguinte.

¹ Em inglês, lê-se: “Napier’s life was spent amid bitter religious dissensions. A passionate and uncompromising Protestant, in his dealings with the Roman Catholic Church [...]” (ENCYCLOPAEDIA BRITANNICA, 2025).

² Em inglês, lê-se: “He died on 4 April 1617, in his hometown, at the age of 67, and was buried in Edinburgh, Scotland, United Kingdom”(FAMILYSEARCH, 2021).

2.2 As principais obras

Napier dedicou-se intensamente ao estudo da Matemática, e suas obras constituem marcos na história da Matemática. Suas produções são notáveis, especialmente aquelas relacionadas aos logaritmos e aos instrumentos de cálculo, como as Barras de Napier, por apresentarem uma abordagem acessível para a realização de operações matemáticas.

Nesse contexto, Napier figura como principal idealizador desses instrumentos, cujas ideias são apresentadas nos tratados *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*³ e *Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio*⁴, conforme (PEREIRA, 2022).

A obra *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*, representada na Figura 2, foi publicada por Napier em 1614 e introduziu o conceito de logaritmo com a finalidade de simplificar cálculos matemáticos, principalmente multiplicações e divisões complexas. Essa criação mostrou-se inovadora para áreas como a astronomia, a engenharia e a própria ciência, pois reduziu consideravelmente o tempo necessário para a realização de cálculos.

Figura 2 - *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*



Fonte: Soares, (2013, p. 2).

³ *Descrição da maravilhosa tábu de logaritmos (1614).*

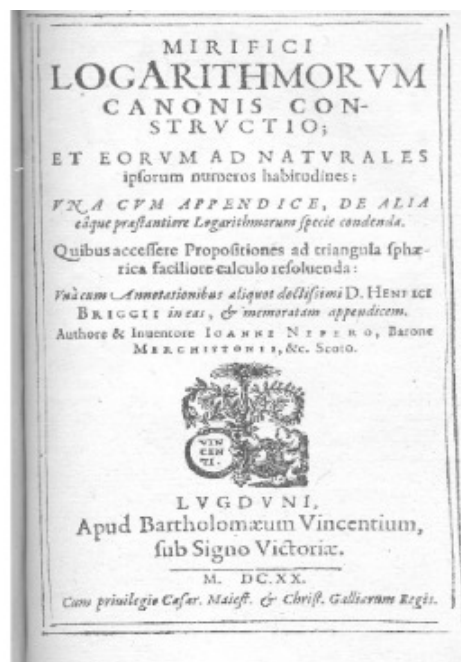
⁴ *Construção da maravilhosa tábu de logaritmos (1619).*

De acordo com Soares:

O livro trata como Napier começou a desenvolver a ideia de logaritmos, que só teve a primeira tradução dois anos mais tarde em inglês do texto original de latim, por Edward Wright, realizado durante a vida de Napier é submetido e aprovado por ele. O título da página do *Descriptio* e o primeiro e segundo capítulos do livro são reproduzidos em tópicos de I a VI fascículos. Estes dois capítulos contam todos os requisitos propostos para a construção das tábuas dos logaritmos: a utilização do seno como ponto de facilitação do cálculo; o raio para auxiliar na resolução do cálculo ($0 < r < 10.000.000$); fator de medida que servia para auxiliar nos cálculos repetitivos e no preenchimento de espaços vazios entre os números reservados sobre a reta; escolha das quantidades numéricas representados geometricamente sobre a reta; medida fixa representada geometricamente sobre a reta e a configuração de proporções contínuas para seus cálculos. (SOARES, 2013, p. 3).

A *Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio*, destacada na Figura 3, foi idealizada em 1619 e constitui a segunda obra publicada sobre logaritmos. De acordo com o texto consultado, a obra não foi escrita por Napier, mas por outros colaboradores. Nela, detalha-se a construção teórica dos logaritmos por meio de uma linguagem mais simples e menos complexa em comparação com a primeira obra.

Figura 3 - *Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio*

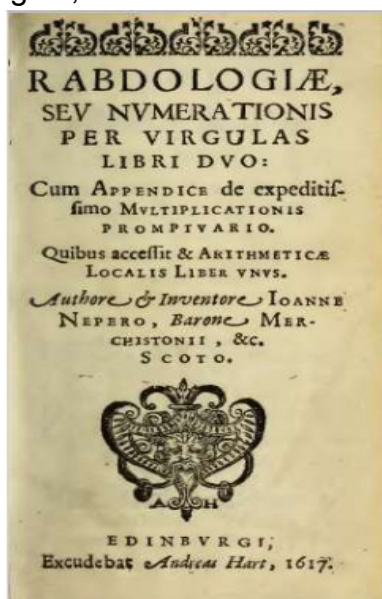


Fonte: Soares, (2013, p. 2).

Conforme expõe Soares (2013), a obra descreve as fases de construção das tábuas de logaritmos. Essas tábuas foram elaboradas a partir da escolha de números bem definidos, utilizando como critério proporções contínuas que envolvem progressões aritméticas e geométricas, com a finalidade de estabelecer uma estrutura lógica e organizada.

Diante de suas contribuições em diversas áreas, John Napier publicou, no ano de sua morte, em 1617, a obra *Rabdologiae, Seu Numerationis Per Virgulas Libri Duo: cum appendice de expeditissimo Multiplicationes promptuario, quibus accessit e arithmeticea localis liber unus*⁵, representada na Figura 4. Nesta obra, são apresentados diferentes instrumentos de cálculo.

Figura 4 - Rabdologiae, Seu Numerationis Por Virgulas...



Fonte: Martins e Pereira (2018, p. 159)

Nessa obra, Napier apresenta três tipos de instrumentos de cálculo: as Barras, objeto deste estudo; o prontuário de multiplicação; e o tabuleiro de xadrez. Esses instrumentos foram criados com o objetivo de conferir maior agilidade aos cálculos, pois reduziram o tempo de execução das operações e proporcionaram maior precisão aos resultados.

A obra está organizada em quatro livros, cada um destinado à apresentação de um tipo de instrumento de cálculo. De acordo com Martins e Pereira (2018), o primeiro livro descreve a construção e a utilização das Barras, também denominadas

⁵ Tradução: Rabdologia, dois livros de contar dinheiro com varetas: com um apêndice do prontuário de multiplicação muito rápida com a adição de um livro de Aritmética local (Martins; Pereira, 2018, p. 158).

ossos de Napier. Esse livro está distribuído em nove capítulos, totalizando 44 páginas, conforme apresentado na Tabela 1.

Tabela 1 - Descrição do primeiro livro da *Rabdologiae*.

Capítulos	Denominação do capítulo	Total de páginas
1º	Da fabricação e inscrição na barra.	9
2º	Aplicação das Barras aos números e o contrário.	6
3º	A Multiplicação.	4
4º	A divisão.	5
5º	A Extração de raízes por varetas.	2
6º	A Extração de raiz quadrada.	4
7º	A Extração de raiz cúbica.	6
8º	Um livro para extrair cubo.	3
9º	Regra de três direta e inversa.	5

Fonte: Martins e Pereira (2018)

Conforme Pereira (2022, p. 17), “[...] Esse aparato era destinado à realização de operações de multiplicações, divisões e obtenção de potências e raízes quadradas”.

Por sua vez, o segundo livro apresenta as Barras destinadas aos cálculos geométricos. A obra divide-se em oito capítulos, totalizando 48 páginas, e aborda a utilização das Barras em cálculos de áreas, diâmetros e volumes.

O terceiro livro, intitulado por Napier como Apêndice, detalha a construção de um tabuleiro mecânico. Esse livro está distribuído em quatro capítulos, conforme apresentado na Tabela 2.

Tabela 2 - Descrição do terceiro livro da *Rabdologiae*.

Capítulos	Título do capítulo	Total de páginas
1	Como fabricar os prontosuários de placas.	6
2	Placas para preservar as estruturas do Prontuário.	5
3	O prontosuário para facilitar a multiplicação.	7
4	A divisão pelo prontosuário e as tabelas.	5

Fonte: Martins e Pereira (2018)

Segundo Martins e Pereira (2018), algumas páginas dessa obra detalham o esquema de construção e utilização das placas para as operações de multiplicação e divisão.

O último livro apresenta um ábaco, denominado por Napier, como tabuleiro de xadrez. Com este instrumento é possível fazer somas, subtrações, multiplicações, divisões e extração de raízes quadradas, utilizando o princípio de que todo número pode ser representado como uma potência de base 2. [...] (MARTINS; PEREIRA, 2018, p. 164).

As obras de Napier foram fundamentais para sua época, pois os instrumentos desenvolvidos proporcionaram facilidades significativas para a realização de cálculos matemáticos. Embora as obras *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* e *Mirifici Logarithmorum Canonis Constructio* estejam associadas a construção das tábuas de logaritmos, é na *Rabdologia* que ocorre a principal conexão com o objeto deste estudo, pois é nesta obra que são mostradas as relações existentes entre os instrumentos para cálculos e as operações de multiplicação e divisão. Dessa forma, sua trajetória intelectual, mostra que a análise de suas obras está diretamente ligada a esta pesquisa, pois permite compreender a origem, a organização e a finalidade matemática das barras.

3 FUNDAMENTAÇÃO E METODOLOGIA

Neste capítulo, apresentam-se a fundamentação teórica e a metodologia da pesquisa. Inicialmente, aborda-se a base teórica que sustenta o estudo, com destaque para o surgimento da Didática da Matemática como campo de pesquisa e, em especial, para suas contribuições à compreensão dos processos de ensino e aprendizagem. Em seguida, discutem-se a Teoria da Mudança de Quadros e a Dialética Ferramenta-Objeto. Por fim, são apresentados os procedimentos metodológicos adotados na elaboração do trabalho.

3.1 Surgimento da didática da Matemática como campo científico

O ensino da Matemática tem suscitado, ao longo das décadas, discussões acerca dos processos de ensino e aprendizagem, especialmente no que se refere à transmissão, à construção e à apropriação dos conhecimentos matemáticos, bem como às relações estabelecidas entre professores, estudantes e saberes no contexto educacional.

Essas discussões estão relacionadas à necessidade de compreender como os conhecimentos matemáticos são construídos, modificados e mobilizados nas situações de ensino e aprendizagem. Nesse contexto, desenvolveu-se um campo de pesquisa voltado especificamente ao estudo dessas relações, denominado Didática da Matemática.

Nessa perspectiva, Alves (2016) assinala que, na França, por volta de 1960, o crescente interesse pelos processos de transmissão, modificação e veiculação dos saberes matemáticos contribuiu para o desenvolvimento de um novo campo de pesquisa, dotado de características próprias e denominado Didática da Matemática.

[...] a Didática da Matemática é definida como sendo a ciência da educação cujo propósito é o estudo de fenômenos de ensino e de aprendizagem, mais especificamente, é o estudo de situações que visam à aquisição de conhecimentos/saberes matemáticos pelos alunos ou adultos em formação, tanto do ponto de vista das características dessas situações, quanto do tipo de aprendizagem que elas possibilitam. (ALMOULOU, 2019, p.148).

Para D'Amore (2007), a Didática da Matemática pode ser considerada um ramo particular da Educação Matemática de modo geral. Trata-se de uma área que

concebe e conduz condições destinadas a favorecer a aprendizagem de determinado conhecimento matemático por parte de um indivíduo. Essa diferenciação mostra-se indispensável, pois, para Pais (2015, p. 10), “não se trata apenas de um problema de tradução”, uma vez que, na França, a didática da Matemática representa o campo de pesquisa educacional da Matemática.

Em síntese, compreende-se que a Didática da Matemática não pode ser considerada apenas um espaço técnico, mas um campo que promove a reflexão e a criatividade, favorecendo uma compreensão mais ampla dos processos de ensino e aprendizagem da Matemática.

A escolha da Didática da Matemática como base teórica deste trabalho decorre do interesse em compreender as possíveis relações de ensino e aprendizagem que podem ser estabelecidas entre o estudante, o conhecimento matemático e o objeto desta investigação, isto é, as Barras de Napier.

3.2 As contribuições de Régine Douady

Entre os estudos da Didática da Matemática, destacam-se duas importantes teorias: a Teoria da Mudança de Quadros e a Dialética Ferramenta-Objeto, ambas desenvolvidas pela pesquisadora francesa Régine Douady. Esses referenciais dão suporte à análise do uso das Barras de Napier como ferramenta didática, pois permitem compreender tanto as diferentes formas de mobilização do conhecimento matemático quanto o uso das Barras na aprendizagem das operações de multiplicação e divisão

3.2.1 A teoria de mudança de quadros

A Teoria da Mudança de Quadros oferece contribuições importantes para a compreensão dos processos de ensino e aprendizagem, ao destacar que o conhecimento matemático é construído por meio de articulações entre diferentes ideias e sistemas de significação de um mesmo objeto matemático.

Além disso, a Teoria da Mudança de Quadros pode auxiliar o discente na organização de seus conhecimentos e na superação de dificuldades. Nesse aspecto, o uso das Barras de Napier possibilita uma melhor compreensão das

operações matemáticas, evidenciando que elas não correspondem apenas a procedimentos mecânicos, mas a construções fundamentadas em relações numéricas e bases lógicas bem definidas.

Segundo Douady (1986 apud TEIXEIRA, 2015, p. 32):

Um quadro é constituído de “ferramentas” de uma área da Matemática, de relações entre os “objetos”, de formulações eventualmente diferentes e de imagens mentais que estão associadas às “ferramentas” em questão.

Para Teixeira (2015), a noção de quadro é fundamental para a resolução de problemas, pois possibilita a mobilização de diferentes quadros, como o numérico, o algébrico, o geométrico, o instrumental e o visual.

Com base nas considerações de Teixeira (2015), identifica-se a aplicabilidade da Teoria da Mudança de Quadros às Barras de Napier, uma vez que esse objeto didático histórico permite mobilizar, simultaneamente, diferentes quadros, conforme descrito no Quadro 1. Assim, torna-se possível transitar entre esses quadros, e as características da teoria conferem relevância ao instrumento, por favorecerem formas diversificadas de representar o conhecimento matemático.

Para Douady (1992 apud Da SILVA e GUERRA, 2016, p. 33):

[...] uma mudança de quadro é uma transição de um quadro para outro com o intuito de formular um mesmo problema de dois ou mais modos distintos. Tal mudança objetiva driblar dificuldades durante a resolução da questão, alcançando-se o funcionamento de ferramentas que não constavam numa formulação anterior. Uma mudança de quadro é espontânea, quando ocorre pela iniciativa do aprendiz, ou provocada, quando ocorre pela intervenção alheia.

Com base no Quadro 1, observa-se como ocorre a mobilização simultânea desses diferentes quadros em relação ao objeto deste estudo, isto é, às operações de multiplicação e divisão.

Quadro 1 - Mobilização simultânea de quadros em relação às barras de Napier.

QUADRO	MOBILIZAÇÃO
Instrumental	Permitirá uma manipulação concreta do material.
Visual	Visualizar a organização dos cálculos de forma estruturada e acessível.
Numérico	Evidenciar relações entre os números envolvidos.

Fonte: Autoria própria

No quadro instrumental, o estudante manipula o objeto ou a ferramenta, organizando-o de acordo com o fator da operação que se pretende efetuar. Em seguida, o instrumento atua como mediador na resolução do problema proposto.

Posteriormente, ocorre a transição para o quadro visual, no qual o estudante observa a organização dos cálculos de forma estruturada e acessível. No quadro numérico, por sua vez, evidenciam-se as relações entre os algarismos e os produtos envolvidos nas operações.

Diante do exposto, pode-se inferir que a aprendizagem tende a ocorrer de forma mais efetiva quando o indivíduo participante do processo reconhece o objeto matemático e ultrapassa os limites de um único quadro, estabelecendo relações entre diferentes representações. Desse modo, a aprendizagem matemática não se resume à simples execução de técnicas.

3.2.2 A Dialética Ferramenta-objeto

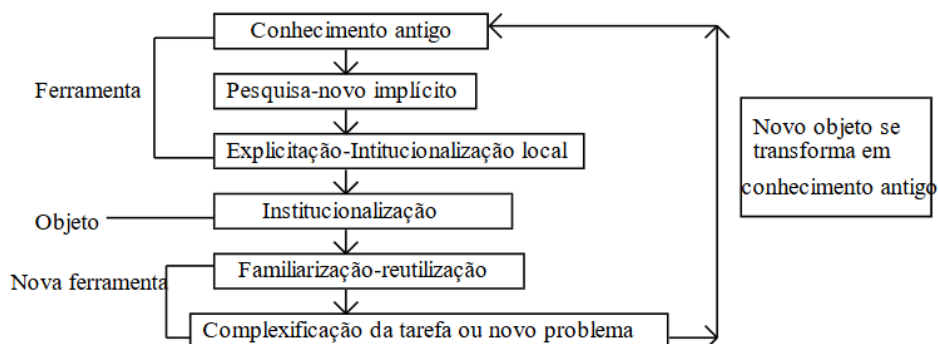
De acordo com Da Silva e Guerra (2016, p. 32), “Régine Douady, em sua tese doutoral sobre a Dialética ferramenta-objeto, entende que o conhecimento deve acontecer por meio de propostas de ensino adequadas, nas quais a participação contínua do estudante é imprescindível”. Nessa perspectiva, compreender como os instrumentos didáticos históricos favorecem a aprendizagem matemática implica explorar, de forma reflexiva e articulada, os conhecimentos envolvidos.

Nessa teoria, dois conceitos são fundamentais. O primeiro corresponde à ferramenta, situação em que o conhecimento matemático é utilizado como instrumento para resolver determinado problema.

O segundo corresponde ao objeto, situação em que o conhecimento matemático é explicitado e tratado de forma geral, exigindo do sujeito responsável pela resolução do problema a mobilização de definições e propriedades desse conhecimento.

Na Dialética Ferramenta-Objeto, a aprendizagem é compreendida como um movimento dos conceitos matemáticos. Nesse processo, o docente busca promover situações nas quais os conceitos alternam suas funções a partir de seis etapas principais, conforme esquematizado por Almouloud (2019, p. 152) na Figura 5.

Figura 5 - Esquematisação do processo da dialética ferramenta-objeto



Fonte: Almouloud (2019, p.152)

Nessa estrutura, o estudante é confrontado com determinado problema e, em uma primeira etapa, mobiliza seus conhecimentos anteriores, denominados conhecimento antigo. Diante das dificuldades encontradas na resolução, inicia-se a busca por um novo conhecimento, correspondente à etapa de pesquisa e novo implícito. Em seguida, os estudantes compartilham os conhecimentos elaborados e confrontam os saberes antigos e novos, processo denominado explicitação ou institucionalização local.

Na continuidade do processo, o mediador examina as ferramentas utilizadas pelos estudantes. Assim, o conceito matemático é descontextualizado do problema inicial e passa a assumir o papel de objeto, caracterizando a institucionalização. Posteriormente, o novo objeto é colocado em prática, assumindo uma nova função e operando como nova ferramenta, na etapa de familiarização e reutilização. Por fim, a complexificação da tarefa ou a apresentação de um novo problema reinicia o ciclo, de modo que o novo objeto passa a integrar o conhecimento antigo do estudante.

As contribuições da Teoria da Mudança de Quadros e da Dialética Ferramenta-Objeto constituem mecanismos relevantes para a análise dos fenômenos relacionados ao ensino e à aprendizagem das operações matemáticas, pois, favorecem a análise das potencialidades didáticas das barras de Napier. A Teoria da Mudança de Quadros possibilita compreender como a utilização das barras pode mobilizar diferentes formas de representação do conhecimento matemático, especialmente por meio dos quadros instrumental, visual e numérico. Por sua vez, a Dialética Ferramenta-Objeto permite analisar como os conhecimentos matemáticos podem ser mobilizados como ferramentas na resolução das operações

e, posteriormente, explicitados como objetos de estudo. Dessa forma, esses referenciais orientam a análise das Barras de Napier, permitindo discutir não apenas sua utilização para a realização de cálculos, mas também as relações matemáticas que podem ser evidenciadas durante seu uso.

3.3 Procedimentos metodológicos

Em relação à abordagem e aos procedimentos metodológicos, este estudo caracteriza-se como uma pesquisa bibliográfica, de abordagem qualitativa e natureza teórico-reflexiva.

A pesquisa bibliográfica constitui um procedimento metodológico que possibilita a investigação de um objeto a partir da análise sistemática e crítica de materiais bibliográficos relacionados ao problema de pesquisa conforme o pensamento de Lima e Miotto (2007).

A abordagem qualitativa, por sua vez, mostra-se adequada quando o interesse da investigação está voltado à interpretação e à compreensão do objeto estudado, considerando as particularidades do problema de pesquisa de acordo com a ideia de Günther (2006).

Seu objetivo consiste em compreender as potencialidades didáticas das Barras de Napier para o ensino e a aprendizagem das operações de multiplicação e divisão, tendo como fundamento os pressupostos da Didática da Matemática, especialmente a Teoria da Mudança de Quadros e a Dialética Ferramenta-Objeto, propostas por Régine Douady.

A opção pela abordagem qualitativa justifica-se pelo interesse em interpretar e discutir, de forma crítica, as contribuições teóricas acerca da utilização das Barras de Napier como recurso didático, sem a intenção de produzir generalizações estatísticas. Para tanto, foi realizada uma revisão bibliográfica fundamentada em livros, artigos científicos, dissertações e teses relacionados à História da Matemática, à Didática da Matemática e às Barras de Napier.

O levantamento para a revisão bibliográfica foi realizada no Google Scholar, Portal de Periódicos da CAPES e SCIELO, buscando estudos que estivessem relacionados às barras de Napier, a história da matemática e outros referenciais adotados na pesquisa. Também foram consultadas obras de referência que

contribuíram para este estudo, entre as quais se destacam *Didática da Matemática: uma análise da influência francesa*, de Luiz Carlos Pais (2015), que foi utilizada para fundamentar a discussão sobre a didática da matemática e sua relação com o ensino e aprendizagem. A *História da Matemática*, de Boyer e Merzbach (2012), subsidia a contextualização histórica da matemática e das contribuições de Napier. A seleção das obras considerou sua relevância para o objeto de estudo e sua contribuição para a compreensão do potencial didático das Barras de Napier.

A análise do material bibliográfico foi orientada pelos referenciais de Régine Douady. A Teoria da Mudança de Quadros permitiu interpretar como a utilização das Barras de Napier pode mobilizar diferentes formas de representação do conhecimento matemático, enquanto a Dialética Ferramenta-Objeto subsidiou a compreensão do papel desse instrumento na construção dos conceitos envolvidos nas operações de multiplicação e divisão. Dessa forma, os referenciais teóricos constituíram não apenas o embasamento da pesquisa, mas também as categorias utilizadas para a interpretação do objeto investigado.

4 AS BARRAS DE NAPIER E A MATEMÁTICA

Neste capítulo, analisam-se e discutem-se as relações existentes entre as Barras de Napier e a Matemática, tendo como foco as operações de multiplicação e divisão, objetos de investigação deste estudo. Para além da descrição do instrumento e de seu funcionamento, busca-se compreender as potencialidades matemáticas e didáticas desse recurso histórico, considerando sua utilização como ferramenta de apoio ao ensino e à aprendizagem.

4.1 As Barras de Napier como instrumento matemático

As Barras de Napier constituem uma expressão da contribuição de John Napier para o desenvolvimento de instrumentos de cálculo. Elas podem ser descritas como um conjunto de hastes gravadas, idealizadas para facilitar cálculos com números elevados, especialmente as operações de multiplicação e divisão, que constituem objetos deste estudo. Seu funcionamento permite transformar essas operações em procedimentos mais simples de adição e subtração.

Cada haste apresenta, abaixo da parte superior, nove quadros destinados ao registro dos produtos. Esses quadros são divididos em duas partes por uma diagonal, conforme destacado na Figura 6.

Figura 6 - Representação das barras de Napier

1	2	3	4	5	6	7	8	9
0/1	0/2	0/3	0/4	0/5	0/6	0/7	0/8	0/9
1/0	2/0	3/0	4/0	5/1	6/1	7/1	8/1	9/1
2/0	4/0	6/0	8/0	0/1	2/1	4/1	6/1	8/1
3/0	6/0	9/0	2/1	5/1	8/1	1/2	4/2	7/2
4/0	8/0	2/2	6/2	0/2	4/2	8/2	3/3	6/3
5/0	1/1	5/2	0/3	2/3	5/3	0/4	4/4	5/4
6/0	2/1	8/2	4/3	0/4	6/3	2/5	8/4	5/5
7/0	4/1	1/3	8/4	3/5	2/6	9/5	6/6	6/6
8/0	6/1	4/4	2/5	0/5	8/6	6/7	4/8	7/7
9/0	8/1	7/5	6/6	5/4	4/7	3/8	2/9	8/8

Fonte: Autor (2026)

As Barras estão organizadas de 1 a 9. A primeira haste representa o algarismo 1 e seus respectivos múltiplos; a segunda representa o algarismo 2 e seus múltiplos; e o mesmo processo se repete nas demais hastes até o algarismo 9. Em cada quadro, registra-se o resultado de uma multiplicação, como apresentado na Figura 7. Os algarismos do produto são posicionados nos dois lados da diagonal. Quando o resultado da multiplicação é menor que 10, o algarismo correspondente é registrado na parte inferior da diagonal, enquanto um zero é acrescentado à parte superior.

Figura 7 - Representação da multiplicação

x		
1	 1 x 1	0 / 1
2	 1 x 2	0 / 2
3	 1 x 3	0 / 3
4	 1 x 4	0 / 4
5	 1 x 5	0 / 5
6	 1 x 6	0 / 6
7	 1 x 7	0 / 7
8	 1 x 8	0 / 8
9	 1 x 9	0 / 9

Fonte: Autor (2026)

A organização dos números não é feita de forma aleatória, ela segue princípios que estão relacionados com o sistema de numeração decimal, ou seja, essa estrutura de cálculo permite que as multiplicações ou divisões sejam representadas de maneira bem dispostas. E neste sentido, as diagonais desempenham um papel fundamental, elas organizam os algarismos conforme seu valor posicional, o que facilita a interpretação dos resultados durante a realização das operações.

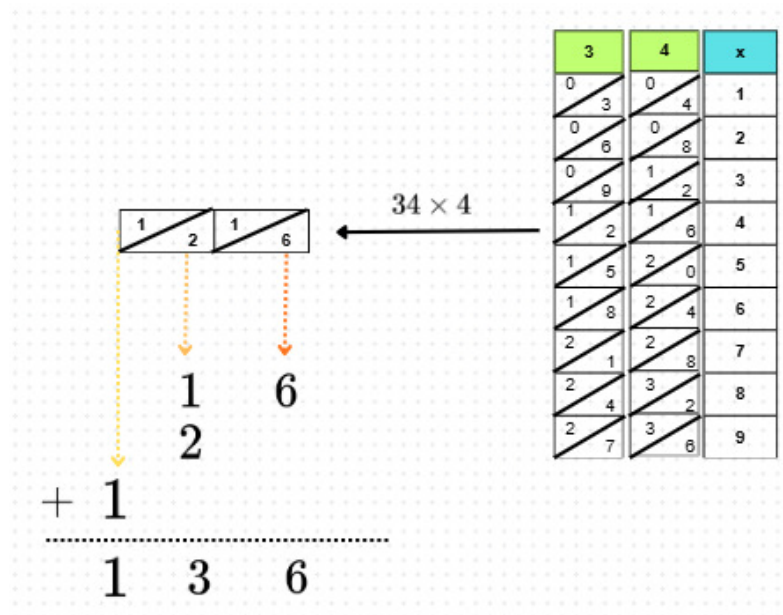
4.2 A multiplicação com as Barras de Napier

Nesta seção apresentamos os procedimentos de multiplicação e divisão feitas com o auxílio das barras de Napier, considerando que as hastes devem ser colocadas lado a lado de acordo com o número que se deseja realizar a operação, levando em consideração a leitura das diagonais e a articulação entre os registros

visuais e numéricos. Neste sentido, tomemos a multiplicação 34×4 , fazendo uma análise do procedimento feito a partir das barras.

Para realizar multiplicação de 34 vezes 4 com as Barras de Napier, ilustrada na figura, inicialmente selecionamos as Barras que correspondem aos algarismos 3 e 4, assim formamos o número 34. Posicionamos as hastes lado a lado, sempre respeitando a ordem dos números, onde haste do 3 representa a ordem das dezenas e a haste do número 4 representa a ordem das unidades. Finalizando o procedimento tomamos a barra do multiplicador, a posicionamos com as Barras alinhadas anteriormente e localiza-se a quarta linha das hastes pois um multiplicador utilizado na multiplicação é o número 4.

Figura 8 - Operação de multiplicação com as barras de Napier.



Fonte: Autor (2026)

Na interseção da linha 4 temos a haste 3, cujo produto $3 \times 4 = 12$ e na haste 4 encontra-se o resultado da multiplicação $4 \times 4 = 16$. Cada quadrícula das barras é dividida por uma diagonal, que separa o algarismo das dezenas do algarismo das unidades. Dessa forma, no produto 12, o algarismo 1 aparece acima da diagonal e o algarismo 2 abaixo dela. De maneira semelhante, no produto 16, o algarismo 1 ocupa a parte superior da quadrícula e o algarismo 6 a parte inferior.

Após a visualização desses produtos, o próximo passo é realizar a leitura das diagonais, começando sempre da direita para a esquerda. Na primeira diagonal encontra-se o algarismo 6. Na diagonal seguinte, somam-se os algarismos 1 e 2,

obtendo-se 3. Na última diagonal encontra-se o algarismo 1. Organizando os valores encontrados da esquerda para a direita, obtém-se o número 136. Outra possibilidade para ser realizada com o auxílio das barras é a decomposição decimal.

Tomando o exemplo mostrado anteriormente com o número 34, temos que:

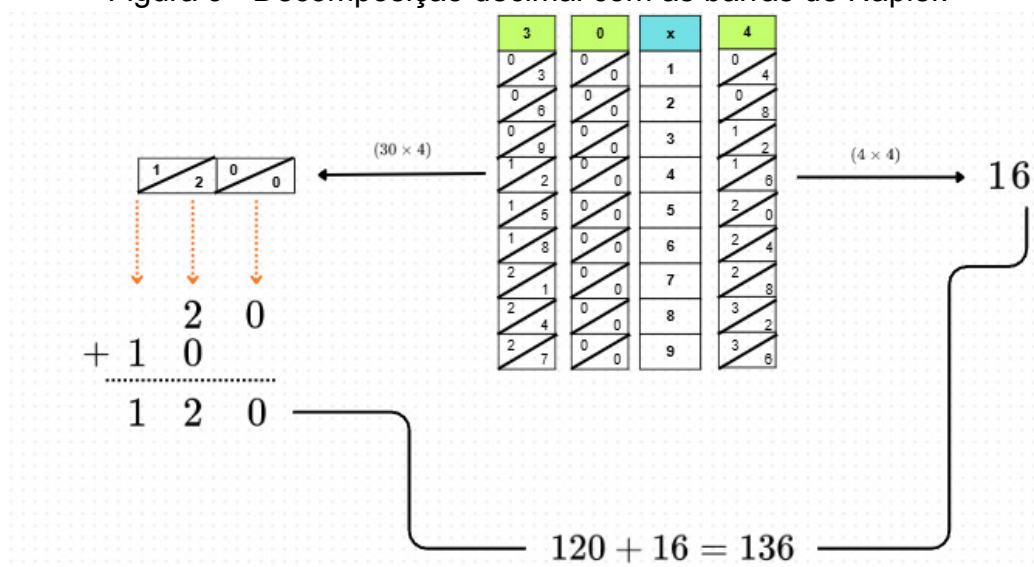
Decompondo o número 34 em uma soma igual a $(30 + 4)$, assim obtemos o produto $(30 + 4) \times 4$. Aplicando a propriedade distributiva da multiplicação tem-se $(30 \times 4) + (4 \times 4)$, efetuando as multiplicações obtemos uma de $120 + 16$, obtendo assim o número 136.

Logo, temos que

$$\begin{aligned} 34 \times 4 &= (30 + 4) \times 4 \\ &= (30 \times 4) + (4 \times 4) \\ &= 120 + 16 \\ &= 136. \end{aligned}$$

Conforme apresentado na figura 9, a decomposição decimal utilizando as barras é realizada a partir do valor posicional dos algarismos que constituem o número 34. O algarismo 3 ocupa a ordem das dezenas e, por isso, representa 30, enquanto o algarismo 4 ocupa a ordem das unidades.

Figura 9 - Decomposição decimal com as barras de Napier.



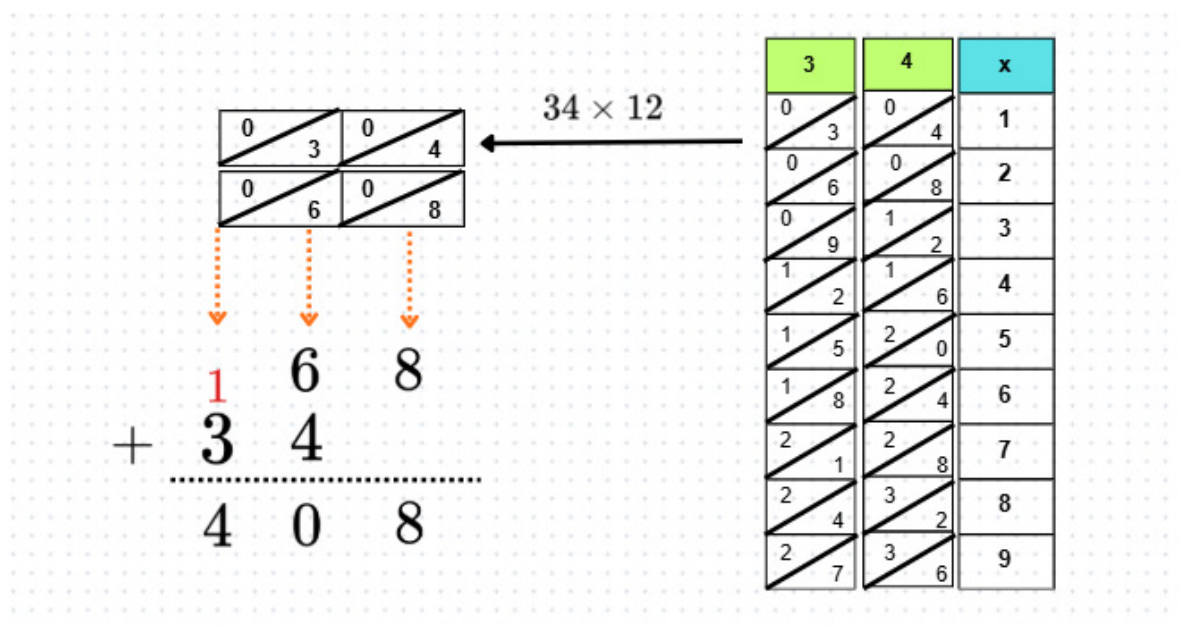
Fonte: Autor (2026)

De modo que a multiplicação inicial é reorganizada em dois produtos: (30×4) e (4×4) . Para determinar o primeiro produto, são posicionadas lado a lado as barras correspondentes aos algarismos 3 e 0, formando o número 30. Em

seguida, realiza-se a leitura da quarta linha das barras, correspondente ao multiplicador 4. O produto é disposto nos campos separados pelas diagonais, enquanto a barra do algarismo zero mantém a posição das unidades. A soma dos valores indicados pelas diagonais resulta em 120. Posteriormente, utiliza-se a barra correspondente ao algarismo 4 e, novamente, observa-se a quarta linha, obtendo-se 16. Por fim, os produtos parciais são adicionados, resultando em 136.

Para ampliar a análise do procedimento, consideremos a multiplicação de 34 por 12. Inicialmente, selecionam-se as hastes correspondentes aos algarismos 3 e 4, formando o número 34, conforme a figura 10. Como o multiplicador possui dois algarismos, o cálculo é realizado em duas etapas, começando pelo algarismo das unidades.

Figura 10 - Multiplicação com dois dígitos



Fonte: Autor (2026)

Na primeira etapa, observa-se a segunda linha das hastes, correspondente à multiplicação por 2. A leitura das diagonais fornece o produto 68. Em seguida, considera-se o algarismo 1, que ocupa a ordem das dezenas no multiplicador. A leitura da primeira linha fornece 34; entretanto, por corresponder a uma dezena, esse produto representa 340. Por fim, adicionam-se e obtém-se $68 + 340 = 408$.

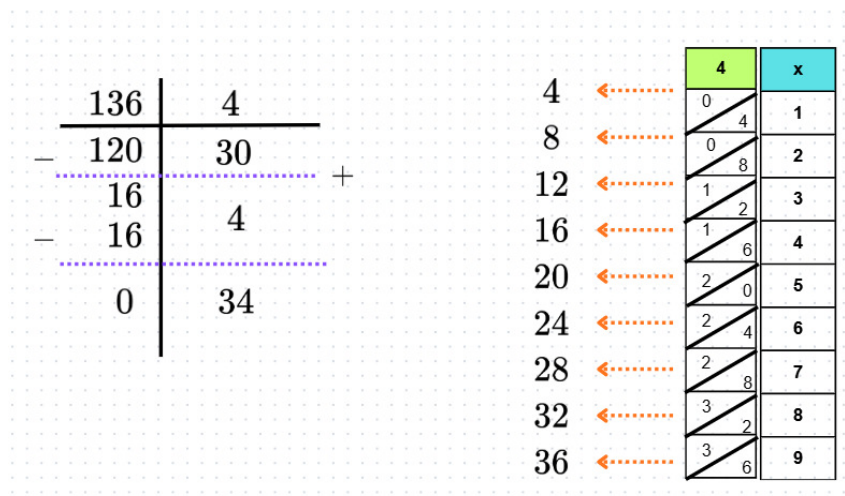
Essas representações permitem, portanto, visualizar a decomposição do número de acordo com as ordens do sistema de numeração decimal, bem como

compreender a aplicação da propriedade distributiva da multiplicação no funcionamento das Barras de Napier.

4.3 A divisão com as Barras de Napier

Na Figura 11, encontra-se representada a operação de um exemplo de divisão utilizando as barras, ou seja, temos $136 \div 4$. Para realizar esse cálculo, utiliza-se a haste correspondente ao divisor 4, na qual estão organizados os seus múltiplos, desde 4×1 até 4×9 . A identificação desses múltiplos auxilia na decomposição do dividendo e na determinação do quociente.

Figura 11 - Operação de divisão com as Barras de Napier



Fonte: Autor (2026)

Inicialmente, considera-se o número 13, formado pelos dois primeiros algarismos do dividendo 136. Na haste correspondente ao número 4, procura-se o maior múltiplo que não ultrapasse 13. O valor encontrado é 12, localizado na terceira linha da haste, pois, $4 \times 3 = 12$.

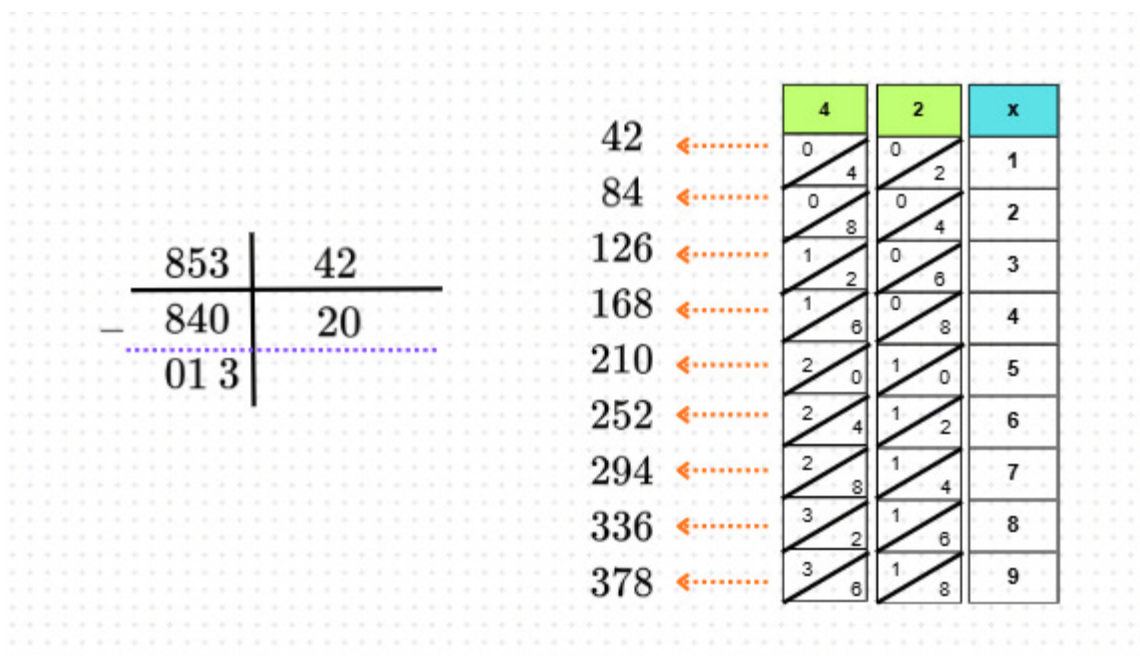
Como o número 13 corresponde a treze dezenas no dividendo, o algarismo 3 encontrado na haste representa três dezenas no quociente, isto é, 30. Desse modo, calcula-se, $4 \times 30 = 120$. Subtraindo-se 120 de 136, obtém-se o restante 16.

Em seguida, procura-se na haste do número 4 o múltiplo correspondente a 16. Esse valor encontra-se na quarta linha. O número 4 é, então, acrescentado ao

quociente parcial 30, formando o resultado 34. Por fim, subtrai-se 16 do restante, obtendo-se zero. Como não há resto, conclui-se que a divisão é exata.

Como exemplo de divisão não exata por um divisor de dois algarismos, consideremos a seguinte operação $853 \div 42$, representada abaixo na figura 12. Inicialmente, posicionam-se lado a lado as hastes correspondentes aos algarismos 4 e 2, formando o divisor 42. Essa organização permite identificar os múltiplos de 42, desde 42×1 até 42×9 .

Figura 12 - Divisão com resto



Fonte: Autor (2026)

Consideremos inicialmente os dois primeiros algarismos do dividendo, formando o número 85. Entre os múltiplos registrados nas hastes, o maior valor que não ultrapassa 85 é 84, encontrado na segunda linha, pois $42 \times 2 = 84$. Como essa etapa corresponde às dezenas do quociente, o algarismo 2 representa 20, de modo que $42 \times 20 = 840$.

Subtraindo-se 840 de 853, obtém-se o resto 13. Como 13 é menor que o divisor 42, não é possível continuar a divisão utilizando números naturais. Temos que:

$$853 = 42 \times 20 + 13.$$

Portanto, temos que a divisão de $853 \div 42$ tem quociente 20 e resto 13, mostrando assim que a divisão não é exata. O exemplo mostra que as Barras de

Napier podem auxiliar na identificação dos múltiplos do divisor, na determinação do quociente e na compreensão da relação existente entre dividendo, divisor, quociente e resto.

As Barras de Napier auxiliam na identificação dos múltiplos do divisor e na determinação dos quocientes parciais. A utilização do instrumento envolve não apenas a consulta aos resultados das multiplicações, mas também a compreensão da decomposição decimal, do valor posicional dos algarismos, da subtração e da relação existente entre multiplicação e divisão.

A análise das duas operações evidencia que as Barras de Napier organizam visualmente os cálculos e favorecem a compreensão dos procedimentos envolvidos. Na multiplicação, as diagonais possibilitam reunir dezenas de unidades para a formação do produto. Na divisão, os múltiplos registrados na haste permitem decompor o dividendo em parcelas divisíveis pelo divisor.

Portanto, os exemplos apresentados neste capítulo demonstram que a utilização das Barras de Napier permite articular a representação visual dos produtos, a decomposição dos números e o princípio do valor posicional, além de tornar perceptível a relação de inversão entre as operações de multiplicação e divisão. Esses aspectos relacionam-se diretamente ao objetivo deste estudo, que consiste em compreender as potencialidades didáticas das Barras de Napier para o ensino e a aprendizagem dessas operações. Em resposta ao problema de pesquisa, a análise indica que as barras podem contribuir, enquanto instrumento manipulativo, ao proporcionar uma representação concreta, visual e organizada dos procedimentos matemáticos, ultrapassando sua utilização como simples recurso para a obtenção de resultados. Nesse processo, mobilizam-se diferentes representações matemáticas, e o movimento entre ferramenta e objeto favorece a análise dos conhecimentos envolvidos nas operações. Essas contribuições, contudo, são compreendidas como potencialidades didáticas identificadas por meio da pesquisa bibliográfica e da análise teórico-reflexiva do instrumento. Como não foram realizadas intervenções em sala de aula, não se pretende afirmar que tais contribuições foram empiricamente comprovadas no processo de aprendizagem dos estudantes.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente estudo teve como objetivo compreender as potencialidades didáticas das Barras de Napier para o ensino e a aprendizagem das operações matemáticas de multiplicação e divisão. Nesse sentido, buscou-se responder à seguinte problemática: de que maneira as Barras de Napier, enquanto instrumento manipulativo, contribuem para o ensino e a aprendizagem dessas operações? Para tanto, desenvolveu-se uma pesquisa bibliográfica, de abordagem qualitativa e natureza teórico-reflexiva, fundamentada na História da Matemática, na Didática da Matemática, na Teoria da Mudança de Quadros e na Dialética Ferramenta-Objeto.

A investigação histórica possibilitou compreender que as Barras de Napier integram o conjunto de contribuições desenvolvidas por John Napier com a finalidade de facilitar a realização de cálculos matemáticos. A análise de sua trajetória e de suas principais obras, especialmente a *Rabdologiae*, permitiu identificar a origem, a organização e a finalidade desse instrumento, concebido para auxiliar na execução de operações como multiplicação e divisão. Dessa forma, o primeiro objetivo específico foi alcançado mediante a apresentação dos aspectos históricos relacionados à criação e à utilização das barras.

No que se refere às potencialidades didáticas do instrumento, verificou-se, no âmbito teórico, que as Barras de Napier podem favorecer a articulação entre diferentes formas de representação do conhecimento matemático. Sob a perspectiva da Teoria da Mudança de Quadros, sua utilização possibilita a mobilização dos quadros instrumental, visual e numérico. No quadro instrumental, ocorre a manipulação e a organização concreta das hastes; no quadro visual, observa-se a disposição dos produtos e dos algarismos nas diagonais; e, no quadro numérico, evidenciam-se as relações estabelecidas entre os números envolvidos nas operações. Essa transição entre diferentes quadros pode contribuir para que os procedimentos matemáticos sejam compreendidos para além da execução mecânica dos algoritmos.

A Dialética Ferramenta-Objeto também forneceu elementos para a compreensão do papel desempenhado pelas Barras de Napier na construção do conhecimento matemático. Inicialmente, as barras assumem a função de ferramenta, uma vez que são utilizadas para auxiliar na resolução das operações de

multiplicação e divisão. Ao longo desse processo, os conhecimentos mobilizados, como o valor posicional, a composição e a decomposição numérica, os produtos parciais, a adição e a propriedade distributiva, podem ser explicitados e analisados como objetos matemáticos. Desse modo, o instrumento não se limita à obtenção do resultado da operação, pois também possibilita explorar os conceitos e as relações que fundamentam os procedimentos realizados.

A análise do funcionamento das barras evidenciou, particularmente na multiplicação, a relação entre a organização das hastes, os múltiplos representados nas quadrículas e a leitura diagonal dos Algarismos. No exemplo da multiplicação de 34 por 4, a disposição das barras permitiu visualizar os produtos correspondentes a 3×4 e 4×4 , bem como a separação entre dezenas e unidades e a posterior composição do resultado 136. Além disso, a decomposição do número 34 em $30 + 4$ possibilitou relacionar o funcionamento do instrumento à propriedade distributiva da multiplicação, representada pelos produtos parciais 30×4 e 4×4 . Assim, as Barras de Napier oferecem uma representação concreta e visual do sistema de numeração decimal e das propriedades envolvidas no cálculo.

Em relação à divisão, a organização dos múltiplos nas hastes permite estabelecer relações entre o divisor, o dividendo e os valores utilizados na formação do quociente. Nesse procedimento, a divisão pode ser associada à multiplicação e à subtração, evidenciando a articulação existente entre essas operações. Dessa forma, as Barras de Napier possibilitam representar os cálculos de maneira organizada e relacionar diferentes conhecimentos matemáticos durante a resolução das operações.

Diante das análises realizadas, considera-se que os objetivos propostos foram alcançados no âmbito teórico. Investigou-se a origem histórica das Barras de Napier, analisaram-se suas potencialidades didáticas à luz da Teoria da Mudança de Quadros e da Dialética Ferramenta-Objeto e relacionou-se seu funcionamento aos conceitos envolvidos nas operações de multiplicação e divisão. Em resposta ao problema de pesquisa, conclui-se que as Barras de Napier podem contribuir para o ensino e a aprendizagem dessas operações ao proporcionar uma representação manipulável, visual e organizada dos cálculos, evidenciando relações numéricas, valores posicionais e propriedades matemáticas.

Entretanto, por se tratar de uma pesquisa bibliográfica, de abordagem qualitativa e natureza teórico-reflexiva, não foram realizadas intervenções em sala de aula nem produzidos dados empíricos sobre a aprendizagem dos estudantes. Portanto, as considerações apresentadas referem-se às potencialidades didáticas identificadas na literatura e na análise do instrumento, não sendo possível afirmar, com base nesta investigação, os resultados efetivos de sua aplicação em contextos escolares. Como possibilidade para estudos posteriores, sugere-se o desenvolvimento de atividades e sequências didáticas com estudantes, com a finalidade de analisar como a manipulação das Barras de Napier pode contribuir, na prática, para a compreensão das operações matemáticas.

Por fim, o estudo evidencia que o resgate de instrumentos históricos pode promover aproximações entre a História da Matemática e as práticas contemporâneas de ensino. Sob essa perspectiva, as Barras de Napier apresentam-se como um recurso capaz de integrar história, manipulação, visualização e conhecimento matemático, ampliando as possibilidades de abordagem das operações de multiplicação e divisão e contribuindo para uma prática pedagógica mais reflexiva e articulada.

REFERÊNCIAS

ANDERY, Maria Amália et al. **Para compreender a ciência: uma perspectiva histórica**. 16. ed. Rio de Janeiro: Garamond; São Paulo: EDUC, 2012.

ALMOULOUD, Saddo Ag. Diálogos da didática da matemática com outras tendências da educação matemática. **Caminhos da Educação Matemática em Revista (Online)**, v. 9, n. 1, 2019. Disponível em: https://periodicos.ifs.edu.br/periodicos/caminhos_da_educacao_matematica/article/view/301/206. Acesso em: 19 de janeiro. 2026.

ALVES, Francisco Regis Vieira. Didática de matemática: seus pressupostos de ordem epistemológica, metodológica e cognitiva. **INTERFACES DA EDUCAÇÃO**, [S. l.], v. 7, n. 21, p. 131–150, 2016. DOI: 10.26514/inter.v7i21.1259. Disponível em: <https://periodicosonline.uems.br/interfaces/article/view/1259>. Acesso em: 3 jan. 2026.

ARTIGUE, Michèle; DOUADY, Régine. A Didática da Matemática em França. **Quadrante**, [S. l.], v. 2, n. 2, p. 41–67, 1993. DOI: 10.48489/quadrante.22643. Disponível em: <https://quadrante.apm.pt/article/view/22643>. Acesso em: 16 jan. 2026.

BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. **História da Matemática**. São Paulo: Blucher, 2012.

D'AMORE, Bruno et al. Epistemologia, Didática da Matemática e Práticas de Ensino. **BOLEMA. BOLETIM DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, v. 20, p. 179-205, 2007. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/2912/291221871010.pdf>. Acesso em: 5 Jan. 2026.

DA SILVA, H. R. M. GUERRA, E. A. A Avaliação em Matemática em Forma de Teia. **Educação Matemática em Revista**, [S. l.], v. 21, n. 52, p. 27–41, 2016. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/emr/article/view/701>. Acesso em: 5 jan. 2026.

ENCYCLOPAEDIA BRITANNICA. **Logarithm**. Disponível em: <https://www.britannica.com/biography/John-Napier>. Acesso em: 20 maio. 2025.

Familysearch. **John Napier**. Disponível em: <https://ancestors.familysearch.org/en/L4T3-9Y7/john-napier-1550-1617>. Acesso em: 19 maio de 2025.

GÁLVEZ, Ariel Antonio Robles; MEDINA, Alcibiades; RUÍZ, Narciso Galástica. LA MAGIA DE LOS NÚMEROS EN LA SIMPLICIDAD DE LOS LOGARITMOS DE JOHN NAPIER. **LUMEN ET VIRTUS**, [S. l.], v. 16, n. 45, p. 774–782, 2025. DOI: 10.56238/levv16n45-006. Disponível em: <https://periodicos.newsciencepubl.com/LEV/article/view/3147>. Acesso em: 20 maio. 2025.

GÜNTHER, Hartmut. Pesquisa qualitativa versus pesquisa quantitativa: esta é a questão? **Psicologia: Teoria e Pesquisa**, Brasília, v. 22, n. 2, p. 201-209, maio/ago. 2006. DOI: <https://doi.org/10.1590/S0102-37722006000200010>. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/ptp/a/HMpC4d5cbXsdt6RqbrmZk3J/?lang=pt>. Acesso em: 20 agosto 2026.

LIMA, T. C. S.; MIOTO, R. C. T.. Procedimentos metodológicos na construção do conhecimento científico: a pesquisa bibliográfica. **Revista Katálisis**, Florianópolis, v. 10, n. esp., p. 37-45, 2007. DOI: <https://doi.org/10.1590/S1414-49802007000300004>. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rk/a/HSF5Ns7dkTNjQVpRyvhc8RR>. Acesso em: 20 agosto. 2026.

MARTINS, E. B.; PEREIRA, A. C. C. UMA PRIMEIRA DESCRIÇÃO DA OBRA: RABDOLOGIAE, SEU NUMERATIONIS PER VIRGULA ... DE 1617. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 5, n. 14, p. 154–166, 2018. DOI: 10.30938/bocehm.v5i14.246. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/246>. Acesso em: 30 maio. 2025.

NETO, J. D.; BUENO, L. G. A construção do pensamento geométrico à luz da teoria da mudança de quadros. **Revista Brasileira de Educação em Ciências e Educação Matemática**, [S. l.], v. 7, n. 1, p. 40–65, 2023. DOI: 10.48075/ReBECM.2023.v.7.n.1.30525. Disponível em: <https://e-revista.unioeste.br/index.php/rebecem/article/view/30525>. Acesso em: 2 jan. 2026.

PEREIRA, A. C. C.; SAITO, F. OS INSTRUMENTOS MATEMÁTICOS NA INTERFACE ENTRE HISTÓRIA E ENSINO DE MATEMÁTICA:: COMPREENDENDO O CENÁRIO NACIONAL NOS ÚLTIMOS 10 ANOS. **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 5, n. 14, p. 109–122, 2018. DOI: 10.30938/bocehm.v5i14.225. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/225>. Acesso em: 11 abr. 2025.

PEREIRA, Ana Carolina Costa. Instrumentos de cálculo contidos em tratados do século XVII: objetos que atravessaram os tempos. **REMATEC**, Belém, v. 17, p. 15–29, 2022. DOI: 10.37084/REMATEC.1980-3141.2022.n.p15-29.id503. Disponível em: <https://www.rematec.net.br/index.php/rematec/article/view/11>. Acesso em: 23 maio. 2025.

PEREIRA, Maria Isabel da Costa; OLIVEIRA, José Damião de. *Da origem dos logaritmos ao uso da régua de cálculo no ensino de matemática*. In: **ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA**, 11., 2013. Curitiba. Anais... Curitiba: SBEM, 2013. p. 1-12. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/files/XIENEM/pdf/734_745_ID.pdf. Acesso em: 26 maio 2025.

RIBEIRO, P. H. S.; CAVALCANTE, D. S.; PEREIRA, A. C. C. O PROCEDIMENTO DE CONSTRUÇÃO DAS VARETAS DO PROMPTUÁRIO DE JOHN NAPIER (1550-1617). **Boletim Cearense de Educação e História da Matemática**, [S. l.], v. 7, n. 21, p. 112–121, 2021. DOI: 10.30938/bocehm.v.7i21.4453. Disponível em: <https://revistas.uece.br/index.php/BOCEHM/article/view/4453>. Acesso em: 22 maio. 2025.

SOARES, Evanildo Costa. Os logaritmos e sua difusão nos países da Europa. In: **SEMINÁRIO NACIONAL DE HISTÓRIA DA MATEMÁTICA**, 10. 2013, Campinas. Anais [...]. Campinas: Sociedade Brasileira de História da Matemática, 2013. Disponível em: <https://www.cle.unicamp.br/eprints/index.php/anais-snhm/article/view/75/66>. Acesso em: 26 maio 2025.

TEIXEIRA, Paulo. Entendendo problemas e conceitos em quadros diferentes da matemática. **Revista Professor de Matemática Online**, v. 3, n. 1, p. 31–50, 2015. Disponível em: https://pmo.sbm.org.br/wp-content/uploads/sites/16/dlm_uploads/2019/03/art4_vol3_2015_SBM_PMO.pdf. Acesso em: 26 dez. 2025.



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
Campus Cajazeiras - Código INEP: 25008978
Rua José Antônio da Silva, 300, Jardim Oásis, CEP 58.900-000, Cajazeiras (PB)
CNPJ: 10.783.898/0005-07 - Telefone: (83) 3532-4100

Documento Digitalizado Restrito

Entrega de TCC

Assunto:	Entrega de TCC
Assinado por:	Antonio Carlos
Tipo do Documento:	Dissertação
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Restrito
Hipótese Legal:	Direito Autoral (Art. 24, III, da Lei no 9.610/1998)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- **Antonio Carlos de Brito, ALUNO (201822020033) DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - CAJAZEIRAS**, em 24/08/2026 19:56:20.

Este documento foi armazenado no SUAP em 24/08/2026. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 1963812

Código de Autenticação: 66daa9c257

