



**Washington Luiz Leite Sousa**

**MODELOS DE CIRCUITO EQUIVALENTE PARA ANÁLISE E  
PROJETO DE FSSs DO TIPO CRUZ DE JERUSALÉM**

**João Pessoa - PB  
Dezembro de 2025**

**Washington Luiz Leite Sousa**

**MODELOS DE CIRCUITO EQUIVALENTE PARA ANÁLISE E  
PROJETO DE FSSs DO TIPO CRUZ DE JERUSALÉM**

Dissertação de Mestrado submetida ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do Instituto Federal da Paraíba como requisito necessário à obtenção do grau de Mestre em Ciências no Domínio da Engenharia Elétrica.

Orientador: Prof. Dr. Paulo Henrique da Fonseca Silva

João Pessoa - PB

2025

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)  
Biblioteca Nilo Peçanha do IFPB, *Campus* João Pessoa

S725m      Sousa, Washington Luiz Leite.

Modelos de circuito equivalente para análise e projeto de  
FSSs do tipo Cruz de Jerusalém / Washington Luiz Leite Sousa.  
- 2025.

70 f. : il.

Dissertação (Mestrado – Engenharia Elétrica) – Instituto  
Federal de Educação da Paraíba / Programa de Pós-Graduação  
em Engenharia Elétrica (PPGEE), 2025.

Orientação : Profº Dr. Paulo Henrique da Fonseca Silva.

1. Superfície seletiva em frequência. 2. Modelo de circuito  
equivalente. 3. Cruz de Jerusalém. 4. Frequência de lobo de  
grade. 5. Campos distantes. I. Título.

CDU 621.3.018.4(043)

WASHINGTON LUIZ LEITE SOUSA

**MODELOS DE CIRCUITO EQUIVALENTE PARA ANÁLISE E PROJETO DE FSSs DO TIPO CRUZ DE JERUSALÉM**

**DISSERTAÇÃO** submetida à Coordenação do Curso Superior de Engenharia Elétrica, do Instituto Federal da Paraíba (IFPB), linha de pesquisa: “Eletromagnetismo Aplicado”, em cumprimento aos requisitos institucionais para a obtenção do Título de **MESTRE EM ENGENHARIA ELÉTRICA**.

Aprovado em 18 de dezembro de 2025.

**Membros da Banca Examinadora:**

**Prof. Dr. Paulo Henrique da Fonseca Silva**  
Instituto Federal da Paraíba (IFPB)  
*Orientador*

**Prof. Dr. Jefferson Costa e Silva**  
Instituto Federal da Paraíba (IFPB)  
*Examinador interno*

**Prof. Dr. Gustavo Araújo Cavalcante**  
Instituto Federal da Paraíba (IFPB)  
*Examinador interno*

**Prof. Dr. Paulo Fernandes da Silva Junior**  
Instituto Federal da Paraíba (UEMA)  
*Examinador externo*

Documento assinado eletronicamente por:

- **Paulo Henrique da Fonseca Silva**, PROFESSOR ENS BÁSICO TECN TECNOLÓGICO, em 18/12/2025 17:22:16.
- **Jefferson Costa e Silva**, PROFESSOR ENS BÁSICO TECN TECNOLÓGICO, em 18/12/2025 17:39:38.
- **Gustavo Araújo Cavalcante**, PROFESSOR ENS BÁSICO TECN TECNOLÓGICO, em 19/12/2025 08:32:20.
- **Paulo Fernandes da Silva Junior**, PRESTADOR DE SERVIÇO, em 27/01/2026 09:59:53.

Este documento foi emitido pelo SUAP em 28/11/2025. Para comprovar sua autenticidade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse [https://suap.ifpb.edu.br/autenticar\\_documento/](https://suap.ifpb.edu.br/autenticar_documento/) e forneça os dados abaixo:

**Código Verificador:** 800765

**Código de Autenticação:** 22aced45bb



## **Agradecimentos**

Aos meus pais, por todo o esforço, dedicação e apoio, especialmente à minha mãe, Maria do Carmo, cujo incentivo aos estudos foi sempre presente.

Aos meus irmãos, sempre presentes em todos os momentos.

Ao meu orientador, professor Paulo Henrique da Fonseca Silva, por todo o conhecimento compartilhado, pelas orientações, motivação, paciência e compreensão.

Ao professor Alfrêdo Gomes Neto, por todo apoio, paciência e ensinamentos.

Aos amigos e colegas de Pós-graduação, cujo apoio e estímulo foram essenciais em todos os momentos desta jornada acadêmica.

Aos demais professores e funcionários do Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica do IFPB, que contribuíram, de forma direta ou indireta, na minha construção pessoal e profissional e para a realização deste trabalho.

## Resumo

Um modelo de circuito equivalente (ECM) é proposto para análise e projeto de superfícies seletivas em frequência (FSSs) do tipo cruz de Jerusalém (JC), cujos elementos metálicos, dispostos em arranjos periódicos, são impressos em substratos dielétricos finos e flexíveis. O ECM proposto é derivado escalonando o modelo de Marcuvitz para arranjos periódicos de fitas condutoras. Diferentemente de estudos anteriores da década de 1980, que se baseavam em aproximações empíricas, as imitâncias do circuito equivalente são derivadas diretamente dos parâmetros geométricos da JC-FSS. O modelo proposto leva em consideração as perdas ôhmicas e dielétricas de uma FSS, possibilitando uma estimativa confiável do coeficiente de absorção, um aspecto frequentemente negligenciado em trabalhos anteriores. Os resultados para incidência normal são apresentados em termos dos coeficientes de transmissão, reflexão e absorção. Estudos sobre a frequência de lobo de grade e os campos distantes da JC-FSS também são incluídos. As FSSs são analisadas por meio simulações baseadas no ECM e no método dos momentos (MoM). A modelagem com ECM é validada por meio de resultados teóricos e experimentais obtidos para FSSs configuradas em substratos de poliéster e papel de parede. Estudos comparativos mostram a concordância entre o modelo proposto e as simulações de onda completa, com desvio máximo inferior a 2,15% para as frequências ressonantes das FSSs analisadas. Além disso, um procedimento de otimização baseado em vetor de escala foi aplicado para melhorar a estimativa da largura de banda.

**Palavras-Chave:** superfícies seletivas em frequência, modelo de circuito equivalente, cruz de Jerusalém, frequência de lobo de grade, campos distantes.

## ***Abstract***

*An equivalent circuit model (ECM) is proposed for the analysis and design of Jerusalem cross (JC) frequency selective surfaces (FSSs), whose metallic elements, arranged in periodic arrays, are printed on thin, flexible dielectric substrates. The proposed ECM is obtained by scaling the Marcuvitz model for periodic strip gratings. Unlike previous studies from the 1980s, which relied on empirical approximations, the equivalent circuit impedances in this work are derived directly from the geometric parameters of the JC-FSS. The proposed model accounts for the ohmic and dielectric losses of an FSS, allowing a reliable estimation of the absorption coefficient, an aspect often neglected in previous works. For normal incidence, results are presented in terms of transmission, reflection, and absorption coefficients. Additional studies include the grating lobe frequency and far-field characteristics of the JC-FSS. The FSSs are analyzed through simulations based on the ECM and the method of moments (MoM). The proposed ECM is validated by theoretical and experimental results obtained for FSSs configured on polyester and wallpaper substrates. Comparative studies demonstrate agreement between the proposed model and full-wave simulations, with a maximum deviation of less than 2.15% in the resonant frequencies of the analyzed FSSs. Furthermore, a scaling-vector-based optimization procedure is applied to enhance bandwidth estimation.*

**Keywords:** *frequency selective surfaces, equivalent circuit model, Jerusalem cross, grating lobe frequency, far fields.*

## LISTA DE FIGURAS

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 1 - Funcionalidades das metassuperfícies: a) -b) superfícies seletivas em frequência, c) condutor magnético artificial, d) absorvedor perfeito de banda estreita, e) -g) polarizadores, h) antena <i>leaky-wave</i> , i) transmissor focal, j) refletor focal, k) lente plana de Luneburg e l) holograma. .... | 15 |
| Figura 2 - Elementos do Grupo 1: (a) dipolo; (b) dipolo cruzado; (c) tripolo; (d) cruz de Jerusalém. ....                                                                                                                                                                                                             | 16 |
| Figura 3 - Elementos do Grupo 2: (a) espira quadrada; (b) espira quadrada dupla; (c) espira quadrada com grade; (d) anéis circulares. ....                                                                                                                                                                            | 16 |
| Figura 4 - Elementos do Grupo 3: (a) <i>patch</i> quadrado; (b) retangular; (c) hexagonal; (d) circular. ....                                                                                                                                                                                                         | 17 |
| Figura 5 - Elementos do Grupo 4. ....                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 17 |
| Figura 6 - Elementos típicos das FSSs. ....                                                                                                                                                                                                                                                                           | 17 |
| Figura 7 - Geometria de um arranjo periódico de fitas condutoras no espaço livre. ....                                                                                                                                                                                                                                | 19 |
| Figura 8 - Princípio de funcionamento de um filtro espacial: (a) transmissão em arranjos de dipolos; (b) representação por circuito equivalente. ....                                                                                                                                                                 | 20 |
| Figura 9 - Janela em guia de ondas retangular; (a) vista frontal; (b) vista lateral; (c) aproximação por circuito equivalente. ....                                                                                                                                                                                   | 21 |
| Figura 10 - Representação do problema de espalhamento em termos de impedâncias: (a) FSS sobreposta a uma camada dielétrica; (b) aproximação por circuito equivalente. ....                                                                                                                                            | 24 |
| Figura 11 - FSS na configuração sobreposta: (a) representação em termos de impedância de entrada; (b) aproximação por circuito equivalente. ....                                                                                                                                                                      | 25 |
| Figura 12 - FSS na configuração sobreposta: (a) representação em termos de impedância equivalente; (b) aproximação por circuito equivalente. ....                                                                                                                                                                     | 27 |
| Figura 13 - Geometria da FSS cruz de Jerusalém. ....                                                                                                                                                                                                                                                                  | 29 |
| Figura 14 - Arranjo cruz de Jerusalém e circuito equivalente aproximado. ....                                                                                                                                                                                                                                         | 31 |
| Figura 15 - Circuito equivalente do modelo de Anderson. ....                                                                                                                                                                                                                                                          | 32 |
| Figura 16 - Circuito equivalente do modelo de Leonard-Cofer. ....                                                                                                                                                                                                                                                     | 33 |
| Figura 17 - Circuito equivalente do modelo de Langley-Drinkwater. ....                                                                                                                                                                                                                                                | 35 |
| Figura 18 - Circuito equivalente do modelo de Silva-Sousa. ....                                                                                                                                                                                                                                                       | 39 |
| Figura 19 - Aproximação por circuito equivalente em termos de impedâncias. ....                                                                                                                                                                                                                                       | 41 |
| Figura 20 - Formatos dos elementos dos arranjos periódicos JC-FSS 1 a 6. ....                                                                                                                                                                                                                                         | 45 |

|                                                                                                                                                                                                                                     |    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Figura 21 - Comparação entre os modelos de Anderson e Leonard-Cofer: (a) reflexão;<br>(b) transmissão. ....                                                                                                                         | 46 |
| Figura 22 - Coeficientes de absorção obtidos para JC-FSS 1. ....                                                                                                                                                                    | 46 |
| Figura 23 - Comparação entre os modelos de Leonard-Cofer e Langley-Drinkwater:<br>(a) reflexão; (b) transmissão. ....                                                                                                               | 47 |
| Figura 24 - Coeficientes de absorção obtidos para JC-FSS 1. ....                                                                                                                                                                    | 47 |
| Figura 25 - Comparação entre os modelos de Langley-Drinkwater e Silva-Sousa:<br>(a) reflexão; (b) transmissão. ....                                                                                                                 | 48 |
| Figura 26 - Comparação entre os modelos de Langley-Drinkwater e Silva-Sousa:<br>(a) impedância equivalente; (b) coeficientes de absorção. ....                                                                                      | 49 |
| Figura 27 - Comparação entre o modelo de Silva-Sousa e as técnicas iECM e MCT:<br>(a) reflexão; (b) transmissão. ....                                                                                                               | 51 |
| Figura 28 - Coeficientes de absorção obtidos para JC-FSS 3. ....                                                                                                                                                                    | 51 |
| Figura 29 - Distribuições de corrente e campos distantes espalhados nas frequências $f_1, f_2, f_3$ e $f_G$ para os ângulos de incidência $(\theta; \phi)$ : (a) $(0; 0)$ ; (b) $(45^\circ; 0)$ ; (c) $(45^\circ; 45^\circ)$ . .... | 54 |
| Figura 30 - Arranjo de medição. ....                                                                                                                                                                                                | 55 |
| Figura 31 - Comparação entre os modelos implementados para JC-FSS 7: (a) reflexão;<br>(b) transmissão. ....                                                                                                                         | 56 |
| Figura 32 - Fotografia do protótipo fabricado JC-FSS 7. ....                                                                                                                                                                        | 57 |
| Figura 33 - Comparação entre os resultados simulados e medidos para JC-FSS 7. ....                                                                                                                                                  | 57 |
| Figura 34 - Comparação entre os modelos implementados para JC-FSS 8: (a) reflexão;<br>(b) transmissão. ....                                                                                                                         | 59 |
| Figura 35 - Fotografia do protótipo fabricado JC-FSS 8. ....                                                                                                                                                                        | 59 |
| Figura 36 - Comparação entre os resultados simulados e medidos para JC-FSS 8. ....                                                                                                                                                  | 60 |

## LISTA DE TABELAS

|                                                                                                |    |
|------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Tabela 1 - Parâmetros geométricos para os arranjos FSS do tipo cruz de Jerusalém. ....         | 44 |
| Tabela 2 - Resultados obtidos para frequência de ressonância da JC-FSS 1. ....                 | 49 |
| Tabela 3 - Resultados numéricos obtidos para largura de banda (JC-FSS 1). ....                 | 50 |
| Tabela 4 - Resultados numéricos obtidos para frequência de ressonância (JC-FSS 3). ....        | 52 |
| Tabela 5 - Resultados numéricos obtidos para largura de banda (JC-FSS 3). ....                 | 52 |
| Tabela 6 - Resultados simulados e medidos para os arranjos JC-FSS 1 a 6. ....                  | 53 |
| Tabela 7 - Resultados simulados e medidos, para frequência de ressonância (JC-FSS 7 e 8). .... | 60 |
| Tabela 8 - Resultados simulados e medidos, para largura de banda (JC-FSS 7 e 8). ....          | 61 |

## LISTA DE SIGLAS

|        |                                                                                          |
|--------|------------------------------------------------------------------------------------------|
| AMC    | <i>Artificial Magnetic Conductor</i> (Condutor Magnético Artificial)                     |
| BW     | <i>Bandwidth</i> (Largura de Banda)                                                      |
| ECM    | <i>Equivalent Circuit Model</i> (Modelo de Circuito Equivalente)                         |
| FDTD   | <i>Finite-Difference Time-Domain</i> (Diferenças Finitas no Domínio do Tempo)            |
| FEM    | <i>Finite Element Method</i> (Método dos Elementos Finitos)                              |
| FSS    | <i>Frequency Selective Surface</i> (Superfície Seletiva em Frequência)                   |
| GSM    | <i>Global System for Mobile Communications</i> (Sistema Global para Comunicações Móveis) |
| GTEMA  | Grupo de Telecomunicações e Eletromagnetismo Aplicado                                    |
| iECM   | <i>Improved Equivalent Circuit Model</i> (Modelo de Circuito Equivalente Melhorado)      |
| JC-FSS | <i>Jerusalem Cross-FSS</i> (FSS-Cruz de Jerusalém)                                       |
| MCT    | <i>Matrix Cascade Technique</i> (Técnica das Matrizes em Cascata)                        |
| MoM    | <i>Method of Moments</i> (Método dos Momentos)                                           |
| RCS    | <i>Radar Cross-Section</i> (Seção Transversal de Radar)                                  |
| TE     | Transverso Elétrico                                                                      |
| TM     | Transverso Magnético                                                                     |
| WLAN   | <i>Wireless Local Area Network</i> (Rede Local sem Fio)                                  |

## LISTA DE SÍMBOLOS

|              |                                                                      |
|--------------|----------------------------------------------------------------------|
| $B$          | Susceptância capacitiva normalizada da grade de fitas condutoras     |
| $B_c$        | Susceptância capacitiva normalizada da FSS                           |
| $B_d$        | Susceptância capacitiva dos capacitores horizontais                  |
| $B_g$        | Susceptância capacitiva dos capacitores verticais                    |
| $B_{TE, TM}$ | Susceptância capacitiva normalizada da FSS para polarizações TE e TM |
| $c$          | Constante da velocidade da luz                                       |
| $C^{TE, TM}$ | Função auxiliar para incidência oblíqua nos modos TE e TM            |
| $d$          | Comprimento do braço externo do dipolo cruzado                       |
| $D$          | Comprimento do dipolo cruzado central                                |
| $D_F$        | Fator de dissipação (tangente de perdas)                             |
| $\vec{E}$    | Vetor intensidade de campo elétrico                                  |
| $F$          | Função analítica do modelo de Marcuvitz                              |
| $f_G$        | Frequência de lobo de grade ( <i>grating lobe frequency</i> )        |
| $f_r$        | Frequência de ressonância                                            |
| $g$          | Espaçamento entre duas células unitárias                             |
| $G$          | Função analítica de correção do modelo de Marcuvitz                  |
| $h$          | Largura da fita do dipolo externo                                    |
| $\vec{H}$    | Vetor intensidade de campo magnético                                 |
| $k$          | Função de escalonamento do modelo de Marcuvitz                       |
| $L_{TE, TM}$ | Indutância da FSS para polarizações TE e TM                          |
| $p$          | Periodicidade da FSS                                                 |
| $q$          | Variável auxiliar                                                    |
| $Q$          | Função auxiliar para incidência normal                               |
| $q_d$        | Fator de preenchimento dielétrico                                    |
| $R_d$        | Resistência de perdas dielétricas                                    |
| $R_\sigma$   | Resistência de perdas ôhmicas                                        |

|                  |                                                                 |
|------------------|-----------------------------------------------------------------|
| $S$              | Função auxiliar para incidência normal                          |
| $ S_{11} $       | Módulo do coeficiente de reflexão                               |
| $ S_{21} $       | Módulo do coeficiente de transmissão                            |
| $t$              | Espessura da camada dielétrica                                  |
| $T$              | Coeficiente de transmissão                                      |
| $w$              | Largura do dipolo cruzado                                       |
| $X$              | Reatância indutiva normalizada da grade de fitas condutoras     |
| $X_L$            | Reatância indutiva normalizada da FSS                           |
| $X_{TE,TM}$      | Reatância indutiva normalizada da FSS para polarizações TE e TM |
| $Z_0$            | Impedância característica do espaço livre                       |
| $Z_{eq}$         | Impedância equivalente da FSS                                   |
| $Z_{in}$         | Impedância de entrada da FSS                                    |
| $Z_d$            | Impedância característica do dielétrico                         |
| $Z_{FSS}$        | Impedância da FSS                                               |
| $\alpha$         | Constante de atenuação                                          |
| $\beta$          | Parâmetro do modelo de Marcuvitz                                |
| $\delta$         | profundidade de penetração                                      |
| $\epsilon_0$     | Permissividade elétrica do vácuo                                |
| $\epsilon_c$     | Permissividade elétrica relativa complexa                       |
| $\epsilon_{eff}$ | Permissividade efetiva                                          |
| $\epsilon_r$     | Permissividade relativa                                         |
| $\epsilon_{ref}$ | Permissividade relativa efetiva                                 |
| $\phi$           | Ângulo de incidência no plano de azimute                        |
| $\kappa$         | Variável auxiliar                                               |
| $\lambda$        | Comprimento de onda no espaço livre                             |
| $\lambda_{eff}$  | Comprimento de onda efetivo                                     |
| $\gamma$         | Constante de propagação                                         |
| $\Gamma$         | Coeficiente de reflexão                                         |
| $\mu_0$          | Permeabilidade magnética do vácuo                               |

|            |                                                    |
|------------|----------------------------------------------------|
| $\mu_r$    | Permeabilidade magnética relativa                  |
| $\sigma$   | Condutividade elétrica                             |
| $\sigma_d$ | Condutividade elétrica de um dielétrico com perdas |
| $\sigma_m$ | Condutividade elétrica do metal                    |
| $\theta$   | Ângulo de incidência no plano de elevação          |
| $\Upsilon$ | Vetor de escalonamento                             |
| $\omega$   | Frequência angular                                 |
| $\omega_r$ | Frequência angular de ressonância da FSS           |

## SUMÁRIO

|                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------|----|
| 1. INTRODUÇÃO .....                                                 | 11 |
| 1.1. Justificativa .....                                            | 12 |
| 1.2. Objetivo .....                                                 | 12 |
| 1.3. Organização da Dissertação .....                               | 13 |
| 2. SUPERFÍCIES SELETIVAS EM FREQUÊNCIA .....                        | 14 |
| 2.1. Aplicações de Superfícies Seletivas em Frequência .....        | 14 |
| 2.2. Geometria dos Elementos .....                                  | 16 |
| 3. MODELO DE CIRCUITO EQUIVALENTE .....                             | 18 |
| 3.1. Arranjo Periódico de Fitas Condutoras .....                    | 18 |
| 3.2. Modelo de Circuito Equivalente Melhorado (iECM) .....          | 23 |
| 3.3. Técnica das Matrizes em Cascata .....                          | 27 |
| 4. MODELOS DE CIRCUITO EQUIVALENTE PARA JC-FSS .....                | 29 |
| 4.1. Evolução dos Modelos de Circuito Equivalente para JC-FSS ..... | 30 |
| 4.2. Modelo de Anderson .....                                       | 31 |
| 4.3. Modelo de Leonard-Cofer .....                                  | 33 |
| 4.4. Modelo de Langley-Drinkwater .....                             | 35 |
| 4.5. Modelo de Silva-Sousa .....                                    | 38 |
| 4.6. Otimização do Modelo de Silva-Sousa .....                      | 43 |
| 5. RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS .....                        | 44 |
| 5.1. Comparação entre os Modelos de Circuito Equivalente .....      | 45 |
| 5.2. Distribuições de Corrente e Campos Distantes Espalhados .....  | 53 |
| 5.3. Projetos de JC-FSS para Frequências Comerciais .....           | 54 |
| 5.3.1. Protótipo JC-FSS 7 para GSM e WLAN .....                     | 55 |
| 5.3.2. Protótipo JC-FSS 8 para WLAN .....                           | 58 |
| 6. CONCLUSÕES .....                                                 | 62 |
| REFERÊNCIAS .....                                                   | 64 |

## 1. INTRODUÇÃO

As superfícies seletivas em frequência, ou FSSs (*Frequency Selective Surfaces*), são dispositivos usados para controlar a propagação de ondas espaciais incidentes, refletindo ou transmitindo a energia eletromagnética em bandas específicas de frequência. Em termos gerais, em relação à radiação eletromagnética incidente, as FSSs são dispositivos que apresentam resposta análoga à de filtros espaciais. Conforme a característica de filtragem, a resposta em frequência pode ser classificada como: passa-baixas, passa-altas, passa-faixa, rejeita-faixa [1].

Na determinação dos campos eletromagnéticos espalhados por uma FSS, utilizam-se métodos numéricos de análise de onda completa, tais como o Método dos Elementos Finitos (FEM), o Método dos Momentos (MoM), o Método das Diferenças Finitas no Domínio do Tempo (FDTD), entre outros. A vantagem desses métodos é a capacidade de reproduzir com precisão a resposta da estrutura em uma ampla faixa de frequências, aspecto relevante para a caracterização de uma FSS. No entanto, tais métodos requerem um elevado custo computacional.

A representação por modelo de circuito equivalente (ECM) é uma das técnicas mais simples e eficientes para analisar as características das FSSs. Esse método permite, de forma analítica, estimar os coeficientes de transmissão, reflexão e absorção, considerando a incidência de ondas com polarizações TE ou TM. Uma limitação da técnica ECM é que ela não fornece informações sobre os coeficientes de polarização cruzada [1].

Com o uso do ECM é possível aproximar parâmetros ressonantes característicos de uma FSS, frequência de ressonância e largura de banda, a partir de seus parâmetros construtivos [2]. Na análise por ECM, a resposta em frequência de uma FSS é obtida a partir da impedância da FSS e das impedâncias de onda associadas ao problema.

### 1.1. Justificativa

O modelo de circuito equivalente para análise aproximada de uma FSS na configuração sobreposta em uma camada dielétrica apresenta resultados satisfatórios, principalmente quando são utilizados filmes finos ( $t < \lambda/10$ ) como suporte dielétrico, com permissividade elétrica relativa próxima da unidade. O modelo proposto nesta dissertação visa possibilitar a análise e o projeto de estruturas FSS do tipo cruz de Jerusalém, empregando filmes finos como substrato dielétrico. As JC-FSSs configuram-se como filtros espaciais rejeita-faixas com dupla polarização, apresentando duas bandas de rejeição e uma banda de transmissão, o que lhes confere ampla aplicabilidade prática em sistemas eletromagnéticos.

Na presente abordagem, os resultados para o caso de incidência normal da onda eletromagnética são expressos em termos de frequências de ressonância, frequência de lobo de grade e largura de banda. Além disso, ao considerar as perdas ôhmicas nos arranjos periódicos metálicos em conjunto com as perdas dielétricas nos substratos, é possível estimar o coeficiente de absorção da estrutura com boa aproximação.

### 1.2. Objetivo

O presente trabalho tem como finalidade o estudo e desenvolvimento de um modelo de circuito equivalente para a análise aproximada de FSS do tipo cruz de Jerusalém. O modelo proposto contemplará a consideração explícita das perdas ôhmicas e dielétricas inerentes à estrutura, de modo a fornecer maior fidelidade na representação do comportamento eletromagnético.

Os objetivos específicos são:

- i. Desenvolver um modelo de circuito equivalente que permita representar, de forma analítica, as características de transmissão, reflexão e absorção da JC-FSS, incorporando as perdas ôhmicas e dielétricas.
- ii. Comparar diferentes técnicas de análise e projeto aplicadas a JC-FSS, avaliando vantagens, limitações e adequação de cada abordagem.
- iii. Validar o modelo proposto por meio da correlação entre resultados teóricos (modelagem analítica e simulações) e experimentais (medidas laboratoriais), verificando sua precisão e aplicabilidade.

### **1.3. Organização da Dissertação**

A dissertação é organizada em seis capítulos.

O capítulo 1 apresenta uma abordagem introdutória do tema, sua justificativa e a organização textual da dissertação.

O capítulo 2 apresenta o conceito de superfícies seletivas em frequência, suas características construtivas e aplicações.

No capítulo 3 é descrita a formulação matemática do modelo de Marcuvitz para incidência normal e oblíqua aplicada a um arranjo periódico de fitas condutoras.

O capítulo 4 relaciona os modelos de circuito equivalente utilizados na literatura para análise e projeto de FSS do tipo cruz de Jerusalém, para incidência normal de ondas planas. É apresentado o modelo proposto neste trabalho, denominado modelo de Silva-Sousa.

No capítulo 5, são apresentados os resultados comparativos entre as técnicas utilizadas para análise e projeto de JC-FSS. É apresentada uma análise dos campos distantes espalhados pela estrutura. São apresentados dois projetos de JC-FSS para frequências comerciais. Os resultados do modelo proposto são comparados com as demais técnicas apresentadas e com os resultados experimentais de duas JC-FSS, fabricadas sobre substratos dielétricos de poliéster e papel de parede.

No capítulo 6, são apresentadas as conclusões sobre os resultados obtidos, bem como algumas sugestões para a continuidade da pesquisa em trabalhos futuros.

## 2. SUPERFÍCIES SELETIVAS EM FREQUÊNCIA

Funcionando como filtros espaciais, as FSSs são projetadas para transmissão ou rejeição de ondas eletromagnéticas em bandas específicas de frequência. As FSSs podem ser construídas com aberturas em superfícies metálicas (*slots*), ou com elementos metálicos (*patches*) impressos sobre uma camada dielétrica. Uma FSS com elementos do tipo abertura funciona como um filtro passa-faixa, ou seja, em torno da frequência de ressonância, a FSS se torna “transparente” para a onda incidente. Por outro lado, a FSS com elementos condutores funciona como um filtro rejeita-faixa, refletindo totalmente a onda incidente [3].

A geometria dos elementos, as dimensões físicas, a configuração dielétrica, bem como os tipos de materiais condutores e dielétricos empregados, são parâmetros de projeto importantes, pois influenciam nas características de transmissão e reflexão de uma FSS [4].

### 2.1. Aplicações de Superfícies Seletivas em Frequência

As FSSs são dispositivos bastante usados na área de engenharia de micro-ondas que contribuem significativamente para o desempenho dos sistemas de comunicações. Uma das aplicações mais conhecidas das FSSs é o anteparo da porta do forno de micro-ondas, que funciona como um filtro passa-faixa, transmitindo a faixa de frequências da luz visível. Desta forma, as ondas geradas pelo aparelho com o propósito de aquecer os alimentos permanecem contidas em sua cavidade ressonante, não sendo irradiadas para as áreas externas.

Uma das primeiras situações de emprego das FSSs foi na diminuição da seção transversal de radar (*Radar Cross-Section* - RCS) de embarcações e aeronaves, funcionando como radomes, que são filtros passa-faixa transparentes para ondas na banda de operação da antena.

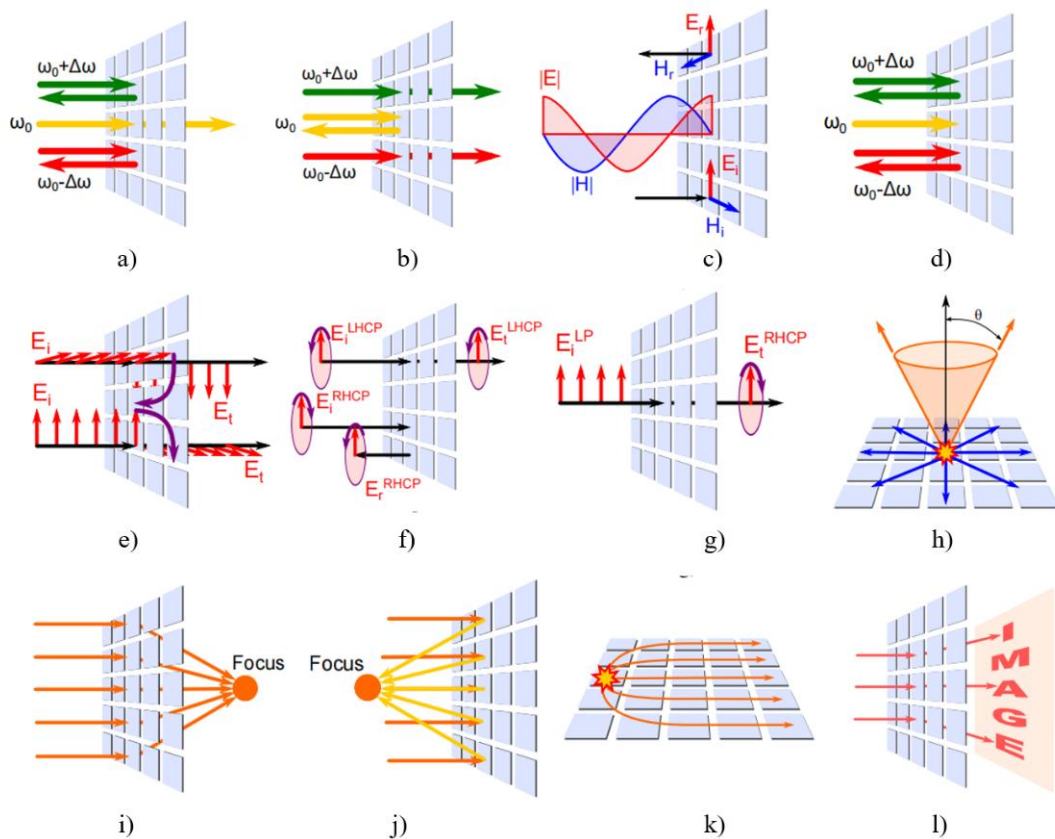
As superfícies seletivas em frequência também se fazem presentes em projetos destinados à redução de ruídos e interferências em sistemas de rede sem fio. A FSS pode ser incorporada a uma parede ou janela, melhorando assim o desempenho e a segurança de uma rede *indoor*.

Outra aplicação bastante interessante é de uma FSS projetada para funcionar acoplada com células coletoras de energia solar. Este tipo de FSS é um anteparo passa-faixa que é essencialmente transparente na faixa de frequência na qual as células solares são mais

eficientes e reflete as frequências fora desta faixa [4]. As FSSs também são usadas como parte de outros dispositivos, tais como: antenas, sensores, diretores, refletores e absorvedores.

Atualmente, uma FSS é classificada como um tipo de metassuperfície. O termo é utilizado para definir estruturas planares, cujas características podem ser projetadas para alcançar propriedades eletromagnéticas específicas. Estas estruturas possuem diversas aplicações no controle de ondas eletromagnéticas (ver Figura 1) dentre elas, as metassuperfícies condutoras magnéticas artificiais (*Artificial Magnetic Conductors* - AMCs) têm sido bastante utilizadas, principalmente, no contexto de antenas.

Figura 1 - Funcionalidades das metassuperfícies: a) -b) superfícies seletivas em frequência, c) condutor magnético artificial, d) absorvedor perfeito de banda estreita, e) -g) polarizadores, h) antena *leaky-wave*, i) transmissor focal, j) refletor focal, k) lente plana de Luneburg e l) holograma.



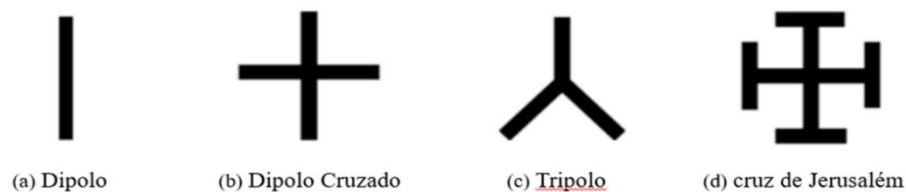
Fonte: Extraído de [5].

## 2.2. Geometria dos Elementos

A escolha do elemento de uma FSS depende dos requisitos necessários para uma determinada aplicação, tais como: dependência do ângulo de incidência, nível de polarização cruzada, largura de banda, nível de separação da banda e independência de polarização. A faixa de operação, a frequência de ressonância e a largura de banda são influenciadas diretamente pelos parâmetros geométricos dos elementos. Os elementos do arranjo periódico da FSS podem ser classificados em grupos, de acordo com sua forma geométrica. Esta classificação foi proposta por B. A. Munk [6], e divide os elementos em quatro grupos.

No grupo 1, são considerados os elementos constituídos por dipolos unidos pelo centro. As formas mais comuns deste grupo são ilustradas na Figura 2.

Figura 2 - Elementos do Grupo 1: (a) dipolo; (b) dipolo cruzado; (c) tripolo; (d) cruz de Jerusalém.



Fonte: Extraído de [7].

Ao Grupo 2, correspondem os elementos do tipo espira. A ressonância desses tipos de elementos acontece quando seu comprimento elétrico efetivo é aproximadamente igual ao comprimento de onda [1]. Na Figura 3 são apresentados elementos deste tipo.

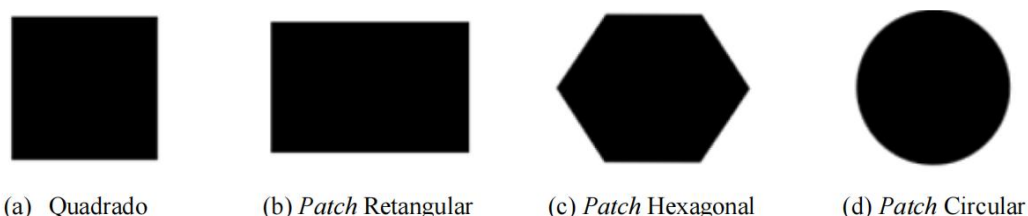
Figura 3 - Elementos do Grupo 2: (a) espira quadrada; (b) espira quadrada dupla; (c) espira quadrada com grade; (d) anéis circulares.



Fonte: Extraído de [7].

Quanto ao Grupo 3, são elementos que apresentam comportamentos do tipo passa-baixas ou passa-altas e consistem em *patches* ou *slots* de diferentes geometrias, Figura 4.

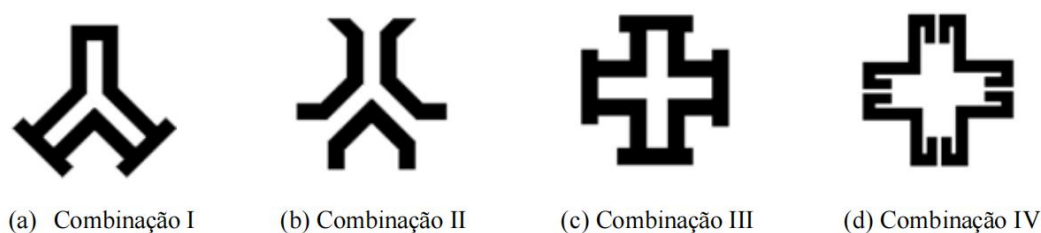
Figura 4 - Elementos do Grupo 3: (a) *patch* quadrado; (b) retangular; (c) hexagonal; (d) circular.



Fonte: Extraído de [7].

O Grupo 4 é composto por elementos formados a partir de combinações de elementos dos grupos anteriores, Figura 5.

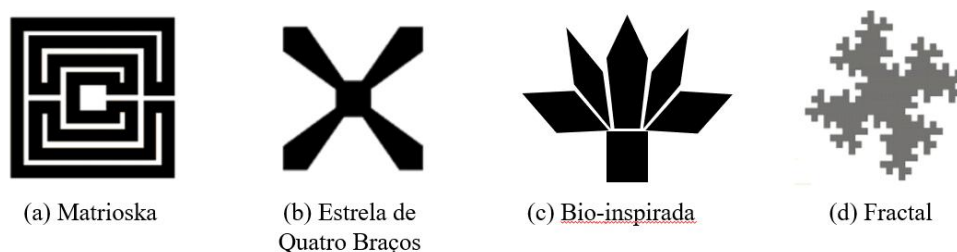
Figura 5 - Elementos do Grupo 4.



Fonte: Extraído de [7].

Além destes quatro grupos que classificam as estruturas, existem outras geometrias utilizadas em projetos de FSS. As geometrias matrioska [8], estrela de quatro braços [9], bio-inspiradas [10] e fractais [9], são exemplos desses elementos, ilustrados na Figura 6.

Figura 6 - Elementos típicos das FSSs.



Fonte: Extraído de [8], [9], [10].

### 3. MODELO DE CIRCUITO EQUIVALENTE

O modelo de circuito equivalente destaca-se como uma das abordagens mais simples e eficientes para análise aproximada de uma FSS, em razão de sua facilidade de implementação e rapidez no cálculo da resposta em frequência. Essa resposta é obtida em termos dos coeficientes de transmissão, reflexão e absorção, permitindo uma compreensão abrangente do comportamento eletromagnético da estrutura. A aplicação do ECM demanda um custo computacional reduzido, o que o torna particularmente adequado para etapas iniciais de projeto de FSS, quando se busca atingir uma resposta em frequência desejada de forma ágil e com recursos computacionais mínimos.

A aplicação do ECM para FSS baseia-se na proposta de Marcuvitz para representação por circuito equivalente de uma grade periódica de fitas condutoras paralelas e infinitas [11]. Para cada tipo de FSS, o modelo de Marcuvitz é escalonado para obtenção dos valores das imitâncias normalizadas dos componentes de circuito equivalente associado à FSS.

Inicialmente, a técnica de ECM foi aplicada às superfícies seletivas em frequência por Anderson [12]. Leonard e Cofer [13] aperfeiçoaram o modelo proposto por Anderson para uma FSS do tipo cruz de Jerusalém. Langley e Parker [14] obtiveram bons resultados ao aplicar o modelo para uma FSS do tipo espira quadrada. Langley e Drinkwater [15] também aplicaram a técnica ECM para uma FSS do tipo cruz de Jerusalém, para o caso de incidência normal. No entanto, a precisão dos modelos propostos não foi satisfatória para o caso de incidência oblíqua. Posteriormente, Lee e Langley desenvolveram um modelo de circuito equivalente aperfeiçoado para incidência oblíqua, [16].

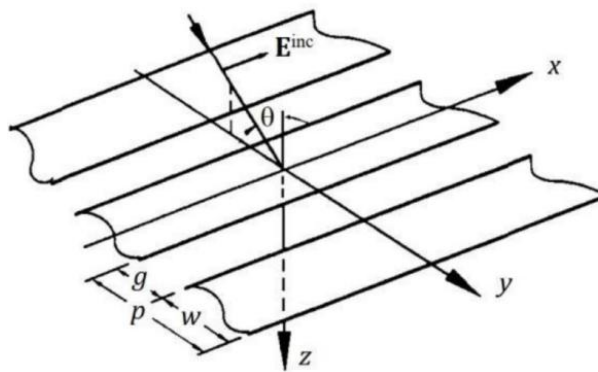
#### 3.1. Arranjo Periódico de Fitas Condutoras

Um dos filtros espaciais mais simples pode ser construído a partir de um arranjo periódico unidimensional de fitas metálicas infinitamente longas, coplanares, paralelas e igualmente espaçadas. A Figura 7 ilustra a geometria de um arranjo periódico de fitas condutoras de espessura infinitesimal, em que:  $p$ , é a periodicidade na direção  $y$ ;  $w$ , é a largura da fita;  $g$ , é o espaçamento dielétrico entre as fitas. A transmissão através do arranjo de fitas depende da

frequência e da orientação do campo elétrico incidente ( $\vec{E}^{inc}$ ) em relação às fitas. A incidência de onda pode ser normal ou oblíqua, dependendo do ângulo em que a onda atinge as fitas. Na incidência normal, a onda incide perpendicularmente à superfície, enquanto na incidência oblíqua, incide em um ângulo diferente de  $90^\circ$ . Para as estruturas FSS analisadas neste trabalho, será considerada somente a incidência normal.

A análise do comportamento eletromagnético do arranjo periódico de fitas metálicas fundamenta-se na decomposição dos campos harmônicos da onda plana incidente em componentes com polarizações TE (Transverso Elétrico) e TM (Transverso Magnético). Essa decomposição possibilita avaliar as forças elétricas resultantes, responsáveis por induzir o movimento dos elétrons livres nas fitas condutoras.

Figura 7 - Geometria de um arranjo periódico de fitas condutoras no espaço livre.



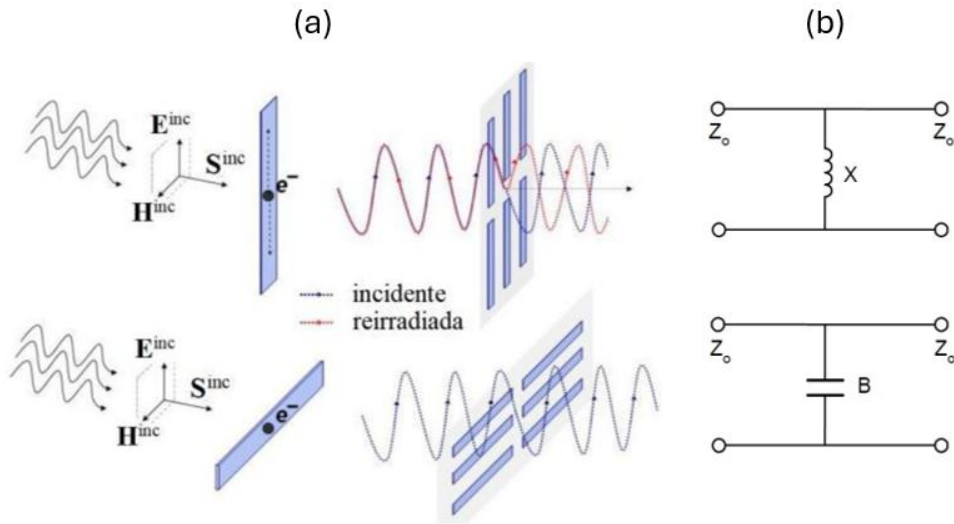
Fonte: Extraído de [13].

Para a polarização TE, com o campo elétrico incidente paralelo às fitas, os elétrons livres oscilam ao longo do comprimento das fitas e uma corrente elétrica é induzida na mesma frequência da onda incidente. A corrente induzida, com sentido contrário ao do campo elétrico incidente, reirradia ondas em ambos os lados do arranjo de fitas: na região ( $z < 0$ ) origina-se a onda refletida; na região ( $z > 0$ ) ocorre uma interferência destrutiva entre as ondas incidente e reirradiada. Portanto, a transmissão através do arranjo de fitas é reduzida e tende a zero na frequência de ressonância.

Para a polarização TM, com o campo elétrico incidente perpendicular às fitas, o movimento dos elétrons livres está limitado à largura de cada fita e, conseqüentemente, pouca energia da onda incidente é convertida em energia cinética dos elétrons. Neste caso, o arranjo de fitas é transparente e ocorre a transmissão da onda incidente [17-19]. A Figura 8(a) ilustra

a transmissão para ambas as polarizações, TE e TM, em arranjos de dipolos e a Figura 8(b), a representação por circuito equivalente associada.

Figura 8 - Princípio de funcionamento de um filtro espacial: (a) transmissão em arranjos de dipolos; (b) representação por circuito equivalente.



Fonte: Adaptado de [13].

Quando a componente tangencial do campo elétrico incidente está paralela às fitas, a reatância resultante é indutiva, permitindo muito pouca transmissão em baixas frequências (comportamento de filtro passa-altas). Por outro lado, quando a componente tangencial do campo elétrico incidente é perpendicular às fitas, a reatância resultante é capacitiva, permitindo muito pouca transmissão em altas frequências (comportamento de filtro passa-baixas).

Para o caso de incidência oblíqua, os valores das reatâncias dependem de  $p$ ,  $g$ ,  $w$ , e do ângulo de incidência  $\theta$ , bem como se a polarização for TE ou TM. Os valores normalizados da reatância indutiva e da susceptância capacitiva são válidos para frequências inferiores ao início do primeiro lobo de grade, e são dadas por (1) e (2), respectivamente. A função  $G$  é um termo de correção, definido em (3)-(6), para as polarizações TE e TM, [16].

$$X_{TE,TM} = F(p, w, \lambda, \theta) = \frac{p}{\lambda} \cos(\theta) \left\{ \ln \left[ \csc \left( \frac{\pi w}{2p} \right) \right] + G(p, w, \lambda, \theta) \right\} \quad (1)$$

$$B_{TE,TM} = 4F(p, w, \lambda, \theta) = 4 \frac{p}{\lambda} \cos(\theta) \left\{ \ln \left[ \csc \left( \frac{\pi g}{2p} \right) \right] + G(p, w, \lambda, \theta) \right\} \quad (2)$$

$$G(p, q, \lambda, \kappa) = \frac{1}{2} \frac{(1 - \beta^2)^2 \left[ 1 - \left( \frac{\beta^2}{4} \right) (C_+ + C_-) + 4\beta^2 C_+ C_- \right]}{\left( 1 - \frac{\beta^2}{4} \right) + \beta^2 \left( 1 + \frac{\beta^2}{2} - \frac{\beta^4}{8} \right) (C_+ + C_-) + 2\beta^6 C_+ C_-} \quad (3)$$

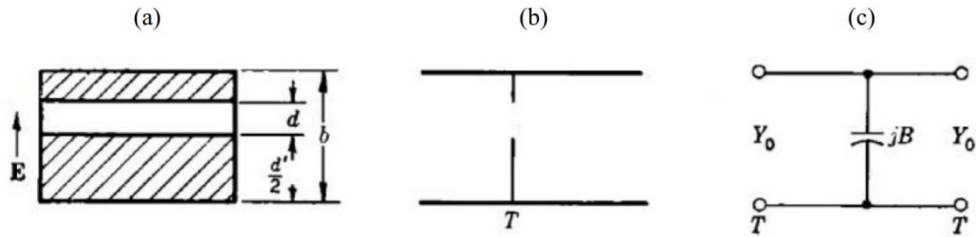
$$\beta = \sin \left( \frac{\pi q}{2p} \right) \quad (4)$$

$$C_{\pm}^{TE} = \frac{1}{\sqrt{\left[ \frac{p \sin(\kappa)}{\lambda} \pm 1 \right]^2 - \frac{p^2}{\lambda^2}}} - 1 \quad (5)$$

$$C_{\pm}^{TM} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left[ \frac{p \cos(\kappa)}{\lambda} \right]^2}} - 1 \quad (6)$$

Para o caso de incidência normal, o fator de correção  $G$  pode ser calculado de forma mais simples e com uma melhor aproximação. A expressão proposta para o fator de correção, dada por (7), é aquela usada para uma janela formada por dois obstáculos em um guia de ondas (para o caso simétrico,  $d' = b - d$ ), conforme ilustrado nas Figuras 9(a-b), com a respectiva representação por modelo de circuito equivalente da Figura 9(c), [11].

Figura 9 - Janela em guia de ondas retangular; (a) vista frontal; (b) vista lateral; (c) aproximação por circuito equivalente.



Fonte: Adaptado de [11].

$$G(p, q, \lambda) = \frac{Q_2 \cos^4\left(\frac{\pi q}{2p}\right)}{1 + Q_2 \sin^4\left(\frac{\pi q}{2p}\right)} + \frac{1}{16} \left(\frac{p}{\lambda}\right)^2 \left[1 - 3 \sin^2\left(\frac{\pi q}{2p}\right)\right]^2 \cos^4\left(\frac{\pi q}{2p}\right) \quad (7)$$

Para incidência normal, o modelo para uma grade periódica de fitas condutoras na configuração suspensa (*freestanding*) é reescrito conforme a formulação em (8)-(13). Nessa formulação, as imitâncias normalizadas, (8) e (9), são obtidas a partir da geometria da grade de fitas e do comprimento de onda no espaço livre,  $\lambda = c/f$ . A função  $F(p, q, \lambda)$ , dada em (10), não depende do ângulo de incidência e inclui o fator de correção  $G(p, q, \lambda)$ , conforme (11), dado em termos de  $S$  e  $Q$ , que são definidos em (12) e (13), respectivamente. A variável auxiliar,  $q$ , introduzida em (10)-(13) assume o valor de  $w$  ou  $g$ , em (8) e (9), respectivamente.

$$X_{TE} = X_{TM} = \omega L = F(p, w, \lambda) \quad (8)$$

$$B_{TE} = B_{TM} = \omega C = 4F(p, g, \lambda) \quad (9)$$

$$F(p, q, \lambda) = \frac{p}{\lambda} \left\{ \ln \left[ \csc \left( \frac{\pi q}{2p} \right) \right] + G(p, q, \lambda) \right\} \quad (10)$$

$$G(p, q, \lambda) = (1 - S)^2 \left\{ \frac{Q}{1 + QS^2} + \left[ \frac{p}{4\lambda} (1 - 3S) \right]^2 \right\} \quad (11)$$

$$S = \left[ \sin \left( \frac{\pi q}{2p} \right) \right]^2 \quad (12)$$

$$Q = \left[ 1 - \left( \frac{p}{\lambda} \right)^2 \right]^{-1/2} - 1 \quad (13)$$

O modelo é válido em frequências abaixo do início do primeiro lobo de grade. A frequência de lobo de grade representa um ponto de descontinuidade da função  $Q(p, \lambda)$ , dada em (13). A descontinuidade acarreta variações semelhantes no fator de correção  $G(p, q, \lambda)$ , e, por conseguinte, na função  $F(p, q, \lambda)$ . Portanto, o circuito equivalente é válido para comprimentos de onda e ângulos de incidência no intervalo  $p(1 + \sin\theta)/\lambda < 1$ . Neste

intervalo, estima-se um erro inferior a 10% para o modelo [11], que possui as seguintes restrições para os parâmetros geométricos do arranjo de fitas:  $w/p < 0,2$  e  $g/p < 0,2$ .

A análise aproximada de uma FSS com uso do ECM requer o escalonamento do modelo de Marcuvitz. Nas aplicações reportadas na literatura, para cada tipo de FSS o modelo de Marcuvitz é escalonado apropriadamente [19]. Em particular, para o cálculo das imitâncias normalizadas que compõem a impedância da FSS, a função  $F$  e os parâmetros geométricos da grade de fitas condutoras ( $w$  e  $g$ ) são escalonados.

### 3.2. Modelo de Circuito Equivalente Melhorado (iECM)

A utilização do iECM foi proposta com uma abordagem que faz uso das analogias existentes entre as teorias de ondas planas e de linhas de transmissão, por meio do conceito de impedância de onda [2]. Em particular, no iECM consideram-se:

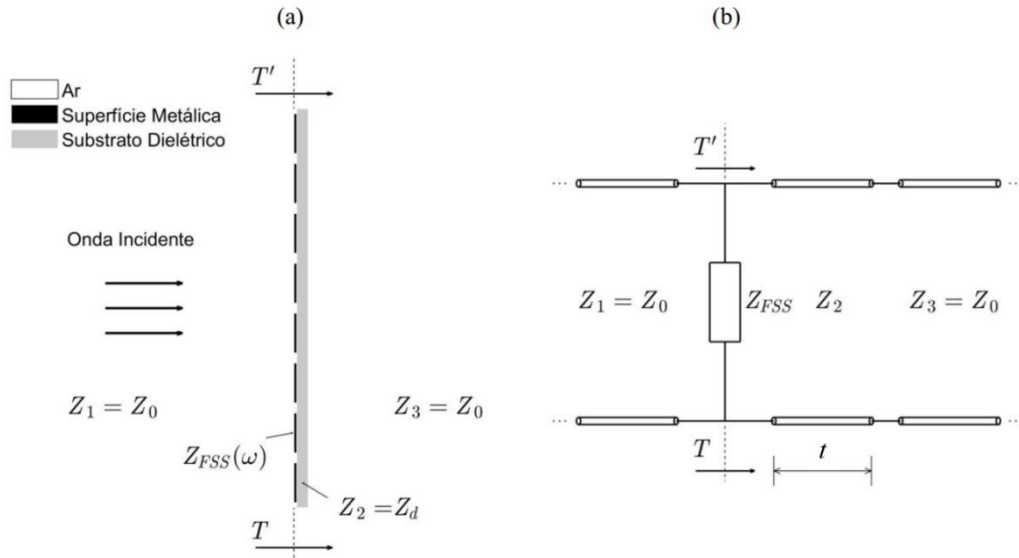
- i. as perdas na estrutura FSS;
- ii. os efeitos da camada dielétrica na propagação de ondas.

Em geral, os materiais utilizados como substratos dielétricos em projetos de FSS na faixa de micro-ondas são dielétricos com pequenas perdas, pois apresentam valores de tangente de perdas (ou fator de dissipação), tal que:  $D_F < 0,1$ . Portanto, na formulação do iECM são feitas aproximações para dielétricos com pequenas perdas [16].

O problema de espalhamento a partir da incidência de ondas eletromagnéticas na direção normal à superfície seletiva é ilustrado na Figura 10(a). A FSS consiste em um arranjo periódico sobreposto a um substrato dielétrico. O circuito em linha de transmissão equivalente associado à FSS é apresentado na Figura 10(b). Neste caso, a camada dielétrica de espessura ( $t$ ) é representada por uma seção de linha de mesmo comprimento elétrico.

Na representação do problema são definidas quatro impedâncias de onda: uma impedância da superfície seletiva ( $Z_{FSS}$ ) e três impedâncias intrínsecas ( $Z_1, Z_2, Z_3$ ) dos meios: 1 (ar), 2 (substrato dielétrico) e 3 (ar). Os meios 1 e 3 são considerados semi-infinitos, sendo representados por linhas semi-infinitas de impedância característica  $Z_0$ . Por sua vez, a representação da superfície FSS, funcionando como filtro espacial, é feita com a associação da impedância ( $Z_{FSS}$ ) em paralelo à linha de transmissão.

Figura 10 - Representação do problema de espalhamento em termos de impedâncias:  
 (a) FSS sobreposta a uma camada dielétrica; (b) aproximação por circuito equivalente.



Fonte: Extraído de [2].

A análise aproximada de uma FSS na configuração sobreposta com o uso do iECM é feita em cinco etapas. O problema de espalhamento original é transformado em cada etapa com a introdução de meios homogêneos equivalentes. Em seguida, as etapas do iECM são resumidas com a apresentação da formulação matemática do modelo e a denominação da simbologia.

- i. cálculo da impedância do substrato dielétrico;
- ii. cálculo da impedância de onda de entrada;
- iii. cálculo da impedância da FSS;
- iv. cálculo da impedância equivalente;
- v. cálculo dos coeficientes de transmissão e reflexão.

i. Cálculo da impedância do substrato dielétrico

A impedância do substrato dielétrico com perdas ( $Z_d$ ) é calculada a partir da permissividade complexa do dielétrico ( $\epsilon_c$ ) conforme (14) [20].

$$Z_2 = Z_d = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_c}} \quad (14)$$

ii. Cálculo da impedância de onda de entrada

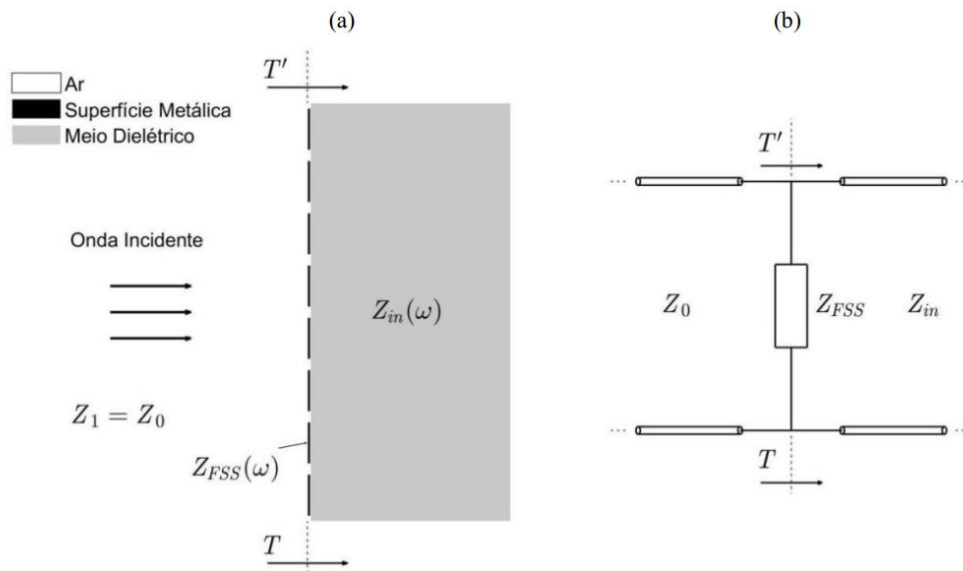
A impedância de entrada é calculada de acordo com (15) [20]. A constante de propagação ( $\gamma$ ) e a permissividade complexa ( $\epsilon_c$ ) são dadas em (16) e (17), respectivamente, em termos das características do substrato dielétrico de suporte da FSS: espessura ( $t$ ), permissividade relativa ( $\epsilon_r$ ) e tangente de perdas ( $D_F$ ). Com a introdução da impedância de entrada, o problema de espalhamento é simplificado conforme a representação equivalente da Figura 11.

$$Z_{in}(\omega) = Z_0 \frac{1 + \tanh(\gamma t)/\sqrt{\epsilon_c}}{1 + \tanh(\gamma t) \cdot \sqrt{\epsilon_c}} \quad (15)$$

$$\gamma \approx \frac{\pi\sqrt{\epsilon_r}}{\lambda} (D_F + j2) \quad (16)$$

$$\epsilon_c = \epsilon_r [1 - jD_F] \quad (17)$$

Figura 11 - FSS na configuração sobreposta: (a) representação em termos de impedância de entrada; (b) aproximação por circuito equivalente.



Fonte: Extraído de [2].

### iii. Cálculo da impedância da FSS

A impedância da FSS é calculada conforme (18), em que:  $X_{FSS}$  é a reatância total da FSS, dada em (19);  $X_n$  denota uma imitância normalizada; conforme a soma em (20),  $R_\sigma$ ,  $R_d$  e  $R_{FSS}$  denotam as resistências de perdas ôhmicas, dielétricas e total da FSS, respectivamente [1, 17].

$$Z_{FSS}(\omega) = R_{FSS} + jX_{FSS} \quad (18)$$

$$X_{FSS} = Z_0 X_n \quad (19)$$

$$R_{FSS} = R_\sigma + R_d = \frac{1}{\sigma_m \delta} \left( \frac{p^2}{(p - g - 2h)(w + 2(hd))} \right) + \frac{Z_0 D_F}{B_{C1} + B_{C2} + B_{C3}} \quad (20)$$

A permissividade relativa efetiva da FSS, na configuração sobreposta, é expressa em função da espessura da camada dielétrica  $t$ , conforme (21) [17]. No limite em que  $t \rightarrow \infty$ , a permissividade efetiva tende para o valor assintótico,  $(\varepsilon_r + 1)/2$ .

$$\varepsilon_{ref} = \varepsilon_r + (1 - \varepsilon_r)e^{-N(10t)/p} \quad (21)$$

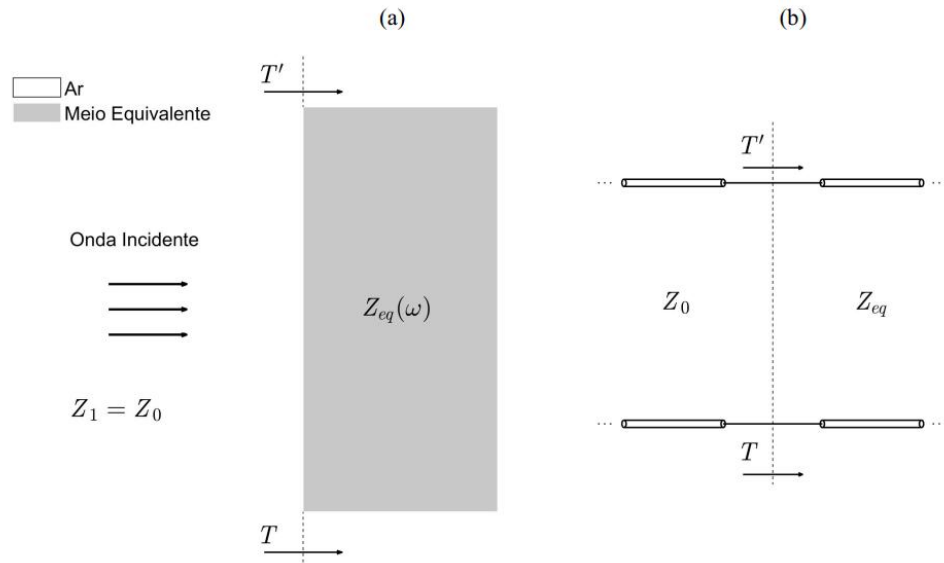
### iv. Cálculo da impedância equivalente

A etapa iv da metodologia iECM consiste no cálculo da impedância de onda equivalente, conforme (22), obtida por meio da associação em paralelo entre a impedância da FSS, dada por (20), e a impedância de entrada, apresentada em (15). Convém ressaltar que, para análise do caso de uma FSS na configuração suspensa, basta impor a condição,  $Z_{in}(\omega) = Z_0$ , em (20).

$$Z_{eq}(\omega) = \frac{Z_{in}(\omega) \cdot Z_{FSS}(\omega)}{Z_{in}(\omega) + Z_{FSS}(\omega)} \quad (22)$$

Com a determinação da impedância equivalente, o problema de espalhamento original é transformado em um problema de reflexão de uma onda plana na interface entre dois meios homogêneos. A Figura 12 ilustra a configuração equivalente resultante para a FSS.

Figura 12 - FSS na configuração sobreposta: (a) representação em termos de impedância equivalente; (b) aproximação por circuito equivalente.



Fonte: Extraído de [2].

v. Cálculo dos coeficientes de transmissão e reflexão.

Na etapa final da metodologia, os coeficientes de transmissão (23) e reflexão (24) são calculados em termos da impedância de onda equivalente.

$$T_{iECM}(\omega) = \frac{2Z_{eq}(\omega)}{Z_{eq}(\omega) + Z_0} \quad (23)$$

$$\Gamma_{iECM}(\omega) = \frac{Z_{eq}(\omega) - Z_0}{Z_{eq}(\omega) + Z_0} \quad (24)$$

### 3.3. Técnica das Matrizes em Cascata

A técnica das matrizes em cascata para FSS é descrita em [1], [21–23]. A formulação matemática para uma FSS na configuração sobreposta é dada por (25)-(31) e consiste na associação das matrizes ABCD da FSS, dada em (25), e da camada dielétrica, dada em (26), com  $Z_d = Z_0/\sqrt{\epsilon_c}$ , para obtenção da matriz ABCD da FSS, dada por (27) e (28). Em seguida,

a matriz de espalhamento (29) é obtida a partir da matriz ABCD resultante (27). Como a estrutura FSS é recíproca,  $AD - BC = 1$ , os coeficientes de transmissão e reflexão são obtidos de (29), conforme (30) e (31), respectivamente.

$$\begin{bmatrix} A_{FSS} & B_{FSS} \\ C_{FSS} & D_{FSS} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{1}{Z_{FSS}} & 1 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} A_d & B_d \\ C_d & D_d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma t) & Z_d \sinh(\gamma t) \\ \frac{1}{Z_d} \sinh(\gamma t) & \sinh(\gamma t) \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{FSS} & B_{FSS} \\ C_{FSS} & D_{FSS} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_d & B_d \\ C_d & D_d \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma t) & Z_d \sinh(\gamma t) \\ \frac{1}{Z_{FSS}} \cosh(\gamma t) + \frac{1}{Z_d} \sinh(\gamma t) & \frac{Z_d}{Z_{FSS}} \sinh(\gamma t) + \cosh(\gamma t) \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$\begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} = \frac{1}{A + B/Z_0 + Z_0 C + D} \begin{bmatrix} A + B/Z_0 - Z_0 C - D & 2(AD - BC) \\ 2 & -A + B/Z_0 - Z_0 C + D \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$T_{MCT}(\omega) = \frac{2}{A + B/Z_0 + Z_0 C + D} \quad (30)$$

$$\Gamma_{MCT}(\omega) = \frac{A + B/Z_0 - Z_0 C - D}{A + B/Z_0 + Z_0 C + D} \quad (31)$$

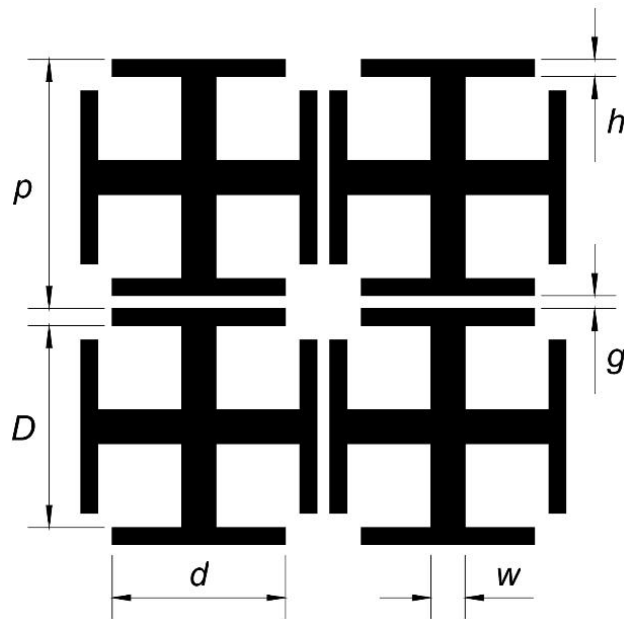
#### 4. MODELOS DE CIRCUITO EQUIVALENTE PARA JC-FSS

A superfície seletiva em frequência do tipo cruz de Jerusalém (JC-FSS) tem sido empregada em projetos de filtros espaciais com dupla banda de rejeição, polarizadores, absorvedores e condutores magnéticos artificiais, entre outros. Suas aplicações incluem componente de antenas, radomes, sensores, materiais absorvedores de radar [24-30].

A geometria do arranjo periódico com elementos do tipo cruz de Jerusalém é construída a partir de um dipolo cruzado central e de quatro dipolos (braços) dispostos nas extremidades do dipolo cruzado, sendo definida a partir de cinco parâmetros geométricos: a periodicidade do arranjo ( $p$ ), o comprimento ( $d$ ) e a largura da fita ( $h$ ) do braço externo do dipolo cruzado, a largura da fita do dipolo cruzado ( $w$ ) e o espaçamento entre as células unitárias ( $g$ ). O comprimento do dipolo cruzado central ( $D$ ), é obtido em função dos demais parâmetros geométricos, conforme (32). Os parâmetros geométricos da estrutura são ilustrados através da Figura 13.

$$D = p - g - 2h \quad (32)$$

Figura 13 - Geometria da FSS cruz de Jerusalém.



Fonte: Autor, 2025.

A FSS com elementos do tipo cruz de Jerusalém comporta-se como um filtro espacial rejeita-faixas para ondas planas eletromagnéticas viajantes. Este tipo de estrutura apresenta uma resposta em frequência com polarização dupla, caracterizada por duas bandas de rejeição e uma banda de transmissão. As frequências e larguras de banda podem ser controladas independentemente. A primeira frequência de ressonância é influenciada principalmente pelas dimensões ( $D$  e  $w$ ), do dipolo cruzado central; as dimensões do braço externo do dipolo cruzado ( $d$  e  $h$ ), influenciam diretamente na segunda frequência de ressonância.

A cruz de Jerusalém foi o primeiro elemento analisado usando a técnica de modelo de circuito equivalente para FSS [12]. O modelo de Anderson foi desenvolvido para abordar apenas a primeira frequência de ressonância de uma JC-FSS medida por Arnaud-Pelow [31]. Leonard-Cofer apresentaram então um modelo para a JC-FSS válido até a banda de transmissão [13]. O modelo de Langley-Drinkwater é atualmente o mais utilizado para aproximar toda a região ressonante da JC-FSS [15]. Em geral, abordagens média, de recuperação e multimodo são técnicas que têm sido usadas para análise ECM de FSS nas regiões quase estática, ressonante e de lobo da grade, respectivamente [32].

#### **4.1. Evolução dos Modelos de Circuito Equivalente para JC-FSS**

Nesta seção são apresentados os modelos de circuito equivalente implementados para caracterização aproximada de FSSs do tipo cruz de Jerusalém [12-15]. Os modelos são apresentados em ordem cronológica com o intuito de descrever a evolução da representação por meio do ECM aplicado a esse tipo de FSS, conforme a seguinte ordem:

- i) modelo de Anderson;
- ii) modelo de Leonard-Cofer;
- iii) modelo de Langley-Drinkwater;
- iv) modelo de Silva-Sousa.

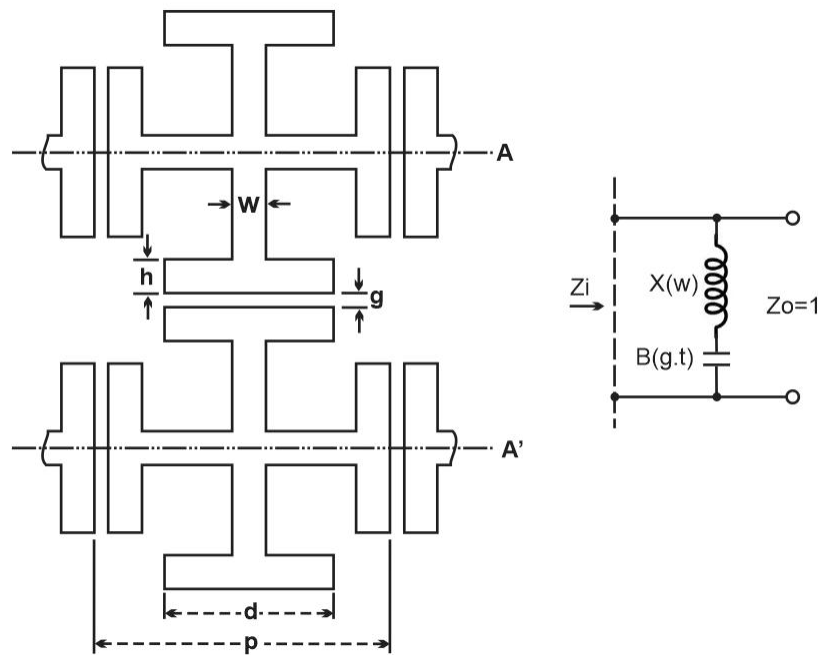
#### 4.2. Modelo de Anderson

O modelo de Anderson para uma FSS cruz de Jerusalém foi o primeiro modelo de circuito equivalente proposto para análise de uma FSS. Publicado em 1975, seu artigo sobre a teoria de grades auto-ressonantes baseou-se nos resultados experimentais de Arnaud e Pelow [31]. A representação aproximada por circuito equivalente proposta por Anderson [12] é desenvolvida a partir de considerações físicas e de resultados já estabelecidos para grades de fitas paralelas:

As propriedades de transmissão do arranjo proposto são descritas por meio de uma impedância equivalente, juntamente com uma seção de linha de transmissão que representa a propagação no espaço livre. Quando  $p \ll \lambda$ , a impedância equivalente é uma indutância *shunt*, ou uma capacitância, dependendo se o vetor campo elétrico da onda incidente é paralelo ou perpendicular em relação às bordas das fitas condutoras. [12, tradução nossa].

O modelo de circuito equivalente proposto pode ser representado por um circuito  $LC$  em série, alocado na junção entre duas linhas de transmissão semi-infinitas, de impedância característica  $Z_0$ , que representam o meio de propagação (ar), no qual a FSS, na configuração suspensa, está posicionada. O modelo é ilustrado na Figura 14.

Figura 14 - Arranjo cruz de Jerusalém e circuito equivalente aproximado.



Fonte: Adaptado de [12].

Com base na simetria do sistema, constata-se que não existe componente de campo elétrico normal à grade nos planos  $A$  e  $A'$  indicados na Figura 14. Dessa forma, é possível inserir, sem alterar o campo elétrico, um par de placas infinitamente finas e perfeitamente condutoras nesses planos, posicionadas perpendicularmente ao plano da grade e separadas por uma distância  $p$ . No regime quase estático, quando  $p \ll \lambda$ , o fluxo elétrico nos elementos da grade situados nessa configuração de placas paralelas concentra-se nas lacunas dos segmentos capacitivos horizontais. Assume-se que essa concentração persista para todas as frequências em que  $p < \lambda$  [12, tradução nossa].

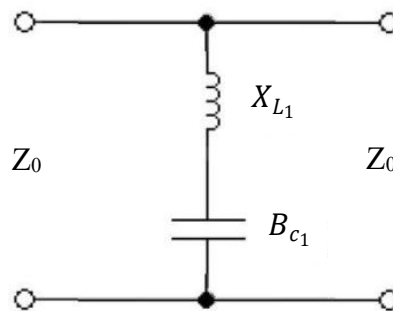
No modelo de Anderson são consideradas as restrições dispostas em (33). O efeito dos dipolos verticais, cada um com comprimento ( $d$ ) e largura ( $h$ ), é insignificante para  $d \ll \lambda$ .

$$t \ll w \ll p, h \ll p \ll \lambda, g \ll d \ll \lambda \quad (33)$$

Como  $w \ll p$  e  $h \ll p$ , o campo magnético em torno da grade é aproximadamente igual ao de uma grade indutiva uniforme com período  $p$  e largura  $w$ . Portanto, a energia magnética armazenada na cruz de Jerusalém pode ser representada, de forma aproximada, pela reatância indutiva equivalente  $X_{L_1}$  [11].

Em termos da simbologia, o circuito equivalente do modelo de Anderson é redesenhado, conforme a Figura 15. Devido à restrição  $d \ll \lambda$ , o modelo leva em conta apenas a primeira banda de rejeição da JC-FSS. A reatância  $X_{L_1}$  é normalizada em relação a impedância intrínseca do espaço livre. Portanto, o circuito equivalente associado ao arranjo possui apenas um ramo  $LC$  série associado à frequência  $f_1$ .

Figura 15 - Circuito equivalente do modelo de Anderson.



Fonte: Autor, 2025.

A partir da análise feita por Anderson, a reatância indutiva normalizada da JC-FSS é dada por (34), e a reatância capacitiva normalizada é obtida por (35).

$$X_{L_1} = F(p, w, \lambda) \quad (34)$$

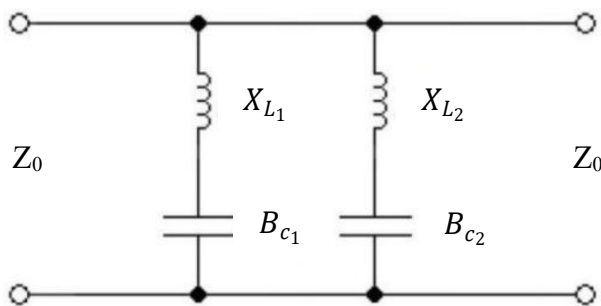
$$B_{c_1} = 4 \frac{d}{p} F(p, g, \lambda) \quad (35)$$

#### 4.3. Modelo de Leonard-Cofer

O modelo de Leonard-Cofer apresentado nesta Seção, foi proposto em 1975 com base no conceito de circuito equivalente descrito por Marcuvitz [11], anteriormente aplicado à geometria da cruz de Jerusalém por Anderson [12], e segue a metodologia descrita em [15]. Neste modelo, a interação de ondas planas eletromagnéticas incidentes com um arranjo periódico infinito de elementos é representada por uma onda que se propaga ao longo de uma linha de transmissão, sendo o arranjo modelado por elementos de impedância concentrada conectados em paralelo.

O modelo de circuito equivalente desenvolvido por Leonard-Cofer é constituído por uma associação em paralelo de dois circuitos  $LC$  ressonantes conectados em série, conforme ilustrado na Figura 16. O valor da indutância  $X_{L_1}$  é determinado pela equação (16). A susceptância  $B_{c_1}$  da capacitância  $C_1$  é obtida pela soma de duas susceptâncias  $B_g$  e  $B_d$ , sendo  $B_g$  definida pela equação (36).

Figura 16 - Circuito equivalente do modelo de Leonard-Cofer.



Fonte: Autor, 2025.

$$B_g = 4\varepsilon_{ref} \frac{d}{p} F(p, g, \lambda) \quad (36)$$

A susceptância  $B_g$  é decorrente da capacitância entre os capacitores terminais horizontais, espaçados por  $g$ , reduzida por um fator  $d/p$  devido à sua configuração descontínua. Por sua vez,  $B_d$  corresponde à susceptância entre as extremidades verticais, espaçadas por  $(p - d)$ , sendo definida por (37).

$$B_d = 4\varepsilon_{ref} \frac{(2h + g)}{p} F(p, p - d, \lambda) \quad (37)$$

O valor de  $C_2$  na Figura 16 não é determinado diretamente a partir da análise apresentada anteriormente, mas sim considerando que o dipolo seja ressonante em uma frequência  $f_3$ , tal que,  $\lambda_3 = d/0,43$ , em que  $\lambda_3$  é o comprimento de onda ressonante. Após a obtenção de  $\lambda_3$ , o valor de  $C_2$  é calculado por meio da equação do circuito  $LC$  ressonante em série (38).

$$f_3 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2 C_2}} \quad (38)$$

Em [15] não é apresentada a expressão para o cálculo de  $X_{L_2}$ , que corresponde a reatância indutiva associada aos dipolos terminais. O valor de  $X_{L_2}$  é fornecido em [8] conforme a equação (39). O valor de  $\lambda_3$  é posteriormente ajustado segundo a equação (40), a fim de considerar a influência do substrato dielétrico. Dessa forma, a susceptância capacitiva  $B_{c_2}$  associada aos dipolos terminais é determinada conforme (42). Em síntese, a manipulação algébrica de (38) resulta em (41), e, substituindo-se (40) em (41), obtém-se a equação (42).

$$X_{L_2} = \frac{d}{p} F(p, 2w, \lambda) \quad (39)$$

$$\lambda_3 = \frac{d}{0,43p\sqrt{\varepsilon_{ref}}} \quad (40)$$

$$L_2 C_2 = \left( \frac{1}{2\pi f_3} \right)^2 \rightarrow X_{L_2} B_{C_2} = \left( \frac{f}{f_3} \right)^2 \rightarrow B_{C_2} = \frac{\varepsilon_{ref}}{X_{L_2}} \left( \frac{f}{c/\lambda_3} \right)^2 \quad (41)$$

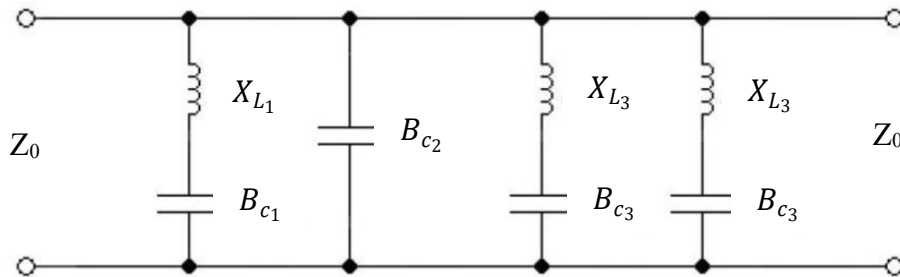
$$B_{C_2} = \frac{\varepsilon_{ref}}{X_{L_2}} \left( \frac{f}{c/\lambda_3} \right)^2 = \frac{\varepsilon_{ref}}{X_{L_2}} \left( \frac{fd}{0,43c\sqrt{\varepsilon_{ref}}} \right)^2 \quad (42)$$

Os resultados obtidos pelo modelo de Leonard-Cofer, apresentados em [13], evidenciaram boa concordância entre o modelo e os resultados experimentais para a primeira frequência de rejeição ( $f_1$ ), assim como para frequência de transmissão ( $f_2$ ). Entretanto, em [13], não foi fornecida qualquer informação referente à segunda frequência de rejeição ( $f_3$ ).

#### 4.4. Modelo de Langley-Drinkwater

O modelo de circuito equivalente de Langley-Drinkwater, descrito nesta seção, foi proposto em 1982 [15]. Este modelo se aplica exclusivamente ao caso de incidência normal e está ilustrado na Figura 17.

Figura 17 - Circuito equivalente do modelo de Langley-Drinkwater.



Fonte: Autor, 2025.

Os valores dos componentes para este modelo são determinados da seguinte forma:

(i)  $L_1$  e  $C_1$

O circuito ressonante em série  $L_1 C_1$  do modelo de Leonard-Cofer é mantido para prever a ressonância mais baixa na frequência  $f_1$ . As equações básicas para cálculo da indutância e da capacitância das fitas também permanecem inalteradas, ou seja, equações 1 e 2 [15].

As “equações 1 e 2” citadas em [15], correspondem ao modelo de Marcuvitz [11]. Por conveniência, as equações do modelo de Leonard-Cofer para o ramo em série  $L_1C_1$  são rescritas nas equações (43) e (44).

$$X_{L_1} = F(p, w, \lambda) \quad (43)$$

$$B_{C_1} = B_g + B_d = 4\varepsilon_{ref} \left[ \frac{d}{p} F(p, g, \lambda) + \frac{(2h + g)}{p} F(p, p - d, \lambda) \right] \quad (44)$$

(ii)  $L_3$  e  $C_3$

A segunda frequência de ressonância em  $f_3$  é definida a partir de dois circuitos  $LC$  série ( $L_2C_3$  e  $L_3C_3$ ), associados em paralelo. As imitâncias dos componentes  $L_3$  e  $C_3$  são calculadas para um comprimento de onda ressonante  $\lambda_3 = d/0,49$  em vez de  $\lambda_3 = d/0,43$  utilizado por Leonard e Cofer [13].  $B_{C_3}$  é a capacitância própria do capacitor final e é determinada a partir do conhecimento de  $f_3$  (calculada a partir de  $\lambda_3$ ) e da reatância normalizada do capacitor final dada por (45a), em que  $\omega = 2\pi f$ .

$$X = \omega L = \frac{d}{p} F(p, h, \lambda_3) \quad (45a)$$

Na equação (45a) apresentada em [13], observou-se a ausência do subíndice 3 em  $\omega$ . Assim, (45a) é rescrita como (45). A susceptância  $B_{C_3}$  é calculada em (46), conforme o procedimento descrito anteriormente.

$$X = \omega_3 L = \frac{d}{p} F(p, h, \lambda_3) \quad (45)$$

$$B_{C_3} = \frac{\varepsilon_{ref}}{X} \left( \frac{f}{f_3} \right)^2 = \frac{\varepsilon_{ref}}{X} \left( \frac{fd}{0,49c\sqrt{\varepsilon_{ref}}} \right)^2 \quad (46)$$

A indutância  $L_3$  é expressa como a soma de duas indutâncias  $L_4$  e  $L_5$ . A reatância  $X_4$  da indutância  $L_4$  é dada por (47).

$$X_4 = \frac{d}{p} F(p, 2h + g, \lambda_3) \quad (47)$$

A reatância  $X_5$  apresentada em (45) pode ser interpretada como uma contribuição associada à segunda harmônica da frequência de ressonância  $f_1$ . A reatância  $X_{L_3}$  é determinada por (48). Convém ressaltar que  $X_4$  e  $X_5$  são valores constantes, que não dependem da frequência (devido ao argumento constante  $\lambda_3$  em  $F$ ). Assim,

$$X_{L_3} = X_{L_4} + X_{L_5} = \frac{d}{p} F(p, 2h + g, \lambda_3) + \left( F\left(\frac{p}{2}, w + g, \lambda_3\right) \right) \quad (48)$$

(iii)  $C_2$

O componente remanescente do circuito equivalente é  $B_{C_2}$  (52), que influencia diretamente na frequência da banda de transmissão  $f_2$ . Esse componente é obtido pela soma de duas susceptâncias,  $B_4$  e  $B_5$ .  $B_4$  (49) é a susceptância de um dipolo vertical de largura  $(2h+g)$  e é calculada da mesma forma que  $B_{C_3}$ . A susceptância  $B_5$  considera a capacitância entre o braço principal horizontal e o capacitor terminal paralelo (50), e depende do valor de  $D$  apresentado na equação (51) [13].

$$B_4 = \frac{\varepsilon_{ref}}{X_4} \left( \frac{f}{f_3} \right)^2 = \frac{\varepsilon_{ref}}{X_4} \left( \frac{fd}{0,49c\sqrt{\varepsilon_{ref}}} \right)^2 \quad (49)$$

$$B_5 = 4\varepsilon_{ref} \frac{d}{p} F(p/2, D/2, \lambda_3) \quad (50)$$

$$D = p - g - 2h \quad (51)$$

$$B_{C_2} = B_4 + B_5 \quad (52)$$

As reatâncias normalizadas dos ramos do circuito equivalente são apresentadas nas equações (53)-(55). A reatância total normalizada da FSS é obtida conforme a equação (56).

A função  $F(p, q, \lambda)$  é calculada de acordo com procedimento descrito nas equações (10)-(13), em que,  $G(p, q, \lambda)$  dada em (11), corresponde a um termo de correção [11].

$$X_1 = X_{L_1} - \frac{1}{B_{C_1}} \quad (53)$$

$$X_2 = -\frac{1}{B_{C_1}} \quad (54)$$

$$X_3 = \frac{X_{L_3}}{2} - \frac{1}{2B_{C_3}} \quad (55)$$

$$X_n = \frac{1}{\frac{1}{X_1} + \frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_3}} \quad (56)$$

Os coeficientes de transmissão e reflexão são calculados conforme (57) e (58), respectivamente, em função da reatância normalizada total, obtida por (56). Neste cálculo, não são consideradas as perdas ôhmicas e dielétricas da estrutura FSS, assim como os efeitos da camada dielétrica sobre a propagação das ondas.

$$T_{ECM} = \frac{2X_n}{2X_n + 1} \quad (57)$$

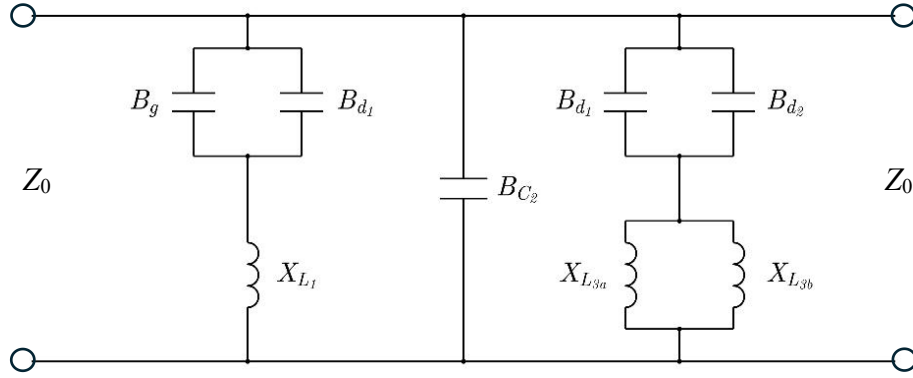
$$\Gamma_{ECM} = \frac{-1}{2X_n + 1} \quad (58)$$

#### 4.5. Modelo de Silva-Sousa

O modelo proposto por Silva-Sousa, apresentado nesta Seção, considera as perdas ôhmicas e dielétricas da JC-FSS na configuração sobreposta. Os resultados são apresentados em termos de coeficientes de reflexão, transmissão e absorção, para as estruturas propostas em [15]. São apresentadas as frequências das duas bandas de rejeição e da banda de transmissão.

O modelo de circuito equivalente proposto para a JC-FSS é ilustrado na Figura 18. Cada componente concentrado do circuito é calculado em função dos parâmetros geométricos e das propriedades dos materiais que compõem o arranjo impresso sobre uma camada dielétrica. A presença do substrato dielétrico afeta apenas as susceptâncias do circuito [33].

Figura 18 - Circuito equivalente do modelo de Silva-Sousa.



Fonte: Autor, 2025.

As susceptâncias capacitivas  $B_g$  e  $B_{d1}$  são calculadas conforme o modelo de Leonard-Cofer, utilizando as equações (34) e (35), respectivamente. As imitâncias para a banda de rejeição inferior,  $X_{L1}$  e  $B_{C1}$  são determinadas em função da diferença entre os comprimentos do dipolo,  $D - d$ , de acordo com (59) e (60), respectivamente. Para os valores de  $D - d \leq 0,6$  mm, o valor de  $X_{L1}$  aumenta, enquanto que o valor de  $B_{C1}$  diminui.

$$X_{L1} = \begin{cases} \frac{p-g}{p} F(p, w, \lambda), & D - d > 0,6 \text{ mm} \\ \frac{p+g}{d} F(p, w, \lambda), & D - d \leq 0,6 \text{ mm} \end{cases} \quad (59)$$

$$B_{C1} = \begin{cases} B_g + B_{d1}, & D - d > 0,6 \text{ mm} \\ 0,80B_g, & 0,6 \text{ mm} \geq D - d > 0,3 \text{ mm} \\ 0,85B_g, & D - d \leq 0,3 \text{ mm} \end{cases} \quad (60)$$

As mudanças do modelo Leonard-Cofer aplicadas à banda de rejeição inferior também melhoram a aproximação da banda de transmissão. A susceptância  $B_{C2}$ , utilizada para o ajuste da banda de transmissão é determinada por (61), conforme o modelo Langley-Drinkwater [15].

$$B_{C_2} = 4\varepsilon_{ref} \frac{d}{p} F(p, D, \lambda) \quad (61)$$

Para a banda de rejeição superior, conforme a equação (64), a reatância  $X_{L_3}$  corresponde à associação em paralelo das reatâncias  $X_{L_{3a}}$  e  $X_{L_{3b}}$ , dadas por (62) e (63), respectivamente. A reatância  $X_{L_{3b}}$  depende do valor do espaçamento  $g$ . A susceptância  $B_{C_3}$  é obtida por (66) sendo definida como a soma de  $B_{d1}$  e  $B_{d2}$ .  $B_{d2}$  é uma susceptância capacitiva adicional dada por (65).

$$X_{L_{3a}} = F(p, h + g, \lambda) \quad (62)$$

$$X_{L_{3b}} = \begin{cases} F\left(\frac{p}{2}, \frac{h+g}{w} h + g, \lambda\right) & g < 0,3mm \\ F\left(\frac{p}{2}, \frac{w}{h+g} h + g, \lambda\right) & g \geq 0,3mm \end{cases} \quad (63)$$

$$X_{L_3} = \frac{X_{L_{3a}} X_{L_{3b}}}{X_{L_{3a}} + X_{L_{3b}}} \quad (64)$$

$$B_{d_2} = 4\varepsilon_{ref} \frac{(2h + g)}{p} F(p, gh/w, \lambda) \quad (65)$$

$$B_{C_3} = \begin{cases} B_{d1} + B_{d2}, & p - d < 2 \text{ mm} \\ 1,5g \left(\frac{p-d}{2}\right) (B_{d1} + B_{d2}), & 2 \text{ mm} \leq p - d < 3,25 \text{ mm} \\ g \left(\frac{p-d}{2}\right) (B_{d1} + B_{d2}), & p - d \geq 3,25 \text{ mm} \end{cases} \quad (66)$$

Com os valores dos componentes concentrados, a reatância da JC-FSS é obtida por (67). O valor da resistência elétrica da FSS obtido em (68) inclui as perdas ôhmicas ( $R_\sigma$ ) nas fitas condutoras e as perdas dielétricas ( $R_d$ ) nos capacitores do circuito. Na equação (68),  $\delta$  é a profundidade de penetração (profundidade pelicular) [17];  $(Dw+2dh)$  corresponde à área das fitas metálicas para uma determinada polarização da onda incidente, que produz uma corrente elétrica induzida. Incluindo as resistências de perdas, a impedância da JC-FSS é dada por (69).

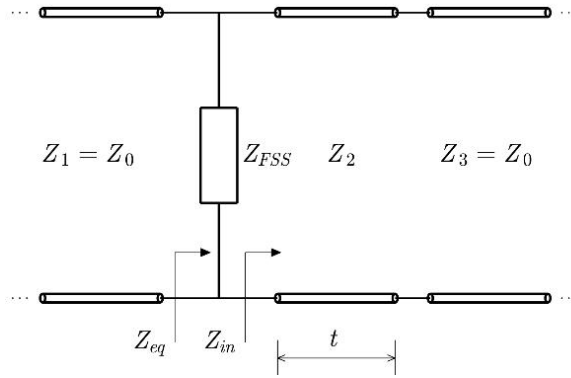
$$X_{FSS} = Z_0 X_n = \frac{Z_0}{1/(X_{L_1} - 1/B_{C_1}) - B_{C_2} + 1/(X_{L_3} - 1/B_{C_3})} \quad (67)$$

$$R_{FSS} = R_\sigma + R_d = \frac{1}{\sigma_m \delta} \left( \frac{p^2}{Dw + 2dh} \right) + \frac{Z_0 D_F(\omega)}{B_{C_1} + B_{C_2} + B_{C_3}} \quad (68)$$

$$Z_{FSS}(\omega) = R_{FSS} + jX_{FSS} \quad (69)$$

A impedância equivalente da JC-FSS considera a presença da camada dielétrica de suporte. Para calcular a impedância equivalente da estrutura FSS com o arranjo periódico impresso sobre a camada dielétrica de espessura  $t$ , consideramos o ECM apresentado na Figura 19.

Figura 19 - Aproximação por circuito equivalente em termos de impedâncias.



Fonte: Autor, 2025.

Para um meio dielétrico homogêneo e isotrópico de baixas perdas, a impedância de entrada  $Z_{in}$  é expressa por (70) [6, 35], em que:  $\gamma$ , aproximado por (71), é a constante de propagação;  $\epsilon_c$ , dado em (72), é a permissividade complexa. A dependência exponencial em função da frequência do fator de dissipação ( $D_F$ ) em (73) e da condutividade de volume ( $\sigma_d$ ) em (74) foi derivada empiricamente para uma melhor aproximação do coeficiente de absorção em baixas frequências.

$$Z_{in}(\omega) = Z_0 \frac{1 + \tanh(\gamma t)/\sqrt{\epsilon_c}}{1 + \tanh(\gamma t) \cdot \sqrt{\epsilon_c}} \quad (70)$$

$$\gamma \approx \frac{\pi\sqrt{\epsilon_r}}{\lambda} (D_F(\omega) + j2) \quad (71)$$

$$\varepsilon_c = \varepsilon_r \left[ 1 - j \left( D_F(\omega) + \frac{\sigma_d(\omega)}{\omega \varepsilon} \right) \right] \quad (72)$$

$$D_F(\omega) = D_{F0} (1 - e^{-f/f_0}) \quad (73)$$

$$\sigma_d(\omega) = \sigma_{d0} (1 - e^{-f/f_0}) \quad (74)$$

Após a obtenção de  $Z_{FSS}$  e  $Z_{in}$ , a impedância equivalente é obtida através da associação em paralelo, conforme (75). A partir de  $Z_{eq}$ , calculam-se os resultados do modelo: os coeficientes de transmissão (76), reflexão (77) e absorção (78). Os valores dos coeficientes, em decibel, são obtidos por (79)-(81). Uma limitação da técnica ECM é que ela não fornece informações sobre os coeficientes de polarização cruzada. Com o uso do MoM, esta informação está disponível e podemos substituir em (78):  $|\Gamma(\omega)|^2$  por  $|\Gamma_{xx}(\omega)|^2 + |\Gamma_{xy}(\omega)|^2$  e  $|T(\omega)|^2$  por  $|T_{xx}(\omega)|^2 + |T_{xy}(\omega)|^2$ .

$$Z_{eq}(\omega) = \frac{Z_{in}(\omega) \cdot Z_{FSS}(\omega)}{Z_{in}(\omega) + Z_{FSS}(\omega)} \quad (75)$$

$$T(\omega) = \frac{2Z_{eq}(\omega)}{Z_{eq}(\omega) + Z_0} \quad (76)$$

$$\Gamma(\omega) = \frac{Z_{eq}(\omega) - Z_0}{Z_{eq}(\omega) + Z_0} \quad (77)$$

$$A(\omega) = 1 - |T(\omega)|^2 - |\Gamma(\omega)|^2 \quad (78)$$

$$|S_{21}| = 20 \log[|T(\omega)|] \quad (79)$$

$$|S_{11}| = 20 \log[|\Gamma(\omega)|] \quad (80)$$

$$|A|_{dB} = 10 \log[A(\omega)] \quad (81)$$

#### 4.6. Otimização do Modelo de Silva-Sousa

Considerando o caso de incidência normal, destacam-se as seguintes limitações da aproximação por ECM para análise de FSS: i) as restrições do modelo de Marcuvitz; ii) a necessidade do conhecimento *a priori* da permissividade efetiva da FSS; iii) o problema de modelagem ECM não possui solução única e, em geral, a aproximação ECM não é ótima, principalmente em termos de largura de banda.

Por exemplo, para um circuito  $LC$  com frequência ressonante desejada ( $\omega_r = 1/\sqrt{LC}$ ) inúmeras soluções são possíveis, em termos de combinações diferentes de valores de  $L$  e  $C$ . Os modelos de circuito equivalente foram desenvolvidos com foco na aproximação das frequências ressonantes de uma FSS [12-19], em detrimento de sua largura de banda.

As limitações relacionadas às restrições do modelo de Marcuvitz e ao conhecimento da permissividade efetiva foram tratadas no presente tipo de projeto, no qual a geometria do arranjo periódico e a configuração dielétrica foram previamente determinadas.

Durante o desenvolvimento do ECM, o conhecimento empírico adquirido sobre a influência dos parâmetros de projeto na resposta em frequência de uma JC-FSS, possibilitou a otimização do modelo proposto. A fim de se obter melhores resultados em termos de largura de banda, o modelo de Silva-Sousa foi otimizado com a inclusão de fatores de escala.

Para otimizar a resposta na segunda banda de rejeição da JC-FSS, foi suficiente escalonar os componentes  $X_{L_{3b}}$  (63) e  $B_{C_3}$  (66). O componente  $B_{C_2}$  foi escalonado para ajuste da banda de transmissão. Dessa forma a otimização do ECM consiste apenas em encontrar um vetor de escalonamento  $Y = [Y_1 \ Y_2 \ Y_3]$ . Os valores dos componentes otimizados são obtidos de acordo com (82)-(84).

$$X_{L_{3b}} = Y_1 X_{L_{3b}} \quad (82)$$

$$B_{C_3} = Y_2 B_{C_3} \quad (83)$$

$$B_{C_2} = Y_3 B_{C_2} \quad (84)$$

## 5. RESULTADOS TEÓRICOS E EXPERIMENTAIS

Com o objetivo de avaliar os modelos formulados no capítulo 4, foram considerados oito projetos de JC-FSS, cujos parâmetros geométricos estão listados na Tabela 1. Os resultados teóricos e experimentais obtidos para as JC-FSSs 1 a 6 foram publicados em [15]. A JC-FSS 7 foi projetada para as frequências ressonantes de 1,8 GHz (GSM - *Global System for Mobile Communications*) e 5,8 GHz (WLAN - *Wireless Local Area Network*). A JC-FSS 8 foi projetada para as frequências ressonantes de 2,4 e 5,8 GHz (WLAN).

Os elementos dos arranjos JC-FSS 1 a 6 consistem em uma camada de cobre com 23  $\mu\text{m}$  de espessura e são impressos sobre uma camada dielétrica de poliéster com 21  $\mu\text{m}$  de espessura, conforme descrito em [15]. Os elementos (ou células unitárias) correspondentes aos arranjos periódicos 1 a 6 são apresentadas na Figura 20.

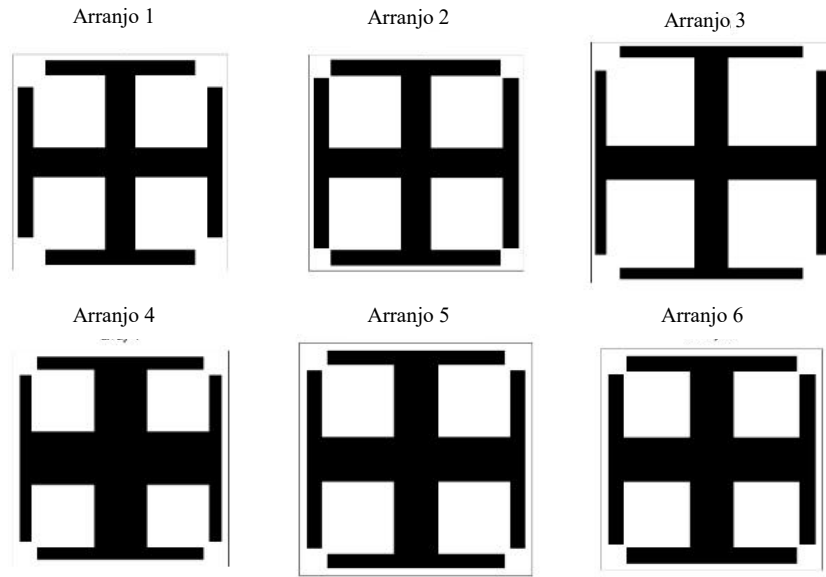
Os elementos dos arranjos JC-FSS 7 e 8 consistem em uma camada de cobre com 35  $\mu\text{m}$  de espessura. O arranjo periódico JC-FSS 7 é impresso em poliéster e o JC-FSS 8 em papel de parede, ambos com 200  $\mu\text{m}$  de espessura. Todos os arranjos periódicos fabricados possuem dimensões totais de  $20 \times 20 \text{ cm}$ ,  $\varepsilon_r = 3$ ,  $D_{F0} = 0,006$  e  $\varepsilon_{ref} = 1,12$ .

Tabela 1 - Parâmetros geométricos para os arranjos FSS do tipo cruz de Jerusalém.

| JC-FSS | Dimensões (mm) |      |       |      |      |       |       |
|--------|----------------|------|-------|------|------|-------|-------|
|        | $p$            | $w$  | $d$   | $h$  | $g$  | $D$   | $t$   |
| 1      | 5,82           | 0,80 | 4,05  | 0,40 | 0,30 | 4,72  | 0,021 |
| 2      | 5,82           | 0,80 | 4,60  | 0,42 | 0,27 | 4,71  |       |
| 3      | 6,50           | 0,90 | 4,95  | 0,30 | 0,21 | 5,69  |       |
| 4      | 5,84           | 1,42 | 4,50  | 0,32 | 0,38 | 4,82  |       |
| 5      | 6,30           | 1,18 | 4,80  | 0,39 | 0,41 | 5,11  |       |
| 6      | 5,98           | 1,18 | 4,60  | 0,42 | 0,38 | 4,76  |       |
| 7      | 29,00          | 1,20 | 24,20 | 0,80 | 1,00 | 26,40 | 0,200 |
| 8      | 26,50          | 2,00 | 24,00 | 0,40 | 1,50 | 24,20 |       |

Fonte: Autor, 2025.

Figura 20 - Formatos dos elementos dos arranjos periódicos JC-FSS 1 a 6.



Fonte: Autor, 2025.

### 5.1. Comparação entre os Modelos de Circuito Equivalente

Para a análise aproximada de uma JC-FSS, foram implementados e utilizados os modelos disponíveis na literatura especializada e o modelo proposto, denominado por Silva-Sousa. Um estudo comparativo entre os modelos foi realizado por meio de simulações computacionais. Os resultados obtidos com o uso do programa Ansoft Designer<sup>TM</sup>, que implementa o método dos momentos, foram adotados como referência. Em particular, para evidenciar a evolução da modelagem via ECM aplicada à JC-FSS, foram comparadas as aproximações obtidas com os seguintes modelos:

- i. Anderson e Leonard-Cofer;
- ii. Leonard-Cofer e Langley-Drinkwater;
- iii. Langley-Drinkwater e Silva-Sousa.

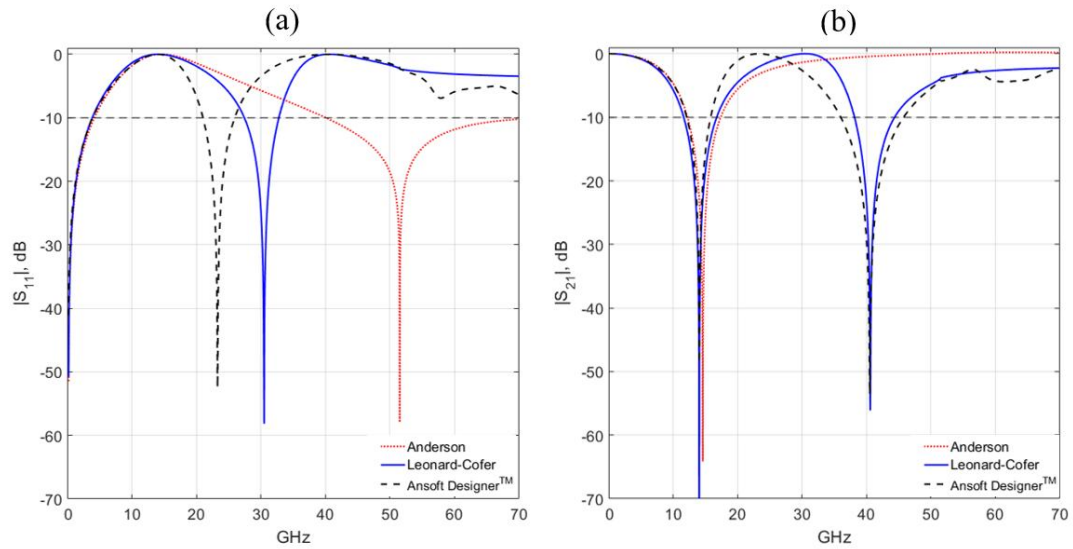
Neste estudo comparativo, foi analisada a JC-FSS 1, cujos parâmetros encontram-se listados na Tabela 1. Foram apresentados os coeficientes de reflexão, transmissão e absorção para a faixa de frequências de 0,1 a 70 GHz. A partir desses resultados, determinaram-se as frequências ressonantes e as larguras de banda correspondentes às bandas de rejeição e transmissão da JC-FSS 1. A frequência de lobo de grade ( $f_G$ ) é calculada para o valor limite de  $\lambda = p$  na função  $Q(p, \lambda)$ , (13). Para o arranjo 1,  $p = 5,82$  mm e  $f_G = 51,54$  GHz.

i. Modelos de Anderson e Leonard-Cofer

O comparativo entre os resultados obtidos pelos modelos de Anderson, Leonard-Cofer e MoM, relativos aos coeficientes de reflexão e transmissão, é apresentado na Figura 21; para o coeficiente de absorção, Figura 22, a frequência de lobo de grade ( $f_G$ ) é indicada. O modelo publicado em [12] não considera a segunda banda de rejeição. Na comparação dos resultados para o coeficiente de absorção (Figura 22) observa-se que o modelo é sem perdas.

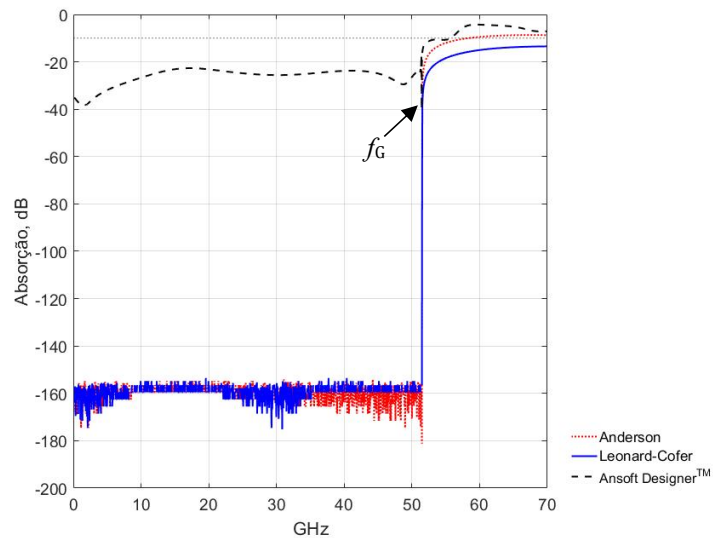
Figura 21 - Comparação entre os modelos de Anderson e Leonard-Cofer:

(a) reflexão; (b) transmissão.



Fonte: Autor, 2025.

Figura 22 - Coeficientes de absorção obtidos para JC-FSS 1.



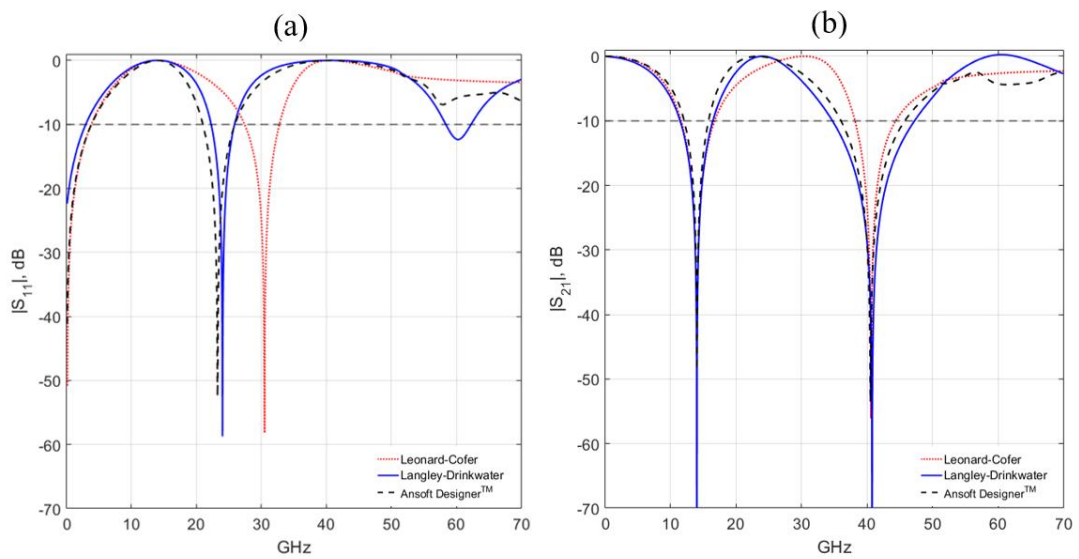
Fonte: Autor, 2025.

ii. Modelos de Leonard-Cofer e Langley-Drinkwater

No comparativo a seguir, são apresentados os resultados obtidos pelos modelos de Leonard-Cofer, Langley-Drinkwater e pelo método dos momentos. Os coeficientes de reflexão e transmissão estão apresentados na Figura 23. Na Figura 24, são mostrados o coeficiente de absorção e a frequência de lobo de grade ( $f_G$ ), devidamente indicada.

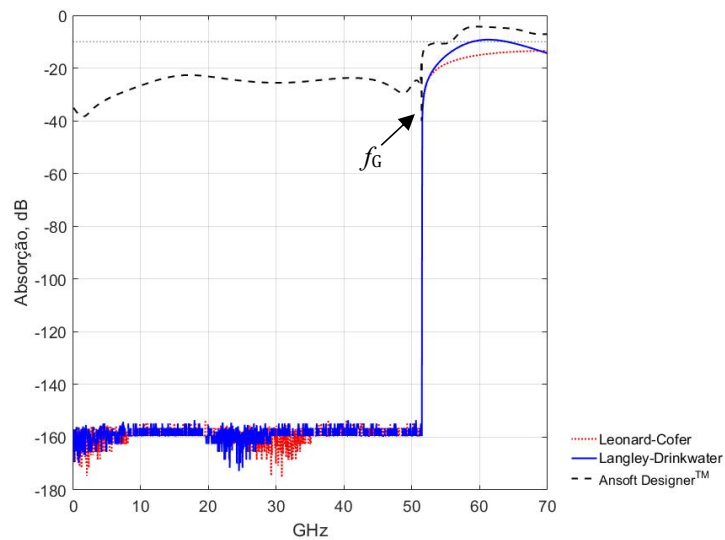
Figura 23 - Comparação entre os modelos de Leonard-Cofer e Langley-Drinkwater:

(a) reflexão; (b) transmissão.



Fonte: Autor, 2025.

Figura 24 - Coeficientes de absorção obtidos para JC-FSS 1.



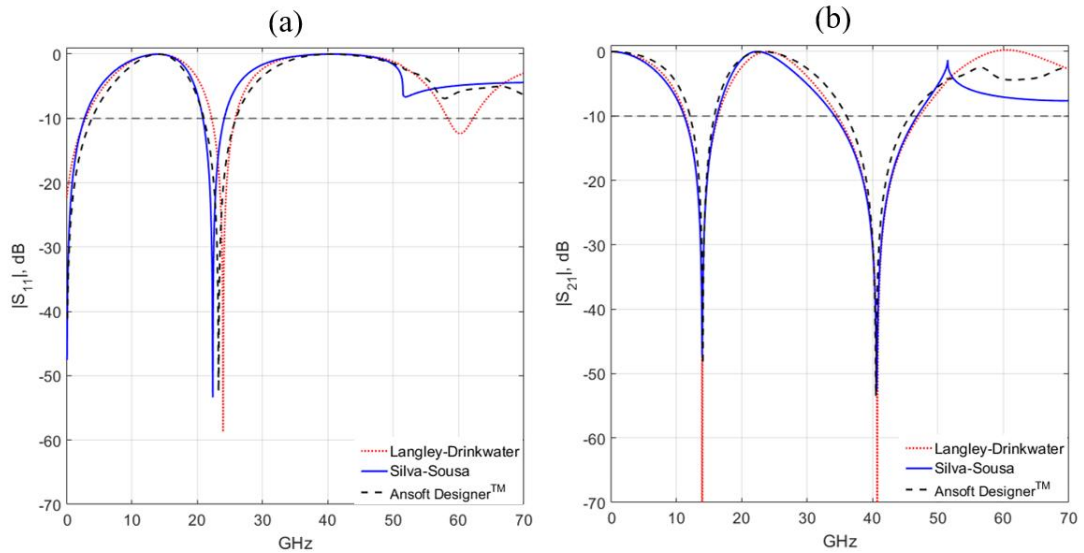
Fonte: Autor, 2025.

### iii. Modelos de Langley-Drinkwater e Silva-Sousa

No comparativo a seguir, são apresentados os resultados obtidos pelos modelos de Langley-Drinkwater, Silva-Sousa e MoM para os coeficientes de reflexão e transmissão, conforme ilustrado na Figura 25. Considerando o arranjo 1 (Tabela 1), a Figura 26(a) mostra uma comparação entre os resultados do ECM e do MoM em termos da impedância equivalente. Nas frequências de transmissão, a impedância da JC-FSS aproxima-se do infinito e, de acordo com (75), leva a  $Z_{eq} = Z_{in} \approx 377 \Omega$ . Por outro lado, nas frequências de rejeição, a impedância da FSS aproxima-se de zero e  $Z_{eq} \approx 0$ . A Figura 26(b) apresenta os resultados para o coeficiente de absorção obtidos para a JC-FSS 1, e indica a frequência do lobo de grade. Mesmo na ausência de informações de polarização cruzada, há uma boa concordância entre o modelo proposto e a simulação pelo MoM, com o coeficiente de absorção aumentando de  $-45$  dB no regime quase-estático para  $-20$  dB no regime ressonante, e atingindo aproximadamente  $-5$  dB na região de lobo de grade.

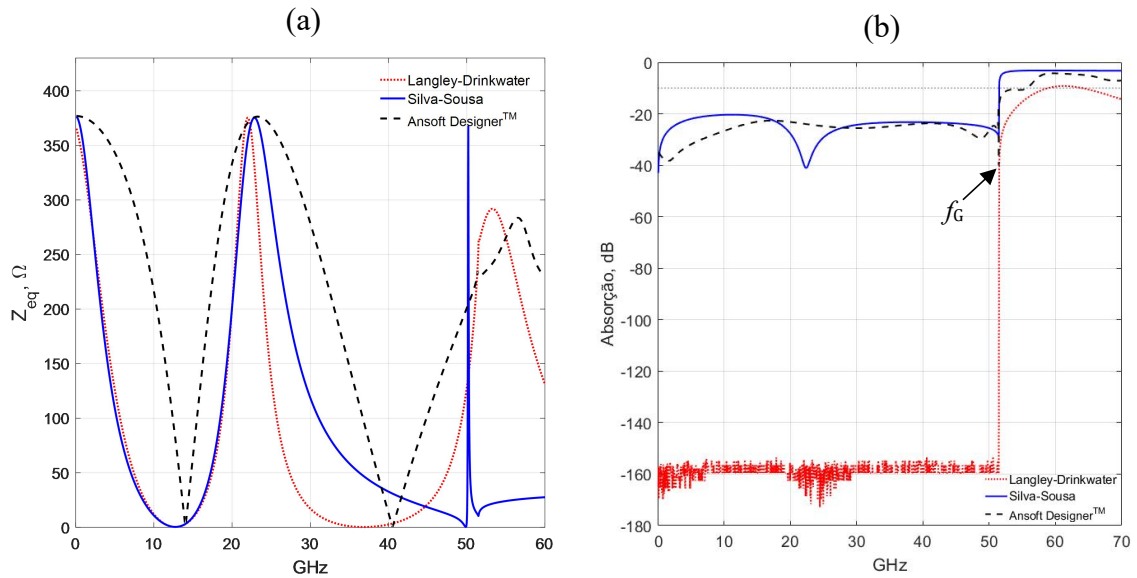
Figura 25 - Comparação entre os modelos de Langley-Drinkwater e Silva-Sousa:

(a) reflexão; (b) transmissão.



Fonte: Autor, 2025.

Figura 26 - Comparação entre os modelos de Langley-Drinkwater e Silva-Sousa:  
(a) impedância equivalente; (b) coeficientes de absorção.



Fonte: Autor, 2025.

Considerando a JC-FSS 1, os valores obtidos para as frequências de rejeição ( $f_1$  e  $f_3$ ), de transmissão ( $f_2$ ), e de lobo de grade ( $f_G$ ), estão listados na Tabela 2. Os desvios foram calculados em relação aos valores de referência obtidos pelo MoM. No caso do modelo de Anderson [12], não há estimativa para a segunda frequência de rejeição (ver Figura 21(b)).

Tabela 2 - Resultados obtidos para frequência de ressonância da JC-FSS 1.

| Modelo      | $f_1$ (GHz) | Desvio (%) | $f_2$ (GHz) | Desvio (%) | $f_3$ (GHz) | Desvio (%) | $f_G$ (GHz) |
|-------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|
| [12]        | 14,58       | 4,00       | 51,54       | 121,67     | —           | —          | 51,54       |
| [13]        | 14,02       | 0,00       | 30,49       | 31,13      | 40,59       | 0,17       | 51,54       |
| [15]        | 14,00       | 0,71       | 22,70       | 2,42       | 42,70       | 5,11       | 51,54       |
| Silva-Sousa | 13,94       | 0,50       | 22,38       | 0,12       | 40,66       | 0,34       | 51,54       |
| MoM         | 14,02       | —          | 23,25       | —          | 40,52       | —          | 51,54       |

Fonte: Autor, 2025.

A partir destes resultados, verifica-se que a modelagem por ECM fornece bons resultados nas seguintes regiões de operação da JC-FSS 1: quase-estática ( $f \ll f_G$ ) e de ressonância ( $f < f_G$ ). Na região de lobo de grade ( $f \geq f_G$ ), a função auxiliar  $Q(p, \lambda)$  dada em (13) retorna valores complexos e os resultados do ECM perdem a validade.

Os modelos de Langley-Drinkwater e de Silva-Sousa apresentam as melhores aproximações para as frequências de operação da JC-FSS 1, com desvios máximos de 5,11% e 0,50%, respectivamente. Considerando as três frequências de operação, os desvios médios percentuais calculados foram de 15,00% [12]; 9,37% [13]; 2,74% [15] e 1,04% [Silva-Sousa]. Para a frequência de lobo de grade ( $f_G$ ), os resultados calculados e simulados foram coincidentes, em concordância os valores obtidos pelo MoM.

Em termos de largura de banda, os resultados obtidos estão dispostos na Tabela 3. Observa-se que os modelos fornecem bons resultados para a largura da primeira banda de rejeição, com desvio máximo inferior a 5%. Para as larguras de banda de transmissão e da segunda banda de rejeição, a modelagem por ECM apresenta resultados insatisfatórios, conforme indicado pelos valores de desvios percentuais apresentados na Tabela 3, da ordem de 30%.

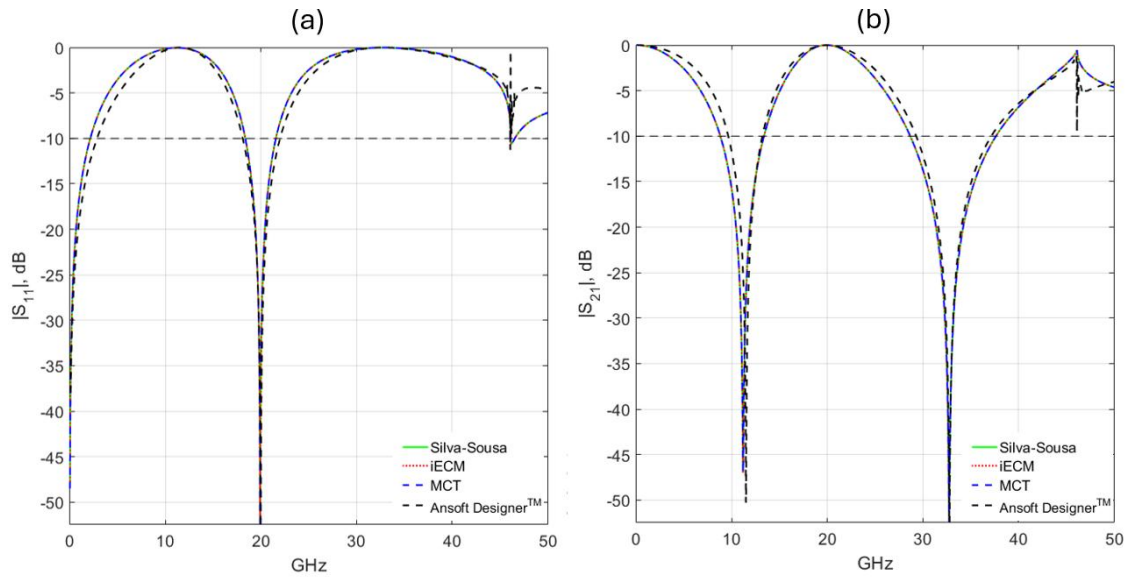
Tabela 3 - Resultados numéricos obtidos para largura de banda (JC-FSS 1).

| Modelo       | BW ( $f_1$ ) | Desvio (%) | BW ( $f_2$ ) | Desvio (%) | BW ( $f_3$ ) | Desvio (%) |
|--------------|--------------|------------|--------------|------------|--------------|------------|
| [12]         | 12,20~17,34  | 0,25       | 40,38~70,00  | 171,00     | —            | —          |
| [13]         | 11,60~16,74  | 4,10       | 27,48~32,72  | 18,96      | 38,14~44,33  | 36,43      |
| [15]         | 11,38~16,39  | 2,18       | 22,20~25,74  | 30,28      | 34,67~47,20  | 28,22      |
| Silva- Sousa | 11,29~16,25  | 1,19       | 20,90~24,10  | 32,54      | 34,30~46,85  | 28,63      |
| MoM          | 12,06~15,80  | —          | 20,91~25,84  | —          | 36,01~45,73  | —          |

Fonte: Autor, 2025.

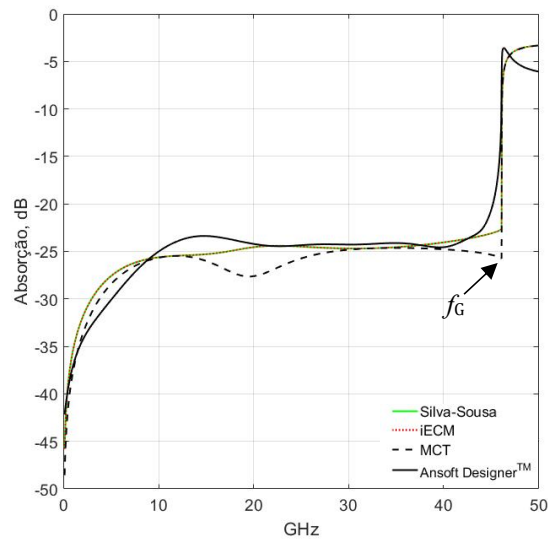
No desenvolvimento do modelo de Silva-Sousa, com o objetivo de incluir a influência da camada dielétrica, foram também implementadas as técnicas iECM [2] e de matrizes em cascata, MCT [21]. Neste estudo comparativo, para avaliação das técnicas iECM e MCT, foi analisada a JC-FSS 3, cujos parâmetros estão listados na Tabela 1. As simulações foram realizadas para a faixa de frequências entre 0,1 e 50 GHz. Os resultados são mostrados em função dos coeficientes de reflexão e transmissão na Figura 27. A Figura 28(a) apresenta o coeficiente de absorção e a frequência de lobo de grade ( $f_G$ ) é indicada. Para a JC-FSS 3, com periodicidade  $p = 6,50$  mm, resulta  $f_G = 46,15$  GHz.

Figura 27 - Comparação entre o modelo de Silva-Sousa e as técnicas iECM e MCT:  
(a) reflexão; (b) transmissão.



Fonte: Autor, 2025.

Figura 28 - Coeficientes de absorção obtidos para JC-FSS 3.



Fonte: Autor, 2025.

Considerando a JC-FSS 3, os valores obtidos para as frequências de rejeição ( $f_1$  e  $f_3$ ), de transmissão ( $f_2$ ), e de lobo de grade ( $f_G$ ), estão apresentados na Tabela 4. Para estas frequências notáveis, os resultados das técnicas ECM implementadas foram coincidentes entre si. Observa-se excelente concordância com o MoM, apresentando desvio máximo de 1,32%.

Tabela 4 - Resultados numéricos obtidos para frequência de ressonância (JC-FSS 3).

| Modelo      | $f_1$ (GHz) | Desvio (%) | $f_2$ (GHz) | Desvio (%) | $f_3$ (GHz) | Desvio (%) | $f_G$ (GHz) |
|-------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|------------|-------------|
| iECM        | 11,36       | 1,32       | 19,91       | 0,30       | 32,74       | 0,12       | 46,15       |
| MCT         | 11,36       | 1,32       | 19,91       | 0,30       | 32,74       | 0,12       | 46,15       |
| Silva-Sousa | 11,36       | 1,32       | 19,91       | 0,30       | 32,74       | 0,12       | 46,15       |
| MoM         | 11,48       | —          | 19,97       | —          | 32,78       | —          | 46,15       |

Fonte: Autor, 2025.

Quanto à largura de banda, também houve concordância entre as técnicas ECM implementadas. Contudo, em relação aos valores de referência obtidos pelo MoM, o desvio mínimo observado foi de 14,14%, conforme indicam os valores de desvios percentuais apresentados na Tabela 5.

A Tabela 6 apresenta os resultados calculados por meio do modelo de Silva-Sousa para os seis arranjos JC-FSS descritos na Tabela 1. As frequências de ressonância são comparadas aos valores obtidos pelo MoM e às medições disponíveis em [15].

Tabela 5 - Resultados numéricos obtidos para largura de banda (JC-FSS 3).

| Modelo      | BW ( $f_1$ ) | Desvio (%) | BW ( $f_2$ ) | Desvio (%) | BW ( $f_3$ ) | Desvio (%) |
|-------------|--------------|------------|--------------|------------|--------------|------------|
| iECM        | 8,82~13,38   | 29,10      | 18,38~21,56  | 17,76      | 28,66~37,62  | 14,14      |
| MCT         | 8,82~13,38   | 29,10      | 18,38~21,56  | 17,76      | 28,66~37,62  | 14,14      |
| Silva-Sousa | 8,82~13,38   | 29,10      | 18,38~21,56  | 17,76      | 28,66~37,62  | 14,14      |
| MoM         | 9,63~13,20   | —          | 18,12~22,00  | —          | 29,28~37,14  | —          |

Fonte: Autor, 2025.

Tabela 6 - Resultados simulados e medidos para os arranjos JC-FSS 1 a 6.

| JC-FSS | $f_1$ (GHz) |       |       |             | $f_2$ (GHz) |       |       |             | $f_3$ (GHz) |       |       |             |
|--------|-------------|-------|-------|-------------|-------------|-------|-------|-------------|-------------|-------|-------|-------------|
|        | Medido      | MoM   | ECM   |             | Medido      | MoM   | ECM   |             | Medido      | MoM   | ECM   |             |
|        | [15]        |       | [15]  | Silva-Sousa | [15]        |       | [15]  | Silva-Sousa | [15]        |       | [15]  | Silva-Sousa |
| 1      | 14,10       | 14,02 | 14,00 | 13,94       | 23,40       | 23,25 | 22,70 | 22,38       | 41,50       | 40,52 | 42,70 | 40,66       |
| 2      | 12,80       | 12,60 | 12,80 | 12,62       | 20,10       | 19,24 | 20,50 | 19,61       | 38,30       | 36,78 | 38,00 | 37,17       |
| 3      | 11,60       | 11,48 | 11,30 | 11,36       | 20,10       | 19,97 | 19,80 | 19,91       | 33,65       | 32,78 | 34,20 | 32,74       |
| 4      | 17,25       | 17,24 | 17,00 | 16,88       | 24,70       | 23,86 | 25,80 | 23,98       | 43,00       | 43,07 | 41,75 | 42,74       |
| 5      | 14,30       | 14,24 | 14,20 | 14,09       | 21,40       | 20,54 | 21,90 | 20,39       | 38,30       | 37,59 | 38,20 | 38,16       |
| 6      | 14,90       | 14,93 | 15,00 | 14,66       | 22,30       | 21,04 | 22,80 | 21,22       | 40,10       | 40,28 | 40,00 | 40,16       |

Fonte: Autor, 2025.

Os resultados obtidos pelo modelo de Silva-Sousa apresentaram excelente concordância com o MoM. Considerando as três frequências de operação dos arranjos periódicos JC-FSS 1 a 6, os desvios máximos foram de 7,72% para o modelo de Langley-Drinkwater e de 2,13% para o modelo de Silva-Sousa. Entre os valores medidos e o MoM o desvio máximo observado, para o modelo Silva-Sousa, foi de 5,09%.

## 5.2. Distribuições de Corrente e Campos Distantes Espalhados

Para este estudo, foi considerado o arranjo 3 da Tabela 1. A Figura 29 apresenta as distribuições de corrente e os diagramas de campos distantes espalhados pela JC-FSS 3, para as frequências de reflexão, transmissão e lobo de grade, considerando três casos de incidência de ondas planas:

Incidência normal — Figura 29(a);

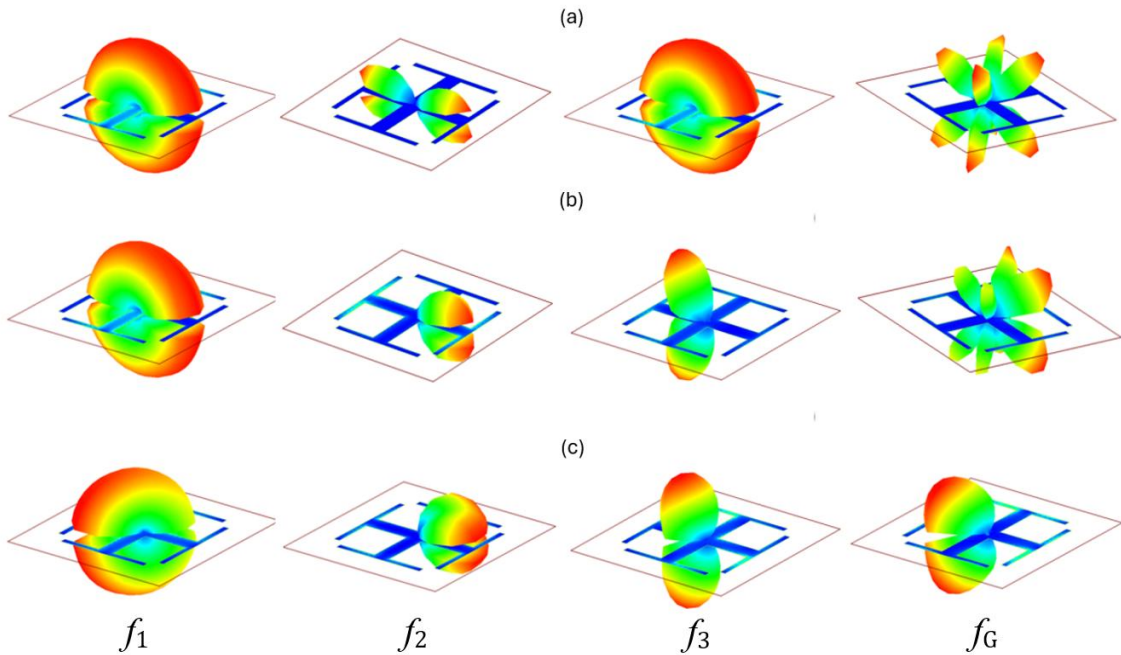
Incidência oblíqua,  $(\theta; \phi) = (45^\circ; 0)$  — Figura 29(b);

Incidência oblíqua,  $(\theta; \phi) = (45^\circ; 45^\circ)$  — Figura 29(c).

Para as frequências de rejeição  $f_1$  (11,48 GHz) e  $f_3$  (32,78 GHz), com incidência normal, os campos distantes espalhados apresentam diagramas semelhantes aos de uma antena dipolo. Sob incidência oblíqua, exibem configuração *broadside*. Para a frequência de transmissão  $f_2$

(19,97 GHz), os campos espalhados apresentam configuração *endfire*, com quatro lóbulos para incidência normal e dois lóbulos para incidência oblíqua. Para a frequência de lobo de grade (46,15 GHz), dependendo do ângulo de incidência, podem se formar diversos lóbulos laterais, devido à difração da onda incidente na FSS.

Figura 29 - Distribuições de corrente e campos distantes espalhados nas frequências  $f_1, f_2, f_3$  e  $f_G$  para os ângulos de incidência  $(\theta; \phi)$ : (a)  $(0; 0)$ ; (b)  $(45^\circ; 0)$ ; (c)  $(45^\circ; 45^\circ)$ .



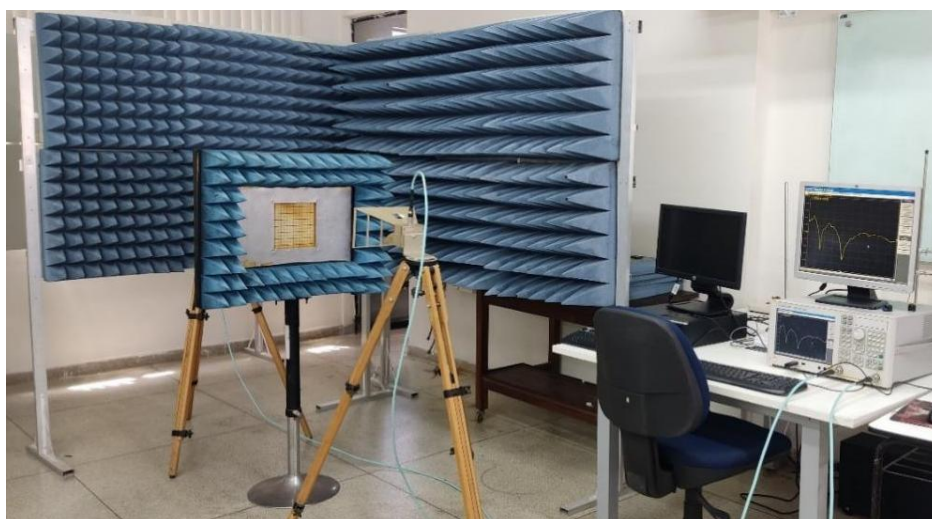
Fonte: Autor, 2025.

### 5.3. Projetos de JC-FSS para Frequências Comerciais

Nesta Seção são apresentados dois projetos de FSS do tipo cruz de Jerusalém, desenvolvidos para as frequências comerciais de GSM/WLAN (1,8 e 5,8 GHz) e WLAN (2,4 e 5,8 GHz). Para o projeto das JC-FSSs, foi utilizado o modelo de Silva-Sousa. O modelo proposto é validado em comparação com os resultados experimentais obtidos a partir de dois protótipos, sendo um impresso em substrato dielétrico de poliéster (JC-FSS 7) e outro em papel de parede (JC-FSS 8). Os protótipos foram fabricados de forma análoga ao processo de produção de circuitos impressos. Cada arranjo periódico, constituído por uma fita de cobre sobreposta ao material dielétrico, é submerso em uma solução de percloroeto de ferro, responsável pela corrosão do cobre. Ao término do processo, permanece impresso no substrato dielétrico apenas o arranjo periódico da FSS.

As medições foram realizadas no Laboratório de Medidas em Telecomunicações do IFPB – Campus João Pessoa. Foi utilizado um analisador de redes vetorial, modelo E5071C, da Agilent Technologies [35], juntamente com duas antenas do tipo corneta, modelo SAS-571 (700 MHz a 18 GHz) [36], fabricadas pela A. H. Systems. A Figura 30 apresenta uma fotografia ilustrando a montagem dos equipamentos empregados na medição dos protótipos de FSS. Os resultados obtidos por meio das simulações ECM foram analisados para cada protótipo. Os modelos aproximados de Langley-Drinkwater e de Silva-Sousa foram comparados com a simulação de onda completa (MoM). Adicionalmente, foi realizado um estudo comparativo entre os resultados teóricos (modelo de Silva-Sousa e MoM) e os resultados experimentais.

Figura 30 - Arranjo de medição.



Fonte: Autor, 2025.

#### 5.3.1. Protótipo JC-FSS 7 para GSM e WLAN

O primeiro protótipo de JC-FSS foi fabricado utilizando substrato de poliéster, projetado para operar nas faixas de frequência GSM e WLAN. Os parâmetros geométricos da célula unitária correspondem ao arranjo 7 da Tabela 1 (JC-FSS 7). As simulações e medições foram realizadas na faixa de 0,1 a 12 GHz. A Figura 31 apresenta a comparação entre os resultados simulados e medidos. Para a JC-FSS 7, com periodicidade de 29 mm, a frequência de lobo de grade é de 10,34 GHz.

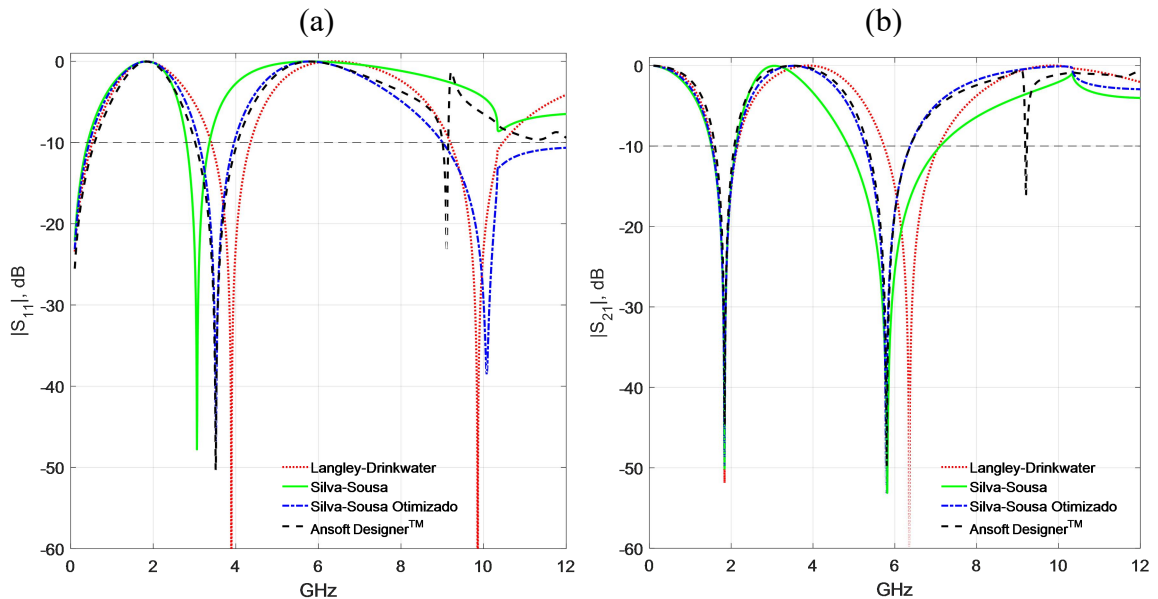
Analisando os resultados obtidos, observa-se que o modelo de Langley-Drinkwater apresenta deslocamento tanto na frequência de transmissão (Figura 31(a)), quanto na segunda frequência de rejeição (Figura 31(b)). O modelo de Silva-Sousa demonstra excelente aproximação para as frequências de rejeição; entretanto, apresenta desvio em relação à frequência de transmissão, e superestima a largura de banda.

Com a aplicação do vetor de escalonamento,  $Y = [4,50 \ 0,50 \ 7,00]$ , o modelo de Silva-Sousa foi otimizado, resultando em uma aproximação significativamente melhor em relação ao MoM, com desvio máximo de 0,55% (Tabela 7) para as frequências de operação e de 8,06% (Tabela 8) para a largura da segunda banda de rejeição.

Para validar experimentalmente os resultados teóricos, foi fabricado um protótipo da JC-FSS 7, com dimensões de 20 x 20 cm, cuja imagem é apresentada na Figura 32. Os resultados medidos, comparados com o modelo de análise aproximada (Silva-Sousa, Silva-Sousa otimizado), e com o MoM, são apresentados na Figura 33. Observa-se que os resultados medidos e aqueles obtidos pelo MoM apresentam excelente concordância a partir da banda de transmissão da JC-FSS-7. Contudo, na primeira banda de rejeição, verifica-se a ocorrência de um deslocamento nos resultados.

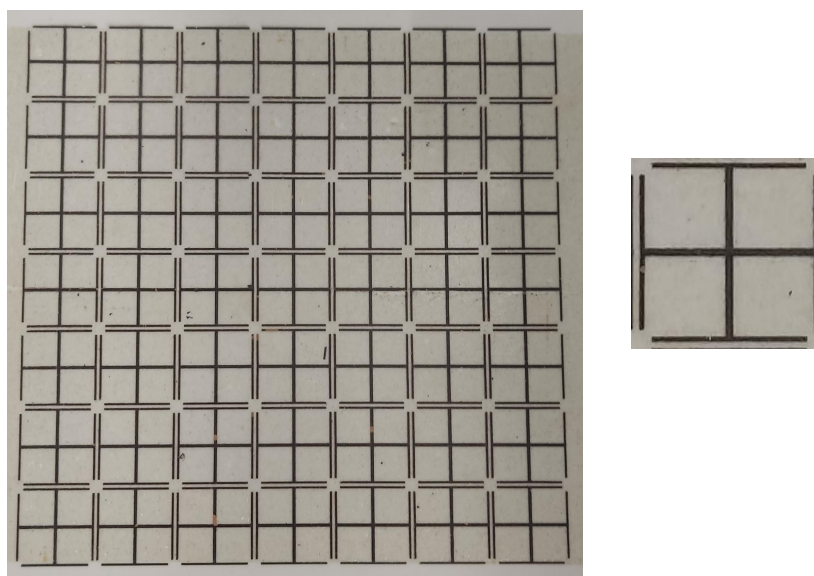
Figura 31 - Comparação entre os modelos implementados para JC-FSS 7:

(a) reflexão; (b) transmissão.



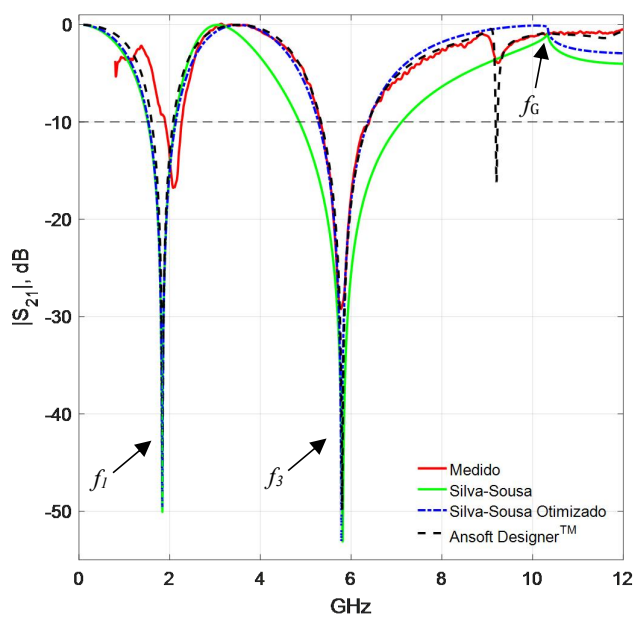
Fonte: Autor, 2025.

Figura 32 - Fotografia do protótipo fabricado JC-FSS 7.



Fonte: Autor, 2025.

Figura 33 - Comparação entre os resultados simulados e medidos para JC-FSS 7.



Fonte: Autor, 2025.

### 5.3.2. Protótipo JC-FSS 8 para WLAN

O segundo protótipo de JC-FSS, projetado para operar nas faixas de frequências de WLAN, foi fabricado utilizando papel de parede como substrato dielétrico. Os parâmetros geométricos da célula unitária correspondem ao arranjo 8 da Tabela 1 (JC-FSS 8). As simulações e medições foram realizadas na faixa de 0,1 a 12 GHz. A comparação entre os resultados simulados e medidos é apresentada na Figura 34. Para a JC-FSS 8, com periodicidade de 26,50 mm, a frequência de lobo de grade é de 11,32 GHz.

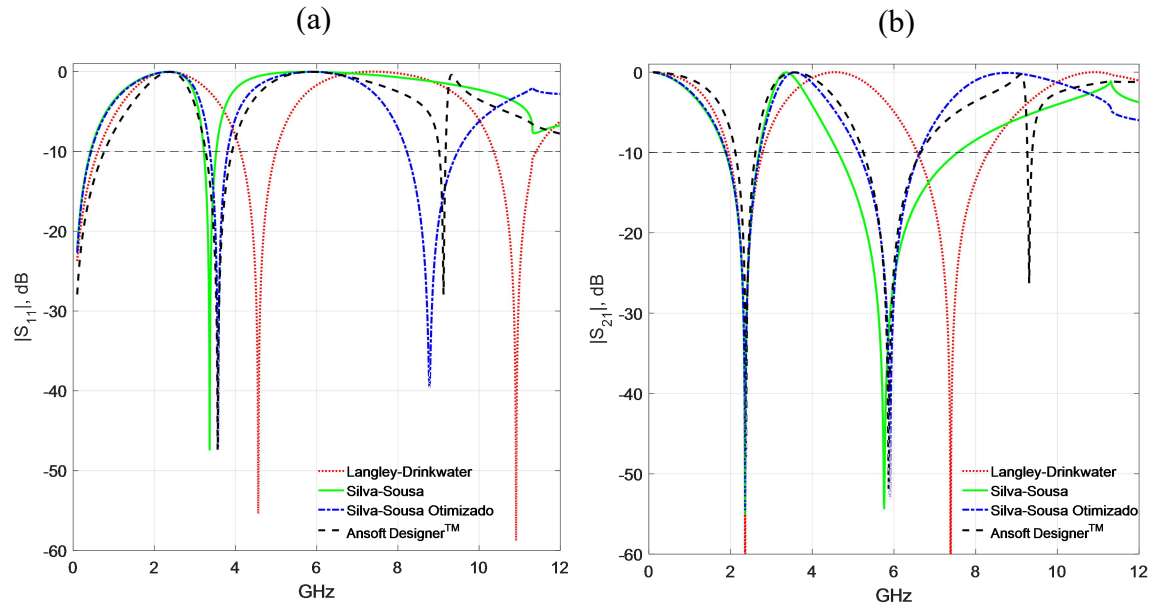
Analisando os resultados obtidos, observa-se que o modelo de Langley-Drinkwater apresenta deslocamento na frequência de transmissão (Figura 34(a)), e também na segunda frequência de rejeição (Figura 34(b)). O modelo de Silva-Sousa apresenta excelente aproximação tanto para as frequências de rejeição quanto para a frequência de transmissão; entretanto, a largura de banda é superestimada.

Com a aplicação do vetor de escalonamento,  $Y = [2,60 \ 0,77 \ 20,00]$ , o modelo de Silva-Sousa foi otimizado, obtendo-se uma aproximação significativamente melhor em relação ao MoM, com desvio máximo de 1,28% (Tabela 7) para as frequências de operação e de 7,99% (Tabela 8) para a largura da segunda banda de rejeição.

Para validar experimentalmente os resultados teóricos, foi fabricado um protótipo da JC-FSS 8, com dimensões de 20 x 20 cm, cuja imagem é apresentada na Figura 35. Os resultados medidos, comparados com o modelo de análise aproximada (Silva-Sousa, Silva-Sousa otimizado), e com o MoM, são apresentados na Figura 36. Verifica-se que os resultados medidos e obtidos pelo MoM apresentam boa concordância a partir da banda de transmissão da JC-FSS 8. Contudo, na primeira banda de rejeição, observa-se um deslocamento.

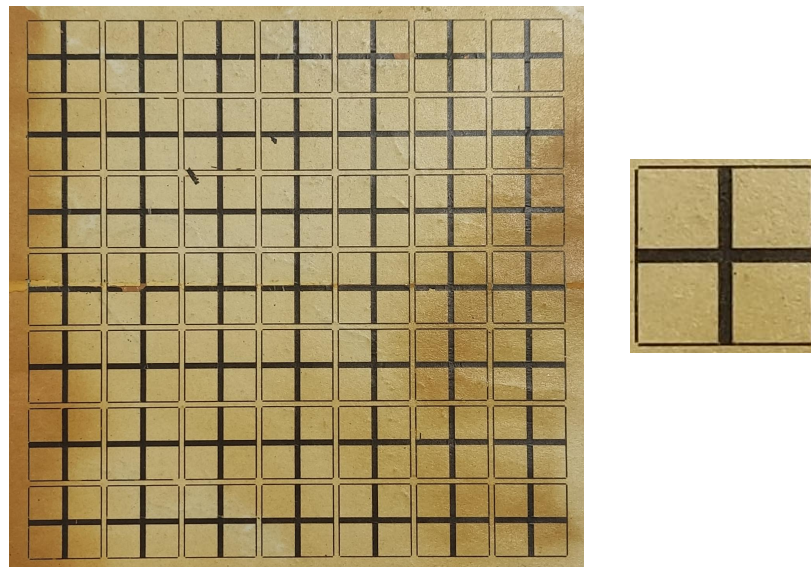
Figura 34 - Comparação entre os modelos implementados para JC-FSS 8:

(a) reflexão; (b) transmissão.



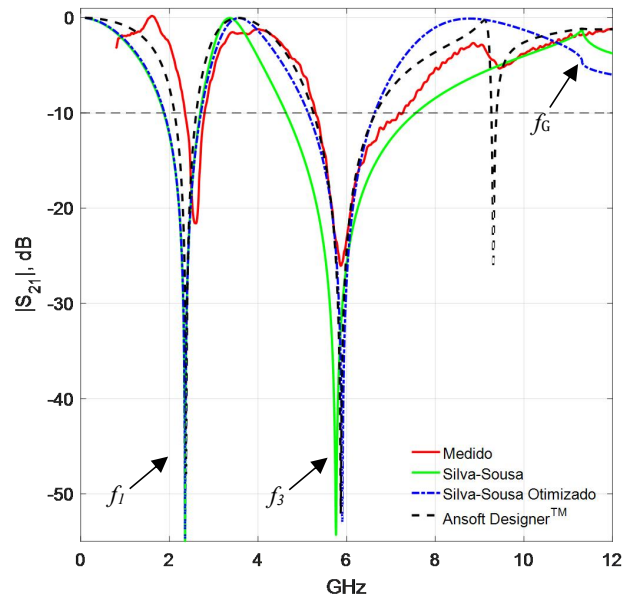
Fonte: Autor, 2025.

Figura 35 - Fotografia do protótipo fabricado JC-FSS 8.



Fonte: Autor, 2025.

Figura 36 - Comparação entre os resultados simulados e medidos para JC-FSS 8.



Fonte: Autor, 2025.

Tabela 7 - Resultados simulados e medidos, para frequência de ressonância (JC-FSS 7 e 8).

| JC-FSS | Modelo                | $f_1$<br>(GHz) | Desvio<br>(%) | $f_2$<br>(GHz) | Desvio<br>(%) | $f_3$<br>(GHz) | Desvio<br>(%) |
|--------|-----------------------|----------------|---------------|----------------|---------------|----------------|---------------|
| 7      | [15]                  | 1,83           | 0,55          | 3,92           | 9,54          | 6,42           | 9,81          |
|        | Silva-Sousa           | 1,83           | 0,55          | 3,07           | 12,53         | 5,81           | 0,34          |
|        | Silva-Sousa Otimizado | 1,83           | 0,55          | 3,51           | 0,00          | 5,78           | 0,17          |
|        | Medido                | 2,08           | 13,04         | 3,53           | 0,57          | 5,77           | 0,52          |
|        | MoM                   | 1,84           | —             | 3,51           | —             | 5,79           | —             |
| 8      | [15]                  | 2,35           | 1,28          | 4,59           | 21,05         | 7,46           | 21,45         |
|        | Silva-Sousa           | 2,35           | 1,28          | 3,36           | 5,62          | 5,75           | 1,87          |
|        | Silva-Sousa Otimizado | 2,35           | 1,28          | 3,57           | 0,84          | 5,90           | 0,68          |
|        | Medido                | 2,60           | 9,24          | 3,72           | 3,33          | 5,89           | 0,51          |
|        | MoM                   | 2,38           | —             | 3,56           | —             | 5,86           | —             |

Fonte: Autor, 2025.

Tabela 8 - Resultados simulados e medidos, para largura de banda (JC-FSS 7 e 8).

| JC-FSS | Modelo                | $f_1$     |            | $f_3$     |            |
|--------|-----------------------|-----------|------------|-----------|------------|
|        |                       | BW        | Desvio (%) | BW        | Desvio (%) |
| 7      | [15]                  | 1,54~2,15 | 30,50      | 5,73~7,07 | 18,51      |
|        | Silva-Sousa           | 1,52~2,12 | 28,35      | 4,88~7,10 | 116,92     |
|        | Silva-Sousa Otimizado | 1,53~2,13 | 28,39      | 5,27~6,37 | 8,06       |
|        | Medido                | 1,89~2,26 | 30,38      | 5,34~6,36 | 3,29       |
|        | MoM                   | 1,60~2,07 | —          | 5,31~6,36 | —          |
| 8      | [15]                  | 1,91~2,78 | 76,29      | 6,57~8,30 | 11,34      |
|        | Silva-Sousa           | 1,87~2,70 | 68,14      | 4,62~7,53 | 114,95     |
|        | Silva-Sousa Otimizado | 1,90~2,71 | 66,14      | 5,13~6,63 | 7,99       |
|        | Medido                | 2,35~2,76 | 24,95      | 5,26~6,64 | 41,33      |
|        | MoM                   | 2,11~2,60 | —          | 5,30~7,26 | —          |

Fonte: Autor, 2025.

## 6. CONCLUSÕES

Nesta dissertação, desenvolveu-se um modelo de circuito equivalente para arranjos periódicos do tipo JC-FSS, incorporando as perdas ôhmicas e dielétricas. O modelo permite estimar, com acurácia e baixo custo computacional, os coeficientes de reflexão, transmissão e absorção. Esse modelo, denominado Silva-Sousa, foi derivado escalonando o modelo de Marcuvitz para arranjos periódicos de fitas condutoras, e teve sua formulação matemática apresentada para o caso de incidência normal. Os resultados obtidos pelo ECM para JC-FSS, juntamente com os resultados experimentais, foram comparados aos resultados de simulações de onda completa realizadas pelo MoM.

Para fins de comparação, foram analisados os modelos de circuito equivalente publicados em [12, 13, 15], bem como as técnicas iECM [2] e de matrizes em cascata [21]. A partir dos estudos comparativos realizados, verificou-se que a aplicação do modelo proposto, em conjunto com as técnicas iECM e MCT, resultou nas mesmas respostas em frequência para os arranjos periódicos JC-FSS 1 a 6 (Tabela 6), conforme esperado. Considerando as três frequências de operação dos arranjos JC-FSS 1 a 6, os desvios máximos encontrados foram de 7,72% para o modelo de Langley-Drinkwater e de 2,13% para o modelo de Silva-Sousa.

O conhecimento empírico adquirido com o desenvolvimento dos modelos, aliado à aplicação das técnicas de circuito equivalente, possibilitou a otimização do modelo proposto por meio da definição de um vetor de escalonamento.

Como o problema de modelagem ECM de um arranjo periódico JC-FSS não apresenta solução única, o modelo de Silva-Sousa pôde ser otimizado, principalmente, quanto à largura da segunda banda de rejeição da JC-FSS. Em particular, com a aplicação dos fatores de escala, a susceptância capacitiva,  $B_{C_3}$ , foi reduzida e a reatância indutiva,  $X_{L_{3b}}$ , foi aumentada, mantendo-se inalterado o valor da segunda ressonância. Após a otimização, o desvio calculado em relação ao MoM para a largura de banda foi significativamente reduzido, apresentando valores em torno de 8% (Tabela 8).

Os resultados teóricos foram avaliados para dois protótipos de JC-FSS, projetados com base no modelo de Silva-Sousa, com o objetivo de promover blindagem eletromagnética em

sistemas de comunicação sem fio que operam nas frequências comerciais de GSM e WLAN. Os protótipos foram fabricados com substratos dielétricos finos e flexíveis compostos de poliéster e papel de parede.

As medições foram realizadas no Laboratório de Medidas em Telecomunicações do IFPB. Os resultados experimentais apresentaram boa concordância com as simulações baseadas no MoM e com o modelo Silva-Sousa. Entretanto, para a primeira frequência de ressonância dos protótipos JC-FSS 7 e JC-FSS 8, observaram-se desvios nos valores medidos.

Como sugestões para trabalhos futuros, a aplicação da metodologia ECM desenvolvida para superfícies seletivas em frequência pode ser ampliada, e outros temas de pesquisa relacionados podem ser desenvolvidos a partir da aplicação das técnicas ECM abordadas:

- Aplicação do ECM para outros tipos de FSS;
- Aplicação do ECM para FSS em outras configurações dielétricas;
- Aplicação do ECM para metassuperfícies;
- Aplicação do ECM em conjunto com ferramentas de Inteligência Artificial;

## REFERÊNCIAS

- [1] BARRERA, M. A. R. **Modelo de permissividade efetiva do dielétrico para o método do circuito equivalente em superfícies seletivas em frequência do tipo loop quadrado**. Tese, UFSC, Florianópolis-SC, Brasil, 2015.
- [2] COSTA JÚNIOR, E. F. **Modelos de circuito de impedância de onda equivalente para análise e projeto de superfícies seletivas em frequência**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Instituto Federal da Paraíba – IFPB, 2023.
- [3] MITTRA, R.; CHAN, C. H.; CWIK, T. *Techniques for analyzing frequency selective surfaces – a review*. **IEEE Proceedings**, 76 (12), 1593 – 1615 (1988).
- [4] WU, T. K. **Frequency selective surface and grid array**. John Wiley & Sons, Nova York, E.U.A., 1995.
- [5] GLYBOVSKI, S. B. et al. *Metasurfaces: from Microwaves to visible*. **Physics Reports**. 2016, 634, pp. 1–72.
- [6] MUNK, B. A. **Frequency selective surfaces – theory and design**, John Willey and Sons, Inc., New York, 2000.
- [7] ALENCAR, MARINA de OLIVEIRA. **Desenvolvimento de FSS com resposta passa-faixa baseada na geometria matrioska**. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) – Instituto Federal da Paraíba – IFPB, 2020.
- [8] CAMPOS, A. L. P. S. **Superfícies seletivas em frequência: análise e projeto**. 1<sup>a</sup>. ed. Natal, Rio Grande do Norte: IFRN, 2008. 198 p. v. 1.
- [9] CAMPOS, A. L. P. S.; OLIVEIRA, E. E. C; SILVA, P. H. F. *Design of miniaturized frequency selective surfaces using Minkowski Island fractal*, in **Journal of Microwaves, Opt. Electromagnetic Applications**, vol. 9, n. 1, pp. 43–49, jun. 2010.
- [10] KEKRE, A.; PESHWE, P. & KOTHARI, A. *Nature-inspired antenna for millimeter-wave applications*. **Wireless Pers Commun** 124, 3635–3646 (2022).
- [11] MARCUWITZ, N. **Waveguide handbook**. 1st ed. New York: McGraw-Hill, 1951.
- [12] ANDERSON, I. *On the theory of self-resonant grids*. **Bell System Technical Journal**, 1975, vol. 54, pp. 1725 – 1731.

- [13] LEONARD, T. W.; COFER, J. W. *A new equivalent circuit representation for the Jerusalem cross*. **IEE Conference Publish**, 169 (1978).
- [14] LANGLEY, R. J.; PARKER, E. A. *Equivalent circuit model for arrays of square loops*. **Electronics Letters**, 1982, vol. 18, no. 7, pp. 294 – 296.
- [15] LANGLEY, R. J.; DRINKWATER, A. J. *An improved empirical model for the Jerusalem cross*. **IEE Proceedings H - Microwaves Optics and Antennas**, 1982, vol. 129, no. 1, pp. 1- 6.
- [16] LEE, C. K.; LANGLEY, R. J. *Equivalent-circuit models for frequency selective surfaces at oblique angles of incidence*. **IEE Proceedings H - Microwaves Optics and Antennas**, 1985, vol. 132, pp. 395 – 399.
- [17] SANZ FERNANDEZ, J. J. **Frequency selective surfaces for terahertz applications**. (Ph. D. dissertation Univ. Of Edinburg, Edinburg, Scotland, 2012).
- [18] PARKER, E. A. *The gentleman's guide to frequency selective surfaces*. Presented in 17th **Q. M.W. Antenna Symposium**, London (UK), 1991.
- [19] HOOBEMAN, B. *Everything you ever wanted to know about frequency-selective surface filters but were afraid to ask*. **Technical Report, Department of Physics, Columbia University**, 2005.
- [20] HAYT Jr, W.; BUCK, J. A. **Engineering Electromagnetics**. New Delhi: McGraw-Hill. 6th ed. 2001.
- [21] COSTA, F.; MONORCHIO, A.; MANARA, G. *Efficient analysis of frequency-selective surfaces by a simple equivalent-circuit model*. **IEEE Antennas and Propagation Magazine**. v. 54, n. 4, pp. 35-48, 2012.
- [22] POZAR, D. M. **Microwave Engineering**. 4th ed. Hoboken, NJ :Wiley, 2012. (Wiley, Hoboken, NJ, 2012).
- [23] COSTA, F.; MONORCHIO, A.; MANARA, G. *An overview of equivalent circuit modeling techniques of frequency selective surfaces and metasurfaces*. **Aces Journal**, vol. 29, No. 12, pp. 960-976, 2014.
- [24] MELAIS, S. E.; CURE, D.; WELLER, T. M. *A Quasi-Yagi antenna backed by a Jerusalem cross frequency selective surface*. **Int. J. Microwave Sci. Tech.**, 2013.
- [25] MONAVAR, F. M.; KOMJANI, N. *Bandwidth enhancement of microstrip patch antenna using Jerusalem cross-shaped frequency selective surfaces by invasive weed optimization approach*. **Prog. Electromagnetic Res.**, 2011.

- [26] NAIR, R. U.; JHA, R. M. *A novel Jerusalem cross FSS embedded sandwich radome for aerospace applications*. **IEEE Applied Electromagnetics Conference AEMC 2009**, Paper No.: CEM-8-2621, 4p.
- [27] NAIR, R. U.; JHA, R. M. *Broadbanding of A-sandwich radome using Jerusalem cross frequency selective surface*. **CMC-Computers, Materials & Continua**, vol. 37, no. 2, pp. 109-121, 2013.
- [28] PIEPER, D. F. **Application of embedded frequency selective surfaces for structural health monitoring**. (2016). Masters Theses. 7517. [https://scholarsmine.mst.edu/masters\\_theses/7517](https://scholarsmine.mst.edu/masters_theses/7517). Acesso em 15/11/2025.
- [29] AFSANEH, S. A. et al. *Independent polarization and multi-band THz absorber base on Jerusalem cross*. **Optics Communications** 352 (2015). pp. 121–126.
- [30] KAMONSIN, W. et al. *Dual-band metamaterial based on Jerusalem cross structure with interdigital technique for LTE and WLAN systems*. **IEEE Access** 8, 21565–21572.10.1109/ACCESS. 2020.
- [31] ARNAUD, J. A.; PELOW, F. A. *Resonant-grid quasi-optical diplexers*. **Bell System Technical Journal**, 1975, vol. 54, no. 2, pp. 263 – 283.
- [32] COSTA, F.; MONORCHIO, A.; MANARA, G. *An overview of equivalent circuit modeling techniques of frequency selective surfaces and metasurfaces*. **Aces Journal**, vol. 29, No. 12, pp. 960-976, 2014.
- [33] CALLAGHAN, P.; PARKER, E. A.; LANGLEY, R. J. *Influence of supporting dielectric layers on the transmission properties of frequency selective surfaces*. **IEEE Proceedings H Microwaves, Antennas and Propagation, IET** v. 138, n. 5, pp. 448-454, 1991.
- [34] COSTA, Jr, E. F.; SILVA, P. H. F.; NETO, A. G. *Wave impedance equivalent circuit model for square loop frequency selective surfaces*, **Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications**, Vol. 23, No. 2, e2024281143 May 2024.
- [35] E5071C ENA. Disponível em: <https://literature.cdn.keysight.com/litweb/pdf/5989-5479EN.pdf?id=862560>. Acesso em 20/05/2025.
- [36] Double Ridge Guide Horn Antenna Datasheet. Disponível em: <https://www.ahsystems.com/catalog/SAS-571.php>. Acesso em 20/05/2025.