



INSTITUTO FEDERAL DA PARAÍBA
CAMPUS JOÃO PESSOA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E
TECNOLÓGICA

JÚNIO CÂNDIDO DOS SANTOS

HISTÓRIAS DE CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO: POSSIBILIDADES
DIDÁTICAS NA EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

JOÃO PESSOA - PB

2020

JÚNIO CÂNDIDO DOS SANTOS

**HISTÓRIAS DE CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO: POSSIBILIDADES
DIDÁTICAS NA EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Profissional e Tecnológica, ofertado pelo campus João Pessoa do Instituto Federal da Paraíba, como parte dos requisitos para a obtenção do título de Mestre em Educação Profissional e Tecnológica.

Orientador: Prof. Dr. Rafael José Alves do Rego Barros

João Pessoa - PB

2020

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação – CIP
Biblioteca Nilo Peçanha – IFPB, *campus* João Pessoa

| | |
|-------|---|
| S237h | <p>Santos, Júnio Cândido dos. Histórias de circunferência e círculo : possibilidades didáticas na Educação Profissional e Tecnológica / Júnio Cândido dos Santos. – 2020. 158 f. : il.</p> <p>Dissertação (Mestrado em Educação Profissional e Tecnológica) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – IFPB / Programa de Pós-Graduação em Educação Profissional e Tecnológica - ProfEPT.</p> <p>Orientador: Prof. Dr. Rafael José Alves do Rego Barros.</p> <p>1. Educação Profissional e Tecnológica. 2. Ensino de matemática – Ensino Médio Integrado. 3. História da matemática – Recurso pedagógico. 4. Produto educacional. I. Título.</p> <p style="text-align: right;">CDU 377:51</p> |
|-------|---|

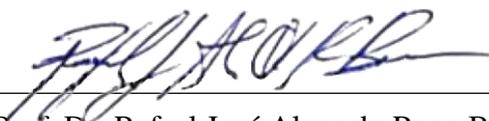
JÚNIO CÂNDIDO DOS SANTOS

**HISTÓRIAS DE CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO: POSSIBILIDADES DIDÁTICAS
NA EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA**

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-graduação em Educação Profissional e Tecnológica, ofertado pelo Instituto Federal da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Profissional e Tecnológica.

Aprovado em 03 de setembro de 2020.

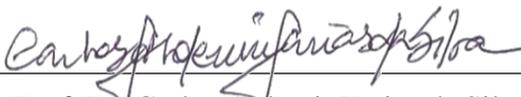
COMISSÃO EXAMINADORA



Prof. Dr. Rafael José Alves do Rego Barros
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba - IFPB
(Orientador)



Prof. Dr. Iran Abreu Mendes
Universidade Federal do Pará – UFPA
(Examinador Externo)



Prof. Dr. Carlos Aldemir Farias da Silva
Universidade Federal do Pará – UFPA
(Examinador Externo)



Prof. Dr. Rony Cláudio de Oliveira Freitas
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santos – IFES
(Examinador Interno)

JÚNIO CÂNDIDO DOS SANTOS

**NOS PASSOS DE ARQUIMEDES: O USO DA HISTÓRIA NO ENSINO DE
MATEMÁTICA PARA DISCUTIR GEOMETRIA PLANA**

O Produto Educacional apresentado ao Programa de Pós-graduação em Educação Profissional e Tecnológica, ofertado pelo Instituto Federal da Paraíba, como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Educação Profissional e Tecnológica.

Aprovado em 03 de setembro de 2020.

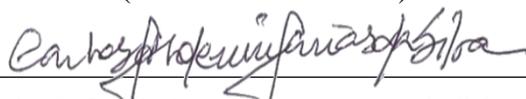
COMISSÃO EXAMINADORA



Prof. Dr. Rafael José Alves do Rego Barros
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba - IFPB
(Orientador)



Prof. Dr. Iran Abreu Mendes
Universidade Federal do Pará – UFPA
(Examinador Externo)



Prof. Dr. Carlos Aldemir Farias da Silva
Universidade Federal do Pará – UFPA
(Examinador Externo)



Prof. Dr. Rony Cláudio de Oliveira Freitas
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Espírito Santos – IFES
(Examinador Interno)

Aos meus avós, Vicente e Vicência.

Aos meus pais, Domilson e Neves.

À minha esposa, Mônica.

E aos meus filhos, Heitor e Lavínia.

AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, Prof. Dr. Rafael José Alves do Rego Barros, por sua generosidade e paciência.

Aos membros da banca examinadora, Prof. Dr. Iran Abreu Mendes, Prof. Dr. Carlos Aldemir Farias da Silva e Prof. Dr. Rony Cláudio de Oliveira Freitas, que, desde a qualificação deste projeto, contribuíram para sua melhoria.

Aos meus pais, que sempre me apoiaram em tudo que tivesse proveito.

À minha esposa Mônica, que supriu nosso lar nas minhas ausências.

Aos meus filhos, Heitor e Lavínia, que, apesar da pouca idade, mais do que ninguém, entenderam minha ausência em muitos momentos.

Ao meu irmão Jansen Cândido dos Santos, a quem devo o desenho de todas figuras e construções geométricas do produto educacional.

Aos meus colegas de turma, em especial a Daniel Lisboa, sempre meu camarada de todas as atividades, e a Kiarelli Otoni e Paula Silva, que, sem nunca pedir nada em troca, doaram parte do seu tempo para tornar a nossa caminhada mais fácil.

Aos meus colegas de trabalho, Erineu Pereira, Liliane Braga e Livaneide Silva.

Aos professores e aos técnicos administrativos do Instituto Federal da Paraíba, que, desta vez sob outro nome, contribuíram novamente com a minha formação.

Aos professores da Rede Federal de Educação Federal e Tecnológica que avaliaram o nosso produto educacional, e que deram uma imensa contribuição para a sua aprimoração.

E, por fim, a todas as pessoas que, mesmo sem eu saber quem, se despuseram a me ajudar nessa empreitada.

Vocês devem não somente assimilar esses conhecimentos, mas assimilá-los com espírito crítico [...], para enriquecê-lo com o conhecimento de todos os fatos, sem os quais não é possível ser um homem culto na época em que vivemos.

(Vladimir Ilitch Uliánov Lenin, 2015)

RESUMO

A partir da constatação de que a educação possui um caráter dual, ou seja, assume uma forma para a classe que sobrevive da venda de sua força de trabalho e assume outra forma para a classe que explora aqueles que vendem sua força de trabalho, fizemos o uso da história da matemática como recurso pedagógico, na proposta do Ensino Médio Integrado, com o intuito de cumprir o objetivo de analisar o potencial de um livro paradidático que subsidie professores e alunos nas aulas de Geometria Plana, com foco no uso da História no Ensino da Matemática como recurso pedagógico e na proposta do Ensino Médio Integrado. Na sua elaboração recorreremos a autores que compõem tanto a base conceitual da Educação Profissional e Tecnológica quanto a autores referenciais para o uso pedagógico da História da Matemática. Para a construção de um produto educacional recorreremos aos eixos temáticos orientadores e à tipologia dos conteúdos. Para que o produto educacional fosse avaliado e tido como aplicável no Ensino Médio Integrado, recorreremos à experiência de nove professores da Rede Federal de Educação profissional e Tecnológica, os quais o avaliaram conforme um instrumento avaliativo. Deste modo, ao final da pesquisa, cumprindo regulamentações legais do Mestrado Profissional em Educação Profissional e Tecnológica temos um produto educacional que através do uso da história da matemática como recurso pedagógico, dentro das aulas de matemática discute conceitos de geometria plana. Por fim, conclui com o cumprimento do objetivo da pesquisa, fazendo tanto autocríticas a ela quanto apontando sugestões para trabalhos posteriores a partir da experiência adquirida através da elaboração do produto educacional.

Palavras-Chave: Educação Profissional e Tecnológica. Ensino de matemática – Ensino Médio Integrado. História da matemática – Recurso pedagógico. Produto Educacional.

ABSTRACT

From the realization that education has a dual character, that is, it takes on a form for the class that survives from the sale of its workforce and takes on another form for the class that exploits those who sell their workforce, we did the use of the history of mathematics as a pedagogical resource, in the proposal of Integrated High School, in order to fulfill the objective of analyzing the potential of a paradidactic book that supports teachers and students in Flat Geometry classes, focusing on the use of History in Teaching of Mathematics as a pedagogical resource and in the proposal of Integrated High School. In its elaboration, we used authors who make up both the conceptual basis of Professional and Technological Education and referential authors for the pedagogical use of the History of Mathematics. For the construction of an educational product we use the guiding thematic axes and the content typology. In order for the educational product to be evaluated and considered as applicable in Integrated High School, we used the experience of nine teachers from the Federal Network for Professional and Technological Education, who evaluated it according to an evaluation instrument. Thus, at the end of the research, complying with legal regulations of the Professional Master in Professional and Technological Education we have an educational product that, through the use of the history of mathematics as a pedagogical resource, within the mathematics classes discusses concepts of flat geometry. Finally, it concludes with the fulfillment of the research objective, making both self-criticisms of it and pointing out suggestions for further work based on the experience acquired through the elaboration of the educational product.

Keywords: Professional and technological education. Mathematics teaching – Integrated High School. History of mathematics – Pedagogical resource. Educational product.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | | |
|-----------|--|-----|
| Figura 1 | - Diagrama de Fossa..... | 64 |
| Quadro 1 | - Eixos temáticos orientadores e respectivos descritores..... | 73 |
| Quadro 2 | - Dissertações selecionadas conforme a abordagem e os conteúdos..... | 74 |
| Quadro 3 | - Sugestão de atividade e público sugeridos para as dissertações..... | 75 |
| Quadro 4 | - Elaboração do produto educacional conforme o referencial teórico e as dissertações..... | 78 |
| Figura 2 | - Tela de trabalho do Canva..... | 85 |
| Figura 3 | - Capas do livro paradidático..... | 86 |
| Figura 4 | - Contracapa do livro paradidático..... | 87 |
| Figura 5 | - Sumários do livro didático..... | 88 |
| Figura 6 | - Apresentação do livro paradidático..... | 88 |
| Figura 7 | - Introdução do livro didático..... | 89 |
| Figura 8 | - Página introdutória do capítulo “A quadratura do círculo” | 90 |
| Quadro 5 | - Eixos temáticos orientadores da elaboração do capítulo “A quadratura do círculo” | 90 |
| Figura 9 | - Páginas do capítulo “A quadratura do círculo” | 93 |
| Figura 10 | - Página introdutória da seção “Saiba Mais: Arquimedes” | 93 |
| Quadro 6 | - Eixos temáticos orientadores na construção da seção “Saiba mais: Arquimedes” | 94 |
| Figura 11 | - Páginas da seção “Saiba Mais: Arquimedes” | 95 |
| Figura 12 | - Página introdutória do capítulo “A gênese do número Pi” | 96 |
| Quadro 7 | - Eixos temáticos orientadores na construção do capítulo “A gênese do número Pi” | 97 |
| Figura 13 | - Páginas do capítulo “A gênese do número Pi” | 98 |
| Figura 14 | - Página introdutória da seção “Saiba Mais: Pitágoras e os Pitagóricos” | 99 |
| Quadro 8 | - Eixos temáticos orientadores na construção da “seção Saiba mais: Pitágoras e os Pitagóricos” | 100 |
| Figura 15 | - Páginas da seção “Saiba Mais: Pitágoras e os Pitagóricos” | 101 |
| Figura 16 | - Páginas da seção “Para refletir!” | 102 |
| Quadro 9 | - Eixos temáticos orientadores na construção da seção “Para refletir!” | 103 |
| Figura 17 | - Página introdutória do capítulo “O Método Clássico de Arquimedes” | 104 |

| | |
|--|-----|
| Quadro 10 - Eixos temáticos orientadores na construção do capítulo “O Método Clássico de Arquimedes” | 105 |
| Figura 18 - Detalhe da construção do polígono inscrito na circunferência..... | 106 |
| Figura 19 - Detalhe da construção do polígono circunscrito na circunferência..... | 107 |
| Figura 20 - Páginas do capítulo “O Método Clássico de Arquimedes” | 108 |
| Figura 21 - Página introdutória da seção “Saiba Mais: Trigonometria” | 109 |
| Quadro 11 - Eixos temáticos orientadores na construção da seção “Saiba mais: Trigonometria” | 109 |
| Figura 22 - Páginas da seção “Saiba Mais: Trigonometria” | 110 |
| Figura 23 - Página introdutória do capítulo “Circunferência e círculo” | 111 |
| Quadro 12 - Eixos temáticos orientadores na construção do capítulo “Circunferência e círculo” | 112 |
| Figura 24 - Páginas do capítulo “Circunferência e círculo” | 113 |
| Figura 25 - Página introdutória da seção “Um pouco de história: Povos da antiguidade” | 114 |
| Quadro 13 - Eixos temáticos orientadores na construção da seção “Um pouco de história: Povos da antiguidade” | 115 |
| Figura 26 - Páginas da seção “Um pouco de história: Povos da antiguidade” | 116 |
| Figura 27 - Página introdutória da seção “Glossário” | 116 |
| Quadro 14 - Eixos temáticos orientadores na construção da seção “Glossário” | 117 |
| Figura 28 - Página da seção “Glossário” | 118 |
| Figura 29 - Página da seção “Referências” | 118 |
| Figura 30 - Capa da seção “Direcionamento para os professores” | 119 |
| Figura 31 - Página da Apresentação da seção “Direcionamento para os professores”. | 120 |
| Figura 32 - Página do Referencial teórico..... | 121 |
| Figura 33 - Página da Organização e estrutura do livro paradidático..... | 122 |
| Figura 34 - Diagrama da análise das considerações..... | 126 |
| Gráfico 1 - Estética e organização do livro paradidático..... | 128 |
| Gráfico 2 - Capítulos do livro paradidático..... | 128 |
| Gráfico 3 - Estilo de escrita do livro paradidático..... | 129 |
| Gráfico 4 - Conteúdo apresentado no livro paradidático..... | 130 |
| Gráfico 5 - Propostas didáticas apresentadas no livro didático..... | 130 |
| Gráfico 6 - Criticidade apresentada no livro paradidático..... | 131 |

SUMÁRIO

| | | |
|-----------|--|----|
| | INTRODUÇÃO..... | 14 |
| 1 | REFERENCIAL TEÓRICO..... | 24 |
| 1.1 | O TRABALHO E A EDUCAÇÃO..... | 24 |
| 1.1.1 | O caracol e a sua concha..... | 24 |
| 1.1.2 | Uma condição de existência do homem..... | 29 |
| 1.1.3 | O princípio educativo do trabalho..... | 31 |
| 1.1.4 | Seres humanos desenvolvidos em suas múltiplas dimensões..... | 38 |
| 1.2 | O GERME DA EDUCAÇÃO DO FUTURO..... | 43 |
| 1.3 | A MATEMÁTICA E A ESCOLA DO TRABALHO..... | 48 |
| 1.4 | EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E USO PEDAGÓGICO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA..... | 52 |
| 1.5 | USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO PEDAGÓGICO NO ENSINO MÉDIO INTEGRADO..... | 64 |
| 2 | O PRODUTO EDUCACIONAL..... | 69 |
| 2.1 | O PRODUTO EDUCACIONAL: O QUE É, SUA FINALIDADE E PORQUE APLICAR NA EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA..... | 69 |
| 2.2 | OS EIXOS TEMÁTICOS ORIENTADORES NA CONSTRUÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL ACRESCIDOS DA TIPOLOGIA DE CONTEÚDOS..... | 69 |
| 2.3 | ELABORAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL..... | 73 |
| 2.3.1 | Processo de elaboração do produto educacional..... | 73 |
| 2.3.1.1 | Esboço do produto educacional..... | 73 |
| 2.3.1.2 | Elaboração do produto educacional a partir das referências..... | 78 |
| 2.3.1.2.1 | <i>Elaboração do produto educacional a partir do referencial teórico.....</i> | 79 |
| 2.3.1.2.2 | <i>Elaboração do produto educacional a partir da contribuição das dissertações.....</i> | 83 |
| 2.3.1.2.3 | <i>Elaboração do produto educacional a partir da contribuição dos materiais auxiliares.....</i> | 84 |
| 2.3.1.3 | Elaboração do produto educacional considerando os eixos temáticos e a tipologia dos conteúdos..... | 84 |
| 2.4 | DESCRIÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL..... | 86 |

| | | |
|--------------|---|------------|
| 2.4.1 | Elementos introdutórios do produto educacional..... | 86 |
| 2.4.1.1 | A capa e a contracapa..... | 86 |
| 2.4.1.2 | O sumário..... | 87 |
| 2.4.1.3 | A apresentação e a introdução..... | 88 |
| 2.4.2 | Capítulos e seções do produto educacional..... | 89 |
| 2.4.2.1 | A quadratura do círculo..... | 89 |
| 2.4.2.2 | Saiba mais: Arquimedes..... | 93 |
| 2.4.2.3 | A gênese do número Pi..... | 96 |
| 2.4.2.4 | Saiba mais: Pitágoras e os Pitagóricos..... | 99 |
| 2.4.2.5 | Para refletir!..... | 102 |
| 2.4.2.6 | O Método Clássico de Arquimedes..... | 104 |
| 2.4.2.7 | Saiba mais: Trigonometria..... | 108 |
| 2.4.2.8 | Circunferência e Círculo..... | 111 |
| 2.4.2.9 | Um pouco de história: Povos da antiguidade..... | 114 |
| 2.4.2.10 | Glossário..... | 116 |
| 2.4.2.11 | Referências..... | 118 |
| 2.4.3 | Direcionamento para os professores..... | 119 |
| 2.4.3.1 | Capa..... | 119 |
| 2.4.3.2 | Apresentação..... | 120 |
| 2.4.3.3 | Referencial teórico..... | 121 |
| 2.4.3.4 | Organização e estrutura..... | 122 |
| 3 | RESULTADOS E DISCUSSÕES..... | 123 |
| 3.1 | A ELABORAÇÃO DO INSTRUMENTO AVALIATIVO..... | 123 |
| 3.2 | APLICAÇÃO DO INSTRUMENTO AVALIATIVO..... | 124 |
| 3.3 | PERFIL DOS PROFESSORES AVALIADORES DOS PRODUTO EDUCACIONAL..... | 124 |
| 3.4 | ANÁLISE DAS CONSIDERAÇÕES..... | 125 |
| 3.4.1 | Primeira etapa da análise das considerações..... | 126 |
| 3.4.2 | Segunda etapa da análise das considerações..... | 131 |
| 3.4.3 | Terceira etapa da análise das considerações..... | 139 |
| 3.5 | REELABORAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL..... | 140 |
| | CONSIDERAÇÕES FINAIS..... | 142 |
| | REFERÊNCIAS..... | 149 |

| | |
|--|------------|
| APENDICE A – INSTRUMENTO AVALIATIVO | 154 |
| APÊNDICE B – PRODUTO EDUCACIONAL..... | 158 |

INTRODUÇÃO

Notadamente, com o avanço das relações capitalistas de produção, observamos o caráter dual da educação se tornar mais evidente. Há, como se fosse natural, uma educação voltada para a formação daqueles que produzem a riqueza da sociedade através da venda de sua força de trabalho. E há uma educação que tem como destino aqueles que compõem a elite, a classe dirigente da sociedade. Por ser instituída desde o período da história que ficou conhecido pelo modo de produção escravista, parece natural esta separação na educação, pois é consequência da, aparentemente natural, separação dos homens em duas classes: a dos explorados e a dos exploradores.

Para os que acreditam que o caráter dual da educação deve ser não apenas combatido, mas, também, eliminado, em prol de uma educação única e de qualidade, ou seja, unitária, que seja direito de todos e que torne possível ao homem a apropriação dos conhecimentos que a humanidade produziu até então. Para os que acreditam, também, que através de uma formação básica e profissional deve ser ofertada a possibilidade para que os sujeitos compreendam e produzam as suas vidas, ou seja, uma formação politécnica. Nestes casos, o Ensino Médio Integrado é uma via, pela educação, dentro da sociedade capitalista, para que sejam formadas as condições para que almejemos, no futuro, que o homem produza sua vida em uma sociedade emancipada e não, parafraseando Rosa Luxemburgo, na barbárie.

No Brasil, a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional coloca a Educação profissional e Tecnológica (EPT) na convergência de dois dos direitos fundamentais do cidadão: o direito à educação e o direito ao trabalho, ou seja, possui fins que se alinham com as propostas da Escola unitária e do Politecnismo. A concepção de Ensino Médio Integrado que norteia a EPT se assenta sobre a perspectiva de integração entre cultura geral, humanismo, tecnologia, técnica, ciência e trabalho, com vistas à apropriação cultural, científica, política e profissional pelo povo. A matriz curricular do Ensino Médio Integrado ao curso técnico é constituída por disciplinas voltadas para a formação geral e disciplinas voltadas para a formação para o trabalho. Dentre as disciplinas voltadas para a formação geral destacamos a Matemática, por ser a nossa área de formação e estudo.

Por ser nosso o compromisso com a luta pela emancipação do homem, por ser nosso também o entendimento de que esta luta deve ser uma constante, inclusive dentro do espaço da sala de aula, e, ainda mais especificamente, no nosso caso, devido à nossa formação acadêmica, entendemos que isto pode ocorrer durante a aplicação dos conteúdos de matemática. Com este

horizonte e por reconhecer seu potencial pedagógico, recorreremos ao uso da história da matemática como recurso para tornar possível que os nossos jovens tenham o acesso à Ciência, à Cultura e à Tecnologia, como é previsto pelas concepções que servem de base para o Ensino Integrado, a Educação Unitária e a Educação Politécnica.

O uso da história da matemática como recurso pedagógico possibilita que a matemática escolar assuma dois importantes papéis: da interdisciplinaridade e político-crítico (MIGUEL; MIORIM, 2011). Desta forma, a matemática serve aos dois pressupostos filosóficos que, sob esta perspectiva, alicerçam o Ensino Integrado: de que a realidade é um todo estruturado e dialético, que pode ser compreendido através do entendimento das relações entre o todo e suas partes constitutivas; e de que o homem é um ser histórico-social, com o potencial para se posicionar criticamente dentro da sociedade (RAMOS, 2008).

Nossa pesquisa, deste modo, nasceu fundamentada na proposta de usarmos a História da Matemática como recurso pedagógico no Ensino Médio Integrado, para que o professor, através de um produto educacional, gerado por ela e materializado na forma de um livro paradidático, tenha subsídios para discutir tanto os conteúdos ligados à matemática, mais especificamente a geometria plana, no que cabe mais à frente no texto uma justificativa desta escolha, quanto para fomentar a discussão necessária relativa a como o homem produziu sua vida no passado e a produz atualmente

Neste momento, para o melhor entendimento do que trata este trabalho, traçaremos um breve histórico da sequência de pesquisas que o originaram.

A partir de uma proposta de Sad (2005) para a classificação dos trabalhos em História da Matemática, nos Anais do VI Seminário Nacional de História da Matemática, e dos resultados e conclusões obtidos através de estudos realizados sobre a produção dos trabalhos apresentados nestes seminários, foi que Mendes (2010) estabeleceu um estudo centrado na produção originada das pesquisas em história da Matemática no Brasil. Esse estudo tomou como base os Programas de Pós-Graduação em Educação, Educação Matemática, Ensino de Ciências e Matemática e áreas afins, compreendendo o período que vai de 1990 a 2010. Um dos objetivos da pesquisa foi traçar uma cartografia dos estudos em História da Matemática no Brasil. O outro objetivo foi fazer a identificação e análise dos fundamentos teóricos e metodológicos destes trabalhos.

Da pesquisa de Mendes (2010) originou-se o projeto de pesquisa intitulado Cartografia da Produção em História da Matemática no Brasil: um estudo centrado nas dissertações e teses

defendidas entre 1990 e 2010, que inspirou, por sua vez, Barros (2016) na sua tese de doutorado intitulada *Pesquisas Sobre História e Epistemologia da Matemática: contribuições para abordagem da matemática no Ensino Médio*. A tese de Barros defende a existência de potencialidades conceituais e didáticas, para o uso no Ensino Médio, em dissertações e teses de História da Matemática produzidas nos programas de pós-graduação do Brasil entre 1990 e 2010. Para isto, levou em consideração, evidentemente, que elas podem ser utilizadas na educação básica para abordar conceitos matemáticos mediante reorganização pedagógica adequada a esse nível de ensino.

Para auxiliar na descrição e nos apontamentos didáticos das dissertações e teses em História e Epistemologia da Matemática que abordam conteúdos do Ensino Médio, Barros (2016), utilizando como critério as áreas de conhecimento do Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), criou uma tabela em que separa o quantitativo de trabalho em função dos conteúdos.

Tabela 1- Dissertações e teses que abordam conteúdos do Ensino Médio.

| Áreas | Dissertações | Teses | Total | Percentual |
|--|--------------|-------|-------|------------|
| Conhecimentos Numéricos | 4 | 2 | 6 | 35% |
| Conhecimentos geométricos | 3 | 3 | 6 | 35% |
| Conhecimentos de estatística e probabilidade | - | 1 | 1 | 6% |
| Conhecimentos algébricos | - | 1 | 1 | 6% |
| Conhecimentos algébricos/geométricos | 1 | - | 1 | 6% |
| Outros | 2 | - | 2 | 12 |
| Total | 10 | 7 | 17 | 100% |

Fonte: Barros (2016).

Da observação da tabela 1, podemos ver que Barros (2016) criou um novo critério denominado “outros”, que contempla conteúdos como números complexos e determinantes, não colocados entre conteúdos do ENEM, mas trabalhados no Ensino Médio.

Na introdução de sua tese, Barros, como parte de seu objetivo geral, expõe a sugestão de orientações didáticas dentro dos conteúdos matemáticos abordados no Ensino Médio. Foi daí, que tomando como referência seu trabalho, decidimos por fazer uso das dissertações que abordam conhecimentos geométricos e possuem potencial didático e conceitual para serem utilizadas no ensino médio. Após estudá-las, observamos que um trabalho que explorasse o conceito do número π , através do método histórico, além de ofertar uma gama enorme de

material para se desenvolver um bom trabalho, traria a possibilidade de, explorando conceitos de geometria plana, fazer a integração entre cultura geral, humanismo, tecnologia, técnica, ciência e trabalho, conceitos norteadores da concepção de Ensino Médio Integrado. Com este pensamento nos orientando, notamos que o trabalho que mais se conformava com a nossa proposta era a dissertação A Quadratura do Círculo e a gênese do número π (VENDEMIATTI, 2009). Porém, após um estudo mais pormenorizado, observamos que, embora rico em possibilidades, apenas este trabalho não bastaria para produzir um produto educacional e tomamos a decisão de, usando-o como base, agregar o conhecimento produzido em outros trabalhos, no sentido de incrementar o material. Neste momento poderíamos recorrer a apenas livros que tratassem deste tema, mas optamos por fazer uso dos conhecimentos gerados em outras dissertações da mesma temática. Vimos nesse ato uma forma de fazer com que ocorresse a apropriação, por estudantes do nível básico, de um conhecimento que, geralmente, circula apenas nos meios universitários.

Assim, foi, nesta perspectiva, que decidimos por fazer uso de dissertações que utilizam conhecimentos geométricos, para, fundamentados no Uso da História no Ensino da Matemática, elaborar produto educacional a ser utilizados como subsídio no processo de ensino-aprendizagem da Matemática na Educação Profissional e Tecnológica (EPT). A atenção dada ao conteúdo de Geometria Plana é justificada a seguir no relato da minha experiência como estudante e como professor de matemática.

Hoje, trabalho como auxiliar de serviços bibliotecários lotado no Campus V da Universidade Estadual da Paraíba, trabalhando na Biblioteca Setorial Professor Afonso Pereira da Silva. Mas, foram nos meus anos ainda como aluno do ensino fundamental e do ensino médio, por me sentir sempre inclinado para o estudo da geometria, que percebi que seu ensino, da forma como era abordado, era carente de contexto e significação. Sendo, geralmente, deixado para o final do ano letivo e, por este motivo, na maioria das vezes, não sendo visto de forma completa ou, mesmo, não sendo ofertado. Para melhor colocar o problema, quando o conteúdo de geometria era dado, seguia o roteiro de memorização de fórmulas prontas e suas aplicações. Anos depois, na Universidade Federal da Paraíba, fiz minha graduação em Licenciatura em Ciência e, logo em seguida, a Habilitação Plena em Matemática. Nesta época, fui bolsista do Programa de Licenciatura, desenvolvendo atividades no Laboratório de Estudos e pesquisas da Aprendizagem Científica. Nesta experiência como bolsista, senti revivido o gosto pelo estudo da geometria ao trabalhar com material didático relacionado a ela. Observei, também, que a abordagem deste conteúdo pode ser feita de forma tanto que tenha significado quanto que seja contextualizado. Trabalhei, depois de finalizado o curso de graduação, como

professor de matemática em escolas das redes de ensino estadual e municipal tanto na cidade de João Pessoa quanto na cidade de Conde, ambas as cidades localizadas no Estado da Paraíba. Foi na minha experiência em sala de aula que observei que, geralmente, na sua maioria, os professores continuavam a repetir as mesmas práticas da minha época como aluno, repassando os conceitos de forma pronta e sem nenhuma contextualização. Aos alunos, condicionados a aceitar os conhecimentos sem nenhum questionamento, cabiam os papéis de assistência muda, os quais não participavam da construção ativa do seu próprio conhecimento (CARVALHO, 1990, p.15). Dessa experiência na sala de aula, também me veio o questionamento sobre se apenas o ensino de conteúdos de matemática, da forma como estava ocorrendo, seria suficiente para contribuir na melhoria efetiva nas condições de vida dos meus alunos. Em decorrência deste questionamento, surgiram outros questionamentos: que sociedade é esta que estaríamos ajudando a construir? Esta construção é positiva em todos os aspectos? Como trazer esta discussão para dentro da sala de aula, dentro dos conteúdos de matemática?

Sentimos, neste momento do texto, a necessidade de apresentar a justificativa da execução da nossa pesquisa. Assim, nas próximas linhas faremos esta apresentação.

Podemos ver que sempre me preocupou o quanto a matemática é enxergada como uma ciência fria, resumida muitas vezes, apenas, à aplicabilidade de fórmulas prontas e desconectada do contexto social. Deste modo, este mestrado profissional foi a forma de trazer uma contribuição para a desmistificação dessa aura, que envolve os matemáticos, a própria Matemática e seu ensino; além do que, através da confecção do produto educacional, possibilitou oferecer um instrumento, dentro do ensino de matemática, que levante a discussão sobre a sociedade contemporânea. Por último, este mestrado oportunizou o retorno, ainda não completo, à sociedade do investimento feito à minha pessoa, que sempre foi dependente do ensino público, gratuito e, nem sempre, mas, nesse caso, de qualidade.

Deste modo, dentro da perspectiva de formação integral do Homem, a que se propõe a Educação Profissional e Tecnológica (EPT), este trabalho, ao pensar a Matemática como instituição social (MENDES, 2012), “agente de formação cognitiva” e “agente de formação cultural” (FOSSA, 2012, p. 99), se configura dentro das formas diferentes de pensar os conteúdos necessários à formação dos estudantes, para que estes sejam capazes de desenvolver suas capacidades de, autonomamente, interpretar e agir sobre a realidade, através da integração do conhecimento sistematizado com os saberes inerentes ao mundo do trabalho, gerando tanto conhecimento quanto desenvolvendo um produto educacional.

Portanto, é que propomos este trabalho, materializado na forma de um produto educacional, como subsídio para tornar mais atraentes e produtivas as aulas de matemática das

turmas do Ensino Médio Integrado.

Colocada a justificativa do projeto, faremos, agora, uma breve explanação sobre o atual estado da arte do problema de pesquisa.

Como sabemos, já de longa data, a educação brasileira, do seu nível básico ao nível superior, vive uma crise constante. Sem perder de vista que por trás desta crise, que parece não ter fim, há um projeto de dominação imposto às classes desprivilegiadas. Para Carvalho (1990), um aspecto que é essencial a ser levado em conta numa análise da situação do ensino de Matemática, é a concepção de que a Matemática é uma área de conhecimento já acabada, pronta, não cabendo mais nela novos conceitos e ideias. Essa concepção é absorvida pelo professor, levada para a sala e repassada aos alunos e, neste caso, ambos passam a ver a Matemática como conhecimento engessado, sem possibilidades de inovações. A isso, soma-se a organização curricular brasileira da educação escolar, que é “marcada por formas curriculares instrumentais e promotoras de um tipo humano conformado, política e pedagogicamente.” (ARAÚJO; FRIGOTTO, 2015, p.68). Porém, Carvalho (1990) expõe que, contrapondo-se a esta forma de pensar a Matemática e seu ensino, há aqueles que consideram haver a constante construção do conhecimento e que os indivíduos fazem sua reelaboração, complementação, complexificação e sistematização por meio das interações sociais.

Entre os que pensam o conhecimento desta forma, há aqueles que discutem sobre as formas de ensinar matemática, que compreendem que são várias as possibilidades de pensar os conteúdos necessários à formação dos alunos. Estes procuram apontar formas diferentes de ensinar matemática, buscando “uma abordagem diferenciada, na qual o que se ensina seja repleto de reflexão, significado, contextualizado de acordo com a realidade educacional em que o aluno se encontra.” (BARROS, 2016, p. 12). E, justamente, o que tem motivado algumas destas discussões são, não somente, mas, as pesquisas recentes sobre a Educação e a História da Matemática.

Desta forma, levando em conta a proposta do Mestrado Profissional em Educação Profissional e Tecnológica, que prevê a produção de um produto educacional, e após o exposto anteriormente, surgiu a oportunidade de levantar tal questão:

Como um produto educacional, fundamentados no uso da História no Ensino da Matemática, pode ser usado no ensino da Geometria Plana, nas turmas do Ensino Médio Integrado?

Colocado o problema, defendemos, então, fazer o uso das dissertações em História da Matemática, que utilizam conhecimentos geométricos e possuem potencial didático e conceitual para serem explorados no ensino médio, para elaborar um produto educacional,

dentro da proposta do Ensino Médio Integrado e apoiando-se no uso de materiais didáticos textuais em sala de aula e no uso da história da matemática como recurso pedagógico.

De posse das considerações feitas, apontamos como objetivo geral, analisar o potencial de um livro paradidático que subsidie professores e alunos nas aulas de Geometria Plana, com foco no uso da História no Ensino da Matemática como recurso pedagógico e na proposta do Ensino Médio Integrado.

Para aprofundar as intenções expressas no objetivo geral, apresentamos como objetivos específicos:

- Elaborar um livro paradidático que subsidie professores e alunos nas aulas de Geometria Plana, com foco no uso da História no Ensino da Matemática como recurso pedagógico e na proposta do Ensino Médio Integrado.
- Validar as sugestões de atividades de Geometria Plana propostas na tese Pesquisas Sobre História e Epistemologia da Matemática: contribuições para a abordagem da Matemática no Ensino Médio;
- Explorar os potenciais didáticos e conceituais contidos nas dissertações em História e Epistemologia da Matemática;
- Verificar a aplicabilidade do produto educacional através de avaliação realizada por professores de matemática da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica.

Apresentados os objetivos da nossa pesquisa, antes de passarmos para a metodologia que utilizamos na pesquisa, trataremos da estrutura e organização deste trabalho.

No capítulo que trata do referencial teórico, inicialmente, verificamos os sentidos do trabalho, destacando o seu princípio educativo e que, a partir da divisão dos homens em classes antagônicas, a educação também é cindida e passa a refletir a conformação de cada sociedade seguinte, evidenciando o seu caráter elitista e apontando para a necessidade quebra do seu caráter dual. Em seguida, como resposta a forma como a educação é feita dentro do capitalismo, apresentamos as concepções de escola baseadas nos pensamentos que nos foram legados por Marx e Gramsci. Prosseguindo, apontamos os pilares que sustentam a concepção do Ensino Médio Integrado.

Ainda tratando do referencial teórico, levamos o foco para o ensino de matemática na perspectiva da pedagogia socialista, construída na prática revolucionária. Após, ainda no capítulo tratamos do uso pedagógico da História da matemática e são elencadas, inicialmente, as três faces da matemática e como elas se complementam e demonstrada a impossibilidade de

concebê-las separadamente e a implicação de tal pensamento. Prosseguindo, reconhecemos as aplicações pedagógicas do uso da história no ensino da matemática, quais os argumentos que potencializam e amparam o uso da história no processo de ensino-aprendizagem e os modos com a história da matemática pode ser usada com recurso pedagógico. Destacamos ainda, a abordagem construtivista da história da matemática como geradora de conhecimento matemático. Dando prosseguimento, elencamos os argumentos reforçadores, que potencializam pedagogicamente o uso da história da matemática em sala de aula e as formas de uso da História da Matemática em sala de aula.

No terceiro capítulo tratamos do processo de elaboração do produto educacional conforme o referencial teórico, as dissertações e materiais auxiliares, da elaboração conforme os eixos temáticos orientadores e da tipologia dos conteúdos. Aqui, fazemos, também, a apresentação do produto educacional, explicando qual a sua finalidade, justificamos o porquê da sua aplicação na Educação Profissional e Tecnológica, indicamos o local de sua aplicação, colocamos quais as bases teóricas que o sustentam e, por fim, acomodados sobre a teoria que o baseia, fazemos a descrição de cada capítulo e seção do produto educacional.

No penúltimo capítulo, o produto educacional, tratamos da elaboração do instrumento avaliativo e da sua aplicação. Trazemos, ainda, a análise das contribuições obtidas através da aplicação do instrumento de avaliação. Para concluir, este capítulo trazemos o processo de reelaboração do produto educacional.

O último capítulo traz, por sua vez, as considerações finais sobre a pesquisa. Lá, faremos, de início, uma retomada de forma resumida dos capítulos, incluindo nela uma síntese dos principais argumentos colocados pela pesquisa, recomendações e sugestões para trabalhos futuros. Fazemos também uma autocrítica, onde é apresentado um balanço dos resultados obtidos com a pesquisa.

Apresentados os capítulos deste trabalho, fazemos a observação de que, na concepção da metodologia usada na pesquisa, tivemos como referência Chizzotti (2010), Gil (2007), Michel (2009) e Richardson (2011). Nosso referencial teórico foi erigido apoiando-se tanto em autores clássicos, a exemplo de Marx (2010, 2012, 2013), Engels (2019), Marx e Engels (2007, 2010) e Gramsci (2011, 2017), quanto em autores contemporâneos, a exemplo de: Antunes (2009), Antunes e Alves (2004), Araújo e Frigotto (2015), Frigotto (2001, 2009), Kuenzer e Grabowski (2016), Nosella e Azevedo (2012), Moura, Lima Filho e Silva (2015), Ramos (2005, 2008) e Saviani (2007), que norteiam os estudos relacionados à Educação Profissional e Tecnológica. Da mesma forma recorremos a Berezanskaya (2009), Krupskaya (2018), Pistrak (2015, 2018) e Shulgin (2013), autores ligados a pedagogia socialista para nos orientar sobre o

ensino de matemática sob a perspectiva do politecnismo. Para orientar-nos sobre a educação matemática sob a ótica do Ensino Médio Integrado, recorreremos a Freitas (2010). Para a escrita do capítulo que trata do uso pedagógico da História da matemática, recorreremos a autores referenciais para seu estudo, a exemplo de Barros (2016), Mendes (2009, 2012), Miguel (1997), Miguel e Miorim (2011) e Fossa (2012). Da mesma forma, para ser feita a discussão dos resultados recorreremos a autores que discutem sobre a análise de conteúdo, a exemplo de Laville e Dionne (1999) e Bardin (2011). Para a construção e descrição do produto educacional, apoiamo-nos em Kaplún (2002, 2003) e Zabala (2004), autores que discorrem, respectivamente, sobre a construção de materiais educativos e sobre a aprendizagem de conteúdos. Por fim, para a elaboração do instrumento avaliativo, recorreremos aos trabalhos de Leite (2018) e Ruiz *et al.* (2014).

Apresentamos agora a metodologia utilizada, fazendo, inicialmente, a sua caracterização e em seguida a apresentação do percurso metodológico.

Conforme coloca Michel (2009), nossa pesquisa volta-se, caracteristicamente, para o feitiço mais utilitário. Ou seja, ela é caracterizada como pesquisa aplicada, pois se destinou a transformar o conhecimento gerado em um produto educacional que objetiva subsidiar o ensino de matemática.

Continuando o delineamento da pesquisa, abordamos através de uma ótica qualitativa (CHIZZOTTI, 2010), pois, após correlacionar e interpretar situações, emitimos opiniões para, com isso, através de uma análise coerente, concluirmos quanto à aplicabilidade do produto educacional. Indicando que toda a discussão e apresentação de resultados se deram, de forma predominante, nas suas ideias, observações e análises, na forma de texto corrido.

Nosso universo é a Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica. Definimos nossa amostragem como sendo não probabilística (RICHARDSON, 2011). Pois utilizamos, como amostra deste universo, nove professores de matemática da Rede federal de Educação Profissional e Tecnológica, escolhidos em virtude da sua experiência em trabalhar com o Ensino Médio Integrado e/ou desenvolverem pesquisas ligadas ao Uso da História no Ensino de Matemática.

Utilizamos como instrumento de coleta de dados o questionário misto, por ser o instrumento de coleta de dados que melhor se adéqua à nossa pesquisa (GIL, 2007). Isso porque nos proporciona conhecer tanto os interesses e as expectativas gerados quanto às opiniões emitidas sobre o produto educacional pelos elementos da pesquisa.

Feita a caracterização da pesquisa passaremos para a descrição das etapas que foram seguidas para que a pesquisa fosse concluída.

O percurso metodológico para melhor ser percorrido foi dividido em etapas, que, para melhor descrição destas, serão elencadas a seguir em ordem cronológica de seu desenvolvimento.

A primeira etapa foi a da escolha do tema da pesquisa e, em decorrência, do produto educacional que seria gerado. Aqui, decidimos que trabalharíamos com os conteúdos de geometria plana, utilizando como recurso pedagógico a história da Matemática, orientando-nos pelo pensamento que concebe o Ensino Médio Integrado. Para finalizar esta etapa, apoiados nas características das sugestões de Barros (2016) para exploração dos potenciais didáticos e conceituais das dissertações, definimos, aqui, que o produto educacional se consubstanciaria como um material didático textual.

A segunda etapa, após a definição do ponto de partida, impôs que nos apropriássemos do conhecimento necessário para o cumprimento dos objetivos da pesquisa. Deste modo, esta etapa foi caracterizada pelo levantamento bibliográfico feito em livros, dissertações e artigos de periódicos, e por ser uma etapa que não ficou restrita a apenas um momento específico, mas que esteve presente em todas as outras etapas.

A terceira etapa foi a da elaboração do texto do produto educacional. Esta etapa foi marcada pela escrita e rescrita do texto base, até que se chegasse a uma versão satisfatória dele. Como a passagem da mensagem se daria na forma textual, escolhemos um a plataforma de design gráfico, o Canva, que na sua versão on-line oferece vários recursos gráficos, mas, também, apresenta algumas limitações de uso, como por exemplo, alguns templates disponibilizados não aceitam a aplicação de fórmulas no texto. Deste modo, por esta limitação, decidimos recorrer ao editor de texto Word 2007 quando necessário.

A quarta etapa foi a da aplicação do livro paradidático através de um instrumento avaliativo junto aos professores da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica para verificar a aplicabilidade do produto educacional.

A quinta etapa foi a da análise das considerações feitas pelos professores aos quais o instrumento avaliativo foi enviado. Nesta etapa, definimos o percurso traçado para realizarmos a análise das considerações feitas pelos professores, com vistas à etapa de reelaboração do produto educacional

A sexta etapa, última deste percurso metodológico, foi a etapa da reelaboração do produto educacional. Ela leva em conta as considerações dos professores, depois de analisadas e validadas, e o referencial teórico que orienta esta pesquisa.

Aqui terminamos a parte do texto referente à introdução do nosso trabalho. Trataremos em seguida da apresentação do referencial teórico da pesquisa.

1 REFERENCIAL TEÓRICO

1.1 O TRABALHO E A EDUCAÇÃO

1.1.1 O caracol e sua concha

Neste início de século XXI, estamos, de tal forma, tão imersos na sociedade capitalista, que esquecemos ou desconhecemos, que, um dia, nossos antepassados viveram em outras formas de organização social. Busquemos, então, reavivar este passado de forma sintética, pois não é nosso objetivo conduzir um estudo mais pormenorizado da história da humanidade e por não caber neste texto, visitando as sociedades primitivas, asiáticas, escravistas, e feudal, realçando os pontos que vão contribuir para nossa discussão.

Karl Marx e Friedrich Engels, para conduzir os seus estudos, visando estabelecer uma crítica ao capitalismo, apoiaram-se na Antropologia, na Arqueologia e na História, segundo Lessa e Tonet (2011), para afirmar que, ao iniciar sua caminhada pela Terra, o homem herdou de seus antepassados biológicos a forma primitiva de organização social, ou seja, de pequenos bandos migratórios, por basear-se na coleta de alimentos. Portanto, por ser totalmente dependente da natureza, era pouco produtiva, assumindo um formato que impossibilitava, ainda, a exploração do homem pelo homem e a existência de classes sociais. Porém, do contato direto com a natureza, os homens passaram a conhecer o ambiente ao seu redor e, principalmente, a socializar este conhecimento com os membros do grupo a que pertencem. Em seguida, passam a construir e a aprimorar ferramentas e a deter um conhecimento mais elaborado do ambiente, o que ocasionou o desenvolvimento das forças produtivas primitivas, que por sua vez, possibilita o aumento e a complexificação dos indivíduos e dos grupos dos quais faziam parte. Neste período do tempo, os homens e esta forma primitiva de sociedade estavam em permanente evolução. “É importante acentuar: o que caracteriza o trabalho (tomado socialmente) nessa comunidade primitiva era o fato de que todos trabalhavam e também usufruíam o produto do trabalho” (LESSA; TONET, 2011, p. 53).

Colocamo-nos, agora, na nossa caminhada pelo passado, diante da primeira grande evolução humana: a criação da agricultura e da pecuária. Este é um ponto importante na linha do tempo da humanidade, pois, pela primeira vez, devido ao desenvolvimento das forças produtivas, surgiu o excedente de produção, o que, economicamente, tornou possível a exploração do homem pelo homem. Está plantada, a partir deste momento, a semente que caracterizaria as formas societárias humanas subsequentes: o antagonismo das contradições

sociais.

Conforme Lessa e Tonet (2011), as primeiras sociedades baseadas na exploração do homem pelo homem são as sociedades asiáticas e as escravistas. Seguiremos em uma sintética explanação, tratando delas na ordem que as apresentamos com o objetivo de tornar mais clara a passagem para o feudalismo.

A região geográfica que compreende o Oriente Médio e a China e, nas Américas, onde se localizaram a civilização Asteca e Maia, viu desenvolverem-se, pela criação da agricultura e da pecuária, as denominadas sociedades asiáticas ou modo de produção asiático, segundo descrito por Lessa e Tonet (2011). Este modo de produção é caracterizado por pertencer às regiões com elevada densidade populacional e com restrições em relação ao plantio, devido, principalmente, às condições do solo. Este caráter ocasionou o lento desenvolvimento dos meios de produção, chegando quase intocadas ao século XX. Estas sociedades,

baseiam-se na posse comum da terra, na conexão direta entre agricultura e artesanato e numa divisão fixa do trabalho que serve de plano e esquema geral no estabelecimento de novas comunidades. [...] A maior parte dos produtos é destinada a subsistência imediata da comunidade, e não com mercadoria, de modo que a própria produção independe da divisão do trabalho é mediada pela troca de mercadorias [...]. Apenas o excedente dos produtos é transformado em mercadoria, e uma parte dele somente depois de chegar às mãos do Estado, para o qual flui desde tempos imemoriais certa quantidade desses produtos como renda natural. (MARX, 2013, p. 431).

As leis das corporações, nesta forma de sociedade,

impediam deliberadamente, por meio da mais estrita limitação do número de ajudantes que um único mestre de corporação podia empregar, a transformação deste último em capitalista. [...] A corporação repelia zelosamente qualquer intrusão do capital comercial, a única forma livre de capital com que ela se defrontava. O mercador podia comprar todas as mercadorias, menos o trabalho como mercadoria. [...] Em geral, o trabalhador e seus meios de produção permaneciam colados uma ao outro como o caracol e sua concha [...]. (MARX, 2013, p. 432 - 433).

Sendo assim, fazemos a observação que, mesmo mais antiga do que as sociedades escravista, feudal e capitalista, a sociedade asiática viu-se em grande desvantagem frente ao avanço desta última, devido, como dissemos, ao lento desenvolvimento das forças produtivas e foram, conseqüentemente, por isso, conforme a ideologia burguesa tomava de assalto o mundo, gradualmente destruídas.

A sociedade de modo de produção asiática vem a se diferenciar da sociedade de modo de produção escravista, mesmo ambas se alicerçando na exploração do homem pelo homem, por aquela apresentar um desenvolvimento mais lento das forças primitivas e possuir uma classe dominante que, por meio da cobrança de impostos, fazia a apropriação das riquezas produzidas,

quer de forma pacífica, quando os produtores assim o permitiam, quer pelo uso de forças militares, quando contrariados pelos produtores. É daí, que surgem dois instrumentos de dominação: o Estado e o Direito, reflexos da intenção de legitimar essa situação, que, embora de forma lenta, vai se tornando complexa.

A sociedade escravista, das quais temos como exemplos mais conhecidos as civilizações grega e romana, nas palavras de Lessa e Tonet (2011), pautaram-se na existência do antagonismo de duas classes: os senhores e os escravos. Entre estas classes a relação era bem simples, cabendo ao escravizado produzir, sem de nada dessa produção aproveitar, a não ser do mínimo para subsistir, e ao senhor, sem nada produzir, se apropriar de tudo sem nada produzir. Conseqüentemente, para que houvesse aumento na produção, já que os escravizados não tinham, por motivos óbvios, interesse algum nisto, e para que os senhores pudessem enriquecer, era necessário incorporar à queira mais escravos, conseguindo isto pela conquista de enormes impérios.

Neste tipo de sociedade,

o trabalhador é um *instrumentum vocale*, distinto do animal (o *instrumentum semivocale*) e da ferramenta morta (o *instrumentum mutum*). Mas ele faz questão de deixar claro ao animal e a ferramenta que não é um deles, mas um homem. Ele alimenta em si mesmo a convicção de sua diferença em relação a eles, tratando-os com impiedade e arruinando-os *com amore*. (MARX, 2013, p. 272).

Vemos, em seguida, os escravizados rebelar-se contra as tarefas que lhes são impostas, buscando, deste modo, afirmar sua humanidade. Este é um dos aspectos que favorecem para que, durante este período, praticamente não houvesse o desenvolvimento dos métodos e técnicas de organização da produção.

Neste período, como colocado, não havia o interesse daqueles que produziam, mas de nada usufruíam, de aumentar a produção e, por conseguinte, a riqueza do senhor. Este, para que a produção aumentasse, necessitava, então, de mais escravizados e, para isto, recorriam à contratação de soldados, que, por sua vez, eram imbuídos de duas funções, a saber: conquistar povos, que seriam escravizados, e impedir rebeliões, já que o número de escravizados ultrapassava, em muito, o número dos homens livres. Porém, a necessidade de escravizar cada vez mais, para gerar mais produção, gerava mais gastos com a contratação de mais soldados. Isso fez os senhores se unirem para dividir os gastos. Surge, agora, por meio disso, a classe dos funcionários públicos, cuja principal função era arrecadar os impostos dos senhores. Daí, para organizar e ordenar a sociedade, regulando as relações entre classes, surge o Direito. É do somatório do Direito com os funcionários públicos e com os exércitos que, por sua vez surge o

Estado.

(...) entretentes, o estado havia se desenvolvido sem chamar a atenção. Os novos grupos criados pela divisão do trabalho, primeiro entre cidade e campo, depois entre os diferentes ramos de trabalho da cidade, haviam criado novos órgãos para representar seus interesses; cargos de todo tipo foram instituídos. E, em seguida, o jovem Estado necessitava sobretudo de uma força armada própria [...]. (ENGELS, 2019, p. 107).

Engels (2019) observa que com o passar do tempo, cresce o número de escravos e o Estado fica maior, tornando-se cara a manutenção deste sistema para os senhores, que já não tinham como mantê-lo. É daí que, quando os salários dos soldados e funcionários públicos diminuem, estes se corrompem e aqueles se revoltam. As revoltas, agora, de escravos e soldados, facilitaram as invasões de povos fronteiriços, que ao atacar o comércio, diminuem, ainda mais, o enriquecimento dos senhores. Em um ciclo vicioso, os senhores se veem na necessidade de ter, cada vez mais, escravos, soldados e funcionários que, por sua vez, se tornavam onerosos.

Este processo de decadência era impulsionado pelas contradições geradas pelo próprio crescimento do escravismo, e não pela presença de uma classe revolucionária que possuísse um projeto alternativo global para a sociedade. Claro que os escravos se revoltavam; contudo, pelas suas próprias condições de vida e de trabalho, não conseguiram desenvolver um conhecimento adequado da sociedade e da história humana que lhes permitisse elaborar uma proposta de alteração revolucionária da sociedade. (LESSA; TONET, 2011, p. 59).

Conforme vimos, o escravismo, por características que lhe são inerentes, gerou sua própria derrocada. Por não ter a percepção destas características, por não possuir uma classe revolucionária e por não possuir um projeto de sociedade capaz de superar o impasse histórico em que se colocou, a sociedade escravista chegou ao seu fim e levou, em decorrência, a humanidade a um lento, fragmentado e caótico período de transição que durou séculos, até que se consolidasse a sociedade que hoje conhecemos como feudalismo.

No feudalismo, os homens passaram a se organizar, segundo Lessa e Tonet (2011), em feudos, organização produtiva na forma de unidades autossuficientes, que eram, na sua essência, agrárias e que, ao mesmo tempo, serviam de fortificação militar de defesa.

Devemos atentar para o fato de que, com o fim das sociedades escravistas clássicas, houve

[...]uma regressão das forças produtivas, no sentido mais amplo do termo. Contudo, essa regressão foi, ao mesmo tempo, um avanço. Pois, ao destruir o escravismo, aboliu simultaneamente todos os entraves ao desenvolvimento histórico típicos daquele modo de produção. Acima de tudo, aboliu a incapacidade de elevação da

produtividade de trabalho que é inerente à condição de escravo. (LESSA; TONET, 2011, p. 62).

Nesta forma de sociedade, o trabalho era realizado pelos servos, que diferentemente dos escravos, ficavam com parte da produção e eram donos das ferramentas. A maior parte da produção ficava com o senhor feudal, proprietário do feudo e líder militar, a quem cabia a defesa do feudo. Os servos divergiam dos escravos, também, por ter interesse no crescimento da produção.

Como resultado desse interesse, começaram a desenvolver novas ferramentas, novas técnicas produtivas, novas formas de organização do trabalho coletivo, aprimorando as sementes, melhorando as técnicas de preservação do solo. Em poucos séculos a produção voltou a crescer e, graças à melhor alimentação, a população aumentou. Logo em seguida, o aumento da produção e da população provocou uma crise no sistema feudal: o feudo possuía mais servos do que necessitava e produzia mais do que conseguia consumir. (LESSA; TONET, 2011, p. 62).

O desenvolvimento das forças produtivas permitiu ao homem, pela primeira vez na história, produzir mais do que poderia consumir. A grande produção proporcionou as trocas de mercadorias, reavivando o comércio, no que desaguou no estabelecimento de rotas comerciais e no renascimento e desenvolvimento, por todo continente europeu, das cidades, fazendo, por fim, surgir, na sociedade, duas novas classes: os comerciantes e os artesãos. Origina-se a burguesia.

O que se viu, entre os séculos XI e XVIII, foi a expansão da burguesia, o que, pelo constante desenvolvimento das forças produtivas, possibilitou a Revolução Industrial (1776 – 1830). “Após a Revolução Industrial, a sociedade burguesa atingiu sua maturidade e amadureceram também as suas classes fundamentais: a burguesia e o proletariado.” (LESSA; TONET, 2011, p. 59).

Até agora, o que sintetizamos nessas linhas é todo um processo histórico em que a humanidade, partindo das comunidades mais primitivas, alcançou, nos séculos seguintes, um estágio tal, devido ao desenvolvimento das forças produtivas, que tornou possível as grandes navegações e o estabelecimento de um mercado mundial, que

[...] possibilitou à burguesia europeia acumular na escala necessária para transformar progressivamente o artesão medieval, que trabalhava em sua oficina, com suas ferramentas, sua matéria prima e com a posse do produto final, em um trabalhador assalariado justamente porque perdeu a posse de todo o resto, menos da sua força de trabalho. A Revolução Industrial transforma, finalmente, esse trabalhador em operário. (LESSA; TONET, 2011, p. 64).

Temos, a partir de agora, com o acúmulo da produção e com o advento do capitalismo, a intensificação da divisão social, pois o que é produzido não é apenas para ser consumido, mas para ser vendido no mercado. De agora em diante, até mesmo, a força de trabalho do homem

será vendida. Ou seja, pelas necessidades de acumulação do capital, tudo, e nisso se inclui a força de trabalho, é reduzido a mercadoria. Porém, por estarmos diante desta afirmação, devemos ter sempre em mente que:

A força de trabalho de cada indivíduo é parte do que ele tem de mais essencial como ser humano. A força de trabalho de cada um de nós, ou seja, nossa capacidade de produzir os bens de que necessitamos, é herdeira de todo o desenvolvimento da humanidade. [...] A força de trabalho de cada um de nós é, portanto, a expressão mais condensada do que temos de mais humano como indivíduo: a nossa relação com a história da humanidade, como nos articulamos com ela, o que somos, o papel que jogamos no complexo processo de desenvolvimento da humanidade e assim por diante. (LESSA; TONET, 2011, p. 66).

Deste modo, podemos perceber que, partindo da mais primitiva das sociedades até a configuração atual, não tivemos como condição estruturante da vida humana, outra coisa que senão o trabalho. Foi ele, que na sociedade primitiva configurou-a como migratória; nas sociedades asiáticas e escravistas, configurou seus modos de vida e fez surgir o Estado e o Direito; na sociedade feudal, ditada pelas relações estabelecidas entre servos e senhores feudais, estruturou seu modo de vida, sustentou a divisão de classes e que originou, em seguida, o proletariado e a burguesia.

1.1.2 Uma condição de existência do homem

Para Frigotto (2001), determinadamente, o ser humano se expressa em três dimensões: por sua individualidade, por sua natureza e através da produção do que lhe é específico a esta individualidade e natureza ao se relacionar com os outros seres humanos. Como afirma Saviani (2007, p. 154) no “processo de surgimento do homem vamos constatar seu início no momento em que determinado ser natural se destaca da natureza e é obrigado, para existir, a produzir sua própria vida”. Isto quer dizer que, independente do indivíduo que somos e da natureza por nós desenvolvida, somos resultantes e dependentes de relações históricas que foram assumidas historicamente. É, nesse sentido, que “os seres humanos criam e recriam, pela ação consciente do trabalho sua própria existência” (FRIGOTTO, 2001, p. 73). Portanto, “o ato de agir sobre a natureza, transformando-a em função das necessidades humanas é o que conhecemos como trabalho” (SAVIANI, 2007, p. 154). Desta forma, então, como posto por Ramos (2005), o trabalho é uma categoria ontológica por ser inerente ao Homem e por ser, também, mediador de primeira ordem na geração de bens, conhecimentos e cultura.

O trabalho, no sentido ontológico, como processo inerente da formação e da realização humana, não é somente a prática econômica de se ganhar a vida vendendo

a força de trabalho; antes de o trabalho ser isto – forma específica que se configura na sociedade capitalista – o trabalho é uma ação humana de interação com a realidade para a satisfação de necessidades e produção de liberdade. Nesse sentido, trabalho não é emprego, não é ação econômica específica. Trabalho é produção, criação, realização humana. Compreender o trabalho nessa perspectiva é compreender a história da humanidade, as suas lutas e conquistas mediadas pelo conhecimento humano. (RAMOS, 2008, p. 3)

Desta feita, devemos entender o trabalho, ontologicamente, como fundamento gerador da vida humana. Ao longo do processo histórico, o homem vai se construindo, vai construindo sua essência pelo trabalho e, por causa dele, vai se tornando complexo e profundo em suas relações. Melhor dizendo, a essência do homem é o trabalho. É no trabalho e pelo trabalho que o homem vai se descobrindo. É pelo trabalho que o homem se diferencia dos outros animais, pois, estes se moldam à natureza, enquanto aquele molda a natureza a si. Ou seja, o homem produz a própria vida para que possa existir. Como tão bem resume Saviani (2007, p. 154): “O que o homem é, é-o pelo trabalho”.

Pode-se distinguir os homens dos animais pela consciência, pela religião ou pelo que se queira. Mas eles mesmos começam a se distinguir dos animais tão logo começam a produzir seus meios de vida, passo que é condicionado por sua organização corporal. Ao produzir seus meios de vida, os homens produzem, indiretamente, sua própria vida material. (MARX; ENGELS, 2007, p. 87)

Sob este aspecto, para Marx (2013, p. 120): “Como criador de valores de uso, como trabalho útil, o trabalho é, assim, uma condição de existência do homem, independente de todas as formas sociais, eterna necessidade natural de mediação do metabolismo entre homem e natureza e, portanto, da vida humana”.

Para Frigotto (2001, p. 74), neste sentido, Marx aponta para as duas dimensões assumidas pelo trabalho: como necessidade e como liberdade. O trabalho como necessidade subordina-se às necessidades do homem enquanto ser histórico-natural, relacionando-se com o que há de mais humano no trabalho, ou seja, de criativo e livre, evidenciando, nisto, o papel da Ciência e da tecnologia. Do trabalho como liberdade deriva o trabalho como princípio educativo. Nesta dimensão o trabalho é entendido como dever e direito.

O trabalho constitui-se, por ser elemento criador da vida humana, num dever e num direito. Um dever a ser aprendido, socializado desde a infância. Trata-se de apreender que o ser humano enquanto ser da natureza necessita elaborar a natureza, transformá-la, pelo trabalho, em bens para satisfazer suas necessidades vitais, biológicas, sociais, culturais, etc. Mas é também um direito, pois é por ele que pode recriar, reproduzir permanentemente sua existência humana. (FRIGOTTO, 2001, p. 74).

Neste sentido, Ramos (2005) contribui afirmando que um indivíduo só é socialmente aceito com produtivo quando está inserido nos processos de produção, pois, através de formas específicas de uso de sua força de trabalho contribuirá no desenvolvimento econômico,

sustentáculo da produção material da existência do homem. Neste processo, a força de trabalho humana é utilizada para gerar valores de troca e de uso, através das quais serão gerados tanto riqueza quanto pobreza. Porém, para serem reconhecidos como trabalhadores, os homens precisam desempenhar determinadas atividades que necessitam, para tal, de determinado conhecimento específico. Pode-se apontar que para que o homem possa satisfazer suas necessidades materiais e espirituais, é condição fundamental o direito à educação em todos os seus níveis e modalidades.

Ramos (2008) acrescenta à discussão que além dos sentidos ontológicos (produção, criação e realização humanas) e econômicos (forma histórica assumida pelas relações sociais sob as especificidades de determinado modo de produção), devemos acrescentar ao trabalho a dimensão científica (conhecimento produzido pelo homem, mediado pelo trabalho e que explica a realidade e que, possibilitando a intervenção sobre ela, são legitimados) e a dimensão cultural (normas e valores que, enquanto pertencentes a um grupo social, nos dirigem e nos conformam). Portanto,

Compreender a relação indissociável entre trabalho, ciência e cultura significa compreender o trabalho como princípio educativo, o que não se confunde com o “aprender fazendo”, nem é sinônimo de formar para o exercício do trabalho. Considerar o trabalho como princípio educativo equivale a dizer que o ser humano é produtor de sua realidade e, por isto, se apropria dela e pode transformá-la. Equivale a dizer, ainda, que nós somos sujeitos de nossa história e da nossa realidade. (RAMOS, 2008, p. 4).

1.1.3 O princípio educativo do trabalho

Referindo-se ao trabalho como princípio educativo em Marx, conforme sua leitura, Frigotto (2009, p. 189) compreende-o como a internalização do caráter de solidariedade. Portanto, para ele, não está vinculado nem à escola nem ao método pedagógico, mas, antes, se alicerça no pensamento da emancipação humana.

Ao contrário, ela se fundamenta no fato de que o ser humano, como ser da natureza, tem o imperativo de, pelo trabalho, buscar os meios de sua reprodução – primeiramente biológica, e na base desse imperativo da necessidade de criar e dilatar o mundo efetivamente livre. Socializar ou educar-se de que o trabalho é tarefa de todos, é uma perspectiva constituinte da sociedade de classes. (FRIGOTTO, 2009, p. 189).

Mas, mesmo sendo o trabalho princípio educativo, durante um longo período da história humana, trabalho e educação andaram apartados. Com o advento da propriedade privada surgiu a possibilidade de, como vimos, os proprietários viverem da exploração do trabalho de outros homens.

O desenvolvimento da produção conduziu à dimensão do trabalho e, daí, à apropriação privada da terra, promovendo a ruptura da unidade vigente nas comunidades primitivas. A apropriação privada da terra, então o principal meio de produção, gerou a divisão dos homens em classes. Configura-se, em consequência, duas classes sociais fundamentais: a classe dos proprietários e a dos não-proprietários. Esse acontecimento é de suma importância na história da humanidade, tendo claros efeitos na compreensão ontológica do homem. (SAVIANI, 2007, p. 155).

Anteriormente, vimos que na antiguidade clássica, na sociedade denominada como escravista, os senhores, aqueles que são os proprietários e exploradores do trabalho alheio, e os escravizados, aqueles explorados na sua força de trabalho, se contrapõem. É nessa divisão dos homens em classes que a educação também se divide. Ora,

[...] se nas sociedades primitivas, caracterizada pelo modo coletivo de produção da existência humana, a educação consistia numa ação espontânea, não diferenciada das outras formas de ação desenvolvidas pelo homem, coincidindo inteiramente com o processo de trabalho que era comum a todos os membros da comunidade, com a divisão dos homens em classes a educação também resulta dividida. (SAVIANI, 2007, p. 155).

É a partir da sociedade escravista, segundo Saviani (2007), que vamos ter duas modalidades diferentes e separadas de educação: a educação para a classe dominante, relacionada aos proprietários e voltada para as tarefas intelectuais, para as artes da palavra e para o exercício físico, seja de caráter militar ou lúdico; e a educação para a classe dos não-proprietários, escravos ou serviçais, vinculada aos trabalho. Desta forma, paralelamente ao processo que faz surgir a divisão de classes, ocasionada pela divisão do trabalho, surge a divisão e institucionalização da educação. Portanto, neste período, emerge a separação histórica entre trabalho e educação. Haja vista que, pela introdução da divisão dos homens em classes, a educação, que era intrinsecamente ligada ao trabalho, se separa deste, assim como os senhores são separados do trabalho, que são realizados, predominantemente, pelos escravos.

No feudalismo, diferentemente da educação no escravismo, sob o qual era fortemente ligada ao Estado, temos, agora, a maciça presença da Igreja Católica. Em seguida, com o advento do modo de produção capitalista, a educação confessional sofrerá mudanças decisivas, quando o Estado é trazido ao protagonismo. Com essa mudança o capitalismo queria forjar “a ideia da escola pública, universal, gratuita, leiga e obrigatória, cujas tentativas de realização passaram pelas mais diversas vicissitudes.” (SAVIANI, 2007, p. 157).

O capitalismo, assim como todas as outras formas criadas pelo homem para produzir sua existência, impôs o seu modo de organização das relações sociais, que, por sua vez, são baseadas, fundamentalmente na apropriação dos meios de produção, na alienação dos trabalhadores, no consumismo, na satisfação do mercado, sustentando-se não mais nos laços

naturais, mas, no direito positivo. Isto impunha a todos os membros da sociedade a necessidade de formação intelectual mínima, ou seja, por, no capitalismo, destacar-se, devido ao avanço da produção, os conhecimentos tecnológico e científico, requer-se uma formação condizente com a cultura criada pela industrialização. Por conseguinte, sendo a escola a forma primordial de acesso à formação intelectual mínima, “é erigida na forma principal, dominante e generalizada de educação” (SAVIANI, 2007, p. 158).

Com o impacto da Revolução Industrial, os principais países assumiram a tarefa de organizar sistemas nacionais de ensino, buscando generalizar a escola básica. Portanto, à Revolução Industrial correspondeu uma Revolução Educacional: aquela colocou a máquina no centro do processo produtivo; esta erigiu a escola em forma principal e dominante da educação. (SAVIANI, 2007, p. 159).

É a partir deste fato histórico, que a escola se vê forçada a ligar-se, de algum modo, ao mundo da produção. Mesmo assim, ainda segundo Saviani (2007), a educação pensada e realizada pela burguesia em cima da base do ensino primário comum, mesmo que nas suas formas mais desenvolvidas, refletia apenas a divisão dos homens em duas categorias. Uma delas agrupando os profissionais que realizam trabalhos manuais, que não requeriam domínio teórico amplo, apenas aqueles conhecimentos determinados que tivessem, por exemplo, relação com a prática de seu ofício. Na outra categoria eram agrupados os homens que eram preparados para serem os dirigentes, a elite da sociedade.

Kuenzer e Grabowsk (2016) afirmam que é através do princípio educativo do trabalho que ocorre a definição dos processos de formação daqueles que desempenharão diferentes papéis tanto na sociedade quanto na produção. O Princípio educativo do trabalho só é apreendido quando partimos daquilo que o sustenta, isto é, sua base material. É dessa apreensão do princípio educativo do trabalho, que compreendemos, também, em um dado regime de acumulação, os diferentes projetos formativos, que objetivam o processo de acumulação capitalista. Sendo assim, o princípio educativo do trabalho reflete as contradições existentes entre trabalho e capital, dando origem a projetos educativos antagônicos e, por isso, em disputa permanente.

Segundo Ramos (2005), quando as indústrias dos diferentes ramos de produção optaram por universalizar uma quantidade de técnicas básicas, gerou-se a necessidade de que houvesse pessoas com conhecimento e práticas para desempenhar seus trabalhos. Quando estas técnicas são aprimoradas, originam as profissões, que são agrupadas conforme seu nível de complexidade, decorrência da separação técnica e social do trabalho, ligada à divisão entre trabalho intelectual e trabalho manual. A complexidade da função relacionada ao trabalho por determinada profissão, por sua vez, tem relação direta com o nível de escolaridade requerido

para seu desempenho. Desta forma, sendo a educação básica o meio de acesso à cultura e ao conhecimento da sociedade em que estão inseridos os indivíduos, nomeou-se por educação ou formação profissional, no nosso sistema educacional, aquela formação em que as pessoas vão se apropriar mais especificamente dos saberes ligados ao mundo da produção.

Assim, vamos perceber que, sob o capitalismo, firmadas

[...] no projeto burguês de progresso e de modernidade e sob a égide dos padrões tayloristas-fordistas, as profissões, em sua dimensão econômica, foram fortemente associadas ao princípio da eficiência técnica, especialmente no pós-guerra, quando o uso da ciência como força produtiva atingiu seu ápice. A administração científica dos tempos e movimentos de Taylor foi a materialização desses princípios, que se inicia na produção de bens e serviços e se alastra para todas as dimensões da vida moderna, incluindo a escola. (RAMOS, 2005, p. 111).

Para nos situar: o regime de acumulação rígida conhecido pelo binômio taylorismo/fordismo, nas palavras de Antunes (2009, p. 39), “é a mescla da produção em série fordista com o cronômetro taylorista, além da vigência de uma separação nítida entre elaboração e execução”, ou seja, o trabalhador era reduzido ao um executor de tarefas repetitivas e mecânicas. Assim,

[...]podemos indicar que o binômio taylorismo/fordismo, expressão dominante do sistema produtivo e de seu respectivo processo de trabalho, que vigorou na grande indústria, ao longo praticamente de todo século XX, sobretudo a partir da segunda década, baseava-se na produção em massa de mercadorias, que se estrutura a partir de uma produção mais homogeneizada e enormemente verticalizada. (ANTUNES, 2009, p. 38).

Esse padrão produtivo tinha como objetivo a intensificação das formas de exploração, por meio da redução do tempo e aumento de ritmo de trabalho e do combate ao desperdício na produção, com o objetivo da racionalização máxima das operações que os trabalhadores realizavam. Para isso, fez sua estruturação sobre formas de trabalho parcelado e fragmentado, tarefas decompostas, atividades repetitivas, resultando em trabalho coletivo produtor.

São estes princípios que, segundo Ramos (2005), são levados para a organização do trabalho escolar e passam a fundamentar o currículo. Disto resultam procedimentos que até hoje são adotados, como, por exemplo, na busca pela racionalização e eficiência no trabalho, o padrão adotado como eficiente foi deduzido a partir das observações dos processos de trabalho. Decorrente deste fato, os currículos se estruturaram com o objetivo de corrigir falhas culturais, pessoais ou sociais dos indivíduos. Especificamente, a educação profissional, influenciada pela cada vez mais complexa atividade industrial, ancora o saber profissional a uma teoria subjacente com bases nas ciências, aproximando-se, por sua vez, formação técnica e as ciências de formação geral. Com isto, as disciplinas assumem caráter fixo e abstrato, característica dos

currículos fragmentados.

Porém, após ser o padrão produtivo adotado ao longo de quase todo século XX, o binômio taylorismo/fordismo, entre o final dos anos 1960 e início dos anos 1970, começou a demonstrar sinais de declínio. O que aconteceu foi que

[...] nas últimas décadas, sobretudo no início dos anos 1970, o capitalismo viu-se frente a um quadro crítico acentuado. O entendimento dos elementos constitutivos essenciais dessa crise é de grande complexidade, uma vez que nesse mesmo período ocorreram mutações intensas, econômicas, sociais, políticas, ideológicas, com fortes repercussões no ideário, na subjetividade e nos valores constitutivos da classe-que-vive-do-trabalho, mutações de ordens diversas e que, no seu conjunto, tiveram forte impacto. Essa crise estrutural fez com que, entre tantas outras consequências, fosse implementando um amplo processo de reestruturação do capital, com vistas à recuperação do seu ciclo reprodutivo, que [...] afetou fortemente o mundo do trabalho. Embora a crise estrutural do capital tivesse determinações mais profundas, a resposta capitalista a essa crise procurou enfrentá-la tão-somente na sua superfície, na sua dimensão fenomênica, isto é, reestruturá-la sem transformar os pilares essenciais do modo de produção capitalista. Tratava-se, então, para as forças da Ordem, de reestruturar o padrão produtivo estruturado sobre o binômio taylorismo e fordismo, procurando, desse modo, repor os patamares de acumulação existentes no período anterior, especialmente no pós-45, utilizando-se [...] de novos e velhos mecanismos de acumulação. (ANTUNES, 2009, p. 37-38).

Diante deste quadro, o capital inicia mudanças

[...] no próprio processo produtivo, por meio da constituição das formas de acumulação flexível, do downsizing, das formas de gestão organizacional, do avanço tecnológico, dos modelos alternativos ao binômio taylorismo/fordismo, onde se destaca especialmente o “toyotismo” ou modelo japonês. (ANTUNES, 2009, p. 49).

Como causadora dessas mudanças há a crise do capitalismo, que intensificou a concorrência entre as grandes corporações transnacionais e monopolistas e, ainda, a premência do controle sobre as lutas sociais originadas do trabalho.

Opondo-se ao contra-poder que emerge das lutas sociais, o capitalismo iniciou um processo de reorganização das suas formas de dominação societal, não só procurando reorganizar em termos capitalistas o processo produtivo, mas procurando gerar um projeto de recuperação da hegemonia nas mais diversas esferas da sociabilidade. Fez isso, por exemplo, no plano ideológico, por meio do culto de um subjetivismo e de um ideário fragmentador que faz apologia ao individualismo exacerbado contra as formas de solidariedade e de atuação coletiva e social. (ANTUNES, 2009, p. 50).

No entanto, segundo Antunes (2009), estas mudanças, que ainda estão em curso no mundo do trabalho, não encontram, entre seus estudiosos, de um consenso sobre qual rumo elas estão tomando. Para alguns autores, apontam para a superação das contradições que sustentam a sociedade capitalista. Essas mudanças, então, promoveriam o surgimento de um trabalhador dotado de mais qualificação, participação, multifuncionalidade e polivalência, resultado de uma nova forma de organização das indústrias e da, também, nova forma de relação entre o capital

e o trabalho, que, por sua vez, em comparação como o taylorismo/fordismo, mais favorável. Outros autores afirmam que estas mudanças não apontam para o toyotismo. O que ocorre, para eles, é que as configurações já existentes estão apenas se intensificando. O próprio Antunes se enquadra em outra categoria de estudiosos, ou seja, aqueles que acreditam tanto na descontinuidade quanto na continuidade do modelo anterior. Neste sentido, o capital, na perspectiva do reestabelecimento de um determinado nível de acumulação e de dominação global, promoveria, na sua reorganização, as mudanças nos padrões produtivos.

Tentando reter seus traços constitutivos mais gerais, é possível dizer que o padrão de acumulação flexível articula um conjunto de elementos de continuidade e descontinuidade que acabam por conformar algo relativamente distinto do padrão taylorista/fordista de acumulação. Ele se fundamenta num padrão produtivo organizacional e tecnologicamente avançado, resultado da introdução de técnicas de gestão da força de trabalho próprias da fase informacional, bem como da introdução ampliada dos computadores no processo produtivo e de serviços. Desenvolve-se em uma estrutura produtiva mais flexível, recorrendo frequentemente à desconcentração produtiva, às empresas terceirizadas etc. Utiliza-se de novas técnicas de gestão da força de trabalho, do trabalho em equipe, das “células de produção”, dos “times de trabalho”, dos grupos “semi-autônomos”, além de requerer, ao menos no plano discursivo, o “envolvimento participativo” dos trabalhadores, em verdade uma participação manipuladora e que preserva, na essência as condições do trabalho alienado e estranhado. O “trabalho polivalente”, “multifuncional”, “qualificado”, combinando uma estrutura mais horizontalizada e integrada entre diversas empresas, inclusive nas empresas terceirizadas, tem como finalidade a redução do tempo de trabalho. (ANTUNES, 2009, p. 54).

Como esclarece Antunes (2009), forma como se configura a organização do trabalho sob o padrão de acumulação flexível, tem, em sua essência, o objetivo de aumentar a exploração da força de trabalho. Este objetivo é alcançado pela minimização ou, mesmo, eliminação do trabalho improdutivo e de suas formas correlatas, incorporando-as ao trabalho produtivo. Porém, como consequências destas mudanças no processo de produção, temos: a enorme desregulamentação dos direitos dos trabalhadores; a crescente fragmentação do interior da classe trabalhadora; a força de trabalho precarizada e terceirizada; e, entre outras consequências, para não nos estendermos, a eliminação do sindicalismo de classe.

Neste contexto de ascensão de um novo regime de acumulação, o mundo ocidental viu o toyotismo se expandir.

O toyotismo (ou ohnismo, de Ohno, engenheiro que o criou na fábrica Toyota), como via japonesa de expansão e consolidação do capitalismo monopolista industrial é uma forma de organização do trabalho que nasce na Toyota, no Japão pós-45, e que, muito rapidamente, se propaga para as grandes companhias daquele país. Ele difere do fordismo basicamente nos seguintes traços:

- 1) é uma produção muito vinculada à demanda, visando atender às exigências mais individualizadas do mercado consumidor [...];
- 2) fundamenta-se no trabalho operário em equipe, com multivariabilidade de funções [...];

- 3) a produção se estrutura num processo produtivo flexível, que possibilita ao operário operar simultaneamente várias máquinas [...];
- 4) tem como princípio o just in time, o melhor aproveitamento do tempo de produção;
- 5) [...] No toyotismo os estoques são mínimos quando comparados ao fordismo;
- 6) [...] tem uma estrutura horizontalizada, ao contrário da verticalizada fordista. [...];
- 7) Organiza os Círculos de Controle de Qualidade (CCQ), [...] instrumento para o capital apropriar-se do savoir faire intelectual e cognitivo do trabalho, que o fordismo desprezava;
- 8) o toyotismo implantou o emprego vitalício [...], além de ganhos salariais intimamente vinculados ao aumento de produtividade. (ANTUNES, 2009, p. 56-57).

No toyotismo, como fica evidente nas colocações de Antunes e Alves (2004), ocorre a intensificação da exploração do trabalho, ocorrendo devido a quatro fatores: ao aumento no ritmo da produção em um tempo igual ou menor do mesmo trabalho que era executado antes; pelo aumento dos trabalhos em tempo parcial, especialmente, entre as mulheres; a falta de expectativa dos jovens em conseguir se inserir no mercado de trabalho; e a dificuldade encontrada pelos adultos acima de 40 anos de idade, que ao serem excluídos, de voltar ao mercado de trabalho.

A passagem de um regime de acumulação, que antes era rígido, para outro, agora flexível, impõe

[...] a necessidade de novas formas de disciplinamento da força de trabalho, que contemplem o desenvolvimento de subjetividades que atendam as exigências da produção e da vida social, caracterizada pela flexibilidade, para que acompanhem as mudanças tecnológicas decorrentes da dinamicidade da produção científico-tecnológica contemporânea, ao invés de profissionais rígidos, que repetem procedimentos memorizados ou recriados através da experiência. (KUENZER; GRABOWSK, 2016, p. 25).

Diante disto, a pedagogia toma para si como ponto essencial o desenvolvimento de competências nos alunos que possibilitem a sua aprendizagem ao longo da vida, sendo necessário, para que a formação flexível seja possível, a substituição da formação especializada, adquirida em cursos profissionalizantes, pela formação geral, que, por sua vez, é adquirida através da escolarização ampliada, que como é afirmado Kuenzer e Grabowsk (2016), é ofertada de forma precarizada, o que não é verificado na educação destinada as classes dominantes.

O novo discurso do capital sobre a educação aponta para a necessidade da formação de profissionais flexíveis; se o trabalhador transitará ao longo de sua trajetória laboral por inúmeras ocupações e oportunidades de educação profissional, não há razão para investir em formação profissional especializada; a integração entre as trajetórias de escolaridade e laboral será o elo de integração entre teoria e prática, resgatando-se, desta forma, a unidade rompida pela clássica forma de divisão técnica do trabalho, que atribuía a uns o trabalho operacional, simplificado, e a outros o trabalho intelectual complexo. (KUENZER; GRABOWSK, 2016, p. 25).

Da análise destes dois projetos de formação, corroboramos a afirmação de que nenhum deles tem a pessoa humana como figura central.

Um outro projeto de sociedade exige recolocar o foco do projeto educacional sobre os sujeitos e os conhecimentos que permitem compreender e transformar a realidade em que vivem. Neste projeto encontra-se também a formação profissional, posto que a compreensão e a transformação da realidade implica a capacidade de produção social da existência, que inclui a ação técnica, política e cultural. (RAMOS, 2005, p. 113)

1.1.4 Seres humanos desenvolvidos em suas múltiplas dimensões

É sabido que a emancipação humana sempre foi alvo da maior da preocupação de vários pensadores, entre eles, podemos destacar Marx, Engels e Gramsci. Nas palavras do primeiro: “toda emancipação é redução do mundo humano e suas relações ao próprio homem.” (MARX, 2010, p.54). Ou seja, a emancipação humana é a devolução do mundo humano ao homem, no qual, entre os indivíduos são estabelecidas relações humanas. Num mundo emancipado, os homens assumem, de forma consciente, o controle de sua própria existência, pela superação das mediações que impedem que se percebam como sujeitos de sua própria história.

Gramsci sabia que, para isso, é preciso que o homem evolua dentro do processo de consciência, pois,

[...] se o subalterno era ontem uma coisa, hoje não o é mais: tornou-se uma pessoa histórica, um protagonista; se ontem era irresponsável, já que era “resistente” a uma vontade estranha, hoje sente-se responsável, já que não é mais resistente, mas sim agente e necessariamente ativo e empreendedor. (GRAMSCI, 2017, p.106-107)

Preocupados com a emancipação humana, esses pensadores sabiam que tal estado não poderia ser alcançado se não fosse desde muito cedo colocado como possível. Muito dificilmente aconteceria de forma espontânea, principalmente por conta dos aparelhos ideológicos que são criados e agem para manter as coisas como estão. “As ideias da classe dominante são, em cada época, as ideias dominantes, isto é, a classe que é a força material dominante da sociedade é, ao mesmo tempo, sua força espiritual dominante.” (MARX; ENGELS, 2007, p.47).

É evidente que pela manutenção da ideologia da classe dominante, estes mantêm o domínio sob toda a sociedade. E, para eles, é claro, isto lhes é de muito interesse. Daí, para que possamos almejar uma sociedade mais solidária, justa e igual, um dos caminhos apontados é fazer com que o indivíduo se situe como ser histórico com a capacidade de influir para a transformação de seu meio. Que os homens por menos poder que tenham individualmente,

tenham consciência de que, quando se organizam, tem poder para determinar qual o rumo de seu destino, de forma consciente e controlada.

Assim, pois, os indivíduos, graças a determinadas particularidades de seu caráter, podem influir nos destinos da sociedade. Por vezes, a sua influência pode ser considerável, mas, tanto a própria possibilidade dessa influência quanto suas proporções são determinadas pela organização da sociedade, pela correlação de forças que nela atuam. (PLEKHANOV, 2011, p. 131).

Não à toa, Marx, Engels e Gramsci sabiam que, mesmo sendo uma das instituições de manutenção e propagação das ideias das classes dominantes, a escola deve ser uma das vias de uso para se chegar à emancipação das pessoas. Gramsci tinha a

[...]escola como um instrumento social fundamental para a emancipação humana, pois a educação e a cultura são o substrato para o cultivo de um novo consenso em favor de valores como a solidariedade e a igualdade com vistas à construção de um mundo justo e fraterno. (NOSELLA; AZEVEDO, 2012, p. 28).

Moura, Lima Filho e Silva (2015, p. 1060) deixam claro que tanto Marx quanto Engels, trabalhando em conjunto ou em separado, “não trataram do tema educação, ensino ou formação profissional isoladamente”, antes suas preocupações eram “sobre como homens, mulheres, jovens e crianças, especialmente da classe trabalhadora, produzem a vida em meio às relações sociais e de produção, particularmente sob o capitalismo”. Contudo, para Marx e Engels o modo como os seres humanos produzem sua própria existência através do trabalho mantêm uma relação de sobreposição com a escola. Podemos observar, cronologicamente, em alguns de seus escritos, que este é o caminho tomado por eles, isto é, fazer a união entre escola e trabalho.

Escrito entre 1845 e 1846, *A Ideologia Alemã*, reflete os pensamentos de Marx e Engels (2007, p. 94) sobre as formas de produção e reprodução das condições de existência dos homens. É observando a seguinte passagem que podemos fazer inferências sobre a educação, observando a passagem seguinte: “[...] os homens, ao desenvolverem sua produção e seu intercâmbio materiais, transformam também, com esta sua realidade, seu pensar e os produtos de seu pensar. Não é a consciência que determina a vida, mas a vida que determina a consciência.” Corroborando Schlesener (2015, p. 168), embora a educação não apareça de forma explícita no texto, mas dele podemos apontar que o processo de formação do homem acontece nas idas e vindas entre a produção e reprodução de sua existência, “tanto na estrutura econômico-social quanto nas formas ideológicas pelas quais entende e interpreta a si e ao mundo em que vive.” Já neste ínterim, Marx e Engels demonstram que uma educação verdadeiramente emancipadora deve abordar todos os conceitos relacionados à luta de classes, com o intuito de estabelecer uma base de luta por uma nova sociedade.

Este pensamento é retomado 1855, por Marx e Engels (2007, p. 533), quando, entre as onze teses que compõem as *Teses contra Feuerbach*, encontra-se, na terceira tese, a seguinte passagem: “[...] o próprio educador tem de ser educado”. Segundo Schlesener (2015, p. 172), sob o olhar da práxis revolucionária, esta passagem afirma que “educamo-nos nas lutas por emancipação política e humana”. Sendo que as “condições de emancipação da classe trabalhadora pela via educativa escolar implicam a instauração de um processo de organização política das classes trabalhadoras”.

Em o Manifesto Comunista, de 1848, já podemos observar, entre as dez medidas indicadas para que o modo de produção seja transformado de forma radical, a seguinte passagem: “Educação pública e gratuita a todas as crianças; abolição do trabalho das crianças nas fábricas, tal como é praticado hoje. Associação da educação com a produção material etc.” (MARX; ENGELS, 2010, p. 58). Alguns anos mais tarde, em Instruções para os delegados do Conselho Geral Provisório, texto de agosto de 1866, Marx afirma que a associação entre educação intelectual, educação física e educação politécnica coloca a classe trabalhadora muito acima do nível das classes média e alta. Antes, no mesmo texto:

Sobre educação entendemos três coisas: primeiro, a educação intelectual; segundo, o desenvolvimento corporal, que é dado pelas escolas de ginástica e exercícios militares; terceiro, a educação politécnica, que deve apresentar as bases científicas gerais de todos os processos produtivos e, ao mesmo tempo, ensinar às crianças e adolescente o uso prático e a aplicação de ferramentas básicas de toda produção. (MARX apud PISTRAK, 2015, p.28)

Em 1867, no volume I de *O Capital*, vemos Marx retomar o pensamento de forma mais aprofundada:

Do sistema fabril, como podemos ver em detalhes na obra de Robert Owen, brota o germe da educação do futuro, que há de conjugar, para todas as crianças a partir de certa idade, o trabalho produtivo com o ensino e a ginástica, não só como forma de incrementar a produção social, mas como único método para a produção de seres humanos desenvolvidos em suas múltiplas dimensões. (MARX, 2013, p. 556).

Mais à frente, ainda no volume I de *O Capital*, na sua crítica constante às condições em que os trabalhadores vivem sob o modo de produção capitalista e com a preocupação, também constante, de como superar este quadro, Marx aponta que:

Uma fase desse processo de revolucionamento, constituída espontaneamente com base na grande indústria, é formada pelas escolas politécnicas e agronômicas, e outra pelas écoles d’enseignement professionnel [escolas profissionalizantes], em que filhos de trabalhadores recebem alguma instrução sobre tecnologia e manuseio prático de diversos instrumentos de produção. (MARX, 2013, p. 556).

Em um de seus últimos escritos, datado de 1875, *Crítica do Programa de Gotha*, Marx

critica o projeto de programa, propostos com o intuito de unificar os partidos socialistas alemães em uma única associação dos operários. Novamente, vemos Marx (2012, p. 46) fazer exigências para “escolas técnicas (teóricas e práticas) combinadas com escolas públicas”.

Observamos, desta feita, que é colocada em evidência uma escola que priorize a formação cultural e humanística como ponto de partida para a possível emancipação do homem. Marx chega a demonstrar em algumas de suas obras a preocupação com uma formação humanista, que, para eles, deve compreender educação intelectual, física e tecnológica. Desta forma, Marx está sinalizando para a formação intelectual do ser humano, ou seja, uma formação omnilateral. “Essa concepção foi incorporada à tradição marxiana sob a denominação de politecnia ou educação politécnica, em virtude das próprias referências do autor ao termo, assim como de grande parte dos estudiosos de sua obra.” (MOURA; LIMA FILHO; SILVA, 2015, p. 1060). Na afirmação de que a educação deve compreender a formação intelectual, física e tecnológica, Marx aponta para a formação integrado do homem, em toda sua potencialidade, e coloca a formação intelectual como degrau inicial para ascender a um patamar de emancipação.

Relativamente à dimensão intelectual, esta deve abranger a totalidade das ciências, pois apenas com domínio dos conhecimentos científicos e tecnológicos que explicam e fundamentam o trabalho produtivo a classe operária poderia colocar-se “bastante acima do nível das classes superior e média”. (MOURA; LIMA FILHO; SILVA, 2015, p. 1060).

Anos mais tarde, mas apoiando-se nos trabalhos de Marx e Engels, o italiano Antonio Gramsci mostrou, da mesma forma que aqueles autores, sua preocupação com a emancipação humana, pois enxergava na escola uma das vias para construção de uma sociedade emancipada. Em um dos seus escritos, Gramsci (2011) faz a relação entre a crise constante em que vive a nossa sociedade e a crise do sistema educacional. Para o pensador italiano, tal qual o capitalismo que separa os indivíduos em classes, a escola também age do mesmo modo e assume, mesmo que diga que não, um caráter dual. Há uma escola para formar a classe dominante e os intelectuais e outra escola para formar a classe instrumental. Embora, como mostrado por Saviani (2007) quando aborda a educação nas sociedades escravistas, isto já não é uma novidade no ensino, mas, se acentua, como se natural fosse, sob o regime do capital. Para o revolucionário italiano, a civilização moderna se tornou tão complexa, que requer que os indivíduos, cada vez mais, se especializem em determinada área. Com isto, a escola, na sua dualidade, forma seres unilaterais, quer seja para serem futuros dirigentes, quer seja para serem futuros dirigidos, quando, o ideal, seria que a escola formasse indivíduos com uma cultura geral indiferenciada e capazes de utilizar o poder fundamental de pensar e de se orientar na vida.

Pode-se dizer, aliás, que a crise escolar que hoje se difunde liga-se precisamente ao fato de que esse processo de diferenciação e particularização ocorre de modo caótico, sem princípios claros e precisos, sem um plano bem estudado e conscientemente estabelecido: a crise do programa e da organização escolar, isto é, da orientação geral de uma política de formação dos modernos quadros intelectuais, é em grande parte um aspecto e uma complexificação da crise orgânica mais ampla e geral. (GRAMSCI, 2011, p. 33).

Porém, mesmo diante de tal quadro, Gramsci aponta a saída para a crise do sistema educativo e, conseqüentemente, para uma sociedade emancipada.

A crise terá uma solução que, racionalmente, deveria seguir esta linha: escola única inicial de cultura geral, humanística, formativa, que equilibre de modo justo o desenvolvimento da capacidade de trabalhar manualmente (tecnicamente, industrialmente) e o desenvolvimento das capacidades de trabalho intelectual. (GRAMSCI, 2011, p. 33).

Ao propor uma escola única, Gramsci ataca contundentemente a característica dual da escola, atingindo fortemente a base que sustenta o sistema capitalista, ou seja, a separação e manutenção dos homens em castas. Não à toa, ele propõe uma escola única, pois, tomando como ponto de partida a educação comum a todos, assegura o mínimo para a formação de indivíduos realmente livres. Mas que para isto ocorra, conforme Plekhanov (2011), o homem deve se sentir inserido na sua própria história e com possível agente transformador da realidade. Isto acontece, numa escola única, que congrege uma formação tanto intelectual quanto manual, porque possui a vantagem de “colocar o menino em contato, ao mesmo tempo, com a história humana e com a história ‘das coisas’, sob o controle do professor.” (GRAMSCI, 2011, p. 63).

A escola unitária ou de formação humanística (entendido este termo, “humanismo”, em sentido amplo e não apenas em sentido tradicional), ou de cultura geral, deveria assumir a tarefa de inserir jovens na atividade social, depois de tê-los elevado a um certo grau de maturidade e capacidade para a criação intelectual e prática e a uma certa autonomia na orientação e na iniciativa. (GRAMSCI, 2011, p. 36).

Nos seus escritos, Gramsci corrobora os pensamentos de Marx e Engels (2010) e Marx (2012) ao afirmar que “a inteira função de educação e formação das novas gerações deixa de ser privada e torna-se pública, pois somente assim ela pode abarcar todas as gerações, sem divisões de grupos ou castas.” (GRAMSCI, 2011, p.36). Ainda nos seus escritos do cárcere, Gramsci, de forma objetiva, indica que a escola unitária deve ser organizada para ser de tempo integrado, livre da disciplina imposta, que, por este motivo, se reveste de uma forma mecânica e hipócrita, e não verdadeira, pois, apenas reflete o desconhecimento de seus propósitos. Indica, também, que na escola unitária, o estudo deve primar, como tudo que concerne a uma sociedade que se queira emancipada, por sua forma coletiva.

Do ensino quase puramente dogmático, no qual a memória desempenha um grande papel, passa-se à fase criadora ou de trabalho autônomo e independente, da escola com disciplina de estudo imposta autoritariamente, passa-se a uma fase de estudo ou de trabalho profissional na qual a autodisciplina intelectual e autonomia moral são teoricamente ilimitadas. (GRAMSCI, 2011, p. 38).

Uma escola unitária, segundo Gramsci (2011), assegurará que sejam iniciadas novas relações não apenas na própria escola, mas com reflexos em toda vida social. Pois, assim como é assegurado por Marx que o modo de produção da forma à sociedade, uma nova escola que repensa e transforma a relação existente entre trabalho manual e intelectual, também repensa e transforma a relação entre os indivíduos. E isto, a escola unitária faz, pois, pautando-se no conhecimento científico com implicações na vida dos indivíduos, deve ser uma escola ativa e criativa, envolta em condições criadas humanisticamente.

Por isso, na escola unitária, a última fase deve ser concebida e organizada como a fase decisiva, na qual se tende a criar os valores fundamentais do “humanismo”, a autodisciplina intelectual e autonomia moral necessária a uma posterior especialização, seja ela de caráter científico (estudos universitários), seja ela de caráter imediatamente prático-produtivo (indústria, burocracia, comércio, etc.). O estudo e o aprendizado de métodos criativos na ciência e na vida devem começar nesta última fase da escola, não devendo sem um monopólio da universidade ou ser deixado ao acaso da vida prática: esta fase escolar já deve contribuir para desenvolver o elemento da responsabilidade autônoma nos indivíduos, deve ser uma escola criadora. (GRAMSCI, 2011, p. 39).

Gramsci (2011), também, põe em evidência a necessidade de definir o que seja realmente uma escola unitária, que faça realmente o estreitamento dos laços que unem teoria e trabalho. É, conforme ele, nesta definição que, verdadeiramente, a escola educará as classes subordinadas e instrumentais para que sejam dirigentes, e desenvolvam na sociedade o papel de direção, e, mais importante, tenham consciência de que devem fazer isso de forma coletiva e não como indivíduos.

Diante do exposto, corroborando o pensamento de Moura, Lima Filho e Silva (2015), entendemos que as concepções de escola, tanto de Marx, Marx e Engels e Gramsci, se complementam. E, quando observada mais a fundo, a dimensão intelectual, cultural e humanista, que é um aspecto escolar não muito explorado por Marx e Engels, é retomada e aprofundada por Gramsci. Outro ponto de concordância entre os três autores é quanto à materialização desta escola: só poderá ser possível em uma possível sociedade emancipada.

1.2 O GERME DA EDUCAÇÃO DO FUTURO

A condição colocada por Marx e Engels e Gramsci de que uma escola nos moldes como pensada por eles só poder ser real em uma possível sociedade emancipada, não quer dizer que

não possa ser iniciada hoje, no presente. Na verdade, o que estes pensadores querem dizer é que uma escola deste tipo só pode funcionar em toda sua plenitude se for dentro de uma sociedade emancipada, ou seja, como a escola é reflexo da sociedade, uma escola de ensino emancipado só funciona em uma sociedade emancipada. O pensamento é de que

[...]atualmente ainda não podemos materializar a politecnicidade e a escola unitária em seus sentidos plenos para todos, imediatamente. Não obstante, também concluímos que é possível e necessário plantar - e cuidar para que cresçam – as sementes da formação humana integral, politécnica, unitária, aproveitando-nos das contradições do sistema capital. (MOURA; LIMA FILHO; SILVA, 2015, p. 1070).

É com este pensamento que autores como Ramos (2008) e Araújo e Frigotto (2015) como veremos em seguida, expõem a concepção e as possibilidades do Ensino Médio integrado, apontando-o como a proposta pedagógica que, além de ofertar o ensino profissional de nível médio com base no princípio educativo do trabalho, oferece uma formação humanística capaz de superar tanto o caráter dual da escola quanto o caráter desigual da sociedade capitalista. Desta forma, o Ensino Médio integrado vai além apenas da oferta de uma educação profissionalizante de nível médio. O Ensino Médio integrado é uma

[...] proposição pedagógica que se compromete com a utopia de uma formação inteira, que não se satisfaz com a socialização de fragmentos da cultura sistematizada e que compreende como direitos de todos ao acesso a um processo formativo, inclusive escolar, que promova o desenvolvimento de suas amplas faculdades físicas e intelectuais. (ARAÚJO; FRIGOTTO, 2015, p. 62).

Diante desta definição, agrega-se o fato de que um ensino dito realmente integrado compromete-se com o desenvolvimento e ampliação da capacidade das crianças, jovens e adultos de compreenderem a sua realidade específica e de como ela se relaciona com a totalidade social. Isto é obtido fazendo do ensino integrado um projeto que utilize-se de

[...] um conteúdo político-pedagógico engajado, comprometido com o desenvolvimento de ações formativas integradoras (em oposição às práticas fragmentadoras do saber), capazes de promover a autonomia e ampliar os horizontes (a liberdade) dos sujeitos das práticas pedagógicas, professores e alunos, principalmente. (ARAÚJO; FRIGOTTO, 2015, p. 63).

Colocado desta maneira, o conteúdo é referenciado pela utilidade social que possui, pela capacidade de formar atitudes e comportamentos que promovam o ser humano e que ofereçam instrumentos capazes de reconhecer e compreender a essência da sociedade e a partir disto, transformá-la.

Ramos (2008, p. 2), assentando-se sobre os conceitos de omnilateralismo, ensino politécnico e escola unitária, ergue os dois pilares conceptuais que sustentam o ensino médio integrado: “um tipo de escola que não seja dual, ao contrário, seja unitária, garantindo a todos

o direito ao conhecimento; e uma educação politécnica, que possibilita acesso à cultura, a ciência, ao trabalho, por meio de uma educação básica e profissional.”. Ou seja, uma educação que supere a dualidade da educação iniciada pela separação entre trabalho manual e trabalho intelectual, e que proporcione, ao mesmo tempo, acesso ao conhecimento e à cultura, no intuito de inserção no mundo do trabalho por meio da educação básica e profissional. Destacando que para que ocorra uma integração entre ensino médio e educação profissional, Ramos (2008, p. 03) afirma que esta deve ser entendida dentro de três sentidos complementares entre si: “como concepção de formação humana, como forma de relacionar ensino médio e educação profissional; e como relação entre parte e totalidade.”.

Como concepção de formação humana, nas palavras de Ramos (2008), é preciso saber que o trabalho adquire dois sentidos, a saber: o sentido ontológico e o sentido econômico. No sentido ontológico é o meio pelo qual podemos suprir nossas necessidades e produzir nossa liberdade. No sentido econômico, o trabalho, nos nossos dias, é emprego, isto é, uma forma histórica assumida pelas relações sociais sob as especificidades de um determinado modo de produção. É no sentido econômico que o trabalho engendra as práticas de profissionalização.

Na sociedade moderna a relação econômica vai se tornando fundamento da profissionalização. Mas sob a perspectiva da integração entre trabalho, ciência e cultura, a profissionalização se opõe à simples formação para o mercado de trabalho. Antes ela incorpora valores éticos-políticos e conteúdos históricos e científicos que caracterizam a práxis humana. Portanto, formar profissionalmente não é preparar exclusivamente para o exercício do trabalho, mas é proporcionar a compreensão das dinâmicas sócio-produtivas das sociedades modernas, com as suas conquistas e os seus revezes, e também habilitar as pessoas para o exercício autônomo e crítico de profissões, sem nunca se esgotar a elas. (RAMOS, 2008 p. 4-5).

O ensino médio, durante todo o percurso de sua história, esteve fundamentado no seu vínculo com a necessidade de que seus egressos procurariam, ao final desta etapa de sua educação, um emprego. Ramos (2008) coloca que, desta maneira o foco das finalidades do ensino médio é deslocado das necessidades do indivíduo e da sociedade para as necessidades do mercado. Desta forma, dentro da perspectiva da construção de uma sociedade sob a égide do humanismo, é preciso que se desloque o foco sob o qual, atualmente, se pensa o ensino médio. Para tanto, é necessário que, no ensino médio, se pense o trabalho como princípio educativo. É pensar o ensino médio

[...]como última etapa da educação básica mediante um projeto que, conquanto seja unitário em seus princípios e objetivos, desenvolva possibilidades formativas que contemplem as múltiplas necessidades socioculturais e econômicas dos sujeitos que o constituem – adolescentes, jovens e adultos –, reconhecendo-os não como cidadãos e trabalhadores de um futuro indefinido, mas como sujeitos de direitos no momento em que cursam o ensino médio. (RAMOS, 2008, p. 6).

Por esta razão, como concepção de formação humana, o Ensino Médio Integrado dá a possibilidade, segundo Ramos (2008), de formação omnilateral dos sujeitos, que implica na integração entre trabalho, ciência e cultura, ou seja, integração das dimensões fundamentais que estruturam a prática social humana. A compreensão da relação entre o trabalho, a ciência e a cultura têm como significado a compreensão de que o ser humano é sujeito de sua história de sua realidade. Ou seja, uma formação omnilateral possibilita a superação da dualidade entre formação específica e formação geral, tomando como objeto a formação humana e o trabalho como princípio educativo no ensino médio no seu duplo sentido: ontológico e histórico. Assim,

[...] o trabalho é princípio educativo no ensino médio à medida que proporciona a compreensão do processo histórico de produção científica e tecnológica, como conhecimentos desenvolvidos e apropriados socialmente para a transformação das condições naturais da vida e a ampliação das capacidades, das potencialidades e dos sentidos humanos. [...] o trabalho é princípio educativo no ensino médio na medida em que coloca exigências específicas para o processo educativo, visando à participação direta dos membros da sociedade no trabalho socialmente produtivo. (RAMOS, 2008, p. 8).

Como forma de relacionar o ensino médio e a educação profissional, o Ensino Médio integrado, segundo Ramos (2008), é compreendido como sendo uma formação voltada para o mundo do trabalho, que torne possível aos jovens e adultos se inserirem na vida produtiva, de forma digna e com o conhecimento necessário para isto. Num país como o nosso, em que a realidade social faz com que a imensa maioria dos jovens seja obrigado a trabalhar cedo, protelar esta necessidade para depois da conclusão do ensino superior é um privilégio. Então, dentro da carência de se aliar o ensino médio integrado à educação profissionalizante, podemos fazê-lo de forma que seja uma educação que contenha elementos que altere a situação em que se encontra a nossa juventude. Uma educação que ao contrário de preparar o jovem para o mercado de trabalho e para a vida, prepare o jovem pelo trabalho e pela vida.

Como forma de relacionar a parte e a totalidade na proposta curricular se entende que

[...] nenhum conhecimento específico é definido como tal se não são consideradas as finalidades e o contexto produtivo em que se aplicam. [...] se ensinado exclusivamente como conceito específico, profissionalizante, sem sua vinculação com as teorias gerais do campo científico em que foi formulado, provavelmente não se conseguirá utilizá-lo em contexto distintos daqueles em que foi aprendido. Neste caso, a pessoa poderá até executar corretamente procedimentos técnicos, mas não poderá ser considerado um profissional bem formado. (RAMOS, 2008, p. 17).

Desta forma, para que o ser humano receba uma educação inteira, completa, existe a necessidade de que haja o entrelaçamento entre os conhecimentos específico e geral. Não se pode falar de totalidade sem que o geral conheça o específico que o sustenta. E não se pode falar, também, do específico sem reconhecer o geral, que o contextualiza e dá finalidade. Ter o

trabalho com princípio educativo é reconhecer que o conhecimento geral se apoia na compreensão da força produtiva, trazendo para a formação do aluno a perspectiva histórica da própria construção da ciência.

Sob esta perspectiva, os conteúdos de ensino não têm fins em si mesmos nem se limitam a insumos para o desenvolvimento de competências. Os conteúdos de ensino são conceitos e teorias que constituem sínteses da apropriação histórica da realidade material e social pelo homem. (RAMOS, 2008, p.20).

Segundo o que podemos observar em Ramos (2005) e Ramos (2008, p. 21), a organização curricular sob esta perspectiva se assenta sobre dois pressupostos filosóficos: a concepção de homem como ser histórico-social, na qual “a história da humanidade é a história da produção da existência humana e a história do conhecimento é a história do processo de apropriação social dos potenciais da natureza pelo próprio homem, mediada pelo trabalho”; e que “a realidade concreta é uma totalidade, síntese de múltiplas relações”. Decorrem destes “um terceiro princípio, de ordem epistemológica, que consiste em compreender o conhecimento como uma produção do pensamento pela qual se apreende e se representa as relações que constituem e estruturam a realidade objetiva.”.

Partindo daí, entende-se que a responsabilidade por permitir a apreensão dos conhecimentos é das disciplinas escolares, que devem recorrer à interdisciplinaridade, pois,

[...]como método, é a reconstituição da totalidade pela relação entre os conceitos originados a partir de distintos recortes da realidade; isto é, dos diversos campos das ciências representados em disciplinas. Isto tem como objetivo possibilitar a compreensão do significado dos conceitos, das razões e dos métodos pelos quais se pode conhecer o real e apropriá-lo em seu potencial para o ser humano. (RAMOS, 2008, p.22).

Com este pensamento e tendo como norte os eixos da cultura, da ciência e do trabalho, mantendo a relação entre os conhecimentos específicos e gerais, construídos durante o percurso de toda a formação, surgem como possibilidade de movimento no desenho do currículo integrado:

1. Problematizar fenômenos – fatos e situações significativas e relevantes para compreender o mundo em que vivemos, bem como processos tecnológicos da área profissional para a qual se pretende formar –, como objetivos de conhecimento, buscando compreendê-los em múltiplas perspectiva: tecnológica, econômica, histórica, ambiental, social, cultural, etc. [...]
2. Explicitar teorias e conceitos fundamentais para a compreensão do(s) objeto(s) da múltiplas perspectivas em que foi problematizado e localizado nos respectivos campos das ciências (áreas do conhecimento, disciplinas científicas e/ou profissionais), identificando suas relações com outros conceitos do mesmo campo (disciplinaridade) e de campos distintos do saber (interdisciplinaridade). [...]

3. Situar conceitos como conhecimentos de formação geral e específica, tendo como referência a base científica dos conceitos e sua apropriação tecnológica, social e cultural. [...]
4. A partir dessa localização e das múltiplas relações, organizar os componentes curriculares e as práticas pedagógicas [...]. (RAMOS, 2008, p. 24-25)

Desta forma, quando tratamos das possibilidades e desafios que se colocam diante da organização de um currículo que pense o ensino médio integrado ao ensino técnico, devemos buscar conceber o indivíduo com ser histórico-social real capaz de compreender e transformar o meio em que vive; sintetizar o ensino básico e a formação para o trabalho com o intuito de formar o homem humanamente; ter o trabalho como princípio educativo, dentro da perspectiva de que este torna possível trazer ao homem a compreensão de que as artes e as ciências possuem um significado de econômico, social, histórico, político e cultural; ter base em uma epistemologia tenha em conta que os conhecimentos gerais e específicos são unos e em uma metodologia que possibilite a distinção do que é específico a cada um destes conhecimentos; ter fundamentos em uma pedagogia em que a construção do conhecimento se dê pelo entrelaçamento do conhecimento geral como o conhecimento específico, reconhecendo que o primeiro dá fundamento ao segundo e esse torna evidente a característica de produção concreta do primeiro; que os eixos trabalho, ciência e cultura fundamentem as diferentes técnicas que dão a característica do trabalho moderno, como aponta Ramos (2005).

1.3 A MATEMÁTICA E A ESCOLA DO TRABALHO

A escola de ensino integrado com base no politecnismo, nas palavras de Shulgin (2013), forma cidadãos com horizontes mais amplos, que, devido a sua educação voltada para o mundo do trabalho, sabe se posicionar dentro deste e com criatividade e invenção. Isto é conseguido porque durante a sua formação deve ser familiarizado com os avanços científicos, conhecendo as ciências, entre elas a matemática, e sabendo como aplicá-las na prática. Neste ponto, o ensino da matemática, sob a ótica do ensino integrado, tem que ser caracterizado pela formação não apenas do profissional que sabe tudo e conhece tudo apenas dentro de sua profissão, mas, do cidadão que conhece sua profissão e compreende a sociedade em que vive e, por isso, percebe a possibilidade de transformá-la.

Como salienta Pistrak (2018) para fundamentar a escola do trabalho, alicerce do ensino integrado, é preciso ter em consideração que nem o trabalho nem os conhecimentos matemáticos constituem as finalidades da educação. Estes fins se encontram em algo mais geral e exterior, que define o papel e o lugar do trabalho e da matemática no corpo geral da educação.

Como a finalidade do ensino integrado se entende a implantação de uma formação humanística, voltada, dentro da sociedade capitalista, para a construção de uma possível sociedade emancipada. Dentro desta finalidade,

[...] o trabalho é definido como a participação ativa na construção da atualidade, na escola e fora dela, e a ciência como uma prática generalizada e sistematizada, isto é, como uma interpretação desta atualidade para a determinação do lugar de cada um nela. Quer dizer, não é a imediata junção do ensino e processo de trabalho, mas a sua ligação às finalidades gerais da vida. [...] O importante é que o trabalho e os conhecimentos científicos tenham uma única orientação, que a teoria seja generalizada e sistematizada pela prática, e que a prática, afinal de contas, seja baseada nos conhecimentos científicos. (PISTRAK, 2018, p. 154-155).

Daí compreende-se que o importante é que os conhecimentos teóricos matemáticos não sejam uma ferramenta em si, a qual se aprende a utilizar e aplicar no trabalho. Mas, antes, que esta ciência e o trabalho sejam amalgamados com o objetivo de conduzir para os fins do ensino integrado.

Berezanskaya (2009) nos lembram que o ensino da matemática já foi, um dia, tão importante quanto o ensino das línguas latinas e gregas e que, desta época aos dias de hoje, este ensino foi de um extremo ao outro: ora apresentou-se como estritamente lógico, autossuficiente, distante dos alunos e esmagadora da criatividade e imaginação destes, dos quais requeria habilidades extraordinárias, se colocando, portanto, longe dos interesses do alunado; ora retiramos do ensino da matemática toda característica dada a ela de ser uma disciplina de estudo especial, no que resta a ela apenas seu significado de aplicabilidade em outras ciências, nas técnicas e nas necessidades colocadas pelo cotidiano. Isto é, ou a matemática é tida como acessível a pouco dotados de habilidades para tal, ou é entendida como tão somente como uma ferramenta que nos ajuda, em determinados situações e momentos, a resolver determinados problemas.

Acontece que nenhuma destas propostas para o ensino de matemática se enquadra dentro da proposta de um ensino integrado, pautado no politecnismo e na escola unitária. Dentro do ensino integrado a matemática

[...] ocupa no trabalho educativo geral, e em toda a vida da escola, um lugar bastante definido – ela segue lado a lado com todas as outras disciplinas com a aspiração de dar ao estudante um método de trabalho (no caso dado, o método de análise matemático) e a habilidade de usá-lo, e um determinado volume de conhecimentos e hábitos práticos. Mas além disso, desejamos produzir e, tanto quanto possível, desenvolver nos alunos aquelas ideias matemáticas, sem as quais é indispensável agora o estudo das condições de nossa vida social. Nós colocamos na base de nosso ensino, a ideia da dependência funcional – inter-relação de todos os fenômenos. (BEREZANSKAYA, 2009, p. 346).

Nesse sentido, Pistrak (2018) ressalta que o ensino da disciplina matemática não é apenas moldar esta ciência para que, na escola, seja adequada à idade do aluno. Mas que, principalmente, na escola, sob o olhar dos fins gerais da educação, deve ser ensinada como sendo um instrumento utilizado para compreender e transformar a sociedade. A matemática pensada para o seu ensino, com instrumento de compreensão e transformação da sociedade, implica em ensinar esta ciência com significado para o aluno, correspondendo a dizer que os seus conteúdos devem ser escolhidos e ensinados conforme a necessidade de utilização na vida prática. Isto não quer, dizer de forma alguma, que se nega o fornecimento de conhecimentos matemáticos aos alunos, mas muito pelo contrário, que estes conhecimentos tenham uma oferta maior e de forma mais científica.

Em outras palavras, nós devemos, não perseguindo a quantidade, dar com qualidade aquele conhecimento que ajuda o estudante a dominar solidamente os métodos científicos fundamentais para lidar com os fenômenos da vida, isto é, o conhecimento necessário para dominar a atualidade. (PISTRAK, 2018, p. 160).

No ensino integrado a matemática deve deixar de ser uma ferramenta intelectual e se transformar em um instrumento prático aplicável diretamente nos acontecimentos diários. Durante muito tempo e ainda hoje, a matemática aprendida nas escolas, mesmo considerando o tempo e o esforço despendido para seu ensino, é facilmente esquecida pouco tempo depois, visto que, não encontra significado correspondente no cotidiano e na vida.

Dar aos estudantes alguma educação matemática teórica, polir seu intelecto é algo muito louvável e, talvez, até certo grau, útil. Mas se a execução deste objetivo está relacionada ao fato de que depois da escola não resta à disposição do estudante uma ferramenta real para mudança do ambiente, então os objetivos da matemática na escola geral obrigatória não foram cumpridos. Esta ferramenta, na forma como ela é dada na escola, rapidamente enferruja e depois de algum tempo fica em mau estado. (PISTRAK, 2015, p. 129).

Este é o principal obstáculo apontado por Pistrak (2015, p. 134) em sua época, e que ainda é sentido nos dias de hoje: o muro que separa o curso teórico de matemática e sua transformação na ferramenta que possibilita o conhecimento e compreensão da vida e da produção. Contribui para reforçar este muro, o ensino isolado da matemática e a prática de ensiná-la como ciência popularizada. Em absoluto, dentro da escola politécnica e, até mesmo, nas escolas que não assumem o politecnismo, não há lugar para o trabalho com disciplinas isoladas e que tratam seus alunos como futuros cientistas. Como afirmado antes, não é negar aos alunos o acesso ao conhecimento matemático, mas fazer, antes, este acesso de forma qualitativa e não apenas quantitativa. O que, na verdade, implica em enxergar os nossos alunos como futuros “membros da produção, o que significa, antes de tudo, que serão pessoas capazes

de pensar política e tecnicamente, preparadas (e capazes) de aumentar e obter independentemente os conhecimentos teóricos necessários.”.

Reforçando este pensamento, Krupskaya (2017) afirma que o politecnismo não é uma matéria específica do ensino, que, como as outras, é visto de forma isolada. Muito pelo contrário, o politecnismo deve impregnar todas as disciplinas. Como consequência, deve haver a seleção dos conteúdos a serem estudados e uma articulação mútua entre as disciplinas. Porém, dentro da proposta do ensino integrado, com bases no politecnismo, não basta, ainda, ocorrer a articulação entre as disciplinas. Devem ocorrer, também, as articulações dos conteúdos dentro da própria disciplina, conforme afirma Berezanskaya (2009), que indo mais além, mostra que o campo da matemática foi dividido em uma série de seções, com limites bem estabelecidos. Contudo, estes limites funcionam bem na teoria, mas, na prática se mostram fora da realidade.

Onde localizar a questão da extração de radicais de números, logaritmização de números – o que é isto: álgebra ou aritmética? Onde colocar o estudo de medidas cúbicas e quadradas – aritmética ou geometria? Onde estudar o conceito de função – em álgebra, análise ou trigonometria? Em seu desejo de delimitar diferentes disciplinas matemáticas, começaram a trabalhar com as mesmas questões: relações e proporções de operações com frações em aritmética com números, e em álgebra com letras etc. É preciso dizer que tudo isso de forma alguma favoreceu o aparecimento do interesse e clareza de compreensão nos estudantes. (BEREZANSKAYA, 2009, p. 360).

Ou seja, além da articulação das disciplinas, na proposta do ensino integrado é necessário que ocorra a junção de todas as diferentes áreas da matemática em uma única disciplina escolar, pois, conforme relata Berezanskaya (2009) de sua experiência com a implantação da escola socialista, sob a ótica politécnica e no período de transição, este método é de suma importância por alavancar o interesse dos alunos para o trabalho e por favorecer, de forma geral, o seu desenvolvimento.

Finalizando esta seção, Freitas (2010), corroborando Pistrak (2018), levanta as seguintes preocupações: como a educação matemática pode dar sua contribuição, qual sua finalidade dentro de um curso de ensino médio integrado à educação profissional e o que ela tem a oferecer para a realidade que pretendemos construir. Ressaltando, que inicialmente poderíamos recorrer no erro de minimizar ou desvalorizar a matemática, por achar que ela, dentro de um curso técnico, serve apenas para subsidiar as outras disciplinas de conhecimento geral ou às disciplinas profissionalizantes. Este erro acontece apenas quando esquecemos que a matemática está presente na nossa cotidianidade e que, portanto, é um instrumento de compreensão das relações sociais, com potencial de contribuir na formação de cidadãos. Diante disto, este autor aponta para como fazer a materialização destes pensamentos no interior de uma organização disciplinar ao

[...] assumir que a educação matemática poderá contribuir para a integração curricular se considerar, mesmo que disciplinarmente, questões que favoreçam a formação do cidadão, um cidadão que seja capaz de reconhecer seu papel no mundo em que vive e que consiga garantir suas necessidades de sobrevivência. Mas que, acima de tudo, possa captar o mundo além das rotinas escolares, que se aproprie da teoria e da prática e ganhe autonomia perante o mundo do trabalho, se sentindo capaz de contribuir para o seu próprio crescimento e o crescimento da sociedade (FREITAS, 2010, p. 121).

Deste modo, adaptando as propostas curriculares trazidas por Ramos (2008; 2005) para o ensino integrado, Freitas (2010, p. 122) defende que a educação matemática, na concepção do currículo integrado “pode e deve influenciar a formação integral do aluno”. Desde que não considere apenas a atenção as necessidades das disciplinas profissionalizantes, mas, antes, sem fechar os olhos totalmente para isto, contribua “para a formação de um cidadão crítico que, possa sim, com o conhecimento matemático compreender melhor as outras disciplinas [...], bem como as disciplinas profissionalizantes.”. Ou seja, é pensar a educação matemática tendo o trabalho como princípio educativo. Isto quer dizer que os conceitos matemáticos devem, primeiramente, ser um instrumento utilizado para a compreensão da realidade concreta de onde eles próprios tiveram origem, “mediados ontológica e historicamente pelo trabalho de tal forma que o estudante possa, por meio dessas relações, não se restringir ao conhecimento de coisas, mas das relações construídas no plano do pensamento.”.

1.4 EDUCAÇÃO MATEMÁTICA E USO PEDAGÓGICO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Atualmente, nas palavras de Fossa (2012), embora exista uma gama de novas e inovadoras estratégias, metodologias de ensino e ações pedagógicas, todas capazes, por sua comprovação, de dar apoio aos professores nas suas práticas diárias, paradoxalmente, é de conhecimento de todos que o ensino de matemática passa por dificuldades. Ainda conforme Fossa (2012), ações para colocar em andamento mudanças neste quadro são necessárias. Uma dessas ações, para que ocorra uma melhoria no ensino da Matemática, é a implantação de inovações na forma de ensinar os conteúdos. Para que isto aconteça, é preciso engajamento e competência por parte dos responsáveis pelos métodos e, também, de que estas propostas sejam aceitas.

Diante disto, é considerável que busquemos formas de possibilitar melhorias nas práticas cotidianas de sala de aula. Para que isto ocorra, recorreremos à Educação Matemática como ponto de partida para entendermos melhor a forma como se dá a relação entre ensino e aprendizagem da Matemática.

Desta forma, é na conceituação de Mendes (2009) para Educação Matemática que encontramos encaminhamento para buscar soluções para o citado quadro. Vejamos:

A Educação Matemática é considerada uma atividade essencialmente pluri e interdisciplinar, constituindo-se de estudos e pesquisas dos mais diferentes tipos, cujas finalidades principais são: desenvolver, testar e divulgar métodos inovadores; elaborar e implementar mudanças curriculares, além de desenvolver e testar materiais de apoio para o ensino da Matemática. Seu objetivo fundamental é tornar esse ensino o mais eficaz e proveitoso possível. (MENDES, 2009, p. 3).

Para cumprir esse objetivo, o uso da História da Matemática é, entre os vários subsídios apontados por pesquisadores e estudiosos do assunto, aquele que pode originar geração de conhecimento matemático. Para que o conhecimento seja gerado, é necessário que nas nossas práticas cotidianas sejam levantadas questões, que, em seguida, busque-se suas soluções e, por fim, sejam colocadas as respostas.

A esse respeito, é importante considerar que a compreensão desse processo de geração, armazenamento e validação de informação se constitui em um objeto de observação, reflexão e análise para se pensar a história como um eixo dinamizador da realidade social. Assim, se torna possível mostrar a história da Matemática e do seu processo educativo de interpretação da temporalidade, da experiência, da aprendizagem, do conhecimento e do saber-fazer Matemática em todas as suas dimensões: sócio-cognitiva, cultural, pedagógica e profissional, etc. (MENDES, 2012, p. 70).

Então, nessa perspectiva da geração do conhecimento matemático, Mendes (2009) evidencia e explica que a Matemática possui três faces: a cotidiana, a escolar e a científica. A face cotidiana diz respeito, no que nos explica Mendes (2009, p. 23), ao conhecimento que “é implícito, intuitivo, surge costumeiramente das necessidades suscitadas no contexto sociocultural e desempenha um papel importante na organização do conhecimento científico”. A face escolar do conhecimento matemático é aquela que “se refere diretamente à organização desse conhecimento, visando sua socialização e difusão” (MENDES, 2009, p. 24). Já, aquela face que “se evidencia nas atividades investigativas que a sociedade acadêmica tem valido-se para sistematizar o conhecimento cotidiano”, é a face científica do conhecimento matemático, como nos assegura Mendes (2009, p. 36).

As três faces, como constituintes desta ciência, não podem ser vistas de forma separada e mantêm entre si uma inter-relação. O que é diferente do pensamento existe no senso comum, que atribui uma hierarquia entre as faces, dando importância maior à face científica, importância menor à face escolar e, geralmente, desprezando a face cotidiana. Mas, isso não é o que deve ocorrer, pois:

Ao invés de falar da superioridade de um conhecimento sobre o outro, deveríamos incorporar a ideia da coexistência de distintas formas de pensamento geradas para dar

resposta as necessidades e metas diferentes. É insustentável a concepção de alguns teóricos que defendem a oposição entre aspectos cotidianos e científicos do conhecimento. Se aceitássemos essa posição, não poderíamos explicar o aparecimento de teorias científicas ao longo da história. (MENDES, 2009, p. 38).

É daí que Mendes (2009, p. 7) propõe que a história da Matemática “seja encarada como o princípio unificador das faces cotidiana, escolar e científica da Matemática, cujo ensino deve ser praticado por meio de atividades investigatórias, focadas em seu desenvolvimento teórico.” Mendes (2009) afirma a interdependência das faces, que estão ligadas num círculo contínuo de influências. A Matemática do cotidiano vai sendo construída e reconstruída, até ser apropriada pela face científica. A face científica da Matemática tem, por motivos óbvios, influência na matemática escolar, que por sua vez, para fechar ao círculo, influencia a matemática cotidiana. Destacando que a matemática escolar, nas palavras de Miguel e Miorim (2011), assume importantes papéis, que são os seguintes: da interdisciplinaridade, do didatismo metodológico, da psicologia motivacional e político-crítico. Brevemente, o papel interdisciplinar “possibilita retirar a Matemática escolar de seu sempre questionado isolamento, imposto por uma já habitual abordagem estritamente técnico-conteudista” (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 155). Ao assumir este papel, o que se pretende da Matemática escolar é colocá-la em colaboração com outras disciplinas escolares para que, juntas, atinjam os objetivos propostos por um projeto de educação de maior amplitude no interesse de formação de um cidadão mais crítico. O papel didático-metodológico assumido pela matemática escolar deve procurar se apropriar e dar novo significado aos saberes que se relacionam à cultura matemática e à educação matemática escolares. Quando a Matemática escolar assume seu papel psicológico motivacional “tende a propiciar um ambiente pedagógico que estimula o envolvimento e a participação ativa do estudante, permitindo-lhe desinibir seus poderes e recursos cognitivos e afetivos.” (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 155). O papel político-crítico quando assumido pela Matemática escolar visa fomentar o debate e a reflexão que devem desempenhar, nas relações de poder relacionadas às configurações e contextos de dados períodos da história, a cultura e a educação matemática.

Contudo, mesmo levando em consideração as três faces com que se apresenta o conhecimento matemático, a sua construção está ligada à forma como ele nos é apresentado. Quando, portanto, a face científica traz, por meio da face escolar, respostas às questões levantadas pela face cotidiana, estas devem se fazer entender e, para isto devemos entender como se dá este processo.

Mendes (2009) destaca bem isso ao afirmar que nesse contínuo processo de construção do conhecimento, devemos levar em consideração, ainda, que os conceitos matemáticos são representados de três formas: físico/visual, oral e simbólico. Essa representação ocorre através

de três níveis de atividade: de desenvolvimento, conexão e abstração. Conceituadas assim:

As atividades de desenvolvimento são as que permitem ao estudante experimentar um conceito matemático e familiarizar-se com as condições formais de descrição desse conceito. As de conexão dão sequência à aprendizagem do conceito matemático, desde que conectem as compreensões conceituais representadas física e oralmente, buscando conduzir o estudante ao processo de representação simbólica. As de abstração exploram mais profundamente a representação simbólica de um conceito matemático, tendo em vista explorar a capacidade do aluno em comunicar amplamente as suas ideias matemáticas. (MENDES, 2009, p. 8).

Contudo, convém lembrar que, quando estas atividades são levadas à sala de aula, é necessário o estabelecimento de um uso integrado dos aspectos cotidiano, escolar e científico do conhecimento matemático. Para que haja a integração dos aspectos, deve-se levar em conta que o ser humano carrega uma bagagem de conhecimento, formada no seu dia a dia, e que deve ser respeitada e utilizada de forma correta, num processo contínuo de evolução.

Para Mendes (2009) esse processo dinâmico de representação e abstração matemática é qualificado como atividade construtiva. Fischbein (1987, *apud* MENDES, 2009, p. 42) afirma que este tipo de atividade envolve três componentes: intuitivo, algorítmico e formal.

O componente intuitivo diz respeito ao modo como fazemos uso da imaginação, da visualização, de todas as nossas vivências humanas e até mesmo das nossas características biológicas na elaboração do pensamento matemático. [...] O componente algorítmico refere-se diretamente ao uso de algoritmos na representação simbólica do mesmo pensamento. O componente formal diz respeito ao uso de uma linguagem formal e que torna as ideias matemáticas acessíveis apenas aos indivíduos que dominarem tal linguagem (MENDES, 2009, p. 42).

Caracterizado por uma constante criação e organização de códigos, que são usados para interpretar as situações em que nossa sociedade se coloca no seu cotidiano, a produção do conhecimento matemático foi ao longo do tempo se transformando até alcançar sua forma definitiva, que, em seguida, é inserido na cultura organizada, institucionalizada e difundida na sociedade. Indo além, podemos destacar que:

Todavia, a busca da reconstrução histórica do conhecimento matemático passa a ter significativas implicações pedagógicas na construção dos conhecimentos cotidiano, escolar e científico dos nossos alunos, bastando para isso utilizarmos tais informações históricas numa perspectiva atual de geração de conhecimento matemático (MENDES, 2009, p. 43).

Ao reconhecer que o uso da história da Matemática tem implicações pedagógicas e que é um recurso que vai lastrear os professores na geração de conhecimento matemático, é necessário conhecer como isto ocorre.

Neste sentido, Miguel e Miorim (2011) identificam e apontam duas categorias diferentes de argumentos que amparam e potencializam o uso da história no processo de ensino-

aprendizagem da Matemática em sala de aula: os de natureza epistemológica e os de natureza ética.

Essa categoria foi estabelecida considerando o modo como se concebe a natureza dos elementos considerados determinantes ou, pelo menos, condicionadores da aprendizagem matemática e/ou da natureza das atitudes e dos valores, isto é, na natureza da aprendizagem ética, via aprendizagem matemática, que se deseja promover entre estudantes (MIGUEL; MIORIM, p. 61, 2011).

Como bem destacado acima, há os elementos que vão condicionar e/ou determinar a forma como se quer e o que quer ser trabalhado com os estudantes. Como foi dito, estas ações giram em torno do que se deseja promover, mas não se levou em conta ainda a forma pela qual esta promoção ocorre.

Nesse sentido, Fossa (2012), que investigou três modos como a História da Matemática pode ser usada como recurso pedagógico, a saber: como apoio motivacional, como agente de formação cultural e como agente de cognição. Como apoio motivacional o uso da História da Matemática, reconhecida a importância desta forma de uso, até pelos seus defensores, é entendida de modo equivocado. O uso da História da Matemática como agente de formação cultural, situa a Matemática como um produto da cultura. Pois, o matemático desenvolve uma atividade racional, portanto, inerente ao Homem, desenvolvida, nas suas origens, para suprir suas necessidades de sobrevivência.

O uso da história da Matemática como agente cognitivo considera que a aprendizagem é melhor efetivada quando o ser humano participa como agente ativo da construção do seu conhecimento. Para os construtivistas, “o processo cognitivo não é um acontecimento passivo e dependente, conforme o modelo da transmissão do conhecimento, mas um procedimento ativo em que o sujeito cognoscitivo, de fato, constrói seu próprio conhecimento.” (FOSSA, 2012, p. 86).

Não distante, as teorias construtivistas têm a oferecer para o Ensino da Matemática importantes implicações metodológicas, pois entre as de maior eficácia estão aquelas que têm por base o uso e desenvolvimento do pensamento interrogativo, instigando, ao mesmo tempo, o espírito desafiador e criativo do estudante.

A abordagem construtivista da história da Matemática em sala de aula é caracterizada por Mendes (2009) como sendo aquela que oferece ao aluno a oportunidade de levantar questionamentos e interpretá-los, dentro da possibilidade, sempre aberta, de depois fomentar uma discussão com o professor e seus colegas.

Desta forma, a abordagem construtivista da história da Matemática é geradora do conhecimento matemática, pois tem como implicância a procura de informações sobre o

passado, causando, conseqüentemente, o ato de agir e refletir sobre este passado e seus ecos no presente, visando, no que aponta para o futuro, uma ação produtiva sobre a construção do conhecimento.

Esse conhecimento, produzido hoje na escola e redescoberto a partir de informações do passado, é ressignificado de acordo com a contextualização sociocultural que reveste essas informações históricas. Essa reformulação, então, passa a significar um reconhecimento da história da Matemática como produto social, cultural e científico da humanidade (MENDES, 2009, p. 87).

Como atestado por Barros (2017), Fossa (2012), Mendes (2009) e Miguel e Miorim (2011), nos últimos anos, nas mais diversas modalidades da produção científica e escolar brasileira, tem-se verificado o aumento da fala relativa ao uso dos aspectos históricos na Educação Matemática escolar. Mas, com este aumento, alguns problemas são levantados. Por exemplo, a utilização de informações históricas como fonte geradora da aprendizagem matemática, em raras vezes, ocorre, seja através de seu uso pelo professor, na sua ação pedagógica, seja pela presença em livros didáticos, por este mesmo professor, adotado. Como bem colocado, essa aceitação traz consigo não apenas a necessidade de competência por parte de seu implementador, mas também a necessidade do conhecimento de seus usos possíveis e limites, que são inerentes aos mesmos.

Mas, mesmo com o levantamento de tais problemas, verificados no uso da história no ensino da Matemática, há um norte a ser seguido e que nos orienta na busca pelo uso melhor de tal abordagem. Buscando orientações nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), destacamos um importante apontamento:

De fato, não basta revermos a forma ou metodologia de ensino, se mantivermos o conhecimento matemático restrito à informação, com as definições e os exemplos, assim como a exercitação, ou seja, exercícios de aplicação ou fixação. Pois, se os conceitos são apresentados de forma fragmentada, mesmo que de forma completa e aprofundada, nada garante que o aluno estabeleça alguma significação para as ideias isoladas e desconectadas umas das outras. (BRASIL, 2000, p. 43).

Outro ponto, quando se afirma que a História da Matemática é agente de formação cultural, é explicitado, trazendo mais alguns adjetivos para Matemática e revelando a importância de seu caráter histórico, pelos nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM), ao afirmar que o seu balizador é ter como critério central

[...]o da contextualização e da interdisciplinaridade, ou seja, é o potencial de um tema permitir conexões entre diversos conceitos matemáticos e entre diferentes formas de pensamento matemático, ou, ainda, a relevância cultural do tema, tanto no que diz respeito às suas aplicações dentro ou fora da Matemática, como à sua importância histórica no desenvolvimento da própria ciência. (BRASIL, 2000, p. 43)

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) evidencia que entre as competências e habilidades a serem desenvolvidas pela disciplina Matemática está a capacidade de fazer a relação da história da matemática com a evolução da humanidade. E que sua importância reside no fato da história da Matemática ter, para a aprendizagem, uma relevância que transcende a relação social, pois, em relação aos conceitos a serem aprendidos, possui a propriedade de ilustrar seu desenvolvimento e evolução.

Porém, por tanto peso colocar sobre a questão de abordar a história no Ensino da Matemática, é que Miguel e Miorim (2011) nos alerta que não é a história o fato, que por si só, vai fazer com que o aluno desenvolver as competências e habilidades requeridas por determinado conteúdo. Pois como nos esclarece os autores,

[...]o aspecto motivador de um problema não reside no fato de ser ele “histórico” nem de ser um “problema”, mas no maior ou menor grau de desafio que oferece ao estudante, no modo como esse desafio é por ele percebido, no tipo de relações que se estabelecem entre o problema histórico e os valores, interesses e vivência do estudante, etc. (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 51).

Este direcionamento aponta para a utilização do desenvolvimento histórico e epistemológico da Matemática como forma de cognitivamente ampliar o conhecimento do estudante sobre o conteúdo estudado. Por este entendimento, não é o fato de se ensinar usando a história, mas a meio pelo qual se propõe o seu uso, tendo em vista que:

O desafio do professor será desenvolver uma estratégia metodológica de ensino que utilize o desenvolvimento Histórico e Epistemológico da História como um aspecto mobilizador de ensino, possibilitando a ampliação dos conhecimentos dos alunos e também dos próprios professores, pois, estudando a história, estaremos sempre aprendendo uma coisa nova que pode ser reelaborada e introduzida em sala de aula, fazendo com que as aulas sejam mais interessantes (BARROS, 2016, p. 224).

Dessa maneira, com vistas ao desafio e não apenas por ser um “problema” ou por ser “histórico”, devemos partir em busca do que possa ser explorado quando decidimos por usar a história da Matemática no ensino. O caminho é, então, diante do fato histórico averiguar como esse pode ser utilizado para desenvolver competências e habilidades, ou seja, verificar a existência de potencialidade didática.

Barros (2016), por exemplo, defende a existência de potencialidades didáticas para o uso no Ensino Médio de dissertações e teses em História e Epistemologia da Matemática. A existência de potencialidades didáticas também é evidenciada por Miguel e Miorim (2011) ao analisar o discurso histórico contido em produções científicas brasileiras voltadas para a Matemática utilizada nas escolas. Estes autores distinguem como argumentos reforçadores das potencialidades pedagógicas do uso da história os de natureza epistemológica e os de natureza

ética.

Essa categorização foi estabelecida considerando os modos como se concebe a natureza dos elementos considerados determinantes ou, pelo menos, condicionadores da aprendizagem matemática e/ou da natureza das atitudes e dos valores, isto é, da natureza da aprendizagem ética, via aprendizagem matemática, que se deseja promover entre os estudantes (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 61).

Miguel (1997) destaca e analisa os argumentos que potencializam pedagogicamente o uso da história da matemática em sala de aula, separando-os em duas categorias, a saber: argumentos reforçadores e argumentos questionadores. Os argumentos reforçadores são aqueles que o autor agrupou entre os mais usados, como ele mesmo denomina, pelos “apologistas” do uso da História da Matemática. Já os argumentos questionadores são aqueles que colocam em evidência os problemas encontrados quanto se utiliza de tal recurso durante as aulas de Matemática.

Os argumentos reforçadores destacados, doze no total, segundo Miguel (1997), são do tipo que veem a História como uma fonte de motivação para o ensino-aprendizagem da Matemática, embora, como já apontado por Fossa (2012), essa seja uma visão equivocada e seus defensores utilizem, nesse caso, um enfoque mecanicista (behaviorista) da motivação; o segundo argumento reforçador é de que a História constitui-se numa fonte de objetivos para o ensino da Matemática, nele a História da Matemática é utilizada para se atingir objetivos pedagógicos e há que ser, para se atingir esse fim, uma efetiva reconstituição histórica dos diferentes conceitos e noções matemáticas; o terceiro argumento defendido é que a História constitui-se numa fonte de métodos adequados de ensino de matemática, para seus defensores “apenas o método histórico seria potencialmente adequado para se atingir o ideal pedagógico de levar a juventude a pensar cientificamente”, mas, o autor alerta que “tendo em vista o estado atual da ciência da história e da filosofia da história, não faz sentido qualquer tentativa de se buscar argumentos em favor da linearidade e da unicidade do método histórico, mesmo no âmbito da história da matemática.” (MIGUEL, 1997, p.80); o quarto argumento reforçador tem a História como fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporados nas aulas de matemática, supondo-se que deve-se associar a necessidade pedagógica da História da Matemática com a resolução de problemas como enfoque eficiente didaticamente para a aprendizagem matemática, recebendo uma crítica, pelo autor, já feita anteriormente, de que não é por ser histórico ou por ser um problema, mas, sim no desafio proposto; a História como um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e da desalienação de seu ensino é o quinto argumento reforçador, destaca que o modo como, nas escolas, a Matemática é apresentada e exposta de forma mística e alienante, pode ser

confrontada com o modo como ela foi historicamente produzida; o sexto argumento diz que a História se constitui num instrumento de formalização de conceitos matemáticos, ou seja, como o processo de traçar roteiros para se chegar a um determinado fim, tendo, o aluno, uma visão de diferentes formalizações; o sétimo argumento defendido é de que a História é um instrumento de promoção do pensamento independente e crítico, para seus defensores,

[...]apenas uma reconstituição racional da história da matemática ou história destilada, isto é uma reconstituição que revelasse tão somente aquilo que é estritamente indispensável, para o afloramento do jogo dialético, puro e sutil das ideias matemáticas poderia fazer o professor (MIGUEL, 1997, p.83)

atingir o objetivo de desenvolver, no aluno, o pensamento crítico e independente, tendo, segundo o autor, como crítica a característica de colocar a história em papel secundário; os defensores do oitavo argumento dizem que a História é um instrumento unificador dos vários campos da Matemática e que “é preciso retirar o privilégio sempre concedido às apresentações didáticas de estilo axiomáticos-dedutivo, de possibilitar a percepção da unidade da matemática, para atribuí-los as abordagens históricas” (MIGUEL, 1997, p.85), sendo apenas a História a oferecer uma visão globalizadora da Matemática pelo relacionamento de seus campos diferentes, incorrendo numa concepção teleológica, diferente do que pesamos hoje da Matemática, que “pareceria menos com uma unidade e inter-relações e muito mais como um complexo” (MIGUEL, 1997, p.87); no nono argumento reforçador a História é um instrumento de atitudes e valores, destacando-se que “ a desmistificação metodológica da didática da matemática, via método histórico, reveste-se de uma dimensão teleológica-axiomática, que estimula o desenvolvimento de valores que são restritos à academia, com vínculos à ética acadêmica, objetivando a produção de novos conhecimentos; Devido a imaturidade psicológica dos alunos, para os defensores do décimo argumento reforçador, o professor deve fazer uma concessão pelo uso da história, mesmo que ocorra o sacrifício , dentro do plano pedagógico, de padrões de rigor, os quais seriam, no momento adequado, resgatados pelos alunos de forma consciente, ou seja, “a função didática da História é psicológica, mas o objetivo que se busca é estritamente epistemológico” (MIGUEL, 1997, p.87), qualificando a História como instrumento de conscientização epistemológica; no décimo primeiro argumento a História é vista como instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da Matemática, basicamente é o uso da ordem cronológica da construção matemática para responder três porquês: os de ordem cronológica, de ordem lógica e de ordem pedagógica; e, por fim, o décimo segundo argumento reforçador diz que a História é um instrumento que possibilita o resgate da identidade cultural, ou seja, “trata-se pois de proceder à incorporação

no currículo das tradições matemática e, para isso, se faz necessário, antes de mais nada, reconhecer o caráter matemático dessas tradições através da ampliação do que normalmente se entende por matemática” (MIGUEL, 1997, p.83).

Os argumentos questionadores levantados nos estudos de Miguel (1997) são poucos, quatro no total, e refletem como já foi dito são aqueles que põe em evidência os entraves encontrados para que o potencial do uso da História da Matemática seja alcançado. O primeiro argumento questionador diz respeito a ausência de literatura adequada, referindo-se a quase falta de literatura sobre História da Matemática anterior aos dois últimos séculos. Como solução deste problema, o autor faz um apelo a formação de núcleos de pesquisa em História da Matemática. O segundo argumento questionador apresentado se fundamenta na natureza imprópria da literatura disponível, isto é, por sua natureza, as publicações matemáticas têm ocultado a forma de produção da Matemática e destacado os resultados. Nesse argumento reforçador, o autor vê mais um estímulo para que se continuem as pesquisas que, realmente, uma barreira insuperável. Para os apoiadores do terceiro argumento, o elemento histórico é um complicador, pois, segundo eles, seu uso dispensa tempo e esforços sem tamanho para se reconstituir um contexto histórico que lhe é desconhecido. Embora seja verdade, o que se perde em tempo e esforço se ganha em significação, sentido e criatividade. Fechando os argumentos questionadores, temos o quarto e último, o qual aponta na criança a ausência do sentido de progresso histórico. Os defensores desse argumento afirmam que o adulto adquire, alicerçado na transferência afetiva, a dimensão real do passado, o que não acontece com a criança, pois, esta por não ter passado, não consegue fazê-lo, destacando, ainda, a incapacidade destes de ordenar os eventos sucessivamente ou simultaneamente. Miguel (1997), porém, adverte que os impeditivos deste argumento não devem se constituir em barreiras de caráter intransponível e que, por isso mesmo, não possam ser superadas gradativamente.

Assim, a importância pedagógica da História da Matemática deve ser tratada com a prudência devida. Na verdade, segundo Miguel (1997), a história deve ter papel de subsídio em se tratando da educação matemática, ou seja, deve servir como ponto de referência para a problematização pedagógica. Pois, mesmo que levemos em consideração apenas as obras escritas sob o ponto de vista do matemático, seremos capazes de levantar elementos que podem ser de real contribuição para as aulas nas quais se utilizem tais recursos.

Mas, embora feita a distinção entre os argumentos reforçadores das potencialidades pedagógicas do uso da história no ensino da Matemática e entre os argumentos questionadores, não é de se causar estranhamento destacar a existência de pontos de vistas que vão indicar o modo como, dependendo do seu uso da história Matemática na prática escolar, vão constituir

objetos do processo de ensino-aprendizagem.

Miguel e Miorim (2011) defendem que existe, a depender do modo como concebemos o uso da História da Matemática na Educação, uma amplitude de perspectivas teóricas controversas, mas que coordenadas constituem fatores condicionantes desta amplitude: “(1) a concepção que se adota em relação à natureza do conhecimento matemático; (2) a concepção que se adota em relação à natureza da aprendizagem matemática.” (MIGUEL; MIORIM, 2011, p. 61).

Consequentemente, Miguel e Miorim (2011), elencam algumas destas perspectivas teóricas, a saber: a Teoria Evolucionista Linear, que entende que ocorre a aprendizagem matemática ao se resguarda a apontar, cronologicamente, os acontecimentos dos variados temas dentro da historiografia da Matemática, ou seja, a aprendizagem ocorre pela exposição progressiva, dentro da ordem temporal de acontecimentos, da história da Matemática; a Perspectiva Estrutural-Construtivista Operatória, para a qual, a aprendizagem da Matemática ocorre através da reconstrução pessoal das operações cognitivas necessárias a constituição de um objeto matemático no desenrolar de sua construção histórica; a Perspectiva Evolutiva Descontínua, que concebe que o conhecimento matemático é construído de forma descontínua, podendo levar a momentos de estagnação ou, mesmo, regressão, mas que ocorre pela superação destes obstáculos epistemológicos colocados pela história; Perspectiva Sociocultural, pela qual as atividades pedagogicamente escolhidas são escolhidas de forma a se adequar ao contexto sociocultural escolar, e que tomando como base acuradas análises epistemológicas da história, interativamente, levam a aprendizagem matemática; e, por fim, a Perspectiva do Jogo de Vozes e Ecos vem afirmar que a aprendizagem matemática ocorre quando é verificada a contradição entre as vozes históricas e as vozes dos alunos, e, decorrentemente, é produzido um eco, que leva ao aumento da bagagem cultural destes alunos.

Como visto, temos diferentes e controversos pontos de vista que guiam a maneira como o processo de ensino e aprendizagem pode ser, na prática escolar, efetivado. Porém, essas perspectivas teóricas, quando na prática escolar, desembocam em formas de utilização distintas que, a depender de sua escolha, pode determinar que o uso da história no Ensino de Matemática como recurso pedagógico seja, por assim dizer, imbuído de determinadas limitações ou não.

Para melhor explicar esse desenvolvimento, recorreremos a Fossa (2012), que introduz as formas como se utiliza a história no Ensino de Matemática como recurso pedagógico. Para isto, o autor nos apresenta, inicialmente, as duas formas de uso da História da Matemática em sala de aula: o uso ornamental e o uso ponderativo. O uso ornamental é aquele há mais tempo é

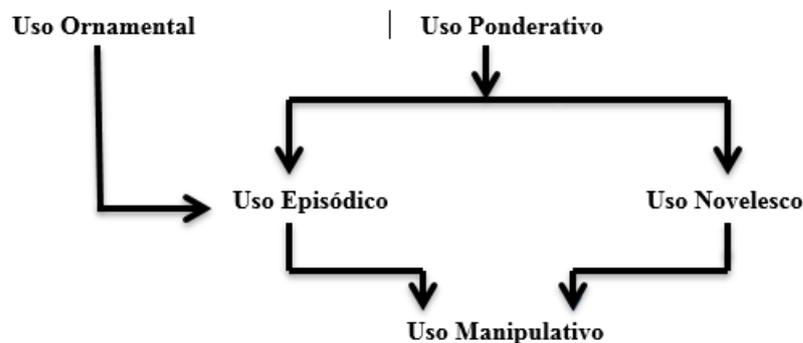
usado e conhecido por nós, e, também, é a forma mais encontrada nos livros didáticos. Como é afirmado, o uso ornamental aparece como “as ‘Notas Históricas’ que nos contam algo sobre o desenvolvimento da Matemática ou o seu formalismo ou, ainda, sobre algum fato picante da bibliografia de algum matemático do passado.” (FOSSA, 2012, p. 63). Este uso é aquele que está mais a gosto do aluno, pois, por ser utilizado, geralmente, de forma divertida, ocasiona um momento de fuga, de certo relaxamento, no qual se pode escapar um pouco de certa formalidade exigida pelo pensamento matemático. Conforme Fossa (2012), o uso ornamental da História da Matemática, no que tange ao ensino de conceitos, não se configura como instrumento apropriado para tal tarefa. O que também não quer dizer que o seu uso não tenha utilidade, visto que: pode funcionar como primeiro contato com a História da Matemática e, quando utilizada por um professor mais preparado para tal, pode receber incrementos, potencializando seu uso; pode ser usada como um período de recreação, alívio ao cansaço causado pela necessária concentração, as vezes causador de fadiga, requerida pelo desenvolvimento do pensamento matemático; e, certamente, para alguns alunos pode funcionar como elemento motivador. O que não deve ocorrer, de forma alguma, é a obliteração do uso ornamental, mas que na verdade reconhecamos que ele possui suas limitações, para desta forma “delimitar o seu papel para evitar falsas expectativas e, ao mesmo tempo, aproveitar o máximo de tudo que o Uso Ornamental nos tem a oferecer.” (FOSSA, 2012, p. 64). Já o uso ponderativo utiliza, para ensinar os conceitos da Matemática, a História da Matemática. “Assim, o conteúdo da Matemática é apresentado através de uma abordagem histórica que geralmente não triviais, com frequência remontando-se à Matemática aplicada ou a problemas de forte cunho prático.” (FOSSA, 2012, p. 64). O uso ponderativo subdivide-se, segundo Fossa (2012), em duas formas de uso: o uso novelesco e o uso episódico. O uso novelesco pode utilizar a História da Matemática durante todo o curso de uma disciplina. Esta abordagem para um aluno do curso de Matemática é bastante interessante, como bem coloca o autor, pois oferta ao aluno uma visão mais profunda de todo desenvolvimento do pensamento matemático dentro da sua área de estudo, bem como outra perspectiva sobre dúvidas e problemas levantados entre as subáreas da Matemática. Porém, para alunos de outros cursos que não a Matemática, o uso novelesco pode não ser configurado como interessante. Neste caso, utilizar o uso episódico seja o mais sensato, já que,

[...]a utilização da História da Matemática para abordar alguns tópicos selecionados dentro da disciplina, seria uma opção viável. Contudo, devemos notar que o uso episódico tem uma tendência de ser menos intensivo, com frequência limitando o papel da História a uma parte introdutória motivadora (FOSSA, 2012, p. 65).

Deste modo, como colocado, ao assumir esta tendência, o uso episódico tende a ser confundido com o uso ornamental. Concluindo seu pensamento, Fossa (2012) explica que o objetivo, tanto do uso ornamental quanto do uso ponderativo, nas suas duas formas, uso novelesco e uso episódico, é o uso manipulativo. Comprovadamente, o uso manipulativo, é um dos mais eficazes, nas palavras do autor, modos de se ensinar a Matemática, pois faz uso de atividades estruturadas que utilizam materiais manipulativos para efetivar o ensino.

Fossa (2012), para que possamos visualizar seu pensamento, reúne suas considerações no seguinte diagrama:

Figura 1: Diagrama de Fossa



Fonte: Fossa (2012)

Portanto, discordamos das propostas pedagógicas que tratam o material didático apenas como mero recurso ilustrativo. Ao receber somente a ilustração, sem manipulá-la, o aluno é colocado na condição de expectador passivo da construção do conhecimento. Sendo que, nesta proposta, é o professor quem direciona o aluno ao que deve ser concluído. Daí, se contrapondo, existe a proposta que entende que o material didático não tem mera função ilustrativa, pois, na “manipulação do material didático a ênfase não está sobre os objetos e sim sobre as operações que com ele se realizam.” (CARVALHO, 1990, p. 107).

1.5 USO DA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA COMO RECURSO PEDAGÓGICO NO ENSINO MÉDIO INTEGRADO

Antes de finalizarmos o referencial teórico deste trabalho, se faz necessário estabelecer alguns aspectos que fazem do uso da história da matemática como recurso pedagógico no ensino de matemática adequado ao uso ensino desta mesma disciplina no Ensino Médio Integrado. Inicialmente faremos uma breve retomada de pensamentos que nos referenciam até o

momento sobre a concepção de Ensino Médio Integrado. Em seguida faremos a retomada de pontos importantes que caracterizam o uso da história da matemática como recurso pedagógico, focando no que seja importante para o desenvolvimento desta reflexão. E, ao final, traremos nossa exposição sobre os pontos que tornam condizentes o uso da história da matemática como recurso pedagógico no Ensino Médio Integrado.

Como colocado por Ramos (2008) e Araújo e Frigotto (2015), a concepção do Ensino Médio Integrado vai muito além de apenas uma proposta pedagógica que oferece uma educação profissionalizante de nível médio. O Ensino Médio Integrado se apoia no princípio educativo do trabalho, na perspectiva de uma formação humanística capaz de superar tanto o caráter dual do qual se reveste a educação quanto o caráter desigual da sociedade capitalista, com vistas à emancipação humana. Neste entendimento de uma educação realmente integral do ser humano, deve-se compreender a realidade específica onde este ser se insere e de como esta realidade se relaciona com a totalidade.

Assim, alicerçado pelos conceitos de omnilateralismo, ensino politécnico e escola unitária, erguem-se os dois pilares conceptuais que sustentam o Ensino Médio Integrado: uma escola que supere a dualidade da educação, que se iniciou com o modo de produção escravista, através da separação entre o trabalho manual e o trabalho intelectual; e uma educação politécnica, que proporcione o acesso ao conhecimento e à cultura, objetivando, por meio da educação básica e profissional, a inserção no mundo do trabalho. Desta forma, vemos Ramos (2008) afirmar que para que ocorra esta integração é necessário entendê-la segundo uma concepção de formação humana, como forma de relacionamento entre o Ensino Médio e a Educação profissional e no relacionamento entre as partes e a totalidade.

Como colocado, então, o Ensino Médio Integrado, implica em uma formação pela integração entre trabalho, ciência e cultura, ou seja, a integração das dimensões fundamentais que estrutura a prática social humana. Quando se compreende que estas três dimensões estão relacionadas tem-se a compreensão de que o ser humano é sujeito de sua história com a capacidade de transformar a sua realidade. Mas, para que o ser humano receba uma formação integral se faz necessário o amálgama entre os conhecimentos específicos e os conhecimentos gerais. Ter este pensamento sempre como norte é importante para a compreensão de que a realidade concreta é um todo estruturado, em que a totalidade só é percebida na sua integridade a partir dos conhecimentos específicos que a sustentam. E que, do mesmo modo, os conhecimentos específicos, dentro de seu contexto e da sua finalidade, só podem ser apreendidos atentando-se para o conhecimento da totalidade.

Desta maneira, a organização curricular do Ensino Médio Integrado sob esta

perspectiva está assentada sob dois pressupostos filosóficos: a concepção de que o homem é um ser histórico e social, na qual a história da humanidade é a história de como o homem produziu sua existência e que a história do conhecimento é a história de como o homem, mediado pelo trabalho, se apropriou socialmente dos potenciais da natureza; e o entendimento de que a realidade concreta no sentido de totalidade é resultante de diversas relações (RAMOS, 2005; 2008).

Após esta breve retomada destes aspectos que tratam da concepção do Ensino Médio Integrado, faremos agora uma retomada de aspectos sobre o uso da história da matemática como recurso pedagógico que são importantes para cumprirmos o objetivo desta seção.

Primeiramente, como colocados por Mendes (2012), o uso da história da matemática na geração de conhecimento se constitui em um objeto para observar, analisar e refletir sobre a história na visão dela como eixo dinamizador da realidade social. Assim a história da matemática torna-se um instrumento de interpretação da temporalidade em todas as suas dimensões, a saber: sócio-cognitiva, cultural, pedagógica e profissional, etc.

É necessário dizer que a história da matemática quando usada como recurso pedagógico na face escolar da matemática, ou seja, naquela face da matemática que tem como objetivo a direto a sua socialização e difusão, ela assume, entre outros, dois importantes papéis, a saber: da interdisciplinaridade, pondo a matemática para colaborar com outras disciplinas escolares para que juntas convirjam para a formação de um cidadão mais crítico; e o papel político-crítico, que visa a fomentação do debate e da reflexão sobre a cultura e a educação matemática, sob o contexto e as configurações de determinados períodos da história (MIGUEL; MIORIM, 2011).

Um ponto que queremos destacar é trazido por Fossa (2012) nas suas investigações sobre os três modos como a matemática pode ser usada como recurso pedagógico, a saber, o uso da história da matemática como agente de formação cultural. Esta forma de uso situa a matemática como um produto da cultura humana, pois entende que o matemático desenvolve uma atividade racional, ou seja, inerente ao homem, que vem sendo desenvolvida desde a sua origem da humanidade para suprir as suas necessidades.

Retomados estes pontos sobre o uso da história da matemática como recurso pedagógico no ensino, trataremos dos entendimentos que apontam como adequado este uso no ensino da matemática no Ensino Médio Integrado.

Pudemos observar que no que se propõe o currículo do Ensino Médio Integrado deve ser pautado na concepção de que o homem é um ser histórico e social e da interdisciplinaridade. Do mesmo modo vimos que a história da matemática quando utilizada no ensino como recurso pedagógico assume, entre outros dois importantes papéis: o político-crítico e o da

interdisciplinaridade. Assim nesta convergência entre propostas e o caráter de assumir papéis, enxergamos que o uso da história da matemática como recurso pedagógico se adéqua ao uso Ensino Médio Integrado para se ensinar a disciplina matemática.

Devido ao currículo do Ensino Médio Integrado se alicerçar na concepção do homem como ser histórico e social, pode buscar apoio no uso da história da matemática como recurso pedagógico por ela ter o caráter de ser um instrumento pelo qual se possibilita fazer a observação, análise e reflexão sobre a história, tendo-a como eixo dinamizador da realidade social. Deste modo a história da matemática torna-se um instrumento de interpretação da temporalidade em todas as suas dimensões. A partir desta interpretação podemos entender o homem como produtor da sua existência, pois, através da história da matemática, ao caminharmos por diferentes períodos da história, atentando para como, mediados pelo trabalho, o homem produziu sua existência por meio das duas outras dimensões fundamentais que estruturam a prática social da humanidade: a ciência e a cultura. Assim a história da matemática como sendo, antes de tudo, a história de uma ciência, abre a possibilidade de se compreender como ocorreu a evolução do pensamento científico, demonstrando, além do que, que isto se deveu ao trabalho realizado socialmente por homens através dos séculos com o objetivo de suprir necessidades que são colocadas no percurso da evolução.

A outra dimensão fundamental que estrutura a prática social humana, a cultura, é evidenciada pela história da matemática, no seu uso como recurso pedagógico, quando assume o papel de agente de formação cultural. Assim, sob esta forma de uso, a história da matemática descortina a matemática como sendo um produto cultural que faz parte da cultura geral, possibilitando o acesso das pessoas a esta dimensão estruturante da prática social humana.

A proposta curricular do Ensino Médio Integrado quando coloca como pressuposto filosófico a concepção do homem como ser histórico e social, o faz na perspectiva da formação de um cidadão crítico. Assim, ela pode se apropriar, para esta formação, do papel que a matemática escolar assume, isto é, o papel político-crítico, que objetiva o levantamento do debate e da reflexão, sobre a cultura e a educação matemática, tendo em consideração o contexto e configurações de determinados períodos da história, com o intuito de formar cidadãos críticos à sociedade.

O outro pressuposto filosófico que é sustentáculo da proposta curricular do Ensino Médio Integrado é a Interdisciplinaridade. A história da matemática quando usada como recurso pedagógico na face escolar da matemática possui este caráter, ou seja, de retirar a matemática do seu isolamento como disciplina e tornar possível a sua colaboração com as outras disciplinas escolares, no objetivo de, em um projeto de uma amplitude maior, formar cidadãos mais

críticos. Isto é se utilizar da história da matemática para compreender que a matemática junto com as outras disciplinas escolares fazem parte de um todo estruturado, em que este todo só é percebido na sua integridade a partir dos conhecimentos específicos que lhe dão sustentação. E que, do mesmo modo, os conhecimentos específicos de cada disciplina escolar, dentro de seu contexto e da sua finalidade, só podem ser apreendidos significativamente atentando-se para o conhecimento do todo estruturado do qual elas são constituintes.

Portanto, por suas características que lhe são inerentes o uso da história da matemática como recurso pedagógico se adequa a utilização no Ensino Médio Integrado pelos papéis que assume sob sua face escolar, a saber; o político-crítico e o da interdisciplinaridade. Como ficou demonstrado, podemos fazer a relação da história da matemática com a forma como os homens produziram suas vidas, mediado pelo trabalho. Além do que, através da história da matemática podemos tornar acessível ao aluno tanto a cultura quanto a ciência, que junto com o trabalho são dimensões fundamentais que estruturam a prática social humana. Também, a face escolar da matemática, ao assumir o papel interdisciplinar quando se utiliza da história da matemática como recurso pedagógico, possibilita o trabalho com outras disciplinas escolares, dentro do entendimento de que o todo é resultante das relações que o constituem. Por fim, acima de tudo, vemos convergir o uso da história da matemática como recurso pedagógico no ensino de matemática e a proposta do Ensino Médio Integral para o mesmo fim, ou seja, a formação de um cidadão mais crítico.

Aqui, finalizamos o referencial teórico da pesquisa e passamos para o capítulo que trata do produto educacional.

2 O PRODUTO EDUCACIONAL

2.1 O PRODUTO EDUCACIONAL: O QUE É, SUA FINALIDADE E PORQUE APLICAR NA EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

O nosso produto educacional, que apresentaremos a partir de agora, é um livro paradidático que faz do uso da história da matemática com fins pedagógicos tanto para discutir alguns conceitos e fórmulas de geometria plana quanto possibilita a discussão de questões relacionadas à sociedade contemporânea, com vistas a sua transformação. Seu texto, para mostrar como foi construída a ideia do número π e a sua importância, introduz o Problema da Quadratura do Círculo e a sua impossibilidade de resolução, que leva, na sequência colocada, ao Método Clássico de Arquimedes para calcular um valor aproximado para π e, por fim, em decorrência, demonstra as fórmulas para cálculo do perímetro da circunferência e da área do círculo.

A aplicação na Educação Profissional e tecnológica se deve por fazer o uso pedagógico da história da matemática, na forma de textos que possibilitam a relação entre a forma como povos antigos produziam suas vidas e como nós produzimos hoje as nossas. Desta maneira, estamos considerando o ser humano como um ser histórico e social concreto, com a capacidade de transformar a sociedade em que vive. Por este meio, consideramos o trabalho como princípio educativo, ou seja, tem o trabalho como ponto inicial, ao colocar práticas ligadas ao trabalho como conteúdos a serem aprendidos, e para se entender as relações culturais, políticas, históricas e sociais.

A aplicação do produto educacional foi pensada para ser feita no próprio IFPB, com os estudantes das turmas do 2º ano do ensino médio integrado ao curso de Edificações, mas surgiu um fator limitante, a pandemia causada pelo vírus Covid 19. Deste modo tivemos que aplicá-lo com professores da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica baseando-se em Leite (2018) e Ruiz *et al* (2014), que trazem propostas de avaliação coletiva de materiais educativos.

Agora, passaremos as bases teóricas que o sustentam, a saber, Kaplún (2002, 2003) e Zabala (1998).

2.2 OS EIXOS TEMÁTICOS ORIENTADORES NA CONSTRUÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL ACRESCIDOS DA TIPOLOGIA DE CONTEÚDOS

Segundo Kaplún (2002, 2003), materiais educativos são objetos facilitadores ou

apoiadores do desenvolvimento da experiência de aprendizado e propõe que a criação deles seja orientado por três eixos temáticos: o eixo conceitual, o eixo pedagógico e o eixo comunicacional.

O eixo conceitual trata tanto dos conceitos centrais levantados pelo material quanto do tema ou dos temas principais que geram as experiências de aprendizado. Sendo importante, por isto, conhecer a opinião de autores conceituados e os debates sobre o tema, o que ajudará na composição do produto educacional. Também é importante conhecer os sujeitos a quem é destinado o produto educativo, quais seus conhecimentos sobre o tema e quais necessidades deles podem ser supridas pelo material.

Neste momento, ao eixo conceitual conforme pensado por Kaplún (2002, 2003), sentimos a necessidade de acrescentar alguns elementos que levam em consideração a função social do ensino e a concepção sobre os processos de aprendizagem.

Antes de tudo, quando nos propomos a ensinar um dado conteúdo, devemos nos perguntar qual nossa intenção educacional, qual o objetivo que queremos que nossos alunos alcancem. Ou seja, ao ensino é atribuída uma função.

Somos do pensamento de que a escola deve promover a formação integral do ser humano e de que qualquer interferência educacional será reflexo de um conceito de sociedade e da forma como as pessoas devem atuar nela. Para nós, então, “Educar quer dizer formar cidadãos e cidadãs, que não estão parcelados em compartimentos estanques, em capacidades isoladas.”. Para isto, devemos identificar aquelas condições que confluem para o desenvolvimento dos alunos e, principalmente, perceber que como educadores temos um papel social. Isto é, perceber que por trás de qualquer intervenção pedagógica pensada há um exame sociológico e um posicionamento que é sempre ideológico.

Zabala (1998) aponta que a forma de tornar evidente a intenção educativa é refletirmos sobre o que ensinamos, ou seja, que conteúdos de aprendizagem nós queremos ensinar. Para ele, conteúdo é

tudo quanto se tem que aprender para alcançar determinados objetivos que não apenas abrangem as capacidades cognitivas, com também incluem as demais capacidades. Deste modo, os conteúdos de aprendizagem não se reduzem unicamente às contribuições das disciplinas ou matérias tradicionais. Portanto serão conteúdos de aprendizagem todos aqueles que possibilitem o desenvolvimento das capacidades motoras, afetivas, de relação interpessoal e de inserção social. (ZABALA, 1998, p. 30).

Por esta definição, tomando os conteúdos de aprendizagem de forma ampla, que não fica presa aos conteúdos disciplinares, é por permitir, pela manifestação, que os currículos

ocultos sejam manifestos e, em decorrência, possa ser feita uma avaliação quanto a sua concernência como conteúdo de aprendizagem e de ensino.

Segundo Zabala (1998, p. 31), ao selecionarmos os conteúdos de aprendizagem devemos responder as seguintes perguntas: “‘o que se deve saber?’”, ‘o que se deve saber fazer?’ e ‘como se deve ser?’”, que correspondem ao tipo de finalidade que se quer atingir com a intenção educativa. Deste modo, seguindo a sequência das perguntas, temos os conteúdos classificados em conteúdos conceituais, conteúdos procedimentais e conteúdos atitudinais.

A aprendizagem de conteúdos conceituais, conforme Zabala (1998, p.41-43), englobam a aprendizagem dos conteúdos factuais e a aprendizagem de conceitos e princípios. Os conteúdos factuais estão relacionados ao conhecimento de “fatos, acontecimentos, situações, dados e fenômenos concretos e singulares”. Ou seja, é aquele tipo de conhecimento que se aprende através “de cópias mais ou menos literais, a fim de ser integrado nas estruturas de conhecimento, na memória.”. A aprendizagem deste tipo de conteúdo tem importância relativa, pois na sua maioria são necessários para a compreensão de conceitos e princípios. Sendo ambos, conceitos e princípios, termos abstratos, o primeiro termo se refere “ao conjunto de fatos, objetos ou símbolos que têm características comuns”; o segundo termo, se refere “às mudanças que se produzem num fato, objeto ou situação em relação a outros fatos, objetos ou situações e que normalmente descrevem relações de causa-efeito ou de correlação.”. Dentre as atividades que favorecem a aprendizagem de conceitos e princípios estão: as atividades experimentais, atividades que incitem forte trabalho mental, que proponham um desafio dentro das possibilidades reais, atividades que confirmem significado e funcionalidade aos novos conceitos e princípios aprendidos etc.

Para Zabala (1998, p.43), um conteúdo procedimental é aquele formado por “um conjunto de ações ordenadas e com um fim, quer dizer, dirigidas para a realização de um objetivo.”. São conteúdos procedimentais: desenhar, ler, observar, calcular, traduzir, classificar, ou seja, nos conteúdos procedimentais estão inclusas “as regras, as técnicas, as destrezas ou habilidades, as estratégias, os procedimentos”. Como a aprendizagem de cada um dos conteúdos procedimentais possuem características bastante específicas, são situados conforme três parâmetros: a linha contínua motor/cognitivo (componentes motores ou cognitivos), o eixo poucas ações/muitas ações (determinado pelo número de ações que intervêm) e o contínuo algorítmico/heurístico (grau de determinação da ordem de sequências).

Conforme Zabala (1998, p.46), os conteúdos atitudinais tratam de uma série de outros conteúdos que são agrupados em valores, atitudes e normas. O autor define como valores “os princípios ou ideias éticas que permitem às pessoas emitir juízo sobre as condutas e seu

sentido.”. São valores: a solidariedade, a responsabilidade e a liberdade, por exemplo. Como atitude, o autor entende as “tendências ou predisposições para atuar de certa maneira”. São atitudes: cooperar como o grupo, respeitar o meio ambiente e realizar as tarefas, por exemplo. Por fim, as normas, segundo o autor, “são padrões ou regras de comportamento que devemos seguir em determinadas situações que obrigam a todos os membros de um grupo social.”.

Em termos gerais, a aprendizagem dos conteúdos atitudinais supõe um conhecimento e uma reflexão sobre os possíveis modelos, uma análise e uma avaliação das normas, uma apropriação e elaboração do conteúdo, que implica a análise dos fatores positivos e negativos e uma revisão e avaliação da própria atuação. (ZABALA, 1998, p.48).

Voltemos a Kaplún (2002, 2003) e tratemos agora do eixo pedagógico e, em seguida, do eixo comunicacional.

O eixo pedagógico faz a articulação de um produto educacional. Através deste eixo expressamos o caminho ao qual alguém está sendo convidado a percorrer, quais pessoas são convidadas a percorrer e onde elas estão localizadas ao iniciar a caminhada. Esta localização de onde o destinatário se encontra é importante para que possamos, em relação ao eixo conceitual, construir um novo entendimento sobre o tema. Para este eixo, Kaplún (2002, 2003) sugere que tracemos um roteiro pedagógico que contemple: as concepções dos sujeitos, o confronto com estas concepções para evidenciar suas possíveis causas, a introdução de maneira acessível e gradual de conceitos utilizados por teóricos da área e, por fim, tarefas para que estes conceitos sejam aplicados e apropriados.

O eixo comunicacional corresponde à linguagem, ao formato e à diagramação que se usa no produto educacional. Este eixo se preocupa com o estabelecimento do diálogo entre o produto educacional e o destinatário dele, propondo, para que isto aconteça, a criação de uma figura retórica ou poética.

De forma resumida, podemos organizar no Quadro 1 os eixos temáticos orientadores e seus respectivos descritores que usamos para nos nortear na elaboração de um produto educacional e que servirão, também, para fazer a sua descrição.

Quadro 1 – Eixos temáticos orientadores e respectivos descritores.

| EIXOS TEMÁTICOS ORIENTADORES | DESCRITORES | | |
|---|--|---------------|---|
| CONCEITUAL | O conteúdo | TIPOLOGIA | APRENDIZAGENS |
| | | Conceitual | <i>Conteúdos factuais, conceitos e princípios</i> |
| | | Procedimental | <i>Regras, técnicas, métodos, destrezas e habilidades, estratégias, procedimentos, etc.</i> |
| | | Atitudinal | <i>Valores, atitudes e normas</i> |
| PEDAGÓGICO | O itinerário | | |
| COMUNICACIONAL | O veículo para percorrer o itinerário | | |

Fonte: Elaboração própria com base em Káplun (2002) e Zabala (1998).

Realizadas estas, passamos agora ao processo de elaboração do produto educacional.

2.3 ELABORAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

2.3.1 Processo de elaboração do produto educacional

Desde o início, como evidenciado na introdução deste trabalho, a proposta era de se trabalhar com os conteúdos de geometria plana. A proposta encontrou eco quando do contato com o trabalho de Barros (2016), no qual, entre as dissertações e teses em História e Epistemologia da Matemática produzidas nos programas de pós-graduação do Brasil no período que vai de 1990 a 2010, além de ter verificado aquelas que possuem potencialidades didáticas e conceituais para uso no Ensino Médio, fez sugestões de atividades com o seu uso. Deste modo, inicialmente seriam estas sugestões de atividades que iriam formar a substância do produto educacional.

2.3.1.1 Esboço do produto educacional

O primeiro passo, baseando-se em Barros (2016), foi selecionar aquelas atividades que, depois de desenvolvidas, produzissem um produto educacional. A seleção ocorreu entre as dissertações e teses que abordam conteúdos do Ensino Médio, tendo o a geometria plana como conteúdo principal focalizado ou conteúdo secundário mobilizado. Após a leitura do texto,

resolvemos por focar nossa proposta em apenas três dissertações. Os trabalhos selecionados são apresentados no Quadro 2 construído com base nos descritores de análise das dissertações elaborados por Barros (2016):

Quadro 2 - Dissertações selecionadas conforme a abordagem e os conteúdos.

| TÍTULO | FORMA DE ABORDAGEM E CONTEÚDOS |
|--|---|
| A Quadratura do Círculo e a gênese do número π (dissertação 1) | Abordagem: Desenvolvimento da Matemática como Conteúdo Científico |
| | Conteúdo Principal Focalizado: Número Irracional |
| | Conteúdos Secundários Mobilizados: Geometria Plana, Trigonometria e Polinômios |
| O Ensino de Matemática na Academia Real Militar do Rio de Janeiro, de 1811 a 1874 (dissertação 2) | Abordagem: Vida e Obra de matemáticos e Desenvolvimento de suas Ideias Matemáticas |
| | Conteúdo Principal Focalizado: Geometria Plana |
| | Conteúdos Secundários Mobilizados: Geometria Espacial |
| A interpretação geométrica dos Números imaginários no Século XIX: a contribuição de Jean Robert Argand (1768 - 1882) (dissertação 3) | Abordagem: Desenvolvimento da Matemática como Conteúdo Científico |
| | Conteúdo Principal Focalizado: Números complexos |
| | Conteúdos Secundários Mobilizados: Equações Algébricas, Polinômios e Geometria plana |

Fonte: Elaboração própria com base em Barros (2016).

Como podemos ver através da leitura do Quadro 2, as três dissertações selecionadas possuem conteúdos de geometria plana como conteúdo principal focalizado (dissertação 2) ou como conteúdo secundário mobilizado (dissertações 1 e 3). Por este motivo, pensamos, primeiramente, em desenvolver todas as sugestões de atividades em um material impresso que apresentasse aos professores subsídios para uso nas práticas de sala de aula. As sugestões de atividades colocadas por Barros (2016) são apresentadas no Quadro 3, elaborado com base no trabalho daquele autor.

Quadro 3 - Sugestão de atividade e público nas dissertações.

| TRABALHO | SUGESTÃO DE ATIVIDADE | PÚBLICO |
|--|---|--|
| A Quadratura do Círculo e a gênese do número π (dissertação 1) | Uso do Método de Arquimedes (240 a. C com o objetivo de demonstrar as fórmulas da área do círculo e do comprimento da circunferência | Alunos do 2º ano do Ensino Médio |
| O Ensino de Matemática na Academia Real Militar do Rio de Janeiro, de 1811 a 1874 (dissertação 2) | Atividade extraclasse de polígonos regulares usando o Método Lusitano de Desenhar as Fortificações de Serrão Pimentel do Século XVIII | Alunos do 2º ano do Ensino Médio integrado ao curso de Edificações |
| A interpretação geométrica dos Números imaginários no Século XIX: a contribuição de Jean Robert Argand (1768 - 1882) (dissertação 3) | Desenvolvimento de Equações do 2º grau por povos das antigas: Babilônia, Grécia, Índia e Europa dos Séculos XV e XVII | Alunos do 1º ano do Ensino Médio que estão trabalhando o conteúdo de funções quadráticas |

Fonte: Elaboração própria com base em Barros (2016).

Então, desta forma, teríamos como produto educacional um material impresso que, usando a história da matemática, discutisse conceitos de Geometria plana. Cabendo ainda dois comentários: o uso da história da matemática nos daria lastro para relacionar o produto educacional com a Educação Profissional e Tecnológica; e, nos aproveitando de uma observação de Barros (2016), para a **Dissertação 2**, todo o trabalho seria aplicado em turmas do curso técnico de edificações integrado ao ensino médio, por se tratar de uma atividade voltada para a arquitetura militar de possível interesse de engenheiros.

Tendo esta orientação, começamos então a esboçar o produto educacional. Foi então, que neste ponto, ocorreu a transformação da nossa proposta. Ao emprendermos um estudo mais pormenorizado da **dissertação 1**, concomitantemente ao que já traçávamos um esboço do produto, nos deparamos com uma proposta, que, por si só e em potencial para agregar conteúdos de geometria plana e de outras área da matemática, consideramos que já ofertava a possibilidade da confecção de um produto educacional, desde que, fosse somado a este material os conhecimentos desenvolvidos em outros trabalhos que abordassem o mesmo tema. Portanto, já tínhamos nosso produto educacional, ou seja, um material didático impresso para subsidiar as aulas de geometria plana.

Para que o material didático não fosse formado por capítulos sem nenhuma interligação entre si, decidimos por seguir a sequência com que os conteúdos são apresentados dentro da **dissertação 1** e como, já dito, dentro de cada capítulo, ir acrescentando materiais advindos de outros trabalhos. De forma, que seguimos a seguinte organização por temas, conforme a

dissertação 1:

1. O problema da Quadratura do Círculo;
2. O Método de Arquimedes para o cálculo de π ;
3. Comprimento da circunferência;
4. Área do Círculo.

A partir desta organização, verificamos que, além de seguir as sugestões de Barros (2016), que é de fazer o uso do Método de Arquimedes (240 a. C.) para cálculo do número π com o objetivo de demonstrar as fórmulas da área do círculo e do comprimento da circunferência, poderíamos acrescentar outras atividades. Decidimos daí, que o caminho seria o seguinte:

1. O ponto de partida seria a colocar o problema da quadratura do círculo não na sua formulação clássica, mas na forma de um problema relacionado ao dia-a-dia de uma obra, pois nosso público alvo inicialmente seria os alunos do ensino médio integrado ao curso técnico de edificações;
2. Atentar para a impossibilidade de se quadrar o círculo devido à natureza do número π . Desta constatação, abrir uma discussão sobre os Números irracionais;
3. Aproveitar o destaque dado ao número π para traçarmos uma breve linha do tempo e mostrar sua presença e importância para diferentes povos e culturas ao longo da história;
4. Encontrar o valor de π através do Método de Arquimedes;
5. Através do desenvolvimento do Método de Arquimedes, demonstrar as fórmulas do comprimento da circunferência e da área do círculo.

Neste passo da construção do produto educacional, decidimos que a discussão em cima dos Números irracionais seria para demonstrar sua existência tanto geometricamente quanto por prova por contradição. Foi nesta etapa também que optamos por aproveitar a característica prática do Método de Arquimedes, relativa à construção de polígonos inscritos e circunscritos a uma circunferência, e a sugestão de Barros (2016) de se trabalhar com turmas do curso técnico de edificações integrado ao ensino médio, para desenvolver atividades relacionadas ao desenho geométrico. Aberta esta possibilidade de se trabalhar com o desenho geométrico, acrescentamos também à discussão sobre os Números Irracionais uma construção geométrica que justifica a sua existência.

O passo seguinte foi a escrita do texto que serviria de base para o produto educacional. Este texto se baseou totalmente nos conhecimentos gerados na **dissertação 1**. Da escrita deste

texto base, chegamos a duas conclusões: iríamos trabalhar também com o Teorema de Pitágoras e a Trigonometria; e que os temas das dissertações a que iríamos recorrer eram a quadratura do círculo e construções geométricas utilizando instrumentos euclidianos. Neste momento, cabem duas breves justificativas sobre o porquê de se recorrer a outras dissertações para complementar o conhecimento gerado no trabalho de Vendemiatti (2009) que possui potencial didático e conceitual para uso no Ensino Médio: a primeira justificativa é que Barros (2016) prevê em seu trabalho que esta dissertação, assim como as outras por ele estudadas, podem ser utilizada para se trabalhar conceitos matemáticos, desde que passe por uma reorganização pedagógica que a deixe adequada para uso no Ensino Médio, pois se tem conhecimento que a mesma não foi pensada, desenvolvida e avaliada com esse objetivo de ser usada para o ensino. E, justamente, da leitura e reorganização pedagógica do trabalho de Vendemiatti (2009), foi que surgiu a necessidade de uma complementação de conteúdos que a deixasse adequada para uso na sala de aula. A segunda justificativa, que já trouxemos anteriormente na introdução deste trabalho, é que se trata de uma escolha nossa. Sendo uma forma de disponibilizar, para outros níveis de ensino, um conhecimento que é produzido para a sociedade, mas que, geralmente, fica restrito aos círculos acadêmicos.

Completada a etapa anterior, partimos para a busca de outros trabalhos que além da **dissertação 1** pudessem acrescentar conhecimentos ao produto educacional. Recorremos, para isto, ao Catálogo de Teses e Dissertações Capes, no qual inserimos como termos de busca as palavras “Quadratura do Círculo”. Desta primeira busca, decidimos por utilizar a dissertação O problema da Quadratura do Círculo: uma abordagem histórica sob a perspectiva atual, de autoria de Erivaldo Ribeiro Santana. Uma segunda busca foi realizada no mesmo portal, desta vez utilizando como termo de busca as palavras “régua e compasso”. Entre as diversas opções que retornaram desta nova busca optamos por utilizar a dissertação Construções geométricas com régua e compasso, cujo autor é Alex Gomes da Silva. A escolha de ambas as dissertações é justificada por ambas suprirem a necessidade de complementar os conteúdos da **dissertação 1** relativos à nossa proposta para o produto educacional.

Com isto, em uma descrição mais sucinta para esta etapa da construção do produto educacional, já tínhamos em mente que o produto educacional seria um livro paradidático de matemática, que faria o uso da história da matemática para discutir alguns conceitos e fórmulas do conteúdo de geometria plana e, dentro da proposta da Educação Profissional e Tecnológica, possibilitar a discussão de questões relacionadas à sociedade contemporânea.

2.3.1.2 Elaboração do livro paradidático a partir das referências

A partir daqui, faremos uma descrição de como cada um, referencial teórico, dissertações e materiais auxiliares, foram utilizados na elaboração do produto educacional. Para tanto, produzimos o Quadro 4:

Quadro 4 – Elaboração do produto educacional conforme referencial teórico e as dissertações.

| CAPÍTULO OU SEÇÃO | REFERENCIAL TEÓRICO | | DISSERTAÇÕES | |
|---|--|---|--------------------|--------------------------------|
| | Base | Recorrente | Base | Recorrente |
| A quadratura do círculo | Berezanskaia (2009) Fossa (2012) Freitas (2010) Gramsci, (2011) Araújo e Krupskaya (2017) Marx, (2013) Mendes (2009, 2012) Miguel (1997) Miguel e Miorim (2011) Pistrak (2015, 2018) Ramos (2008). Shulgin (2013) | Berezanskaya (2009) Fossa (2012) Miguel (1997) Pistrak (2018) | Vendemiatti (2009) | Santana (2015) Silva (2013) |
| Saiba mais: Arquimedes | | Fossa (2012) Miguel (1997) | | Santana (2015) |
| A gênese do número de Pi | | Fossa (2012) Miguel (1997) | | Santana (2015) |
| Saiba mais: Pitágoras e os Pitagóricos | | Fossa (2012) Miguel (1997) | | |
| Para refletir! | | Miguel (1997) | | |
| O Método Clássico de Arquimedes | | Berezanskaya (2009) Fossa (2012) Miguel (1997) Pistrak (2018) | | Silva (2013) |
| Saiba mais: Trigonometria | | Fossa (2012) Miguel (1997) | | |
| Circunferência e Círculo | | Berezanskaya (2009) Fossa (2012) Miguel (1997) Pistrak (2018) | | |
| Um pouco de história: Povos da antiguidade | | Fossa (2012) Lessa e Tonet (2011) Miguel (1997) | | |
| Glossário | | | | Silva (2013) |

Fonte: elaboração própria (2020).

2.3.1.2.1 Elaboração do produto educacional a partir do referencial teórico

Neste primeiro instante, faremos a descrição do produto educacional através do referencial teórico que utilizamos como base para a sua elaboração. Em um segundo instante, colocaremos como a Educação matemática contribuiu para a elaboração do produto educacional. Por fim, em um terceiro instante, trataremos como foi elaborado o produto educacional conforme os usos da história da matemática como recurso pedagógico.

Iniciaremos a descrição de como o produto educacional foi elaborado usando o referencial teórico dizendo que tivemos sempre como horizonte os pensamentos de Marx (2013) e Gramsci (2011), no que diz respeito, respectivamente, tanto ao politecnismo quanto à escola unitária, os dois pilares conceituais do Ensino Médio Integrado. Para tanto, fixamos no produto educacional o entendimento no qual o trabalho é princípio educativo. Por isso, consideramos os pensamentos de Ramos (2008) de que compreender o trabalho como princípio educativo é compreender que entre trabalho, ciência e cultura há uma relação que não pode ser desfeita.

Portanto, na elaboração do produto educacional levamos em consideração o trabalho como princípio educativo no ensino médio, pois trouxemos, na forma didática em que desenvolvemos o Método de Arquimedes, conceitos do desenho geométrico que são necessários ao entendimento de a matemática como uma construção tanto histórica quanto social, na perspectiva da formação do pensamento crítico. Ao mesmo tempo, também, devido ao uso da história da matemática com recurso pedagógico, possibilitamos tanto a fomentação da discussão crítica da sociedade contemporânea quanto trouxemos para a formação do aluno a informação de como se deu parte da construção da Matemática por uma perspectiva histórica, pela compreensão de que a força produtiva é apoio para o conhecimento geral. Assim, no produto educacional, através do entendimento de que o trabalho é princípio educativo, imprimimos a percepção de que os conteúdos de ensino são constituídos de conceitos e teorias resultantes da apropriação pelo homem da realidade material e social durante o transcorrer da história. Neste aspecto, em relação à matemática sob a ótica do ensino integrado, trouxemos para o produto educacional o entendimento em que tanto Shulgin (2013) quanto Pistrak (2018) concordam, ou seja, que o seu ensino não deve pautar-se apenas pela formação profissional, mas do cidadão que conhece a sua profissão e compreende, na possibilidade de transformação, a sociedade em produz a sua vida.

De Ramos (2008), trouxemos, também, para o produto educacional o entendimento da necessidade de se vincular o conhecimento específico com as teorias gerais do campo da ciência em que foi formulado. Assim, ao trazer aplicações do desenho geométrico ao produto

educacional, fazemos isto o vinculando a campos diferentes da Matemática, possibilitando a sua aplicação em situações diferentes daquela em que foi aprendido.

Nos apoiando em Ramos (2008), Berezanskaya (2009), Pistrak (2015) e Krupskaya (2018), trouxemos, também, para a elaboração do produto educacional, a possibilidade de se trabalhar em articulação com outras disciplinas, que é assumido, segundo Miguel e Miorim (2011), pela face escolar da matemática quando ensinada através do uso pedagógico da história da matemática. Essa compreensão possibilita o entendimento dos significados dos conceitos, das razões e dos métodos pelos quais se pode apropriar da realidade através do domínio desta, objetivando o desenvolvimento do potencial humano.

Agora, traremos a contribuição da educação matemática para a elaboração do produto educacional. Para tanto, trouxemos para ele o entendimento de Mendes (2009) de que a educação matemática tem como uma das suas finalidades, entre outras, o desenvolvimento de materiais que subsidiem o ensino de matemática, com o objetivo fundamental de possibilitar o maior proveito e eficácia do ensino de matemática. Este pensamento assume grande importância em relação ao nosso produto educacional, no que concerne a sua elaboração, pois, dele decorre o objetivo da nossa pesquisa.

Dentro da compreensão da educação matemática sob a perspectiva do Ensino Médio Integrado, trouxemos, para o produto educacional, o entendimento de Freitas (2010). Este autor considera que a educação matemática, tendo o trabalho como princípio educativo, deve ser usada como instrumento para a compreensão da realidade concreta. E que esta compreensão da realidade ocorre através da apropriação de conceitos matemáticos originadora por esta própria realidade.

Para concluir, este momento, traremos a colaboração do referencial teórico que nos embasou quanto ao uso da história da matemática como recurso pedagógico no ensino. Deste modo, o pensamento de Mendes (2009), quanto às três faces que possui a matemática, a saber: a face cotidiana, a face escolar e a face científica. Este autor ressalta que a história da matemática é o princípio unificador destas três faces. Este aspecto foi trazido para o produto educacional no momento em que demonstramos no texto que, por exemplo, o conceito do número π surgiu da necessidade que os povos antigos tinham de efetuar determinadas atividades. Com o passar do tempo o conceito do número π passa a ser submetido a crivo da ciência e, após sua formalização, retorna à escola. O mesmo raciocínio pode ser aplicado ao Método de Arquimedes.

Trouxemos ainda para a elaboração do produto educacional, o pensamento de Fossa (2012) no que ele trata das formas como a história da matemática pode ser usada, a saber: como

apoio motivacional, como agente de cognição e como agente de formação cultural. Evidenciamos que para a elaboração do produto educacional trouxemos apenas os dois últimos modos como é utilizada a história da matemática. Não tratamos no produto educacional da história da matemática como apoio motivacional, pois seu uso desta forma é contestado pelo próprio Fossa (2012) e por Miguel e Miorim (2011). Assim, no produto educacional situamos a matemática como produto da cultura, como fica evidente no seu texto. E, no produto educacional, situamos a matemática como agente cognitivo ao considerarmos a todo instante, sendo de forma mais evidente na realização das atividades, os alunos como agentes da construção de seu próprio conhecimento.

Do pensamento em conjunto de Miguel e Miorim (2011), como já destacamos anteriormente ao tratarmos da interdisciplinaridade, trouxemos para o produto educacional a possibilidade de se trabalhar em articulação com outras disciplinas que a face escolar da matemática possui quando ensinada através do uso pedagógico da sua história. Mas, o que queremos ressaltar agora, é que nestas mesmas condições a face escolar da matemática apresenta o caráter político-crítico, importante também sob a ótica da concepção do Ensino Médio Integrado, pois tem o objetivo de levantar a discussão quanto ao papel a ser desempenhado pela cultura e educação matemática, considerando um dado período da história. E é deste ponto de vista que recorreremos a Mendes (2009) para a elaboração do produto educacional, haja vista que, para este autor a abordagem construtivista da história da matemática é geradora de conhecimento e tem como implicância a utilização de informações do passado, ocasionando, como consequência a reflexão sobre ele e seus ecos no presente, visando um ato produtivo sobre a construção do conhecimento.

Com isto, chegamos ao segundo momento de descrição do produto educacional levando em consideração o referencial teórico. Aqui trataremos dos autores aos quais recorreremos de forma mais direta para a elaboração de cada capítulo ou seção do produto educacional.

Para a elaboração de alguns capítulos do produto educacional nos apoiamos em Pistrak (2018). Este autor destaca, ao considerar o trabalho como princípio educativo, que o trabalho e os conhecimentos científicos possuam uma única orientação, que a prática generalize e sistematize a teoria, que, por sua vez, seja a base científica da prática. Este pensamento de Pistrak (2018) trouxemos para a elaboração dos capítulos “A quadratura do círculo”, “O Método Clássico de Arquimedes” e “Circunferência e círculo”, onde a teoria e a prática caminham juntas, orientadas pelo trabalho como princípio educativo.

Para a elaboração do produto educacional trouxemos o importante pensamento de Berezanskaya (2009), o qual é contrário a separação total da matemática em conteúdos

aparentemente distintos. Esta autora é a favor da junção, respeitando os métodos inerentes a cada um, dos conteúdos de matemática em uma única matéria escolar, pois, com isto, é enfatizado o estudo dos conteúdos em suas ligações orgânicas que são comuns. Desta forma, na elaboração dos capítulos “A quadratura do círculo”, “O Método Clássico de Arquimedes” e “Circunferência e círculo” é notável que conteúdos como geometria, trigonometria e álgebra, são trabalhados juntos e com o respeito a seus métodos, mas sem a ideia de que são “matemáticas” distintas.

Na elaboração dos capítulos do produto educacional nos apoiamos também em Miguel (1997), que elenca doze argumentos reforçadores das potencialidades do uso da história da matemática no ensino. Não utilizamos todos os argumentos, mas, pelo menos, aqueles que consideramos pertinentes para a elaboração do produto educacional. Por exemplo, nos capítulos “A quadratura do círculo”, “O Método Clássico de Arquimedes” e “Circunferência e círculo” nos sustentamos nos seguintes argumentos reforçadores das potencialidades do uso da história da matemática no ensino: a História constitui-se numa fonte de objetivos para o ensino da Matemática, a História constitui-se numa fonte de métodos adequados de ensino de matemática, a História é fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporados nas aulas de matemática, a História é um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e da desalienação de seu ensino, a História se constitui num instrumento de formalização de conceitos matemáticos, a História é um instrumento de promoção do pensamento independente e crítico, a História é um instrumento unificador dos vários campos da Matemática, a História é um instrumento promoção de atitudes e valores, a História é um instrumento de conscientização epistemológica; a História é um instrumento que pode promover a aprendizagem significativa e compreensiva da Matemática e a História é um instrumento que possibilita o resgate da identidade cultural.

No capítulo “A gênese do número Pi” e nas seções “Saiba mais” nos apoiamos, para a sua elaboração, os seguintes argumentos reforçadores das potencialidades do uso da história da matemática no ensino: a História é fonte para a seleção de problemas práticos, curiosos, informativos e recreativos a serem incorporados nas aulas de matemática, a História é um instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e da desalienação de seu ensino, a História é um instrumento de promoção do pensamento independente e crítico, a História é um instrumento promoção de atitudes e valores, e a História é um instrumento que possibilita o resgate da identidade cultural.

Para a elaboração da seção “Para refletir!” nos apoiamos nos seguintes argumentos reforçadores das potencialidades do uso da história da matemática no ensino: a História é um

instrumento que possibilita a desmistificação da matemática e da desalienação de seu ensino, a História é um instrumento de promoção do pensamento independente e crítico, a História é um instrumento promoção de atitudes e valores, e a História é um instrumento que possibilita o resgate da identidade cultural.

Nos apoiamos em Lessa e Tonet (2011) para a elaboração do produto educacional na seção “Um pouco de história” auxiliando na escrita do texto na parte que concerne as formações societárias humanas e como os homens produziam suas vidas nelas.

2.3.1.2.2 Elaboração do produto educacional a partir das dissertações

As dissertações em história da matemática que agregaram conhecimento ao produto educacional foram A quadratura do círculo e gênese do número Pi, O problema da quadratura do círculo: uma abordagem histórica sob a perspectiva atual e Construções geométricas com régua e compasso, de autoria de Vendemiatti(2009), Santana (2015) e Silva (2013), respectivamente.

A dissertação que serviu de base e estruturou a organização do produto educacional foi o trabalho de Vendemiatti (2009). Deste trabalho, para todos os capítulos do produto educacional trouxemos o desenvolvimento que o autor faz no Capítulo 1 do seu trabalho. Deste modo, para o nosso capítulo “A quadratura do círculo”, seu trabalho inspirou-nos para o problema inicial que é colocado para o fictício técnico em edificações e, em seguida, da justificativa para a impossibilidade de se resolver tal problema devido à natureza de π . No nosso capítulo “A gênese do número Pi”, a contribuição de Vendemiatti (2009) foi no sentido de organização da sequência de apresentação do texto, pois, o autor traz uma breve consideração sobre a presença de π entre povos da antiguidade. No capítulo “O Método de Arquimedes” do produto educacional, como contribuição de Vendemiatti (2009), trouxemos com uma adequação para o nível médio de ensino, conforme Barros (2016), a demonstração para o valor aproximado de π e o desenvolvimento que foi usado para demonstrar as fórmulas do comprimento da circunferência e da área do círculo.

Assim, a dissertação de Vendemiatti (2009) percorreu toda organização estrutural dos capítulos do produto educacional, servindo também de inspiração para as seções “Saiba mais” e “Um pouco de história”, pois nos inspirou a compô-las devido à leitura do seu texto. Mas, sentimos a necessidade de complementar a dissertação de Vendemiatti (2009) no sentido de agregar mais conhecimento e, para tanto, recorreremos à outras dissertações.

A contribuição de Santana (2015) foi dada na elaboração dos capítulos “A quadratura

do círculo” e “A gênese do número Pi”. Da sua dissertação, trouxemos um recorte sobre a demonstração algébrica da quadratura do círculo. Trouxemos, também, de seu trabalho, a contribuição para a demonstração geométrica da existência dos números irracionais e do texto referente à Espiral de Teodoro e a base para parte do texto do capítulo “A gênese do número Pi” e da seção “Saiba mais: Arquimedes”.

A contribuição de Silva (2013) se deu tanto nas construções geométricas do capítulo “A quadratura do círculo” quanto do capítulo “O Método Clássico de Arquimedes” do produto educacional. Sua contribuição foi necessária tanta para possibilitar a construção das figuras geométricas presentes no produto educacional, usando, para isto, a régua e o compasso, já que estes foram os instrumentos utilizados por Arquimedes.

2.3.1.2.3 Elaboração do produto educacional a partir dos materiais auxiliares

Para a elaboração do produto educacional recorreremos aos livros Introdução à História da matemática, de Howard Eves, e ao livro O homem que calculava, de Malba Tahan.

Para Eves (2004) recorreremos como auxílio na elaboração dos capítulos “A quadratura do círculo” e “A gênese do número Pi”, e, também, nas seções “Saiba mais” e “Um pouco de história”. Sua utilização foi para complementar o conhecimento produzido pelas dissertações, trazendo a biografia de personagens, os contextos e os fatos relacionados à história e à história da Matemática.

A contribuição de Tahan (2002) para a elaboração do produto educacional se deu no capítulo “A gênese do número Pi”, através de curiosidades sobre o número π , tais como, frase mnemônicas para decorar um valor aproximado deste número.

2.3.1.3 Elaboração do produto educacional considerando os eixos temáticos e a tipologia de conteúdos

Na elaboração do eixo conceitual, seguimos a orientação de Kaplún (2002, 2003) e, deste modo nos apropriamos, após realizarmos uma pesquisa temática e diagnóstica, do conhecimento produzido por autores ligados aos estudos sobre os usos pedagógicos da história da matemática e sobre a concepção do Ensino Médio Integrado. Para quais as necessidades dos destinatários a serem supridas, recorreremos a Barros (2016). Sobre os conteúdos factuais, conceitos e princípios relacionados à geometria plana, ao desenho geométrico, ao Teorema de Pitágoras e à Trigonometria, estes foram sendo colocados conforme foi sendo construído o texto

do produto educacional, adicionando-se a ele conteúdos factuais e conceitos relacionados à História da Matemática e à educação Profissional e Tecnológica.

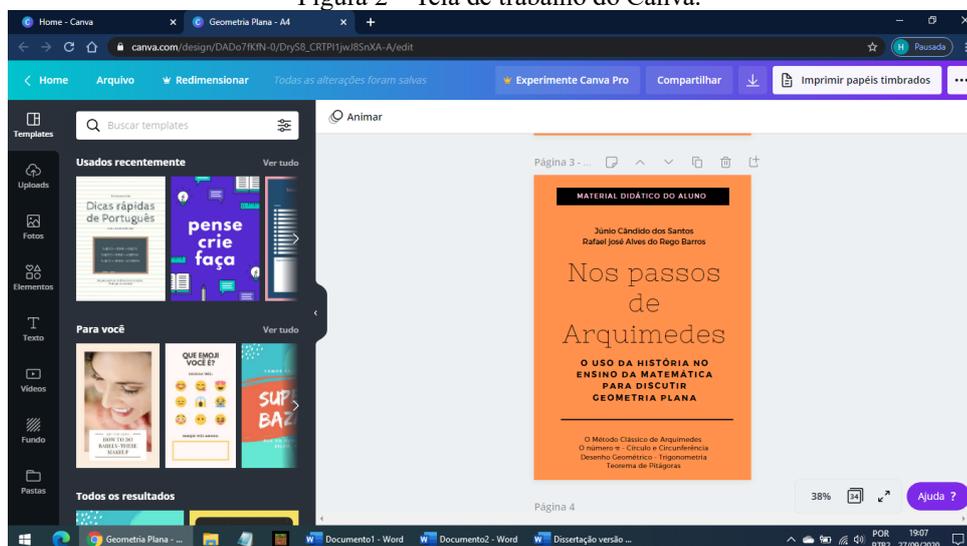
Na elaboração do eixo procedimental, levamos em consideração as regras, técnicas, os métodos, as habilidades, as estratégias e os procedimentos necessários para a efetivação de ações, tais como, desenhar, escrever, observar e calcular.

A elaboração do eixo atitudinal foi feita de modo a que aos professores, ao trabalhar com o produto educacional, pudesse explorar, segundo seus objetivos, valores, atitudes e normas.

Para a elaboração do eixo pedagógico, consideramos o seguinte itinerário pedagógico: um questionamento introdutório do Problema da Quadratura do Círculo, que leva a um questionamento, por sua vez, sobre a natureza dos números irracionais, em específico, do número π . Ao que conduz, neste percurso, é um texto que demonstra a importância do número π , estabelecendo um cronograma resumido de como se deu a obtenção de valores cada vez mais aproximados para este número. Por fim, segue-se a utilização do Método Clássico de Arquimedes para a obtenção de um valor aproximado de π , do qual decorre a obtenção das fórmulas para cálculo da área do círculo e do comprimento da circunferência.

Observando sob a característica do eixo comunicacional, o produto educacional foi elaborado utilizando a plataforma on-line de design gráfico Canva, vista na Figura 2, da qual utilizamos templates, adaptando-os a nossa necessidade. Para o desenho das figuras geométricas, utilizamos o AutoCad, uma ferramenta de desenho por computador, que foi manejada pelo arquiteto Jansen Cândido dos Santos.

Figura 2 – Tela de trabalho do Canva.



Fonte: Elaboração própria a partir da plataforma Canva (2020).

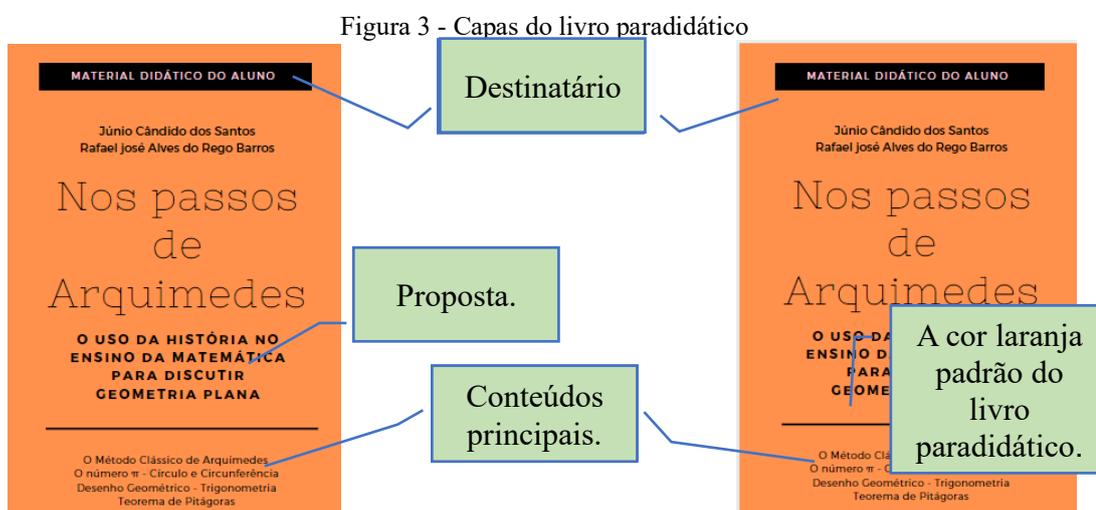
2.4 DESCRIÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Antes de partirmos para a descrição do produto educacional, salientamos que ele pode ser usado por completo, dentro da interrelação de seus capítulos e seções, como vai ser mostrado. Mas pode ser usado como fonte para o ensino isolado de conceitos e princípios. Caso seja esta a opção o destinatário pode recortar do material: o problema da quadratura do círculo, a demonstração tanto geométrica quanto por prova de contradição da existência dos números irracionais, métodos geométricos para construção de polígonos e polígonos inscritos e circunscritos em uma circunferência, um texto sobre a construção do número π , uma demonstração para determinar um valor aproximado do número π , uma demonstração para as fórmulas do cálculo da área do círculo e do perímetro da circunferência, uma biografia de Arquimedes, uma biografia sobre Pitágoras e os Pitagóricos, uma demonstração para o Teorema de Pitágoras, um texto informativo sobre as origens dos nomes do seno, cosseno e tangente, um texto informativo sobre como os povos da antiguidade se relacionavam com a matemática e uma compilação da definição de vários conceitos ligados à geometria plana e de exercícios sobre círculo e circunferência, Teorema de Tales e trigonometria.

2.4.1 Capa, contracapa, sumário, apresentação e introdução do produto educacional

2.4.1.1 A capa e a contracapa

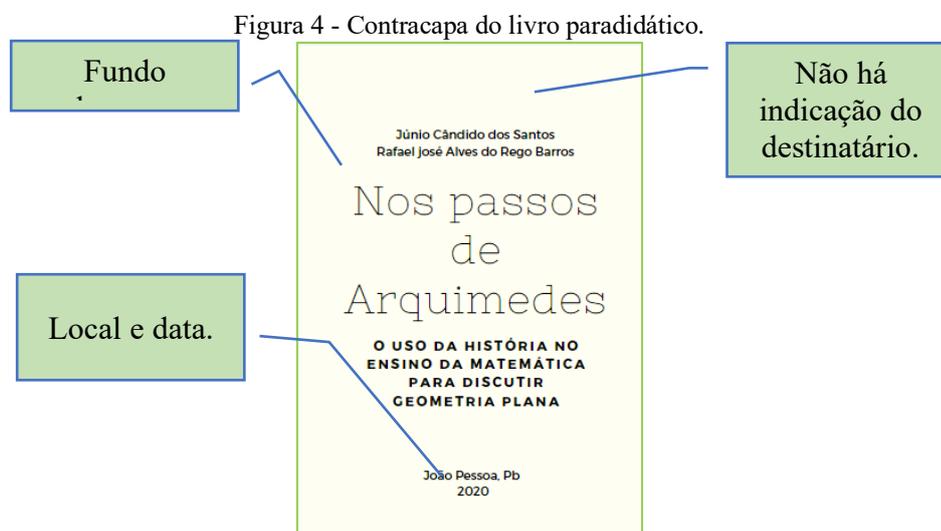
A capa, relativamente ao eixo pedagógico, é o convite ao destinatário para percorrer o caminho.



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Nela é o eixo temático comunicacional que predomina de forma quase absoluta, como mostra a Figura 3. Através do uso de linguagem retórica, chamamos a atenção do destinatário ao recorrer a sua curiosidade, a saber: **Nos Passos de Arquimedes**. O restante do texto da capa tem a função de comunicar da forma mais sucinta possível a quem é destinado o Produto educacional (material didático para o aluno ou material didático para o professor), sua proposta (História da matemática para o Ensino Médio Integrado) e quais conteúdos principais são discutidos nele (o Método Clássico de Arquimedes, círculo e circunferência, trigonometria e o Teorema de Pitágoras). Fica evidente pelo título, que o número π também será abordado no material. Foi selecionada um tom de laranja para a cor da capa por ser este tom de cor alaranjado o que melhor destacava o produto educacional, dentre as opções que foram ofertadas pelo programa Canva. Esta cor e os seus outros tons vão padronizar e dar um sentimento de unidade ao produto educacional. Outro ponto que destacamos são os tamanhos, as cores e os tipos de fontes tipográficas utilizadas. Como dito, utilizamos o programa Canva, oferece capas prontas, as quais o usuário pode modificar ao seu gosto. Decidimos por mudar a cor e o tema, mas mantivemos a fontes tipográficas.

A contracapa segue a mesma construção da capa acrescida do local e do ano de produção, mas subtraída a informação quanto ao destinatário, como mostra a figura 4.



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

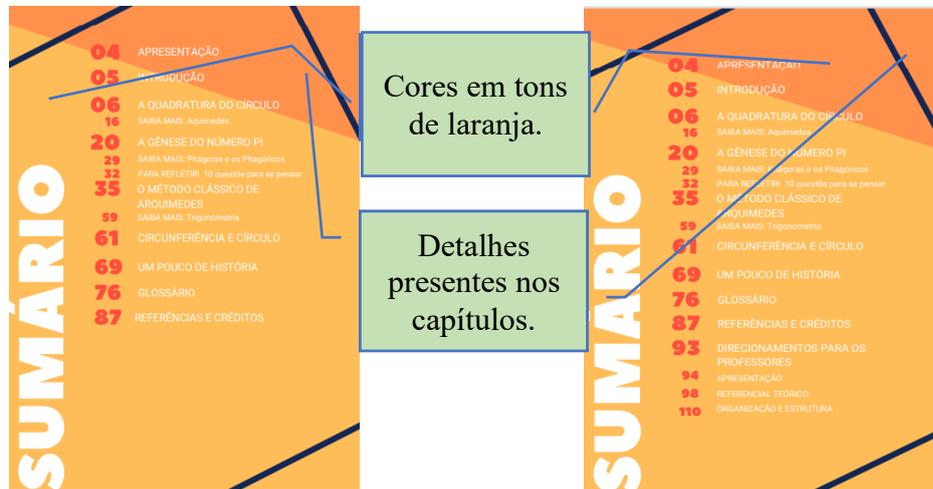
Decidimos por esta subtração por entender que ela já consta na capa e para que a contracapa não ficasse saturada com tanta informação.

2.4.1.2 O sumário

O eixo temático comunicacional é predominante também no sumário, no qual, para

manter o padrão, como mostra a Figura 5, mantém a cor de tom alaranjado e com detalhes que vão continuar a serem empregados nos capítulos.

Figura 5 - Sumários do livro didático

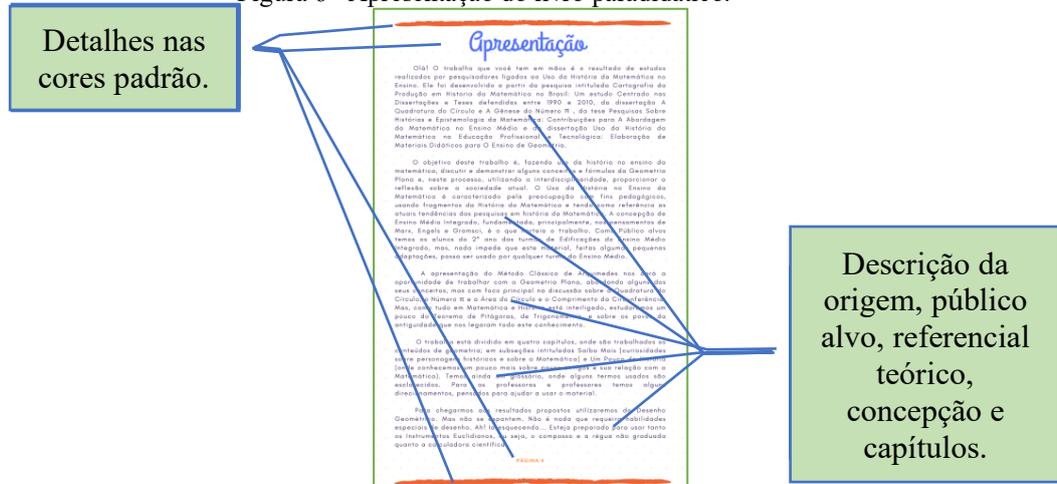


Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

2.4.1.3 A apresentação e a introdução

Aqui, seguimos as orientações de Leite (2018) para o descritor Capítulos do material educativo, onde é sugerido que na apresentação e na introdução de um material educativo devemos tornar explícitos sua origem, objetivos, o público alvo a quem se destina, a explicação do referencial teórico, a concepção que o embasa e os capítulos que o compõe.

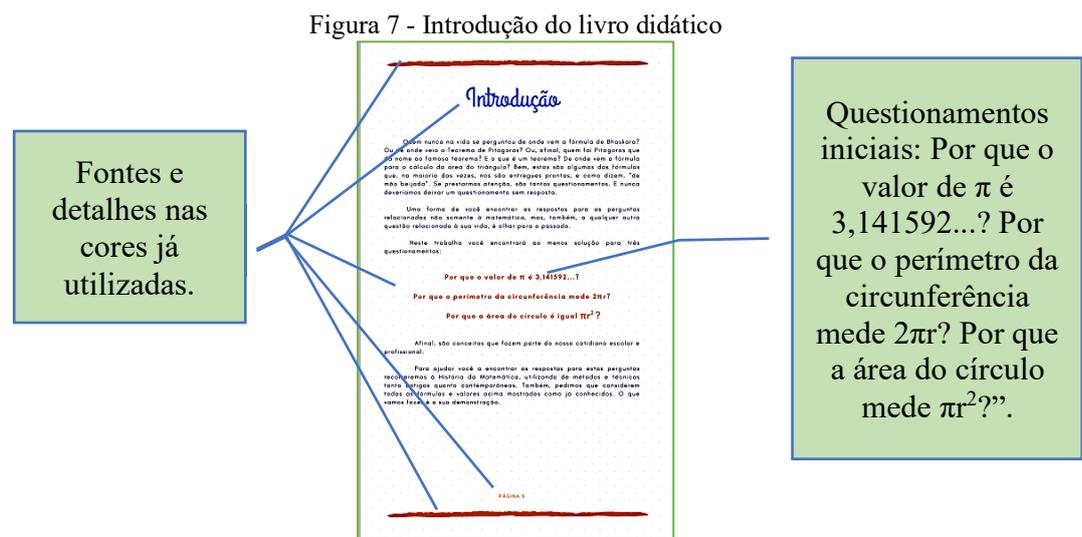
Figura 6 - Apresentação do livro paradigmático.



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Deste modo, na apresentação, inicialmente, explicitamos a origem do material, ou seja,

as pesquisas nas quais nos apoiamos para construir o produto educacional. Nesta seção, mostrada na Figura 6, definimos o que é o uso da história no ensino da matemática, quais autores nortearam a concepção de Ensino Médio Integrado e qual o público alvo do material. Há, ainda, uma breve descrição do método e da técnica que utilizaremos e quais conteúdos são abordados para alcançar o nosso objetivo. E, por fim, destacamos quais instrumentos são utilizados, como por exemplo, a régua não graduada, o compasso e uma calculadora científica. Na introdução são colocadas várias perguntas que podem ser encontradas no cotidiano das nossas aulas de matemática e que, muitas vezes, não são respondidas por nossos professores. O Intuito é atizar a curiosidade do aluno e motiva-lo a percorrer está jornada conosco, ao nos comprometermos em responder três destes questionamentos, a saber: “Por que o valor de π é 3,141592...?”, “Por que o perímetro da circunferência mede $2\pi r$?” e “Por que a área do círculo mede πr^2 ?”, como mostra a Figura 7.



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Nestas duas seções, dado que, indiretamente, como público alvo, além dos professores, temos os alunos, procuramos ser o mais sucinto possível na escrita do seu texto, de forma que não se tornasse enfadonho.

2.4.2 Capítulos e seções do produto educacional

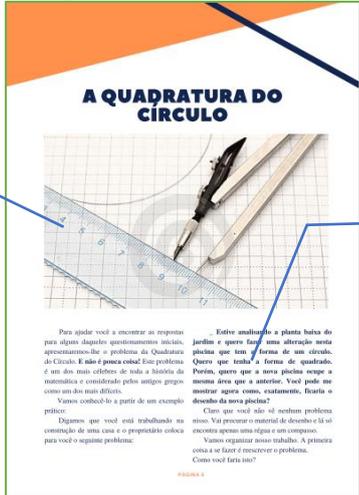
2.4.2.1 A quadratura do círculo

Neste primeiro capítulo, iniciamos trazendo o problema da Quadratura do Círculo para o

contexto de um canteiro de obra e convidando o aluno a resolvê-lo. Este problema, como mostra a Figura 8, é o desencadeador de todo o processo que vai ser finalizado ao se responder àqueles problemas colocados na introdução.

Figura 8 – Página introdutória do capítulo A quadratura do círculo.

Imagem que remete aos instrumentos euclidianos.



Problema desencadeador: “Estive analisando a planta baixa do jardim e quero fazer uma alteração nesta piscina que tem a forma de um círculo. Quero que tenha a forma de quadrado. Porém, quero que a nova piscina ocupe a mesma área que a anterior. Você pode me mostrar agora como, exatamente, ficaria o desenho da nova piscina?”.

Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

No Quadro 5 que temos a descrição deste capítulo.

Quadro 5 – Eixos temáticos orientadores da elaboração do capítulo A quadratura do círculo.

| EIXOS TEMÁTICOS ORIENTADORES | DESCRITORES | | |
|------------------------------|---|---------------|--|
| CONCEITUAL | O conteúdo | TIPOLOGIA | APRENDIZAGENS |
| | | Conceitual | <i>Símbolos matemáticos e fatos e personagens históricos; conceitos matemáticos; princípio de resolução de equações do 2º grau e princípio do desenho geométrico para o desenho de polígonos</i> |
| | | Procedimental | <i>Regras, técnicas e métodos para resolução de equações do 2º grau, desenho de polígonos e da prova por contradição; Ações: ler, escrever, calcular e desenhar.</i> |
| | | Atitudinal | <i>Valores, atitudes e normas.</i> |
| PEDAGÓGICO | Problematização, confronto de ideias, introdução de conceitos e atividades para a apropriação dos conceitos. | | |
| COMUNICACIONAL | Uso de texto descritivo e imagens, tiras de quadrinhos e figuras geométricas | | |

Fonte: Elaboração própria (2020) com base em Káplun (2002) e Zabala (1998).

Neste capítulo, considerando o eixo conceitual, há a presença de conteúdos factuais na forma de símbolos matemáticos e geométricos, podem ser exercitados os conceitos, a saber: número par, números primos, números inteiros, números racionais, números irracionais, o ponto, a reta e seus elementos, círculo, circunferência e seus elementos, triângulo retângulo, quadrado e contradição. Os princípios que podem ser trabalhados são o princípio de resolução de equações do 2º grau e o princípio do desenho geométrico para construção de polígonos. A avaliação da aplicação destes conceitos e princípios pode ocorrer através da demonstração da existência dos números irracionais através do método geométrico, atividade experimental em que o aluno utilizando as técnicas do desenho geométrico constrói circunferências e polígonos para chegar ao objetivo proposto; através do trabalho mental realizado para resolver equações do 2º grau, provar por contradição a existência dos números irracionais, definir o círculo e a circunferência, definir quadrado e seus elementos, triângulo e seus elementos e as noções primitivas (ponto e reta) e seus elementos; e, por fim, através do desafio de passar para a linguagem matemática o problema colocado pelo proprietário da casa.

Sob o eixo procedimental são consideradas as seguintes ações: ler, escrever, desenhar e calcular, utilizando, para isto, regras, técnicas e métodos, que exigem do aluno o uso de habilidades, formação de estratégias e a adoção de procedimentos. A ação de ler é um procedimento presente em todo o capítulo, onde se trabalha o parâmetro cognitivo, com poucas ações e logarítmico. O problema colocado pelo proprietário da casa ao técnico em edificações, onde se trabalha o parâmetro cognitivo, com poucas ações e heurísticamente, assim como as questões colocadas sobre geometria plana, requerem a ação de escrever. A atividade da construção geométrica do triângulo retângulo requer a ação de desenhar, a qual trabalha equilibradamente o aspecto motor e o cognitivo, sendo necessárias muitas poucas ações, dentro de um continuum algorítmico. A ação de calcular trabalha o parâmetro cognitivo, com poucas ações e algoritmicamente.

Neste capítulo, sob a ótica do eixo atitudinal, abrimos a possibilidade de, segundo o objetivo do professor, fosse possível trabalhar os seguintes valores: a solidariedade, pois um colega pode ajudar o outro no cumprimento de uma tarefa; e a responsabilidade, já que se espera que o aluno seja responsável o suficiente para estar presente a aula e cumprir as atividades. Como atitudes, em decorrência dos valores trabalhados, temos a cooperação com o grupo e os colegas e a participação nas tarefas. Entre as normas temos as que referentes à conduta em sala de aula. Este eixo, como se dá a perceber, fica muito a cargo do professor que vai aplicar o produto.

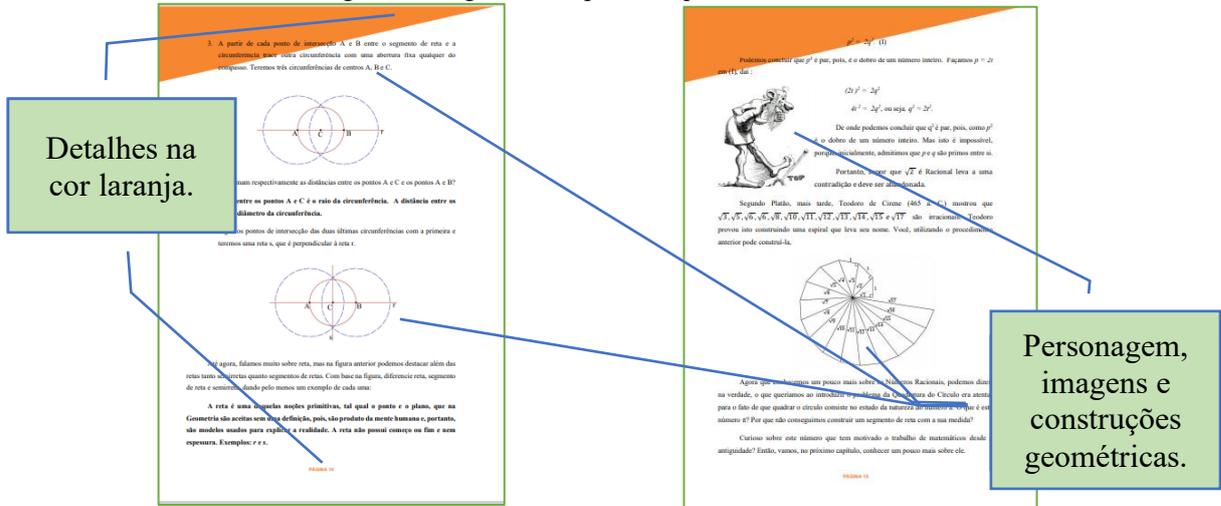
Sob eixo pedagógico, neste capítulo, seguimos as indicações de Kaplún (2002, 2003) de

estabelecer o um roteiro pedagógico. Neste caso, o roteiro traçado por nós foi o seguinte: a colocação do problema da quadratura do círculo para o fictício técnico em edificações, em que o proprietário de uma casa em construção pede para que uma piscina em formato circular seja redesenhada com o formato de um quadrado, sendo que este problema é colocado em linguagem informal e deve ser rescrito; a necessidade de que, para que seja feito o novo desenho da piscina, calcule-se o valor do lado da piscina quadrangular; a necessidade do cálculo da raiz quadrada de π para que se obtenha o valor da lateral da piscina quadrada; a constatação de que a quadratura do círculo é impossível, que, por sua vez, leva a constatação da existência dos números racionais; a prova da existência dos números racionais através de um método geométrico e de prova por contradição; a finalização, com a constatação de que existe o número π e, em seguida, para que os sujeitos se sintam motivados a prosseguir o roteiro pedagógico no próximo capítulo, o atijamento da curiosidade do aluno através de questionamentos sobre este número.

Seguimos a orientação de Kaplún (2002, 2003) de que o eixo pedagógico seja construído de modo a: contemplar as concepções dos alunos, sendo feito durante a construção geométrica do polígono, onde abrimos a possibilidade de se questioná-los sobre vários conceitos ligados á geometria plana; realizar o confronto de conceitos, colocado através da impossibilidade de se quadrar o círculo; introduzir as ideias de teóricos da área, o que é feito, em todo o capítulo, quando nos aproveitamos, para a sua construção dos conhecimentos gerados pelas dissertações; e, finalizando, realizar atividades que permitem com que os destinatários apliquem e se apropriem destes conceitos.

Por fim, neste capítulo, usando o eixo comunicacional, abrimos com uma imagem que nos lembram de que faremos uso dos instrumentos euclidianos, ou seja, o uso do compasso e da régua não graduada. O formato de diagramação escolhido, em que o título aparece em destaque, tem uma breve introdução escrita em duas colunas, que será mantida na abertura dos outros capítulos. Também fizemos uso de uma figura de um idoso enrolado numa toalha, em uma referência a Arquimedes que saiu da sua banheira. É uma tentativa de descontrair o leitor durante o percurso do texto, de cálculos e de desenhos. A comunicação com o destinatário também acontece através do texto explicativo seguido da construção geométrica que lhe é referente. Quanto à linguagem, respeitando a norma culta, procuramos ser o mais informal possível, de modo a ser um texto agradável à uma das faixas etárias a qual, também, é destinada o material. Ainda, para dar sentido de unidade, seguimos mantendo um triângulo alaranjado, cor da capa, em todas as páginas do material. Essa cor está presente, também, na fonte tipográfica que faz a enumeração das páginas, como mostra a Figura 9.

Figura 9 – Páginas do capítulo A quadratura do círculo.



Fonte: elaboração própria (2020).

Por fim, esclarecemos que, nesta seção, utilizamos o Canva apenas na página cinco, nas páginas restantes, ou seja, da página seis até a página 15 utilizamos o Word 2007, devido a impossibilidade de se colocar fórmulas matemáticas na versão por nós utilizada do Canva.

2.4.2.2 Saiba mais: Arquimedes

Figura 10 - Página introdutória da seção “Saiba Mais: Arquimedes”.



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Esta seção, que inicia como mostra a Figura 10, tem como intuito tanto levar cultura e informação, usando a história da matemática, quanto, entre um capítulo e outro, ofertar um momento de relaxamento. A seção não traz nenhuma atividade, pois queremos que o professor,

neste caso, utilize, se for o seu interesse, o texto para fomentar a discussão entre os alunos. O texto dá a possibilidade, dentro do que se propõe o Ensino Médio Integrado, a levantar perguntas, tais como, “naquela época a quem era destinada a escola?”, “quem construiu as invenções de Arquimedes?” e “como era dividida a sociedade daquela época?”, e fazer a relação entre como a humanidade produzia sua vida naquela época e como produz hoje. Ressaltamos, novamente, que não é nossa intenção colocar estes questionamentos no material, mas deixar em aberto, para que seja opção de cada docente. E se assim o for, pode trabalhar em articulação com outras disciplinas questões referentes à Sociologia, à Filosofia, à Química, à Física e às Artes, por exemplo. Na escrita deste capítulo, recorreremos ao referencial teórico da pesquisa, as dissertações e aos materiais auxiliares. Em seguida apresentamos o Quadro 6 que proporciona a descrição resumida deste capítulo.

Quadro 6 – Eixos temáticos orientadores na construção da seção “Saiba mais: Arquimedes.”

| EIXOS TEMÁTICOS ORIENTADORES | DESCRITORES | | |
|-------------------------------------|---|------------------|---|
| CONCEITUAL | O conteúdo | TIPOLOGIA | APRENDIZAGENS |
| | | Conceitual | <i>Fatos, acontecimentos, situações e dados relativos à topomínia da geografia e os acontecimentos, fatos e nomes de personagens históricos; conceitos relacionados à Matemática, à História e à Geografia.</i> |
| | | Procedimental | <i>Regras, técnicas e métodos para a leitura e discussão do texto; Ações: ler e discutir.</i> |
| PEDAGÓGICO | Introdução de passagens da biografia de Arquimedes. | | |
| COMUNICACIONAL | Uso de texto descritivo e de imagens retratando pinturas e gravuras. | | |

Fonte: Elaboração própria (2020) com base em Káplun (2002) e Zabala (1998).

Levamos em conta, para a elaboração do eixo conceitual, vários conteúdos factuais, tais como, fatos, acontecimentos, situações e dados relativos à biografia de Arquimedes, explicitados através da topomínia da geografia e os acontecimentos, fatos e nomes de personagens históricos.

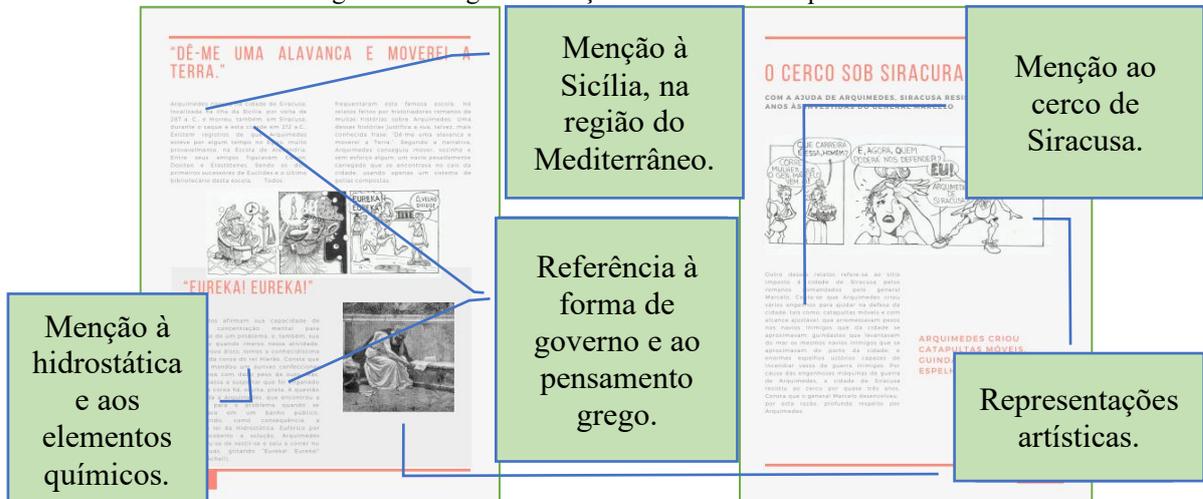
Nesta seção, sob o eixo procedimental é considerada a ação de ler. A ação de ler é um procedimento presente em todo o capítulo, que foi desenvolvido de modo a deixar a cargo do professor a quantidade de ações serem executadas para atingir o objetivo desejado com o texto. Por exemplo, se for apenas uma leitura informativa, os parâmetros envolvidos são cognitivo,

com poucas ações e no continuum algorítmico. Mas, caso a opção seja por trabalhar o texto em articulação com outros professores e professoras, há a possibilidade de se explorar várias combinações de todos os parâmetros, o que vai tornar a exploração deste eixo bastante rica.

Semelhante ao que acontece no eixo temático anteriormente discutido pode acontecer no eixo atitudinal, pois os valores, atitudes e normas a serem explorados vai de acordo com o intuito da direção tomada pelo professor ou professora em relação ao texto.

Sob o eixo pedagógico, se o direcionamento for de explorá-lo, o texto inicia com a data e local de nascimento de Arquimedes e sua formação intelectual; segue com três relatos sobre a sua biografia, a saber, quando moveu sozinho um navio carregado, o episódio com a coroa do rei Hierão e sua contribuição para a resistência da cidade de Siracusa às investidas romanas, durante o cerco imposto pelo general Marcelo. O texto é finalizado apresentando algumas das contribuições de Arquimedes para a Matemática e com o relato de sua morte. Conforme as propostas do Ensino Médio Integrado, desta forma através do texto, sejam possíveis: expor os entendimentos dos alunos e alunas sobre a produção de suas vidas; confrontar seus entendimentos com o de teóricos, através da introdução de conceitos utilizados por pensadores da área do conhecimento; e propor atividades que possibilitem a aplicação e apropriação destes conhecimentos. A articulação com outras disciplinas pode ser explorada neste capítulo. Para isto, pode-se contar com as seguintes disciplinas: História (a Grécia Antiga), Geografia (a Região do Mediterrâneo), Física (Hidrostática), Química (Elementos Químicos), Sociologia (Trabalho e Sociedade; Poder, Política e Estado), Filosofia (A Filosofia na História) e artes (Representações Artísticas: a pintura, história em quadrinhos e a gravura).

Figura 11 – Páginas da seção “Saiba Mais: Arquimedes”.

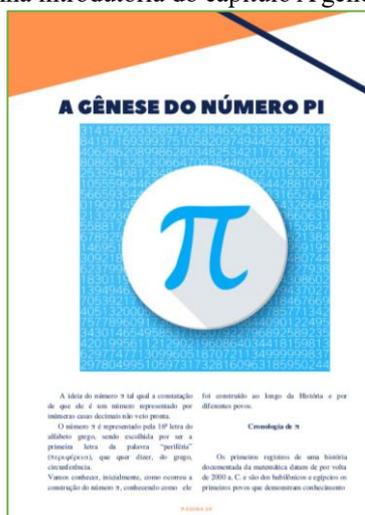


Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Obedecendo ao eixo comunicacional, como mostra a Figura 11, mantivemos as cores de tons alaranjados em alguns detalhes e em algumas fontes tipográficas. A diagramação usada nem toda a seção foram adaptadas totalmente do Canva, sendo utilizado em todas as seções “Saiba mais”. Usamos também, como recursos, imagens de obras clássicas, com a finalidade de proporcionar sua apreciação e um momento de fomentação da cultura; e tiras de quadrinhos retratando situações com o personagem Arquimedes, com o intuito de ser um momento de alívio e descontração entre os capítulos. Destacamos algumas frases atribuídas a Arquimedes. E, além do que, ainda continuamos imprimindo uma linguagem mais informal.

2.4.2.3 A gênese do número Pi

Figura 12 – Página introdutória do capítulo A gênese do número Pi.



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva(2020).

No segundo capítulo do material, que inicia com a imagem mostrada na Figura 12, retornamos o percurso indicado pelos questionamentos introduzidos ao final do primeiro capítulo. O objetivo deste capítulo é, sucintamente, mostrar como o conceito e o valor de π foram construídos ao longo do tempo e por povos diferentes. Neste capítulo, não temos nenhuma atividade, pois nossa proposta é de que seja um momento de exposição de cultura e informação e de fomentação, através do uso da história no ensino da matemática, de uma discussão quanto ao homem e a sociedade dentro da proposta do ensino integrado e conforme o objetivo de quem vai utilizá-lo em sala de aula. Apresentamos agora o Quadro 7 que proporciona a descrição resumida deste capítulo.

Quadro 7 – Eixos temáticos orientadores na construção do capítulo A gênese do número π .

| EIXOS TEMÁTICOS ORIENTADORES | DESCRITORES | | |
|-------------------------------------|---|------------------|---|
| CONCEITUAL | O conteúdo | TIPOLOGIA | APRENDIZAGENS |
| | | Conceitual | <i>Fatos, acontecimentos, situações, personagens, dados e fenômenos relativos à História, à Geografia e símbolos matemáticos; conceitos matemáticos ligados ao número π e conceitos relacionados à História e à Geografia.</i> |
| | | Procedimental | <i>Regras, técnicas e métodos para a leitura e discussão do texto; Ações: ler e discutir.</i> |
| Atitudinal | | | <i>Valores, atitudes e normas</i> |
| PEDAGÓGICO | Apresentação de como o conceito de π foi sendo construído até os dias de hoje | | |
| COMUNICACIONAL | Uso de texto descritivo e de imagens, de tiras de quadrinhos e de figuras geométricas | | |

Fonte: Elaboração própria (2020) com base em Káplun (2002) e Zabala (1998).

O eixo conceitual deste capítulo é farto em conteúdos factuais, haja vista que há a apresentação de vários fatos, acontecimentos, situações, dados e fenômenos relativos à Geografia e à História e à história de π , além, ainda, de alguns símbolos matemáticos. São colocados, neste capítulo, conceitos ligados à história e à geografia, e, claro, da própria matemática.

O olhar sobre o eixo procedimental fica a cargo do professor que vai decidir a quantidade de ações serem executadas para atingir o intuito desejado com o texto do capítulo. Isto é, se optar apenas por uma leitura informativa, temos a ação de ler, na qual os parâmetros envolvidos são cognitivo, com poucas ações e no continuum algorítmico. Mas, como anteriormente, na seção “Saiba mais: Arquimedes”, caso a opção seja por trabalhar o texto em articulação com docentes de outras disciplinas, como por exemplo, História e Geografia, existe a possibilidade de se combinar todos os parâmetros, o que vai tornar a experiência da exploração deste eixo bastante rica.

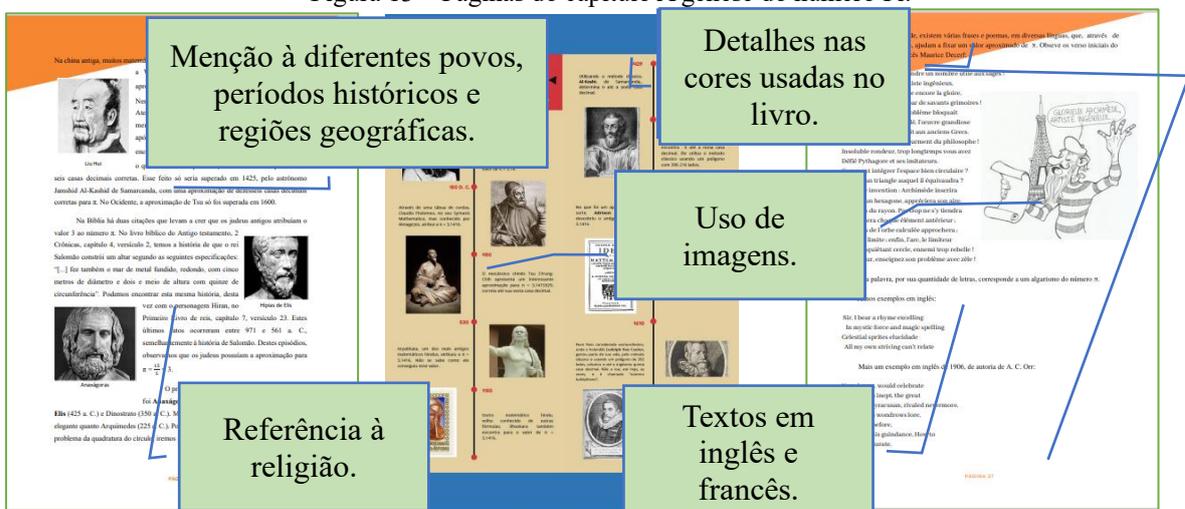
Da mesma maneira, pode acontecer no eixo atitudinal, conforme o direcionamento do professor ou da professora, pois os valores, atitudes e normas a serem explorados vão de acordo com o objetivo que se quer alcançar em relação ao texto. Mas, novamente, deixamos a possibilidade aberta, pois, na construção deste eixo, levamos em conta aspectos do uso pedagógico da história da matemática, isto é, através da disponibilização de cultura e

informação, previstos através do uso episódico da história da matemática; consideramos, também, aspectos da concepção do Ensino Médio Integrado, como por exemplo, o potencial de se trabalhar a articulação com outras disciplinas que o texto possui.

No desenvolvimento do eixo pedagógico, obedecemos a seguinte sequência: uma introdução com o porquê da escolha do símbolo π ; a relação dos povos antigos, tais como, babilônicos, egípcios, chineses e gregos com o π ; a referência ao número π na Bíblia; uma cronologia para π , iniciando com Arquimedes, em 240 a. C., e, finalizando com em 2019 d. C.; e, por fim, a apresentação de curiosidade, a saber: poemas e frases em francês, inglês, espanhol e português, que, em um processo de memorização mnemônico, ajudam a decorar valores aproximados de π . Mais uma vez, há a possibilidade de se trabalhar em conjunto com outras disciplinas, tais como, História (diferentes períodos da humanidade), Geografia (as diferentes regiões do globo terrestre), Sociologia (Religião), Filosofia (Religião) e artes (Representações Artísticas: a pintura, a gravura, a escultura e a charge), Informática (História dos Computadores), Línguas Estrangeiras (Inglês, Francês e Espanhol), Língua Portuguesa (Poema).

Seguimos a orientação de Kaplún (2002, 2003), sob a qual indica que o eixo pedagógico deve ser construído de modo a atingir os seguintes objetivos: contemplar as concepções dos alunos, possível através das informações contidas no texto; realizar o confronto de conceitos, através da exposição sobre o modo como os povos antigos produziam de suas vidas; e introduzir as ideias de teóricos da área, o que é feito, em todo o capítulo, quando trazemos, para a sua construção do texto, os conhecimentos gerados pelas dissertações.

Figura 13 – Páginas do capítulo A gênese do número Pi.

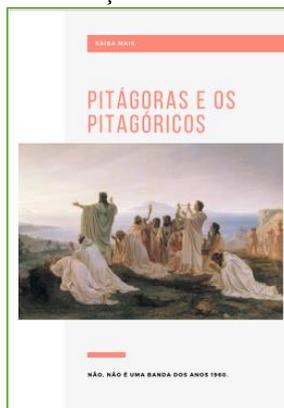


Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Para obedecer ao eixo comunicacional, como mostra a Figura 13, dentro do padrão de cor estabelecido desde a capa, temos o triângulo laranja na parte superior da página e a fonte tipográfica na cor laranja que enumera as páginas. A diagramação que inicia o capítulo “A quadratura do círculo” é mantida neste capítulo também, assim como nos subsequentes. Dentro do capítulo temos a seção Uma Breve História de Pi, único que destoa no padrão de cores adotado. Isto ocorreu tanto de maneira intencional, pois queríamos destacar esta seção dentro do capítulo, quanto por imposição do Canva, que dentre as propostas ofertadas, era esta a mais adequada ao nosso produto educacional. Aqui também, para dar um pouco de leveza e descontração ao texto, utilizamos recursos como imagens de pinturas, fotos e gravuras, charges e um texto mais informal. Finalizamos com um convite em tom de desafio para continuarmos o percurso proposto pelo material. Para finalizar, ressaltamos que, novamente apelamos para a utilização do Canva na página vinte e das páginas vinte e quatro à página vinte e oito. Da página vinte e um até a vinte e três foi utilizado o Word 2007.

2.4.2.4 Saiba mais: Pitágoras e os Pitagóricos

Figura 14 - Página introdutória da seção “Saiba Mais: Pitágoras e os Pitagóricos”.



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Novamente procuramos, com a seção “Saiba mais”, tanto levar cultura e informação usando a história da matemática, quanto, ofertar um momento de descontração e alívio entre um capítulo e outro. A seção, iniciada com a imagem mostrada na Figura 14, outra vez, não traz atividades, pois queremos que o professor utilize o texto para fomentar a discussão entre os alunos. Trazemos em seguida o Quadro 8 que proporciona a descrição sintética deste capítulo.

Quadro 8 – Eixos temáticos orientadores na construção da seção “Saiba mais: Pitágoras e os Pitagóricos”.

| EIXOS TEMÁTICOS ORIENTADORES | DESCRITORES | | |
|-------------------------------------|--|------------------|--|
| CONCEITUAL | O conteúdo | TIPOLOGIA | APRENDIZAGENS |
| | | Conceitual | <i>Fatos, acontecimentos, situações e dados relativos à topomínia da geografia e aos acontecimentos, fatos e nomes de personagens históricos, símbolos matemáticos; conceitos relacionados à Matemática, à História e à Geografia.</i> |
| | | Procedimental | <i>Regras, técnicas e métodos para a leitura e discussão do texto; Ações: ler e discutir.</i> |
| | | Atitudinal | <i>Valores, atitudes e normas.</i> |
| PEDAGÓGICO | Introdução de passagens da biografia de Pitágoras e dos Pitagóricos | | |
| COMUNICACIONAL | Uso de texto descritivo e de imagens. | | |

Fonte: Elaboração própria (2020) com base em Káplun (2002) e Zabala (1998).

No eixo conceitual ao consideramos vários conteúdos factuais, tais como, símbolos matemáticos fatos, acontecimentos, situações e dados relativos à biografia de Pitágoras, destacamos a topomínia da geografia e os acontecimentos, fatos e nomes de personagens históricos. Dentro da seção temos a demonstração do Teorema de Pitágoras, que, conforme Eves (2004), teria sido a maneira utilizada pelo próprio Pitágoras.

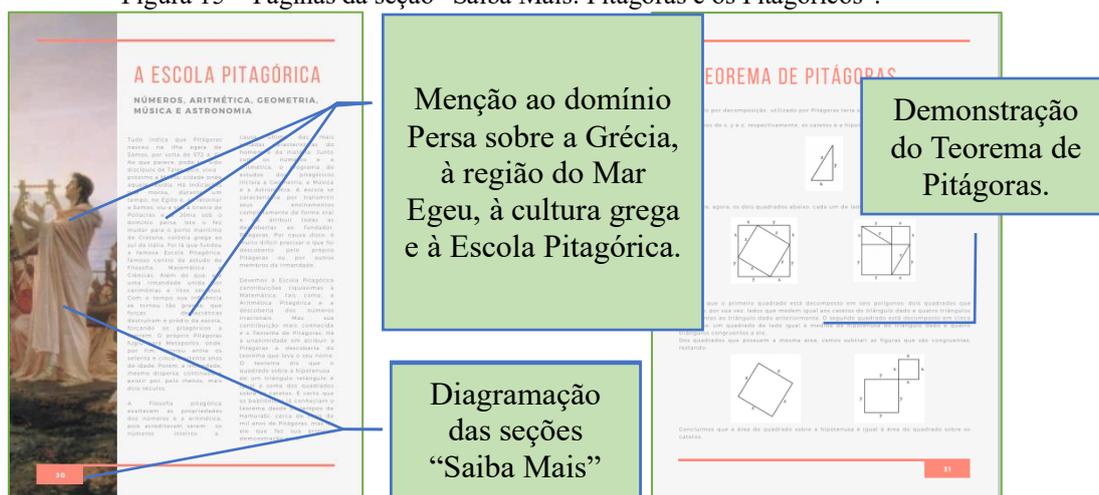
No eixo procedimental temos as ações de ler e observar, novamente, é deixada a cargo do professor a quantidade de ações a serem executadas conforme o objetivo desejado com o texto. Para o caso de se querer fazer apenas uma leitura informativa e observar a demonstração do Teorema de Pitágoras, os parâmetros envolvidos são: cognitivo, com poucas ações e no continuum algorítmico. Mas, caso a opção seja por trabalhar o texto em articulação com outros professores e professoras, oferecemos a possibilidade de se explorar várias combinações de todos os parâmetros. A demonstração do teorema de Pitágoras se coloca como uma atividade motora e cognitiva, com poucas ações e no continuum algorítmico.

No eixo atitudinal, igualmente ao que acontece no eixo temático anterior, os valores, atitudes e normas a serem explorados vai de acordo com o objetivo almejado pelo professor em relação ao texto. Mas dentro da concepção do Ensino Médio Integrado, em que se prevê uma formação mais humanista,

Na construção do eixo pedagógico, seguimos o seguinte itinerário: a apresentação da

data e local de nascimento de Pitágoras, a sua formação intelectual, a apresentação dos Pitagóricos e da sua filosofia, as contribuições de Pitágoras e dos Pitagóricos para a matemática e, finalizando, uma demonstração do Teorema de Pitágoras. Outra vez, as possibilidades vão girar em torno da direção que se tome com o texto. Optando-se apenas pela leitura, sem nenhuma discussão, o texto cumpre bem este papel, já que indica se tratar de uma nota biográfica. Mas, se o direcionamento seguir as propostas do Ensino Médio Integrado na exploração do texto, são possíveis: expor os entendimentos dos alunos e alunas sobre a produção de suas vidas; e confrontar seus entendimentos com o de teóricos da área. Para isto, pode-se contar com as disciplinas, por exemplo, de História (a Grécia Antiga), Geografia (o Mar Egeu), Sociologia (Cultura), Filosofia (Filosofia Antiga) e artes (Representações Artísticas: as pinturas).

Figura 15 – Páginas da seção “Saiba Mais: Pitágoras e os Pitagóricos”.



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Mantivemos as cores de tons alaranjados, mostrada na Figura 15, em alguns detalhes e em algumas fontes tipográficas, obedecendo ao eixo comunicacional e a diagramação usada nem toda a seção “Saiba mais”, conforme adaptadas totalmente do Canva. Usamos também, como recurso uma imagem de pintura, no intuito de causar a sua apreciação, ocasionando um momento de cultura. Além do que, ainda continuamos imprimindo uma linguagem mais informal ao texto, prevendo a sua leitura pelos adolescentes que compõem parte do seu público alvo.

2.4.2.5 Para refletir!

Figura 16 – Páginas da seção Para refletir!



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Nesta seção, mostrada na Figura 16, trazemos 10 questionamentos, dentro do que se propõe o ensino integrado, de refletir de forma crítica sobre o homem e a sociedade. São questões sobre: o colonialismo cultural, o avanço da ciência e a desigualdade social, a dualidade do sistema educacional, o machismo, a relação entre a ciência e o subdesenvolvimento de alguns países, a construção do conhecimento, a desvinculação entre a escola e o trabalho, a importância do indivíduo na história, o conservadorismo e o racismo. A seção finaliza com um poema de Bertolt Brecht intitulado “Perguntas de um trabalhador que lê”.

Destacamos que esta seção possui o intuito de demonstrar, para aqueles que se proporem a realizá-la, que a discussão sobre questões sociais pode ser levantada a partir do uso de textos sobre a história da matemática. No Quadro 9 trazemos um resumo do capítulo.

Para a construção do eixo conceitual desta seção, dispomos alguns conceitos relacionados a temas sociais, os quais podem ter sua aprendizagem verificada, pelo menos, por dois modos: através das respostas dadas aos questionamentos, as quais necessitam de uma atividade mental para tal; e através da verificação de que houve atribuição de novos significados e funcionalidades para estes conceitos. Também através das respostas dadas.

No eixo procedimental, observamos que não são tantas as ações ordenadas para se alcançar o objetivo, ou seja, discutir a sociedade e o papel do indivíduo nela. Nessa, ações, escrever e/ou falar, predominam os seguintes parâmetros: cognitivo, com poucas ações e heurístico. Como forma de avaliar se os procedimentos exigidos foram completados, temos como possibilidade: o oferecimento de resposta a todas as perguntas, a reflexão sobre a própria atividade e, o que denota do professor uma observação em longo prazo da turma, se houve a

aplicação, em outros momentos de sala de aula, das conclusões relativas aos conceitos discutidos.

Quadro 9 – Eixos temáticos orientadores na construção da seção “Para refletir!”.

| EIXOS TEMÁTICOS ORIENTADORES | DESCRITORES | | |
|------------------------------|---|---------------|---|
| CONCEITUAL | O conteúdo | TIPOLOGIA | APRENDIZAGENS |
| | | Conceitual | <i>Fatos, acontecimentos, situações e dados relativos à toponímia da geografia e os acontecimentos, fatos e nomes de personagens históricos; conceitos relacionados à Matemática, à História, à Sociologia e à Geografia.</i> |
| | | Procedimental | <i>Regras, técnicas e métodos para a leitura e discussão do texto; Ações: ler e discutir.</i> |
| | | Atitudinal | <i>Valores, atitudes e normas.</i> |
| PEDAGÓGICO | Problematização, confronto de ideias, introdução de conceitos e atividades para a apropriação dos conceitos. | | |
| COMUNICACIONAL | Uso de texto. | | |

Fonte: Elaboração própria (2020) com base em Káplun (2002) e Zabala (1998).

O eixo atitudinal possibilita ao professor que queira trabalhá-lo, serem valorizados valores como solidariedade, respeito, empatia e tolerância. Como atitudes possíveis de serem trabalhadas temos a cooperação com o grupo, a ajuda aos colegas e a realização e participação na tarefa. Entre as normas a serem obedecidas estão: as normas de debate, isto é, aquelas estabelecidas caso se queira fazer a discussão das perguntas em grupo; e as normas de comportamento individual frente ao grupo, caso se opte por respostas desenvolvidas individualmente.

Sob a ótica do eixo pedagógico, indicamos que a sequência em que as perguntas são enumeradas não segue nenhuma ordem, surgindo conforme líamos e relíamos o texto do produto educacional durante sua elaboração. O importante nesta seção é que ela torna possível observar que concepções os sujeitos tem dos temas abordados; fazer o confronto destas concepções com o que dizem outros alunos e, principalmente, autores reconhecidos da área abordada; e, através da atividade, fazer com que sejam apropriados os conceitos discutidos.

No eixo comunicacional, continuamos por impor detalhes na cor laranja e resolvemos por uma fonte tipográfica para o título com aparência cursiva e, para o corpo do texto, uma

fonte de forma mais arredondada. Esta direção foi tomada com o objetivo de balancear o formal e o informal. Apelamos também para a citação do poema de Bertolt Brecht, intitulado Perguntas de um trabalhador que lê, pois além de proporcionar sua apreciação, se propõe a criticar a pouca importância que damos ao trabalhador que executa aquele trabalho dito mais simples. Esta seção foi feita totalmente com o uso do Canva.

2.4.2.6 O Método Clássico de Arquimedes

Figura 17 – Página introdutória do capítulo O Método Clássico de Arquimedes.



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Neste capítulo que inicia com a imagem mostrada na Figura 17, usando o desenho geométrico, seguimos a sequência do Método Clássico de Arquimedes, no qual construindo polígonos inscritos e circunscritos em uma circunferência, encontramos um valor aproximado para π .

Analisando o capítulo sob o eixo conceitual, podemos ver o uso de conteúdos factuais tanto como na citação do nome de Arquimedes quanto sob a forma principal de símbolos matemáticos e geométricos que possibilitam o trabalho com os seguintes conceitos: circunferência e círculo e seus elementos, ponto, reta e seus elementos, triângulo (elementos e classificação), ângulo, polígono regular, área, perímetro e equação. Como princípio, temos do desenho geométrico para o desenho de polígonos e da resolução de equações. A avaliação da aplicação destes conceitos e princípios pode ocorrer através da demonstração construção de polígonos, atividade experimental em que o aluno utilizando as técnicas do desenho geométrico constrói polígonos inscritos e circunscritos em circunferências para chegar ao objetivo proposto; através do trabalho mental realizado para resolver equações do 2º grau; responder aos

questionamentos feitos durante a construção das figuras geométricas; e, por fim, através do uso da calculadora para determinar valores que serão usados no preenchimento de uma tabela.

Trazemos aqui o Quadro 10 para mostrar quais os nossos objetivos como o capítulo:

Quadro 10 – Eixos temáticos orientadores na construção do capítulo O Método Clássico de Arquimedes.

| EIXOS TEMÁTICOS ORIENTADORES | DESCRITORES | | |
|-------------------------------------|---|------------------|---|
| CONCEITUAL | O conteúdo | TIPOLOGIA | APRENDIZAGENS |
| | | Conceitual | <i>Símbolos matemáticos e geométricos e personagens históricos; conceitos matemáticos; princípio de resolução de equações e princípio do desenho geométrico para o desenho de polígonos</i> |
| | | Procedimental | <i>Regras, técnicas e métodos para resolução de equações do 2º grau, desenho de polígonos e da prova por contradição; ler, escrever e desenhar.</i> |
| | | Atitudinal | <i>Valores, atitudes e normas</i> |
| PEDAGÓGICO | Introdução e apresentação do Método de Arquimedes para determinar um valor aproximado de π. | | |
| COMUNICACIONAL | Uso de texto descritivo, de tabela e de figuras geométricas | | |

Fonte: Elaboração própria (2020) com base em Káplun (2002) e Zabala (1998).

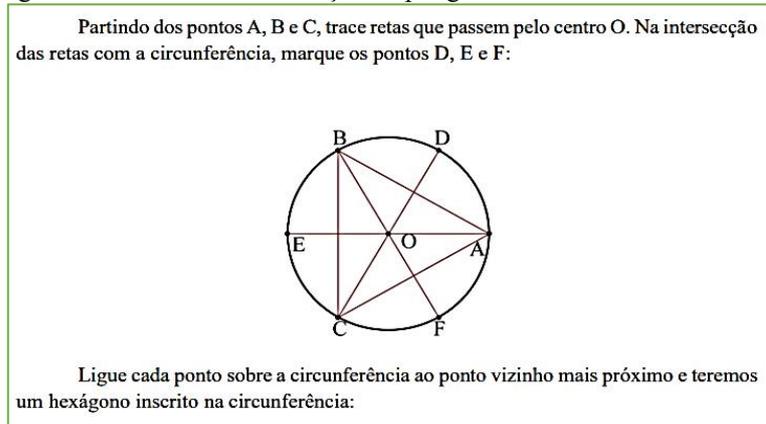
Sob o eixo procedimental, este capítulo prevê que as principais ações ordenadas são desenhar, escrever, calcular e observar. Ações como observar a construção das figuras geométricas, calcular e escrever as respostas para os questionamentos apelam para o equilíbrio entre os parâmetros cognitivo e motor, com poucas ações e em um continuum algorítmico. Mas, para a ação de desenhar as figuras geométricas, é necessário mobilizar o parâmetro motor, com muitas ações e dentro do continuum logarítmico, haja vista a especificidade da atividade. A avaliação do êxito da aprendizagem sobre a ótica deste eixo ocorre ao final dele através da verificação da realização de todas as ações dos procedimentos.

O eixo atitudinal neste capítulo abre espaço ao aplicador do material para decidir quais valores, atitudes e normas se quer trabalhar. Porém, adiantamos que valores como a solidariedade, por exemplo, destacada na ajuda aos aqueles colegas que sintam uma possível dificuldade no desenvolvimento da atividade, pode ser trabalhada. Da mesma forma, podem ser trabalhadas a aprendizagem de atitudes como a cooperação com o grupo e a realização da

atividade. As normas que deverão ser seguidas especificamente para esta atividade, caso seja necessário o estabelecimento delas, voltamos a dizer, fica a cargo do professor.

Por sua vez, sob o eixo pedagógico, nossa escolha foi por fazer na primeira página do capítulo uma breve introdução sobre de que ele se trata. Feita a introdução, dá-se início ao método propriamente dito, dividido em duas etapas de construções. A primeira etapa inicia com a construção de uma circunferência e nela um triângulo. O que se segue, como mostra a Figura 18, é a transformação do triângulo em um hexágono e do hexágono em um dodecágono.

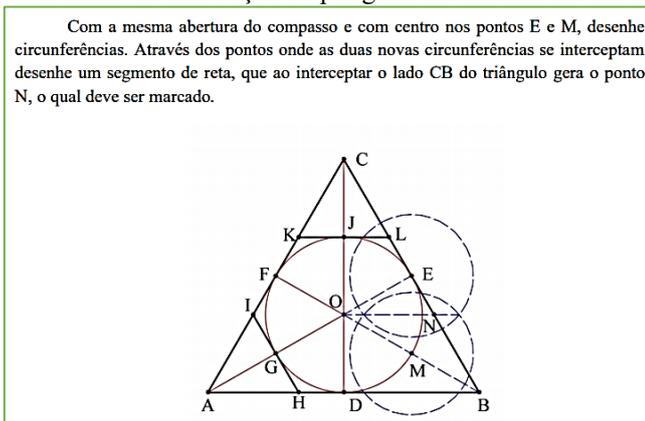
Figura 18 – Detalhe da construção do polígono inscrito na circunferência.



Fonte: Elaboração própria (2020).

Neste ponto da construção, resolvemos por parar o desenvolvimento do método e apenas indicar aos alunos que Arquimedes prosseguiu até um polígono de 96 lados. Entendemos que a continuação do método, além de trabalhosa e dispendiosa de tempo, é desnecessária para o momento da sala de aula. Ao final desta etapa, o aluno fazendo uso da figura que foi construída e de conhecimentos trigonométricos, chega a uma fórmula para o cálculo do perímetro do polígono inscrito. A segunda etapa tem início com a construção de um segmento de reta, passando para a construção de um triângulo circunscrito em uma circunferência, como mostra a Figura 19.

Figura 19 – Detalhe da construção do polígono circunscrito na circunferência.



Fonte: Elaboração própria (2020).

Da mesma forma, este triângulo vai sendo transformado em um hexágono, figura na qual resolvemos parar, pelos mesmos motivos apresentados para parar a construção anterior. Ao final da segunda etapa, novamente o aluno deve fazer uso da figura que agora foi construída e de conhecimentos trigonométricos para chegar à fórmula para calcular o perímetro do polígono circunscrito. Chegando à parte final do capítulo, temos uma tabela que deve ser preenchida usando as duas fórmulas para cálculo do perímetro dos polígonos. Com a tabela preenchido, chegasse a uma aproximação para o valor de π . Para que isto ocorra, é demonstrado que o valor do perímetro da circunferência se encontra entre o valor do perímetro do polígono nela inscrito e do perímetro do polígono a ela circunscrito. Por fim, destacamos que a cada avanço da construção geométrica, quando achamos pertinente, é feito um questionamento relativo à geometria plana com base na figura formada.

Desta forma, neste capítulo, o material aproveita a concepção que os sujeitos têm sobre conceitos da geometria plana, da trigonometria, do Teorema de Pitágoras e do desenho geométrico para introduzir o Método Clássico de Arquimedes e confrontar a ideia de que um conteúdo factual, o valor do número π , já veio pronto. Para que isto ocorra, este capítulo é uma extensa atividade em que o aluno aplica seus conhecimentos ao mesmo tempo em que se apropria de outros podem lhe ser novos.

Neste momento, é colocada a seção mais curta, que inicia com a imagem mostrada na Figura 21. O Quadro 11 que proporciona a descrição deste capítulo.

Quadro 11 – Eixos temáticos orientadores na construção da seção “Saiba mais: Trigonometria”.

| EIXOS TEMÁTICOS ORIENTADORES | DESCRITORES | | |
|-------------------------------------|--|------------------|--|
| CONCEITUAL | O conteúdo | TIPOLOGIA | APRENDIZAGENS |
| | | Conceitual | <i>Fatos, acontecimentos, situações e dados e nomes de personagens históricos e da toponímia da geografia; conceitos relacionados à Matemática e à História.</i> |
| | | Procedimental | <i>Regras, técnicas e métodos para a leitura e discussão do texto; Ações: ler e discutir.</i> |
| | | Atitudinal | <i>Valores, atitudes e normas.</i> |
| PEDAGÓGICO | Introdução de passagens históricas para descrever a origem dos nomes das razões trigonométricas mais conhecidas | | |
| COMUNICACIONAL | Uso de texto descritivo e de imagens. | | |

Fonte: Elaboração própria (2020) com base em Káplun (2002) e Zabala (1998).

Para a construção eixo conceitual ao consideramos vários conteúdos factuais, tais como, fatos, acontecimentos, situações e dados históricos e geográficos, relativos à origem dos nomes das razões trigonométricas mais conhecidas. Embora, alguns conceitos sejam apresentados, não são discutidos ou exercitados, preferimos deixar esta decisão a cargo do docente.

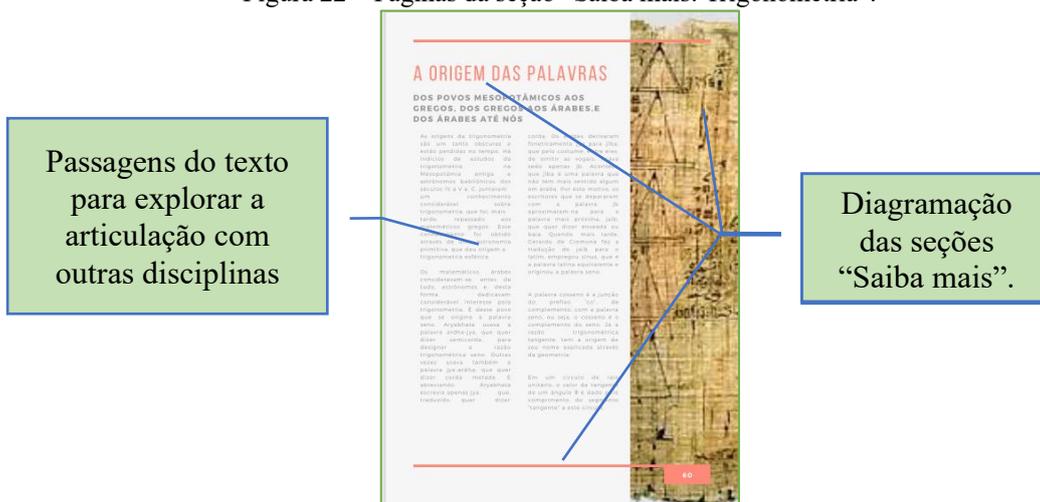
No eixo procedimental, novamente, a ação é de ler e, possivelmente discutir. Para o caso de se querer fazer apenas uma leitura informativa, os parâmetros envolvidos são: cognitivo, com poucas ações e no continuum algorítmico. A demonstração do teorema de Pitágoras se coloca como uma atividade motora e cognitiva, com poucas ações e no continuum algorítmico.

No eixo atitudinal, igualmente ao que acontece no eixo temático anterior, os valores, atitudes e normas a serem explorados seguem de acordo com o objetivo e o direcionamento tomado pelo professor ou professora em relação ao texto.

No eixo pedagógico, optando-se apenas pela leitura do texto, sem nenhuma discussão, vemos o texto cumprir bem este papel, já que indica se tratar de uma nota informativa e segue a seguinte ordem de apresentação: o caráter obscuro da origem do nome “seno”, o percurso linguístico que a palavra percorreu, desde o árabe até o latim, e, finalizando, os porquês das respectivas razões trigonométricas serem nomeadas por “cosseno” e “tangente”. Porém, se seguir as propostas do Ensino Médio Integrado na exploração do texto, é possível, trabalhando

ou não a articulação com outras disciplinas: expor os entendimentos dos alunos e alunas sobre a produção de suas vidas; confrontar seus entendimentos com o de teóricos da área, através da introdução de conceitos utilizados por estes pensadores; e a aplicar e a fazer a apropriação destes conhecimentos através da realização de atividades. Em articulação com outras disciplinas, há a possibilidade de se trabalhar com História (Povos da Antiguidade), Geografia (Norte da África e Ásia Ocidental), Filosofia (Desenvolvimento da Ciência) e Sociologia (Trocas culturais).

Figura 22 – Páginas da seção “Saiba mais: Trigonometria”.

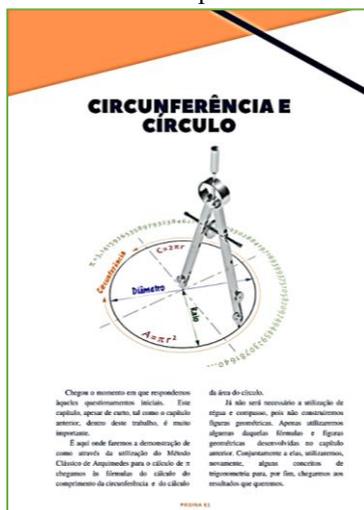


Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Como mostrado na Figura 22, são mantidas as cores de tons alaranjados em alguns detalhes e em algumas fontes tipográficas, obedecendo ao eixo comunicacional na diagramação usada em todas as seções “Saiba mais”, conforme adaptadas totalmente do Canva. Usamos também, como recurso, imagens. Além do que, ainda continuamos imprimindo uma linguagem mais informal ao texto, usando uma forma mais simples ao expressar o texto.

2.4.2.8 Circunferência e círculo

Figura 23 – Página introdutória do capítulo “Circunferência e círculo”.



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Aberto com a imagem mostrada na Figura 23, no último capítulo do material são feitas as demonstrações das fórmulas do comprimento da circunferência e da área do círculo. É um capítulo no qual o aluno tem poucas atividades a realizar, sendo mais curto que o anterior. Lembramos aqui também, que recorreremos para a escrita deste capítulo ao referencial teórico da pesquisa, as dissertações e aos materiais auxiliares.

Na construção do eixo conceitual, podemos perceber o uso de conteúdos factuais sob a forma principal de símbolos matemáticos, pois, casualmente é citado o nome de Arquimedes. Para a sua construção elencamos os seguintes conceitos: circunferência e círculo e seus elementos, ponto, reta e seus elementos, triângulo (elementos e classificação), ângulo, polígono regular, área, perímetro e equação. Novamente temos o princípio de resolução de equações. A avaliação da aplicação destes conceitos e princípios pode ocorrer através do trabalho mental realizado para seguir a sequência de demonstrações que envolvem a resolução de equações do 2º grau; responder aos questionamentos feitos durante a construção das figuras geométricas; e, por fim, através do uso da calculadora para determinar valores que serão usados no preenchimento de uma tabela.

Na sequência, trazemos o Quadro 12 que proporciona a descrição sintética deste capítulo.

Quadro 12 – Eixos temáticos orientadores na construção do capítulo “Circunferência e círculo”.

| EIXOS TEMÁTICOS ORIENTADORES | DESCRITORES | | |
|-------------------------------------|---|---------------|--|
| CONCEITUAL | O conteúdo | TIPOLOGIA | APRENDIZAGENS |
| | | Conceitual | Símbolos matemáticos e geométricos e personagens históricos; conceitos matemáticos; princípio de resolução de equações. |
| | | Procedimental | Regras, técnicas e métodos para resolução de equações do 2º grau, desenho de polígonos e da prova por contradição; ler, escrever e calcular. |
| | | Atitudinal | Valores, atitudes e normas |
| PEDAGÓGICO | Utilização do Método de Arquimedes para determinar a fórmula do comprimento da circunferência e da área do círculo | | |
| COMUNICACIONAL | Uso de texto descritivo de uma tabela e de figuras geométricas | | |

Fonte: Elaboração própria (2020) com base em Káplun (2002) e Zabala (1998).

Sob o eixo procedimental, foram colocadas sequências de ações, tais como, ler, escrever e observar, que apelam para o parâmetro cognitivo, pois se requer o raciocínio para responder aos questionamentos e para seguir o desenvolvimento da demonstração e preenchimento de mais uma tabela. Neste caso, atividades que requerem poucas ações e estão em continuum logarítmico de ordenamento da sequência de execução. A avaliação do êxito da aprendizagem sobre a ótica deste eixo pode ocorrer ao final dele, como no capítulo anterior, através da verificação da realização de todas as ações dos procedimentos.

O eixo atitudinal neste capítulo abre espaço, novamente, ao aplicador do material para decidir quais valores, atitudes e normas quer que sejam trabalhadas. Porém, adiantamos que valores como a solidariedade, atitudes como a cooperação com o grupo e a realização da atividade, tem a possibilidade de serem trabalhadas. Voltamos a dizer que fica a cargo do professor as normas que deverão ser seguidas especificamente para esta atividade, caso seja necessário o estabelecimento delas.

Por sua vez, sob o eixo pedagógico, optamos por fazer novamente na primeira página do capítulo uma breve introdução sobre de que ele se trata. Daí segue-se para a demonstração da fórmula do perímetro da circunferência, onde são recuperados resultados obtidos no capítulo

anterior e, em um exercício de imaginação, é demonstrada a fórmula citada. A etapa seguinte é a de demonstrar a fórmula da área do círculo, seguindo a sequência: recuperação de resultados da etapa anterior, sobre os quais, são usados de conhecimentos trigonométricos, para construirmos uma tabela, que, por fim, auxilia na demonstração da fórmula agora em questão. O último capítulo finaliza com a conclusão onde, resumidamente, são lembrados o percurso seguido até este momento e as questões colocadas na introdução, com suas respectivas respostas. Desta forma, neste capítulo, o material aproveita a concepção que os sujeitos têm sobre conceitos da geometria plana, da trigonometria e do Teorema de Pitágoras para, pela introdução do Método Clássico de Arquimedes, confrontar a ideia de que um conteúdo factual, as referidas fórmulas já são obtidas prontas. Assim, este capítulo é uma extensa demonstração em que o aluno aplica seus conhecimentos ao mesmo tempo em que se apropria de outros que podem lhe ser novos.

Figura 24 – Páginas do capítulo “Circunferência e círculo”.

Checke que a área dos ângulos de triângulo KOF é um sétimo de triângulo LOF.

Portanto:

$$\text{sen } \left(\frac{\pi}{n} \right) = \frac{a}{r}$$

Daí,

$$a = r \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi}{n} \right)$$

Lembrando que a área do triângulo KOF é dada por $A = \frac{a \cdot r}{2}$, temos:

$$A = r \cdot r \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi}{n} \right) / 2$$

Logo, sendo A_n a área do polígono formado pela soma dos n triângulos,

PROBLEMA

| Nº de lados do polígono (n) | s | a | A | A |
|-----------------------------|---|---|---|---|
| 3 | | | | |
| 4 | | | | |
| 12 | | | | |
| 24 | | | | |
| 48 | | | | |
| 96 | | | | |
| 192 | | | | |
| 384 | | | | |
| 768 | | | | |
| 1536 | | | | |

Classifique a tabela completa, que relate: podemos estabelecer links dos polígonos e os espaços (1) e (2)?

Checke que:

$$\frac{1}{2} \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi}{n} \right) \cdot r^2 = A = n \cdot \frac{a \cdot r}{2}$$

Portanto, através de convergência, $s = \frac{1}{2} \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi}{n} \right) \cdot n$, sendo, $s = n \cdot \frac{a}{2}$ $\frac{1}{2} \cdot \text{sen} \left(\frac{\pi}{n} \right) \cdot r^2 = A_n$.

PROBLEMA

Construções geométricas e uma tabela.

Detalhes em tons da cor laranja.

Fonte: Elaboração própria (2020).

Dentro do eixo comunicacional, observamos, conforme a Figura 24, que a diagramação deste capítulo segue a mesma diagramação usada nos capítulos anteriores, isto é, iniciando com uma imagem que faz referência ao que vai ser discutido neste capítulo e utilizando, do mesmo modo, os detalhes do triângulo laranja na parte superior das páginas e da fonte tipográfica que faz a enumeração das páginas na cor laranja. Para tornar a comunicação com o destinatário da mensagem, novamente, usamos de figuras geométricas e de uma tabela. Da mesma forma que no capítulo anterior, o Canva foi usado apenas na página de abertura do capítulo, e as demais sendo escritas no Word 2007.

2.4.2.9 Um pouco de história: Povos da antiguidade

Figura 25 - Página introdutória da seção “Um pouco de história: Povos da antiguidade”.



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Como está indicado no subtítulo da seção, que inicia com a imagem mostrada na Figura 25, o objetivo aqui é de fazer um breve relato da relação entre os povos da antiguidade e a matemática. Desta forma, o relato inicia com as comunidades primitivas, segue com os povos que viveram na Mesopotâmia, no Egito, na Grécia e na China, destacando traços da sua história e das suas contribuições para o desenvolvimento da Matemática. Antes de trazermos, a sequência, um quadro que proporciona a descrição sintética deste capítulo. Recordamos, que recorreremos para a escrita deste capítulo ao referencial teórico da pesquisa, as dissertações e aos materiais auxiliares.

No eixo conceitual, nesta seção, consideramos, como mostra o Quadro 13, alguns conteúdos factuais, tais como, fatos, acontecimentos, situações, dados e nomes de personagens relacionados à História e à Geografia, relativos aos povos visitados. Da mesma forma que em seções anteriores, embora alguns conceitos relacionados à Matemática, à História, à Sociologia e à Geografia sejam apresentados, não são discutidos ou exercitados, por preferirmos deixar esta decisão a cargo do docente.

No eixo procedimental, novamente, a ação é de ler. Para o caso de que a opção seja por trabalhar o texto em articulação com outros professores, nós vemos a possibilidade de se explorar várias combinações de todos os parâmetros. Porém, caso de se querer fazer apenas uma leitura informativa, os parâmetros envolvidos são: cognitivo, com poucas ações e no continuum algorítmico.

No eixo atitudinal, igualmente ao que acontece no eixo temático anterior, conforme o objetivo do direcionamento tomado pelo professor ou professora em relação ao texto define-se

quais os valores, as atitudes e as normas a serem explorados.

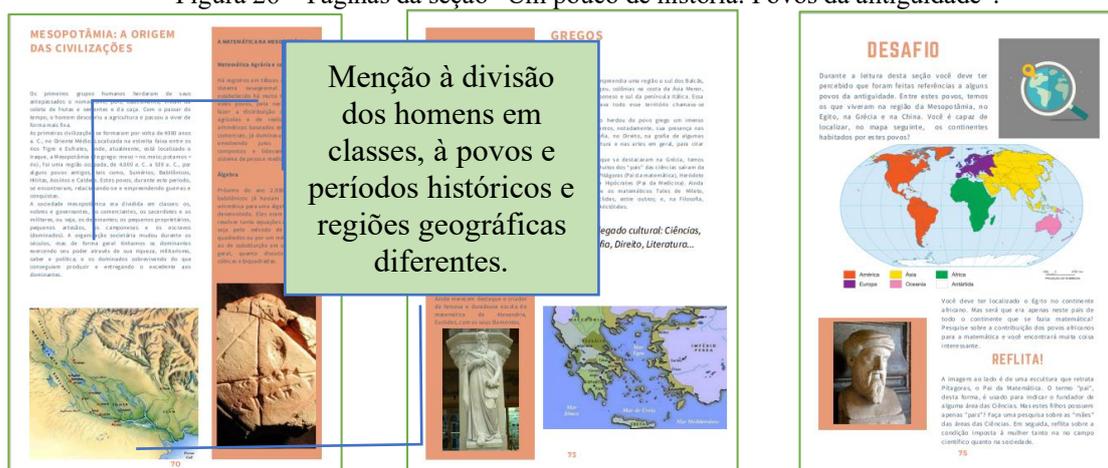
Quadro 13 – Eixos temáticos orientadores na construção da seção “Um pouco de história: Povos da antiguidade”.

| EIXOS TEMÁTICOS ORIENTADORES | DESCRITORES | | |
|------------------------------|---|---------------|---|
| CONCEITUAL | O conteúdo | TIPOLOGIA | APRENDIZAGENS |
| | | Conceitual | <i>Fatos, acontecimentos, situações e dados relativos à toponímia da geografia e os acontecimentos, fatos e nomes de personagens históricos; conceitos relacionados à Matemática, à História, à Sociologia e à Geografia.</i> |
| | | Procedimental | <i>Regras, técnicas e métodos para a leitura e discussão do texto; Ações: ler e discutir.</i> |
| | | Atitudinal | <i>Valores, atitudes e normas.</i> |
| PEDAGÓGICO | Problematização, confronto de ideias, introdução de conceitos e atividades para a apropriação dos conceitos. | | |
| COMUNICACIONAL | Uso de texto descritivo e de imagens. | | |

Fonte: Elaboração própria (2020) com base em Káplun (2002) e Zabala (1998).

A construção do eixo pedagógico, conforme o Quadro 12, seguiu o itinerário de: introdução do texto descrevendo como se caracterizavam as comunidades primitivas, apresentação dos povos antigos, delimitação do período cronológico em que viveram, descrição de como produziam suas vidas e, por fim, as contribuições de cada um deles para a Matemática. Os povos antigos visitados são: na Mesopotâmia: os sumérios e os babilônicos; os egípcios; os gregos; e os chineses. No eixo pedagógico, também fica a cargo do docente fazer a escolha de como explorar o texto. Ao escolher apenas, sem nenhuma discussão, pela leitura do texto, vemos o texto cumprir bem esta função, já que indica se tratar de um texto informativo. Porém, se seguir as propostas colocadas para o Ensino Médio Integrado na exploração do texto, é possível trabalhar em articulação com outras disciplinas, de modo a: explorar os entendimentos dos alunos e alunas de como estes produzem suas vidas; através da introdução de conceitos utilizados por estes pensadores, confrontar seus entendimentos com o de teóricos da área; fazer, por fim, a aplicação e a apropriação destes conhecimentos através da realização de atividades. Novamente, pode-se trabalhar com as disciplinas, por exemplo, de História (a Antiguidade), Geografia (Aspectos físicos das regiões onde viveram estes povos), Sociologia (Escravidão e servidão), Filosofia (Filosofia na História) e artes (Representações Artísticas: pinturas).

Figura 26 – Páginas da seção “Um pouco de história: Povos da antiguidade”.



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Nesta seção, sob a obediência do eixo comunicacional, são mantidas as cores de tons alaranjados em alguns detalhes e em algumas fontes tipográficas, como se pode ver na Figura 26. Esta seção possui uma diagramação diferente, adaptada do Canva. Usamos também, como recurso, imagens de uma pintura, de mapas, esculturas e artefatos históricos ligados à História da Matemática. Além do que, ainda continuamos imprimindo uma linguagem mais informal ao texto, usando uma forma mais simples ao expressar nosso texto.

2.4.2.10 Glossário

Figura 27 - Página introdutória da seção “Glossário”.



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Nesta seção, que inicia com a imagem mostrada na Figura 27, são definidos sessenta termos relacionados à geometria plana que aparecem ao longo do texto do produto educacional e, ainda, as fórmulas para o cálculo da área de sete figuras planas. Recorremos, como antes, para a escrita desta seção à dissertação de Silva (2013). Na sequência, colocamos o Quadro 14

que proporciona a descrição resumida deste capítulo.

Quadro 14 – Eixos temáticos orientadores na construção da seção “Glossário”.

| EIXOS TEMÁTICOS ORIENTADORES | DESCRITORES | | |
|-------------------------------------|--|------------------|--|
| CONCEITUAL | O conteúdo | TIPOLOGIA | APRENDIZAGENS |
| | | Conceitual | Símbolos matemáticos e geométricos; conceitos matemáticos. |
| | | Procedimental | Regras, técnicas e métodos de leitura; Ação: ler. |
| | | Atitudinal | Valores, atitudes e normas |
| PEDAGÓGICO | Apresentação de definições de conceitos ligados a geometria plana | | |
| COMUNICACIONAL | Uso de texto descritivo e de figuras geométricas | | |

Fonte: Elaboração própria (2020) com base em Káplun (2002) e Zabala (1998).

Na construção do eixo conceitual desta seção são levados em conta alguns conteúdos factuais, necessários à escrita do próprio texto, e os conceitos que nele estão definidos. Para a construção do glossário à dissertação de Silva (2013).

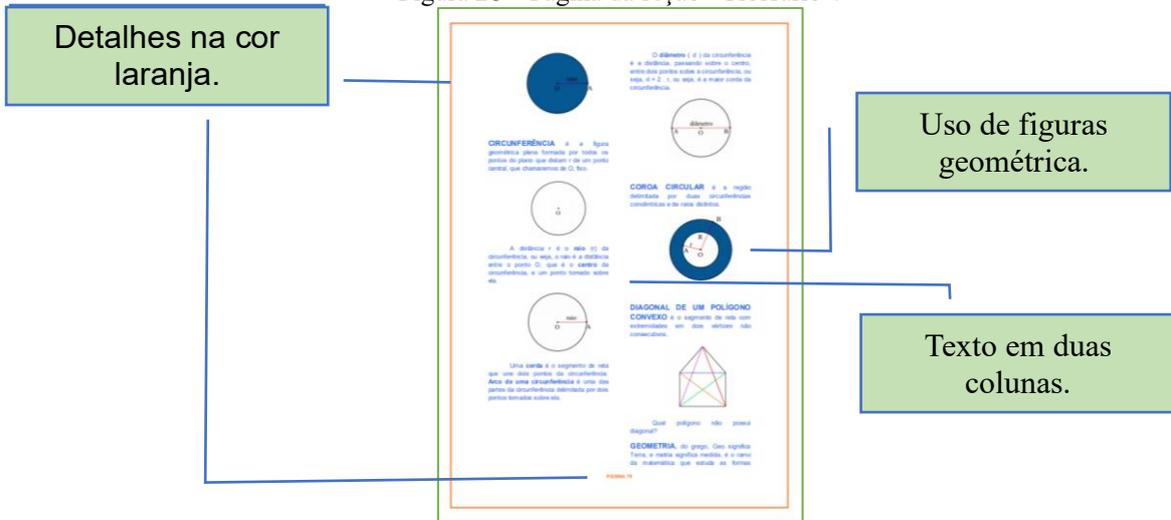
A construção do eixo procedimental levou em consideração que as ações de ler e observar, já que esta seção tem caráter apenas informativo, alojando-se dentro do parâmetro cognitivo, com poucas ações e logarítmico.

Nesta seção, novamente fica a cargo do professor a utilização da seção para propiciar a aprendizagem de valores, atitudes e normas. Por exemplo, dentro do eixo atitudinal, para esta seção, é possível explorar: a solidariedade, quando um aluno usa o glossário para tirar a dúvida de uns colegas, por exemplo, em uma atitude de cooperação com o grupo e obedecendo a normas de boa convivência.

Sob o pedagógico nesta seção, são colocados os termos em ordem alfabética e consideramos a possibilidade de o professor usar a definição dos conceitos para explorar a ideia que os alunos possuem sobre eles, fazendo o confronto destas ideias, para introduzir, gradual e acessivelmente, as definições usadas no glossário. A apropriação destes conceitos pelos alunos pode ser feita através da aplicação destes conceitos durante a execução das tarefas.

Na construção do eixo comunicacional, mostrada através da Figura 28, temos uma nova diagramação, com o texto escrito em duas colunas e em uma moldura laranja. A comunicação é feita de forma direta e simples, utilizando figuras geométricas para facilitar o entendimento do texto. Construímos no canva apenas a primeira página, sendo as demais desta seção produzidas no Word 2007.

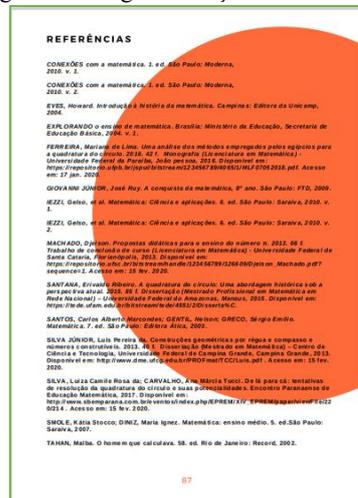
Figura 28 – Página da seção “Glossário”.



Fonte: elaboração própria (2020).

2.4.2.11 Referências

Figura 29 – Página da seção “Referências”.



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Nesta seção constam todos os livros, dissertações e monografias utilizadas para a construção do texto do material. Também, nela são creditados tanto os sites visitados quanto as imagens utilizadas.

Destacamos que para a construção desta seção do produto educacional não foram considerados os seguintes eixos: conceitual, procedimental, atitudinal e pedagógico. Justificamos esta desconsideração dos eixos elencados por entender que esta é uma seção que não possui, especificamente, uma função relativa à aprendizagem, sendo sua função meramente de dar crédito aos trabalhos usados como referência no produto educacional. Porém, de toda a

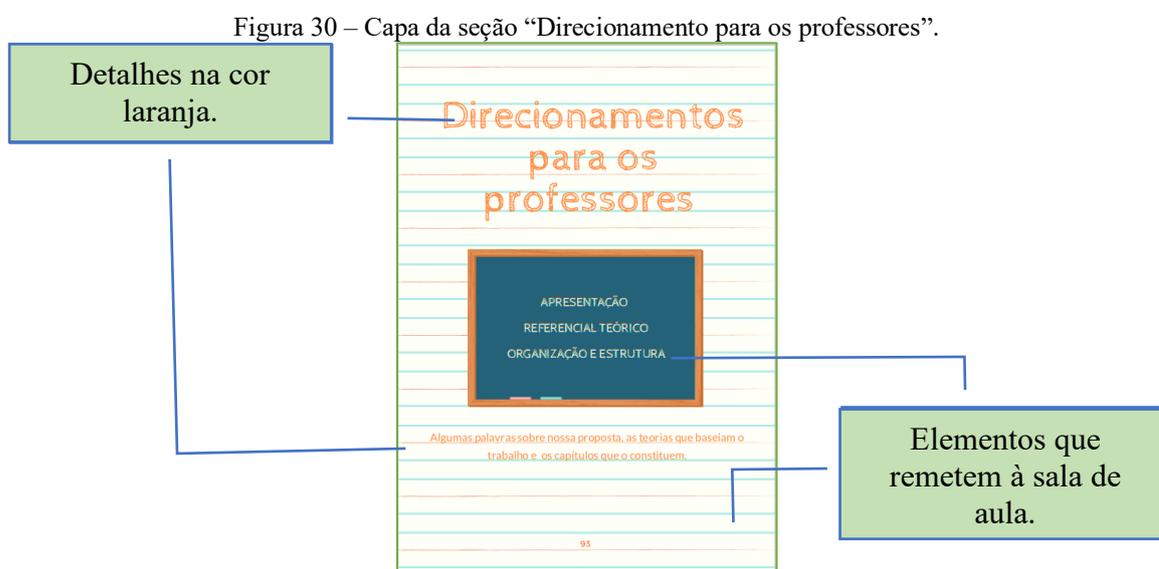
forma, trabalhamos na construção desta seção o eixo comunicacional. Nele mantivemos, como se observa na Figura 29, a observância do tom de cor alaranjado no detalhe da figura do círculo e na fonte usada na enumeração das páginas, cujo intuito é dar a ideia de unidade, como dito antes. Toda sua apresentação foi feita com a utilização do Canva.

2.4.3 Direcionamento para os professores

Antes de iniciar a apresentação destas seções, informamos que, devido às suas características, não aplicamos todos os eixos temáticos orientadores na elaboração de um produto educacional, por este motivo, aqui não será usado o Quadro 1.

2.4.3.1 Capa

Utilizamos, para a sua construção, apenas o comunicacional. Desta forma, dentro das possibilidades oferecidas pelo Canva, a escolha foi por uma capa como motivos que lembram a sala de aula, já que há detalhes semelhantes a uma página de caderno e, no centro, um quadro negro.



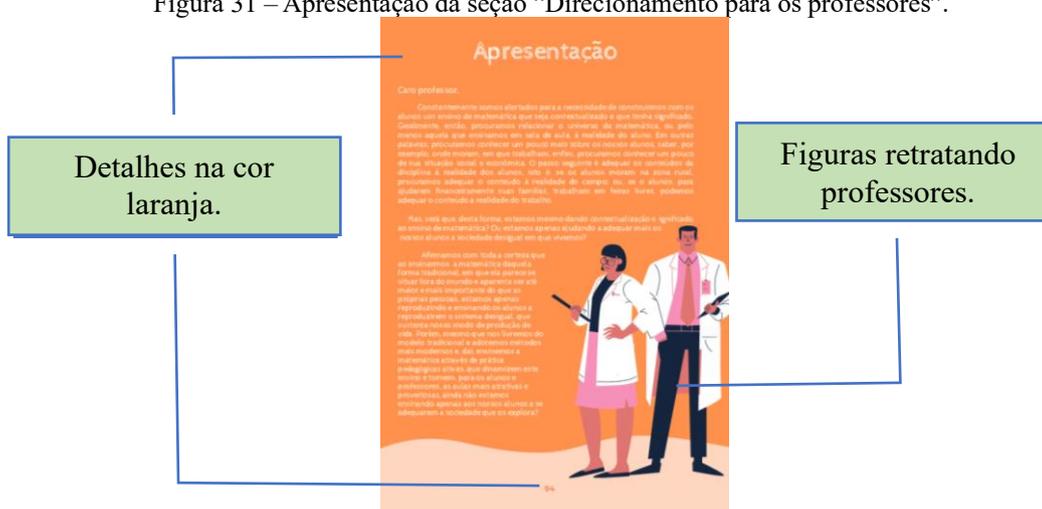
Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Mantivemos algumas fontes tipográficas na cor laranja, que é o nosso padrão adotado. A fonte tipográfica também foi escolhida por aparentar a escrita feita com o giz utilizado ainda por alguns professores. A mensagem passada na capa indica, de forma breve e direta, os destinatários e o que vai ser tratado como mostra a Figura 30.

2.4.3.2 Apresentação

Na apresentação desta seção, trazemos nossa percepção de que ensinar matemática tem que ir além do mero ato de ensinar conteúdos, de que é necessário levar para dentro das aulas de matemática o debate sobre a sociedade em que vivemos e sobre a possibilidade de transformá-la. Apontamos, ainda que o material para atender a proposta curricular do Ensino Médio Integrado, pautou-se no potencial de se trabalhar em articulação com outras disciplinas e nas possibilidades de usos que a utilização da história da matemática como recurso pedagógico oferece.

Figura 31 – Apresentação da seção “Direcionamento para os professores”.



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

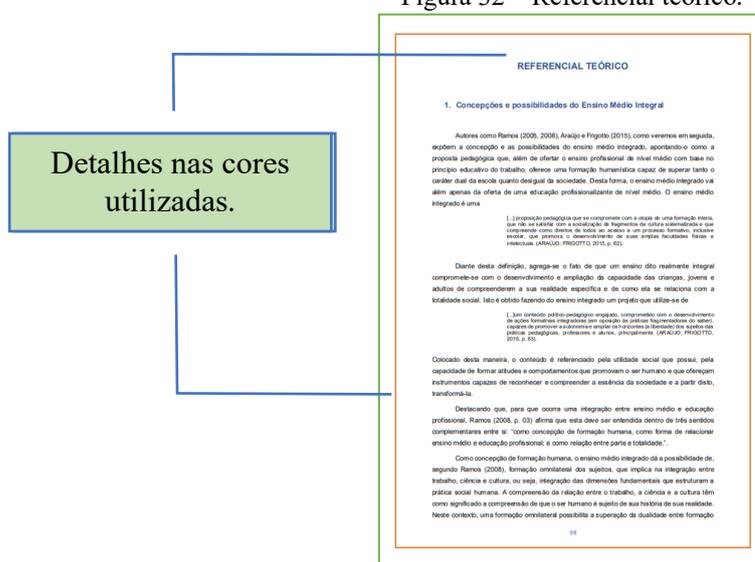
Para a construção desta seção do produto educacional, destacamos que não foram considerados os seguintes eixos: conceitual, procedimental, atitudinal, pois, entendemos que esta é uma seção que não possui, especificamente, uma função relativa à aprendizagem, sendo sua função de apresentar nossa proposta para uso do produto educacional. Dentro do eixo pedagógico, a construção desta seção se deu pensando em externar nosso pensamento sobre a necessidade de se levar a crítica à sociedade às aulas de matemática, fazendo a introdução para o que pensam os teóricos da área.

Na construção do eixo comunicacional, como mostra a Figura 31, trazemos uma nova diagramação, disponibilizada pelo Canva, onde mantivemos o padrão de cores que já vinham sendo utilizados. A escolha de figuras retratando professores e professoras e a manutenção da mesma fonte tipográfica utilizada na capa, que lembra a escrita a giz nos quadros das salas de aulas, inclusive na cor branca é para remeter, justamente, a atmosfera da sala de aula.

2.4.3.3 Referencial teórico

Nesta seção do produto educacional, trazemos um recorte do referencial teórico da dissertação que está associada a este produto educacional. Destacamos neste texto tanto o pensamento dos autores que baseiam a concepção de Ensino Médio Integrado quanto de autores que trabalham com a História da matemática como recurso pedagógico para o ensino da matemática. O objetivo aqui é de mostrar aos usuários todo o potencial pedagógico que estas concepções possuem. Esta seção finaliza com a apresentação das referências utilizadas para a construção do texto.

Figura 32 – Referencial teórico.



Fonte: Elaboração própria (2020).

Na construção do eixo pedagógico, levamos em consideração a introdução do pensamento dos autores apresentados, na seguinte sequência: iniciando com as concepções que norteiam o conceito de Ensino Médio Integrado, pois esta é a base estrutural do produto educacional; seguindo com a visão de alguns autores ligados à pedagogia socialista, por terem a preocupação com o ensino de matemática na perspectiva da emancipação humana; finalizando com a apresentação dos potenciais que oferecem o uso da história da matemática, pois este é o instrumento que encontramos para alcançar nossos objetivos.

Escolhemos para a diagramação desta seção, conforme o que dispõe a construção do eixo comunicacional, uma forma mais simples e sem figuras e utilizamos apenas de uma moldura na cor laranja, dado que devido às leituras envolvidas, a concentração requerida para entendê-las e para melhor apreensão delas, nós entendemos que um formato mais sério seria o

mais condizente, como se pode observar através da Figura 32. Esta seção foi totalmente produzida com o auxílio do Word 2007.

2.4.3.4 Organização e estrutura

Para esta última seção, trazemos como está organizado e estruturado o produto educacional, conforme: o conteúdo tanto principal quanto secundário ou secundários; o objetivo tanto principal quanto secundários; os argumentos reforçadores das potencialidades pedagógicas da história da matemática; nossos comentários a título de sugestão acerca de como trabalhar cada seção; e, quando possível, sugestões de vídeos e atividades. Destacamos que não foram considerados os eixos conceitual, procedimental, atitudinal na construção desta seção do produto educacional, pois, entendemos que esta é uma seção que possui função informativa, isto é, de apresentar nossa proposta para uso do produto educacional.

Na construção do eixo comunicacional, como mostra a Figura 33, trazemos uma nova diagramação, respeitando as cores dentro do padrão estabelecido, e fazemos a utilização de QR Codes como forma de dinamizar o acesso as atividades e aos vídeos.

Figura 33 – Página da seção “Organização e estrutura”.



Fonte: elaboração própria adaptado de template do Canva (2020).

Finalizamos com isto a apresentação do nosso produto educacional conforme foi elaborado e estruturado.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Quando da elaboração do produto educacional, conforme a sugestão de Barros (2016) e, ainda, devido a característica prática da atividade de construção de polígonos envolvendo o desenho geométrico, resolvemos por aplicá-lo inicialmente em turmas do curso de edificações integrado ao ensino médio. Porém, devido à instalação da pandemia do Covid 19, o que se tornou um fator limitante da pesquisa no tocante a sua aplicação, pois o contato com os alunos ficou impossibilitado após a suspensão das atividades presenciais de ensino do IFPB, resolvemos aplicá-lo junto a professores da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica.

3.1 ELABORAÇÃO E APLICAÇÃO DO INSTRUMENTO AVALIATIVO

A elaboração do questionário que foi enviado aos professores como instrumento avaliativo do produto educacional foi adaptada da proposta de Leite (2018) para avaliação de materiais textuais. Escolhemos a proposta de Leite (2018) por quatro fatores: o primeiro fator é que a autora apresenta a sua proposta de avaliação para produtos educacionais produzidos pelos mestrados profissionais na área de ensino; o segundo fator diz respeito, justamente, a ser uma proposta de instrumento avaliativo para um material textual, o que condiz com o tipo de produto educacional por nós produzido; o terceiro fator, que teve influência na escolha desta proposta de instrumento avaliativo, foi por ele ser construído com base nos trabalhos de Kaplún (2002, 2003) e Ruiz *et al.* (2014), que foram utilizados por nós, respectivamente, na elaboração do produto educacional e na elaboração das perguntas do tipo aberta; e, por fim, o quarto fator é que a autora coloca a possibilidade de adequação dos eixos descritores da sua proposta para o contexto de cada material educativo.

Feita esta colocação, o instrumento avaliativo foi dividido em duas partes: a primeira parte, composta de questões do tipo fechada, e a segunda parte, composta de questões do tipo aberta. Para as questões do tipo fechada, levamos em consideração as observações de Leite (2018) para a construção de um instrumento avaliativo, seguindo os eixos estabelecidos por esta autora, a saber: estética e organização do material educativo, capítulos do material educativo, estilo de escrita apresentado no material educativo, conteúdo apresentado no material educativo, propostas didáticas apresentadas no material educativo e criticidade apresentada no material educativo. Para a confecção das questões do tipo aberta, nos orientamos pelas considerações de Ruiz *et al.* (2014), que sugere a criação de um instrumento avaliativo a

partir de cinco componentes: atração, compreensão, envolvimento, aceitação e mudança de ação.

Além de agregar considerações no sentido de aperfeiçoar o produto educacional, o instrumento avaliativo tem o intuito de verificar a sua aplicabilidade como subsídio nas aulas de matemática do Ensino Médio Integrado. Para tanto, ao final dele, colocamos uma questão sobre esta qualidade do produto educacional.

Cabe aqui, para finalizar, uma observação: tanto os eixos temáticos estabelecidos por Leite (2018) quanto os componentes sugeridos por Ruiz *et al.* (2014) possuem descritores que foram adaptados por nós conforme a nossa necessidade, haja vista, que cada produto educacional possui características que lhe são inerentes.

3.2 APLICAÇÃO DO INSTRUMENTO AVALIATIVO

Na aplicação do instrumento avaliativo, de modo a verificar a aplicabilidade do Produto educacional no Ensino Médio Integrado, foi utilizado o Google Forms, um aplicativo on-line para gerenciamento de pesquisas.

Deste modo, o instrumento avaliativo, em apêndice, do produto educacional foi enviado aos professores que, tiveram um prazo de quinze dias para avaliar o produto educacional. Após as suas avaliações, apresentaram contribuições para a reelaboração do produto educacional.

3.3 PERFIL DOS PROFESSORES AVALIADORES DOS PRODUTO EDUCACIONAL

Antes de darmos continuação ao texto, faz-se necessário traçarmos o perfil dos professores que responderam ao nosso instrumento avaliativo. Como já foi dito anteriormente, nossa amostra é composta por nove professores da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica. O tempo de serviço em suas instituições de ensino varia entre quatro e dez anos. Sete dos professores são do Instituto Federal da Paraíba (IFPB), um do Instituto Federal de Pernambuco (IFPE) e outro do Instituto Federal do Rio Grande do Norte (IFRN). Dos sete professores do IFPB, cinco são do campus de João Pessoa e dois professores do campus Campina Grande. Dentro desta amostra temos oito professores que são graduados em Licenciatura em Matemática e um professor que é graduado em Licenciatura Plena em Ciências com Habilitação em Matemática. Todos estes professores possuem o curso de Mestrado, sendo que cinco deles possuem o Mestrado Profissional em Matemática e os outros possuem, cada um, o Mestrado Profissional em Ciência e Matemática, o Mestrado em Educação, o Mestrado

Profissional em Ensino de Ciências e Educação Matemática e o Mestrado em Ensino de Ciências. Temos ainda três doutores, sendo os doutorados em Matemática Computacional, em Educação e em Engenharia de Processos. Dois dos professores são doutorandos, um em Ensino de Ciências e Matemática e outro em Ciências Sociais.

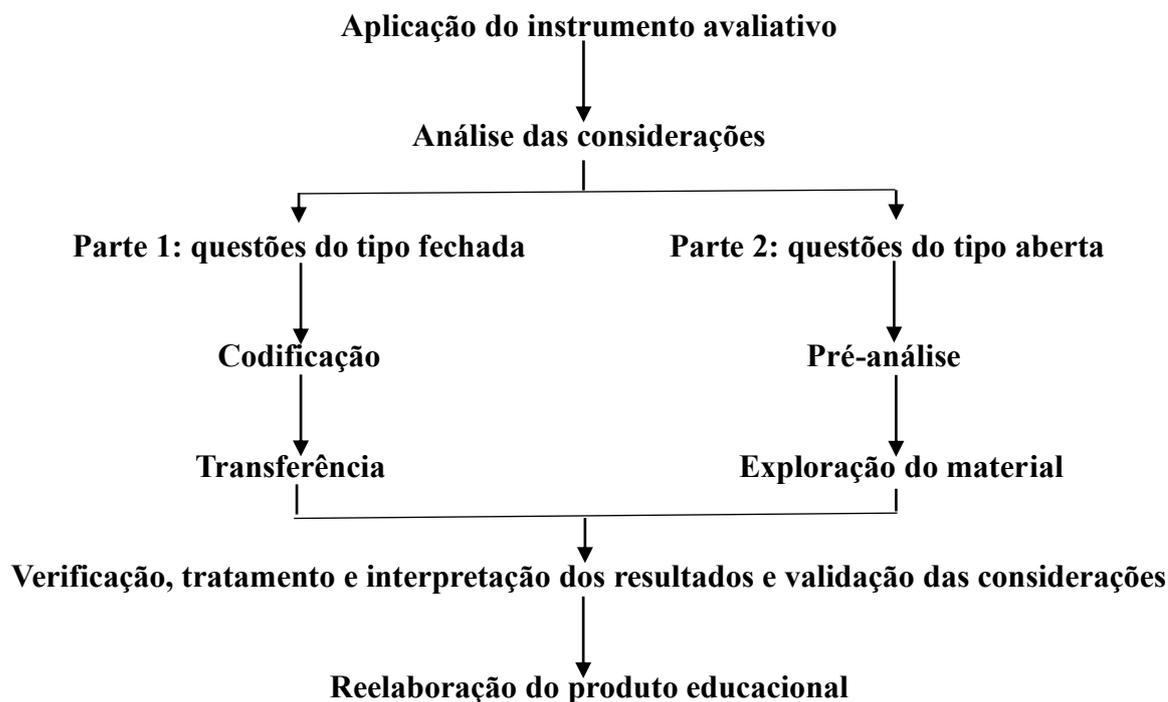
3.4 ANÁLISE DAS CONSIDERAÇÕES

Aos professores foi solicitado que fizessem uma avaliação do produto através de um instrumento de avaliação, a saber: um instrumento avaliativo na forma de um questionário misto adaptado por nós da proposta de Leite (2018) e Ruiz et al. (2014) para avaliação de materiais textuais.

Agora, faremos uma análise das considerações obtidas através da aplicação do instrumento de avaliação. Entendemos ser necessária a apresentação destes dados para ajudar a nos situar dentro deste processo de reelaboração do produto educacional.

Para realizar a análise das considerações sobre o produto educacional obtidas através da aplicação do instrumento avaliativo, dividimo-la em três etapas. A primeira etapa, orientada por Laville e Dionne (1999), seguiu o seguinte processo: a codificação dos dados e a transferência para dos dados codificados para uma tabela e, para a sua melhor visualização, para gráficos. A segunda etapa, desta vez orientada por Bardin (2011), seguiu o processo seguinte: a pré-análise dos conteúdos e a exploração do conteúdo. A terceira etapa corresponde à convergência das duas etapas anteriores, quando os resultados delas são verificados, tratados e interpretados, para, por fim serem validados. Com este pensamento produzimos a Figura 34 para facilitar o entendimento do percurso por nós traçado para validação das considerações dos avaliadores do produto educacional.

Figura 34 – Diagrama da análise das considerações.



Fonte: Elaboração própria (2020).

3.4.1 Primeira etapa da análise das considerações

Para a análise das considerações da 1ª parte do instrumento avaliativo, ou seja, das perguntas do tipo fechada seguimos a orientação de Lavelle e Dionne (1999) para a preparação dos dados. O primeiro passo na análise dos dados foi fazer a sua codificação, ou seja, atribuímos o código 1, o código 2 e o código 3, respectivamente, para cada descritor atendido, parcialmente atendido ou não atendido.

O segundo passo dado foi a transferência destes dados para uma tabela de modo a tornar mais funcional a análise dos dados. Dentro deste processo de transferência dos dados, atribuímos a cada categoria de resposta o valor de um ponto. Deste modo, a tabela construída foi a seguinte:

Tabela 2 – Pontuação recebida por cada eixo temático

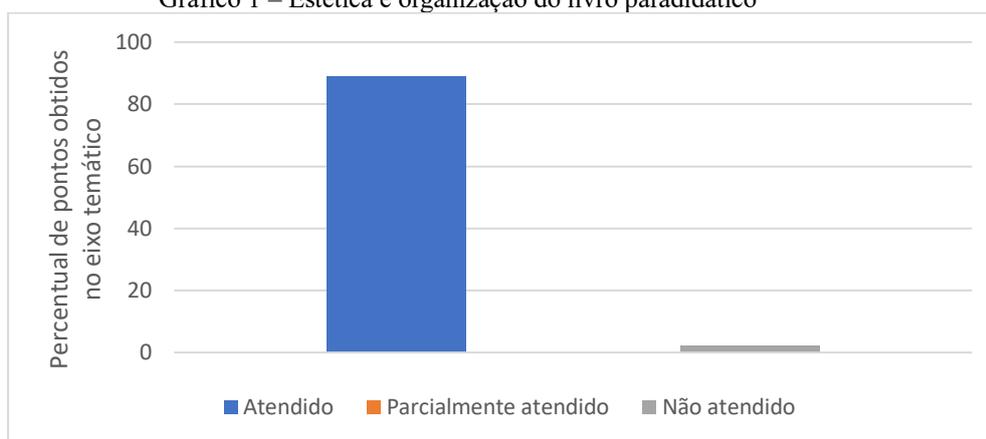
| Eixo temático | Quantidade de descritores | Quantidade de avaliadores | Pontos recebidos | | |
|---|---------------------------|---------------------------|------------------|----------|----------|
| | | | Código 1 | Código 2 | Código 3 |
| Estética e organização do material educativo..... | 2 | 9 | 16 | 0 | 2 |
| Capítulos do material educativo..... | 14 | 9 | 83 | 35 | 8 |
| Estilo de escrita apresentado no material educativo..... | 3 | 9 | 19 | 8 | 0 |
| Conteúdo apresentado no material educativo..... | 2 | 9 | 11 | 5 | 2 |
| Propostas didáticas apresentadas no material educativo..... | 4 | 9 | 26 | 9 | 1 |
| Criticidade apresentada no material educativo..... | 2 | 9 | 10 | 7 | 1 |

Fonte: Elaboração própria (2020).

Da observação da Tabela 2, vemos que o instrumento avaliativo possui seis eixos temáticos, ficando a distribuição de descritores da seguinte forma: Estética e organização do material educativo, com dois eixos descritores; Capítulos do material educativo, com quatorze eixos descritores; Estilo de escrita apresentado no material educativo, com três eixos descritores; Conteúdo apresentado no material educativo, com dois eixos descritores; Propostas didáticas apresentadas no material educativo, com quatro eixos descritores; e Criticidade apresentada no material educativo, com dois eixos descritores. Podemos observar também que cada eixo temático foi avaliado por nove professores e, por fim, a pontuação de cada categoria para o respectivo descritor.

O primeiro eixo do questionário tem descritores que avaliam o produto educacional segundo sua estética e organização. Neste eixo, os avaliadores, consideraram quanto, no produto educacional, haver a promoção do diálogo entre texto e imagens e quanto ao seu texto ser atrativo e compreensível. Da avaliação dos professores foi possível construir o Gráfico 1:

Gráfico 1 – Estética e organização do livro paradidático

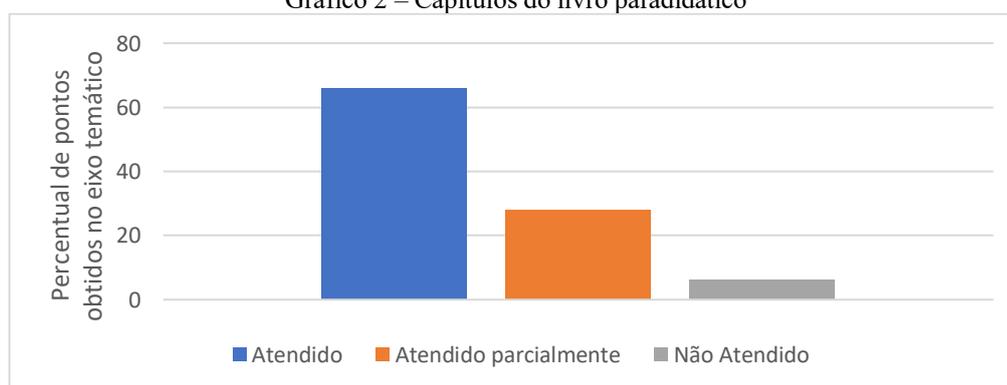


Fonte: Elaboração própria (2020).

Após a avaliação do produto educacional, observamos, segundo os avaliadores, que os descritores foram avaliados como atendidos, obtiveram 88,9% dos pontos totais, ou seja, 16 dos 18 pontos possíveis deste eixo temático. A avaliação de que os descritores foram parcialmente atendidos não pontuou; e a avaliação de que os descritores não foram atendidos recebeu 11,1% dos pontos totais, ou seja, o equivalente a 2 dos 18 pontos possíveis deste eixo temático.

O segundo eixo do questionário tem como tema os capítulos do produto educacional. Seus descritores se preocupam com a interligação e coerência dos capítulos, a forma como é feita a apresentação e a introdução do produto educacional, a forma como são abordados os conteúdos dentro de cada capítulo e seção e, por fim, o cumprimento do objetivo de cada capítulo e seção. Após a avaliação dos professores, construímos o Gráfico 2:

Gráfico 2 – Capítulos do livro paradidático

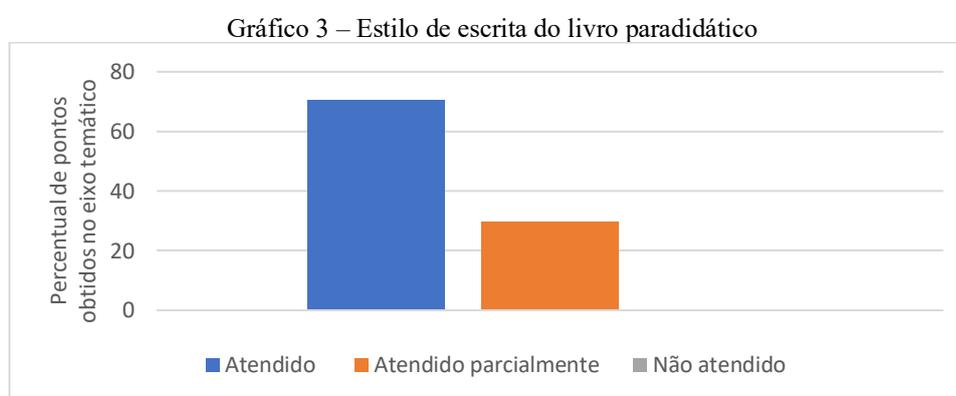


Fonte: Elaboração própria (2020).

Com o levantamento da pontuação dada aos descritores pelos avaliadores, pudemos observar que a soma dos pontos dos descritores avaliados como atendidos obtiveram 65,87% dos pontos totais, ou seja, 83 dos 126 pontos possíveis deste eixo temático. Na sequência, a

avaliação de que os descritores foram atendidos parcialmente obteve 27,78% dos pontos toais, ou seja, obtiveram 35 dos 126 pontos possíveis. A avaliação de que os descritores não foram atendidos recebeu 6,35% dos pontos toais, ou seja, o equivalente a 8 dos 126 pontos possíveis deste eixo temático.

Na ordem de sequência vem o terceiro eixo temático, que atenta pelo estilo de escrita que o material educativo apresenta. Neste eixo, os descritores se preocupam com a acessibilidade da escrita, com a atratividade do texto e com a utilização de diferentes formas de linguagens. Da avaliação deste eixo temático, construímos o Gráfico 3:



Fonte: Elaboração própria (2020).

Pudemos observar, após a pontuação dada aos descritores pelos avaliadores, que os descritores foram avaliados como atendidos, obtiveram 70,4% dos pontos toais, ou seja, o equivalente a 19 dos 27 pontos possíveis deste eixo temático. A avaliação de que os descritores foram atendidos parcialmente obteve 29,6% dos pontos totais, ou seja, obtiveram 8 dos 27 pontos possíveis. A avaliação de que os descritores não foram atendidos não pontuou.

O eixo temático seguinte, referente às propostas didáticas apresentadas pelo material educativo, tem como descritores: a forma como os referenciais teóricos são apresentados e o equilíbrio proporcional entre a forma como são apresentadas as informações técnicas e a didática do produto educacional. Através da avaliação do produto educacional feita pelos os avaliadores, construímos o Gráfico 4:

Gráfico 4 – Conteúdo apresentado no livro paradidático

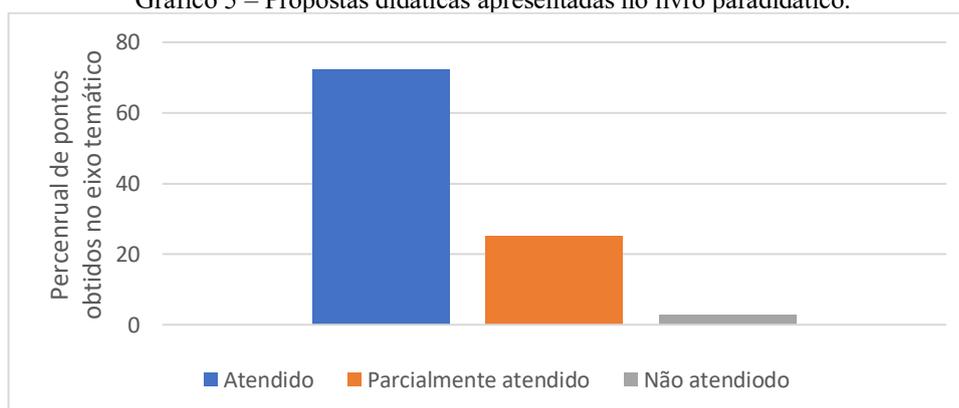


Fonte: Elaboração própria (2020).

Observamos que os descritores avaliados como atendidos obtiveram 61,11% dos pontos totais, ou seja, 11 dos 18 pontos possíveis deste eixo temático. A avaliação de que os descritores foram parcialmente atendidos obtiveram 27,78% dos pontos totais, ou seja, 5 pontos dos 18 pontos possíveis; e a avaliação de que os descritores não foram atendidos recebeu 11,11% dos pontos totais, ou seja, o equivalente a 2 dos 18 pontos possíveis deste eixo temático.

O quinto eixo temático, no qual o tema está ligado às propostas didática apresentadas no material educativo. Seus descritores atentam para a forma como o texto possibilita a apresentação de respostas e a discussão dos questionamentos feitos, para a forma como são exploradas as atividades, para a promoção da interdisciplinaridade e para a articulação dos conteúdos. Através da análise dos dados construímos o Gráfico 5:

Gráfico 5 – Propostas didáticas apresentadas no livro paradidático.

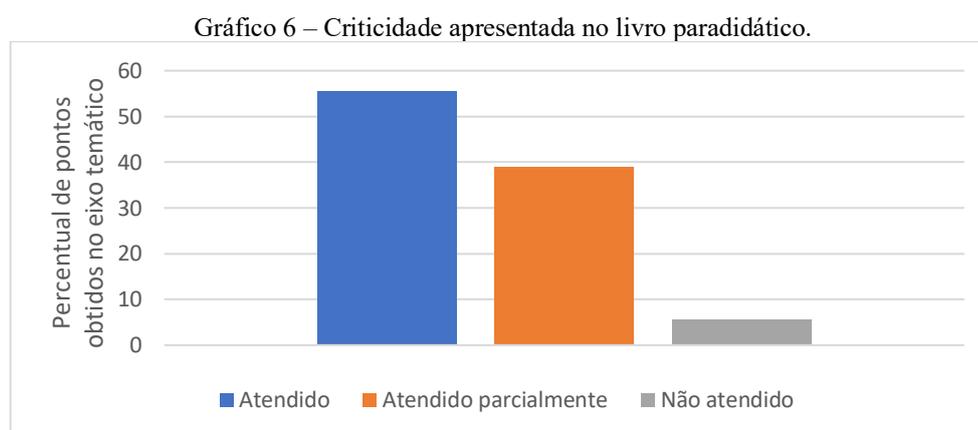


Fonte: Elaboração própria (2020).

Observamos, depois da pontuação dada aos descritores pelos avaliadores, que os descritores avaliados como atendidos obtiveram 72,22% dos pontos totais, ou seja, o equivalente a 26 dos 36 pontos possíveis deste eixo temático. A avaliação de que os descritores foram atendidos parcialmente obteve 25% dos pontos totais, ou seja, obtiveram 9 dos 36 pontos

possíveis. A avaliação de que os descritores não foram atendidos recebeu apenas 1 ponto dentre os 36 pontos possíveis, ou seja, 2,78% dos pontos totais.

O sexto e último eixo temático tem como tema a criticidade apresentada pelo material, tendo como descritores avaliados tanto o potencial do material educativo de propor uma reflexão sobre a sociedade atual, levando ao questionamento do seu atual modelo; quanto o potencial dos conteúdos serem utilizados na vida prática do aluno. Por meio da avaliação do produto educacional feita pelos os avaliadores, construímos o Gráfico 6:



Fonte: Elaboração própria (2020).

Do gráfico 6, pudemos observar que os descritores avaliados como atendidos obtiveram 55,55% dos pontos totais, ou seja, 10 dos 18 pontos possíveis deste eixo temático. A avaliação de que os descritores foram parcialmente atendidos obtiveram 38,9% dos pontos totais, ou seja, 7 pontos dos 18 pontos possíveis; e a avaliação de que os descritores não foram atendidos recebeu 5,55% dos pontos totais, ou seja, o equivalente a 1 dos 18 pontos possíveis deste eixo temático.

A análise dos dados obtidos por meio desta primeira parte do instrumento avaliativo nos forneceu uma base para a reelaboração do produto educacional, que foi reforçada com a análise das considerações feitas pelos avaliadores na segunda etapa. Discorreremos a seguir sobre isso.

3.4.2 Segunda etapa da análise das considerações

A segunda parte do instrumento avaliativo é um questionário com perguntas do tipo abertas, feito com base nas colocações de Ruiz *et al.* (2014). Para a análise das respostas dadas às questões do tipo aberta obtidas através do questionário, recorreremos a Bardin (2011).

A sugestão de Ruiz *et al.* (2014) é de que estructuremos um guia de perguntas construído

a partir de cinco componentes, a saber: atração, compreensão, envolvimento, aceitação e mudança de ação. Devido a termos seguido esta sugestão, as respostas que recebemos dos avaliadores já ficaram agrupadas cada uma em um componente, o que facilitou a análise delas.

Para a organização da análise, seguimos a seguinte cronológica de etapas:

- a) Pré-análise das considerações, etapa na qual estabelecemos o contato com as considerações dos avaliadores, o que baseou a escolha daquelas condizentes com o objetivo de reelaborar o produto educacional. Para tanto, fizemos a aplicação da regra de pertinência, corroborando Bardin (2011) que afirma que as considerações escolhidas devem ser adequadas, de forma a corresponderem ao fim que preconiza a análise, preparando-as para a análise propriamente dita.

- b) Exploração do material, etapa na qual as decisões tomadas na etapa anterior foram aplicadas, ou seja, através de uma leitura minuciosa das considerações dos avaliadores, onde foram levantados os pontos considerados condizentes com o objetivo de reelaborar o produto educacional, levando-se em conta as premissas da base teórica e os objetivos da pesquisa. Assim, traremos no próximo passo as transcrições na íntegra das considerações dos avaliadores do produto educacional. Denominamos por A1 o primeiro avaliador, por A2 o segundo avaliador e assim por diante até o A9, o nono avaliador. A apresentação foi organizada colocando-se as perguntas abertas e em seguida as respostas, com a discussão destas, quando necessário por não ser pertinente, segundo o nosso referencial teórico.

PERGUNTA 1: Que mensagem o material passa? Existem palavras de difícil compreensão? Quais? Qual seria melhor? Existem partes mais difíceis do que outras? Há pouca, suficiente ou muita informação?

RESPOSTAS DOS AVALIADORES PARA A PERGUNTA 1:

A1: “Acredito ser desnecessária o capítulo que aborda os diferentes povos da antiguidade”

DISCUSSÃO: Consideração que vai contra o referencial teórico, onde entende-se que a história da matemática tem o papel de agente de formação cultural.

A2: “O material está bem ilustrado, isso desperta a curiosidade e a leitura. A linguagem está

acessível à compreensão dos discentes e, no meu ponto de vista, as informações são suficientes para aprendizagem.”

A3: “Considero um material bem elaborado, com ressalvas no sentido da História da Matemática que foi inserido. Ao possibilitar o uso do material completo ou fragmentado, o professor deve se atentar que a História para o ensino da Matemática não corresponde apenas em estórias sem o cunho didático. A parte direcionada aos exercícios não atende aos objetivos da História para o ensino da Matemática, pois ficou apenas as questões sem relação com os eventos históricos ocorridos. Sem observar os exercícios, considero que o material passa a mensagem que se propõe, principalmente na originalidade de suas gravuras, clareza no texto e na relação entre o conhecimento matemático e as ações ocorridas nos vários períodos históricos. Atento que existe alguns erros de digitação, rever as definições iniciais, quanto ao polígono, circunferência, além de ter o cuidado no uso das palavras racional e irracional (em alguns momentos estão trocadas).”

A4: “O texto passa uma mensagem importante que é o fato de que as fórmulas matemáticas bem como seus elementos não surgem do nada, são, na verdade, construções generalizadas a partir do mundo real. Os detalhes da apresentação do conteúdo apresenta um bom nível de clareza o que permite acreditar que será de fácil compreensão para o aluno. As informações são suficientes, eu apenas acrescentaria aplicações em situações mais atuais (robótica, computação, engenharia, área médica)

A5: “Passa a mensagem de que matemática é muito mais que apenas fazer cálculos, que ela pode servir para situações práticas e interessantes. Além do fato da contextualização com a história, mostrar que a matemática não está pronta e acabada mas que aperfeiçoa-se ao longo do tempo.”

A6: “Os temas necessitam de mais conexão entre eles, e os questionamentos extrapolam o assunto trabalhado e exige o conhecimento sem te-los articulados anteriormente nem ter relação com a sequencia proposta”

DISCUSSÃO: Desconsideramos esta afirmação por infelizmente não apresentar elementos suficientes para sustentá-la. Poderia ter sido de grande valia se realmente se esclarecesse quais os “temas”, os “questionamentos”, os “conhecimentos” e a “sequência Proposta”.

A7: “Excelente fonte de consulta para uso em sala de aula de forma integral ou parcial, com

articulação entre os capítulos. Adequação textual para uso em turmas do ensino médio e até mesmo em turmas da Licenciatura em Matemática (necessitando apenas de uma adequação dos exercícios em níveis graduais de dificuldade)”

A8: “O material passa uma mensagem de que é possível mesclar geometria, álgebra e trigonometria. O texto em geral é de fácil compreensão. Há informações suficientes, poderia haver mais demonstrações.

A9: “O material passa a mensagem da importância do número pi e da sua importância. Não existem palavras de difícil compreensão no material. O capítulo da construção de Arquimedes é mais difícil que os demais. Acredito que exista muita informações, no entanto podem ser organizadas melhor.”

PERGUNTA 2: Parece que este material é destinado a professores e alunos? Por quê?

RESPOSTAS DOS AVALIADORES PARA A PERGUNTA 2:

A1: “Acredito que tenha uma abordagem Mais voltada para professores.”

A2: “O material para uso dos professores é um ótimo recurso didático para auxiliar na bibliografia adotada. Para o discente o material é interativo e não sucinta muitas dúvidas.”

A3: “Para os dois. Na realidade o professor deve ter esse material para servir de base a suas investigações em sala de aula, além de ser útil para o manuseio dos alunos, principalmente quando for iniciar os conceitos acerca da geometria plana.

A4: “Sim. Em princípio pensei que o livro fosse apenas para aluno tendo em vista que as figuras e ilustrações fogem do padrão dos livros destinados a professores, contudo observei que no final do livro consta uma seção com orientações para professores.

A5: Sim, para alunos na medida em que traz bastante conteúdo e exercícios. Também é possível para professores visto que sempre temos o que aprender, e novas formas didáticas também são possíveis de se aprender com esse material, além de muitos exercícios que podem ser utilizados em sala de aula.”

A6: “Ao meu ver ele é direcionado para professores mas precisa de maior articulação e sequência, não entendi se o referencial teórico faria parte do livro ...”

A7: “Sim, o material possui potencial de uso no ensino médio como livro complementar ou paradidático e apresentar muitas informações que auxiliam o trabalho dos professores (com importantes orientações)

A8: “A linguagem é acessível para o aluno. Cabe ao professor fazer a devida "provocação"

intelectual nos alunos, despertando a curiosidade fazendo com que os alunos percebam a importância.”

A9: “Mais para alunos do que para professores, uma vez que a parte direcionada aos professores é muito breve.”

PERGUNTA 3: Há algo neste material que você considera irritante ou ofensivo?

RESPOSTAS DOS AVALIADORES PARA A PERGUNTA 3:

A1: “Não”

A2: “Não chega a ser irritante ou ofensivo, mas eu sugiro que seja retirada a expressão ‘aquilo que você sabe e também aquilo que não sabe’ na página 100.”

A3: “Não”

A4: “Não”

A5: “Não, pelo contrário, os personagens utilizados são ilustrativos e remetem a um contexto histórico e atual.”

A6: “Não.”

A7: “Não, mas falta lembrar a localização africana e asiática das muitas contribuições citadas. Evitar termos como Berço , Pai”

A8: “Excesso de diferentes cores utilizadas nas fontes na seção para refletir (página 32)

A9: “Não é irritante, mas as diversas definições básicas ao longo do texto torna-o cansativo. Sugiro que essas definições sejam incorporadas ao glossário. Outra sugestão é reorganizar a ordem dos capítulos, uma vez que no capítulo 1 aborda conceitos básicos dos capítulos posteriores.”

PERGUNTA 4: A mensagem do material pede que você faça algo? O quê? Você está disposto a realizar? Por quê? Recomendaria que alguma pessoa próxima a você realize essa mudança de olhar?

RESPOSTAS DOS AVALIADORES PARA A PERGUNTA 4:

A1: “No “Para refletir” acho desnecessário a abordagem mais filosófica com temas de cunho não matemático.”

DISCUSSÃO: A consideração é contrária ao nosso referencial teórico, que corrobora a necessidade de se fomentar o debate crítico sobre a sociedade capitalista, na perspectiva da formação do cidadão que se reconhece como ser histórico e social.

A2: “Construir o valor de pi. Recomendo que o título do material seja "" construção de pi" e não "A vida de pi".”

A3: “A mensagem do material é bem pedagógica, eu particularmente estou satisfeito com ela.”

A4: “O material sugere uma investigação acerca dos episódios históricos dos conceitos estudados. Algo que considero importante, tanto para o aluno, quanto para os professores.”

A5: “Acredito que fazer o paralelo entre os conteúdos e a História é o ponto forte do trabalho. Seria importante que todos os professores, em alguns momentos, também fizessem abordagens semelhantes.”

A6: “Ficou confuso a proposta de perguntas e respostas, Alguns problemas são bem desafiadores e têm soluções simples ou complexas. Importante mostrar os dois caminhos”

A7: “Durante todo o material é pedido que façamos desenhos, construamos figuras e etc. Achei isso muito interessante, a pessoa vai lendo e verificando as construções geométricas ao mesmo tempo.”

A8: “Excelente fonte de consulta para que professores e alunos possam explorar o uso da História da Matemática em sala de aula. Contextualizando o desenvolvimento da Matemática, ao longo do tempo, como fruto da necessidade de se resolver problemas relacionados ao cotidiano ou ao aprofundamento de conceitos matemáticos”

A9: “É possível perceber a preocupação do autor com a dimensão epistemológica da construção do conhecimento. Como alternativa aos padrões tradicionais do ensino de matemática em sala de aula, o livro é um convite para usar a história da matemática como forma de melhorar a relação ensino x aprendizagem. Já faço uso de aspectos históricos e utilidades atuais da matemática para explicar a necessidade de estudar os conteúdos, mas é de forma superficial e informal (na introdução dos conteúdos e sem anotações), com certeza servirá para repensar a prática docente. Eu recomendaria esse material.”

PERGUNTA 5: O que mais chama a atenção neste material? Por quê? O que mais gosta? Por quê? O que mudaria para melhorar o que não gostou?

RESPOSTAS DOS AVALIADORES PARA A PERGUNTA 5:

A1: “A profundidade das informações (positivamente).”

A2: “O que mais chama a atenção neste material é uma mescla de conhecimentos teóricos e práticos, com definições dos entes matemáticos à medida que vão surgindo e as construções geométricas”

A3: “A diagramação do material está muito boa, talvez o que precise melhorar são os recortes bibliográficos. Acho que essa é a única correção a ser feita.”

A4: “A clareza dos detalhes, a linguagem simples na apresentação e as ilustrações tornam a leitura bem agradável e de fácil compreensão, geralmente os livros usados na formação dos professores são carregados de linguagem técnica, com poucas figuras e poucos detalhes, quando nos deparamos com um material desse nível observamos que é possível tornar as demonstrações matemáticas mais compreensíveis. Eu apenas acrescentaria aplicações em situações mais atuais (robótica, computação, engenharia, área médica)”

A5: “O material está claro e objetivo, com informações suficientes que levam os alunos a pensarem em uma matemática mais simples e com utilidade. Gosto da linguagem e do percurso evidenciado pelo autor para se concretizar os objetivos de seu escrito. A parte dos exercícios não atendeu aos objetivos da História para o ensino de Matemática, pois ficaram deslocados e sem o devido significado para as ações anteriores. Penso que faltou uma inter-relação com as demais partes. Sobre a interdisciplinaridade, não consegui perceber com as disciplinas relacionadas, mas que talvez falte apenas um adentro mais propositivo do autor para deixar isso claro.”

A6: “Achei o material interessante! Gostei das construções Geométricas, porém acho que se fossem divididas em passos deixariam a construção mais sistemática e facilitaria a compreensão. Algumas definições básicas podem ser adicionadas ao glossário. No glossário, seria interessante enumerar ou referenciar, de alguma forma, as definições, e no texto poderia somente citar a referência. Seria interessante adicionar algumas figuras para ilustrar algumas definições básicas. Por exemplo, no Glossário, na parte de áreas de figuras planas não tem nenhuma figura. Também achei as resoluções de alguns exercícios com poucos detalhes.”

A7: “É muito boa a ideia do desenvolvimento de conceitos misturados com a necessidade da descoberta, com o momento histórico. Em alguns momentos o roteiro faz esse caminho, mas necessita ser melhorado, melhor sequenciado e articulado. PS muitas mulheres contribuíram com a ciência, mas foram caladas.”

A8: “Gostei muito da parte sobre História da Matemática. Me interessa muito por isso.”

A9: “As relações entre Matemática, História e Educação para o ensino de Matemática representam um diferencial da proposta (podendo ser utilizado de forma integral ou

parcialmente, o projeto gráfico necessita de pequenos ajustes como o uso excessivos de cores ou linhas nos espaços para as respostas, o tópico sobre o Teorema de Pitágoras poderia ser mais explorado com questões exploratórias do conceito, gostei muito da atividades sobre Área do Círculo, a Lista de Exercícios poderia explorar um pouco mais as questões com níveis de dificuldades gradativos e dos livros de HM, a obra apresenta outros diferenciais importantes como a Resolução Comentada de algumas questões, o Glossário, Saiba Mais, Infográficos, Sugestões de Vídeos e o Material de Apoio aos Professores com os quadros sobre conteúdos e objetivos de cada capítulo).”

De posse das considerações da parte 1 do instrumento avaliativo, visualizadas nos gráficos construídos na primeira etapa de análise, e também em posse do tratamento e interpretação das considerações da parte 2 do instrumento avaliativo, submetemos cada consideração a uma verificação e validação, através da comparação entre o que cada avaliador considerou na parte 2 do instrumento de avaliação, ou seja, nas respostas dadas às perguntas do tipo aberta e o que o mesmo avaliador considerou na parte 1 do instrumento de avaliação, ou seja, nas respostas dadas às perguntas do tipo fechadas. Assim, por resumir as críticas principais e apresentar contribuições para a reelaboração do produto educacional, selecionamos as seguintes considerações:

EIXO 1: Em relação à compreensão do produto educacional:

A3: “Considero um material bem elaborado, com ressalvas no sentido da História da Matemática que foi inserido. Ao possibilitar o uso do material completo ou fragmentado, o professor deve se atentar que a História para o ensino da Matemática não corresponde apenas em estórias sem o cunho didático. A parte direcionada aos exercícios não atende aos objetivos da História para o ensino da Matemática, pois ficou apenas as questões sem relação com os eventos históricos ocorridos. Sem observar os exercícios, considero que o material passa a mensagem que se propõe, principalmente na originalidade de suas gravuras, clareza no texto e na relação entre o conhecimento matemático e as ações ocorridas nos vários períodos históricos. Atento que existe alguns erros de digitação, rever as definições iniciais, quanto ao polígono, circunferência, além de ter o cuidado no uso das palavras racional e irracional (em alguns momentos estão trocadas).”

EIXO 2: Em relação à aceitação do produto educacional:

A2: “Não chega a ser irritante ou ofensivo, mas eu sugiro que seja retirada a expressão ‘aquilo que você sabe e também aquilo que não sabe’ na página 100.”

A7: “Não, mas falta lembrar a localização africana e asiática das muitas contribuições citadas. Evitar termos como Berço , Pai”

A8: “Excesso de diferentes cores utilizadas nas fontes na seção para refletir (página 32)

EIXO 3. Em relação à atração do produto educacional:

A4: “O material está claro e objetivo, com informações suficientes que levam os alunos a pensarem em uma matemática mais simples e com utilidade. Gosto da linguagem e do percurso evidenciado pelo autor para se concretizar os objetivos de seu escrito. A parte dos exercícios não atendeu aos objetivos da História para o ensino de Matemática, pois ficaram deslocados e sem o devido significado para as ações anteriores. Penso que faltou um inter-relação com as demais partes. Sobre a interdisciplinaridade, não consegui perceber com as disciplinas relacionadas, mas que talvez falte apenas um adentro mais propositivo do autor para deixar isso claro.”

A5: “Achei o material interessante! Gostei das construções Geométricas, porém acho que se fossem divididas em passos deixariam as construção mais sistemática e facilitaria a compreensão. Algumas definições básicas podem ser adicionadas ao glossário. No glossário, seria interessante enumerar ou referenciar, de alguma forma, as definições, e no texto poderia somente citar a referencia. Seria interessante adicionar algumas figuras para ilustrar algumas definições básicas. Por exemplo, no Glossário, na parte de áreas de figuras planas não tem nenhuma figura. Também achei as resoluções de alguns exercícios com poucos detalhes.”

3.4.3 Terceira etapa da análise das considerações

Para finalizar, trazemos a consideração sobre a aplicabilidade do produto educacional. Ele foi avaliado por nove professores e, destes, oito o avaliaram como aplicável e apenas um o avaliou como não aplicável. Mesmo obtendo esta avaliação negativa, consideramos o produto como aplicável. Pois, diante na análise individual das considerações deste único professor, constatamos que as suas considerações não eram pertinentes com o nosso referencial teórico. São elas:

A1: “Acredito ser desnecessária o capítulo que aborda os diferentes povos da antiguidade”

A1: “No ‘Para refletir’ acho desnecessário a abordagem mais filosófica com temas de cunho não matemático.”

Assim, interpretamos que a desnecessidade apontada pelo avaliador A1 de abordar os diferentes povos da antiguidade vai contra o que defendemos no referencial teórico, ou seja, a história da matemática quando usada como recurso pedagógico possui caráter de agente de formação cultural. Do mesmo, a desnecessidade apontada pelo avaliador A1 de uma “[...] abordagem mais filosófica com temas de cunho não matemático.” vai contra o nosso referencial teórico, onde é corroborado a necessidade de se fomentar o debate crítico sobre a sociedade capitalista, na perspectiva da formação do cidadão que se reconhece como ser histórico e social.

3.5 REELABORAÇÃO DO PRODUTO EDUCACIONAL

Como o produto educacional obteve, o que consideramos, conforme a apreciação dos professores avaliadores, um bom desempenho, poucas coisas tiveram a serem reelaboradas e, no que, correspondeu a pequenas alterações. Em decorrência do processo de validação das considerações, inicialmente, com vistas à reelaboração do produto educacional, aquelas foram separadas em três grupos, a saber:

- a) Conteúdos de matemática e desenho geométrico, com reelaboração do uso de conceitos e o redesenho de algumas figuras;
- b) Conteúdos relacionados à história da matemática, com a evidenciação de algumas passagens ligadas a história e aos povos da antiguidade;
- c) Ensino Médio Integrado, com adequação de alguns termos relacionados à questões de gênero e da reelaboração de passagens relacionadas aos mundo do trabalho.

Após esta preparação, ocorreu a reelaboração do produto educacional propriamente dita, ou seja, retomamos o produto educacional e fizemos as alterações indicadas pelos professores avaliadores, desde que estas respeitassem as bases teóricas da pesquisa.

As primeiras alterações foram pontuais e, como dissemos pouco alteraram o produto educacional. As segundas alterações, listadas a seguir, alteraram seções e extinguiram uma delas. Deste modo, efetuamos as seguintes alterações:

- a) Na seção “Para refletir!”, alteramos as cores das fontes tipográficas. Antes cada, pergunta da seção era em uma fonte tipográfica de cor diferente, sendo alterada para

uma única cor. Essa alteração foi efetuada pensando-se nas pessoas com alguma necessidade especial com relação à visão;

- b) Na seção “Um pouco de história”, acrescentamos uma página para evidenciar a contribuição dos povos africanos para a matemática e a questão da representatividade da mulher nas ciências;
- c) A seção referente aos exercícios foi retirada do produto educacional, por sugestão de um dos avaliadores. Como os exercícios escolhidos por nós não traziam referências à história da matemática, está ficava descontextualizada quando se tomava o produto como um todo.

Depois da reelaboração do produto educacional, nosso livro paradidático assumiu a estrutura que foi apresentada no capítulo anterior.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com a intenção de concluir este trabalho apresentaremos algumas considerações relacionadas à pesquisa a que nos propusemos. Faremos, inicialmente, uma retomada de forma resumida dos capítulos, incluindo nela uma síntese dos principais argumentos colocados pela pesquisa. É, aqui, também, feita uma autocrítica e apresentada as contribuições desta pesquisa, para, ao final, trazermos sugestões para trabalhos futuros.

Inicialmente, fizemos uma introdução que se inicia expondo o caráter dual da educação e a necessidade de eliminá-lo. Destacamos, que fizemos uso da sua história como recurso pedagógico e, na sequência, de forma breve, apresentamos a justificativa para a execução desta pesquisa e, em seguida, foi apresentado o atual estado da arte do problema da pesquisa. Após fazermos estas considerações, são elencados os objetivos da pesquisa, tanto o objetivo principal quanto os objetivos específicos. Trazemos, na continuidade, a indicação dos autores que foram utilizados com referências teóricas e a apresentação dos capítulos que constituem este trabalho.

Ainda no momento do texto em que fazemos a introdução apresentamos a metodologia usada na pesquisa, onde fazemos a sua caracterização como pesquisa aplicada devido às características que ela assumiu. Na sequência do texto, indicamos que a pesquisa seria delineada sob uma ótica qualitativa e que o nosso universo é a Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica. Dentro deste universo, através de uma amostragem não-probabilística, escolhemos como amostra um grupo de nove professores, escolhidos devido sua experiência em ministrar aulas de matemática no Ensino Médio Integrado e/ou por realizar pesquisas relacionadas à história da matemática. Concluimos este capítulo, apresentamos as etapas que constituíram o percurso metodológico por nós escolhido para conduzirmos a pesquisa.

O capítulo seguinte apresenta o referencial teórico, que, como forma de organização, dividimo-lo em subcapítulos. O primeiro subcapítulo demonstra que o trabalho foi a condição estruturante da produção das vidas humanas e que, sob esta perspectiva, o trabalho possui o princípio educativo. No subcapítulo seguinte, trazemos as considerações dos autores sobre o caráter dual que foi imposto e assumido pela educação e como este acentua-se sob o capitalismo e, também trouxemos os pensamentos de autores que apresentaram sua visão sobre a educação politécnica e escola unitária. Na sequência, são colocados os pensamentos de autores que enxergam no Ensino Médio Integrado uma via para, dentro do capitalismo, ofertar uma formação profissional ao mesmo tempo em que oferta uma formação humanística. No subcapítulo que se segue, apresentamos as contribuições de autores ligados à pedagogia

socialista e que em suas obras dedicaram um aparte ao ensino de matemática. Finalizando este capítulo, trouxemos a contribuição de autores que nos seus estudos tratam do uso da história da matemática como recurso pedagógico.

Na sequência trouxemos o capítulo que trata da elaboração e da apresentação do produto educacional. Nesta parte do relato da pesquisa, fazemos a apresentação do livro. Aqui, relatamos a forma como foi esboçado inicialmente o produto educacional, desde a escolha do tema até a definição do que ele se trataria, isto é, de um livro paradidático. Após a fase de esboço do produto educacional, passamos à sua elaboração do produto educacional, que seguiu três grupos de orientações, a saber: um grupo formado pelo referencial teórico das pesquisas, as dissertações em história da matemática e os materiais auxiliares, e um outro grupo, forma por pelos eixos temáticos orientadores e pela tipologia dos conteúdos.

Foi nesta fase, então, que cumprimos dois dos objetivos específicos. São eles: elaborar um livro paradidático que subsidie professores e alunos nas aulas de Geometria Plana, com foco no uso da História no Ensino da Matemática como recurso pedagógico e na proposta do Ensino Médio Integrado e explorar os potenciais didáticos contidos nas dissertações em História da Matemática.

O primeiro dos objetivos específicos citados aqui, tendo a sua materialização na forma do produto educacional, foi cumprido quando fizemos a elaboração, conforme a sugestão de Barros (2016) para a utilização das dissertações no ensino médio, do texto e das atividades do livro paradidático. Para tanto, para utilizarmos os conhecimentos contidos nas dissertações, recorremos à abordagem construtivista da história da matemática, devido ao seu caráter de causar a reflexão sobre o passado, causando ecos na forma como se entende presente e que apontam para a transformação do futuro; e ao fato, de que a história da matemática pode ser utilizada como unificadora das faces cotidiana, escolar e científica da matemática, que se completa no apontamento de que, deste modo, a face escolar da matemática assume dois papéis, importantes à proposta do Ensino Médio Integrado, a saber, a interdisciplinaridade e o político-crítico. Com este arcabouço retomamos as sugestões de Barros (2016) e, com observância do trabalho como princípio educativo no ensino médio, elaboramos um produto educacional que busca suprir as necessidades colocadas pela futura profissão, a saber, o conhecimento de desenho geométrico. Com o cuidado de que, no produto educacional, a preocupação contida como o ensino não deve pautar-se apenas pela formação profissional, mas do cidadão que conhece a sua profissão e compreende, na possibilidade de transformação, a sociedade em produz a sua vida. Desta forma, julgamos como cumprido este objetivo específico da pesquisa,

por entregarmos o material pronto, depois de avaliado e reelaborado conforme as considerações dessa mesmas avaliações, em que usarmos a história da matemática como recurso pedagógico e é alicerçado na proposta do Ensino Médio Integrado.

O segundo objetivo específico, ou seja, explorar os potenciais didáticos contidos nas dissertações em História da Matemática, foi cumprido na fase de elaboração do produto educacional, quando, tendo em perspectiva o trabalho como princípio educativo, desenvolvemos, a partir das sugestões colocadas por Barros (2016), ou seja, utilizar os conhecimentos gerados pelo trabalho de Vendemiatti (2009) para demonstrar as fórmulas do comprimento da circunferência e da área do círculo, o texto do produto educacional. Para tanto, recorremos aos argumentos reforçadores que potencializam pedagogicamente o uso da história da matemática em sala de aula; à história da matemática como agente de formação cognitiva e agente de formação cultural; e à abordagem construtivista da história da matemática, no entendimento desta como geradora de conhecimento. Deste modo, elaboramos o livro paradidático, como pode ser comprovado com a sua leitura, que foi além das sugestões de Barros (2016) e, dentro do percurso pedagógico traçado, explorou e agregou demonstrações algébricas e geométricas, construções geométricas e a possibilidade de exploração de conteúdos distintos da matemática e de outras disciplinas, por exemplo. Deste modo, damos por cumprido o segundo objetivo específico aqui colocado, ou seja, o de explorar os potenciais didáticos contidos nas dissertações em História e da Matemática.

Dando continuidade ao texto, trazemos as considerações sobre o capítulo que trata da aplicação do produto educacional, dizendo que elaboramos um instrumento avaliativo para ser aplicado junto a professores da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica, através do Google Forms. Assim, o instrumento avaliativo elaborado exclusivamente para o produto é dividido em duas partes; a primeira, composta de perguntas fechadas, e a segunda, composta de perguntas abertas. Além de termos adaptado os trabalhos dos autores às características do nosso produto educacional, colocamos ao final uma questão fechada para julgar quanto a aplicabilidade do material no Ensino Médio Integrado.

Após a aplicação do instrumento avaliativo, procedemos a análise das considerações dos professores quanto a sua aplicabilidade. Quando conseguimos explorar as considerações, fizemos a validação desta por meio da verificação, do tratamento e da interpretação dos resultados, levando em consideração, sempre, o referencial teórico da pesquisa. Em decorrência, pudemos fazer a reelaboração do produto educacional conforme as considerações dos professores. Para tanto, nos assentamos, novamente, sobre o referencial teórico.

Com o produto educacional avaliado quanto a sua aplicabilidade no Ensino Médio Integrado e reelaborado, o consideramos pronto e, com isto, mais dois objetivos específicos foram cumpridos, a saber: verificar a aplicabilidade do produto educacional através de avaliação realizada por professores de matemática e validar as sugestões de atividades de Geometria Plana propostas na tese Pesquisas Sobre História e Epistemologia da Matemática: contribuições para a abordagem da Matemática no Ensino Médio.

A verificação quanto a aplicabilidade do produto educacional através de avaliação realizada por professores de matemática, foi feita com a utilização do instrumento avaliativo. O Produto educacional foi avaliado por nove professores e, destes, oito o avaliaram como aplicável e apenas um o avaliou como não aplicável. Fazemos aqui a observação de que, mesmo tendo considerado esta avaliação negativa, temos o produto como aplicável. Pois, diante na análise individual das considerações deste único professor a negatar a aplicabilidade do produto educacional, constatamos que as suas considerações não eram pertinentes com o nosso referencial teórico. Assim, está cumprido o objetivo específico de verificar a aplicabilidade do produto educacional através de avaliação realizada por professores de matemática da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica.

Do mesmo modo, houve o cumprimento do objetivo de validar as sugestões de atividades de Geometria Plana propostas na tese Pesquisas Sobre História e Epistemologia da Matemática: contribuições para a abordagem da Matemática no Ensino Médio se deu através da avaliação da aplicabilidade do produto educativo no Ensino Médio Integrado, pois a cada um dos professores foi pedido que avaliasse no produto educacional, conforme o eixo temático Capítulos do material educativo, o descritor “No Capítulo ‘Círculo e circunferência’, a forma como são demonstradas as fórmulas do comprimento da circunferência e da área do círculo são adequadas para o entendimento do aluno?”. Assim, para 66,67% dos avaliadores o descritor foi atendido, para 22,22% dos avaliadores o descritor foi parcialmente atendido e para 11,11% dos avaliadores o descritor não foi atendido. Daí, ao procedermos as análises individuais das considerações feitas pelos respectivos avaliadores, efetuamos a reelaboração necessárias para que o descritor fosse dado como atendido, dentro do respeito ao referencial teórico da pesquisa.

Desta forma damos como cumprido o objetivo específico de validar as sugestões de atividades de Geometria Plana propostas na tese Pesquisas Sobre História e Epistemologia da Matemática: contribuições para a abordagem da Matemática no Ensino Médio.

Com isto, findamos a retomada dos capítulos e, diante disto damos por cumprido o objetivo geral da pesquisa, ou seja, analisar o potencial de um livro paradidático que subsidie

professores e alunos nas aulas de Geometria Plana, com foco no uso da História no Ensino da Matemática como recurso pedagógico e na proposta do Ensino Médio Integrado. Pois, para tanto, elaboramos um livro paradidático conforme o referencial teórico escolhido, exploramos os potenciais didáticos e conceituais das dissertações em história da matemática e verificar a aplicabilidade do produto educacional através de avaliação realizada por professores de matemática da Rede Federal de Educação Profissional e Tecnológica.

Como uma autocrítica à pesquisa apontamos a não aplicação do livro paradidático junto aos alunos. Mesmo tendo sido aplicado em uma parte de seu público alvo, os professores, e estes o avaliarem como aplicável no Ensino Médio Integrado, a sua aplicação junto aos alunos contribuiria para enriquecer mais ainda o produto educacional com o acréscimo de perspectivas diferentes sobre ele.

Outra autocrítica que estabelecemos é a de que, por não ter elaborado a seção referente aos exercícios da forma como deveria, ou seja, com problemas pensados e desenvolvidos em cima da história da matemática, esta ficou de fora da versão final do livro paradidático após a sua reelaboração. Esta seção chegou a ser elaborada e fez parte das várias versões do produto educacional, mas, embora trouxesse exercícios pensados levando-se em consideração o dia-a-dia profissional de um técnico em edificações, como bem considerou um dos professores avaliadores, esta seção ficava destoante em relação ao conjunto formado pelo livro paradidático.

Como última autocrítica, apontamos o fato de que poderíamos ter recorrido a mais ferramentas digitais, no sentido não da elaboração do produto educacional, mas, sim, de tornar mais dinâmico o seu uso. Por exemplo, poderíamos, dentro dos capítulos e seções, ter colocados links de acesso a sites e vídeos. Este pensamento desde o início nos ocorreu, porém, durante as idas e vindas do processo de elaboração, esta ideia acabou se perdendo e nos voltou agora neste momento após o produto educacional pronto.

Mesmo assim, impondo-nos estas autocríticas, esta pesquisa contribui para a difusão do uso da matemática como recurso pedagógico. É verificável que, nas escolas e universidades, ainda é pouco conhecido este recurso e que a sua utilização por professores requer que estes se apropriem de um conhecimento que não lhes é passado na graduação.

Outra contribuição da pesquisa é o de clarificar que o uso pedagógico da história da matemática no ensino da matemática escolar, por assumir os papéis de interdisciplinaridade e crítico-social, se adequa ao ensino de matemática no Ensino Médio Integrado, pois este toma como pressupostos filosóficos o entendimento da realidade como um todo estruturado e dialético, cujo entendimento se dá através da compreensão das relações entre o todo e suas

partes constitutivas, e que o homem, por ser um ser histórico-social, possui o potencial para se posicionar criticamente dentro da sociedade.

Mais uma contribuição da nossa pesquisa é a de ajudar com a desmistificação da matemática como uma ciência pronta e na qual não há mais nada a ser desenvolvido. Pois, através do uso da história no ensino, tornamos visível o processo de produção do conhecimento. Mostramos que fórmulas e constantes matemáticas, por exemplo, não surgem do nada, mas que são o resultado do trabalho de homens durante todo um processo histórico de construção do conhecimento. E, deste modo, ao nos posicionarmos como seres históricos, entendemos, através desta perspectiva, que o momento em que vivemos é parte deste processo histórico e que o futuro é o resultado das nossas ações no presente.

Além disso, contribuímos para tornarmos visível o conhecimento gerado em dissertações. Este conhecimento, de forma geral, permanece restrito aos círculos acadêmicos, mas, como ficou provado, com as devidas adequações para outros níveis de ensino, torna-se uma fonte de textos e atividades, por exemplo.

Por fim, a última contribuição que esta pesquisa trouxe, através do produto educacional, foi mostrar que é possível realizar a articulação entre os próprios conteúdos da disciplina. De modo, que fique evidente para o próprio aluno, que a matemática é um todo interdependente e não uma disciplina como uma série de seções independentes uma das outras.

Como sugestão, apontamos que os próprios professores criem materiais didáticos que sejam realmente voltados para o Ensino Médio Integrado. Percebemos, através das falas das contribuições deste, a carência de materiais deste tipo. A sugestão é de que o façam, mesmo usando de outro recurso pedagógico que não a história da matemática. E caso se opte por utilizar a história da matemática como recurso pedagógico, embora seja necessário para isto o uso de tempo e esforço, como resultado, há o ganho em significado, sentido e criatividade.

Também sugerimos para trabalhos futuros, o aprofundamento do estudo dos autores da pedagogia socialista que tomamos no referencial teórico. Estes autores tem muito a oferecer com sua experiência para o Ensino Médio Integrado, pois, formaram sua bagagem de conhecimento na prática revolucionária, na perspectiva da escola politécnica. Estes autores tem o pensamento totalmente voltado para o princípio educativo do trabalho e tem muito a contribuir para a educação.

Por fim, esperamos que esta pesquisa e o produto educacional decorrente dela sirvam de inspiração para que professores usem a história da matemática, devido ao seu potencial,

como recurso pedagógico nas suas aulas. Pois, como é observável, de uma proposta simples, isto é, da determinação de um valor aproximado para π e da demonstração das fórmulas do perímetro da circunferência e da área do círculo, pudemos, fazendo o uso pedagógico da história da matemática, agregar os conhecimentos inerentes ao mundo do trabalho e, com isto, potencializar a proposta. Esperamos, também, inspirar professores a trabalhar a matemática no entendimento de que ela é um todo indissociável e que a sua separação em áreas ocorre para sua melhor compreensão apenas. Esperamos, por último, que inspire professores a trazer para as suas salas de aulas a discussão sobre esta sociedade, desigual por definição, não na perspectiva de melhorá-la, pois, justamente, por sua definição ela continuará sendo desigual. Mas, antes, deve ser fomentada a discussão com vistas a transformá-la.

REFERÊNCIAS

- ANTUNES, Ricardo Luis Coutro. **Os sentidos do trabalho**: ensaio sobre a afirmação e negação do trabalho. 2. ed. São Paulo: Boitempo, 2009.
- ANTUNES, Ricardo Luis Coutro; ALVES, Giovanni. As mutações no mundo do trabalho na era da mundialização do capital. **Educação e sociedade**: revista de ciência da educação, Campinas, v. 25, n. 87, p. 335-351, maio/ago. 2004. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/es/v25n87/21460.pdf> Acesso em: 20 maio 2020.
- ARAÚJO, Ronaldo Marcos de Lima; FRIGOTTO, Gaudêncio. Práticas pedagógicas e ensino integrado. **Revista Educação em Questão**. Natal, v. 52, n. 38, p. 61-80, maio/ago. 2015. Disponível em: <http://www.revistaeduquestao.educ.ufrn.br/pdfs/v52n38.pdf>. Acesso em: 16 out. 2018.
- BARDIN, Lawrence. **Análise de conteúdo**. São Paulo: Edições 70, 2011.
- BARROS, Rafael José Alves do Rego. **Pesquisas Sobre História e Epistemologia da Matemática**: contribuições para abordagem da matemática no Ensino Médio. 2016. 243 f. Tese (Doutorado em Educação) – Centro de Educação, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, 2016. Disponível em: https://repositorio.ufrn.br/jspui/bitstream/123456789/21821/1/PesquisasSobreHist%C3%B3ria_Barro_2016.pdf. Acesso em: 29 nov. 2018.
- BEREZANSKAYA, Elizaveta Salevievna. O trabalho em matemática. In: PISTRÁK, Moisey Mikhaylovick (org.). **A Escola-Comuna**. São Paulo: Expressão Popular, 2009. p. 345-362.
- BRASIL. Ministério da Educação e Cultura. **Parâmetros Nacionais Curriculares para o Ensino Médio**. Brasília: MEC, 2000. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>. Acesso em: 29 nov. 2018.
- CARVALHO, Dione Lucchesi de. **Metodologia do Ensino de Matemática**. São Paulo: Cortez, 1990.
- CHIZZOTTI, Antonio. **Pesquisa qualitativa em ciências humanas e sociais**. 3. ed. Petrópolis: Vozes, 2010.
- ENGELS, Friedrich. **A origem da família, da propriedade privada e do Estado**: em conexão com as pesquisas de Lewis H. Morgan. São Paulo: Boitempo, 2019.
- EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Campinas: Editora da Unicamp, 2004.
- FOSSA, John Andrew. **Ensaio sobre a Educação Matemática**. 2. ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2012.
- FREITAS, Rony Cláudio de Oliveira. **Produções colaborativas de professores de matemática para um currículo integrado do Proeja-Ifes**. 2010. Tese (Doutorado em Educação) – Universidade Federal do Espírito Santo, Centro de Educação, Vitória, 2010.

FRIGOTTO, Gaudêncio. A polissemia da categoria trabalho e a batalha das ideias nas sociedades de classe. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 14, n.40, p. 169-194, jan./abr. 2009. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/rbedu/v14n40/v14n40a14.pdf> Acesso em: 20 maio 2020.

FRIGOTTO, Gaudêncio. Educação e trabalho: bases para debater a educação profissional emancipadora. **Perspectiva**, Florianópolis, v. 19, n. 1, p. 71-87, jan./jun. 2001. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/perspectiva/article/view/8463/7770> Acesso em: 20 maio 2020.

GIL, Antônio Carlos. Métodos e técnicas de pesquisa social. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2007.

GRAMSCI, Antonio. **Cadernos do cárcere**: introdução à Filosofia e a filosofia de Benedetto Croce. 9. ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2017. v. 1.

GRAMSCI, Antonio. **Cadernos do cárcere**: os intelectuais: o princípio educativo: jornalismo. 6. ed. Rio de Janeiro: Civilização Brasileira, 2011. v. 2.

KAPLÚN, Gabriel. Contenidos, itinerarios y juegos. **Revista Interamericana de Educación de Adultos**, Pátzcuaro, v. 27, n. 1, p. 143-158, jan./jun. 2005. Disponível em: <https://www.crefal.org/rieda/images/rieda-2005-1/contrapunto1.pdf>. Acesso em: 20 fev. 2020.

KAPLÚN, Gabriel. Materiais educativos: experiência de aprendizado. **Revista comunicação & educação**, São Paulo, n. 27, p. 46-60, maio/ago. 2003. Disponível em: <http://www.periodicos.uem.br/ojs/index.php/TeorPratEduc/article/view/20180/10526> Acesso em: 20 fev. 2020.

KRUPSKAYA, Nadezhda Konstantinovna. **A construção da Pedagogia Socialista**: escritos selecionados. São Paulo: Expressão Popular, 2017.

KUENZER, Acácia Zeneida; GRABOWSK, Gabriel. A produção do conhecimento no campo da educação profissional no regime de acumulação flexível. **Holos**, Natal, v. 6, p. 22-32, set. 2016. Disponível em: <http://www2.ifrn.edu.br/ojs/index.php/HOLOS/article/view/4983/1566> Acesso em: 20 maio 2020.

LAVILLE, Christian; DIONNE, Jean. **A construção do saber**: manual de metodologia da pesquisa em ciências humanas. Porto Alegre: ArtMed; Belo Horizonte: Editora UFMG, 1999.

LEITE, Priscila de Souza Chisté. Produtos educacionais em mestrados profissionais na área de ensino: uma proposta de avaliação coletiva de materiais educativos. In: CONGRESSO IBERO-AMERICANO EM INVESTIGAÇÃO QUALITATIVA, 7., 2018, Fortaleza. **Atas...** Aveiro: Ludomedia, 2018. p. 330-339. Disponível em: <http://www.revistas.usp.br/comueduc/article/view/37491/40205>. Acesso em: 20 fev. 2020.

LENIN, Vladímir Ilitch Uliánov. **As tarefas revolucionárias da juventude**. São Paulo: Expressão Popular, 2015.

LESSA, Sérgio; TONET, Ivo. **Introdução à filosofia de Marx**. 2. ed. São Paulo: Expressão Popular, 2011.

MARX, Karl. **Crítica do Programa de Gotha**. São Paulo: Boitempo, 2012.

MARX, Karl. **O capital**: crítica da economia política: livro 1: o processo de produção do capital. São Paulo: Boitempo, 2013.

MARX, Karl. **Sobre a questão judaica**: inclui as cartas de Marx a Ruge publicadas nos Anais Franco-Alemães. São Paulo: Boitempo, 2010.

MARX, Karl; ENGELS, Friedrich. **A ideologia alemã**: crítica da mais recente filosofia alemã em seus representantes Feuerbach, B. Bauer e Stiner, e do socialismo alemão em seus diferentes profetas (1845-1846). São Paulo: Boitempo, 2007.

MARX, Karl; ENGELS, Friedrich. **Manifesto comunista**. São Paulo: Boitempo, 2010.

MENDES, Iran Abreu. **Cartografias em história da matemática no Brasil**: um estudo centrado nas dissertações e teses defendidas entre 1990-2010. Projeto de pesquisa (Bolsa produtividade CNPq). Natal: Universidade Federal do Rio Grande do Norte, 2010. Impresso.

MENDES, Iran Abreu. **Investigação histórica no ensino de Matemática**. Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna, 2009.

MENDES, Iran Abreu. Pesquisas em história da Educação Matemática no Brasil em três dimensões. **Quipu**. [S.I.] v. 14, n. 1, p. 69-92, jan./abr. 2012. Disponível em: <http://www.revistaquipu.com/Sub1/D3A8TIA/2012/14-1-28615.pdf>. Acesso em: 09 set. 2019.

MENDES, Iran Abreu. Tendências da pesquisa em História da Matemática no Brasil: a propósito das dissertações e teses (1990 - 2010). **Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática**. São Paulo, v. 14, n. 3, p. 465-480, out./set. 2012. Disponível em: <https://revistas.pucsp.br/index.php/emp/article/view/12765>. Acesso em: 16 out. 2018.

MICHEL, Maria Helena. **Metodologia e pesquisa científica em ciências sociais**. 2. ed. São Paulo: Atlas, 2009.

MIGUEL, Antônio. As potencialidades pedagógicas da História da Matemática em questão: argumentos reforçadores e questionadores. **Zetetiké**. Campinas, v. 5, n. 8, p. 73-106, jul/dez, 1997.

MIGUEL, Antônio; MIORIM, Maria Ângela. **História na Educação Matemática**: propostas e desafios. 2. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2011.

MOURA, Dante Henrique; LIMA FILHO, Domingos Leite; SILVA, Mônica Leite. Politecnicidade e formação integrada: confrontos conceituais, projetos políticos e contradição histórica da educação Brasileira. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 20, n.63, p. 1057-1080, out/dez. 2015. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/rbedu/v20n63/1413-2478-rbedu-20-63-1057.pdf> Acesso em: 20 maio 2020.

NOSELLA, Paolo; AZEVEDO, Mário Luiz Neves de. A educação em Gramsci. **Revista Teoria e Prática educativa**, Maringá, v. 15, n. 2, p. 25-33, maio/ago. 2012. Disponível em: <http://www.periodicos.uem.br/ojs/index.php/TeorPratEduc/article/view/20180/10526> Acesso

em: 20 maio 2020.

PISTRAK, Moisey Mikhaylovick. **Ensaio sobre a escola politécnica**. São Paulo: Expressão Popular, 2015.

PISTRAK, Moisey Mikhaylovick. **Fundamentos da escola do trabalho**. São Paulo: Expressão Popular, 2018.

PLEKHANOV, Guiorgui Valentinovitch. **O papel do indivíduo na história**. 2. ed. São Paulo: Expressão Popular, 2011.

RAMOS, Marise Nogueira. **Concepção do Ensino Médio Integrado**. 2008. Disponível em: <https://tecnicadmiwj.files.wordpress.com/2008/09/texto-concepcao-do-ensino-medio-integrado-marise-ramos1.pdf>. Acesso em: 19 maio 2020.

RAMOS, Marise Nogueira. Possibilidades e desafios na organização do currículo integrado, *In*: RAMOS, Marise Nogueira; FRIGOTO, Gaudêncio; CIAVATTA, Maria (org.). **Ensino Médio Integrado: concepções e contradições**. São Paulo, Cortez: 2005. p. 107-128.

RICHARDSON, Roberto Jarry. **Pesquisa social: métodos e técnicas**. 3. ed. São Paulo: Atlas, 2011.

RUIZ, Luciana *et al.* **Producción de materiales de comunicación y educación popular**. Buenos Aires: Departamento de Publicaciones de la Facultad de Derecho y Ciencias Sociales de la Universidad de Buenos Aires, 2014. Disponível em: <http://www.sociales.uba.ar/wp-content/blogs.dir/219/files/2015/07/2-Prod-Materiales-B.pdf>. Acesso em: 20 fev. 2020.

SAD, Lúgia Arantes (Ed.). **Anais. VI Seminário Nacional de História da matemática**. Rio Claro; SBHMat, 2005.

SANTANA, Erivaldo Ribeiro. **O problema da quadratura do círculo: uma abordagem histórica sob a perspectiva atual**. 2015. 74 f. Dissertação (Mestrado em Matemática) - Instituto de Matemática, Universidade Federal do Amazonas, Manaus, 2015. Disponível em: <https://tede.ufam.edu.br/bitstream/tede/4551/2/Disserta%C3%A7%C3%A3o%20-%20Erivaldo%20Ribeiro%20Santana.pdf>. Acesso em: 29 nov. 2018.

SAVIANI, Demerval. Trabalho e educação: fundamentos ontológicos e históricos. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, v. 12, n. 34, p. 152-180, jan./abr. 2007. Disponível em: <https://www.scielo.br/pdf/rbedu/v12n34/a12v1234.pdf> Acesso em: 20 maio 2020.

SCHELESENER, Anita Helena. Marx e a educação: observações acerca de a Ideologia Alemã e Teses contra Feuerbach. **Revista Germinal: Marxismo e educação em debate**, Salvador, v. 7, n. 2, p. 163-175, dez. 2015. Disponível em: <https://portalseer.ufba.br/index.php/revistagerminal/article/view/12962/10450> Acesso em: 20 maio 2020.

SHULGIN, Victor Nikolaevich. **Rumo ao politecnismo: artigos e conferências**. São Paulo: Expressão Popular, 2013.

SILVA, Alex Gomes da. **Construções geométricas com régua e compasso**. 2013. 132 f.

Dissertação (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional) – Instituto de Matemática, Universidade Federal de Alagoas, Maceió, 2013. Disponível em: <http://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/2432/1/Constru%C3%A7%C3%B5es%20geom%C3%A9tricas%20com%20r%C3%A9gua%20e%20compasso.pdf> Acesso em: 29 nov. 2018.

TAHAN, Malba. **O homem que calculava**. 58. ed. Rio de Janeiro: Record, 2002.

VENDEMIATTI, Aloísio Daniel. **A quadratura do círculo e a gênese do número π** . 2009. 145 f. Dissertação (Mestrado Profissional em Ensino de Matemática) – Pontifícia Universidade Católica de São Paulo, São Paulo, 2009. Disponível em: <https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/11374/1/Aloisio%20Daniel%20Vendeniatti.pdf> . Acesso em: 29 nov. 2018.

ZABALA, Antoni. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: ArtMed, 1998.

APÊNDICE A – INSTRUMENTO AVALIATIVO



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA MESTRADO PROFISSIONAL EM EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA

Instrumento de avaliação do produto educacional

Olá,

Antes de tudo, quero agradecer o seu interesse em responder este questionário. Sua ajuda é fundamental para que possamos aperfeiçoar o produto educacional e concluir a nossa pesquisa. O questionário está dividido em duas partes: a primeira, conforme os eixos e os respectivos descritores sobre a forma de perguntas desenvolvidos por Leite (2018) com adaptação nossa; na segunda parte, as perguntas seguem as orientações de Ruiz et al. (2014) adaptadas por Leite (2018) para serem consideradas na avaliação de um produto educacional. Segue o questionário:

1ª parte:

| ESTÉTICA E ORGANIZAÇÃO DO MATERIAL EDUCATIVO | | | |
|---|-----------|-----------------------|--------------|
| PERGUNTAS | AVALIAÇÃO | | |
| | Atendido | Atendido parcialmente | Não atendido |
| Promove o diálogo entre o texto verbal e o visual? | | | |
| Apresenta um texto atrativo e de fácil compreensão? | | | |
| CAPÍTULOS DO MATERIAL EDUCATIVO | | | |
| PERGUNTAS | AVALIAÇÃO | | |
| | Atendido | Atendido parcialmente | Não atendido |
| Apresenta capítulos interligados e coerentes? | | | |
| A apresentação explica a concepção que embasa o material educativo, a origem e os capítulos que o compõe? | | | |
| Explicita na introdução do material educativo os objetivos do material educativo? | | | |
| No Capítulo “A Quadratura do Círculo”, é clara a relação entre o problema colocado para o técnico em edificações pelo proprietário da casa e o problema da Quadratura do Círculo? | | | |

| | | | |
|---|-----------|-----------------------|--------------|
| Ainda no Capítulo “A Quadratura do Círculo”, é esclarecido o porquê da impossibilidade de se construir um segmento de reta de comprimento π ? | | | |
| A forma como foi feita a demonstração de que $\sqrt{\pi}$ é um número irracional, no Capítulo “A Quadratura do Círculo”, é suficiente para o entendimento do aluno? | | | |
| As seções “Saiba Mais” cumprem o papel de informar e esclarecer algum fato ligado à Matemática e oferece um alívio, momento de descontração entre os cálculos, questionamentos e construções geométricas? | | | |
| O Capítulo “A gênese do número π ” consegue destacar a importância do número π na história humana? | | | |
| No capítulo “O Método Clássico de Arquimedes”, o referido método funciona adequadamente para que o aluno obtenha uma aproximação para o número π e como pode ser obtido este valor este valor? | | | |
| No Capítulo “Círculo e circunferência”, a forma como são demonstradas as fórmulas do comprimento da circunferência e da área do círculo são adequadas para o entendimento do aluno? | | | |
| As seções “Exercícios” e “Glossário” servem, cada um, às suas funções? | | | |
| Em todos os capítulos do produto educacional é evidente o uso da história no ensino da matemática? | | | |
| Em todos os capítulos do produto educacional consegue-se, partindo do conceito do número π , trabalhar conceitos de geometria, demonstrar as fórmulas para o cálculo da área do círculo e do comprimento da circunferência, ao mesmo tempo em que interligou áreas diferentes da matemática, possibilita a interdisciplinaridade e a reflexão sobre a sociedade atual, fazendo uso, para isto, da história no ensino da matemática? | | | |
| O produto educacional possibilita tanto o seu uso como um todo, se se seguir a sequência estabelecida, e, também, possibilita o uso isolado de suas partes, caso o professor deseje usá-lo como fonte de atividades e textos para apoiar o ensino de conteúdos? | | | |
| ESTILO DE ESCRITA APRESENTADO NO MATERIAL EDUCATIVO | | | |
| PERGUNTAS | AVALIAÇÃO | | |
| | Atendido | Atendido parcialmente | Não atendido |
| Apresenta escrita acessível, evitando palavras desnecessárias e difíceis de entender? | | | |

| | | | |
|---|-----------|-----------------------|--------------|
| O texto é atrativo e estimula a aprendizagem do leitor? | | | |
| As atividades utilizam diferentes linguagens, contemplando a diversidade linguística (figuras, textos científicos, textos jornalísticos, histórias em quadrinhos, charges, cartuns, etc.)? | | | |
| CONTEÚDO APRESENTADO NO MATERIAL EDUCATIVO | | | |
| PERGUNTAS | AVALIAÇÃO | | |
| | Atendido | Atendido parcialmente | Não atendido |
| A forma de apresentar os referenciais teóricos utilizados é clara e de fácil entendimento? | | | |
| O texto promove a leitura dinâmica com informações técnicas na mesma proporção que é didático? | | | |
| PROPOSTAS DIDÁTICAS APRESENTADAS NO MATERIAL EDUCATIVO | | | |
| PERGUNTAS | AVALIAÇÃO | | |
| | Atendido | Atendido parcialmente | Não atendido |
| As construções geométricas possibilitam discutir e responder as questões ligadas à geometria? | | | |
| A sequência de construções geométricas e cálculos algébricos é suficiente para que o aluno consiga segui-la, entendê-la e alcançar o seu objetivo? | | | |
| O material, além da matemática, ao abordar conteúdos de outras disciplinas, tais como, Desenho Geométrico, História, Geografia, Línguas estrangeiras (inglês, espanhol e francês), Literatura (poemas) e Artes, tem potencial para promover a interdisciplinaridade? | | | |
| No produto educacional, houve a articulação entre alguns conteúdos da Matemática (Álgebra, Geometria, Trigonometria) através do uso da história no ensino da matemática? | | | |
| CRITICIDADE APRESENTADA NO MATERIAL EDUCATIVO | | | |
| PERGUNTAS | AVALIAÇÃO | | |
| | Atendido | Atendido parcialmente | Não atendido |
| Nas seções “Para Refletir” e “Um Pouco de história”, o uso da história no ensino da matemática cumpre o papel de proporcionar uma melhor compreensão da vida e de sua produção, colocando o aluno para pensar sobre a sociedade atual, com possibilidade de uma mudança de atitude? | | | |
| Os conteúdos escolhidos possuem potencial para serem utilizados na vida prática pelos alunos? | | | |

2ª Parte:

1. Que mensagem o material passa? Existem palavras de difícil compreensão? Quais? Qual seria melhor? Existem partes mais difíceis do que outras? Há pouca, suficiente ou muita informação?
2. Parece que este material é destinado a professores e alunos? Por quê?
3. Há algo neste material que você considera irritante ou ofensivo?
4. A mensagem do material pede que você faça algo? O quê? Você está disposto a realizar? Por quê? Recomendaria que alguma pessoa próxima a você realize essa mudança de olhar?

Esta última pergunta para ser respondida deve elevar em conta também todas as situações que foram ou atendidas parcialmente ou não atendidas.

5. O que mais chama a atenção neste material? Por quê? O que mais gosta? Por quê? O que mudaria para melhorar o que não gostou?

Levando em consideração a sua avaliação e as suas contribuições para melhoria do produto educacional, ele é tido como aplicável como subsídio didático para uso nas aulas de matemática do Ensino Médio Integrado?

() Sim.

() Não.

APÊNDICE B – PRODUTO EDUCACIONAL

O produto educacional pode ser acessado através do link ou através do QR Code que seguem:

Link para acessar o produto educacional:

<http://educapes.capes.gov.br/handle/capes/582374>

QR Code para acessar o produto educacional:

