



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA CAMPUS  
PATOS**

**PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, INOVAÇÃO E PÓS-GRADUAÇÃO**

**DIRETORIA DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA**

**UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL – UAB-IFPB**

**CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA NA  
MODALIDADE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA**

**MARCOS ANTONIO CUNHA FARIAS**

**ESTUDO DE FUNÇÃO: Uma Sugestão de aula utilizando o material didático Máquina das  
Funções**

**PATOS - PB**

**2020**

**MARCOS ANTONIO CUNHA FARIAS**

**ESTUDO DE FUNÇÃO:**

**Uma Sugestão de aula utilizando o material didático Máquina das Funções**

TCC-Artigo apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Campus Patos, Polo TAPEROÁ para obtenção do título de Especialista em Ensino de Ciências e Matemática, sob a orientação do Prof. Me. Ledevande Martins da Silva

**PATOS - PB**  
**2020**

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA PATOS/IFPB

F224e Farias, Marcos Antônio Cunha  
Estudo de função: uma sugestão de aula utilizando o material didático máquina das funções/ Marcos Antônio Cunha Farias. - Patos, 2020.  
24 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal da Paraíba, 2020.  
Orientador: Prof. Me. Ledevande Martins da Silva

1. Conteúdo da função 2. Material didático 3. Sugestão de aula I. Título.

CDU – 517.5

**MARCOS ANTONIO CUNHA FARIAS**

**ESTUDO DE FUNÇÃO:**

**Uma Sugestão de aula utilizando o material didático Máquina das Funções**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado à Banca Examinadora, do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), para obtenção do título de Especialista em Ensino de Ciências e Matemática.

Patos (PB), 16 de dezembro de 2020.

**BANCA EXAMINADORA**

*Ledevande Martins da Silva*

---

Prof. Me. Ledevande Martins da Silva  
Orientador – IFPB

*Jefferson Dagmar Pessoa Brandão*

---

Prof. Me. Jefferson Dagmar Pessoa Brandão  
Avaliador – IFPB

*Tiêgo dos Santos Freitas*

---

Prof. Dr. Tiêgo dos Santos Freitas  
Avaliador – SEECT/PB

# **ESTUDO DE FUNÇÃO: Uma Sugestão de aula utilizando o material didático Máquina das Funções**

**Marcos Antonio Cunha Farias**  
**Ledevande Martins da Silva**

IFPB/UAB

Curso de Especialização em Ensino de Ciências e Matemática

## **RESUMO**

Este trabalho tem como objetivo mostrar o conteúdo de função, utilizando para isso o material didático máquina das funções. Essa sugestão visa possibilitar aos professores de matemática utilizarem essa ferramenta como uma técnica que instigue os alunos do ensino médio a uma compreensão e aprendizado satisfatório deste conteúdo. É notório que a maioria dos alunos que ingressam ou concluem ensino médio apresentam muitas dificuldades em relação a tal conteúdo, visto que a eles foram apresentados de forma instrutiva e conveniente e, nesse contexto, esses conteúdos são esquecidos facilmente, pois os alunos acham que os mesmos não têm importância ou aplicação. Trata-se de uma sugestão de aula que irá associar um material didático, e a sua utilização está diretamente associada às ferramentas utilizadas diariamente pelos professores, (quadro branco, lápis pilot), o professor precisa, apenas, fazer desenhos, para utilizar essa sugestão. Pretendemos, com esse estudo, associar essa sugestão ao estudo do conteúdo de função, com o objetivo de aplicá-lo em práticas pedagógicas e com isso minimizar as dificuldades dos alunos e propiciar aos professores mais um mecanismo que os auxiliem no processo de ensino e aprendizagem e, dessa forma, trazer contribuições ao trabalho dos professores.

**PALAVRAS-CHAVE:** Conteúdo de função; Material didático; Sugestão de aula.

## **ABSTRACT**

This work aims to show the content of the function, using the didactic material of the functions. This suggestion aims to enable mathematics teachers to use this tool as a technique that instigates high school students to a satisfactory understanding and learning of this content. It is clear that the majority of students who enter or finish high school have many difficulties in relation to such content, since they were presented in an instructive and convenient way and, in this context, these contents are easily forgotten, as students think that they have no importance or application. This is a lesson suggestion that will associate teaching material, and its use is directly associated with the tools used daily by teachers (whiteboard, pilot pencil), the teacher only needs to make drawings, to use this suggestion . With this study, we intend to associate this suggestion with the study of the content of the function, with the objective of applying it in pedagogical practices and thereby minimizing the difficulties of students and providing teachers with another mechanism to assist them in the teaching and learning process and, thus, bring contributions to the work of teachers.

**KEYWORDS:** Content of function; Courseware; Lesson suggestion.

## SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO</b> .....	8
<b>2. METODOLOGIA</b> .....	9
<b>3. REFERENCIAL TEÓRICO</b> .....	9
3.1. A importância do conceito de Função .....	9
3.2. O que é Material Didático Manipulativo? Qual a sua importância no ensino e aprendizagem?.....	10
3.3. Definição de Máquina de Funções e estabelecendo a sua utilização .....	11
3.4. Noção Intuitiva de Função.....	12
3.5. Conceito de Função Matemática .....	15
3.6. Expandindo a compreensão sobre Função a partir do Material Didático Manipulável Máquina da Funções.....	15
3.7. Lei da Função e Variáveis Dependente e Independente.....	17
3.8. Domínio, Contradomínio e Imagem da Função .....	19
<b>4. RESULTADO E DISCUSSÃO</b> .....	23
<b>5. CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	23
<b>REFERÊNCIAS</b> .....	25

## 1. INTRODUÇÃO

O Conceito de Função é um dos mais importantes em Matemática e está, de forma direta ou indireta, relacionado a todos os demais conhecimentos acumulados pela humanidade sobre esta ciência. (DANTE, 2006)

O estudo de Matemática é fundamental para a inserção do aluno no convívio social, mas a maioria dos alunos, os que estão concluindo o ensino médio, tem muitas dificuldades em definir função. Além disso, não compreende a sua importância para o estudo dessa ciência a sua aplicabilidade para a resolução de problemas na vida cotidiana e da sua importância no estudo da matemática, que não é satisfatório para o aprendizado e uma boa formação, bem como pela falta de pré-requisitos mínimos atrelados ao ensino dessa matéria, tais como: operação usual com números, resolução de problemas e habilidades na escrita, leitura e interpretação, requisitos esses que são relevantes ao aprendizado matemático.

Assim, no curto período do ensino médio, não podemos ter a pretensão de alcançar a amplitude e a flexibilidade que o conceito de função carrega dentro dele na sua completude, porque sabemos do alto grau de dificuldade que isso representa para os alunos nesse nível de ensino. (SILVA, 2013; p.58).

Nesse sentido, com esse estudo, pretendemos expor uma técnica que explore o conteúdo de função com o objetivo de minimizar as dificuldades dos alunos e propiciar aos professores mais um mecanismo que os auxiliem no processo de ensino e aprendizagem e, dessa forma, trazer contribuições ao trabalho dos professores.

O jogo máquina das funções pode facilitar a compreensão do conteúdo de função, tais como: domínio, contradomínio, imagem e lei de formação.

O fundamento da metodologia é, portanto, buscar associar o conteúdo de função ao material didático “Máquina das Funções”, no qual o aluno desenvolverá uma junção de cada um destes conteúdos matemáticos ao determinado funcionamento desta “Máquina”.

Por fim, a estrutura do artigo está assim organizada: na próxima seção apresentaremos a metodologia da pesquisa voltada para a compreensão da definição de Função por meio de sua junção de estruturas físicas, ou seja, a outros mecanismos que possibilite ao aluno uma completa visão associativa deste conceito matemático; a seguir trataremos da teoria do que seja a definição de função associada ao material didático denominado Máquinas das Funções e finalizaremos a análise e discussão dessa sugestão analisando um propósito de aula, no qual o professor terá ao



seu dispor instruções e orientações para lecionar o conteúdo de uma Função Matemática, levando-o a buscar novos métodos que melhore cada vez mais o processo de ensino e aprendizagem.

## **2. METODOLOGIA**

Os fundamentos metodológicos desse estudo se baseiam na pesquisa bibliográfica. De acordo com Boccato (2006, p.266):

A pesquisa bibliográfica busca a resolução de um problema (hipótese) por meio de referenciais teóricos publicados, analisando e discutindo as várias contribuições científicas. Esse tipo de pesquisa trará subsídios para o conhecimento sobre o que foi pesquisado, como e sob que enfoque e/ou perspectivas foi tratado o assunto apresentado na literatura científica. Para tanto, é de suma importância que o pesquisador realize um planejamento sistemático do processo de pesquisa, compreendendo desde a definição temática, passando pela construção lógica do trabalho até a decisão da sua forma de comunicação e divulgação.

Ainda com referência a essa pesquisa, Gil (2008) esclarece que a pesquisa bibliográfica é desenvolvida com base em material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos.

Por esse estudo se constituir em uma pesquisa bibliográfica, tomaremos como referências os documentos oficiais que abordam o conteúdo de função, tais como: PCN (BRASIL, 2002), OCNEM (BRASIL, 2006), e a BNCC (BRASIL, 2018) além de um levantamento de fontes bibliográficas em livros, artigos científicos e dissertações de mestrado.

## **3. REFERENCIAL TEÓRICO**

O propósito desse estudo é apresentar uma sugestão de ensino totalmente sustentada na utilização do Material Didático Máquina das Funções. Sugestão essa que poderá ser utilizada por professores de Matemática como um mecanismo de auxílio ou como referencial na criação de técnicas que possibilite ao aluno uma compreensão do Conceito Matemático de Função.

### **3.1 - A IMPORTÂNCIA DO CONCEITO DE FUNÇÃO**

É constatado que, de acordo com as nossas práticas em sala de aula, que os alunos adentram no ensino médio sem a compreensão adequada do conceito de função, embora esse conteúdo seja estudado na segunda etapa do ensino fundamental, notadamente a partir do 6º Ano. Em decorrência disso os alunos apresentam muitas dificuldades com relação ao estudo de função e suas aplicações.

De acordo com as OCNEM (BRASIL, 2006, p.72):

O estudo de Funções permite ao aluno adquirir a linguagem algébrica como a linguagem das ciências, necessária para expressar a relação entre grandezas e modelar situação-problemas, construindo modelos descritivos de fenômenos e permitindo várias conexões dentro e fora da própria matemática.

Assim seguindo BRASIL (2006), a noção de função irá oportunizar ao aluno conhecer e desfrutar os diversos tipos de linguagem e desenvolver relações entre grandezas e moldar as situações problemas apresentadas.

Assim sendo, é essencial que as noções preliminares e os conhecimentos prévios, ou seja: (Conjuntos, Par Ordenado, Produto Cartesiano, Relações), para a compreensão do estudo de função esteja bem definidos e estruturados na mente do aluno, só assim a sugestão apresentada nesse artigo alcançará resultados positivos no processo de ensino e aprendizagem da matemática.

Partindo do pressuposto de que o objetivo da escola é dar condições para que o indivíduo se capacite e seja inserido na sociedade, nesse sentido é importante que o professor leve os seus alunos a elaborarem conhecimentos matemáticos, os quais serão aplicados em várias situações. Por isso, então se deve evitar um ensino pautado em memorização de regras e estratégias não satisfatórias, e promover o uso de métodos e metodologias que explorem mais os jogos e materiais manipulativos, tornando assim o aprendizado lúdico e prazeroso para os alunos.

### **3.2 - O QUE É MATERIAL DIDÁTICO MANIPULATIVO? E QUAL A SUA IMPORTÂNCIA NO ENSINO/ APRENDIZAGEM?**

Lorenzato (2006, p. 18) define material didático como “qualquer instrumento útil ao processo de ensino e aprendizagem”. Entram, nessa definição, materiais como o giz, calculadora, jogos, cartaz, caderno, caneta etc. Em meio a essa variedade de materiais, o autor destaca, em especial, o material didático concreto que, de acordo com ele, pode ter duas interpretações: “uma delas refere-se ao palpável, manipulável e a outra, mais ampla, inclui também imagens gráficas”.

(op. cit. p. 22-23). Ainda em relação ao Material Didático concreto manipulável, o autor estabelece uma classificação para esses tipos de materiais:

1) O **material manipulável estático**: material concreto que não permite a transformação por continuidade, ou seja, alteração da sua estrutura física a partir da sua manipulação. Durante a atividade experimental, o sujeito apenas manuseia e observa o objeto na tentativa de abstrair dele algumas propriedades. Ao restringir o contato com o material didático apenas para o campo visual (observação), corre-se o risco de obter apenas um conhecimento superficial desse objeto.

2) O **material manipulável dinâmico**: material concreto que permite a transformação por continuidade, ou seja, a estrutura física do material vai mudando à medida em que ele vai sofrendo transformações, por meio de operações impostas pelo sujeito que o manipula. A vantagem desse material em relação ao primeiro, na visão do autor, está no fato de que este facilita melhor a percepção de propriedades, bem como a realização de redescobertas que podem garantir uma aprendizagem mais significativa.

Para BEZERRA (1962 apud SANDRI, 2009), o uso de materiais didáticos manipuláveis auxilia professores e alunos a tornar as aulas de Matemática menos “maçantes”, podendo contribuir para eliminar o medo que alguns alunos têm por esta disciplina e motivá-los a se interessar por seu estudo.

Turrioni (2004, p. 78) defende que, se utilizado corretamente em sala de aula, com intenção e objetivo, o Material Manipulável pode se tornar um grande parceiro do professor, auxiliando no ensino e contribuindo para que o aluno tenha uma aprendizagem satisfatória. Para o autor, esse material “exerce um papel importante na aprendizagem. Facilita a observação e a análise, desenvolve o raciocínio lógico, crítico e científico, é fundamental e é excelente para auxiliar ao aluno na construção de seus conhecimentos”.

Para que o objetivo quanto ao uso do material manipulativo seja alcançado faz-se necessário um prévio estudo do mesmo, para verificar se é adequado a situação que é apresentada, caso o contrário, o material usado de forma inadequada distanciará ainda mais o aluno do aprendizado da Matemática. Na seção seguinte iremos definir o material didático manipulável “Máquina das Funções”, como também mostrar como utilizá-lo.

### **3.3 - DEFINIÇÃO DE MÁQUINA DAS FUNÇÕES E ESTABELECENDO A SUA UTILIZAÇÃO**

COSTA FILHO (2014), afirma que: Considerando a importância dos materiais didáticos e, dentre eles, os manipuláveis, a seguir iremos mostrar o material manipulativo didático denominado “Máquina das Funções”, cuja finalidade é colocar a disposição dos professores mais um material didático que possibilite tornar o conteúdo de função mais lúdico e que instigue o aluno a maximizar as oportunidades de aprendizagem, numa visão mais geométrica em detrimento a visão abstrata.

Apesar de esse material ser considerado um material manipulativo, vale salientar que o mesmo pode ser utilizado apenas no quadro com a utilização de giz ou lápis.

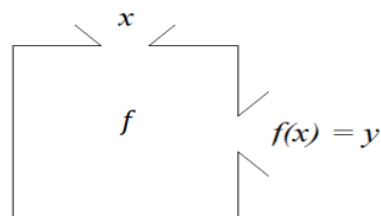
Nesse sentido, o professor precisará apenas desenhar no quadro, previamente um esboço de uma máquina, através de um quadrado, um funil simulando a entrada e uma torneira simulando a saída da Máquina.

Figura 1 – Máquina das Funções



Fonte: Dante, 2011; p 72

Figura 2 – Máquina das Funções (Desenho)



Fonte: Silva, 2013; p 63.

Objetivando, com isso, possibilitar ao aluno uma visão geométrica do conteúdo de função, fazendo, assim, que ele compreenda esse conceito por meio da associação de um determinado objeto ao conceito abordado.

### 3.4 - NOÇÃO INTUITIVA DE FUNÇÃO

O conceito de função é um dos mais importantes da Matemática e ocupa lugar de destaque em vários ramos, bem como em outras áreas do conhecimento (DANTE, 2011; p.72).

A ideia de função está presente quando relacionamos duas grandezas variáveis, de acordo com os exemplos:

### 1° - Números de litros de gasolina e valor a pagar

Considere a tabela abaixo que relaciona o número de litros de gasolina comprados e o preço a pagar por eles (em dezembro de 2020)

DANTE (2011) Observe que o preço a pagar é dado em função do número de litros comprados, ou seja, o preço a pagar depende do número de litros comprados. Preço a pagar = R\$ 5,50 vezes o número de litros comprados ou  $p = 5,50x$  → **lei da função ou fórmula matemática da função ou regra da função.**

Tabela 01 - Números de litros de gasolina e valor a pagar (Adaptação do Autor)

Número de litros	Preço por Litro	Valor a pagar (R\$)
1	5,50	5,50
2	5,50	11,00
3	5,50	16,50
4	5,50	22,00
...	5,50	...
40	5,50	220,00
X	5,50	5,50x

Fonte: Dante, 2011; p.72

### 2° - Lado do quadrado e perímetro

Vejamos agora a tabela que relaciona a medida do lado de um quadrado ( $\ell$ ) e o seu perímetro (P)

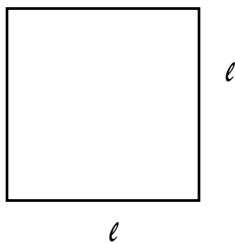


Tabela 02 – Lado do quadrado e perímetro

Medida do lado (l)	Perímetro (P)
1	4
2	8
2,5	10
3	12
4,1	16,4
...	...
L	4l

Fonte: Dante, 2011; p.72

DANTE (2011), O perímetro do quadrado é dado em função da medida do seu lado, isto é, o perímetro depende da medida do lado. A cada valor dado para a medida do lado corresponde um único valor para o perímetro. Perímetro = 4 vezes a medida do lado ou  $P = 4 \ell \rightarrow$  **lei da função ou fórmula matemática da função ou regra da função.**

### 3º - Máquina de dobrar

Figura 3



Fonte: Dante, 2011; p.72

DANTE (2011) Observe que o desenho imaginário de uma máquina de dobrar números. Vejamos que os números que saem são dados em função dos números que entram na máquina, ou seja, os números que saem dependem dos números que entram. Assim a variável independente é o número de entrada. Neste caso, temos: número de saída (**n**) é igual a duas vezes o número de entrada (**x**) ou  $n = 2x \rightarrow$  **lei da função ou fórmula matemática da função ou regra da função.**

### 3.5 - CONCEITO DE FUNÇÃO MATEMÁTICA

*Dados dois conjuntos  $X, Y$ , uma função  $f: X \rightarrow Y$  (“lê-se “uma função de  $X$  em  $Y$ ”) é uma regra (ou conjunto de instruções) que diz como associar a cada elemento  $x \in X$  um elemento  $y = f(x) \in Y$  (leia-se “ $y$  igual a  $f$  de  $x$ ”). O conjunto  $X$  chama-se o domínio e  $Y$  é o contradomínio da função  $f$ . Para cada  $x \in X$ , o elemento  $f(x) \in Y$  chama-se a imagem de  $x$  pela função  $f$ , ou o valor assumido pela função  $f$  no ponto  $x \in X$ . Escreve-se  $x \rightarrow f(x)$  para indicar que  $f$  transforma (ou leva)  $x$  em  $f(x)$ . (LIMA, 2013, p.40).*

A natureza da *regra* que ensina como obter o valor  $y = f(x) \in B$  quando é dado  $x \in A$  é inteiramente arbitrária, sendo sujeita apenas a duas condições:

- Todo elemento  $x$  do conjunto  $A$  (domínio da função) deve fazer corresponder com algum elemento  $y = f(x)$  pertencente ao conjunto  $B$  (contradomínio da função), através da regra  $f$  que define a *função*;
- Não deve haver ambiguidades, a cada  $x \in A$ , a regra deve fazer corresponder um único  $y = f(x)$  em  $B$ . (LIMA, 2013)

Queremos, com esse trabalho apresentar de maneira sistemática os elementos que compõem esta definição Matemática, associando-o com o Material Didático Manipulativo intitulado por nós de “Máquina das Funções”.

### 3.6 - EXPANDINDO A COMPREENSÃO DE FUNÇÃO A PARTIR DO MATERIAL DIDÁTICO MANIPULÁVEL MÁQUINA DAS FUNÇÕES

De acordo com o que já vimos na seção anterior, já podemos identificar uma relação que passa a se constituir numa função, então, iremos atribuir números e, através da nossa dedução de uma máquina, que tem como finalidade transformar os números que são inseridos na sua entrada e através da programação do comando ejeta na sua saída um novo número que depende exclusivamente do que foi colocado na entrada.

Iniciamos com a seguinte programação e o seguinte comando: **MULTIPLICAR POR 3, E SOMAR COM 2**. Iremos utilizar o conjunto  $A = \{2, 4, 6, 8\}$ , colocando o número 2 na sua entrada, e vejamos o que a máquina fará.

Figura 4 – Máquina das funções (Adaptação do Autor)

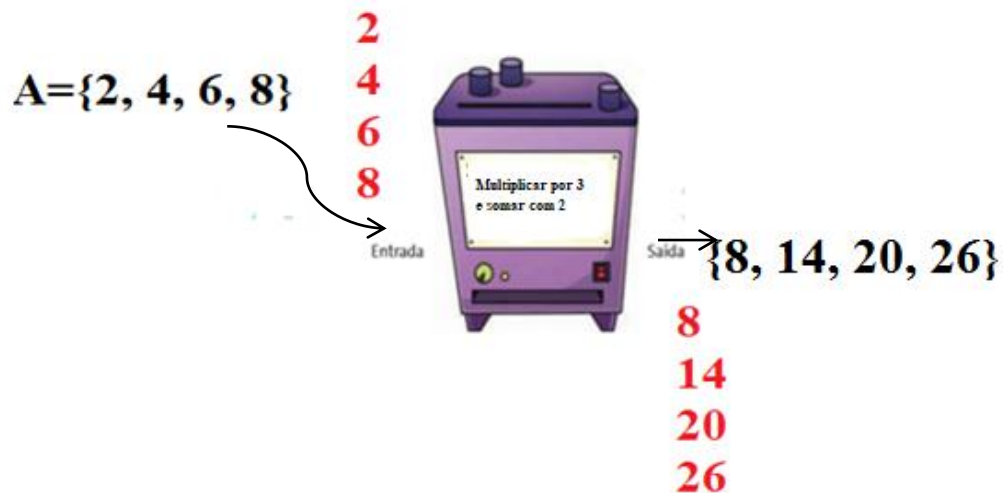


Fonte: Dante, 2011; p.72

Observe que quando colocamos o número 2 na sua entrada, a máquina irá processar de acordo com a regra que definimos. Veja que colocamos o número 2 na entrada e de acordo com a programação e através da lei de formação da função “Multiplicar por 3 e somar com 2” a máquina executou o seguinte  $(2 \times 3) + 2 = 6 + 2 = 8$ , o valor que ejetou exatamente na saída da máquina.

De forma similar, inserimos os demais números do conjunto A, ou seja: 4, 6 e 8.

Figura 5 – Máquina das funções em funcionamento (Adaptação do Autor)



Fonte: Dante, 2011; p.72



Podemos observar que a Máquina de forma similar ao que fez com o número 2, modificou todos os demais elementos do conjunto  $A$  em novos elementos, vejamos:

$$\text{Com o número 4: } (4 \times 3) + 2 = 12 + 2 = 14$$

$$\text{Como o número 6: } (6 \times 3) + 2 = 18 + 2 = 20$$

$$\text{E, com o número 8: } (8 \times 3) + 2 = 24 + 2 = 26$$

Observamos que o conjunto  $B = \{8, 14, 20, 26\}$  é o conjunto formado por todos os elementos que a Máquina modificou através dos elementos do conjunto  $A = \{2, 4, 6, 8\}$ , ou seja, cada elemento do conjunto  $B$  com a Máquina pré-programada depende unicamente do elemento que é inserido em sua entrada. Como cada elemento do conjunto  $A$  possui um único correspondente no conjunto  $B$ , e os elementos do conjunto  $B$ , dependem unicamente dos elementos de  $A$  e da *regra* que define a Máquina, dizemos que esta relação dos elementos de  $A$  em  $B$  é uma Função, e denotamos por  $f: A \rightarrow B$ , onde a *lei* de programação da Máquina (que lhe diz o que fazer para cada número inserido em sua “entrada), ou seja, a *regra* que define a Função é  $f$ : *Multiplicar por 3, e somar 2*.

De acordo com estes exemplos e analisando o Conceito Formal de Função Matemática, podemos estender e associar o Conceito Matemático de Função, ao de uma Máquina com estas particularidades, ou seja, uma Função Matemática comporta-se semelhantemente a uma Máquina como esta.

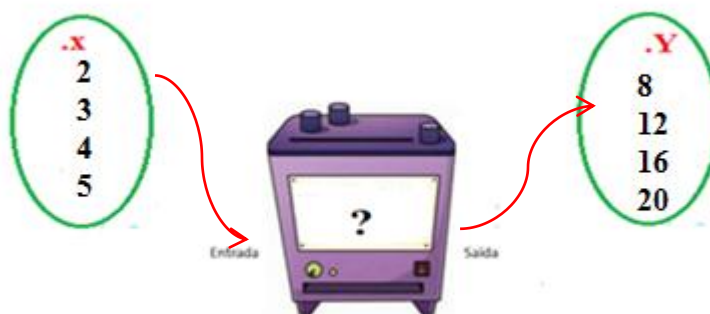
### 3.7 – LEI DA FUNÇÃO E VARIÁVEIS DEPENDENTE E INDEPENDENTE

Nesse momento que já foi apresentado o agrupamento entre o conceito de função e o da máquina das funções, desse modo o aluno terá uma perspectiva objetiva que lhe permitirá conectar o conceito ao objeto, nesse sentido partiremos para abranger o conhecimento do aluno a respeito do tema, verificando, por exemplo, expor de maneira comprovada os conceitos de Variável Dependente, Variável Independente.

**EXEMPLO:** De acordo com o que foi abordado, iremos propor o seguinte problema: Marcos quer construir um prédio com quatro cômodos quadrados, cujos lados medem **2, 3, 4, 5** respectivamente nessa ordem na entrada da máquina, a mesma ejetada na sua saída os números **8,**

12, 16, 20, também respectivamente nessa ordem, que são os perímetros de cada quadrado dos cômodos. Que função Marcos utilizou na programação da Máquina das Funções?

Figura 6 – Buscando a programação da Máquina (Adaptação do Autor)



Fonte: Dante, 2011; p.72

**RESOLVENDO:** Utilizaremos o raciocínio de forma inventiva e através de análise, iremos buscar a regra que define a função. Observe que introduzindo o número “2” na entrada da Máquina das Funções a mesma ejeta o número “8”, e introduzindo o número “3” ela ejeta o número “12”, dessa maneira podemos notar que uma maneira de gerar o número “8” a partir do número “2”, é multiplicar o número “2” pelo número “4”.

Para verificarmos se esta regra de multiplicar um determinado número  $x$  (2, 3, 4 e 5) pelo número “4”, define a função que Marcos programou a máquina, é fundamental verificarmos se essa regra é válida para todos os elementos  $y$  (8, 12, 16 e 20), que a máquina ejeta na sua saída.

Vejamos que podemos apresentar esta regra **Multiplicar o número “x” de entrada por “4”**,  $y = 4x$ , onde  $x$  representa o elemento introduzido na máquina e  $y$  o elemento que a máquina ejeta na sua saída.

Verificamos que a função  $y = 4x$  para o número “2”, que teve como resultado o número “8”, e de acordo com a função dada iremos verificar para os demais números, ou seja, (3, 4, 5), então seguindo a mesma regra, ao introduzimos o número “2” na Máquina e substituindo o “x” por “2” na função  $y = 4x$ , temos  $y = 4.2 = 8$ .

Dessa forma, procederemos com os demais  $x$  que foram introduzidos na máquina, nesse caso podemos expressar o comando “**Multiplicar um número  $x$  por 4 e**, por  $y = 4x$ , que são notações iguais.

De forma sequencial faremos a verificação para os números (2, 3, 4), introduzindo esses números na máquina e de acordo com a regra da função  $y = 4x$ , irá obter:

$$y = 4 \cdot (3) = 12$$

$$y = 4 \cdot (4) = 16$$

$$y = 4 \cdot (5) = 20$$

Como a função  $y = 4x$ , verifica-se para todos os números  $y$  (8, 12, 16, 20) que foram ejetados pela máquina quando introduzidos os números  $x$  (2, 3, 4, 5) na sua entrada, concluímos que esta foi a função que Marcos programou na Máquina das Funções.

Observamos que como a máquina foi programada com a função  $y = 4x$ , ela ejetou os números 8, 12, 16, 20, quando foram introduzidos nessa ordem respectivamente os números 2, 3, 4 e 4, dessa forma percebemos que o elemento  $y$  ejetado na saída da máquina depende de um elemento  $x$  que é introduzido na sua entrada, então dizemos que o elemento  $y$  depende do elemento  $x$ , o qual chamamos de **Variável dependente**, e como podemos escolher qualquer elemento  $x$  para introduzir na entrada da máquina, ou seja ela não depende de nenhum outro, então chamamos de **Variável independente**, de acordo com a regra utilizada por Marcos para programar a máquina dada por  $y = 4x$ , e seguindo um determinado padrão houve a transformação dos números, chamamos de **Lei da Função**.

### 3.8 - DOMÍNIO, CONTRADOMÍNIO E IMAGEM DA FUNÇÃO

Dada uma função  $f$  de  $A$  em  $B$ , o conjunto  $A$  chama-se *Domínio* da Função e o conjunto  $B$ , *contradomínio* da Função. Para cada  $x \in A$ , o elemento  $y \in B$  chama-se imagem de  $x$  pela Função  $f$  ou valor assumido pela Função  $f$  para  $x \in A$  e o representamos por  $f(x)$  (lê-se:  $f$  de  $x$ ). Assim,  $y = f(x)$ . O conjunto de todos os  $y$  assim obtidos é chamado *conjunto imagem* da Função  $f$  e é indicado por  $Im(f)$ . (DANTE, 2010, p. 76)

De acordo com a definição acima, podemos instigar o aluno a identificar essas noções em situações práticas, ou seja, buscando desenvolver uma visão concreta destes conceitos em sua mente, associando-os ao Material Didático Manipulativo “Máquina das Funções”. Nesse sentido usaremos o exemplo a seguir:

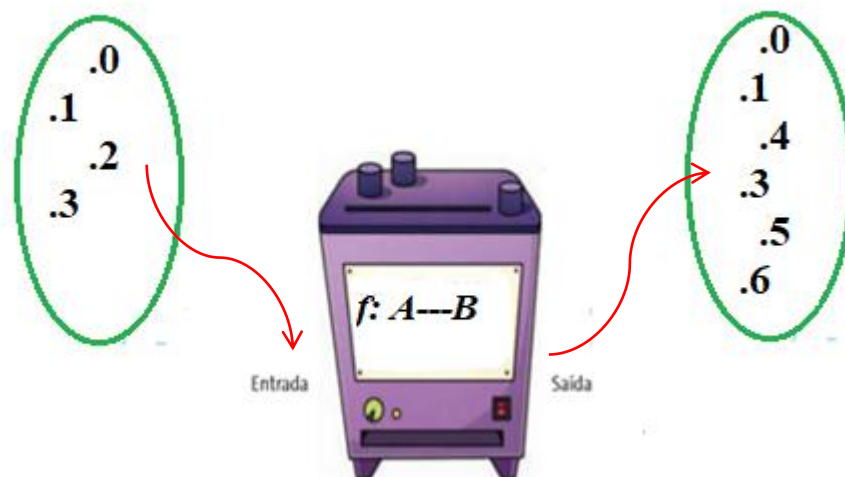
Veja que para caracterizar uma função, é necessário conhecer seus três componentes: o *Domínio*, o *Contradomínio* e a *Regra* que associa cada elemento  $x$  de  $A$ , a um único elemento  $y = f(x)$  de  $B$ , (COSTA FILHO, 2014; p. 42).

Então, já que de forma prática, o exemplo anterior ficou bem resolvido utilizando a “Máquina das Funções”, então Marcos decidiu mostrar mais alguns conhecimentos sobre a estrutura e funcionamento da Máquina. Portanto, precisamos conhecer o conjunto dos elementos que são inseridos na entrada da Máquina e o conjunto a que pertence todos os elementos que a Máquina transformou por meio da Função utilizada para programá-la.

Vejamos como podemos entender estes conceitos fazendo uso da “Máquina das Funções”. Escolhendo o conjunto  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  para ser o conjunto dos elementos que iremos inserir na entrada da Máquina, o conjunto  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  como sendo o conjunto dos elementos ejetados na saída da Máquina ao inserirmos cada elemento do conjunto  $A$ , e programando a Máquina com a Função  $f: A \rightarrow B$ , que transforma cada elemento  $x \in A$  no elemento  $2x \in B$ , ou seja, a Função  $f(x) = 2x$ , temos o seguinte:

Inserindo na entrada da Máquina o número 0, ela faz  $y = 2 \cdot (0) = 0$ , ou seja, ela transforma o número 0 no próprio número 0; e sequencialmente, fazendo a inserção do número 1 na Máquina ela faz  $y = 2 \cdot (1) = 2$ , ou seja, ela irá ejetar em sua saída o número 2. Fazendo o mesmo com os números 2 e 3, a Máquina irá transformá-los nos números 4, 6 respectivamente, em que para o número 2 ela faz:  $y = 2 \cdot (2) = 4$ , e para o número 3,  $y = 2 \cdot (3) = 6$ .

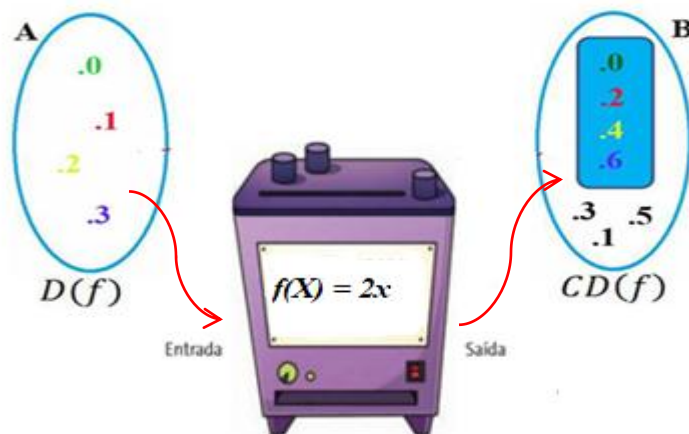
Figura 7 – Fazendo uma viagem pela máquina das funções (Adaptado pelo Autor)



De acordo com COSTA FILHO (2014) cada elemento  $x$  do conjunto  $A$ , faz uma pequena viagem no interior da Máquina, ou seja, cada um deles parte do conjunto  $A$  em direção a entrada da Máquina, passando pelo seu interior onde sofrem uma transformação, que depende da Função que ela foi programada e, finalmente são ejetados na sua saída, por este motivo chamaremos o Conjunto  $A$  de *Conjunto de Partida* ou *Domínio da Função*, e iremos denotá-lo por  $D(f)$ .

Segundo DANTE (2011) Podemos ainda observar que ao conjunto  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , pertencem todos os elementos que foram transformados pela Máquina, quando inseridos em sua entrada todos os respectivos elementos do conjunto  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ , ou seja, do *Domínio da Função*. Vamos chamar este conjunto ao qual pertence todo elemento  $y$  transformado pela Máquina, quando inserido cada elemento  $x$  respectivo do conjunto  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ , por  $C = \{0, 2, 4, 6\}$ .

Figura 8 – A máquina e suas Modificações (Adaptada pelo Autor)



Fonte: Dante, 2011; p.72

Ainda de acordo com DANTE (2011) o conjunto  $B$ , pertencem todos os respectivos elementos que foram transformados pela Máquina, e cada um desses elementos vieram do *Conjunto de Partida*  $A$ , ou seja, o ponto de partida foi o Conjunto  $A$ , e o ponto de chegada foi o Conjunto  $B$ , logo, iremos chamá-lo de *Conjunto de Chegada* ou *Contradomínio da Função*.

COSTA FILHO (2014), Uma observação importante é que o Contradomínio de uma Função é um conjunto ao qual pertence todo e qualquer elemento  $y$  cujo mesmo foi transformado de algum elemento  $x$  pertencente ao conjunto  $A$  pela função programada na Máquina, isto significa que se a este conjunto  $B$  não pertencer algum elemento  $y$  cujo mesmo é transformação de algum elemento  $x$  pertencente ao conjunto  $A$ , este conjunto  $B$  por esse motivo não pode ser o Contradomínio desta função, pois, deste modo existiria algum elemento  $x$  pertencente ao conjunto  $A$ , cujo mesmo não possui correspondente no conjunto  $B$  e, portanto, deste modo esta relação não se caracterizaria em uma Função.

Vejamos que dentro do *Conjunto de Chegada*  $B$ , estão todos os  $y$  elementos correspondentes a cada um dos seus respectivos  $x$  elementos do Conjunto de Partida  $A$ , ou seja, o conjunto  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , o subconjunto  $C = \{0, 2, 4, 6\}$ .

COSTA FILHO (2014) Observe que tomando como exemplo ainda o conjunto  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  e a função  $y = 2x$ , e o conjunto  $B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ , vemos que o conjunto  $C = \{0, 2, 4, 6\}$  é o subconjunto do contradomínio formado pela relação de algum elemento do domínio, que chamamos de imagem da função.

#### **4. RESULTADOS E DISCUSSÃO**

A escolha desse tema deu-se a partir da nossa preocupação com relação ao aprendizado do conceito de função especificamente no Ensino Médio, devido à relevância desse estudo, mas diante da abrangência do conceito, que envolve muitas dificuldades, concepções diversas e diferentes representações, fazendo-se necessário que os alunos compreendam o seu sentido.

O trabalho trata-se de uma sugestão de ensino que irá auxiliar o trabalho do professor, relacionando o conteúdo de função ao material didático manipulativo que chamamos de Máquina das Funções, esperamos que essa sugestão metodológica possa auxiliar a superar o desafio no processo de ensinar o conteúdo de função, e daí o aluno compreenda todas as etapas de maneira clara e eficiente, reduzindo o déficit de aprendizagem e não comprometendo o aprendizado no aprofundamento do ensino de função.

Diante do exposto, esse trabalho nos proporcionou a possibilidade de apresentar uma técnica que melhore a forma de ensinar o conteúdo matemático de função e que desperte no professor algumas mudanças na sua forma de ensinar e, para que essa mudança ocorra, a proposta

é fazer uso de materiais didáticos que proporcione a contextualização, tais como: jogos, softwares e estratégias metodológicas, os quais proporcionará aos professores métodos adequados no ensino do referido conceito, é necessário também que os professores tenham a oportunidade de melhorarem a sua metodologia, uma das formas para que isso ocorra é por meio das formações continuadas.

## **5. CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Buscando contribuir a melhoria qualidade da Educação Brasileira, especificamente no ensino médio, o propósito desse trabalho foi propor o uso de uma estratégia para o ensino de função, que seja ao mesmo tempo, eficiente e que desperte o interesse do aluno em aprender o conteúdo de função. A sugestão de ensino apresentada nesse artigo preocupa-se na eficácia e aplicabilidade do uso de materiais didáticos manipuláveis. Nesse sentido, buscamos desenvolver uma sugestão de ensino, que possibilite o professor elaborar um plano de aula sobre o conceito matemático de função, no qual está disponibilizadas orientações e instruções de como ensinar o conceito de função usando o material didático manipulativo Máquina das Funções.

Nesse sentido, pretendemos com essa sugestão indicar que a mesma tanto poderá servir como orientação, como também auxiliar na elaboração de plano de aula que contemple os conceitos elementares de função.

No entanto, esse artigo foi elaborado com o intuito de não ser somente uma sugestão que auxilie a fazer plano de aula e sirva de orientação, mas, sobretudo que desperte no professor uma reflexão acerca de como é importante lançar-se na pesquisa e pela qual busque novas técnicas que possam minimizar os problemas de aprendizagem e contribua de forma satisfatória no desenvolvimento da aprendizagem dos alunos.

## 6 - REFERÊNCIAS

BARRETO, Marina Menna. **Tendências atuais sobre o ensino de funções no Ensino Médio.** In\_ [http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias\\_digitaes\\_II/modulo\\_II/pdf/funcoes.pdf](http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/midias_digitaes_II/modulo_II/pdf/funcoes.pdf) - p 1-11 – acesso: 22/08/2020.

BOCCATO, Vera Regina Casari. **Metodologia da pesquisa bibliográfica na área odontológica e o artigo científico como forma de comunicação.** Rev. Odontol. Univ. Cidade São Paulo, São Paulo, v. 18, n. 3, p. 265- 274, 2006.

BRASIL. Ministério da Educação. Base Nacional Comum Curricular. Brasília, 2018

BRAZIL. Ministério da Educação e Cultura. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio,** Brasília, 2006.

BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais Ensino Médio.** Ministério da Educação, 1997.

BRASIL, **Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares.** Ministério da Educação, 2002.

COSTA FILHO. João Tiburtino da. **Máquina das Funções: uma proposta metodológica.** 60f. (Trabalho de Conclusão de Curso) Licenciatura Plena em Matemática, Centro de Ciências Exatas e da Natureza, Universidade Federal da Paraíba – UFPB Virtual, 2014.

DANTE, L. R. Matemática: livro do aluno. 1. ed. São Paulo: Ática, v. 1, 2006.

DANTE, L. R. Matemática: Contexto e Aplicações. 1. ed. São Paulo: Ática, v. 1, 2011

GIL, Antonio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa.** 4. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

LIMA, E. L. **Números e Funções Reais.** Rio de Janeiro: SBM, 2013.



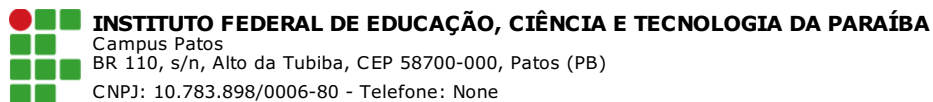
LORENZATO, S. Laboratório de ensino de matemática e materiais didáticos manipuláveis. In: LORENZATO, S. **Laboratório de Ensino de Matemática na formação de professores**. Campinas: Autores Associados, 2006. p. 3-38.

SANDRI, Cleusa Maria Morreto Procedimentos Didáticos que valorizam a noção espacial no ensino de Geometria. In: PARANÁ. Secretaria de Estado da Educação. Superintendência de Educação. O professor PDE e os desafios da escola pública paranaense, 2009. Curitiba/PR, 2012. V.1 (cadernos PDE). Disponível em: <http://www.gestaoescolar.diaadia.pr.gov.br/modules/conteudophp?conteudo=20>. Acesso em 17 de setembro de 2020.

SILVA, Ledevande Martins da. **Compreensão de Ideias Essenciais ao Ensino-Aprendizagem de Função via Resolução, Proposição e Exploração de Problemas**. 2013. 307 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Ciências e Matemática) - Centro de Ciências e Tecnologia, Universidade Estadual da Paraíba, Campina Grande, 2013. Acesso em 12 de dezembro de 2020.

SILVA, Marcos Noé Pedro da. "**Introdução à Função**"; *Brasil Escola*. Disponível em: <https://brasilecola.uol.com.br/matematica/introducao-funcao.htm>. Acesso em 17 de setembro de 2020.

TURRIONI, Ana Maria Silveira. **O laboratório de educação matemática na formação inicial de professores**. 2004, p. 175. Dissertação de Mestrado. Unesp, Rio Claro.



## Documento Digitalizado Restrito

### Entrega do TCC/ Artigo

**Assunto:** Entrega do TCC/ Artigo  
**Assinado por:** Marcos Antonio  
**Tipo do Documento:** Anexo  
**Situação:** Finalizado  
**Nível de Acesso:** Restrito  
**Hipótese Legal:** Informação Pessoal (Art. 31 da Lei no 12.527/2011)  
**Tipo do Conferência:** Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- **Marcos Antonio Cunha Farias, ALUNO (201916310115) DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - CAMPUS PATOS**, em 17/05/2021 16:11:48.

Este documento foi armazenado no SUAP em 17/05/2021. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/> e forneça os dados abaixo:

**Código Verificador:** 231209

**Código de Autenticação:** 8bd5f38280

