INSTITUTO FEDERAL
Paraíba
Campus
Cajazeiras

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CAMPUS CAJAZEIRAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JÉSSIKA TAVARES DE ANDRADE

UM ESTUDO COMPARATIVO DOS SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO SAC E SAF PARA FINANCIAMENTO DE UM IMÓVEL

CAJAZEIRAS - PB
2021

JÉSSIKA TAVARES DE ANDRADE

UM ESTUDO COMPARATIVO DOS SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO SAC E SAF PARA FINANCIAMENTO DE UM IMÓVEL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Orientador(a): Prof. Me. João Paulo de Araújo Souza
Coorientador(a): Prof. Me. Jackson Tavares de Andrade

CAJAZEIRAS - PB

2021

JÉSSIKA TAVARES DE ANDRADE

UM ESTUDO COMPARATIVO DOS SISTEMAS DE AMORTIZAÇÃO SAC E SAF PARA FINANCIAMENTO DE UM IMÓVEL

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciada em Matemática.

Data de aprovação: 19/10/2021

Banca Examinadora:

João Paulo de Araújo Souza.

Prof. Me. João Paulo de Araújo Souza
Instituto Federal da Paraíba (IFPB – Cajazeiras)
Orientador

Jackson Tavares de Andrade

Prof. Me. Jackson Tavares de Andrade
ECIT Monsenhor Morais (Bonito de Santa Fé – PB)
Coorientador

Geraldo H. L.

Prof. Me. Geraldo Herbetet de Lacerda
Instituto Federal da Paraíba (IFPB – Cajazeiras)

Clebson Huan de Freitas

Prof. Me. Clebson Huan de Freitas
Instituto Federal da Paraíba (IFPB – Picuí)

IFPB /Campus Cajazeiras
Coordenação de Biblioteca
Catalogação na fonte: Daniel Andrade CRB-15/593

S553e

Andrade, Jéssika Tavares de

Um estudo comparativo dos sistemas de amortização SAC e SAF para financiamento de um imóvel / Jéssika Tavares de Andrade; orientador João Paulo de Araújo Souza; coorientador Jackson Tavares de Andrade.-2021.
45 f. : il.

Orientador: João Paulo de Araújo Souza.
TCC (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Cajazeiras, 2021.

1. Amortização 2. Financiamento 3. Juros 4. Imóveis I. Título

CDU 330.142.211.4(0.067)

Dedico este trabalho aos meus pais, Severino Andrade de Assis e Josefa Tavares de Assis, por todo o apoio e por sonharem junto comigo na realização desse curso**.**

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, em primeiro lugar, por se fazer presente em todos os momentos da minha vida, principalmente na minha trajetória acadêmica, pois sem a sua direção, o seu agir não teria capacidade para chegar até aqui.

Agradeço a toda minha família, primordialmente aos meus pais, Severino Andrade de Assis e Josefa Tavares de Assis, que com toda humildade e simplicidade ensinou-me a ser uma pessoa decente, a respeitar e buscar meus sonhos de forma honesta, sem nunca passar por cima de nenhum semelhante, mesmo que seja com muito trabalho.

Agradeço também a meu irmão e coorientador, Jackson Tavares de Andrade, por estar sempre ao meu lado todo esse tempo me dando força, apoio, ajuda, auxílio e confiança.

Ao meu ex-professor e amado esposo, Windson Timoteo de Sousa, por me compreender e apoiar da melhor forma possível, constantemente contribuindo no que podia ajudar.

Agracio ao professor Me. Francisco Airton Alves de Sousa por sempre me incentivar a escolher o curso de Licenciatura em Matemática.

Por fim, deixo meu eterno agradecimento ao meu orientador, professor Me. João Paulo de Araújo Souza, por sua ajuda, compreensão, dedicação, estando sempre pronto para colaborar no decorrer da elaboração desse trabalho.

RESUMO

O presente trabalho aborda e compara os Sistemas de Amortização Constante e Francês com o intuito de compreender, de forma geral, qual desses é o mais adequado, em termos de custo-benefício, a ser utilizado por um contratante de classe média baixa (que compõe a maior classe socioeconômica), que opte por um financiamento imobiliário em um dos bancos do Brasil, a saber, Caixa Econômica Federal e Banco do Brasil. Tais instituições financeiras são amplamente conhecidas pela população brasileira e apresentam boas linhas de crédito imobiliário. Porquanto, para o que se propõe, aborda-se os modelos matemáticos que definem tais Sistemas de Amortização e, em seguida, por meio de dados obtidos através de simulações que variam a renda fixa. Este trabalho analisa as características da dívida ao longo do tempo, em cada sistema, e compara estas características, a fim de compreender vantagens e desvantagens, de acordo com o perfil do contratante.

Palavras-chave: Amortização. Financiamento. Juros. Imóvel.

ABSTRACT

The present work approaches and compares the Constant and French Amortization Systems in order to understand, in general, which is the most adequate financing, in terms of cost-benefit, to be used by a lower-middle-class contractor, who chooses for a real estate financing in one of the banks in Brazil, namely Caixa Econômica Federal and Banco do Brasil. Such financial institutions are widely known by the Brazilian population and have good real estate credit lines. Therefore, for what is proposed, it is approached the mathematical models that define such Amortization Systems and, then, through data obtained through simulations that vary the fixed income. The text analyzes the characteristics of debt over time, in each system, and compares these characteristics to understand the advantages and disadvantages, according to the profile of the contractor.

Keywords: Amortization. Financing. Fees. Immobile.

LISTA DE QUADROS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE GRÁFICOS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

SAC	Sistema de Amortização Constante
SAF	Sistema de Amortização Francês
SFH	Sistema Financeiro de Habilitação
CEF	Caixa Econômica Federal
BB	Banco do Brasil

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

Adquirir um imóvel para habitação é o desejo da maioria dos brasileiros, entretanto, a má distribuição de renda e a desigualdade social tornam tal aspiração um desafio considerável. Neste contexto, busca-se alternativas para a compra do imóvel, dentre estas, o financiamento imobiliário por parte das instituições financeiras, que neste trabalho foi usado os serviços do Banco do Brasil e da Caixa Econômica Federal.

A escolha dos referidos bancos, a saber, Banco do Brasil e Caixa Econômica Federal, baseia-se no fato de que são bancos conhecidos por grande parte da população brasileira e que apresentam o crédito imobiliário como uma das principais políticas econômicas.

Os bancos funcionam com base nos rendimentos de suas operações financeiras, dentre estas, disponibiliza-se um certo capital a um contratante para que, no final de certo período, este realize compensação financeira pelo serviço prestado através do pagamento de juros. A grosso modo, os juros constituem recompensa por capital disponibilizado.

Nos referidos bancos é comum que o pagamento de uma dívida seja realizado através de métodos de parcelamento bem definidos e que possibilitam, ao longo do tempo, o pagamento líquido da dívida e a inclusão dos juros. Tais métodos são denominados de Sistemas de Amortização. Os Sistemas de Amortização mais comuns são o SAC (Sistema de Amortização Constante) e o SAF (Sistema de Amortização Francês), consagrados no Brasil em 1969 e 1971, respectivamente, por ocasião da implementação do Sistema Financeiro de Habilitação (SFH).

O presente texto aborda o SAC e o SAF como formas de pagamento de um financiamento bancário para aquisição de imóvel residencial e tem como objetivo compreender as formas pelas quais os juros são pagos ao longo de todo o período da dívida, relativamente a cada um dos Sistemas de Amortização. Para tanto, utiliza-se de pesquisa bibliográfica, exploratória, explicativa e experimental cujos dados foram obtidos por meio de simuladores on-line do Banco do Brasil e da Caixa Econômica Federal.

2 DESENVOLVIMENTO

2.1 Definição do problema

Adquirir o próprio imóvel habitacional é objetivo da maior parte da população brasileira. Entretanto, por se tratar de um bem material de alto custo, é comum que se recorra aos chamados financiamentos bancários, que possuem como forma de pagamento, em geral, sistemas de amortização.

Os Sistemas de Amortização Constante e Francês (SAC e SAF) são os mais adotados no Brasil, desse modo, é pertinente que o contratante tenha conhecimento qual dos dois é o mais viável em termos de cobrança de juros variando-se um conjunto de rendas fixas[1] e períodos estipulados para o pagamento na aquisição da casa própria.

2.2 Objetivo geral

Compreender a forma pela qual é realizado o pagamento de juros, fixados os Sistemas de Amortização Constante e Francês diante da variação de um conjunto de rendas fixas e do prazo para quitação da dívida.

2.2.1 Objetivos específicos

- Compreender os modelos matemáticos que definem e descrevem os Sistemas de Amortização Constante e Francês;
- Estabelecer, a partir de simulações, situações problemas de financiamentos bancários com Sistemas de Amortização Constante e Francês;
- Comparar os efeitos produzidos sobre os juros pagos (pelo financiamento bancário) quando há variação de renda mensal e período de quitação da dívida.

[1] Rendas fixas: São ganhos invariáveis e periódicos. Por exemplo, salário.

2.3 Aspectos metodológicos

Nesta seção, propõe-se apresentar o conceito de pesquisa e o ato de pesquisar como atividade humana de emprego racional sistemático. Além disso, caracteriza-se o tipo de pesquisa realizada e os seus fundamentos.

2.3.1 Sobre a pesquisa e o ato de pesquisar

A pesquisa é uma prática de investigação baseada em métodos bem definidos. Segundo Andrade (2010), é a atividade racional, portanto humana, que emprega procedimentos metódicos a fim de se entender e buscar soluções para problemas propostos. Nesse sentido, Cervo e Bervian (1983, p.50), assinalam: que "a pesquisa é o procedimento racional e sistemático que tem como objetivo proporcionar respostas aos problemas que são propostos".

Por outro lado, pesquisar é fundamentalmente atuar na busca por respostas baseando-se na permanente necessidade humana de entender e intervir sobre os fenômenos, que são constituintes da atividade social e política. Pesquisar é ir além do que se aparenta. Para Morin (2000), pesquisar é essencial no sentido de se desviar do erro e das falsas percepções que tanto dificultam a obtenção de respostas confiáveis para os desafios e incertezas de nosso tempo.

2.3.2 Caracterização da pesquisa

Segundo Andrade (2010, p.11), "para cumprir a finalidade de oferecer apenas noções introdutórias, possui o bastante limitar a pesquisa quanto à natureza, aos objetivos, aos procedimentos e ao objeto". Sendo assim, o presente texto é de cunho original que apresenta aspectos exploratórios e explicativos.

De acordo com Andrade (2010), trata-se de uma pesquisa exploratória, porque almeja proporcionar informações sobre um tema pouco discutido, possibilitando assim, elementos para estudos e discussões sobre o tema em questão. Além disso, é explicativa, porque ao abordar o problema, procura identificar e entender seus fatores determinantes.

Quanto aos procedimentos e ao objeto se relaciona a uma pesquisa bibliográfica e experimental, uma vez que o objeto se relaciona com modelos matemáticos bem definidos e que proporcionam, através de simulações, obtenção de dados importantes.

2.3.3 Sobre obtenção e análise de dados

Os dados supracitados são produtos da pesquisa bibliográfica que possibilitam a compreensão sobre os aspectos matemáticos do SAC e SAF, além de questões teórico-pragmáticas como o advento destes modelos de financiamento de suas diversas nuances.

Acrescenta-se ainda o fato de retirar que parte destes dados se faz por meio de pesquisa experimental, que neste caso, caracterizou-se pela simulação de possíveis financiamentos, através da manipulação de fatores definidores como taxa de juros e tipo de financiamento.

2.3.4 Comparação e análise de dados

A análise de dados foi realizada através de tabelas e gráficos que permitiram após a mudança de tempo (períodos), concluir sobre as dinâmicas oriundas de cada modelo, dada a variação dos fatores definidos.

A comparação aconteceu por meio de dados obtidos através das simulações produzidas por simuladores virtuais dos bancos: Banco do Brasil e Caixa Econômica Federal.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Nessa seção, apresentaremos todos os pressupostos teóricos necessários para a construção da discussão.

3.1 Considerações sobre juros compostos

Nesta seção, pretende-se discorrer sobre juros compostos que são os juros empregados em empréstimos bancários de financiamento.

O juro é um percentual cobrado sobre o valor emprestado de uma quantia em dinheiro, ou seja, é uma espécie de remuneração de "aluguel" do dinheiro. Podendo ser calculado de duas formas: juros simples ou juros compostos. O primeiro é calculado sobre um valor fixo inicial (capital) e, portanto, em cada período, o valor dos juros relativos é o mesmo. Já o segundo é calculado em relação ao valor anterior ao período considerado, dessa forma, a cada período o valor dos juros variam de forma crescente, tendo assim, juros sobre juros.

Segundo Puccini (2011, p.2):

> Define-se juros como sendo a remuneração do capital, a qualquer título.
> Assim, são válidas as seguintes expressões como conceitos de juros:
> a) remuneração do capital empregado em atividades produtivas;
> b) custo do capital de terceiros;
> c) remuneração paga pelas instituições financeiras sobre o capital nelas aplicado.

O emprego de juros está associado, principalmente, a três situações bastantes comuns: aplicações financeiras, crediário comercial e empréstimos financeiros.

Segundo Puccini (2011, p.16), "os juros são fixados por meio de uma taxa percentual que sempre se refere a uma unidade de tempo (ano, semestre, trimestre, mês, dia)". Esta constante é chamada de taxa de juros.

Fixe o capital C, a taxa de juros i e número de períodos t. Chama-se de montante a soma do capital com o valor total dos juros pagos após t períodos, e o denotaremos por M_t, ou seja, $M_t = C + J$.

Veja a seguinte situação problema.

Situação 1. A empresa X precisa do empréstimo de R\$ 100.000,00. Para isso recorre a um banco que lhe empresta o capital à taxa de 30% ao ano, durante 10 anos, de modo que o cálculo do montante é realizado com base nos cálculos dos montantes parciais relativos a cada período da dívida da seguinte forma:

i) Período 1:

$$M_1 = 100.000 + 0{,}30 \cdot 100.000 = 100.000\,(1 + 0{,}30).$$

ii) Período 2:

$$M_2 = 100.000\,(1 + 0{,}30) + 0{,}30\,[100.000 \cdot (1 + 0{,}30)]$$
$$M_2 = 100.000\,(1 + 0{,}30)\,(1 + 0{,}30) = 100.000\,(1 + 0{,}30)^2.$$

iii) Período 3:

$$M_3 = 100.000\,[(1 + 0{,}30)]^2 + 0{,}30\,[100.000\,(1 + 0{,}30)^2]$$
$$M_3 = 100.000\,(1 + 0{,}30)^2\,(1 + 0{,}30) = 100.000\,(1 + 0{,}30)^3.$$

E, assim por diante, de modo que se a dívida fosse paga no final do período t, onde $(1 \leq t \leq 10)$, o valor total a ser pago será M_t.

Observe que na Situação 1 os juros são calculados sobre juros, e que o juro total a ser pago pela empresa X no final dos 10 anos é de $M_{10} - 100.000$. Juros obtido pela forma descrita são denominados de juros compostos.

A exemplificação anterior nos sugere que $M_t = 100.000\,(1 + 0{,}030)^t$ com $1 \leq t \leq 10$. Naturalmente, é preciso indagar: será se para cada final de período t é verdade que $M_t = C\,(1 + i)^t$? Isto é, será se o montante pago no final dos 10 anos é $M_{10} = 1000.000\,(1 + i)^{10}$?

Desse modo, é verdade que, fixando o capital C, a taxa de juros i e o número de períodos t, o valor total a ser pago pela dívida é $M_t = C\,(1 + i)^t$? O Teorema 1, a seguir, responde essa indagação.

Teorema 1. Suponha que C é o capital aplicado a juros compostos, com taxa i e número de período t. Então, o montante (capital acrescido dos juros referente a t períodos) é dado por

$$M_t = C\,(1 + i)^t.$$

Demonstração. Provaremos pelo Princípio de Indução Finita que, de fato,
$M_t = C\,(1+i)^t, \forall\, t \in \mathbb{N}$.
$M_1 = C + i \cdot C = C\,(1+i) = C\,(1+i)^1$.

Suponha que para algum $t = n$ natural, tem-se $M_n = C\,(1+i)^n$. Daí, sabe-se que:

$$M_{(n+1)} = M_n + i \cdot M_n$$
$$M_{(n+1)} = C\,(1+i)^n + i\,[C\,(1+i)^n] \text{ (hipótese de indução)}$$
$$M_{(n+1)} = C\,(1+i)^n\,(1+i) = C\,(1+i)^{n+1}.$$

Portanto, $M_t = C\,(1+i)^t,\ \forall\, t \geq 1$ com t ∈ ℕ.

■

Ressalta-se que este argumento só é válido se supor que t é um número natural. Se t, a priori, não é natural, o número de períodos pode ser convertido para uma unidade de tempo conveniente, por exemplo, dias. Naturalmente, deve-se utilizar uma nova taxa associada a esse período de capitalização e que gerará o mesmo montante quando aplicado a um mesmo período da taxa anterior. A essa nova taxa denomina-se de taxa equivalente, a qual não é abordada neste trabalho, pois nosso intuito é explanar apenas sobre os Sistemas de Amortização, mas quem tiver interesse pode procurar em Morgado (2001, p. 49).

Sabe-se que,

$$M_t = J_t + C \text{ (onde } J_t \text{ são os juros totais referente a t períodos),}$$

então,

$$J_t = M_t - C.$$

Portanto, em relação a situação problema proposta, temos:

$$M_{10} = 100.000 \cdot (1 + 0{,}3)^{10} = 1.378.584{,}92.$$

Daí,

$$J_{10} = 1.378.584{,}92 - 100.000{,}00 = 1.278.584{,}92.$$

3.2 Sistema de Amortização Constante (SAC)

Segundo Castro e Zot (2015, p. 93), “amortizar é extinguir uma dívida aos poucos ou em prestações”. Neste sentido, os autores nos motivam a perguntar: se amortiza sobre que valor? Sobre o capital ou sobre o capital acrescido de encargos financeiros[2]? Neto (2012), afirma que a amortização é especificamente o pagamento do capital e comumente é realizado por meio de parcelas periódicas.

De acordo com Neto (2012, p.205), "um sistema de amortização é uma forma pela qual o principal (capital empregado) e os encargos financeiros são pagos ao credor da dívida".

Sabe-se que a amortização ocorre exclusivamente sobre o capital. Portanto, cada dedução de uma parcela de amortização fornece um valor menor do que o capital e que é demoninado de saldo devedor.

Situação 2. Suponha que um financiamento bancário para a compra de um imóvel seja R$ 240.000,00 com taxa de 1% ao mês, durante 12 meses, sem carência, ou seja, é necessário começar efetuar o pagamento do financiamento no mês seguinte. Observe o método de pagamento logo abaixo:

Quadro 1 – Forma de pagamento via SAC

Mês	**Saldo Devedor**	**Amortização**	**Juro**	**Prestação**
0	R$ 240.000,00	-	-	-
1	R$ 220.000,00	R$ 20.000,00	R$ 2.400,00	R$ 22.400,00
2	R$ 200.000,00	R$ 20.000,00	R$ 2.200,00	R$ 22.200,00
3	R$ 180.000,00	R$ 20.000,00	R$ 2.000,00	R$ 22.000,00
4	R$ 160.000,00	R$ 20.000,00	R$ 1.800,00	R$ 21.800,00
5	R$ 140.000,00	R$ 20.000,00	R$ 1.600,00	R$ 21.600,00
6	R$ 120.000,00	R$ 20.000,00	R$ 1.400,00	R$ 21.400,00
7	R$ 100.000,00	R$ 20.000,00	R$ 1.200,00	R$ 21.200,00
8	R$ 80.000,00	R$ 20.000,00	R$ 1.000,00	R$ 21.000,00
9	R$ 60.000,00	R$ 20.000,00	R$ 800,00	R$ 20.800,00
10	R$ 40.000,00	R$ 20.000,00	R$ 600,00	R$ 20.600,00
11	R$ 20.000,00	R$ 20.000,00	R$ 400,00	R$ 20.400,00
12	R$ 0,00	R$ 20.000,00	R$ 200,00	R$ 20.200,00
Valor pago ao final do financiamento				R$ 255.600,00

[2] Encargos financeiros: São acréscimos realizados ao capital. Portanto, juros e despesas administrativas e de seguros, por exemplo.

Fonte: Elaborado pela autora

O Quadro 1 descreve uma forma de pagamento pela qual o valor da amortização, em cada período, é constante e o juro que é somado à amortização (prestação) é obtido aplicando-se a taxa de juros ao saldo da dívida principal do período anterior. Quando esta situação ocorre diz que a quitação da dívida ocorre pelo Sistema de Amortização Constante (SAC).

Mas afinal de contas, de forma geral, o que é um Sistema de Amortização Constante? Que modelo matemático o caracteriza?

Definição 1. Sejam C, i e m o capital, a taxa e o número de períodos da dívida, respectivamente. Um sistema de amortização é do tipo constante se a amortização sobre o capital é constante em cada período e onde considera-se:

$A = \frac{C}{m}$, a amortização,

$S_n = C - \sum_{j=1}^{n} Aj$, $se\ n \geq 1$ o saldo devedor do período n,

$J_n = i \cdot S_{n-1}$, os juros calculados para o final do período n com $n \geq 0$,

$P_n = A + J_n$, a prestação calculada para o final do período n com $n \geq 1$;

Portanto, note que:

Se $A_n = A$ = constante, $\forall\, n \geq 1$, então:

$$S_n = C - \sum_{J=1}^{n} A = C - n \cdot A.$$

Daí, $J_n = S_{n-1} \cdot i = [C - (n-1) \cdot A] \cdot i,\ para\, n \geq 1.$

Em relação ao quadro 1, observe que:

$$A = \frac{240.000}{12} = 20.000{,}00.$$

Para o final do mês 4, por exemplo $J_4 = [C - 3A] \cdot i = (240.000 - 60.000) \cdot 0{,}01 = 1.800{,}00$ e $P_4 = A + J_4 = 20.000 + 1.800 = 21.800{,}00.$

3.3 Sistema de Amortização Francês (SAF)

Antes de aprofundar no Sistema de Amortização Francês (SAF), algumas considerações são importantes como o fluxo de caixa[3] de modelo padrão. A cerca disso Neto (2012, p. 105) diz que, “um fluxo de caixa representa uma série de pagamentos ou recebimentos que se estima ocorrer em determinado intervalo de tempo”.

Um fluxo de caixa é de modelo padrão se os pagamentos ou recebimentos ocorrem sem carência, com número finito de períodos e com pagamentos sucessivos (periódicos) de valores constantes.

Há juros compostos se realiza, em m períodos, o pagamento de um montante através de parcelas que são calculadas do mesmo modo como se obtém os montantes parciais. Fixe uma taxa i, uma quantidade m de períodos e uma prestação inicial P_0. Logo, o montante final será:

$$P_0 + P_0\,(1 + i) + \cdots + P_0(1 + i)^{m-1} = C\,(1+i)^m.$$

Daí,

$$\boldsymbol{C = \frac{P_0}{1+i} + \cdots + \frac{P_0}{(1+i)^2} + \frac{P_0}{(1+i)^m}} \qquad (1).$$

Portanto, recupera-se o capital empregado a juros compostos a partir da soma dos termos de uma progressão geométrica limitada, cujos termos dependem de P_0 e i fixados. Denominando - o capital recuperado de valor presente.

Definição 2. Sejam C, i e m o capital, a taxa e o número de período total da dívida (número total), respectivamente. O Sistema de Amortização Francês é um fluxo de caixa uniforme onde para todo final de período $n \leq m$ os juros acrescidos à amortização geram um valor constante P_0, tal que:

$$\boldsymbol{C = \sum_{J=1}^{m} \frac{P_0}{(1+i)^J}} \qquad (2).$$

Cada amortização da dívida é um termo da série temporal[4] dada em (2), mais precisamente, para $n \geq 1$ tem-se:

[3] Fluxo de caixa: Vide [8].
[4] Série temporal: Sequência de valores observados e que variam de acordo com o tempo.

$A_n = \frac{P_0}{(1+i)^{m-n+1}}$ que é a amortização calculada para o período n;

Além disso, considera-se:

$S_n = C - \sum_{J=1}^{n} AJ,$ o saldo devedor do período n;

$J_n = S_{n-1} \cdot i$, os juros referentes ao período n, com $n \geq 1$. (Estamos considerando $C = S_0$);

$P_n = A_n + J_n$, a prestação referente ao período n.

Note, de fato, se C = $\frac{P_0}{1+i} + \cdots + \frac{P_0}{(1+i)^m}$ então:

$$
\begin{aligned}
C &= \frac{P_0}{1+i} + \frac{P_0}{(1+i)^2} + \cdots + \frac{P_0}{(1+i)^m} \\
&= P_0 \left[(1+i)^{-1} + \cdots + (1+i)^{-m}\right] \\
&= P_0 \frac{\left(\frac{1}{1+i}\right) \cdot \left[\left(\frac{1}{1+i}\right)^m - 1\right]}{\frac{1}{1+i} - 1} \\
&= P_0 \frac{\left(\frac{1}{1+i}\right) \left[\left(\frac{1}{1+i}\right)^m - \frac{(1+i)^m}{(1+i)^m}\right]}{\frac{-i}{1+i}} \\
&= P_0 \left[\frac{\frac{1-(1+i)^m}{(1+i)^m}}{-i}\right] \\
&= P_0 \frac{[(1+i)^{-m} - 1]}{-i} \\
&= P_0 \frac{[1-(1+i)^{-m}]}{i}.
\end{aligned}
$$

Portanto, se $u = \frac{1-(1+i)^{-m}}{i}$, então $P_0 = \frac{C}{u}$ onde u é chamado fator do valor presente.

Se $A_n = \frac{P_0}{(1+i)^{m-n+1}}$, então as amortizações formam uma progressão geométrica crescente de razão $\frac{1}{(1+i)^{-1}}$. Diferentemente do SAC, no SAF há permanente variação da amortização.

Se $P_n = P_0 =$ constante, então:

$$P_0 = A_n + J_n, \text{ isto é, } J_n = P_0 - A_n = P_0 - \frac{P_0}{(1+i)^{m-n+1}}.$$

Dessa forma, para se calcular os juros do período no SAF, não é necessário obter o valor do saldo devedor do período $n-1$, basta que tenhamos o valor de P_0 e o valor do período, fixados taxa de juros e o número de períodos da dívida. Veja a seguinte situação problema.

Situação 3. Admita que uma dívida de R$ 240.000,00 será quitada por meio do sistema de amortização francês a 1% ao mês durante 12 meses.

Quadro 2 – Forma de pagamento via SAF

Mês	Saldo Devedor	Amortização	Juro	Prestação
0	R$ 240.000,00	-	-	-
1	R$ 221.076,29	R$ 18.923,71	R$ 2.400,00	R$ 21.323,71
2	R$ 201.963,34	R$ 19.112,95	R$ 2.210,76	R$ 21.323,71
3	R$ 182.659,27	R$ 19.304,08	R$ 2.019,63	R$ 21.323,71
4	R$ 163.162,15	R$ 19.497,12	R$ 1.826,59	R$ 21.323,71
5	R$ 143.470,06	R$ 19.692,09	R$ 1.631,62	R$ 21.323,71
6	R$ 123.581,06	R$ 19.889,01	R$ 1.434,70	R$ 21.323,71
7	R$ 103.493,16	R$ 20.087,90	R$ 1.235,81	R$ 21.323,71
8	R$ 83.204,38	R$ 20.288,78	R$ 1.034,93	R$ 21.323,71
9	R$ 62.712,71	R$ 20.491,67	R$ 832,04	R$ 21.323,71
10	R$ 42.016,13	R$ 20.696,58	R$ 627,13	R$ 21.323,71
11	R$ 21.112,58	R$ 20.903,55	R$ 420,16	R$ 21.323,71
12	R$ 0,00	R$ 21.112,58	R$ 211,13	R$ 21.323,71
Valor pago no final do financiamento				R$255.884,51

Fonte: Elaborado pela autora

Em relação ao Quadro 2, note que:

$$u = \frac{1 - (1 + 0{,}01)^{-12}}{0{,}01} = 11{,}255077.$$

e

$$P_0 = \frac{240.000{,}00}{11{,}255077} = 21.323{,}77.$$

E, portanto, dada $P_0 = 21.323{,}77$ é possível calcular a amortização para cada período $n \leq 12$.

Por exemplo, se n = 4 então $A_4 = \frac{21.323{,}77}{(1+0{,}01)^{12-4+1}} = \frac{21.323{,}77}{(1{,}01)^9} = 19.497{,}12$. Além disso, $J_4 = P_0 - A_n = 21.323{,}77 - 19.497{,}12 = 1.826{,}59$ (pois como já vimos a prestação é a soma da amortização com os encargos do período, que nesse caso, são os juros).

4 DISCUSSÃO E RESULTADOS

Nesta seção, apresenta-se os dados obtidos por meio dos simuladores on-line da Caixa Econômica Federal e Banco do Brasil. Além disso, analisa-se individualmente os dados de cada simulação e compensa-se os diferentes dados obtidos em relação a cada simulador.

4.1 Considerações sobre a obtenção dos dados

Os dados apresentados, logo a seguir, foram obtidos por meio de simuladores on-line dos bancos Caixa Econômica Federal (CEF) e Banco do Brasil (BB). Para tanto, fixou-se a simulação sobre um imóvel residencial novo no valor de R$ 100.000,00 com pagamento via SAC e SAF. Vale ressaltar que durante as simulações foi considerada a Taxa Selic equivalente a 5,25% a.a.

Neste contexto, estamos interessados na compreensão da dívida através da análise dos juros e da amortização. Portanto, da prestação desprovida de encargos alheios aos juros, como seguro habitacional e taxa administrativa. Contudo, propõem-se a compreender a dívida primária, isto é, desprovida de despesas adicionais.

4.2 Sobre o perfil do candidato a contratante

Na obtenção de resultados dos Sistemas de Amortização – SAC e SAF – foi realizado análise das seguintes simulações:

Caso 1 - Trata-se um jovem entre 24 e 32 anos, trabalhador assalariado cuja renda familiar mensal é de R$ 2.700,00.

Caso 2 - A renda do contratante é R$ 3.000,00

Caso 3 – A renda não é solicitada. Levando em consideração que no ato da simulação poderá contar com a ajuda de outro dependente que possua condições financeiras de pagar, via SAC ou SAF, as parcelas do financiamento em todos os casos.

4.3 Caso 1

Trata-se de um jovem entre 24 e 32 anos, trabalhador assalariado cuja renda familiar mensal é de R$ 2.700,00, que conta com ajuda de outro comprador e possui condições financeiras de pagar.

Simulação 1

Simulador on-line da Caixa Econômica Federal com taxa de juros de 7,4082 % a.a.

Quadro 3 - Dados emitidos pelo simulador via SAC

Capital	Entrada	Prazo	Sistema de Amortização
R$ 70.140,24	R$ 29.859,76	360	SAC

Fonte: Elaborado pela autora

De posse dos dados, temos:

$A = \frac{70.140,24}{360} = 194,83$

$J_1 = i \cdot S_0 = 0,0061735 \cdot 70.140,24 = 433,01$

$P_1 = A_1 + J_1 = A + J_1 = 194,83 + 433,01 = 627,84$

$S_1 = S_0 - A = C - A = 69.945,41$

Como os juros, no SAC, formam uma progressão aritmética decrescente de razão $-i \cdot A$, tem-se:

$$\boldsymbol{SJ_{360}} = \frac{(J_1+J_{360})\cdot 360}{2} = (J_1 + J_{360}) \cdot 180,$$

onde SJ_n é a soma total dos juros pagos e

$$J_{360} = J_1 + (360 - 1) \cdot (-1,202783) = 433,01 + 359 \cdot (-1,202783005) \cong 1,20.$$

Portanto, $SJ_{360} = (433,01 + 1,20) \cdot 180 \cong 78.157,80$. Conforme a Tabela 1.

Tabela 1 – Simulação para uma renda de R$ 2.700,00 no SAC

Mês	**Saldo devedor**	**Amortização**	**Juro**	**Prestação**
0	R$ 70.140,24	-	-	-
1	R$ 69.945,41	R$ 194,83	R$ 433,01	R$ 627,84
2	R$ 69.750,57	R$ 194,83	R$ 431,81	R$ 626,64
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
12	R$ 67.802,23	R$ 194,83	R$ 419,78	R$ 614,61
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
24	R$ 65.464,22	R$ 194,83	R$ 405,35	R$ 600,18
25	R$ 65.269,39	R$ 194,83	R$ 404,14	R$ 598,98
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
36	R$ 63.126,22	R$ 194,83	R$ 390,91	R$ 585,75
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
100	R$ 50.656,84	R$ 194,83	R$ 313,93	R$ 508,77
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
200	R$ 31.173,44	R$ 194,83	R$ 193,65	R$ 388,49
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
224	R$ 26.497,42	R$ 194,83	R$ 164,78	R$ 359,62
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
300	R$ 11.690,04	R$ 194,83	R$ 73,37	R$ 268,21
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
350	R$ 1.948,34	R$ 194,83	R$ 13,23	R$ 208,06
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
360	R$ 0,00	R$ 194,83	R$ 1,20	R$ 196,04
			R$ 78.158,44	R$ 148.298,68

Fonte: Elaborada pela autora

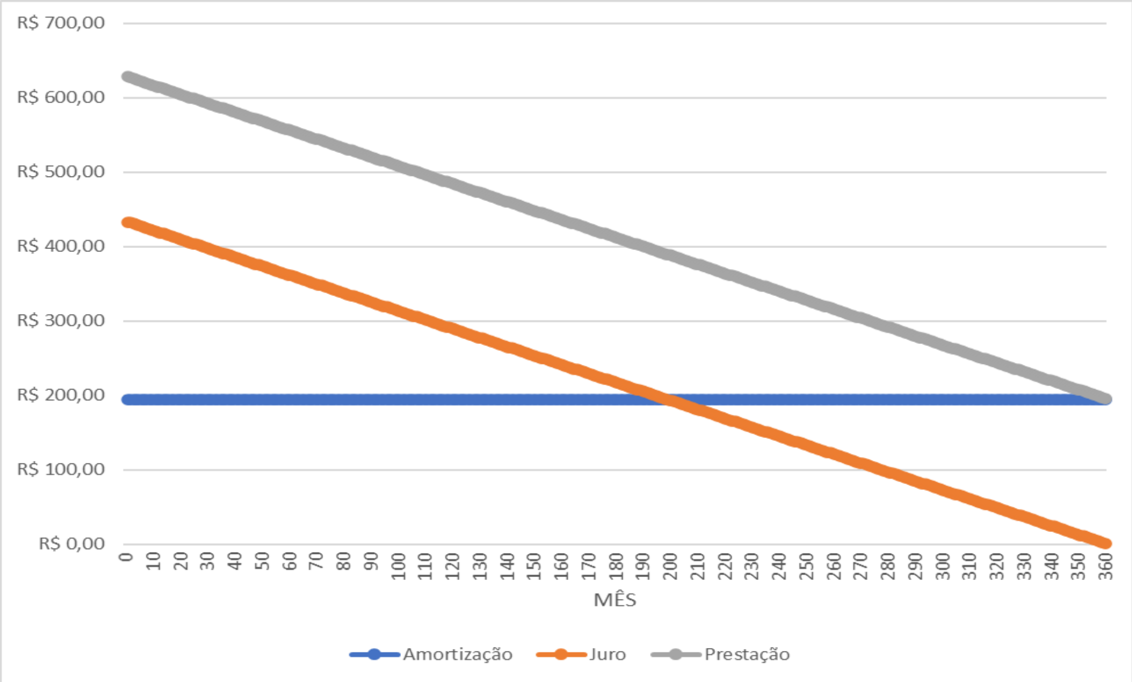
No SAC, como visto, as prestações decrescem a uma razão de $-\, i \cdot A$, pois a amortização é constante e os juros decrescem à razão de $-\, i \cdot A$. Contudo, com relação à Tabela 1, os juros e as prestações ou cada período decrescem à razão $-\, 0{,}0061735 \cdot 194{,}83$, isto é, aproximadamente – 1,20. Neste sentido, como se trata de progressões aritméticas, os gráficos que expressam a dinâmica dos juros e das prestações, ao longo do tempo são retas definidas em [1, 360] dadas por

$$J_n = 433{,}01 + (n - 1) \cdot (-1{,}20) = -1{,}20 \cdot n + 434{,}21\,,$$
$$P_n = 627{,}00 + (n - 1) \cdot (-1{,}20) = -1{,}20 \cdot n + 628{,}20.$$

Além disso, $S_n = 70.140{,}24 - 194{,}83 \cdot n.$

O gráfico abaixo se relaciona à Tabela 1. Nele, podemos perceber como ocorre a variação da prestação, dos juros e da amortização.

Gráfico 1 – Comportamento do financiamento utilizando o SAC na simulação 1



Fonte: Elaborada pela autora

Simulador on-line da Caixa Econômica Federal com taxa de juros de 7,4082 % a.a.

Quadro 4 – Dados emitidos pelo simulador via SAF

Capital	Entrada	Prazo	Sistema de Amortização
R$ 51.935,76	R$ 48.064,24	360	SAF

Fonte: Elaborado pela autora

Com base nos dados logo acima, temos:

$$u = \frac{1-(1+i)^{-m}}{i} = \frac{1-(1+0{,}0061735)^{-360}}{0{,}0061735} = \frac{1-0{,}109}{0{,}0061735} = 144{,}3265.$$

Daí,

$$P_0 = \frac{51.935{,}76}{144{,}3265} \cong 359{,}84,$$

e como já vimos $J_1 = 359{,}84 - \frac{359{,}849}{(1{,}0061735)^{60}} = 359{,}849 - 39{,}254 \cong 320{,}6.$

Além disso, $SJ_m = m \cdot P_0 - C$, e se $m = 360$, segue:

$$SJ_{360} = 360 \cdot 359{,}849 - 51.935{,}76 \cong 77.609{,}88.$$

Conforme detalha a Tabela 2.

Tabela 2 – Simulação para uma renda de R$ 2.700,00 no SAF

Mês	Saldo devedor	Amortização	Juro	Prestação
0	R$ 51.935,76	-	-	-
1	R$ 51.896,50	R$ 39,26	R$ 320,63	R$ 359,88
2	R$ 51.857,00	R$ 39,50	R$ 320,38	R$ 359,88
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
12	R$ 51.448,34	R$ 42,01	R$ 317,88	R$ 359,88
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
24	R$ 50.923,55	R$ 45,23	R$ 314,66	R$ 359,88
25	R$ 50.878,04	R$ 45,51	R$ 314,38	R$ 359,88
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
36	R$ 50.358,54	R$ 48,69	R$ 311,19	R$ 359,88
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
100	R$ 46.527,39	R$ 72,20	R$ 287,68	R$ 359,88
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
200	R$ 36.519,25	R$ 133,61	R$ 226,28	R$ 359,88
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
224	R$ 33.053,12	R$ 154,87	R$ 205,01	R$ 359,88
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
300	R$ 17.999,25	R$ 247,24	R$ 112,64	R$ 359,88
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
350	R$ 3.479,60	R$ 336,33	R$ 23,56	R$ 359,88
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
360	R$ 0,00	R$ 357,68	R$ 2,21	R$ 359,88
			R$ 77.622,22	R$ 129.557,98

Fonte: Elaborada pela autora

Observe que a prestação é constante, dada por R$ 359,88. A amortização é dada por

$$A_n = \frac{359{,}88}{(1{,}0061735)^{361-n}} \text{ (que é uma PG de razão } \frac{1}{(1{,}0061735)^{-1}} \text{)},$$

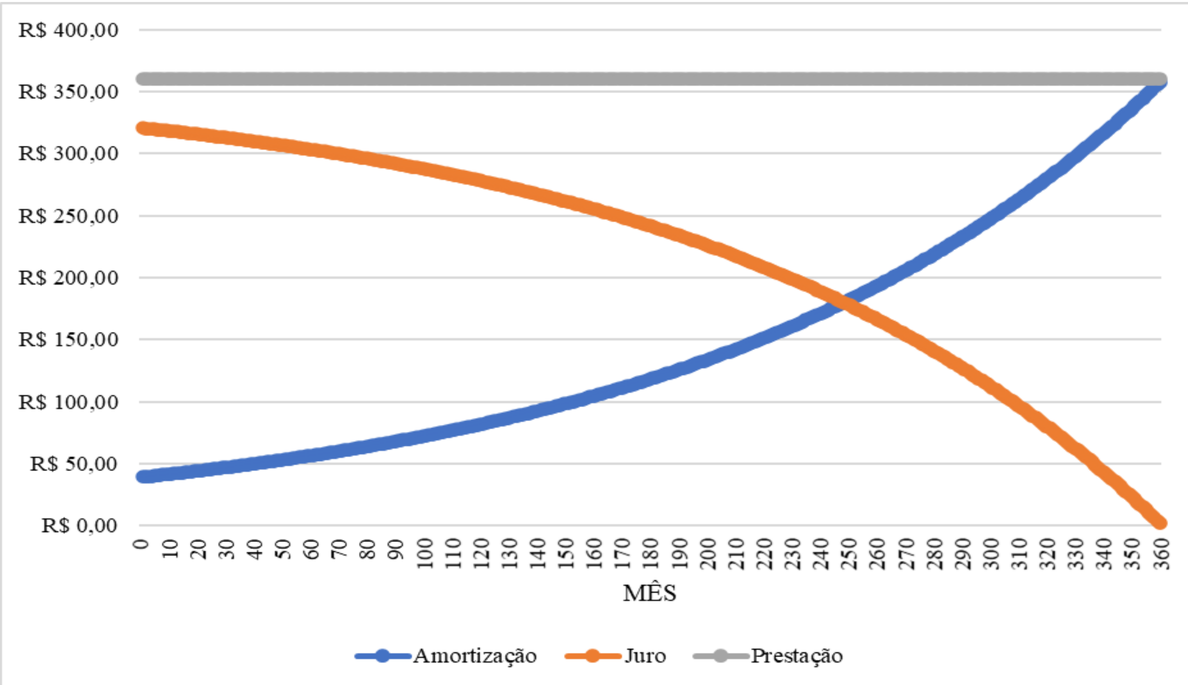
donde

$$J_n = 359{,}88 - \frac{359{,}88}{(1{,}0061735)^{361-n}}.$$

Além disso, $S_n = 51.935{,}76 - \sum_{J=1}^{n} \frac{359{,}88}{(1{,}0061735)^{361-J}}$. Os demais gráficos são obtidos de forma análogas às apresentadas logo acima.

O gráfico abaixo se relaciona à tabela 1. Neste podemos percebe como ocorre a variação dos juros, das prestações e da amortização ao longo de todo o tempo da dívida. Pode-se perceber que, neste caso, amortização e juros variam de forma exponencial.

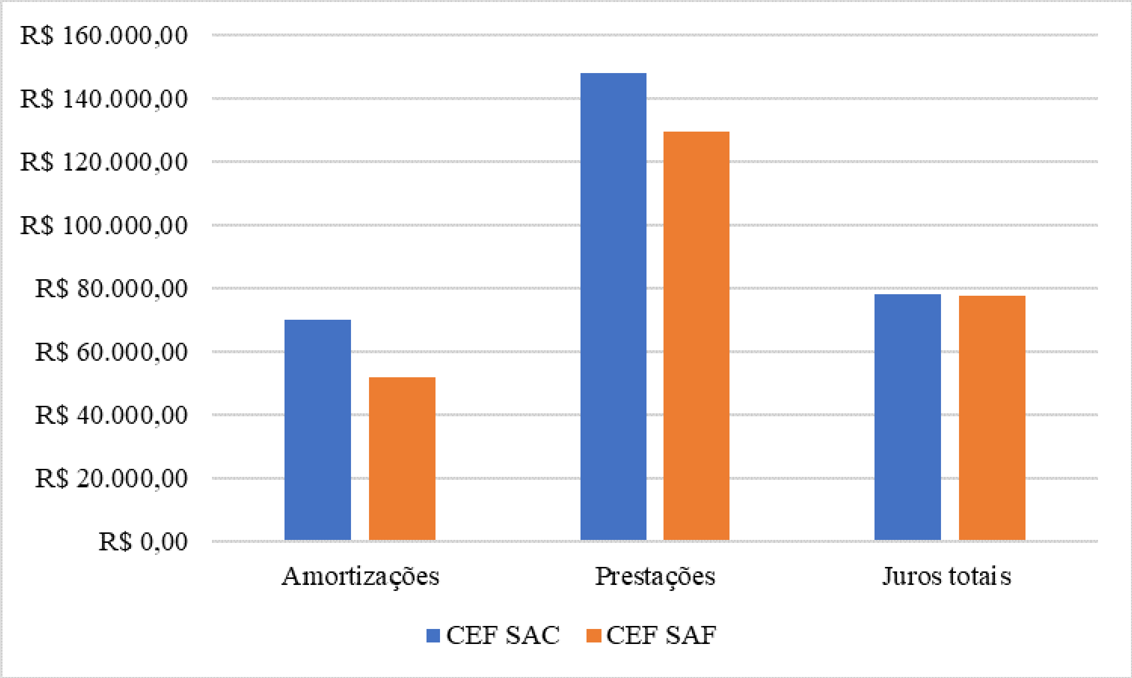
Gráfico 2 – Comportamento do financiamento utilizando o SAF na simulação 1



Fonte: Elaborada pela autora

Relativamente às tabelas 1 e 2, obtém-se o gráfico comparativo da soma das prestações, amortização e juros para cada Sistema de Amortização.

Gráfico 3 – Valores estabelecidos para dívida de 360 meses



Fonte – Elaborada pela autora

Na Simulação 1 observa-se que a mudança de SAC para SAF implica no aumento do valor da entrada, isto é, de R$ 29.859,76 para R$ 48.064,24 que é um aumento de 62,12% e que representa um valor próximo a metade do valor do imóvel. Quanto maior é a diminuição da dívida a ser parcelada, expressa-se que menores sejam os juros que devem ser pagos, pois, há diminuição do saldo devedor em questão. Todavia, a diminuição do saldo devedor é o único critério? Note que, do SAC para SAF, manteve-se a prazo, a taxa de juros e diminui-se o capital de R$ 70.140,24 para R$ 51.935,76 com diferença total de juros de R$ 729,72 e com prestações iniciais de aproximadamente R$ 627,84 e R$ 359,88, respectivamente.

Sabendo o valor de P_0 (do SAF) e os valores de A, C e i no SAC, pode-se obter o período no qual a prestação pelo SAC se torna menor do que P_0.

A título de exemplificação em relação ao caso 1, tem-se: $A = 194{,}83$,

$C = 70.140{,}24$ e $i = 0{,}0061735$.

Daí note, para o SAC, que se A = 194,83, C = 70.140,24 e i = 0,0061735, então

$A + [C - (n - 1) \cdot A] \cdot i = 194{,}83 + [70.140{,}24 - (n - 1) \cdot 194{,}83] \cdot 0{,}0061735 = 194{,}83 + [70.140{,}24 + 194{,}83 - 194{,}83 \cdot n] \cdot 0{,}0061735 = 194{,}83 + [70.140{,}24 - 194{,}83 \cdot n] \cdot 0{,}0061735.$

Daí, se $P_n < 359{,}88$, obtém:

$194{,}83 + 434{,}2135 - 1{,}202783 \cdot n < 359{,}88 = 629{,}0435 - 1{,}202783 \cdot n < 359{,}88 = - 1{,}202783 \cdot n > -269{,}1635 = n > 223.$

Portanto, a partir de parcela 224, a parcela via SAC tem menor valor em relação a 359,88, que é a constante via SAF.

Nesse contexto, ao se optar pelo SAF, o contratante terá que pagar 62,12% a mais de entrada, obtendo uma diferença de juros de aproximadamente R$ 729,72 e mantendo uma prestação fixa de aproximadamente R$ 359,88.

Dessa maneira, se o contratante em questão tiver condições de ajustar a renda familiar bruta para um valor mínimo de aproximadamente R$ 2.072,16 é viável a opção SAC, uma vez que sua renda familiar bruta aumentará de período para período e superará os R$ 2.380,00 que será a renda fixa para as outras despesas se optar pelo SAF – além de pagar 62,12% a menos de entrada. Se considerar o pagamento de R$ 729,72 a mais de juros e se situar em todo o tempo da dívida, percebe-se que se trata de uma diferença que não é significativa.

4.4 Caso 2

Um jovem entre 24 e 32 anos, trabalhador assalariado cuja renda familiar mensal é de R$ 3.000,00, que conta com ajuda de outro comprador e possui condições financeiras de pagar.

Simulação 2

Simulador on-line da Caixa Econômica Federal com taxa de juros de 7,4082 % a.a.

Quadro 5 – Dados emitidos pelo simulador via SAC

Capital	Entrada	Prazo	Sistema de Amortização
R$ 78.415,40	R$ 21.584,60	360	SAC

Fonte: Elaborado pela autora

Dessa forma,

$A = \frac{78.415{,}40}{360} = 217{,}82,\ J_1 = 0{,}0061735 \cdot 78.415{,}40 = 484{,}097.$

Assim,

$$P_1 = A_1 + J_1 = A + J_1 = 217{,}82 + 484{,}097 \cong 701{,}917$$

e

$$S_1 = S_0 - A = C - A = 78.415{,}40 - 217{,}82 = 78.197{,}58.$$

Além disso, $J_{360} = 484{,}097 + 359 \cdot (-13{,}447) = 484{,}097 - 482{,}747 \cong 1{,}35$. E, portanto, $SJ_{360} = (J_1 + J_{360}) \cdot 180 = (484{,}097 + 1{,}35) \cdot 180 \cong 87.380{,}46$. Conforme a Tabela 3.

Tabela 3 – Simulação para uma renda de R$ 3.000,00 no SAC

Mês	Saldo devedor	Amortização	Juro	Prestação
0	R$ 78.415,40	-	-	-
1	R$ 78.197,58	R$ 217,82	R$ 484,10	R$ 701,92
2	R$ 77.979,76	R$ 217,82	R$ 482,75	R$ 700,57
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
12	R$ 75.801,55	R$ 217,82	R$ 469,31	R$ 687,13
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
24	R$ 73.187,71	R$ 217,82	R$ 453,17	R$ 670,99
25	R$ 72.969,89	R$ 217,82	R$ 451,82	R$ 669,64
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
36	R$ 70.573,86	R$ 217,82	R$ 437,03	R$ 654,85
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
100	R$ 56.633,34	R$ 217,82	R$ 350,97	R$ 568,79
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
200	R$ 34.851,29	R$ 217,82	R$ 216,50	R$ 434,32
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
224	R$ 29.623,60	R$ 217,82	R$ 184,23	R$ 402,05
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
250	R$ 23.960,26	R$ 217,82	R$ 149,26	R$ 367,08
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
300	R$ 13.069,23	R$ 217,82	R$ 82,03	R$ 299,85
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
360	R$ 0,00	R$ 217,82	R$ 1,34	R$ 219,17
			R$ 87.379,59	R$ 165.794,99

Fonte: Elaborada pela autora

Veja que,

$$A_n = 217{,}82,$$

$$J_n = 484{,}01 + (n - 1) \cdot (-1{,}34) = -1{,}34 \cdot n + 485{,}44,$$

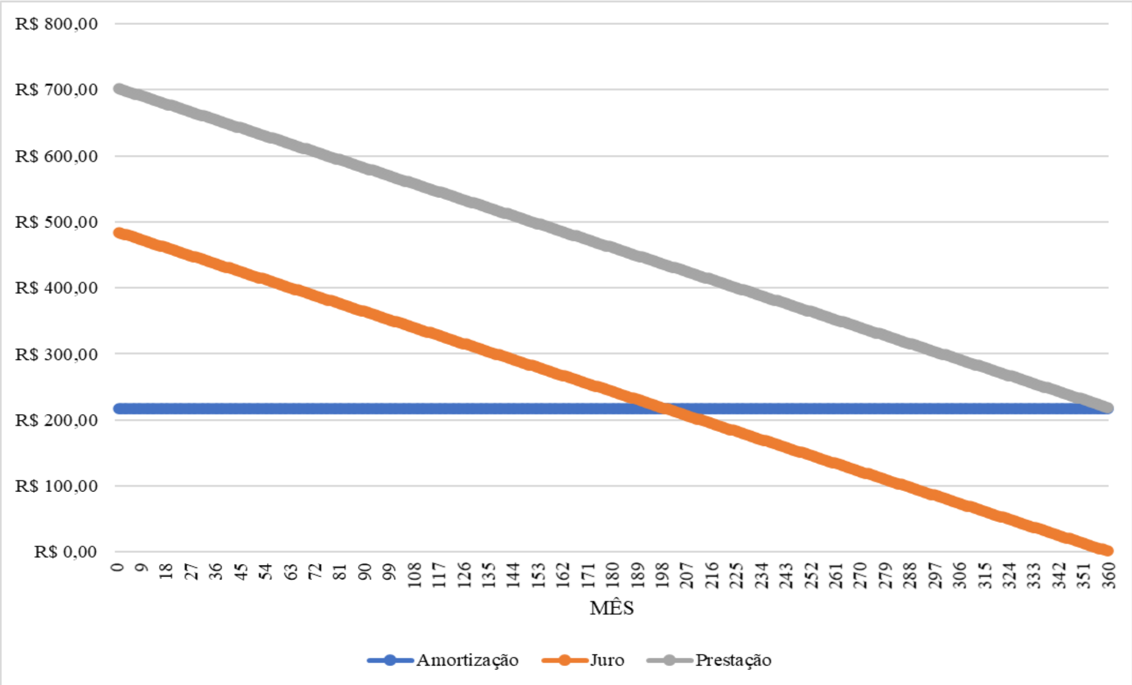
$P_n = 701{,}92 + (n - 1) \cdot (-1{,}34) = -1{,}34 \cdot n + 703{,}26,$

$S_n = 78.415{,}40 - 217{,}82 \cdot n.$

Dessa forma, os gráficos que descrevem essas funções são apresentados no Gráfico 4.

O gráfico abaixo se relaciona à tabela 3, e apresenta as variações lineares dos juros, prestações e amortização.

Gráfico 4 – Comportamento do financiamento utilizando o SAC na simulação 2



Fonte: Elaborada pela autora

Simulador on-line da Caixa Econômica Federal com taxa de juros de 7,4082 % a.a.

Quadro 6 – Dados emitidos pelo simulador via SAF

Capital	Entrada	Prazo	Sistema de Amortização
R$ 58.326,55	R$ 41.673,45	360	SAF

Fonte: Elaborado pela autora

Segue que,

$u = 144{,}3265$ (pois preserva-se m e i da simulação 1). Daí,

$P_0 = \frac{58.326{,}55}{144{,}3265} \cong 404{,}129,$

$J_1 = 404{,}129 - \frac{404{,}129}{(1{,}0061735)^{360}} = 404{,}129 - 44{,}084 \cong 360{,}045$

e assim,

$$SJ_{360} = 360 \cdot 404{,}129 - 58.326{,}55 = 87.159{,}89.$$

Conforme detalha a Tabela 4.

Tabela 4 – Simulação para renda de R$ 3.000,00 no SAF

Mês	Saldo devedor	Amortização	Juro	Prestação
0	R$ 58.326,55	-	-	-
1	R$ 58.282,46	R$ 44,09	R$ 360,08	R$ 404,17
2	R$ 58.238,10	R$ 44,36	R$ 359,81	R$ 404,17
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
12	R$ 57.779,15	R$ 47,18	R$ 356,99	R$ 404,17
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
24	R$ 57.189,79	R$ 50,79	R$ 353,37	R$ 404,17
25	R$ 57.138,68	R$ 51,11	R$ 353,06	R$ 404,17
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
36	R$ 56.555,25	R$ 54,69	R$ 349,48	R$ 404,17
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
100	R$ 52.252,67	R$ 81,09	R$ 323,08	R$ 404,17
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
200	R$ 41.013,01	R$ 150,05	R$ 254,12	R$ 404,17
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
224	R$ 37.120,36	R$ 173,93	R$ 230,24	R$ 404,17
250	R$ 32.201,13	R$ 204,11	R$ 200,05	R$ 404,17
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
300	R$ 20.214,09	R$ 277,66	R$ 126,51	R$ 404,17
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
360	R$ 0,00	R$ 401,69	R$ 2,48	R$ 404,17
			R$ 87.173,78	R$ 145.500,33

Fonte: Elaborada pela autora

Veja que,

$P_0 = 404{,}17,$

$A_n = \frac{404{,}17}{(1{,}0061735)^{361-n}},$

$J_n = 404{,}17 - \frac{404{,}17}{(1{,}0061735)^{361-n}},$

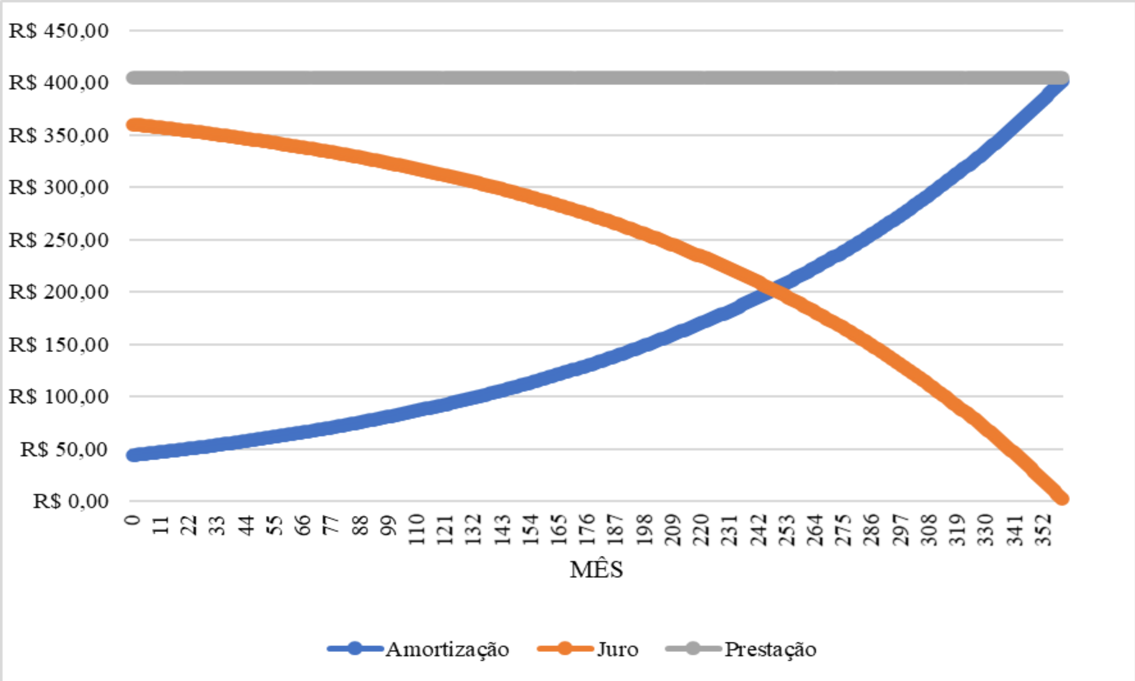
e

$S_n = 58.326{,}55 - \sum_{J=1}^{n} \frac{404{,}17}{(1{,}0061735)^{361-J}}.$

Assim, os gráficos das funções supracitadas estão representados no Gráfico 5.

O gráfico abaixo se relaciona à tabela 4. Percebe-se a variação dos juros e da amortização de forma exponencial.

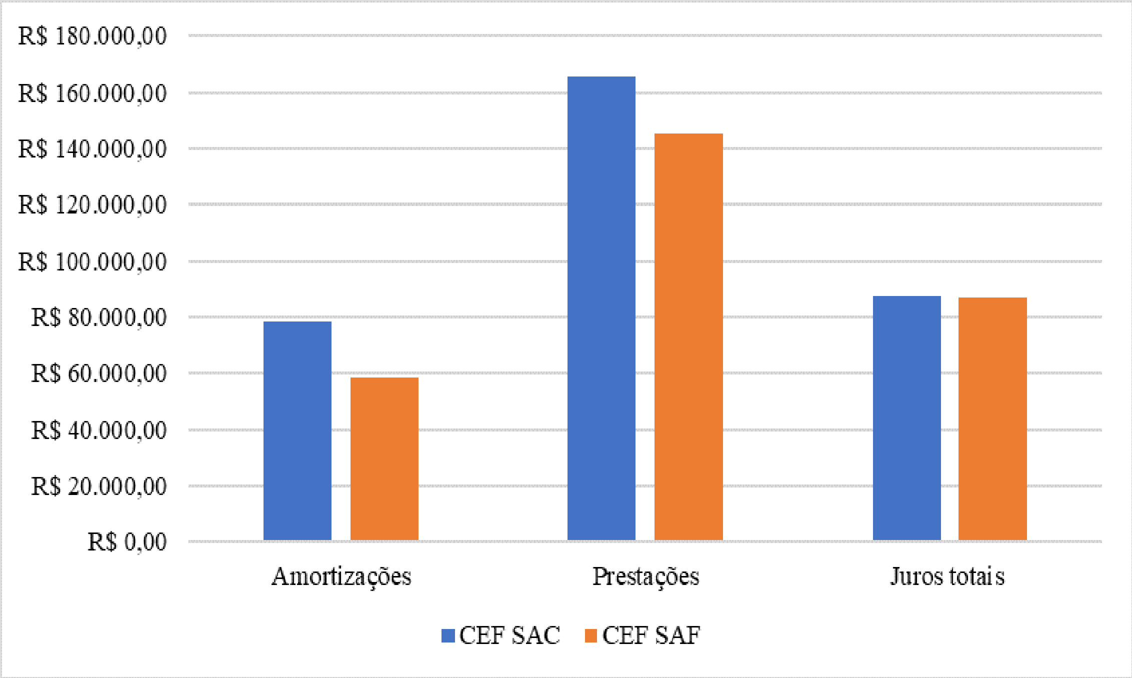
Gráfico 5 – Comportamento do financiamento utilizando o SAF na simulação 2



Fonte: Elaborada pela autora

Relativamente às tabelas 3 e 4, obtém-se o gráfico comparativo da soma das prestações, amortização e juros para cada Sistema de Amortização.

Gráfico 6 – Valores estabelecidos para dívida de 360 meses



Fonte: Elaborada pela autora

Na simulação 2, em termos de custos e benefícios também se opta pelo SAC por considerações análogas aqui já expostas, apenas ao observar que pagar-se-á aproximadamente R$ 524,23 a mais de juros e que a partir do período 224 a renda mínima por ocasião do empréstimo via SAC será superior a R$ 2.595,87, que é a mínima calculada por ocasião do empréstimo via SAF.

4.5 Caso 3

Um jovem entre 24 e 32 anos, trabalhador assalariado, que conta com ajuda de outro comprador e possui condições financeiras de pagar.

Simulação 3

Simulador on-line do Banco do Brasil com taxa de juros: 7,95 % a.a. Neste simulador a renda não é solicitada, mas o mesmo requer o número do CPF. Aqui mantém-se a renda mensal de R$ 2.700,00 a R$ 3.000,00.

Quadro 7 – Dados emitidos pelo simulador via SAC E SAF

Capital	Entrada	Prazo	Sistemas de Amortização
R$ 80.000,00	R$ 20.000,00	360	SAC e SAF

Fonte: Elaborado pela autora

Portanto,

$A = \frac{80.000,00}{360} = 222,22,$

$P_1 = 222,22 + 530,00 = 752,22,$

$J_1 = 0,006625 \cdot 80.000 = 530,00,$

e

$J_{360} = 530 + 359 \cdot (-1,472) \cong 1,56.$

Além disso, $SJ_{360} = (530 + 1,56) \cdot 180 \cong 95.680,80.$

Tabela 5 – Simulação do financiamento do contratante no SAC

Mês	Saldo devedor	Amortização	Juro	Prestação
0	R$ 80.000,00	-	-	-
1	R$ 79.777,78	R$ 222,22	R$ 530,00	R$ 752,22
2	R$ 79.555,56	R$ 222,22	R$ 528,53	R$ 750,75
3	R$ 79.333,33	R$ 222,22	R$ 527,06	R$ 749,28
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10	R$ 77.777,78	R$ 222,22	R$ 516,75	R$ 738,97
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
100	R$ 57.777,78	R$ 222,22	R$ 384,25	R$ 606,47
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
200	R$ 35.555,56	R$ 222,22	R$ 237,03	R$ 459,25
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
250	R$ 24.444,44	R$ 222,22	R$ 163,42	R$ 385,64
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
360	R$ 0,00	R$ 222,22	R$ 1,47	R$ 223,69
		R$ 80.000,00	R$ 95.665,00	R$ 175.665,00

Fonte: Elaborada pela autora

Observe que,

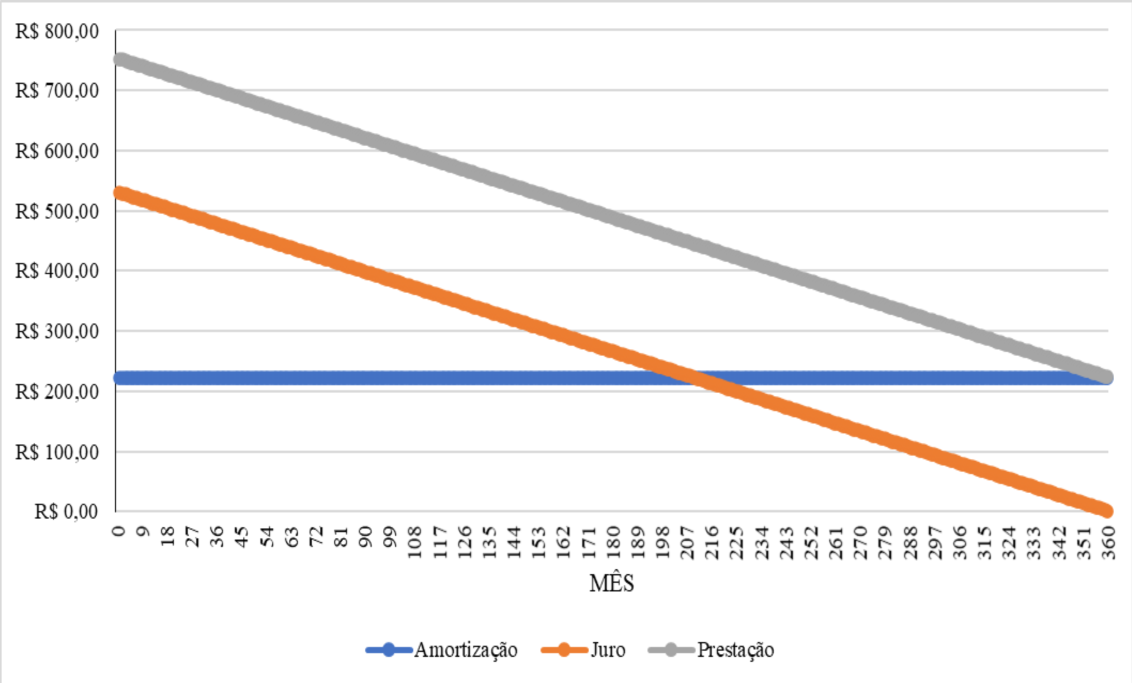
$J_n = 530,00 + (n - 1) \cdot (-1.47) = -1,47 \cdot n + 531,47,$

$P_n = 752,22 + (n - 1) \cdot (-1,47) = -1,47 \cdot n + 753,69,$

$S_n = 80.000{,}00 - 222{,}22 \cdot n.$

Dessa forma, os gráficos dessas funções estão representados no Gráfico 7.

Gráfico 7 – Comportamento do financiamento utilizando o SAC na simulação 3



Fonte: Elaborada pela autora

Enquanto que para a SAF,

$$u = \frac{1 - (1 + 0{,}006625)^{-360}}{0{,}006625} = \frac{1 - 0{,}092}{0{,}006625} = \frac{0{,}908}{0{,}006625} \cong 137{,}05.$$

Donde

$P_1 = \frac{80.000{,}00}{137{,}05} \cong 583{,}73,$

$J_1 = 583{,}73 - \frac{583{,}73}{(1{,}006625)^{360}} = 583{,}73 - \frac{583{,}73}{10{,}77} = 583{,}73 - 54{,}19 \cong 529{,}54,$

$SJ_{360} = 360 \cdot 583{,}73 - 80.000 \cong 130.142{,}80.$

Tabela 6 – Simulação do financiamento do contratante no SAF

Mês	Saldo devedor	Amortização	Juro	Prestação
0	R$ 80.000,00	-	-	-
1	R$ 79.945,77	R$ 54,23	R$ 530,00	R$ 584,23
2	R$ 79.891,19	R$ 54,58	R$ 529,64	R$ 584,23
3	R$ 79.836,24	R$ 54,95	R$ 529,28	R$ 584,23
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10	R$ 79.441,29	R$ 57,55	R$ 526,68	R$ 584,23
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
100	R$ 72.343,74	R$ 104,26	R$ 479,97	R$ 584,23
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
200	R$ 57.525,80	R$ 201,78	R$ 382,45	R$ 584,23
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
250	R$ 45.532,31	R$ 280,71	R$ 303,51	R$ 584,23
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
360	R$ 0,00	R$ 580,38	R$ 3,85	R$ 584,23
		R$ 80.000,00	R$ 130.321,21	R$ 210.321,21

Fonte: Elaborada pela autora

Veja que,

$P_1 = 584{,}23,$

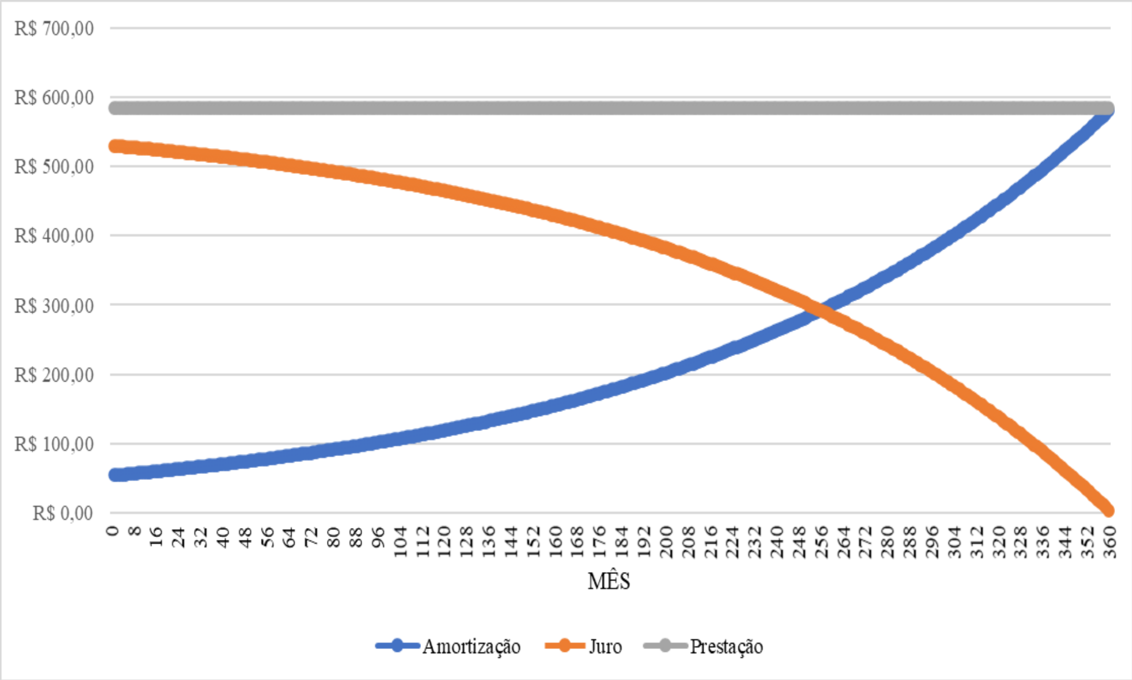
$A_n = \frac{584{,}23}{(1{,}006625)^{361-n}},$

$J_n = 584{,}23 - \frac{584{,}23}{(1{,}006625)^{361-n}},$

$S_n = 80.000{,}00 - \sum_{J=1}^{n} \frac{359{,}88}{(1{,}006625)^{361-J}}.$

Portanto, os gráficos das funções supracitadas estão representados no Gráfico 8.

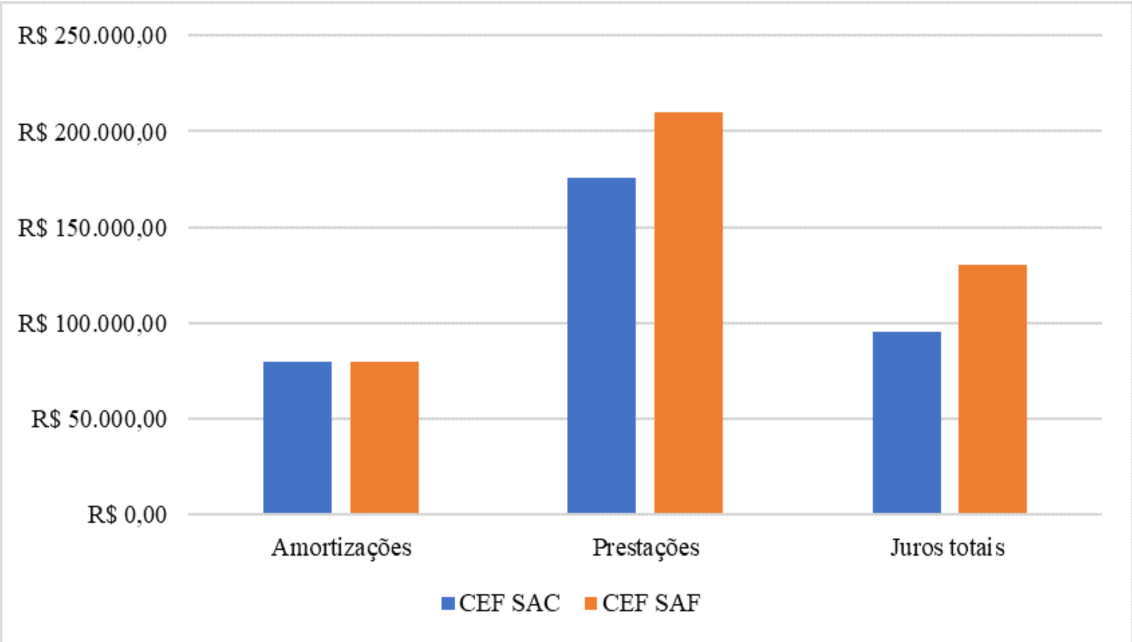
Gráfico 8 – Comportamento do financiamento utilizando o SAF na simulação 3



Fonte: Elaborada pela autora

Relativamente às tabelas 5 e 6, obtém-se o gráfico comparativo da soma das prestações, amortização e juros para cada Sistema de Amortização.

Gráfico 9 – Valores estabelecidos para dívida de 360 meses



Fonte: Elaborada pela autora

Note que, se mantidos as mesmas condições para SAC e SAF (mesmo capital, taxa e tempo) o valor total de juros pago via SAF é sempre maior.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os Sistemas de Amortização Constante e Francês constituem duas formas distintas de definir o pagamento de um capital, de modo que ambos, possibilitam analisar a dívida ao longo do tempo através dos modelos matemáticos que os definem. O SAC apresenta parcelas iniciais maiores, ao passo que o SAF, por sua vez, propicia parcelas iniciais menores e constantes ao longo de todo o período da dívida.

A longo prazo é notório que se mantida a mesma taxa, capital e tempo, o SAC apresenta menores juros (juros totais) em relação ao SAF. Portanto, partindo-se do pressuposto de que o contratante tenha condições de pagar parcelas menores ou iguais às definidas pelos sistemas, é preferível optar-se pelo SAC. Se a dívida estipulada goza de período curto, opta-se pelo SAF, pois a diferença entre os juros é menor em relação a longos prazos e a proteção constante é menor em relação às prestações iniciais do SAC.

Os dados obtidos pelo simulador on-line do banco Caixa Econômica Federal permitiram, mesmo com a variação do capital, observar que a longo prazo é preferível optar-se pelo SAC. Observa-se que, para um contratante de classe média baixa, a entrada é menor e, os juros, apesar de serem maiores, não superam a diferença de R$ 1.000,00.

Em relação aos dados do simulador on-line do Banco do Brasil, observou-se a proposta inicial é única, isto é, mantém o mesmo capital, taxa de juros e tempo, para os dois Sistemas de Amortização, independente da renda. Nesses termos, demonstra-se que os juros pagos ao se aderir o SAC são menores do que os juros referentes ao SAF. Portanto, opta-se pelo SAC, como já discutimos anteriormente.

Contudo, o método de obtenção e comparação dos dados deste estudo suscita a necessidade de enfatizar do ponto de vista literal levando em conta fatores como inflação e mudança de taxa de juros. Porém, através da compreensão dos modelos matemáticos que definem os Sistemas de Amortização Constante e Francês compreendeu-se a forma pela qual os juros são calculados e pagos. Deve-se acrescentar que, na maioria dos casos, a variação de uma renda menor para uma maior possibilita, de acordo com os dados obtidos via simuladores, maior capital disponibilizado pelo banco.

REFERÊNCIAS

[1] ANDRADE, M. M. **Introdução à metodologia do trabalho científico**. São Paulo, SP: Atlas, 2010.

[2] BANCO DO BRASIL S.A. **Simulador de Crédito Imobiliário**. Disponível em: <https://www42.bb.com.br/portalbb/imobiliario/creditoimobiliario/simular,802,2250,2250.bbx?pk_vid=77a00c3c386d78f616321644129a1193&pk_vid=77a00c3c386d78f616321644129a1193&pk_vid=77a00c3c386d78f616321644129a1193>. Acessado em: 10 de agosto de 2021.

[3] CAIXA ECONÔMICA FEDERAL. **Simulador Habitacional CAIXA e Crédito Fácil CAIXA.** Disponível em: < http://www8.caixa.gov.br/siopiinternet-web/simulaOperacaoInternet.do?method=inicializarCasoUso >. Acessado em: 10 de agosto de 2021.

[4] CASTRO, M. L. ZOT, W. D. **Matemática financeira: fundamentos e aplicações**. Porto Alegre, RS: Lookmon, 2015.

[5] CERVO, A. L. BERVIAN, P. A. **Metodologia científica**. 5. ed. São Paulo: Prentice Hall, 2002.

[6] MORGADO, A. C. WAGNER, E. ZANI, S. C. **Progressões e Matemática financeira**. 5 ed. Rio de Janeiro: SBM, 2001.

[7] MORIN, E. **Os sete valores necessários a educação do futuro**: tradução de Catarina Elenora F. da Silva e Jeanne Sawara: revisão técnica de Edgard de Assis Carvalho. 2. ed. São Paulo, SP: Cortez, Brasília, DF: UNESCO,2000.

[8] NETO, A. A. **Matemática financeira e suas aplicações**. 12. ed. São Paulo, SP: Atlas, 2012.

[9] PUCCINI, A. L. **Matemática financeira objetiva e aplicada**. 9. ed. São Paulo, SP: Elsevier, 2011.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
Campus Cajazeiras
Rua José Antônio da Silva, 300 - Bairro Jardim Oásis, CEP 58.900-000, Cajazeiras (PB)
CNPJ: 10.783.898/0005-07 - Telefone: (83) 3532-4100

Documento Digitalizado Restrito

Entrega de TCC

Assunto:	Entrega de TCC
Assinado por:	Jéssika Andrade
Tipo do Documento:	Anexo
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Restrito
Hipótese Legal:	Informação Pessoal (Art. 31 da Lei no 12.527/2011)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- **Jéssika Tavares de Andrade**, **ALUNO (201622020022) DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - CAJAZEIRAS**, em 25/10/2021 16:27:39.

Este documento foi armazenado no SUAP em 25/10/2021. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/ e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 356796
Código de Autenticação: 74d349e17c