INSTITUTO FEDERAL
Paraíba
Campus Campina Grande

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

JOSÉ ANDERSON SANTOS DE SOUZA

RELACIONANDO A TEORIA DOS NÚMEROS E A EDUCAÇÃO BÁSICA

CAMPINA GRANDE - PB
2021

JOSÉ ANDERSON SANTOS DE SOUZA

RELACIONANDO A TEORIA DOS NÚMEROS E A EDUCAÇÃO BÁSICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Luís Havelange Soares

S725r Souza, José Anderson Santos de
Relacionando a teoria dos números e a educação básica / José Anderson Santos de Souza. - Campina Grande, 2021.
65 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso(Curso de Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal da Paraíba, 2021.
Orientador: Prof. Dr. Luis Havelange Soares.

1. Matemática - ensino. 2. Matemática - Teoria dos números. 3. Educação básica. I. Título.

CDU 51:37

JOSÉ ANDERSON SANTOS DE SOUZA

RELACIONANDO A TEORIA DOS NÚMEROS E A EDUCAÇÃO BÁSICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), como requisito parcial para obtenção do título de Especialista em ensino de Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Luís Havelange Soares

Aprovado em: 22/12/2021

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Luís Havelange Soares (IFPB) (Orientador)

Prof. Dr. Orlando Batista de Almeida (IFPB) (Examinador)

Professor. Dr. Jonathas Jerônimo Barbosa (IFPB) - Examinador

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus e à minha família, minha mãe Maria José, minha irmã Aline, meu irmão Alan, ao meu tio Marinaldo e família, e a minha noiva Andréia por todo o apoio.

Aos professores da Especialização em Ensino de Matemática do IFPB, campus de Campina Grande. Em especial ao professor Luís Havelange, por toda a paciência e compreensão, apoio e empenho na orientação deste trabalho.

Aos professores, Orlando e Jonathas por terem aceitado o convite para compor a banca examinadora deste trabalho.

Enfim, a todos que contribuíram e me apoiaram de maneira direta ou indireta, o meu muito obrigado.

RESUMO

O presente trabalho se trata de uma pesquisa de cunho qualitativo que visa identificar e comparar os conceitos de Teoria dos Números presentes tanto nas ementas de cursos de Licenciatura em Matemática quanto na grade curricular da disciplina de Matemática na Educação básica, para assim, proporcionar o levantamento de estratégias metodológicas que auxiliem o processo de ensino-aprendizagem, principalmente, nos processos de generalização, os quais são estabelecidos pela Base Nacional Comum Curricular como uma das metas do ensino. Esta pesquisa conta com uma análise de conceitos do livro didático e aplicação de questionário com alunos do sétimo ano do Ensino Fundamental de uma escola pública do estado da Paraíba, para estabelecer como está a compreensão dos alunos quanto aos conceitos envolvidos, bem como sugerir uma proposta de atividade que pode ser aplicada com alunos do Ensino Fundamental 2.

Palavras-chave: Teoria dos Números. Ensino de Matemática. Educação Básica.

ABSTRACT

The present work is a qualitative research that aims to identify and compare the concepts of Number Theory present both in the syllabus of Licentiate Degree courses in Mathematics and in the curriculum of the subject of Mathematics in Basic Education, to thereby, provide the survey of methodological strategies that help the teaching-learning process, principally, in the generalization processes, which are established by the Common National Curriculum Base as one of the goals of teaching. This research includes an analysis of textbook concepts and application of a questionnaire with students in the seventh year of elementary school in a public school in the state of Paraíba, to establish how students' understanding of the concepts involved is, as well as an activity proposal that can be applied with elementary school students 2.

Keywords: Number Theory. Mathematics teaching. Basic education.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Atualmente, uma das discussões com relação a Educação Básica e cursos de formação de professores de Matemática é a possibilidade de que a Teoria dos Números seja inserida ou não no currículo da disciplina de Matemática da Educação Básica, uma vez que vários tópicos dessa área estão presentes em meio a diversos conteúdos, seja de maneira implícita ou explícita.

É possível perceber esta relação próxima com a Educação Básica na finalidade da área da Teoria dos Números, pois:

> A Teoria dos Números é uma área específica da Matemática que estuda as propriedades dos números inteiros, tais como a divisibilidade, números primos, tendo entre os resultados mais destacados o Teorema Fundamental da Aritmética. Com esses objetivos específicos, esta área é das mais antigas da matemática, junto com a Geometria Euclidiana. (BERTONE, 2014, p. 6)

Desta forma, surge a possibilidade de utilizar a ligação entre a Teoria dos Números e a Educação Básica como uma ferramenta que pode otimizar o processo de ensino.

> A aplicação de Teoria dos Números como uma complementação do conteúdo ou até mesmo sendo um assunto visto regularmente é uma ferramenta extremamente importante para resolver algumas situações problemas e consequentemente melhorar o desempenho do aluno na resolução de problemas. (SILVA, 2019, p. 49)

O papel da Teoria dos Números, neste caso, é proporcionar o desenvolvimento do raciocínio lógico do aluno, e consequentemente, sendo fundamental para o desenvolvimento da criticidade e do processo de decisão. Conforme Wall (2014) os alunos estão sendo preparados para assumirem posições responsáveis em uma sociedade altamente tecnológica. Isto é, tem-se a expectativa de que os alunos possam ser cuidadosos e críticos.

Mas, para isso é necessário que tenha adaptação da linguagem matemática utilizada, de modo que não haja confusão com relação aos verdadeiros significados dos conceitos, já que a linguagem presente nos conceitos da Teoria dos Números obedece a um rigor que, possivelmente, é complicado para que os alunos compreendam o sentido.

> Partindo da premissa que o ensino de Matemática na escola básica deve oferecer aos estudantes um entendimento pleno e significativo dos conceitos, operações, propriedades e aplicações dos números, faz-se necessário compreender a maneira como a formação inicial do professor de matemática vem a colaborar para que, no exercício de sua profissão, este docente esteja preparado para ensinar tais temas com clareza e enfoques didático-pedagógicos adequados. (MANDLER, 2016, p. 5-6)

Nesse sentido, é interessante analisar as relações entre a Teoria dos Números presente nos cursos de formação de professores de Matemática e os tópicos dessa área que estão presentes na Educação Básica, e assim, criar a oportunidade de reflexão com relação aos tipos de linguagem que são utilizados em ambas as situações.

1.1 JUSTIFICATIVA

Conforme Mandler (2016) “as relações entre os conceitos da Teoria de Números e a matemática do ciclo básico podem passar despercebidas, desperdiçando uma rica oportunidade na formação inicial para abordar os aspectos didático-pedagógicos de conteúdos presentes na Educação Básica”.

Nesse contexto, o desenvolvimento de uma revisão da literatura sobre o tema proposto, poderia contribuir com o desenvolvimento dessa técnica, uma vez que as revisões têm a função de possibilitar uma análise sobre um determinado assunto a partir de diferentes perspectivas, auxiliando em sua compreensão (ROTHER, 2007).

Além disso, na Educação Básica ainda existe a concepção de alunos que pensam em decorar o assunto apenas para fazer uma avaliação ou atividade e não assimilam as ideias trabalhadas em sala de aula com o cotidiano. Com isso, após um tempo, os alunos podem não lembrar da essência dos conceitos, e assim, não percebem as relações que determinados conceitos têm com o dia a dia. Porém se os conteúdos forem vistos em forma de desafios, provocando o pensamento, os alunos se aproximam mais dos conceitos, não apenas decorando-os, mas analisando suas características, criando hipóteses e às verificando até a obtenção de resultados que possam validá-las ou refutá-las.

> Quanto à linguagem, fundamental para a construção do conhecimento, precisa produzir significados, pois, se não for significativa, não tiver relação com nada na vida do aluno, muito provavelmente cairá no esquecimento. Noto que se faz necessário propiciarmos momentos para que nossos alunos explicitem as suas formas de raciocínio. Sendo assim, oportunizaremos que a construção do conhecimento seja efetiva e a riqueza da troca de idéias. (GIL, 2008, p. 12)

É necessário que seja estabelecida a proximidade entre a linguagem e metodologias trabalhadas na Graduação e as trabalhadas na Educação Básica, buscando amenizar as dificuldades enfrentadas pelos docentes com relação a coerência entre a maneira com que os conceitos serão por eles trabalhados e os seus significados. Alguns conteúdos da Teoria dos Números estão presentes na Educação Básica, mesmo que estejam apresentados com menos rigor matemático, o que possibilita analisar como utilizar esse fato para proporcionar a criação de estratégias para a melhoria do Ensino de Matemática. O que justifica a realização deste trabalho, pois a função dele é sumarizar as principais descobertas científicas sobre o tema proposto e apresentar os resultados obtidos para uma análise aprofundada sobre o assunto.

1.2 OBJETIVOS

1.2.1. **Objetivo Geral**

Estudar as relações entre conceitos da Teoria dos números, estudados no âmbito da Licenciatura em Matemática, e as práticas de ensino de matemática na Educação Básica.

1.2.1. **Objetivos Específicos**

- Investigar a maneira como os conteúdos de Teoria dos Números são explorados na formação do professor e como são apresentados na Educação Básica.

- Identificar dificuldades de aprendizagens de estudantes da educação básica referentes a conhecimentos no contexto da teoria dos números.

- Estudar algumas diferenças entre a linguagem matemática utilizada na Educação Superior e na Educação Básica, relativamente no estudo de Teoria dos Números.

- Apresentar possibilidades metodológicas para a Educação Básica, envolvendo deduções e generalizações de conceitos de Teoria dos Números.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

Neste capítulo será apresentada a relação da Teoria dos Números com a Educação Básica, mesmo que de maneira adaptada com relação a linguagem matemática. E ainda, será realizado um estudo quanto ao uso dessa relação para proporcionar contribuições nas estratégias metodológicas do processo de ensino e aprendizagem de matemática.

2.1 NÚMEROS E A EDUCAÇÃO BÁSICA

No cotidiano, os números e suas operações podem representar vários significados e possibilitar diversos fenômenos que, a um primeiro momento, não são ligados a estes. Exemplos disso podem ser desde ao processo de digitalização de um documento ao envio de um e-mail. Por esse fato, se faz necessário que haja a compreensão das finalidades que os números podem obter.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), no Ensino Fundamental, anos iniciais, no relacionado a unidade temática "números", o esperado é que os alunos possam desenvolver a capacidade de resolver problemas com números naturais e números racionais que envolvem as operações básicas, por meio de argumentos e justificativas que possam servir como um meio de avaliação para eles verificarem a plausibilidade dos resultados encontrados. Além disso, a BNCC afirma que se espera que os discentes venham a fazer uso de várias estratégias nos cálculos, em especial, o uso de algoritmos, de calculadoras, do cálculo mental e de estimativas.

Para o Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), o ensino de matemática tem o objetivo de proporcionar o desenvolvimento do pensamento numérico através de situações que possam guiar os alunos a:

> * ampliar e consolidar os significados dos números racionais a partir dos diferentes usos em contextos sociais e matemáticos e reconhecer que existem números que não são racionais;
>
> * resolver situações-problema envolvendo números naturais, inteiros, racionais e irracionais, ampliando e consolidando os significados da adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação e radiciação;
>
> * selecionar e utilizar diferentes procedimentos de cálculo com números naturais, inteiros, racionais e irracionais. (PCN, 1998, p. 81)

Desse modo, trabalhar alguns pontos da Teoria dos Números na Educação Básica pode proporcionar informações que auxiliem a firmar o entendimento do papel dos números em cada circunstância, já que esta área estuda propriedades relativas aos números, bem como suas operações.

2.2 TEORIA DOS NÚMEROS E A LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

Nos cursos de Licenciatura em Matemática, o principal objetivo é a formação do professor para a atuação do mesmo em sala de aula do ensino básico, visando a preparação dos alunos para os meios social, cultural e profissional. Para isso, o curso é composto por disciplinas que tratam de conteúdos específicos e de disciplinas que tratam de aspectos psicossociais. Porém, mesmo nas disciplinas específicas, é necessário ter cuidado, pois para o professor, não basta apenas aprender o conteúdo, mas também saber como ensinar.

Fonseca e Oliveira (2017), relatam que com relação a Teoria do Números, especificamente, o que é trabalhado no curso de formação de professores de matemática são as definições, conceitos e propriedades, e dificilmente, há a preocupação de pensar em como ensinar esses conceitos na educação básica considerando a linguagem na qual é vista durante o curso.

> Uma aula de matemática, em qualquer nível escolar, se desenvolve, prioritariamente, em uma linguagem própria: a linguagem matemática. A compreensão dessa linguagem é um dos pilares para o êxito escolar que merece atenção especial por parte do professor, pois seu entendimento depende da combinação da linguagem natural expressa na língua materna com terminologias científicas próprias da matemática. (FARIAS e COSTA, 2020, p. 1)

Normalmente os professores de Matemática que atuam no nível da educação básica não atentam para fatores que, à primeira vista, parecem não ter relevância na prática docente, mas, quando analisados de modo mais reflexivo nota-se que se configuram como significativos no processo de ensino. Um desses elementos diz respeito às relações entre os conhecimentos matemáticos estudados no âmbito da formação do professor e os saberes matemáticos lecionados nas escolas de nível básico.

Conforme Rezende e Machado (2012), “muitos cursos enfatizam os conteúdos específicos, visando mais garantir a formação do matemático do que a do professor que vai ensinar Matemática na escola básica”. Ou seja, há prioridade em aprender os conteúdos e não em aprender a ensinar. Os autores ainda relatam que isso não quer dizer que o professor de matemática não deve ter conhecimento matemático sólido, mas que o ensino de matemática na educação básica deve envolver conhecimento e habilidades além de saber matemática.

Nesse sentido, faz-se necessária a comparação entre a linguagem utilizada para trabalhar os conteúdos de soma e subtração com números inteiros, multiplicação e divisão com números inteiros e o conteúdo de frações no curso de Licenciatura em Matemática e a linguagem utilizada para trabalhar esses conteúdos na educação básica para analisar estratégias que proporcionem melhorias de ensino.

2.4 CONCEITOS DE ACORDO COM AS EMENTAS DOS CURSOS DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

De acordo com algumas das ementas da disciplina de Teoria dos Números nos cursos de Licenciatura em Matemática, não é explicitada a intenção de refletir sobre os conteúdos a serem apresentados do ponto de vista metodológico voltado ao ensino de matemática. Ou seja, o objetivo em si é analisar a fundo os conceitos como forma de aprender a utilizar e verificar muitos dos resultados da Teoria dos Números, sem a preocupação de como esses conteúdos estão presentes na educação básica e como trabalhar eles de maneira produtiva com relação ao processo de ensino-aprendizagem.

Os tópicos trabalhados nos cursos de Licenciatura em Matemática seguem as sequências de conteúdos de alguns livros de Teoria dos números como: *Introdução à Teoria dos Números* de José Plínio e *Um Curso Básico em Teoria dos números* de Vandenberg Lopes. Nestes, os conceitos estão descritos na linguagem matemática rigorosa, sendo interligados por meio de definições, propriedades, proposições, teoremas, lemas e axiomas. Assim, não há indício de contextualização, ou relação com o cotidiano em meio a esses resultados que possam facilitar a compreensão de alunos da Educação Básica.

Os conteúdos envolvidos são basicamente: Conjunto dos números naturais; Conjunto dos números inteiros; Máximo divisor comum e mínimo múltiplo comum; Números primos; Congruências; Equações diofantinas lineares; Números especiais; Criptografia RSA. Assim, percebe-se que os conceitos de Conjunto dos Números Naturais, Conjunto dos Números Inteiros, Máximo Divisor Comum, Mínimo Múltiplo Comum e Números Primos são vistos tanto na Educação Básica, quanto nos cursos de Licenciatura em Matemática. Entretanto, em meio a esses resultados estão mais justificativas que assegurem a validade dos conceitos envolvidos que podem ser utilizadas na Educação Básica, principalmente nos processos de generalização de resultados, os quais, de acordo com a BNCC são de suma importância para o processo de desenvolvimento do conhecimento e do pensamento crítico. Esse fato, possibilita utilizar as justificativas e ferramentas presentes nos conteúdos de Teoria dos Números como mais uma maneira de se obter a generalização.

3. METODOLOGIA

Este estudo trata-se de uma revisão da literatura e aplicação de questionário com visão ao público compreendido a alunos do sétimo ano do ensino fundamental, almejando a compreensão e formalização de maneira generalizada de alguns conceitos matemáticos que são fundamentais para o processo de formação inicial.

As revisões são publicações amplas com a função de discutir o desenvolvimento de um assunto sob pontos de vista diferentes. Esse tipo de estudo constitui basicamente da análise da literatura publicada em artigos científicos, livros, revistas impressas ou eletrônicas na interpretação e análise crítica do autor, com o objetivo de permitir ao leitor uma atualização do seu conhecimento sobre um determinado tema (CORDEIRO et al., 2007; VOSGERAU e ROMANOWSKI, 2014).

Assim, este trabalho consiste em uma pesquisa exploratória, de cunho qualitativo, envolvendo levantamento bibliográfico e aplicação de questionários. Nesta pesquisa são abordados aspectos da Teoria dos Números, bem como as suas principais características quanto à linguagem. Além disso, são expostos alguns dos principais conteúdos presentes na Educação Básica e qual linguagem é utilizada no processo de ensino e aprendizagem desses. Após isso, é realizada uma comparação entre essas linguagens destacando o que pode ser sugerido para propiciar melhorias no procedimento metodológico utilizado em sala de aula.

Para essa revisão, foi realizada uma busca por artigos, livros, dissertações e teses nas bases de dados Google Acadêmico, Scielo e Periódicos Capes. Além da busca nas bases de dados, também foram realizadas pesquisas em sites, jornais e revista. As buscas ocorreram no mês de novembro e as palavras-chave utilizadas na busca foram Teoria dos números e Educação Básica.

Com relação aos conteúdos aqui estudados, foi realizada um breve levantamento de como estes são abordados no livro didático Dante Teláris. Este livro foi escolhido por ser baseado na Base Nacional Comum Curricular (BNCC), iniciar os capítulos com aspectos do cotidiano, envolver-se com outras áreas além da matemática, conter atividades resolvidas passo a passo ou propostas que envolvem cálculo mental e uso de calculadora, além de conter sugestões de atividades orais e de raciocínio lógico, jogos e envolvimento entre Matemática e tecnologia. O livro faz parte de uma das obras Teláris Matemática de Luiz Roberto Dante que contempla as cinco grandes Unidades temáticas da Matemática (Números, Álgebra, Geometria, Grandezas e medidas e Probabilidade e estatística) e estão sendo utilizadas atualmente.

As definições aqui explicitadas foram retiradas do livro manual do professor Dante Teláris para o sétimo ano, pois, com foco no desenvolvimento metodológico do(a) professor(a) e no melhor aprendizado do aluno, ao lado do conteúdo a ser trabalhado, as páginas do livro contam com uma área destinada a comentários especificando as principais habilidades que serão trabalhadas de acordo com a BNCC. E ainda, nessas áreas, estão presentes algumas sugestões de perguntas que podem ser direcionadas aos alunos no decorrer das aulas, bem como os principais objetivos de cada atividade e algumas curiosidades. São propostas, também, atividades que promovem a interdisciplinaridade.

Neste livro, antes de ser apresentado o conjunto dos números inteiros, é realizada uma exposição de situações no intuito de partir dos conhecimentos prévios dos alunos. Nessas situações são exploradas a representação de temperatura mínima e máxima, o saldo de gols, a representação de um calendário, a oferta de preço de uma camisa e a representação da porção de água da superfície da Terra. Após isso são realizadas indagações relacionadas aos cenários expostos. E novamente são apresentados contextos, nos quais, são utilizados os números positivos, os números negativos e o zero. Além disso, é exposto um pouco da história sobre a origem dos números inteiros e são sugeridas atividades de pesquisa.

Em seguida, acontece a caracterização do conjunto dos números inteiros como a reunião do conjunto dos números naturais e o conjunto dos números inteiros negativos e sua representação na reta numerada. Logo depois, há a explanação do que é módulo ou valor absoluto de um número inteiro e a conceituação do que significa números opostos ou simétricos. Uma das sugestões deixadas nessa etapa é a de escrever alguns números inteiros positivos e negativos objetivando que os estudantes entendam as relações de inclusão entre o conjunto dos números naturais e o conjunto dos números inteiros. Outra sugestão é a utilização de letras para representar números inteiros na reta numerada.

O conceito trabalhado em sequência é o de relação de ordem visando esclarecer aos alunos que quando são comparados dois números inteiros, é analisado se o primeiro é maior do que, menor do que ou igual ao segundo. Nesse ponto, há a sugestão de dialogar com os alunos para não haver confusão quanto aos símbolos de maior do que (>) e de menor do que (<).

E dando continuidade, são definidas as operações de soma, subtração, multiplicação e divisão de números inteiros por meio de exemplos de situações problema. Essa abordagem contribui para compreensão dos processos de soma, subtração, multiplicação e divisão e após os exemplos é possível realizar generalizações com essas operações no conjunto dos números inteiros através de atividades. Vale destacar que isso é sugerido junto com algumas orientações como a utilização da reta numerada quando possível.

Desse modo, a Teoria dos Números poderia auxiliar aos professores a generalizar os conceitos relacionados às operações com números inteiros, e assim, preparar os alunos para realizarem essas operações com quaisquer números inteiros arbitrários.

> No Ensino Fundamental – Anos Finais, os estudos de Álgebra retomam, aprofundam e ampliam o que foi trabalhado no Ensino Fundamental – Anos Iniciais. Nessa fase, os alunos devem compreender os diferentes significados das variáveis numéricas em uma expressão, estabelecer uma generalização de uma propriedade, investigar a regularidade de uma sequência numérica, indicar um valor desconhecido em uma sentença algébrica e estabelecer a variação entre duas grandezas. É necessário, portanto, que os alunos estabeleçam conexões entre variável e função e entre incógnita e equação. (BNCC, 2018, p. 270-271).

Dando continuidade à ordem como alguns conceitos são retratados de acordo com o livro didático manual do professor Dante Teláris, agora com relação aos conceitos de múltiplos, divisores e frações, de maneira semelhante aos conceitos anteriores, são representadas situações e perguntas para que a compreensão dos conceitos se baseie nas noções primitivas que os alunos já possuem. Logo após, é descrito o que são divisores e múltiplos de números inteiros com o auxílio de exemplos, porém, de maneira distinta da que foi utilizada para os resultados anteriores, foi apresentado o passo a passo da resolução de uma questão da Olimpíada Brasileira de Matemática das Escolas Públicas (OBMEP) como forma de aprofundar os conceitos e deixar claro que antes de resolver um problema, é necessário compreendê-lo, planejar estratégias, executar o planejado e verificar se o objetivo foi alcançado.

Para relembrar os conceitos de número primo e de número composto é proposto ao professor que indague os estudantes para verificar as ideias intuitivas. A partir daí são exprimidas as definições dos mesmos e exemplos, e sugerido que seja construído o crivo de Eratóstenes na lousa identificando e distinguindo os números primos e os compostos. Prosseguindo, a decomposição de um número em fatores primos é explicitada baseada no Teorema Fundamental da Aritmética, sem nomeá-lo, bem como o método prático para determinar todos os fatores primos de um número composto, e como complemento são expostos alguns exemplos.

Em seguida, para trabalhar o conceito de Máximo Divisor Comum (MDC) é apresentada uma situação-problema que após sua solução é destacada a definição desse conceito, seguida de breves exemplos e exercícios. De maneira semelhante, ocorre o mesmo com o conceito de Mínimo Múltiplo Comum (MMC), porém nesse caso, é apresentado também um dispositivo prático para determinar o MMC e o uso do cálculo mental para efetuar o mesmo.

O próximo conteúdo abordado no livro didático é o de frações que apesar de não está presente em meio a Teoria dos Números, possibilita trabalhar com uma vertente que envolve diretamente o conceito de MMC, e para trabalhar esse conteúdo o autor apresenta quatro maneiras de se trabalhar, sendo elas: Fração como parte/todo; Fração como quociente; Fração como operador (ou fração de uma quantidade) e fração como razão ou comparação de grandezas. Para o primeiro modo, o autor trata sobre a ideia de que um todo é dividido em partes iguais e dessas partes é selecionada uma parte ou mais. Como auxílio, o autor faz uso de figuras geométricas para exibir e resolver alguns exemplos e são propostos exercícios. Já o segundo modo, é expresso que uma fração é uma divisão estabelecida entre o numerador e o denominador, bem como seu resultado. Para este caso, o autor utiliza da divisão de tortas, em fatias iguais, para uma quantidade de crianças e é apresentado outro exemplo com a divisão de conchinhas. A terceira forma, o autor exprime que a fração age como um operador quando transforma uma quantidade em outra e expõe o exemplo transformando a distância entre cidades. Após isso, são propostos exercícios e logo em seguida é exibida a última maneira, na qual, são dispostos dois exemplos comparando quantidades de alunos e probabilidades e complementado com exercícios e um pouco de história.

Dando continuidade, é tratado sobre equivalência entre frações, com o auxílio de figuras geométricas e simplificações de frações. Também são expostas comparações entre frações com denominadores iguais e distintos, fazendo uso de retângulos e da reta numerada. Depois de alguns exercícios, são revisados conceitos relacionados às operações com frações, ou seja, adição, subtração multiplicação e divisão de frações. Com relação a soma e subtração de frações, há a distinção entre somar ou subtrair frações com denominadores iguais e distintos. Para denominadores iguais, é exposto que se somam ou são subtraídos os numeradores e são conservados os denominadores. Entretanto, para denominadores distintos, é relatado que se deve encontrar frações equivalentes de modo que os denominadores das frações equivalentes sejam iguais, e para isso, são exibidas duas maneiras. A primeira é utilizar um denominador comum que seja múltiplo dos dois denominadores e a segunda é utilizar o MMC dos denominadores. Continuando, são dispostos exercícios e a apresentação da multiplicação entre frações por meio de um exemplo contextualizado seguido da definição. Antes da divisão de fração é definida fração inversa e são apresentados exercícios. Para a divisão de frações se utiliza uma situação envolvendo a divisão de uma pizza e de um retângulo e é definida a divisão de frações. Antes de finalizar o capítulo, são expostos dois casos de divisão entre frações: divisão de um número natural por fração e divisão de fração por fração, além de exercícios para revisar o que foi estudado até o momento.

O desenvolvimento da atividade de aplicação foi sistematizado nas seguintes etapas:

Etapa 1: Aplicação do questionário (APÊNDICE A) verificando as opiniões e dificuldades com relação a um conteúdo da disciplina de matemática;

Etapa 2: Análise do questionário;

Etapa 3: Criação de atividade de intervenção (APÊNDICE B);

Etapa 4: Resultados e discussões.

A primeira etapa consistiu na aplicação de um questionário como forma de diagnóstico acerca das principais opiniões e dificuldades dos alunos com relação a um assunto que já foi trabalhado. O questionário é composto por dez questões abertas e foi realizado por meio da plataforma formulário do google.

A primeira questão é: ***Todo número natural é um número inteiro? Um número inteiro é um número natural? Justifique.*** Essa questão foi selecionada para verificar se os alunos sabem o que é um número natural e um número inteiro e a relação de inclusão entre o conjunto dos números naturais e o conjunto dos números inteiros.

Na segunda questão está disposto o quadro abaixo e são realizadas as perguntas: ***Quais dos números abaixo são naturais? Quais são inteiros?*** Essa pergunta foi escolhida para analisar se os estudantes conseguem classificar números em inteiros, naturais, ambos ou nenhuma das opções.

-3	0,1	19	0	2	3,7	-11

Já na terceira questão, estão dispostas as operações: 7-5; 15-25; 7+5 e 13-47. Além disso são executadas as perguntas: ***Quais desses resultados são números naturais? Quais são inteiros? Quais são números naturais e inteiros.*** Estas perguntas objetivam investigar se os educandos percebem que a soma de números naturais resulta em um número natural, mas que na subtração entre números naturais nem sempre isso ocorre.

Após isso, na quarta questão é exposto o quadro abaixo e a seguinte indagação: ***Quais números da tabela a seguir são múltiplos de 6?*** O objetivo dessa pergunta é averiguar se os discentes compreendem o que é um múltiplo e como determiná-lo.

42	16	35	78	2	702	303

Em seguida, é efetuada a pergunta: ***Quais os números naturais que são divisores de 68? E de 75?*** O desígnio dessa questão é apurar se os alunos entendem o significado de divisor, bem como o processo realizado para encontrá-lo.

A sexta questão é a seguinte: ***O que é um número composto? Dê exemplos.*** A finalidade desta é buscar a compreensão do que se trata um número composto.

Com o objetivo de identificar o que os alunos sabem acerca de um número primo é exibida a questão: ***O que é um número primo? Dê exemplos.***

Para analisar se os estudantes conseguem realizar uma divisão e saber como determinar o resto dessa divisão, a seguinte pergunta é estabelecida: ***Qual o resto da divisão de 162 por 6? E por 8?***

Logo após, são dispostas operações entre frações para que os alunos solucionem e, no processo, demonstrem se compreendem como, de fato, isso pode ser feito. As operações dispostas foram: $\frac{7}{3}+\frac{2}{3}$; $\frac{4}{5}+\frac{3}{2}$; $\frac{7}{8}-\frac{5}{8}$; $\frac{5}{2}-\frac{3}{4}$; $\frac{3}{5}\times\frac{5}{6}$; $\frac{7}{2}\div\frac{1}{3}$.

Por fim, na última pergunta, para que as principais dificuldades fossem expressas pelos alunos, foi realizada a pergunta: ***Quais dificuldades você teve nas questões anteriores?***

Essas perguntas são importantes devido ao fato de que, diariamente, as pessoas se deparam com alguns desses termos e operações e necessitam compreender o que é e como resolver algum problema os envolvendo. Também se destaca a necessidade da compreensão de conhecimentos básicos de Matemática em várias áreas com as quais os alunos irão se deparar nos cursos de preparação para exercer algum cargo ou trabalho. Além disso, saber como os alunos estão preparados quanto a esses conteúdos em específico é de extrema importância para que o professor busque as melhores estratégias de como dar continuidade nos assuntos futuros.

A segunda etapa foi a análise do questionário para obter uma base com relação a quais estratégias serão utilizadas para trabalhar o conteúdo utilizando a Teoria dos Números como forma de auxiliar o processo de construção do conhecimento.

Já a terceira etapa se tratou da criação da atividade de intervenção, baseada nos critérios estabelecidos na Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e na análise do questionário, bem como outras fontes de dados com relações a estratégias de ensino.

A proposta de intervenção se trata de uma sequência didática com os conteúdos presentes no livro didático, porém além do envolvimento desses conceitos, foi acrescentada uma parte para generalização dos resultados com o auxílio do uso de letras baseadas nos livros de Teoria dos números.

A última etapa se deu por meio da exposição dos resultados, bem como as discussões com relação aos pontos positivos e negativos de cada uma das 3 etapas iniciais.

4. DESENVOLVIMENTO

A análise dos conceitos do livro didático foi realizada junto com a análise das ementas dos cursos de Licenciatura em Matemática para verificar as semelhanças e diferenças entre os conteúdos envolvidos e as linguagens com as quais são trabalhados. Estes aspectos foram analisados com base no livro didático Dante Teláris, nas ementas dos cursos e em documentos como a BNCC.

A concretização da primeira etapa, ou seja, na aplicação do questionário, deu-se em três turmas do sétimo ano do ensino fundamental de uma escola pública do estado da Paraíba. A apresentação e andamento da atividade ocorreu de maneira tranquila e todos colaboraram. O questionário foi aplicado utilizando um formulário do google e durou duas aulas de 50 minutos em cada turma. O acompanhamento foi realizado através do Google Meet tanto pelos professores quanto pelo aplicador.

Em um primeiro momento foi apresentada a proposta do questionário, onde realizou-se a leitura e explicação de cada pergunta para que não tivesse confusão. Após isso, foi dado início às soluções das questões. No decorrer da aplicação, os alunos mostraram-se interessados em responder, sempre indagando quando uma dúvida surgia.

Um total de 32 alunos responderam ao questionário sendo que desse total 21 são do sexo feminino e 11 do sexo masculino, correspondendo a 65,6% e 34,4%, respectivamente. A quantidade de alunos por turma é reduzida devido ao sistema de videoaulas implantado durante a pandemia. A turma A continha 16 alunos correspondendo a 50% do total, a turma B continha 12, e a turma C continha 4, correspondendo a, respectivamente, 37,5% e 12,5% do total. Na turma A, dez dos alunos são do sexo feminino e 6 são do sexo masculino, com idades entre 12 e 13 anos. Na turma B, oito dos alunos são do sexo feminino e quatro do sexo masculino, com idades entre 12 e 13 anos. Na turma C, três alunos são do sexo feminino e um aluno do sexo masculino, com idades entre 12 e 13 anos.

A segunda etapa baseou-se nas respostas dadas pelos alunos, sendo destacadas os principais pontos com relação ao entendimento dos envolvidos quantos aos assuntos. Já a terceira etapa, se deu a partir das análises das ementas e os resultados obtidos no questionário buscando sanar as dificuldades apresentadas e proporcionar benefícios para a continuidade do processo de ensino-aprendizagem.

5. ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Com a aplicação do questionário foi possível observar vários pontos quanto a compreensão dos alunos em relação aos conteúdos envolvidos.

Para a primeira pergunta, "***Todo número natural é um número inteiro? Um número inteiro é um número natural? Justifique.***", todos responderam e a maioria dos estudantes mostraram compreensão quanto ao que é um número natural ou inteiro, porém alguns ainda não compreendem. Um exemplo disso foi um aluno que respondeu: "Não porque é a mesma coisa", deixando claro que ele não percebeu que existem números inteiros que não são naturais. Entretanto, algumas das respostas mostraram justificativas bem fundamentadas como por exemplo: "Por definição, um número é dito inteiro quando não apresenta casas decimais, isto é, números após uma vírgula. Os números inteiros são todos os naturais e seus simétricos negativos, incluindo o zero. Portanto, nem todo inteiro é natural, porém todo natural é inteiro.". Já outro aluno mostrou-se direto quanto a resposta: "Não, pois os números negativos inteiros não podem ser considerados naturais.". Abaixo estão as imagens de todas as respostas.

Figura 1: Respostas da questão 1

Sim, pq ele É um numero natural.
Sim
Por definição, um número é dito inteiro quando não apresenta casas decimais, isto é, números após uma vírgula. Os números inteiros são todos os naturais e seus simétricos negativos, incluindo o zero. Portanto, nem todo inteiro é natural, porém todo natural é inteiro.
Todos os números naturais são inteiros pois todos estão contidos no conjunto dos números inteiros. um número é considerado inteiro quando não apresentada casas decimais, os números inteiros são todos os naturais e seus simétricos negativos (isso inclui o zero) entretanto, nem todo número inteiro é natural, porém, todo número natural é inteiro.
Não. Pois os números negativos inteiros não podem ser considerados números naturais.
Não, um número inteiro é dito quando não apresenta número após a vírgula
Sim e Não.

Fonte: Questionário de pesquisa.

Figura 2: Respostas da questão 1

Não, eles devem ser inteiros e positivos, por exemplo o número 2 é inteiro e positivo. Caso ele for positivo, sim.

Eu acho que um número é dito inteiro quando não apresenta casas decimais, isto é, números após uma vírgula. Os números inteiros são todos os naturais e seus simétricos negativos, incluindo o zero. Portanto, nem todo inteiro é natural, porém todo natural é inteiro

Sim. Dizemos que os números naturais correspondem aos números inteiros positivos com o zero.

Não (os números negativos não são inteiros), e sim, caso ele seja positivo e não negativo ele pode ser inteiro e natural

Números naturais são conjunto de todos os números de 0 - para cima. Sem números negativos! (abaixo de 0: -1, -2 por exemplo) Então para um numero inteiro se "torna" um numero "natural" precisaria ser acima de -1 (0, 1, 2 por exemplo)

todo número natural é inteiro, mas nem todo número inteiro é natural. Exemplo: Números naturais 1 é 2// Números inteiros 21 é 4.

Fonte: Questionário de pesquisa.

Figura 3: Respostas da questão 1

Sim.
Não. ex: o 2 é um número inteiro mas não é natural

Sim. Porque o 0 é um número natural é inteiro.

Não, por que o -2 não é um número natural pois ele é negativo. Sim, mas só os que são positivos como o +6.

Não, pois -2 por exemplo não é um número natural pois ele é negativo. Sim, mas só os que são positivos por exemplo +4.

Observe q todos os numeros naturais e interio mas nem todos numero intero e natural dizemos q o conjunto dos números naturais está contido no conjunto dos números internos

Porem todo natural e inteiro

Sim,porem nem todo número inteiro e natural mais todo natural e inteiro

Fonte: Questionário de pesquisa.

Na Figura 3, acima, se percebe que em uma das respostas o aluno destaca um aspecto importante que é a relação de inclusão do conjunto dos números naturais no conjunto dos números inteiros.

Figura 4: Respostas da questão 1

nao pq n se agrupam no grupo chamado N

Sim,pois são os mesmo números só muda os sinais

Não,pra ser natural eles precisam ser inteiros e positivos,caso contrário ele não pode ser considerado número natural.

Sim pq sim

Vdd

Sim.Não

Não, pq e a mesma coisa

Sim. Não. Nem todo número inteiro é natural

Fonte: Questionário de pesquisa.

Figura 5: Respostas da questão 1

Sim , O conjunto dos números naturais é formado por todos os números inteiros não negativos. Em outras palavras, todo número que é inteiro e positivo é natural, além disso, como o zero é inteiro, mas não é negativo, ele também é um número natural.

sim, se um número é inteiro e positivo, podemos dizer que é um número natural. não, Os números inteiros são todos os naturais e seus simétricos negativos, incluindo o zero. Pois nem todo inteiro é natural.

Sim todo número natural é inteiro, os conjuntos dos números naturais está contido nos conjunto de números inteiros.

sim. Portanto, nem um inteiro é natural, porém todo natural é inteiro.

Fonte: Questionário de pesquisa.

Já quanto a segunda pergunta, "***Quais dos números abaixo são naturais? Quais são inteiros?***", um aluno não enviou a resposta e dos que enviaram, vinte responderam corretamente, apesar de terem considerado que o número 0,1 é natural e em alguns casos consideraram que este é inteiro, como por exemplo: "Naturais: 0; 2; 0,1; 19; 3,7. Inteiros: -3; -11." e "Naturais: 0; 2; 0,1; 19; 3,7. Inteiros: -3; -11.". Além disso, onze alunos mostraram confusão entre os números que são inteiros ou naturais. Como exemplo tem-se: "Todos são naturais, tanto os positivos (que também são inteiros) e os negativos que juntos formam o conjunto dos números inteiros", "Naturais 0 2 -3 inteiros 0,1 3,7 -11" e "Naturais: 0,1; 19; -11 inteiros: 2; 3,7, 0". O registro de todas as respostas segue abaixo:

Figura 6: Respostas da questão 2

0,1,3,7 naturaias inteiros 2,0,19,-11 e -3

2

Naturais: 0, 2, 19
Inteiros: -3, 0,1 , 3,7 , -11

Inteiros: -3, 19, 0, 2 -11
Naturais: 19, 0, 2

(Naturais: 0/0,1/2/) inteiros: 2,19, -11,-3

N/0 2 19 0 I/-3 0,1 3,7 -11

Naturais: 0, 2 e 19, Inteiros: -3, 0,1, 3,7, -11, 0, 2 e 19.

Naturais: 0,1, 19 -11 inteiros:2 . 3.7 ,0

Fonte: Questionário de pesquisa.

Figura 7: Respostas da questão 2

Todos são naturais, tanto os positivos (que também são inteiros) e os negativos que juntos formam o "conjunto dos números inteiros".

19,0,2 e os inteiros são : -3, 19, 0, 2 e -11

Números naturais: 0, 2, 19 Números inteiros: -3, -1, 3,7, 0,1

0, 2 ,19 é -3

Naturais: 0, 2, 0,1, 19, 3,7.
Inteiros: -3, -11.

19, 0, 2, eu acho q só...

Naturais: 0, 2 e 19. Inteiros: -3 e -11.

-3, 0,-11, 19 e 2 são inteiros e 0,1 ,3,7, 19 e 2 são naturais.

Fonte: Questionário de pesquisa.

Figura 8: Respostas da questão 2

Naturais:2 19 interos: -3 -11

Naturais 0 2 -3 inteiros 0,1 3,7 -11

Naturais:19,0,2 inteiros:-3, 0,1 3,7 -11

Inteiro,inteiro,natural,inteiro,natural,inteiro,inteiro

19,0,2|

Naturais:19,0,2
Inteiros:-3,19,0,2 e -11

2

Números naturais : 0,1 , 3,7 , 19.
Números inteiros : -3 , 0 , 2 , -11

Fonte: Questionário de pesquisa.

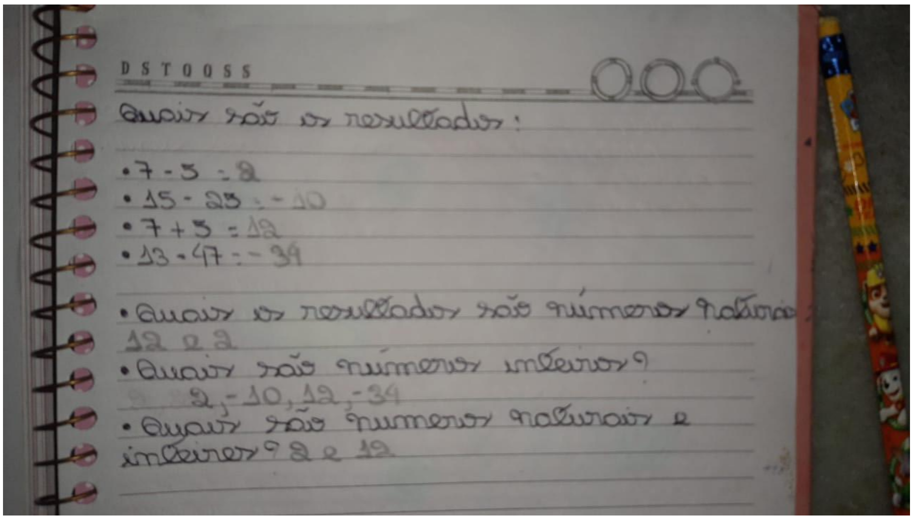
Figura 9: Respostas da questão 2

Número naturais : 19 Número inteiros :-3 , 19
2,0
Números naturais: 19,0,2 Números inteiros: -11 e -3
19,0,2 inteiros -3.0,1. 3,7 . -11
naturais: 19, 0, 2. Inteiros: -3, -11
Naturais: 2,19 Inteiros: -3. 0,1. 0. 3,7. -11.
N-19 0 2 -11 -3 I-3,7 0,1

Fonte: Questionário de pesquisa.

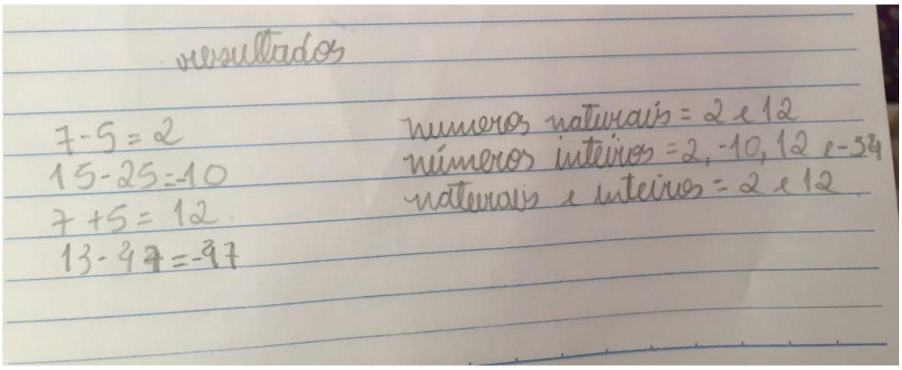
Na terceira pergunta, “***Quais desses resultados são números naturais? Quais são inteiros? Quais são números naturais e inteiros?***”, foi requisitado que os alunos enviassem foto da resposta para que ficasse claro o cálculo e a classificação entre natural e inteiro. Foi registrado que trinta alunos enviaram as respostas, porém apenas treze alunos apresentaram respostas corretas, como nos exemplos abaixo:

Figura 10: Respostas da questão 3



Fonte: Questionário de pesquisa.

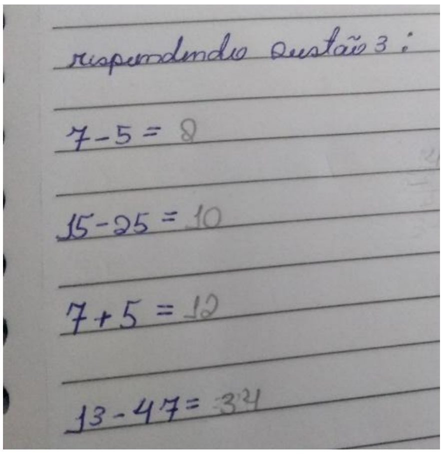
Figura 11: Respostas da questão 3



Fonte: Questionário de pesquisa.

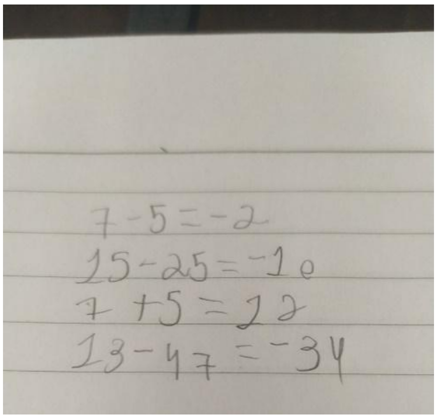
Por outro lado, alguns alunos, erraram apenas os sinais dos resultados e não exibiram a classificação em naturais ou inteiros, como por exemplo:

Figura 12: Respostas da questão 3



Fonte: Questionário de pesquisa.

Figura 13: Respostas da questão 3



Fonte: Questionário de pesquisa.

Para a quarta pergunta, “***Quais números da tabela a seguir são múltiplos de 6?***”, onze alunos acertaram os três múltiplos, cinco acertaram dois dos múltiplos e os demais erraram. Algumas das respostas erradas foram: “42, 35 e 16”, “42, 35” e “42, 2”, que apesar de terem acertado que 42 é múltiplo de 6, erraram os outros múltiplos. Isso indica que embora boa parte dos alunos saibam a definição de múltiplo e como verificar, a maioria deles ainda cofundem ou não compreendem a ideia de múltiplo. Isso pode ser observado abaixo:

Figura 14: Respostas da questão 4

42,78 e 702
42, 78, 702
42 e 2
42,78,702
42 78 702
42, 78,
42, 702 e 78
42 e 78
42,78, 702.

Fonte: Questionário de pesquisa.

Figura 15: Respostas da questão 4

X/2 42
42, 78 e 702
42 ,78 702 ,
42, 78, 702
42, 78.
42, 78, 702.
78 e 702.
42 e 2
42 35 16

Fonte: Questionário de pesquisa.

Figura 16: Respostas da questão 4

42 E 78

2,

16

42,16,78,702,303

São 42,35

16,2

42 , 78 , 102

42, 78, 303

Fonte: Questionário de pesquisa.

Ao se tratar da quinta questão, “: ***Quais os números naturais que são divisores de 68? E de 75?***”, vinte e um alunos acertaram, destacando que a maioria dos 32 compreende o que é um divisor e como encontrá-lo. Porém, esse resultado ainda é preocupante, pois os onze alunos que erraram representam quase 35% dos entrevistados. O que deixa claro o déficit que ainda se mantém em meio aos estudantes de sétimo ano. Segue abaixo as demais soluções.

Figura 17: Respostas da questão 5

68;1,2,4,17,34 75;1,3,5,,15,25

1,2,9,8 divisores de ~68 divisores de 75 6,5,8 e 7

De 68 0 12 14 5 64 11 de 75 3 5 15 25 75

(68) 1, 2, 4,
(75) 1, 3, 5,

divisores de 68:1, 2, 4, 17, 34, e os de 75 são:1, 3, 5, 15, 25, 75.

68: 1, 2, 4, 17, 34, 68
75: 1, 3, 5, 15, 25, 75

68-->1,2,4,17, 34,68) 75-->1,3,5,15,25, 75.

68/ 2 1 34 75/ 2 1

Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 18: Respostas da questão 5

68: 1, 2 , 4 , 17, 34 e 68, 75: 1, 3, 5, 15, 25 e 75

Divisores de 68: 1,2,4,17,34,68...divisores de 75:1,3,4,15,25,75

68: 1,2,4,17,34, 68...
75: 1,3,5,15,25,75...

75: 1,3,5,15,25 e 75. 68: 1,2,4,17,34 e 68

68: 1, 2, 4, 17, 34, 68 75: 1, 3, 5, 15, 25, 75

68: 1, 2, 4, 17, 34, 68.
75: 1, 3, 5, 15, 25, 75.

De 68 é 34. E de 75 é 35.

68:1, 2, 4, 17, 34 e 68. 75:1,3,5,15,25 e 75.

Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 19: Respostas da questão 5

1,2,4,34 e 68 e 1,3,5,15, 25 e 75
1 2 4 17 34 68: 1 3 5 15 25 75
1 2 5 7 10 34 68 1 3 5 15 25 75
68/1,2,4 75/1,3,5
2,4,1(68) 15,3(75)
1,2,3,4,5
Sla
6ou7

Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 20: Respostas da questão 5

(68) - 1,2,4,17,34 e 63 (75) - 1,3,5,15,25, e 75
68:1,2,4,17,34,68
d(68) 2 e 4. d(75) 3 e 5
0 1 12 4 14 34 2 5 68 64 17 11
1, 2, 4, 17, 34 e 68. 1, 3, 5, 15, 25, 75
1,2,4,17,34,68. 1,3,5,15,25,75.
(68-1,2,4,17,24) (75-1,3,15,25)

Fonte: Questionário de pesquisa

Já na sexta questão, "***O que é um número composto? Dê exemplos.***", 81,25% das respostas foram corretas, ou seja, o correspondente a 26 discentes. Alguns exemplos são: "Um número natural é composto quando tem mais de dois divisores naturais distintos" e "Números compostos tem mais do que apenas dois divisores, o número 16 é um exemplo de número composto". Esse já é um resultado melhor que o do questionamento anterior, explicitando uma boa compreensão acerca de números compostos. Entre os resultados errados, estão: "Número composto são números todos os números positivos" e "Número composto é dividido por 1, o próprio número. 5÷1=1 5÷5=0.". Estes mostram que há confusão com relação a compreensão do que é um número composto por uma pequena parte dos estudantes. Os demais resultados estão expostos abaixo:

Figura 21: Respostas da questão 6

Numero composto são números todos os números positivos

Um número natural é composto quando tem mais de dois divisores naturais distintos

Número composto e todo número maior que 1 que tem mais de 2 devisores.

Números compostos tem mais do que apenas dois divisores, o número 16 é um exemplo de número composto.

Um número natural divisível por mais de 2 números (geralmente divisível por números pares

É um número que tem vários divisores

É quando um número tem mais de dois divisores, ex: 4, 6, 8 e etc...

O número composto e aquele que tem mais de dois divisores

Os números que apresentam mais de 2 divisores. Como o 6. ele pode ser dividido por 2.6 e por 3

Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 22: Respostas da questão 6

Os números compostos são aqueles que tem mais de 2 divisores, como o 9,12,16 etc

Exemplo 49: 1, 7, 49

Um número composto é um número que é divisível por mais de dois números, portanto números primos não são compostos, pois são divisíveis apenas por 1 e por eles mesmos. Exemplo: 121 ----> é divisível por {1,11, 121} mais de dois números, logo é um número composto.

Um número natural é composto quando tem mais de dois divisores naturais distintos.
ex: 8, 9, 10, 12, 14...

Número composto é dividido por 1, o próprio número. 5÷1=1 5÷5=0.

É um número que tem mais de 2 divisores

É um número que possui mais de 2 divisores por exemplo o 24, 18 e o 12.

Sao números entre numeros primos e os numeros conposto

Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 23: Respostas da questão 6

Um numero natural e composto quamdo tem mais de dois divisored

Um número que tem mais de 2 divisores ex:16/1,2,4,8

o para um numero ser compostor precisa ter 2 divisores exemplo; 16 e um exemplo de numero composto os divisores sao 1,2,4,8,1,

Um número composto é um número que só tem resultado inteiro

É qualquer número que pode ser escrito como resultado da multiplicação entre números primos.i

Sla

Para on número ser composto ele precisa ter mais de dois divisores

Um número natural é composto quando tem mais de dois divisores naturais distintos.

Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 24: Respostas da questão 6

Para um número ser composto ele precisa ter mais de dois divisores, quando incluídos os divisores 1 e o próprio número. Exemplo: o número 49 é composto, pois ele é divisível por mais de dois divisores, o 1, o 7 e o próprio 49. Alguns números impares como o 9, 15, 21, 25, 27, 33, 35, 39, 45, 49, 51, 55, 57....

É todo número natural maior do que 1 que tem mais de 2 divisores distintos ex: 28,30,32,33

Números compostos têm mais do que 2 divisores. 16 é um exemplo de número composto. Os divisores de 16 são 1 , 2 , 4 , 8 1, 2, 4, 8 1,2,4,81, comma, 2, comma, 4, comma, 8 e. 16. Todos estes números dividem exatamente 16.

são números naturais que possuem mais de dois divisores. 1, o próprio número e um ou mais números naturais além desses.

Que são divididos em mais de dois números.

Para umnúmeros ser compostos tem que ter mais de dois divisores incluindo o 1 e o proprio número exemplo: o 35 é dividido por 5 por 1 e por o próprio 35.

Fonte: Questionário de pesquisa

Na questão 7, "***O que é um número primo? Dê exemplos.***", ao todo, 25 alunos responderam corretamente, o que é um bom resultado, porém os erros não devem ser desconsiderados, pois representam quase 12% do total e isso deve ser analisado para serem criadas estratégias de intervenção. Por exemplo, na figura 25, o aluno responde: "Número primo é um número dividido por 7 ou por outro número", o que é considerado confuso quanto ao que é um número primo. Já outras respostas apresentam complexidade como, na Figura 26, "Número primo é qualquer número p cujo conjunto dos divisores não inversíveis não é vazio, e todos os seus elementos são produtos de p por números inteiros inversíveis. Exemplo: 2,5,7,11, etc."

Figura 25: Respostas da questão 7

Número primo é um número dividido por 7 ou por outro número

Os números primos são os números naturais que podem ser divididos por apenas dois fatores: o número um e ele mesmo

Números primos é todo número natural maior que 1 tem 2 divisores. exemplos: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 19, 23...

Números primos são o oposto dos números compostos, tendo assim, só tendo dois divisores (o número um e ele mesmo) o número 5 por exemplo, é um número primo.

Número natural que pode ser divisível apenas por 2 números (um distinto e ele mesmo) geralmente são divisíveis por números impares (menos o 2)

É um número que só pode ser dividido por um e por ele mesmo

É qualquer número que pode ser escrito como resultado da multiplicação entre números primos. exemplo/2 3 5 7 11

Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 26: Respostas da questão 7

É quando um número só pode ser dividido por 1 ou por ele mesmo, ex: 2, 3, 5 e etc...

O número primo são números naturais que
Podem ser dividido por apenas 2 fatores

São numeros que só tem 2 divisores, por 1 e por ele mesmo. Como o 2, ele pode ser divido por 1 e por ele mesmo.

números primos são aqueles q só se podem dividir uma ou duas vezes, por exemplo : o 2

Números primos só podem ser IMPARES (tirando o 2) 2, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17...

Número primo é qualquer número p cujo conjunto dos divisores não inversíveis não é vazio, e todos os seus elementos são produtos de p por números inteiros inversíveis. Exemplo: 2, 5, 7, 11, etc.

Número primo é aquele que é divido apenas por um e por ele mesmo.
ex: 3, 5, 7...

Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 27: Respostas da questão 7

Número primo é qualquer número cujo conjunto dos divisores não são inversíveis, não é vazio.

É um número que só pode ser dividido por 1 e por ele mesmo.

É um número que possui apenas 2 divisores, que são o 1 e ele mesmo, por exemplo o 43,7,e o 2.

Eles pode ser dividido por ele mesmo exenplo 1 2 3 5 7 11 e 13

E qualquer numero p coju conjunto

Os números primos so podem ser dividos por dois números um número e ele mesmo.

um numero primos representam o conjunto dos numeros naturais exemplo; 2,5,7,11 e etc

É um número que qualquer número multiplica ele

São os números naturais que podem ser divididos por apenas dois fatores:o número um e ele mesmo.

Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 28: Respostas da questão 7

10

Número primo é qualquer número cujo conjunto dos divisores não iversiveis é vazio etc.

Número primo é qualquer número p cujo conjunto dos divisores não inversíveis não é vazio .esta definição, 0, 1 e -1 não são números primos.

Os números primos são os números naturais que podem ser divididos por apenas dois fatores: o número um e ele mesmo. Vamos conferir alguns exemplos: O número 5 tem apenas dois divisores: o número um e ele mesmo. Portanto, ele é um número primo

É todo número natural maior do que 1 que tem exatamente 2 divisores distintos (o 1 e ele mesmo) ex: 2,3,5,7,11.....etc.

Os números primos são os números naturais que podem ser divididos por apenas dois fatores

são números naturais que podem ser divididos por apenas dois fatores: o número um e ele mesmo

Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 29: Respostas da questão 7

Número primo é qualquer número p cujo conjunto dos divisores não inversíveis não é vazio, e todos os seus elementos são produtos de p por números inteiros inversíveis.

Um número primo e dividido por dois fatores exemplo: O 5 é dividido por 1 e por ele mesmo .

Fonte: Questionário de pesquisa

Além, disso, na questão 8, “***Qual o resto da divisão de 162 por 6? E por 8?***”, sete respostas foram corretas, como: “162 por 6 é uma divisão exata ou seja o resto é 0 e 162 por 8 terá como resto 2.” e “por 6 é 0, e por 8 é 2”. Já em outras respostas, apesar de terem acertado o processo de divisão, erraram quanto ao que é o resto, quociente e dividendo do algoritmo da divisão, como por exemplo: “Por 6: 27; Por 8: 20 e sobrou 25”. Outros alunos apenas colocaram o resultado da divisão sem identificar qual o resto. Além disso, indicando que alguns alunos não compreendem o assunto, tiveram respostas como: “Não sei” e “Fiquei em dúvida”.

Figura 30: Respostas da questão 8

3

3375

27

O resultado de 162/6 foi o número 27, já a divisão 162/8 o resultado obtido foi 20,25.

Por 6: 27
Por 8: 20 e sobrou 25

Não sobra nada nos dois

1/ resto 6 2/resto 0

162 por 6 é uma divisão exata ou seja o resto é 0 e 162 por 8 terá como resto 2.

27

Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 31: Respostas da questão 8

162 por 6: 27 e não sobra nada.
162 por 8: 20 e sobra 25.

por 6 o resto é 0, e por 8 é 2

162 por 6: = 27 162 por 8: = 20,25

por 6: 0 de resto
por 8: 02 de resto

162÷6=27 163÷8=20,25

6: 0. 8: 2.

Por 6 é 0 e por 8 é 2.

27 20 25

Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 32: Respostas da questão 8

6

6/3 8/1

27 por 6 e é no máximo 20pois passa um pouco

162 dividido por 6 não tem resto,pois dá um resultado exato.
Pórem 162 divido por 8 dá um resultado inexato e tem como resto

Sim

10 ou 2

Não sei 😞

Fiquei em dúvida

1° divisão nenhum resto. 2° divisão resto 2

Fonte: Questionário de pesquisa

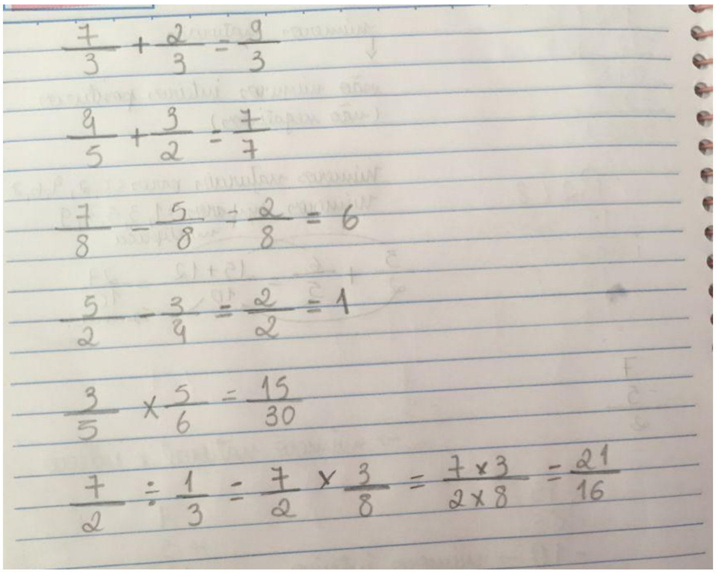
Figura 33: Respostas da questão 8

600 , 800
desculpa, mas eu nao consegui fazer 162 por 6, mas sim 162 por 8 > resto: 0
162 por 6= 4,5. 162 por 8= 2,5
O reto de 162/8 é 0 162/6 é 0

Fonte: Questionário de pesquisa

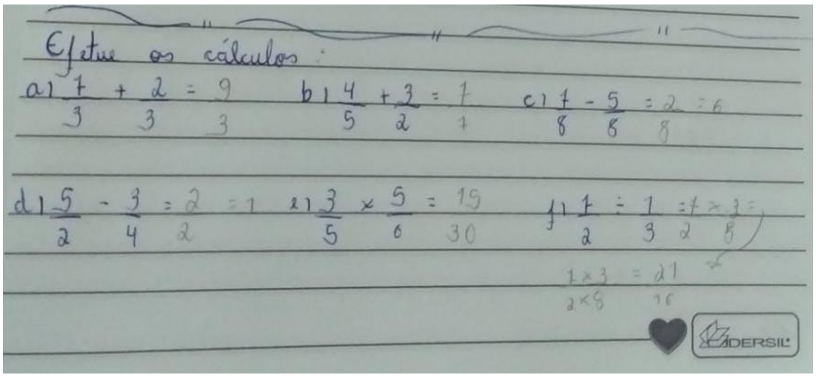
Para a nona questão, foram dispostas algumas operações entre frações, com o intuito de averiguar a compreensão quanto às operações entre frações. Nesta questão nenhum aluno acertou completamente, expressando confusão na soma de frações com a soma e subtração de frações com denominadores distintos e na divisão de frações, como pode-se perceber abaixo.

Figura 34: Respostas da questão 9



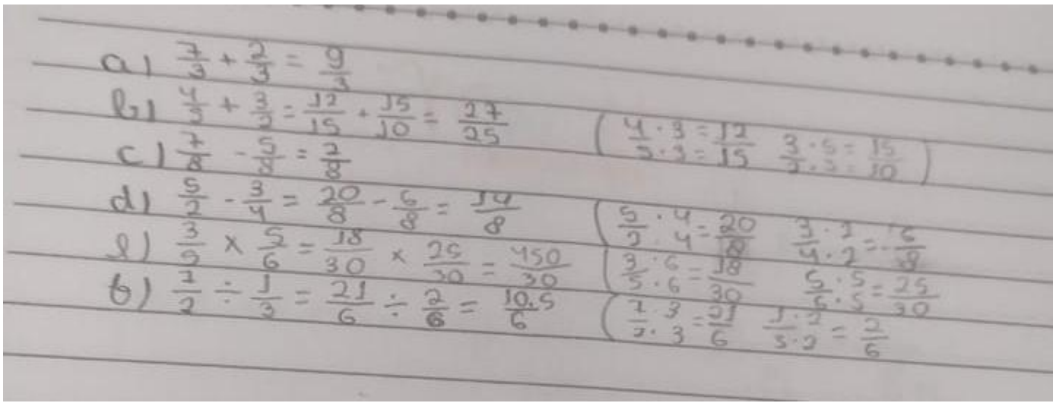
Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 35: Respostas da questão 9



Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 36: Respostas da questão 9



Fonte: Questionário de pesquisa

Por fim, na última questão, "***Quais dificuldades você teve nas questões anteriores?***", os alunos tiveram a oportunidade de relatar quais problemas tiveram na resolução do questionário, e assim, ficou claro que estão presentes dificuldades nas operações básicas (soma, subtração, multiplicação e divisão), o que, em uma das respostas, foi caracterizado como triste e nas operações envolvendo frações, como pode-se perceber nas figuras abaixo. Além disso, um dos alunos destacou que outro fator que ocasionou obstáculos foi o ensino remoto e outros destacaram que não lembravam do assunto.

Figura 37: Respostas da questão 10

Tive dificuldade na questão 3 e 8

De resolver os cálculos

Ter esquecido algumas coisa

Boa parte delas foram desafiadoras, isso inclui também o fato de que eu não sei matemática básica, o que é um problema muito triste, então boa parte dessas respostas provavelmente estarão erradas e como já sabem, na questão 8 eu fiz por calculadora.

O fato de não conseguir responder quase nada sem ajuda, não consigo saber a base das contas pois não entendo matemática e eu pedi ajuda para os professores e me responderam sobre um assunto distinto que não tinha conexão com minha pergunta em si. Precisei usar o google para entender algumas e usar a calculadora pra outras contas.

Esquecimento kkk

um pouco pois esse ano não me esforcei e nem consegui me concentrar nas aulas de matemática .

Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 38: Respostas da questão 10

Os cálculos com fração.

Minha maior dificuldade foi da questão 9 e a 8

Perdão, eu não consegui responder a 9. O ensino remoto esta me deixando louca eu senti dificuldade em todas.

algumas eu fiquei em dúvida, e outras tive dificuldade de fazer, mas consegui faze-las

A maior dificuldade, tirando a própria ansiedade e medo... Foi as questões 9).

Todas principalmente a 9.

várias.

Séria mas difícil eu falar em clais eu não tive dificuldades. Mas em todas!

Poucas mas eu fiz o meu máximo.

Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 39: Respostas da questão 10

De calcular as respostas da questão 9.

Na 2 e na 1

Na 3

Somente em lembrar de cabeça.

Na 8 e na 3 porque teve q fazer rascunhos.

Nem uma tá muito fasio

Tive dificuldade em certas questões devido ao tempo que estudei o assunto,mas depois consegui lembrar de tudo!

Também nao sei

Pq eu isquesi foi tudo kkkk 🙃🙂

Fonte: Questionário de pesquisa

Figura 40: Respostas da questão 10

Foi a número 8 e 9

Quase nem uma

Dificuldades para calcular

8

quase tudo, nao me dou bem com essa materia, infelizmente

Só tive um pouco na 8

Na utima

Fonte: Questionário de pesquisa

Na análise do livro didático e das ementas foi identificado que quanto a linguagem utilizada nas licenciaturas, há a predominância da linguagem rigorosa, contendo, basicamente, definições, axiomas, propriedades, proposições, teoremas, demonstrações e poucos exemplos. Além disso, há a exploração das propriedades dos conceitos e teoremas para aprofundamento na área de Teoria dos números. Já com relação a educação básica, não há a presença de demonstrações. Ao invés disso, ocorrem processos de contextualização, interdisciplinaridade, uso de jogos e desafios, e muitos exemplos e exercícios.

Entretanto, mesmo havendo distância entre as maneiras com que esses conteúdos são trabalhados, existem semelhanças em alguns casos, como por exemplo nas definições, pois devem manter o mesmo significado, mesmo estando escritas de maneiras distintas.

No desenvolvimento da atividade de intervenção, foram considerados os conteúdos de números primos, números compostos, múltiplos, divisores, decomposição em fatores primos, critérios de divisibilidade, MDC e MMC. Foi incluída a parte de critérios de divisibilidade para facilitar a resolução de problemas que envolvem divisibilidade. Como foram destacadas dificuldades relacionadas às operações básicas, os critérios podem ser importantes para o enriquecimento quanto a essas operações.

Além disso, em meio às definições e conceitos estabelecidos há o uso de letras e pequenos processos de generalização, proporcionando a possibilidade de que os alunos possam criar suas próprias estratégias em meio a resolução de alguns problemas. Também há a presença de exemplos contextualizados e diretos, deixando claro que é completamente possível aplicar esses resultados da Matemática em situações do cotidiano.

Diante desses resultados foi criada a seguinte proposta de atividade:

Relembrando:

Números primos

O conteúdo de divisibilidade está bastante presente no cotidiano, seja em problemas simples ou complicados, o que o torna fundamental, bem como as demais operações básicas da matemática. Atrelados ao conceito de divisibilidade, os números primos são de grande importância tanto em meio matemático quando em aplicações em outras áreas, inclusive na área tecnológica. Dessa forma, é relevante ter conhecimento de algumas de suas funcionalidades e propriedades.

Definição: Um número inteiro $n > 1$ que possui apenas dois divisores positivos distintos (n e 1) é chamado **primo**.

Observação: Para que não haja confusão, estabelecer uma relação que diferencie os símbolos $<$ (menor que) e $>$ (maior que). Um exemplo disso seria a relação com os botões de volume

Botão de diminuir o volume da TV, isto é, fazer o volume

Botão de aumentar o volume da TV, ou seja, fazer o volume

de um controle de TV.

Exemplos:

- O número 11 é primo, pois $11 > 1$ e só é divisível por 11 e por 1.
- O número 13 é primo, pois $13 > 1$ e só é divisível por 13 e por 1;
- O número 19 é primo, pois $19 > 1$ e só é divisível por 19 e por 1.

Definição: Um número inteiro $n > 1$ que possui mais de dois divisores positivos distintos é chamado **composto**.

Equivalentemente, se $n > 1$ não é primo então é composto.

Exemplos:

- O número 10 é composto, pois é divisível por $1, 2, 5$ e 10;
- O número 16 é composto, pois é divisível por $1, 2, 4, 8$ e 16.

Múltiplos

Os **múltiplos de um número $\boldsymbol{n}$** são resultado da multiplicação desse número por um fator $k \in \mathbb{N}$. Ou seja, $n \cdot k$ é um múltiplo de n. Além disso, quando dividimos um múltiplo de n por n, a divisão é exata (o resto é zero). Assim, dizemos que n divide qualquer um de seus múltiplos.

Exemplo: Os múltiplos de 2 são $m(2){:}\ 0, 2, 4, 6, 8, \ldots$, pois qualquer um desses números quando divididos por 2, tem resto 0.

Generalização: O uso da letra.

$$2 \times 0 = 0$$

$$2 \times 1 = 2$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 4 = 8$$

$$\vdots$$

$$2 \times k = 2k$$

$$\vdots$$

Note que qualquer número que podemos reescrever na forma $2k$, com $k \in \mathbb{N}$, é um múltiplo de 2.

De maneira semelhante, os múltiplos de 3 são aqueles que podem ser reescritos na forma $3k$, com $k \in \mathbb{N}$. E assim, sucessivamente. Ou seja, se continuarmos com esse processo chegamos no resultado que foi visto acima, um múltiplo de n é da forma nk, com $k \in \mathbb{N}$.

Divisores

Sendo a um número natural, dizemos que b é divisor positivo de a, se a é múltiplo de b.

Exemplos:

- Os divisores positivos de 24 são $d(24)$: $1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24$;
- Os divisores positivos de 45 são $d(45)$: $1, 3, 5, 9, 15, 45$;
- Quando dividimos 26 por 2, o resultado é 13, então 2 e 13 são divisores de 26;
- Quando dividimos 63 por 3, o resultado é 21, assim 3 e 21 são divisores de 63.

Utilizando a decomposição de números em fatores primos (fatoração) para encontrar os divisores de um número.

Vamos encontrar os divisores do número 48.

$$\begin{array}{r|l} 48 & 2 \\ 24 & 2 \\ 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

Note que os números à esquerda da linha vertical são todos divisores de 48. Então para encontrar os demais divisores basta dividir 48 por cada um desses. Como para a divisão por 48 e por 1 o resultado é direto, basta fazer as divisões abaixo:

$$\begin{array}{r|l} 48 & 24 \\ \cline{2-2} -48 & 2 \\ \cline{1-1} 00 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 48 & 12 \\ \cline{2-2} -48 & 4 \\ \cline{1-1} 00 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 48 & 6 \\ \cline{2-2} -48 & 8 \\ \cline{1-1} 00 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 4'8 & 3 \\ \cline{2-2} -3 & 16 \\ \cline{1-1} 18 & \\ -18 & \\ \cline{1-1} 00 & \end{array}$$

Então, os outros divisores de 48 são: $2, 4, 8, 16$.

Portanto, os divisores de 48 são $d(48)$: $1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48$.

Observe que o número 48 é composto e pode ser representado pelo produto $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^1$, então podemos reescrever 48 como um produto de potências de fatores primos.

Da mesma forma, os números compostos $10 = 2 \times 5$, $30 = 2 \times 3 \times 5$ e $63 = 3 \times 3 \times 7$ também são escritos como produto de potências de números primos. Esse fato é devido ao chamado de Teorema Fundamental da Aritmética que garante que todo número natural $n > 1$ que não é primo, pode ser decomposto em um produto de potências de dois ou mais fatores primos.

Sugestão: Realizar as divisões junto com os alunos para entenderem ou lembrarem como ocorre.

Critérios de Divisibilidade

Um dos aspectos que agilizam os cálculos com divisões entre números naturais são os critérios de divisibilidade, os quais permitem verificar se os números podem ser divididos pelos primeiros fatores primos, como $2, 3, 5, 7$ e 11.

O critério de divisibilidade por 2 é o mais simples, pois basta que o número seja par, ou seja, da forma $2k$, com $k \in \mathbb{N}$.

Já o **critério de divisibilidade por 3**, é que a soma dos dígitos do número seja divisível por 3.

Exemplos:

- O número 42378 é divisível por 3?

Utilizando o auxílio de uma calculadora é simples de verificar, mas e se não puder utilizar calculadora?

Podemos dividir utilizando o algoritmo:

```
 42378 |3
-      |______
 3      14126
 __
 12
-12
 ___
 003
 - 3
  __
  07
 - 6
  __
  18
 -18
  __
  00
```

Como o resto é zero a divisão é exata e o número 42378 é divisível por 3.

Mas, veja que a soma dos algarismos é $4 + 2 + 3 + 7 + 8 = 24$ que é divisível por 3.

- O número 87323 é divisível por 3?

Pela soma dos algarismos $8 + 7 + 3 + 2 + 3 = 23$ que não é divisível por 3, o número 87323 não é divisível por 3.

Vamos verificar pelo algoritmo:

$$
\begin{array}{l|l}
87323 & 3 \\ \cline{2-2}
-\underline{6} & 29107 \\
27 & \\
-\underline{27} & \\
003 & \\
-\underline{3} & \\
023 & \\
-\underline{21} & \\
02 &
\end{array}
$$

Como o resto é 2 a divisão não é exata e o número 87323 não é divisível por 3.

Logo, utilizando o critério é mais simples.

Se o número fosse relativamente grande, sabendo o critério de divisibilidade, seria mais viável.

Se o número formado pelos dois últimos dígitos do número for divisível por 4, então o número é divisível por 4. O mesmo ocorre se o número terminar em 00. Este é o **critério de divisão por 4**.

Exemplos:

- O número 7412686 é divisível por 4?

Com o auxílio da calculadora, verifica-se que esse número não é divisível por 4.
Pelo critério, o número formado pelos últimos dígitos é 86 que naõ é divisível por 4.

- O número 26841256 é divisível por 4?

O número formado pelos últimos dígitos é 56 que é divisível por 4. Então o número 26841256 é divisível por 4.

O **critério de divisibilidade por 5**, é que se p último dígito é 0 ou 5, o número é divisível por 5.

Exemplos:

- O número 478965 é divisível por 5, pois termina com o algarismo 5.
- O número 7896527523 não é divisível por 5, pois o último algarismo é 3.

Já o **critério de divisibilidade por 6** é que o número deve ser múltiplo de 2 e 3. Então basta utilizar os critérios de divisão por 2 e por 3.

Exemplos:

- O número 1265874 é divisível por 6, pois é par e a soma dos seus algarismos é $1 + 2 + 6 + 5 + 8 + 7 + 4 = 30$ e é divisível por 3.
- O número 8453 não é par, logo não é divisível por 2 e consequentemente, não é divisível por 6.
- O número 3256798 é par, porém a soma de seus algarismos é $3 + 2 + 5 + 6 + 7 + 9 + 8 = 40$ que não é divisível por 3, portanto, 3256789 não é divisível por 6.

Entretanto, para o **critério de divisão por 7**, deve-se ter atenção, pois é necessário duplicar o último algarismo e subtrair o resultado do restante do número. Se depois disso, o resultado for divisível por 7, o número é divisível por 7.

Exemplos:

- Verifique se o número 78543 é divisível por 7.

Observe que o último algarismo é 3. Duplicando obtemos o número 6. Subtraindo esse resultado do restante, ou seja, $7854 - 6$, teremos 7848. Repetindo o processo, temos que duplicando o último algarismo, obtemos 16. Subtraindo do restante do número, temos $784 - 16 = 768$. Repetindo mais uma vez, teremos $76 - 16 = 60$, que não é divisível por 7, isto é, o número 78543 não é divisível por 7.

- Verifique se o número 1029 é divisível por 7.

Temos que $102 - 18 = 84$ que é divisível por 7. Então, 1029 é divisível por 7.

Para o **critério de divisibilidade por 8** basta que o número formado pelos três últimos dígitos seja divisível por 8.

Exemplos:

- Verifique se o número 8625424 é divisível por 8.

Como o número 424 é divisível por 8, o número 8625424 é divisível por 8.

- O número 78546 é divisível por 8?

Como o número 546 não é divisível por 8, o número 8625424 não é divisível por 8.

O **critério de divisibilidade por 9** é semelhante ao critério de divisibilidade por 3, pois se a soma dos algarismos do número for divisível por 9, o número é divisível por 9.

Exemplos:

- O número 789642 é divisível por 9?

Note que a soma dos algarismos é $7 + 8 + 9 + 6 + 4 + 2 = 36$ que é divisível por 9, então o número 789642 é divisível por 9.

- O número 26358785 é divisível por 9?

Como a soma dos algarismos é $2 + 6 + 3 + 5 + 8 + 7 + 8 + 5 = 44$ e não é divisível por 9. Dessa forma, o número 26358785 não é divisível por 9.

Máximo Divisor Comum (MDC)

Algumas situações com as quais podemos nos deparar podem ser resolvidas de maneira bem prática se utilizarmos alguns conceitos que, inicialmente, parecem não ter importância. Um exemplo disso é a situação abaixo:

Exemplo: A família de João vai fazer uma comemoração e convidou algumas famílias para participarem. A família Souza, a família Lima e a família Gomes. Serão 30 convidados da família Souza, 45 da família Lima e 60 da família Gomes. Se o objetivo é usar menos mesas, qual a quantidade de cadeiras deve ter cada mesa de maneira que nenhum convidado fique sem assento.

Solução: Uma estratégia é observar de quantas formas podemos dividir os convidados de cada família.

A família Souza pode ser dividida em grupos de $1, 2, 3, 5, 6, 10, 15$ e 30 pessoas.

A família Lima pode ser dividida em grupos de $1, 3, 5, 9, 15$ e 45 pessoas.

E a família Gomes pode ser dividida em grupos de $1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30$ e 60 pessoas.

Os divisores comuns são: $1, 3, 5$ e 15.

Se é para utilizar menos mesas, a quantidade de pessoas em cada grupo deve ser a maior possível. Assim, a melhor quantidade de pessoas em cada grupo é de 15 pessoas.

Essa situação foi resolvida utilizando de maneira implícita o conceito de Máximo Divisor Comum (MDC), o qual, é definido abaixo.

Definição: O maior número natural que é divisor comum de dois ou mais números naturais é denominado **máximo divisor comum (MDC).**

Outros exemplos:

- Qual o $mdc(27, 54)$?

  Os divisores de 27 são $d(27) = 1, 3, 9, 27$ e os divisores de 45 são $d(54) = 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27, 54$.

  Logo, $mdc(27, 54) = 27$.
- Qual o $mdc(12, 42)$?

  Os divisores de 12 são $d(12) = 1, 2, 3, 4, 6, 12$ e os divisores de 42 são $d(42) = 1, 2, 3, 6, 7, 14, 21$.

  Assim, $mdc(12, 42) = 6$.

Mínimo Múltiplo Comum (MMC)

Da mesma forma que o MDC é importante em algumas situações, o Mínimo Múltiplo Comum (MMC) também é. Podemos perceber no exemplo abaixo:

Exemplo: Três atletas saem ao mesmo tempo da linha de partida de uma pista de corrida circular no mesmo sentido. Um atleta consegue dá uma volta em 84 segundos, outro atleta consegue em 76 segundos e o outro em 57 segundos. Quantos minutos serão necessários para eles se encontrarem novamente?

Solução: Utilizando o Teorema Fundamental da Aritmética podemos reescrever os números como o produto de fatores primos:

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7$$

$$76 = 2 \times 2 \times 19$$

$$57 = 3 \times 19$$

Observe que para ser múltiplo de 84 o número deve ser divisível por $4, 3$ e 7. Para o número ser múltiplo de 76 deve ser divisível por 4 e 19. E para que o número seja múltiplo de 57 deve ser divisível por 3 e por 19.

Assim, o menor número que é divisível por $84, 76$ e 57 deve ser divisível por $3, 4, 7$ e 19. Ou seja, o menor número que é divisível por $3, 4, 7$ e 19 é o produto $2 \times 2 \times 3 \times 7 \times 19 = 1596$.

Como esse resultado está em segundos, é necessário que seja dividido por 60 para transformar em minutos. Então seriam necessários 26 minutos e 36 segundos.

Nesta situação está implícito o conceito de **Mínimo Múltiplo Comum (MMC)**, o qual é definido como o menor número natural diferente de zero que é múltiplo comum de dois ou mais números naturais.

Uma maneira de determinar o MMC é destacar os múltiplos dos números envolvidos até que se obtenha um comum. Porém, dependendo dos números, esse processo é desgastante. Para poupar tanto trabalho, existe um dispositivo prático que determina o MMC de dois ou mais números.

Exemplo: Encontre o MMC de 32 e 42.

O dispositivo abaixo se caracteriza por dividir ambos os números por fatores primos em ordem crescente. Quando não é possível dividir um deles, apenas o repete e divide o outro. Como por exemplo, o 21 que não é divisível por 2, mas $16, 8, 4$ e 2 são. Quando não é possível dividir ambos por 2, verifica-se se é possível dividir um deles ou ambos por 3. Se for divisível, o processo continua até que ambos os números que estão à esquerda da linha vertical, não seja divisível por 3. E então se tenta com o próximo número primo até que ambos os números sejam 1. Quando ambos os números são 1, o produto dos números à direita da linha vertical é o MMC procurado.

$$
\begin{array}{r|l}
32, 42 & 2 \\
16, 21 & 2 \\
8, 21 & 2 \\
4, 21 & 2 \\
2, 21 & 2 \\
1, 21 & 3 \\
1, 7 & 7 \\
\hline
1, 1 & 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 672
\end{array}
$$

Logo, o $mmc(32, 42) = 672$.

6. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Com as aplicações dos questionários foi possível perceber que existem dúvidas quanto aos conceitos envolvidos na grade curricular da Educação Básica, a exemplo da confusão entre as caracterizações do que é o conjunto dos números naturais e o conjunto dos números inteiros. Além disso, se destacaram as dúvidas quanto ao que é um múltiplo de um número ou quanto ao que é um divisor de um número, bem como, como encontrá-los.

Outro resultado preocupante que ficou claro foi a dificuldade com relação as operações básicas entre números naturais e inteiros, principalmente quanto ao jogo de sinais, que embora alguns alunos tenham calculado corretamente, colocaram o sinal de menos (-) quando não necessitava ou deixaram de o fazer quando era preciso.

Além dos obstáculos com relação às operações básicas predomina também deficiência quanto às operações entre frações, as quais são bastante utilizadas no dia a dia e por isso são indispensáveis, fazendo com que seja necessário estabelecer estratégias metodológicas para intervir.

Já com as análises das ementas das licenciaturas em Matemática, foi percebido que há a presença de conteúdos da Educação Básica como MDC, MMC e números primos, porém de maneira rigorosa, que pode ser adaptada para trabalhar na Educação Básica quanto ao que se refere ao processo de generalização. Assim, a Teoria dos Números pode ser utilizada como complemento ou auxílio para destacar não apenas a ligação que os conceitos envolvidos têm entre si, mas também é possibilitado estabelecer relações com situações do dia a dia.

No processo de criação da atividade de intervenção notou-se que é preciso ter bastante cuidado para não se aprofundar demais nas definições e propriedades de Teoria dos Números e fugir do objetivo, além da possibilidade de causar confusão devido a linguagem utilizada. Porém, se constatou que é possível utilizar uso de letras e símbolos sem causar incerteza. E ainda, propor a apresentação dos critérios de divisibilidade pode proporcionar benefícios nas resoluções de problemas, pois a rapidez com que se faz os cálculos ajuda a manter o raciocínio em resolver a situação.

Por fim, todos os objetivos deste trabalho foram cumpridos, e assim, houve contribuição para estudos futuros, como o planejamento de uma sequência didática com todos os conceitos matemáticos que estão presentes na Teoria dos Números e na Educação Básica, visando enriquecer o currículo de Matemática de modo a desenvolver a abstração dos alunos, e assim, proporcionar o desenvolvimento do raciocínio lógico, o pensamento crítico e a criatividade.

REFERÊCIAS

ALEMIDA, F. J. *Educação e Informática*: os computadores na escola. São Paulo: Ed. Cortez, 1985. v. 17. (Col. Polêmicas de Nosso Tempo, v. 17).

BOLDRINI, J. L. et al. *Álgebra Linear*. [S.l.]: Harper & Row do Brasil, 1980. v. 3.

BERTONE, A. M. A. *Introdução à Teoria dos Números*. 2014. Disponível em: <https://repositorio.ufu.br/bitstream/123456789/25317/1/Introdu%C3%A7%C3%A3o%20a%20Teoria%20dos%20N%C3%BAmeros.pdf >. Acesso em: 29/10/2020.

BRASIL. Base Nacional Comum Curricular (BNCC). Educação é a Base. Brasília, MEC/CONSED/UNDIME, 2018. Disponível em: < http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_site.pdf>. Acesso em: 29/10/2020.

BRASIL, Ministério da Educação, (1997). Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Fundamental. Brasília, MEC/SEF.

CORDEIRO, A. M. et al. *Systematic review*: a narrative review. Revista do colégio Brasileiro de Cirurgiões, v. 34, n. 6, p. 428-431, 2007.

DANTE, L. R. *Teláris matemática, 7° ano:* ensino fundamental, amos finais. 3 ed. São Paulo: Ática, 2018. São Paulo: Ática, 2018.

FARIAS, R. D. R.; COSTA, L. de. F. M. *O papel da linguagem matemática no processo ensino-aprendizagem da matemática.* Manaus. v. 14. n. 28, 2020.

GIL, K. H. *Reflexões sobre as dificuldades dos alunos na aprendizagem de álgebra*. 2008. Disponível em: <https://repositorio.pucrs.br/dspace/bitstream/10923/2962/1/000401324-Texto%2BCompleto-0.pdf>. Acesso em: 29/10/2020.

MANDLER, Marnei Luis. *A Teoria de Números na formação inicial do professor de Matemática*: conexões entre o conhecimento específico e o conhecimento matemático para o ensino na escola básica. *In*: ENCONTRO BARASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 20. 2016, Curitiba. Disponível em: <http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd7_marnei_mandler.pdf>. Acesso em: 29/10/2020.

OLIVEIRA, G. P.; FONSECA, R. V. *A teoria dos números na formação de professores de matemática*: (in) compreensões acerca da primalidade e do teorema fundamental da Aritmética. 2017, Bauru. Disponível em: <http://www.scielo.br/pdf/ciedu/v23n4/1516-7313-ciedu-23-04-0881.pdf>. Acesso em: 29/10/2020.

REZENDE, M. R.; MACHADO, S. D. A. *O ensino de matemática na licenciatura:* a disciplina Teoria Elementar dos Números. São Paulo. V.14, n. 2. pp. 257-278, 2012.

SANTOS, J. P. de O. *Introdução à Teoria dos Números.* Coleção Matemática Universitária. Rio de Janeiro: Impa 2007.

SILVA, N. U. da. *Introdução à Teoria dos Números*: Uma nova proposta para a educação básica. 2019. Disponível em: <http://www.repositorio.ufal.br/bitstream/riufal/5433/1/Introdu%C3%A7%C3%A3o%20%C3%A0%20Teoria%20dos%20n%C3%BAmeros%20uma%20nova%20proposta%20para%20Educa%C3%A7%C3%A3o%20B%C3%A1sica.pdf>. Acesso em: 29/10/2020.

VIEIRA, V. L. *Um curso Básico de Teoria dos Números.* Editora da Universidade Estadual da Paraíba – UEPB (Coedição: Editora Livraria da Física), Campina Grande/São Paulo, 2016.

VOSGEAU, D. S. R.; ROMANOWSKI, J. P. *Estudos de Revisão*: implicações conceituais e metodológicas. Revista diálogo educacional, v. 14, n. 41, p. 165-189, 2014

WALL, E. S. *Teoria dos números para professores do ensino fundamental*. Tradução de Roberto Cataldo Costa. Revisão técnica de Katia Stocco Smole. 1° ed. Porto Alegre: AMGH Editora Ltda., 2014. 179 p.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO DE CONHECIMENTOS

Idade: *

Texto de resposta curta

Sexo: *

- ○ Masculino
- ○ Feminino

Turma: *

- ○ 7°A
- ○ 7°B
- ○ 7°C

1. Todo número natural é um número inteiro? Um número inteiro é um número natural? Justifique.

Texto de resposta longa

2. Quais dos números abaixo são naturais? Quais são inteiros?

-3	0,1	19	0	2	3,7	-11

Texto de resposta longa

3. Quais os resultados de

- 7-5=
- 15-25=
- 7+5=
- 13-47=

Quais desses resultados são números naturais
Quais são números inteiros?
Quais são números naturais e inteiros?

Adicionar arquivo

Ver pasta

4. Quais números da tabela a seguir são múltiplos de 6?

42	16	35	78	2	702	303

Texto de resposta longa

5. Quais os números naturais que são divisores de 68? E de 75?

Texto de resposta longa

6. O que é um número composto? Dê exemplos.

Texto de resposta longa

7. O que é um número primo? Dê exemplos.

Texto de resposta longa

8. Qual o resto da divisão de 162 por 6? E por 8?

Texto de resposta longa

9. Efetue os cálculos:

a) $\frac{7}{3}+\frac{2}{3}$
b) $\frac{4}{5}+\frac{3}{2}$
c) $\frac{7}{8}-\frac{5}{8}$
d) $\frac{5}{2}-\frac{3}{4}$
e) $\frac{3}{5}\times\frac{5}{6}$
f) $\frac{7}{2}\div\frac{1}{3}$

a) $\frac{7}{3}+\frac{2}{3}$
b) $\frac{4}{5}+\frac{3}{2}$
c) $\frac{7}{8}-\frac{5}{8}$
d) $\frac{5}{2}-\frac{3}{4}$
e) $\frac{3}{5}\times\frac{5}{6}$
f) $\frac{7}{2}\div\frac{1}{3}$

Adicionar arquivo

Ver pasta

10. Quais dificuldades você teve nas questões anteriores?

Texto de resposta longa