



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DAPARAÍBA  
CAMPUS PATOS  
PRÓ-REITORIA DE PESQUISA, INOVAÇÃO E PÓS-GRADUAÇÃO  
DIRETORIA DE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA  
UNIVERSIDADE ABERTA DO BRASIL – UAB-IFPB  
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM ENSINO DE CIÊNCIAS E MATEMÁTICA NA  
MODALIDADE EDUCAÇÃO A DISTÂNCIA**

**NAELSON DA SILVA SOUSA**

**TECNOLOGIA E ENSINO DE MATEMÁTICA: O CONCEITO DE  
COMPRIMENTO E ÁREA DO CÍRCULO ATRAVÉS DO GEOGEBRA**

**PATOS – PB  
2021**

**NAELSON DA SILVA SOUSA**

**TECNOLOGIA E ENSINO DE MATEMÁTICA: O CONCEITO DE  
COMPRIMENTO E ÁREA DO CÍRCULO ATRAVÉS DO GEOGEBRA**

TCC apresentado ao Instituto Federal de Educação,  
Ciência e Tecnologia da Paraíba, Campus Patos, Polo  
Mari, para obtenção do título de Especialista em  
Ensino de Ciências e Matemática, sob a orientação do  
Prof. Me. Ledevande Martins Da Silva.

**PATOS - PB  
2021**

**NAELSON DA SILVA SOUSA**

**TECNOLOGIA E ENSINO DE MATEMÁTICA: O CONCEITO DE  
COMPRIMENTO E ÁREA DO CÍRCULO ATRAVÉS DO GEOGEBRA**

Trabalho de Conclusão de Curso  
apresentado à Banca Examinadora, do  
Instituto de Educação, Ciência e Tecnologia  
da Paraíba (IFPB), para obtenção do título de  
Especialista em Ensino de Ciências e  
Matemática.

Patos, 08 de abril de 2021.

**BANCA EXAMINADORA**

*Ledevande Martins da Silva*

Prof. Me. Ledevande Martins Da Silva  
Orientador – IFPB

*José Hélio Henrique de Lacerda*

Prof. Me. José Hélio Henrique de Lacerda  
Avaliador – UEPB

*Maira Rodrigues Villamagna*

Prof.(a.) Ma. Maira Rodrigues Villamagna  
Avaliadora – IFPB

FICHA CATALOGRÁFICA ELABORADA PELA BIBLIOTECA CAMPUS PATOS/IFPB

S725t Sousa, Naelson da Silva  
Tecnologia e ensino de matemática: o conceito de comprimento e área do círculo através do GeoGebra/ Naelson da Silva Sousa. - Patos, 2021.  
38 f.: il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Ensino de Ciências e Matemática) - Instituto Federal da Paraíba, 2021.  
Orientador: Prof. Me. Ledevande Martins da Silva

1. Tecnologia digital 2. GeoGebra 3. Ensino de matemática  
4. Geometria plana 5. Comprimento e área do círculo I. Título.

CDU – 51:004

# **TECNOLOGIA E ENSINO DE MATEMÁTICA: O CONCEITO DE COMPRIMENTO E ÁREA DO CÍRCULO ATRAVÉS DO GEOGEBRA**

**Naelson Da Silva Sousa**

**Ledevande Martins Da Silva**

IFPB/UAB

Curso de Especialização em Ensino de Ciências e Matemática

## **RESUMO**

O presente estudo, objetivou por meio da tecnologia digital, em particular, através do uso do software GeoGebra como estratégia de ensino e aprendizagem de matemática no ensino básico (anos finais e/ou ensino médio), envolver os conceitos de comprimento e área de um círculo de maneira dinâmica, intuitiva, prática e mais fácil – almejando sobretudo, trabalhar a questão da visualização dos objetos por meio de seus movimentos. Além disso, entender a importância desta ferramenta como recurso didático para as aulas de matemática. O objeto de estudo desta pesquisa é conhecer, compreender, aplicar, e/ou relacionar como também motivar os docentes e discentes ao uso do GeoGebra para estudos matemáticos. Assim, dos objetivos específicos temos: conhecer os principais pontos do ambiente (pertinente ao nosso estudo); apresentar de modo amplo/geral as ferramentas de sua interface; estudar os conceitos de circunferência e de círculo; diferenciar circunferência de círculo; identificar o número PI - número irracional (símbolo  $\pi$ ), obtido a partir da razão do comprimento e diâmetro de um círculo; compreender e deduzir a expressão para o cálculo do perímetro e área de um círculo (pelo método de aproximação dos polígonos regulares inscritos e circunscritos. No que se refere a metodologia aplicada, utilizamos o software de Geometria dinâmica (GD), para abordagem da construção dos conceitos apresentados (sendo de fundamental importância as pesquisas e leituras de alguns trabalhos de dissertações de mestrado do programa do PROFMAT, e, outros, no que diz respeito a geometria como referencial). Portanto, é fundamental agregar novas estratégias de ensino, em especial, com a tecnologia digital. Visto que a geometria muitas vezes, ainda, e apenas, é vista meramente de forma tradicional (lousa, papel, lápis e caneta). Neste sentido, o GeoGebra possibilita obter um significado maior, quando utilizado

de forma correta, coerente; levando ao desenvolvimento de argumentos, visualização, reflexão, senso crítico e dedutivo fomentando, portanto, a autonomia do sujeito para produção de novos conhecimentos, conectado ao uso das tecnologias.

**PALAVRAS-CHAVE:** Tecnologia digital; GeoGebra; Ensino de matemática; Geometria plana; Comprimento e área do círculo.

## ABSTRACT

The present study aimed, by means of digital technology, in particular, through the use of GeoGebra software as a teaching and learning strategy for mathematics in basic education (final years and /or high school), to involve the concepts of length and area of a circle in a dynamic, intuitive, practical and easier way-aiming above all, to work on the issue of visualizing objects through their movements. In addition, understand the importance of this tool as a didactic resource for math classes. The object of study of this research is to know, understand, apply, and /or relate as well as motivate teachers and students to use GeoGebra for mathematical studies. Thus, from the specific objectives we have: to know the main points of the environment (pertinent to our study); present the interface tools in a broad /general way; study the concepts of circumference and circle; differentiate circle circumference; identify the PI number - irrational number (symbol  $\pi$ ), obtained from the ratio of the length and diameter of a circle; understand and deduce the expression for the calculation of the perimeter and area of a circle (by the method of approximation of the inscribed and circumscribed regular polygons. With regard to the applied methodology, we use the software of dynamic geometry (GD), to approach the construction of the concepts presented (the research and readings of some works of master's dissertations in the PROFMAT program are of fundamental importance, and others with regard to geometry as a reference). Therefore, it is essential to add new teaching strategies, in particular, with digital technology. Since geometry is often, and only, seen merely in a traditional way (blackboard, paper, pencil and pen). In this sense, GeoGebra makes it possible to obtain a greater meaning, when used correctly, coherent, leading to the development of arguments, visualization, reflection, critical and deductive sense, promoting, therefore, the subject's autonomy for the production of new knowledge knowledge, connected to the use of technologies.

**KEY-WORDS:** Digital technology; GeoGebra; Mathematics teaching; Plane geometry; Length and circle area.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO.....</b>	<b>9</b>
<b>2 REFERENCIAL TEÓRICO .....</b>	<b>10</b>
2.1 UM BREVE HISTÓRICO DA GEOMETRIA .....	11
2.2 TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO.....	12
2.3 TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA E GEOMETRIA DINÂMICA .....	14
2.3.1 O SOFTWARE GEOGEBRA .....	17
2.4 COMPRIMENTO E ÁREA DO CÍRCULO .....	20
2.4.1 CONHECIMENTOS PRÉVIOS.....	21
2.4.2 COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA – PERÍMETRO DO CÍRCULO .....	23
2.4.3 ÁREA DO CÍRCULO .....	26
<b>3 METODOLOGIA.....</b>	<b>32</b>
<b>4 RESULTADOS E DISCUSSÕES.....</b>	<b>33</b>
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....</b>	<b>36</b>
<b>REFERÊNCIAS.....</b>	<b>37</b>

## 1 INTRODUÇÃO

Diante da crescente transformação e avanço no cenário tecnológico e no modo como as pessoas e a sociedade reagem e acompanham essas mudanças, surgem no âmbito educacional, em paralelo, diversas formas metodológicas como suporte didático para facilitar e desenvolver o ensino e a aprendizagem da matemática seja ao estudante ou quanto professor. De acordo com (IDOETA, 2014), “A tecnologia não precisa necessariamente revolucionar a aula: pode ser usada para ajudar professores e estudantes a trabalhar conteúdos mais abstratos, por exemplo, ou facilitar o aprendizado”.

Sendo assim, quanto ao suporte, as tecnologias são apresentadas de forma a incentivar e potencializar cada vez mais os estudos relacionados aos conceitos matemáticos por meio de incentivos interativos, dinâmicos, práticos e sobretudo, prazerosos, no que diz respeito a curiosidade e a busca do conhecer, do saber, do investigar.

O presente projeto de pesquisa, motivado pela abordagem à revisão teórica, parte de consultas, observações e leituras dos trabalhos de dissertações do mestrado da biblioteca digital do PROFMAT (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional); trabalhos apresentados em congressos/encontros nacionais e internacionais em educação matemática/tecnologias; despertou o interesse de pesquisar o estudo dos conceitos matemáticos conectado à tecnologia educacional digital, em particular, no que envolve o Software GeoGebra.

A partir da pesquisa, nota-se o potencial do programa/aplicativo quanto ao uso dos conceitos de Geometria, certamente, por promover uma melhor observação, visualização das propriedades, comportamentos e dinamização do mesmo para o tratamento e construção destes conceitos. Possibilitando a movimentação de objetos. Todavia, de modo geral, pouco se explora em especial os conceitos de comprimento e área de um círculo.

Desta maneira, sob um olhar de uma abordagem dinâmica, interativa e intuitiva sobre este objeto de estudo, irei abordar através do GeoGebra os conceitos de comprimento e área na perspectiva da tecnologia a favor do ensino da matemática referente ao ensino básico, em especial para o ensino fundamental (anos finais), podendo ainda alcançar, claro, o nível médio.

O objeto de estudo desta pesquisa é identificar a exposição do tópico matemático em questão por meio do GeoGebra; bem como conhecer, compreender e aplicar e/ou relacionar os

conceitos matemáticos com o uso deste. Quanto ao objetivo geral do projeto temos: Compreender a importância da utilização do GeoGebra como estratégia de ensino e aprendizagem para facilitação e significação dos conceitos matemáticos. Por outro lado, quanto aos objetivos específicos desta pesquisa temos: Conhecer os principais pontos do ambiente, em particular referente ao foco do tópico que iremos relatar por meio do GeoGebra; como também, apresentar de modo amplo as ferramentas de sua interface; estudar os conceitos de circunferência e de círculo; compreender e identificar os elementos principais do círculo, assim como diferenciar circunferência de círculo dentro das perspectivas abordadas; definir/identificar o número PI (letra Grega, símbolo  $\pi$ ) como número irracional obtido por uma razão (diâmetro pelo raio); compreender e deduzir a expressão para o cálculo do comprimento de uma circunferência; deduzir a expressão do cálculo da área do círculo pela ideia/método de aproximação de polígonos regulares inscritos e circunscritos).

Em síntese, a proposta mencionada anteriormente referente a abordagem do conteúdo, visa trazer de forma dinâmica, motivadora, prazerosa, ilustrativa uma proposta diferente da usual, da tradicional, ou seja, fugindo da normalidade que por ventura, muitos professores ainda se agarram ao lecionar, ao transmitir o saber dos conteúdos matemáticos.

Nessa perspectiva, por meio do aparato tecnológico - computador e do Software GeoGebra, venho trazer uma construção que possibilita uma melhor visualização e compreensão aos estudantes, como também promover aos docentes um olhar mais sensível para o uso do GeoGebra como importante ferramenta digital para prática docente.

Nesse sentido, este trabalho vem nortear, direcionar, para que se tenha de forma mais frequente no ensino da matemática e em sala de aula o uso do Software em questão como meio didático-pedagógico, como também possibilitar ao profissional em quanto professor uma abertura para o conhecimento do novo, como forma de enriquecer seu trabalho, e levar a uma aprendizagem mais sólida de seus estudantes, bem como estimular novas estratégias para o ensino.

## **2 REFERENCIAL TEÓRICO**

Veremos nesta seção um breve histórico e de maneira geral sobre o que versa nossa temática. Abordaremos também, os conceitos básicos necessários para o desenvolvimento do nosso estudo, bem como promover um melhor entendimento do que sugere esta pesquisa.

Pois são bastante recorrentes problemas nos quais abordam os conceitos de circunferência – comprimento e área do círculo em diversas avaliações externas para os estudantes, dada vista sua

importância quanto sua forma geométrica nos objetos diversos do nosso cotidiano. Apresentaremos, também, de forma intuitiva as deduções de algumas expressões algébricas referentes ao trabalho.

## 2.1 UM BREVE HISTÓRICO DA GEOMETRIA

Segundo Paiva (2015):

No antigo Egito as chuvas provocavam transbordamento do rio Nilo todos os anos. Assim, o alagamento dos campos danificava as demarcações de limites das propriedades (terras); então, após o término das chuvas, era necessário remarcar esses limites. Esse trabalho era feito com uma corda esticada que reproduzia um triângulo retângulo e auxiliava na delimitação dos terrenos. (PAIVA, 2015, p.66).

Nota-se que de forma prática as atividades de marcações de terras pelos proprietários e/ou camponeses configurava formas geométricas planas, medidas e grandezas de forma intuitiva, levando mais adiante ao surgimento da Geometria.

Conforme PAIVA (2015, p.66) “para o historiador grego Heródoto (século V a.C.), essa atividade teria dado origem à ciência das formas e medidas, que viria a ser chamada de Geometria (do grego geo, “terra”, e metria, “medida”).

O surgimento, de acordo com Boyer (1974), é uma incógnita pois não podemos afirmar sobre a origem da matemática, seja na área da aritmética, ou na área da geometria, devido existir relatos de evidências antigas, antes mesmo do surgimento da escrita.

Foi da necessidade do homem em compreender e descrever o seu meio ambiente (físico e mental), que as imagens, representadas através de desenhos, foram lentamente conceitualizadas até adquirirem um significado matemático na Geometria e uma forma nas Artes. (KALLEFF, 1994).

Para Grandó (2008):

Buscando a origem do desenvolvimento da geometria nos primórdios, com o homem primitivo, podemos imaginar que o conhecimento das configurações do espaço, forma e

tamanhos tenham se originado, possivelmente, com a capacidade humana de observar e refletir sobre os deslocamentos, com a construção de estratégias de caça e colheita de alimentos, com a criação de ferramentas e utensílios, visando satisfazer suas necessidades básicas. Ao fixar moradia, com a divisão do trabalho, outras necessidades foram surgindo e a produção do conhecimento geométrico se ampliando. A necessidade de fazer construções, delimitar a terra levou à noção de figuras e curvas e de posições como vertical, perpendicular, paralela. (GRANDO, 2008).

Assim, percebe-se, que a partir das necessidades do homem com práticas voltadas para marcações, delimitações de extensões de terras, origina-se a ideia da configuração da Geometria, com suas formas, medidas, posições usadas para suprir suas conveniências básicas da vida cotidiana.

## 2.2 TECNOLOGIA NA EDUCAÇÃO

Nesta seção discutiremos sobre a tecnologia na educação; visto sua importância, sua tendência por meio de software educacional para facilitação do ensino e aprendizagem das mais diversas áreas do conhecimento; em particular do ensino de matemática.

As tecnologias de informação e comunicação (TICs) vem de forma muito rápida tomando espaço na sociedade na forma como agimos, pensamos e lhe damos com certas questões das mais diversas áreas e relações sociais. Logo, na educação não é diferente, são várias as inovações para uso educacional por meio de aplicativos e programas de computadores para transmissão de novos conhecimentos. De acordo com Kenski (2004):

As novas tecnologias de informação e comunicação, caracterizada como midiáticas, são, portanto, mais do que simples suportes. Elas interferem em nosso modo de pensar, agir, de nos relacionarmos socialmente e adquirirmos conhecimentos. Criam uma nova cultura e um novo modelo de sociedade (KENSKI, 2004, p. 23).

Assim, é importante que os professores busquem se apropriar desses recursos metodológicos em sala de aula, como estratégias de ensino para produzir de forma mais significativa o saber, bem como proporcione uma busca e curiosidade maior pela informação aos estudantes. Contudo, para Moraes (1997), “o simples acesso à tecnologia, em si, não é o aspecto

mais importante, mas sim, a criação de novos ambientes de aprendizagem e de novas dinâmicas sociais a partir do uso dessas novas ferramentas”. (MORAES, 1997).

Para Moran (2000), “cada docente pode encontrar sua forma mais adequada de integrar as várias tecnologias e os muitos procedimentos metodológicos. Mas também, é importante que amplie, que aprenda a dominar as formas de comunicação interpessoal/grupal e as de comunicação audiovisual/telemática. (MORAN, 2000, p. 32). Ainda para MORAN (2000, p. 56): “haverá uma integração maior das tecnologias e das metodologias se trabalhar com o oral, a escrita e o audiovisual”.

Entende-se da ideia de Moran, que o educador deve apropriar-se das mais variadas formas disponíveis para se apropriar de um saber, como de promover este. No entanto, fica claro que terá que conhecer tal recurso tecnológico e adequar as metodologias de acordo com o que pretende atingir com seu público. Além disso, determinada ferramenta não garantirá êxito na comunicação e/ou produção. No entanto, deve-se explorar e não os dispensar.

Vejamos o que diz LORENZATO (1995), os recursos interferem fortemente no processo de ensino e aprendizagem; o uso de qualquer recurso depende do conteúdo a ser ensinado, dos objetivos que se deseja atingir e da aprendizagem a ser desenvolvida, visto que a utilização de recursos didáticos facilita a observação e a análise de elementos fundamentais para o ensino experimental, contribuindo com o aluno na construção do conhecimento. (LORENZATO, 1995).

Diante de tantos recursos disponíveis, promissores e potencialmente excelentes para construção do saber seja por parte do educador ou educando, ainda assim, é uma tarefa muito difícil de ser explorada muitas vezes no âmbito escolar – sala de aula, em frente a tantas e rápidas mudanças de pensamentos e habilidades que devem ser desenvolvidas; em vista de uma sociedade movida pelas tendências inovadoras tecnológicas; não tão pouco, ainda também, nos deparamos com estudantes desmotivados, desencorajados e defasados quanto ao que se deveria conhecer e compreender.

Para Moran (2000), as mudanças na educação também partem do discente, ou seja, ele contribui com sua parcela de responsabilidade; sendo curiosos, estando motivados, facilitando a interação, o processo com o professor, isto é, estimulando também o educador. Sendo parceiro junto nessa jornada na qual se constrói mutuamente. Estudantes curiosos, comprometidos, aprendem e ensinam; estes tipos de estudantes crescem mais rapidamente e mais confiantes e se tornam pessoas e profissionais produtivos e eficientes. (MORAN, 2000, p. 17-18).

Ainda sobre as tecnologias Baldin (2002), afirma:

A presença das tecnologias nos ambientes e meios de ensino tem chamado a atenção de professores e alunos para o potencial didático de sua utilização em sala de aula. Muitos são os programas que vêm sendo desenvolvidos com o propósito de motivar o ensino e a aprendizagem. (BALDIN, 2002).

Contudo, ainda são poucos os docentes que conhecem, dominam e apreciam o uso de ferramentas tecnológicas como recurso didático em sala de aula em suas aulas. Claro, que certamente são por inúmeros fatores: sejam por falta de tempo, por não mostrarem habilidades com inovações, por não se sentirem confiantes ou seguros suficientes; visto que os jovens estão cada vez mais conhecedores e envolvidos com as tecnologias que nos cercam e que movem uma sociedade pautada na rapidez em que acontece a comunicação e a informação.

Sendo assim, é um grande desafio nos tempos atuais para os professores alfabetizar-se nas tecnologias inovadoras e descobrir-se um facilitador do processo educacional. Pois deve-se está reinventando ao conjunto de ações e atitudes didáticos-pedagógicos para tentar acompanhar a rápida transformação em que as coisas se processam. Para Kenski (2004):

Um novo tempo, um novo espaço e outras maneiras de pensar e fazer educação são exigidos na sociedade da informação. O amplo acesso e o amplo uso das novas tecnologias condicionam a reorganização dos currículos, dos modos de gestão e das metodologias utilizadas na prática educacional (KENSKI, 2004, p. 92).

Percebe-se que com o forte crescimento em massa das tecnologias, dos recursos digitais a sociedade está cada vez mais exigente quanto aos produtos e serviços ofertados. Consequência das mudanças do mundo digital e da representação de novas posturas frente aos sofisticados e eficientes aparatos digitais.

Com isso, em todos os aspectos da vida humana, e sobretudo, no âmbito escolar surge a necessidade de acolher e apropriar-se destas ferramentas para alavancar a disseminação de novas formas de abordagens para o ensino e aprendizagem de quem promove a educação.

### 2.3 TECNOLOGIA NO ENSINO DE MATEMÁTICA E GEOMETRIA DINÂMICA

Em um tempo contemporâneo no qual vivemos hoje, as novas tecnologias se constituem das necessidades que o homem encontra na interrelação com o outro, e na sociedade como um todo. Assim, no contexto da educação escolar, o surgimento dessas tecnologias favorece e contribui para uma aprendizagem matemática dinâmica, interativa e perceptiva, no tocante ao ensino de geometria. Como corrobora LOPES (2013, p. 633) “o poder da linguagem digital, baseado ao acesso a computadores e a todos os seus periféricos, à internet, e aos softwares tem influenciado, cada vez mais, a forma como construímos nossos conhecimentos e como a escola organiza seus currículos”.

Todavia, acredita-se ser uma utopia pensar ou imaginar todos os docentes em pleno século que vivemos considerar ou usufruir fortemente de estratégias de metodologias ativas, inclusive, por meio das mídias tecnológicas; um ensino diferenciado, pautado na construção da aprendizagem junto as tendências inovadoras contemporâneas.

Entramos no século XXI ainda com um modelo predominantemente de professor focado em conteúdo e currículo, num processo engessado e estático. No entanto, este papel deve ser dinâmico e de superação constante, precisando, portanto, modificar-se. As tecnologias de informação e comunicação provocam uma vertiginosa necessidade de superação constante do saber, de modo que devemos buscar novos caminhos de abertura e fluência do conhecimento para encontrarmos pontos de equilíbrio dinâmicos tanto para alunos como para professores. (GABRIEL, 2013. p. 110).

Dessa forma, percebemos a essencialidade e a relevância do ensino da geometria plana para o desenvolvimento do raciocínio lógico matemático, assim como, do desenvolvimento do pensamento reflexivo e do senso crítico pode ser beneficiada pela inclusão das mídias digitais ou ferramentas computacionais, como por exemplo, o software educacional GeoGebra, dentre outros, para promover uma melhor compreensão e abstração dos conceitos e propriedades; bem como permitir experiências com a informática e o computador, ou mesmo aplicativos para celulares, que muitas das vezes, é ensinado de forma meramente conservadora, não alcançando o objetivo desejado pelo docente, ou mesmo as expectativas pelos discentes ao estudar determinado tópico matemático.

Conforme os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1997, p. 43) “As tecnologias, em suas diferentes formas e usos, constituem um dos principais agentes de transformação da

sociedade, pelas modificações que exercem nos meios de produção e por suas consequências no cotidiano das pessoas”.

Haja vista, que o software como recurso dinâmico exploratório, experimental de característica visual, permite um olhar sensível do que acontece com o objeto em manipulação gráfica e/ou algébrica. No entanto, ressalto também, que é fundamental a abordagem prática com papel e lápis, para assim depois fazer-se uso das tecnologias ou vice-versa.

É extremamente eficiente qualquer software e/ou programas, quando utilizados de modo correto e coerente, mas deve ser utilizado como recurso que promova facilitação no ensino e aprendizagem. Dito isso, entende-se que essas ferramentas não suprem em si apenas a necessidade de promover uma aprendizagem. Logo, é evidente como é fundamental a presença e o acompanhamento do professor/mediador na transformação do modo de pensar, agir para com os estudantes, estes que devem ter uma preparação significativa e além disso, para uma vida profissional de qualidade e sobretudo, ser um cidadão crítico e ciente de sua postura, ou comportamento que abarque as mudanças impostas pela sociedade na qual vivemos.

Ainda, com relação as tecnologias, os PCNs (1998) debatem sobre as abordagens tecnológicas na educação na perspectiva do computador, colocando que este pode ser um grande aliado ao desenvolvimento intelectual e cognitivo dos discente, oportunizando aumento de um serviço que acomoda a diferentes compassos de aprendizagem e permite que o aluno aprenda com suas falhas, seus equívocos e incertezas.

Nesta perspectiva, ainda temos, conforme a Base Nacional Comum Curricular da Educação Básica (BNCC), “o uso de tecnologias possibilita aos estudantes alternativas de experiências variadas e facilitadoras de aprendizagens que reforçam a capacidade de raciocinar logicamente, formular e testar conjecturas, avaliar a validade de raciocínios e construir argumentações”.

Percebe-se então, que o caminho por meio de recursos tecnológicos digitais como a utilização de software, por exemplo, pode despertar o interesse do sujeito pela aprendizagem, bem como, despertar a busca pela informação, sendo inclusive, o sujeito o ser que promove seu próprio conhecimento.

Sob o olhar do ser que de forma ativa, participativa e investigativa, busca construir, e promover sua própria aprendizagem e considerando o contexto da geometria e das ferramentas digitais educacionais, é de suma importância apresentar e explorar um ambiente para visualização

dos objetos que devem ser apresentados, pois permite trabalhar e desenvolver a percepção de características e propriedades específicas do objeto que apenas no quadro e/ou folha não se observa.

Além disso, como por exemplo, através de softwares de geometria dinâmica (GD) (GRAVINA, 1996) “[...] softwares que permitem aos alunos realizar investigações sobre propriedades geométricas de diversas figuras que dificilmente eles poderiam observar utilizando apenas o quadro e o giz”. Para Silva e Penteado (2009) permite e possibilita construir e manipular objetos geométricos na tela do computador. Estes softwares possibilitam manusear os objetos/figuras elaboradas para qualquer lugar na tela com o uso do mouse. “Sem dúvida, a principal característica de um software de GD é a possibilidade do arrastar. [...] essa característica permite que estudantes explorem situações problemas e façam conjecturas sobre o conteúdo que estão estudando” (SILVA; PENTEADO, 2009, p. 1070).

Logo, tem-se uma visualização mais eficaz e precisa para uma pesquisa mais profunda, detalhada das propriedades e compreensão dos conceitos; e sobretudo, possibilita aos envolvidos formular e enxergar conjecturas, hipóteses e argumentos; questões essenciais para o estudo da matemática, e em particular, da geometria – área de suma importância para compreensão de forma e espaço no mundo que nos cercam.

Assim, diante do atual momento em que vivemos, e considerando as características dos jovens de hoje, quanto utilizador frequente dos recursos ou aparatos digitais e de sua facilidade de manipular essas ferramentas, fica claro o quanto é necessário envolver cada vez mais, em sala de aula a disseminação do saber aliado ao uso dessas mídias digitais.

Deste modo, conforme Prensky (2001), afirma que os jovens por estarem acostumados a obterem informações e a se comunicarem de forma extremamente rápida, recorrem inicialmente as fontes digitais, antes de mais nada. Pois, eles convivem e experimentam desde cedo o contato com as tecnologias de informação e comunicação.

Diante desses comportamentos e atitudes, e por entender a tecnologia digital como parte frequente de sua vida, ou seja, como linguagem, Prensky os descrevem como “Nativos Digitais”, uma vez que “falam” a linguagem digital desde que nasceram. PRENSKY (2001).

### 2.3.1 O SOFTWARE GEOGEBRA

#### 2.3.1.1 O QUE É? E UM BREVE HISTÓRICO

O software educacional GeoGebra é uma poderosa ferramenta digital, cujo caráter é de software de geometria dinâmica (GD), desenvolvido e lançado em 2001 por Markus Hohenwarter da Universidade de Salzburg para educação matemática nas escolas. O mesmo, é utilizado para diversas construções, manipulações, observações visuais; que abrange fortemente as elaborações de figuras e/ou objetos em geral, tanto geométrico, como algébrico e cálculo em sua interface, de forma conjunta para fins de estudo matemático, ou seja, voltado para o ensino e aprendizagem dos conceitos e propriedades da área de matemática, possibilitando de forma profunda analisar, testar, experimentar e sobretudo, movimentar (arrastar); permitindo então, visualizar aspectos mais sensíveis possível dos objetos manipulados em questão. Além disso, é um programa/aplicativo livre e gratuito, no qual o funcionamento é dado de forma offline, ou seja, baixado e instalado no computador e/ou smartphone, como também, por acesso online na página oficial (<https://www.geogebra.org/>), no qual fazendo-se o cadastro poderá usufruir melhor dos recursos disponíveis desta plataforma virtual interativa e dinâmica (muito similar a uma rede social na forma online, quando acessado com o login cadastrado).

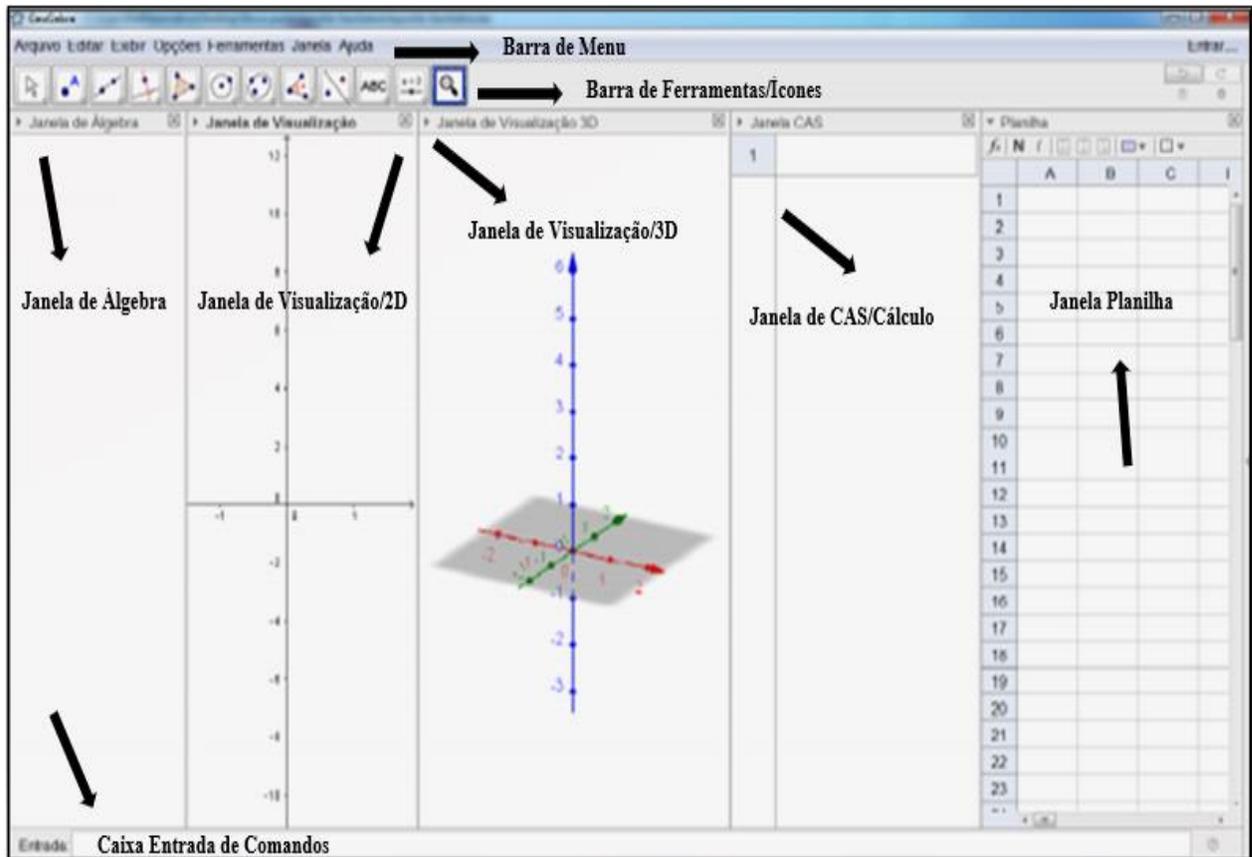
### 2.3.1.2 INTERFACE DO GEOGEBRA: BREVE APRESENTAÇÃO

A interface deste software é bem interativa, dinâmica, intuitiva, agradável e de fácil compreensão. Os ícones disponíveis indicados na “aba ferramentas” carregam especificamente um outro conjunto de ícones, que abrem ao clicar, utilizando o mouse. Além disso, a criação dos objetos na interface é facilitada pela apresentação de como construir determinado objeto, direcionando e permanecendo com o mouse em cima do ícone desejado para tal elaboração do objeto.

Todavia, aqui irei apenas apresentar a interface como ilustração seguindo organização de trabalhos elaborados (por exemplo, fonte do curso “o geogebra” no ‘Menu Textos’) para fim de facilitação deste presente projeto, como também, para simplificação da escrita e elaboração deste, frente à dimensão encurtada com relação ao desenvolvimento do intervalo de paginação. Além disso, voltaremos nosso olhar para familiarização dos recursos da janela de Visualização/2D, no qual é o propósito deste trabalho.

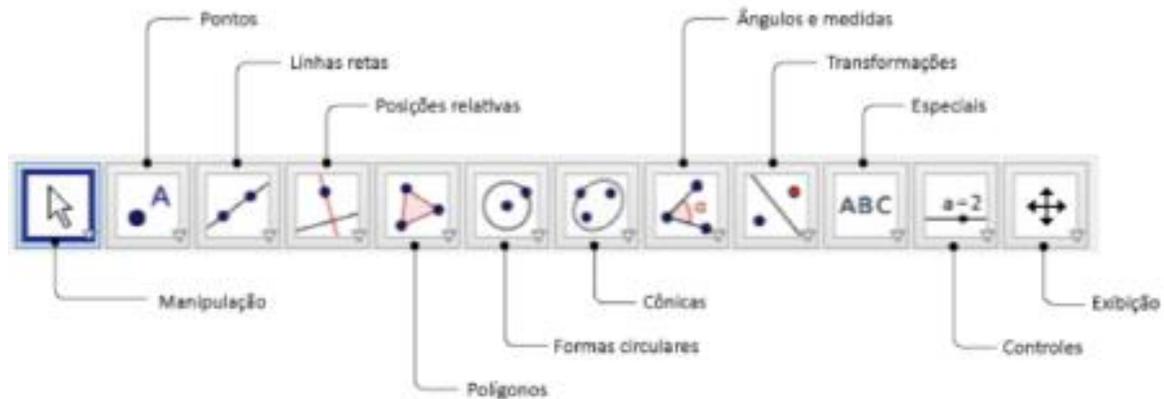
Deixando, claro, também, a excelência e confiabilidade da(s) fonte(s) citada(s). Vejamos agora a imagem do GeoGebra Classic versão computador, como mostra a Figura 01.

**Figura 01: Interface do GeoGebra Classic – versão computador**



Fonte: FRISKE et al. Minicurso de GeoGebra (2016 p. 07). Adaptado em 2021.

De modo geral, as construções dos objetos na interface do GeoGebra, ocorrem de maneira bem intuitiva e dinâmica, basta selecionar um dos ícones desejados na barra de ferramenta e clicar na janela de visualização. Note também, que a barra de ferramentas é constituída por 12 (doze) ícones ou Menus de ferramentas onde são estruturados em cada um deles, outro conjunto de objetos específicos. Outra forma de realizar construções é por meio da escrita, no campo ou janela “Entrada” inserindo comandos determinados. Vejamos agora, a Figura 02:

**Figura 02: Barra de Ferramentas**

Fonte: OGEOGEBRA. Interface e Ferramentas – Material texto.

Como percebemos na Figura 01, para trabalhar na interface do software GeoGebra devemos utilizar uma das janelas apresentadas para construções dos objetos. Percebe-se na Figura 02, que são nomeadas cada categoria de ícones, junto com sua representação dos recursos que estes apresentam.

Por outro lado, temos as seguintes explicações para as principais janelas utilizadas neste trabalho.

### **Janelas:**

**Janela de Álgebra,** aparecem atributos dos objetos construídos (coordenadas, pontos, equações, comprimentos e áreas...);

**Janela gráfica de visualização,** aparecem representações gráficas de até duas dimensões;

**Janela de comandos ou Campo Entrada,** destinado à escrita de comandos pré-definidos que definem os objetos a esboçar e explorar.

**Observação:** Os objetos da barra de ferramentas, podem ser construídos inserindo os comandos pertinentes que os definem no campo entrada.

## 2.4 COMPRIMENTO E ÁREA DO CÍRCULO

Inicialmente, veremos nesta seção alguns conhecimentos prévios necessários para assim, abordarmos de forma intuitiva os conceitos referentes ao estudo do cálculo para o comprimento

e área do círculo. No entanto, consideraremos os sujeitos/estudantes terem conhecimentos do mesmo, portanto, aceitaremos sem a necessidade de prová-los.

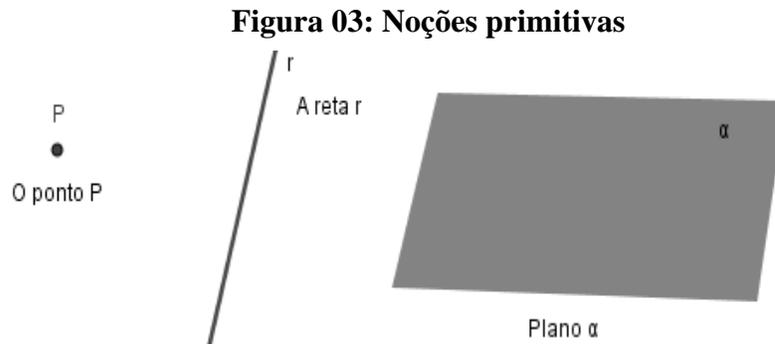
#### 2.4.1 CONHECIMENTOS PRÉVIOS

Abordaremos aqui, as ideias, conceitos e definições conforme os autores: DOLCE E POMPEO (2005); PAIVA (2015); DANTE (2017); DANTE (2016) E WAGNER (2015).

**NOTA:** Consideremos os conceitos/definições mostradas, sempre contidas em um plano qualquer (por exemplo,  $\alpha$ ). Portanto, ficará subtendido para fim de simplificações e de informações.

#### I. Noções Primitivas – Reta, Ponto e Plano

São adotadas sem definição, tem-se apenas ideia intuitiva conforme experiências e observações. Vejamos a Notação gráfica, a seguir na Figura<sup>1</sup> 03:



Fonte: Arquivo pessoal (2021).

**II. Segmento de reta (Definição):** Dados dois pontos distintos A e B, o conjunto de pontos da reta r compreendidos entre os pontos A e B, mais esses dois pontos, indicado por  $\overline{AB}$  onde A e B são as extremidades do segmento.

#### Figura 04: Segmento de reta



Fonte: Arquivo pessoal (2021).

<sup>1</sup>Para maior informação, referente as etapas de construções das figuras neste trabalho. Ver **APÊNDICE**, no final deste trabalho.

**III. Polígono (Definição):** Polígono é uma linha fechada simples formada pela união de três ou mais segmentos consecutivos de modo que dois sucessivos não sejam colineares (pontos não alinhados).

**IV. Polígono Regular:** É todo polígono no qual todos os lados e ângulos são congruentes (iguais).

Perímetro de um polígono qualquer: Entende-se pela soma de todos os lados que compõem o mesmo. Se um polígono regular possui 6 lados de medida **m**, chamado de hexágono, então seu perímetro é dado por:  $n \times m$  onde **n** é o número de lados e **m** a medida e seu lado.

**V. Área de um triângulo – tradicional (Definição):** A área de um triângulo qualquer de base **b** e altura **h** é dada por:

$$A = \frac{b \times h}{2} \quad [1]$$

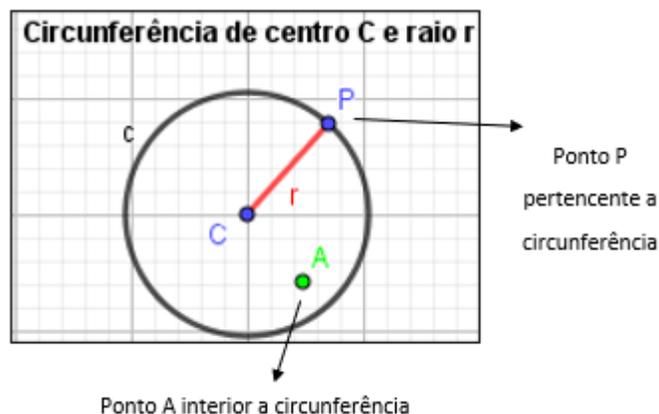
Conseqüentemente de [1], temos que a área do triângulo equilátero (três lados e ângulos congruentes – iguais) é dada por:

$$A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} \quad [2]$$

onde **a** é a medida do lado do triângulo.

**VI. Circunferência e Círculo (Definição e Principais Elementos):** Sendo **C** um ponto de um plano e **r** uma distância ( $r > 0$ ), chama-se circunferência de centro **C** e raio **r** o conjunto dos pontos desse plano cuja distância ao ponto **C** é sempre igual a **r**. Como mostra a Figura 05:

**Figura 05: Circunferência**



Fonte: Arquivo pessoal (2021).

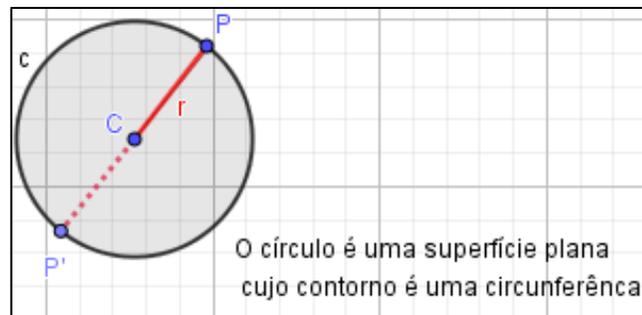
Por outro lado, temos o círculo. Vejamos

**VII. Círculo (Definição):** A reunião de uma circunferência com o conjunto de todos os seus pontos interiores é chamada de círculo.

**VIII. Polígono inscrito (Definição):** polígono interno à circunferência, isto é, os vértices do mesmo são pontos da circunferência (pertence à circunferência).

**IX. Polígono circunscrito (Definição):** Circunferência é interna ao polígono, isto é, os lados do polígono são tangentes (toca em apenas um ponto) à circunferência. Vejamos a Figura 06:

**Figura 06: Círculo**



Fonte: Arquivo pessoal (2021).

**OBSERVAÇÃO:** Note que o segmento  $CP'$  (prolongamento do segmento de reta  $PC$ ) também é raio  $r$ . Logo, temos que o segmento  $PP'$  que passa pelo centro equivale a  $2r$ , denominado de **corda**, sendo ela a maior de todas as cordas existentes em um círculo. Além disso, essa corda é chamada de **diâmetro  $d$** . Assim, concluímos que  $d = 2r$ , qualquer que seja a circunferência.

#### 2.4.2 COMPRIMENTO DA CIRCUNFERÊNCIA – PERÍMETRO DO CÍRCULO

##### A constante $\pi$ (Pi):

Sabe-se que a constante  $\pi$  é um número ‘irracional’, ou seja, um número cuja representação decimal é infinita e não periódica, no qual seu valor aproximado equivale com aproximação racional de duas casas decimais a  $\pi \approx 3,14$ . Muito embora, com a ajuda de computadores é possível calcular gigantesca quantidade (cerca de bilhões, trilhões) de dígitos de casas decimais.

O número ou constante (**Pi**) é definido pela razão entre o comprimento ou perímetro (entendido como contorno da circunferência) e indicado por  $C$ , e seu diâmetro  $d = 2r$ . Isto é:

$$\pi = \frac{C}{2r} \quad [3]$$

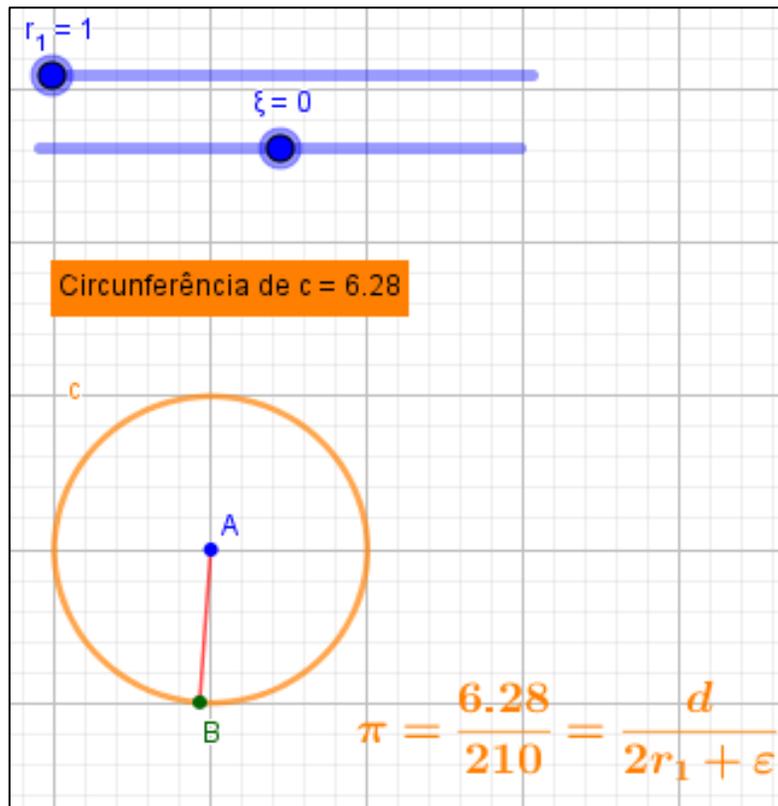
De forma intuitiva, prática e experimental pode-se verificar a constância para o número  $\pi$ ; para tanto, basta dividir comprimento pelo diâmetro, independente do raio que se tome, verificamos  $\pi$ .

Na expressão [3], note que existe uma relação de proporcionalidade, sendo o comprimento  $C$  diretamente proporcional à  $2r$  pela constante de proporcionalidade  $\pi$ . Por conseguinte, deduzimos que:

$$C = \pi \cdot 2r \text{ ou ainda, } C = 2\pi r \quad [4]$$

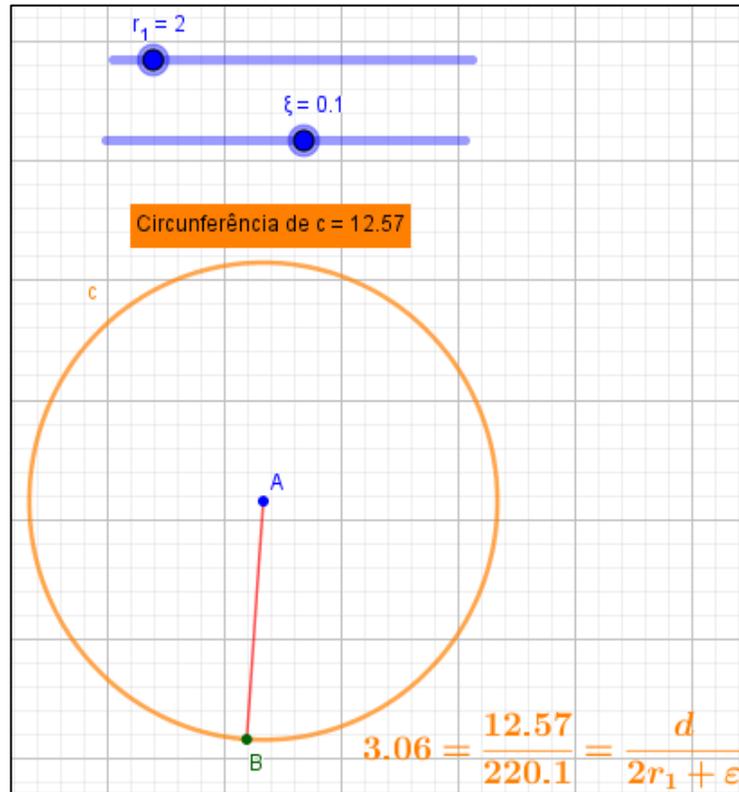
que é a expressão para o cálculo do comprimento ou perímetro de uma circunferência qualquer de raio  $r$ . Logo, fica evidente que o comprimento indica uma medida linear, podendo então, ser expressa por um segmento de reta em uma linha retilínea. Vejamos, agora, as Figuras 07 (a) e (b) a seguir para uma melhor visualização e compreensão da relação entre o raio e o comprimento.

**Figura 07 (a): Comprimento e raio**



Fonte: Arquivo pessoal (2021).

**Figura 07 (b): Comprimento e raio**

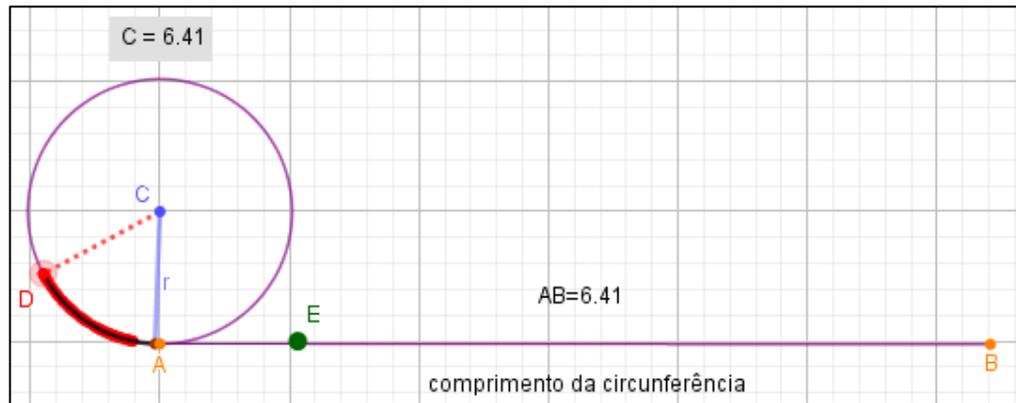


Fonte: Arquivo pessoal (2021).

Nas Figuras (a) e (b) temos ilustrado uma circunferência de raio  $r_1$  variável, comprimento variável e uma pequena parte chamada de  $\epsilon$  (**Epsilon**) variável e  $\pi$  definido e recalculável. Na Figura (a) para (b), note que  $r_1 = 1$  e  $\epsilon = 0$ , temos o comprimento de **6.28**, isto é, o comprimento da circunferência é igual a seis vezes o raio e mais um pouco.

Logo, percebe-se que ao movermos a parcela pequena  $\epsilon$ , no sentido positivo, ele aumenta, fazendo com que, o valor da constante  $\pi = \mu$  seja alterada para um valor menor que 3,14. Caso  $\epsilon$  seja movida, para o sentido negativo, ocorre que o valor da constante  $\pi$  aumenta, pois está sendo dividido o comprimento pelo o que seria o diâmetro. Vejamos também, a Figura 08 abaixo que representa uma dinamização para ideia de comprimento na circunferência – linearidade de seu perímetro.

**Figura 08: Comprimento linear da circunferência**



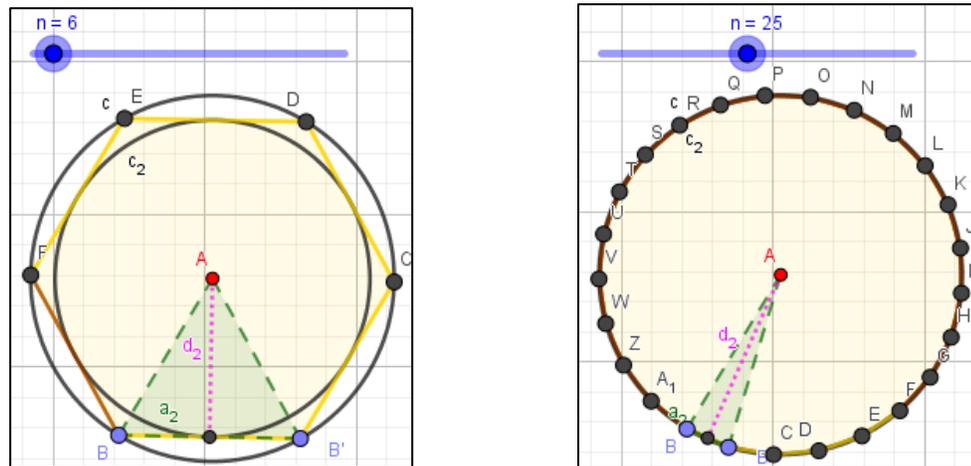
Fonte: Arquivo pessoal (2021).

Acima, temos que o segmento  $AB$  indica o comprimento da circunferência. Além disso, ao movermos o ponto  $D$ , o arco descrito equivale à distância do ponto  $A$  ao ponto  $E$ , e assim por diante, fazendo com que o ponto  $E$  percorra por completo o segmento  $AB$ ; temos ainda que o rastro em vermelho destacado, indica movimento/percurso.

### 2.4.3 ÁREA DO CÍRCULO

De modo geral, consideremos um polígono regular de  $n$  lados inscrito, e outro circunscrito a um círculo de centro no ponto  $A$  e raio qualquer  $r$ . Como mostra a Figura 09 (c) e (d) a seguir:

**Figura 09 (a) e (b): Polígonos regulares inscritos e circunscritos a circunferência**



Fonte: Arquivo pessoal (2021).

Nas Figuras acima, temos as representações dos polígonos regulares de  $n$  lados inscritos e circunscritos ao círculo. Note que, na medida que variamos o “controle deslizante  $n$ ” o número de lados varia, e conseqüentemente, temos um outro polígono regular.

Nos atentemos que ao variar o número de lados, expandimos a região interna limitada pelo polígono e pela circunferência. Além disso, o lado do polígono (segmento circular, também diminui, aproximando-se do contorno ou perímetro do círculo).

Logo, claramente, teremos um valor para  $n$  suficiente, de tal forma que a área do polígono de  $n$  lados se confundirá com a área do círculo, bem como, o comprimento do polígono se aproximará do comprimento do círculo e o apótema tenderá para o raio.

Como queremos deduzir uma expressão para o cálculo da área de um círculo de raio  $r$ . Observe que subdividindo o polígono em  $n$  triângulos (isósceles – dois lados congruentes e dois ângulos congruentes), de base  $a_2$  e altura  $h$  igual ao apótema  $d_2$  ( $h = d_2$ ). Assim, pela área de um triângulo qualquer, teremos que a área deste polígono será:

$$n \cdot \frac{a_2 d_2}{2} = (n a_2) \cdot \frac{d_2}{2} \quad [5]$$

Onde ( $na_2$ ) é o perímetro do polígono. Portanto, como vimos anteriormente, que a altura e o comprimento do polígono tendem para  $n$  suficientemente grande (natural) para o perímetro do círculo e o raio do círculo, então a expressão [5] tende para:

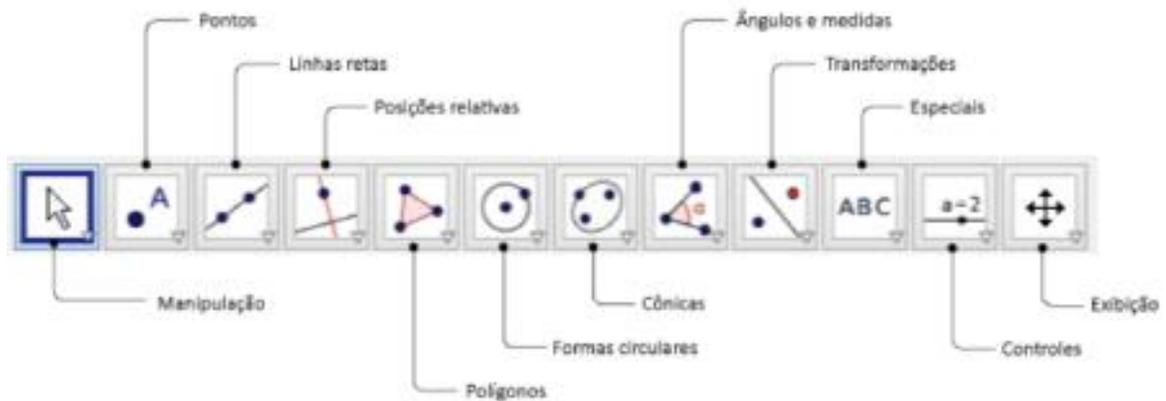
$$2\pi r \cdot \frac{r}{2} \quad [6]$$

que é a área  $A$  do círculo, isto é:

$$A = \pi r^2 \quad [7]$$

A seguir, abordaremos as etapas para as construções dos objetos geométricos exibidos anteriormente, neste trabalho. Visto que, já exibimos a “Barra de Ferramenta” anteriormente, na seção 2 (Referencial Teórico), – página 18. Iremos, para questão de facilitação e simplificação, apenas abordar a Figura 02 como reforço de ideia, e escrever os nomes dos ícones - subtendendo a compreensão na leitura do trabalho. Vejamos:

**Figura 02: Barra de Ferramentas**



**Figura 03: Noções primitivas (Página 19)**

**Etapas:**

E<sub>1</sub>. Abrir programa, selecionar o ícone “Ponto” e clicar com o mouse na janela de visualização;

E<sub>2</sub>. Em seguida, ocultar a malha, selecionar o atributo “Exibir ou esconder a malha”;

E<sub>3</sub>. Selecionar na barra de ferramentas o ícone “Reta” clicar na janela de visualização, selecionar dois pontos construídos previamente. Por fim, ocultar estes pontos, selecionando “Exibir objeto” com o botão direito do mouse, clicando no objeto;

E<sub>4</sub>. Selecionar o ícone “Polígono” e na janela de visualização defina quatro pontos, por último ocultar estes pontos, clicando com o botão direito do mouse em “Exibir objeto”.

#### **Figura 04: Segmento de reta** (Página 19)

##### **Etapas:**

- E<sub>1</sub>. Construir dois pontos previamente na janela de visualização, clicar no ícone “Ponto”;
- E<sub>2</sub>. Em seguida, selecionar o ícone “Reta” e clicar nos dois pontos construídos;
- E<sub>3</sub>. Após, selecionar o ícone “Segmento” no ícone “Reta” e selecionar os pontos;
- E<sub>4</sub>. Por fim, alterar cores, renomear e ocultar objetos e rótulos, clicando no botão direito do mouse.

#### **Figura 05: Circunferência** (Página 20)

##### **Etapas:**

- E<sub>1</sub>. Selecionar o ícone “Círculo: Centro e Raio”, clicar na janela de visualização e inserir centro e raio igual a 1 cm;
- E<sub>2</sub>. Selecionar o ícone “Ponto em objeto” no ícone “Ponto”, clicar sobre a circunferência construída;
- E<sub>3</sub>. Selecionar o ícone “Segmento” no ícone “Reta” e selecionar dois pontos: centro e o ponto sobre a circunferência;
- E<sub>4</sub>. Selecionar o ícone “Ponto” e inserir no interior da circunferência;
- E<sub>5</sub>. Alterar atributos como: cor, renomear, exibir objetos e rótulos, e espessura do traçado, selecionar o objeto e clicar com o botão direito do mouse e/ou selecionar propriedades ou selecionar os itens abaixo do nome “Janela de Visualização”.

#### **Figura 06: Circunferência** (Página 20)

##### **Etapas:**

- E<sub>1</sub>. Construir um círculo de centro e raio, selecionar o ícone “Círculo: Centro e Raio” e clicar na janela de visualização;

E<sub>2</sub>. Selecionar o círculo, preencher cor e transparência no 1º item abaixo do nome “Janela de Visualização”;

E<sub>3</sub>. Selecionar objeto e o ícone “Área” no ícone “Ângulo” para determinar a área caso queira;

E<sub>4</sub>. Selecionar o ícone “Ponto em objeto” no ícone “Ponto” para inserir ponto sobre a circunferência;

E<sub>5</sub>. Construir um segmento selecionando o ícone “Segmento” no ícone “Reta” clicando sobre o centro e o ponto dado;

E<sub>6</sub>. Alterar atributos como: cor, renomear, exibir objetos e rótulos, e espessura do traçado, selecionar o objeto e clicar com o botão direito do mouse e/ou selecionar propriedades ou selecionar os itens abaixo do nome “Janela de Visualização”.

### **Figura 07 (a) e (b): Comprimento e raio (Página 22)**

#### **Etapas:**

E<sub>1</sub>. Inserir o controle deslizante  $r_1$  (número, mínimo 1, máximo 10 e incremento 1), selecionar o ícone “Controle Deslizante” na barra de ferramentas e clicar na janela de visualização

E<sub>2</sub>. Inserir o controle deslizante  $\varepsilon$  (número, mínimo -1, máximo 1 e incremento 0.1), selecionar o ícone “Controle Deslizante” na barra de ferramentas e clicar na janela de visualização;

E<sub>3</sub>. Inserir uma circunferência utilizando o ícone “Centro e Raio” (onde o raio é o controle deslizante  $r_1$ );

E<sub>4</sub>. Inserir um segmento do centro A e ponto B, selecionar o ícone “Segmento” no ícone “Reta”;

E<sub>5</sub>. Inserir o comprimento da circunferência, selecionar o ícone “Distância, Comprimento ou Perímetro” no ícone “Ângulo” e clicar na circunferência c;

E<sub>6</sub>. Definir a variável  $d = \text{circunferência } (c)$ , digitando no campo “Entrada”;

E<sub>7</sub>. Definir a variável  $\mu = \frac{d}{2r_1 + \varepsilon}$ , digitando no campo “Entrada”;

E<sub>8</sub>. Inserir texto, selecionar o ícone “Texto” no ícone “Controle Deslizante” (abrirá uma caixa, marcar a opção “Fórmula Latex” no campo “Editar” digitar  $\mu = \frac{d}{2r_1 + \varepsilon}$ , onde a variável “ $\mu$ ” e “ $\varepsilon$ ” é inserindo na opção “Símbolos” e “d” na opção “Objetos”;

E<sub>9</sub>. Alterar atributos como: cor, renomear, exibir objetos e rótulos, e espessura do traçado, selecionar o objeto e clicar com o botão direito do mouse e/ou selecionar propriedades ou selecionar os itens abaixo do nome “Janela de Visualização”.

**Figura 08: Comprimento linear da circunferência (Página 24)**

**Etapas:**

E<sub>1</sub>. Exibir os eixos coordenados, clicar no item “Exibir os esconder eixos” abaixo do nome “Janela de Visualização”;

E<sub>2</sub>. Construir circunferência no ícone “Círculo: Centro e Raio”;

E<sub>3</sub>. Inserir o ponto  $A = (2,2)$  na circunferência, selecionar o ícone “Ponto em Objeto” no ícone “Ponto”;

E<sub>4</sub>. Inserir o segmento  $r = CA$ , selecionando o ícone “Segmento” no ícone “Reta”, clicar no centro e depois no ponto A;

E<sub>5</sub>. Inserir o comprimento da circunferência, selecionar o ícone “Distância, Comprimento ou Perímetro” e clicar na circunferência;

E<sub>6</sub>. Inserir o segmento de reta  $AB = \text{Comprimento } c = 6.41$ , selecionar o ícone “Segmento com Comprimento Fixo” no ícone “Reta”;

E<sub>7</sub>. Inserir o ponto D sobre a circunferência, selecionar o ícone “Ponto em Objeto” no ícone “Ponto”;

E<sub>8</sub>. Inserir segmento de reta de extremidade no centro C e no ponto D;

E<sub>9</sub>. Inserir arco circular, selecionando o ícone “Arco Circular” no ícone “Círculo Dados Centro e Um de seus Pontos” e clicar no centro e em seguida o ponto A e depois D;

E<sub>10</sub>. Inserir no campo “Entrada” o ponto  $E = (2 + g, 2)$  sobre o segmento de reta AB, onde  $g$  é a variável comprimento do arco circular AD;

E<sub>11</sub>. Alterar atributos como: cor, renomear, exibir objetos e rótulos, e espessura do traçado, selecionar o objeto e clicar com o botão direito do mouse e/ou selecionar propriedades ou selecionar os itens abaixo do nome “Janela de Visualização”.

**Figura 09 (a) e (b): Polígonos regulares inscritos e circunscritos à circunferência**

(Página 25)

**Etapas:**

- E<sub>1</sub>. Criar um número em controle deslizante "n" (número, mínimo 3 e máximo 30 com incremento de 1);
- E<sub>2</sub>. Criar um círculo de centro e raio qualquer (por exemplo, 4 ou 6) cm;
- E<sub>3</sub>. Inserir um ponto "B" sobre a circunferência selecionando o ícone “Ponto”;
- E<sub>4</sub>. Selecionar o ícone “Ângulo com Amplitude Fixa” no ícone “Ângulo” e clicando no ponto "B" e no outro ponto gerado "B'";
- E<sub>5</sub>. Construir dois segmentos, selecionando o ícone “Segmento” dentro do ícone “Reta” e clicar no centro "A" e nos pontos "B" e "B'";
- E<sub>6</sub>. Selecionar o ícone “Polígono Regular” no ícone “Polígono” para construir um polígono regular, clicar nos pontos "B" e "B'" inserindo o número de lados igual a "n" que aparecerá em uma caixa;
- E<sub>7</sub>. Construir um ponto médio no segmento BB', selecionando o ícone “Ponto Médio ou Centro” no ícone “Ponto”;
- E<sub>8</sub>. Selecionar o ícone “Segmento” no ícone “Reta” e clicar no centro da circunferência e no ponto médio do lado BB';
- E<sub>9</sub>. Selecionar o ícone “Círculos dados Centro e um de seus Pontos” clicando no centro e no ponto médio do lado BB';
- E<sub>10</sub>. Alterar atributos como: cor, renomear, exibir objetos e rótulos, e espessura do traçado, selecionar o objeto e clicar com o botão direito do mouse e/ou selecionar propriedades ou selecionar os itens abaixo do nome “Janela de Visualização”.

### 3 METODOLOGIA

Quanto ao objeto de estudo apresentado nesta proposta de trabalho, está pautado na direção de uma revisão teórica, sobre os autores levantados; bem como, leitura de algumas dissertações do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional (PROFMAT). Sendo a busca destes, realizado no site - repositório digital (Menu Dissertações).

Procedeu a busca da seguinte forma: entre tantas tentativas inseridas, registramos no campo “Título” a palavra chave “GeoGebra”, onde foi observado um total de 341 registros, voltados para esta temática. Logo, percorrendo as 18 páginas que comportam os 341 trabalhos na plataforma, selecionamos alguns, cuja temática se voltasse à geometria plana e uso do GeoGebra, como

também, comprimento e área do círculo e GeoGebra. Assim, selecionamos alguns materiais de alguns autores, a saber: THOMÉ; SILVA, Teotônio; SOUSA; ALVES; SILVA, Marcos. Leituras estas que forneceram uma maior compreensão da temática, assim como, entender o quanto a mesma é abordada dentro da geometria. Diante da importância de se estudar e compreender algum tópico da geometria plana; vista sua forte utilização prática e presença no cotidiano resolvemos abordar tal objeto de estudo.

No entanto, visando a abordagem no âmbito tecnológico, sobretudo, compreendido a importância do uso do software GeoGebra para facilitação dos conteúdos ensinados em sala de aula nas diversas áreas de conhecimento da matemática. Pois, entendemos o uso deste como forte ferramenta que pode potencializar o ensino e aprendizagem, quando utilizado de maneira correta, ou seja, desde que o professor domine tal recurso digital e veja qual o objetivo ele pretende alcançar com este. Fica claro que como estratégia de ensino estamos por meio da tecnologia proporcionando um meio para o estudo da matemática, em especial para o cálculo do comprimento e área de um círculo.

Desta forma, a sequência estrutural para este estudo é composta da seguinte forma:

Conhecimento da importância da tecnologia na educação, particularmente, no ensino de matemática;

Pesquisa e análise das produções de trabalhos que versam sobre o uso do GeoGebra em conteúdos matemáticos;

Conhecimento e familiarização breve das ferramentas do GeoGebra, necessário para abordagem desta pesquisa;

Apresentação de alguns conceitos preliminares para o nosso estudo;

Abordagem dos conceitos pretendidos e algumas aplicações/problemas sugeridas e encontradas em livros didáticos.

#### **4 RESULTADOS E DISCUSSÕES**

A matemática é um campo do saber ou área do conhecimento na qual ao estudar e compreender (seja qual for a subárea em questão) os conceitos apresentados; o sujeito desenvolve habilidades tais como: raciocínio lógico, análise crítica, argumentos, questionamentos, suposições, deduções, abstrações, características que fomentam o senso crítico analítico. Essencial para

facilitação desenvolvimento da compreensão e interpretação de conceitos de outras áreas de estudo fora da matemática. Percebido a dimensão de se estudar e compreender alguns conceitos fundamentais da matemática e vista sua aplicação efetiva e corriqueira na vida e na sociedade como todo, resolvemos elaborar este projeto focando na geometria plana, em especial no tópico do cálculo do comprimento e área do círculo.

A geometria, muitas vezes ou quase sempre, é pouco explorada em sala de aula, seja por não dar tempo, seja pelo fato de o professor não dominar muito bem – devido a defasagem na sua formação, ou mesmo por outros motivos. Diante disto, o estudante acaba tendo dificuldade nos estudos e na compreensão das aplicações que versam sobre esta temática; ficando então, com um déficit considerado e significativo nesta área. Por outro lado, sabendo da importância do estudo da geometria, por unir outras áreas como aritmética e álgebra, entendemos o potencial da mesma na construção de desenvolver o cognitivo, aguçar a visualização e abstração, atributos essenciais para elevar o raciocínio lógico. Como corrobora Lorenzato (1995):

A geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceito, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser classificados pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz (LORENZATO, 1995).

E ainda, conforme Bulos (2011):

A geometria pode ser o caminho para desenvolvermos habilidades e competências necessárias para a resolução de problemas do nosso cotidiano, visto que o seu entendimento nos proporciona o desenvolvimento da capacidade de olhar, comparar, medir, adivinhar, generalizar e abstrair. (BULOS, 2011).

Neste sentido, com o uso da tecnologia, exclusivamente, pelo software GeoGebra, possibilitamos ao estudante uma melhor compreensão deste estudo; visto a dinamização, interação e intuição que o próprio GeoGebra oferece aos seus usuários. Nesta perspectiva, resolvemos abordar uma temática unindo o estudo da geometria e a tecnologia, por meio do recurso digital o GeoGebra, software educacional, como recurso metodológico didático para incentivar professores e estudantes a conhecerem esta ferramenta digital. Ao mesmo tempo, esperamos que por meio desta

abordagem de explanação em uma sala de aula possa de fato consolidar o aprendizado, bem como desconfigurar o ensino meramente expositivo de forma tradicional.

Com o intuito de favorecer um ensino de matemática significativo, mais consistente, interativo e dinâmico; que promova discussão entre os pares, seja educador/mediador e estudante ou estudante-estudante, e pensando em agregar a tecnologia como estratégia de ensino para despertar o interesse pela educação matemática, em particular, alguns conceitos pertinentes ao estudo do círculo.

Trazemos neste trabalho uma proposta de uma abordagem intuitiva sobre a temática para ser explorada em sala de aula. Bem como tornar explícito aos professores novas formas como proposta ou ideias de trabalhar conceitos matemáticos ou construções geométricas com este software, pois ele possibilita trabalhar habilidades por meio do seu uso pelos educandos, como: autonomia de pensamento e argumentos, criatividade, investigação, desperta a curiosidade, e sobretudo, desenvolve a intuição e abstração, além disso, possibilita resolver problemas. Tornando o estudante o sujeito protagonista, que constrói seu próprio aprendizado, pensamento já assegurado e considerado importante por alguns documentos oficiais da educação, seja a nível fundamental ou médio.

De acordo com a BNCC (Base Nacional Comum Curricular) um dos pilares para o ensino e aprendizagem no âmbito da tecnologia é a “cultura digital”, vejamos o que pauta duas competências gerais, relacionadas ao uso da tecnologia, a quarta e quinta:

**“Competência 4:** utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

**Competência 5:** Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva”.

De acordo com estes pensamentos e considerações, compreendemos não ser uma tarefa muito fácil nos dias atuais, e considerando os documentos oficiais, que por sua vez, são cada vez, mais exigentes para o professor; pensando o grande desafio que é formar um sujeito ativo, autônomo, reflexivo e crítico.

Em suma, entendemos ser de grande valia e oportuno abordar e explorar os tópicos de matemática por meio do GeoGebra, visto sua grande dimensão de aplicação e facilitação na visualização e movimento de objetos construídos. Como vimos, a manipulação dos objetos permite observar propriedades, assim como, enxergar conceitos de forma mais coerente e clara.

Diante do exposto durante o trabalho, enxergamos ser positivo e fundamental que o professor entenda e busque familiarizar-se com este software para melhorar e de forma muito consistente o ensino da matemática em sala de aula. Percebemos durante a pesquisa de trabalhos de dissertações no repositório do PROFMAT um vasto número de trabalhos envolvendo aplicações matemáticas e conceitos através da utilização do GeoGebra como ferramenta pedagógica para o ensino e aprendizagem da matemática.

Portanto, percebe-se que essa ferramenta digital veio para revolucionar as estratégias de ensino de matemática, bem como ampliar o horizonte quanto aos estudos e análise da matemática. Pois, diante de suas diversas alternativas e possibilidades de construções, abrange de forma eficiente, prática e sólida a resolução de problemas seja simples ou complexo, sendo mais eficiente e eficaz aos resultados procurados. Por outro lado, o estudante poderá também, inclusive, por meio dos seus erros e acertos esboçar seus conhecimentos e entendimentos matemáticos, na direção de novos aprendizados e investigações.

## **5 CONSIDERAÇÕES FINAIS**

Diante do levantamento dos autores e das pesquisas no campo do PROFMAT para identificar os trabalhos que utilizam ferramentas digitais – softwares educacionais para o ensino e aprendizagem da matemática, visualizamos inúmeras propostas de projetos através de seu uso. Todavia, vale ressaltar e salientar que a tecnologia em si apenas, não irá de fato consolidar uma aprendizagem significativa e transformadora. Por outro lado, entendemos que o educando também tem um papel fundamental nesse processo, ele precisa colaborar, está aberto a aprender, a conhecer, compreender, buscar ser curioso e constante na busca pela informação. Também é essencial enfatizar que o educador e mediador deve sempre estar em busca de aprender, inovar seus conhecimentos, na busca constante de evoluir e acompanhar ou tentar, as inovações para dar suporte aos seus nobres aprendizes. Ficou claro quanto aos tantos trabalhos sobre a matemática e o uso do GeoGebra, quanto favorece, quando bem aplicado e sob um planejamento ideal e de

acordo com o objetivo pretendido que ele poderá ser um bom aliado como prática e estratégia didática e metodológica para trilhar em sala de aula um caminho para elevar o senso crítico e o aprendizado do sujeito.

## REFERÊNCIAS

- ALVES, W. F. Marçal. **Uso do GeoGebra no Ensino de Geometria Plana no Ensino Básico**. Universidade Federal de Goiás – UFG/PROFMAT. Regional de Jataí, 2017. Disponível na biblioteca digital do Profmat.
- ALVES, W. F. Marçal. **Uso do GeoGebra no Ensino de Geometria Plana no Ensino Básico**. UNIVERSIDADE FEDERAL DE GOIÁS – UFG. Regional de Jataí. Unidade Acadêmica Especial de Ciências Exatas e Tecnológicas. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. Jataí, 2017.
- BALDIN, Yukiro Yamamoto. **Utilizações Diferenciais de Recursos Computacionais na Matemática** (CAS, DGS e Calculadoras Gráficas), anais do Primeiro Congresso de História e Tecnologias no Ensino de Matemática, Rio de Janeiro, 2002.
- BOYER, Carl B. **História da Matemática**. 1ª ed. Tradução: Elza F. Gomide. São Paulo-SP: Edgar Biucher, 1974.
- BRASIL, Governo Federal. **Ministério da Educação e Cultura - MEC**. Base Nacional Comum Curricular – BNCC. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acessado em: 19 de março de 2021.
- BRASIL, **Orientações Curriculares Nacionais para o Ensino Médio**. Brasília: MEC/SEB, 2006.
- BRASIL, **Parâmetros Curriculares Nacionais**. Brasília: MEC/SEF, 1997.
- BRASIL. **Secretaria de Educação Fundamental**. Parâmetros curriculares nacionais: terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental: introdução aos parâmetros curriculares. Brasília: MEC/SEF, 1998a.
- BULOS, Adriana Mascarenhas Mattos. **O Ensino da Geometria nos Anos Iniciais do Ensino Fundamental**. In: XIII CIAEM – IACME, Recife, Brasil, 2011.
- DANTE, L. Roberto. **Matemática: Contextos e Aplicações**. 3ª ed. São Paulo; Editora ática, 2017. 2ª série do ensino médio.

- DANTE, L. Roberto. **Matemática: Projeto Teláris**. 2ª ed. São Paulo; Editora ática, 2016. 8º e 9º ano do ensino fundamental.
- DOLCE, Osvaldo; POMPEO, J. Nicolau. **Fundamentos de Matemática Elementar: Geometria plana**. 8ª ed. Atual Editora.
- GABRIEL, M. **Educar a Revolução Digital na Educação**. Ed. 1. São Paulo: Saraiva, 2013.
- GEOGEBRA, **Site Oficial**. Disponível em: <https://www.geogebra.org/>. Acesso em: 10 de fevereiro de 2021.
- GRANDO, Cláudia Maria. **Geometria: espaço e forma**. Chapecó: Unochapecó; Coordenadoria de Educação a distância, 2008.
- GRAVINA, M. A. **Geometria dinâmica uma nova abordagem para o aprendizado da geometria**. IN: Anais do VII Simpósio Brasileiro de Informática na Educação, p.1-13, Belo Horizonte, 1996.
- KALEFF, Ana Maria. **Tomando o ensino da Geometria em nossas mãos**. Revista da Sociedade Brasileira de Educação Matemática – SBEM. Ano I, nº 2, 1994.
- KENSKI, V. M. **Tecnologias e ensino presencial e a distância**. 2 ed. Campinas: Papyrus, 2004. (série Prática Pedagógica).
- LOPES, Maria Maroni. **Sequência Didática para o Ensino de Trigonometria usando Software GeoGebra**. Bolema. Rio Claro (SP), V. 27, n. 46, p. 631-644, ago. 2013. Disponível em: <<http://https://www.scielo.br/pdf/bolema/v27n46/v27n46a19.pdf>>. Acesso em 18 de fevereiro de 2021.
- LORENZATO, Sérgio. **Por que não ensinar Geometria?** Educação Matemática em Revista.
- MORAES, M. C. **Subsídios para Fundamentação do Programa Nacional de Informática na Educação**. Secretaria de Educação à Distância. Ministério de Educação e Cultura, janeiro 1997.
- MORAN, José Manuel et al. **Novas tecnologias e mediação pedagógica**. 6 ed. Campinas: Papyrus, 2000.
- OGEOGEBRA, **Site**. Disponível em: <https://ogeogebra.com.br/site/>. Acesso em 10 de fevereiro de 2021.
- PAIVA, Manoel. **Matemática Paiva**. 3 ed. São Paulo: Moderna; p. 66, 2015.
- PAULO, Rosa Monteiro; FIRME, I. Cordeiro; BATISTA, C. Cordeiro. **Ser Professor com Tecnologias: Sentidos e Significados**. São Paulo: Cultura Acadêmica, 2018. ISBN: 978-85-7983-956-6 (Ebook).

PINTO, R. M.; PENTEADO, M. G. **Geometria Dinâmica para sala de aula**. In: CONGRESSO DE INICIAÇÃO CIENTÍFICA DA UNESP, 21, 2009, São José do Rio Preto. Anais... São José do Rio Preto: Unesp, 2009. p.9375-9378.

PRENSKY, M.. **Digital Natives Digital Immigrants**. In: PRENSKY, Marc. On the Horizon. NCB University Press. Vol. 9. No. 5, October (2001a). Disponível em: [https://www.ucs.br/ucs/tplcinfe/eventos/cinfe/artigos/artigos/arquivos/eixo\\_tematico7/TECNOLOGIAS%20DIGITAIS%20E%20ACOES%20DE%20APRENDIZAGEM%20DOS%20NATIVOS%20DIGITAIS](https://www.ucs.br/ucs/tplcinfe/eventos/cinfe/artigos/artigos/arquivos/eixo_tematico7/TECNOLOGIAS%20DIGITAIS%20E%20ACOES%20DE%20APRENDIZAGEM%20DOS%20NATIVOS%20DIGITAIS). Acesso em: 10 fevereiro de 2021. \_\_\_\_\_ . Digital Game-Based Learning. Minnesota: Paragon House, 2001b.

PRISKE, Andréia Luisa et al. **Minicurso de GeoGebra**. Universidade Federal de Santa Maria – RS (Grupo Pet Matemática de UFSM), 2006. Disponível em: [https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/783/2020/02/Apostila\\_GeoGebra.pdf](https://www.ufsm.br/app/uploads/sites/783/2020/02/Apostila_GeoGebra.pdf). Acesso em: 11 de fevereiro de 2021.

PROFMAT – **Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional**. Disponível em:< <https://www.profmtat-sbm.org.br/dissertacoes/>>. Acesso em: 26 de fevereiro de 2021.

SILVA, G. H.G.; PENTEADO, M.G. **O trabalho com Geometria dinâmica em uma perspectiva investigativa**. In: I simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia- SINTEC. Ponta Grossa: I Simpósio Nacional de Ensino de Ciência e Tecnologia, 2009, v.1, 2009.

SILVA, M. R. Alves. **A utilização do software GeoGebra no processo de ensino-aprendizagem da geometria plana**. UNIVERSIDADE FEDERAL DE ALAGOAS – UFA. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PRFMAT. Maceió, 2017.

SILVA, T. Vieira. **Áreas de figuras planas e volumes envolvendo sólidos geométricos, uma abordagem conceitual e aplicada**. UNIVERSIDADE ESTADUAL DO PIAUÍ – UEP. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. Teresina, 2019.

Sociedade Brasileira em Educação Matemática - SBEM. São Paulo, Vol. 4, 1995.

SOUSA, V. Morais. **Cálculo de Áreas: Uma abordagem através do GeoGebra no Ensino Médio**. Universidade Estadual do Maranhão – UEMA/PROFMAT. São Luiz, 2018. Disponível na biblioteca digital do Profmat.

SOUSA, Vilson Morais. **Cálculo de áreas: Uma abordagem através do GeoGebra no Ensino Médio**. UNIVERSIDADE ESTADUAL DO MARANHÃO – UEMA. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT. São Luis, 2018.

SOUZA, C. E.; GRAVINA, M. A. **Geometria com animações interativas**. CINTED/UFRGS – Novas Tecnologias da Educação, v.7, n.1, jul. 2009.

THOMÉ, R. Ferraz. **O cálculo da área do círculo com o auxílio do software GeoGebra**. UNIVERSIDADE FEDERAL DE SÃO CARLOS – UFSCar. Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT. São Carlos, 2016.

WAGNER, Eduardo. **Teorema de Pitágoras e Áreas**. Rio de Janeiro; IMPA, 2015.