



**INSTITUTO
FEDERAL**
Paraíba

Campus
Cajazeiras

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CAMPUS CAJAZEIRAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

FLAVIANO ABREU DE OLIVEIRA

**ANÁLISE DA COMPREENSÃO DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA SOBRE A
RELAÇÃO PARTE-TODO DOS NÚMEROS RACIONAIS**

CAJAZEIRAS-PB

2022

FLAVIANO ABREU DE OLIVEIRA

**ANÁLISE DA COMPREENSÃO DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA SOBRE A
RELAÇÃO PARTE-TODO DOS NÚMEROS RACIONAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal da Paraíba, como requisito à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador(a): Prof.^a Dr.^a Fernanda Andrea F. Silva.

CAJAZEIRAS-PB

2022

FLAVIANO ABREU DE OLIVEIRA

**ANÁLISE DA COMPREENSÃO DE LICENCIANDOS EM MATEMÁTICA SOBRE A
RELAÇÃO PARTE-TODO DOS NÚMEROS RACIONAIS**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal da Paraíba, como requisito à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Data de aprovação: 28/04/2022

Banca Examinadora:

Fernanda Andrea F. Silva

Prof.^a DR^a Fernanda Andrea F. Silva
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba
Orientadora

Antônia Edivaneide de Sousa Gonzaga

Prof.^a DR^a Antônia Edivaneide de Sousa Gonzaga
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba
Examinadora

Stanley Borges de Oliveira

Prof. Me. Stanley Borges de Oliveira
Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba
Examinador

IFPB / Campus Cajazeiras
Coordenação de Biblioteca
Biblioteca Prof. Ribamar da Silva
Catalogação na fonte: Suellen Conceição Ribeiro CRB-2218

O48a Oliveira, Flaviano Abreu de

Análise da compreensão de licenciandos em matemática sobre a relação parte-todo dos números racionais / Flaviano Abreu de Oliveira. – Cajazeiras/PB: IFPB, 2022.

71f.:il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba-IFPB, Campus Cajazeiras. Cajazeiras, 2022.

Orientador(a): Prof.a Dr.a Fernanda Andrea F. Silva..

1. Matemática. 2. Números Racionais. 3. Licenciatura em Matemática.

I. Oliveira, Flaviano Abreu de. II. Título.

CDU: 51 O48a

Dedico este trabalho primeiramente a Deus por ter me dado forças, saúde e disposição para tê-lo concluído de forma satisfatória, e a minha progenitora Sebastiana, a qual nunca deixou faltar nada em toda minha vida e no decorrer de meus passos escolares e acadêmicos sempre esteve ao meu lado!

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus em primeiro lugar, pois sem a sua ajuda, a sua direção e o seu agir eu não teria capacidade para estar aqui, por se fazer presente em todos os momentos, por me ter dotado de saúde, sabedoria e disposição para alcançar mais uma vitória em minha vida.

Aos meus pais, em especial minha mãe, Sebastiana Abreu de Oliveira que com toda humildade e simplicidade ensinou-me a ser uma pessoa decente a respeitar e buscar meus sonhos de forma honesta, ainda que seja com muito trabalho, mas sem nunca passar por cima de nenhum semelhante.

Agradeço também a minha família por estar ao meu lado todo esse tempo me dando força, apoio e confiança.

A minha professora orientadora, Profa. Dra. Fernanda Andréa Fernandes Silva, pelas suas instruções e dedicação, que contribuiu significativamente para a realização deste trabalho.

A todos meus amigos, colegas e professores do curso de Licenciatura da Matemática do IFPB, Campus Cajazeiras por confiarem em mim, sempre me dando forças para não desistir.

RESUMO

O presente trabalho trata-se de uma pesquisa de abordagem qualitativa com o objetivo de analisar a compreensão de licenciandos em matemática sobre a relação parte-todo dos números racionais. Para este fim, tomamos como referência a Teoria dos Registros de Representações Semióticas - TRRS de Raymond Duval, o estudo de Silva (2018) desenvolvido no seu doutoramento e a pesquisa de Silva e Câmara dos Santos (2020), que estabeleceu graus de não congruência semântica nas conversões entre os registros geométrico bidimensional e numérico fracionário dos números racionais. A pesquisa aqui realizada, teve como instrumento de pesquisa um questionário composto por 12 questões de forma objetiva, envolvendo as conversões entre o registro geométrico bidimensional e o simbólico fracionário, retirado de Silva (2018). Participaram desta pesquisa 103 licenciandos em matemática do IFPB campus Cajazeiras. Concluímos que um grande número de licenciandos demonstraram dificuldades de compreensão dos elementos semiocognitivos envolvidos nesses tipos de conversões. Pudemos verificar, que entre todos os seis graus de não congruência semântica, o procedimento da dupla contagem esteve bastante presente, com desprezo das formas e áreas das subfiguras da figura geométrica inicial ao ser estabelecida a relação parte-todo e realizada a conversão para o registro simbólico fracionário. Além disso os procedimentos todo-parte e parte- parte foram muito utilizados nas estratégias de resolução das questões.

Palavras-chave: Números racionais; relação parte-todo; graus de não congruência semântica; licenciandos em matemática; registro geométrico bidimensional.

ABSTRACT

The present work is a research with a qualitative approach with the objective of analyzing the comprehension of undergraduates in mathematics about the part-whole relationship of rational numbers. For this purpose, we take as reference the Theory of Registers of Semiotic Representations - TRRS by Raymond Duval, the study by Silva (2018) developed in his PhD and the research by Silva and Câmara dos Santos (2020), that established degrees of semantic non-congruence in the conversions between the two-dimensional geometric and fractional numerical registers of the rational numbers. The research carried out here had as a research instrument a questionnaire composed of 12 questions in an objective way, involving the conversions between the two-dimensional geometric register and the fractional symbolic, taken from Silva (2018). A total of 103 undergraduates in mathematics from the IFPB campus Cajazeiras participated in this research. We conclude that a large number of undergraduates have shown difficulties in understanding the semicognitive elements involved in these types of conversions. We were able to verify that, among all six degrees of semantic non-congruence, the double counting procedure was quite present, with contempt for the shapes and areas of the subfigures of the initial geometric figure when the part-whole relationship was established and conversion to the fractional symbolic register was carried out. In addition, the whole-part and part-part procedures were very used in the resolution question strategies.

Keywords: Rational numbers; part-whole relationship; degrees of semantic non-congruence; undergraduates in mathematics; two-dimensional geometric record.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 - Figuras perceptuais	17
Figura 2 - Esquema relativo a conversão de não congruência semântica entre uma figura perceptual com um inteiro do registro geométrico bidimensional dos números racionais e a representação simbólica no registro simbólico fracionário.....	18
Figura 3 - Figuras perceptuais com mais de um inteiro	19
Figura 4 - Esquema relativo a conversão entre uma figura perceptual com mais de um inteiro do registro geométrico bidimensional dos números racionais e sua representação simbólica no registro simbólico fracionário.....	20
Figura 5 - Figuras operatórias por inclusão das partes.....	21
Figura 6 - Esquema relativo à análise da conversão entre uma figura operatória por inclusão das partes do registro geométrico bidimensional dos números racionais e uma fração de magnitude relativa no registro simbólico fracionário.....	22
Figura 7 - Figuras operatórias por divisão.....	23
Figura 8 - Esquema relativo à análise da conversão entre uma figura operatória por divisão do registro geométrico bidimensional dos números racionais e uma fração própria de magnitude literal no registro simbólico fracionário.....	24
Figura 9 - Figuras operatórias por modificação das formas.....	25
Figura 10 - Esquema relativo à análise da conversão entre uma figura operatória por modificação das formas do registro geométrico bidimensional dos números racionais e uma fração própria de magnitude literal no registro simbólico fracionário.....	26
Figura 11 - Figuras operatórias por modificação das áreas e das formas.....	27
Figura 12 - Esquema relativo à análise da conversão entre uma figura operatória por modificação das áreas e das formas do registro geométrico bidimensional dos números racionais e uma fração própria de magnitude literal no registro simbólico fracionário.....	28
Figura 13 - Questões 1 e 8.....	31
Figura 14 - Questões 11 e 12.....	34
Figura 15 - Questões 4 e 7.....	38
Figura 16 - Questões 2 e 10.....	42
Figura 17 - Questões 3 e 5.....	45
Figura 18 - Questões 6 e 9.....	49

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 - Quantitativo de acertos e erros das questões (1) e (8)	32
Gráfico 2 - Quantitativo de acertos parciais da questão (8)	33
Gráfico 3 - Quantitativo de acertos e erros das questões (11) e (12)	35
Gráfico 4 - Quantitativo de acertos parciais da questão (11)	35
Gráfico 5 - Quantitativo de acertos parciais da questão (12)	37
Gráfico 6 - Quantitativo de acertos e erros das questões (4) e (7)	39
Gráfico 7 - Quantitativo de acertos parciais da questão (4)	40
Gráfico 8 - Quantitativo de acertos e erros da questão (7)	41
Gráfico 9 - Quantitativo de acertos parciais das questões (2) e (10)	42
Gráfico 10 - Quantitativo de acertos e erros da questão (2)	43
Gráfico 11 - Quantitativo de acertos parciais das questões (3) e (5)	46
Gráfico 12 - Quantitativo de acertos parciais da questão (3)	47
Gráfico 13 - Quantitativo de acertos e erros da questão (5)	48
Gráfico 14 - Quantitativo de acertos parciais das questões (6) e (9)	50
Gráfico 15 - Quantitativo de acertos parciais da questão (6)	50
Gráfico 16 - Quantitativo de acertos parciais da questão (9)	51

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	10
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS	13
2.1 A Teoria dos Registros de Representação Semiótica	13
2.2 Graus de Não Congruência Semântica nas Conversões entre os Registros Geométrico Bidimensional e o Simbólico Fracionário dos Números Racionais.....	15
2.3 Procedimentos Metodológicos.....	28
3 ANÁLISE DOS DADOS QUANTO AOS GRAUS DE NÃO CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA DO 1 AO 6	31
3.1 Análise das Questões 1 e 8 Referentes ao Grau 1 de Não Congruência Semântica.....	31
3.2 Análise das Questões 11 e 12 Referentes ao Grau 2 de Não Congruência Semântica.....	34
3.3 Análise das Questões 4 e 7 Referentes ao Grau 3 de Não Congruência Semântica.....	38
3.4 Análise das Questões 2 e 10 Referentes ao Grau 4 de Não Congruência Semântica.....	42
3.5 Análise das Questões 3 e 5 Referentes ao Grau 5 de Não Congruência Semântica.....	45
3.6 Análise das Questões 6 e 9 Referentes ao Grau 6 de Não Congruência Semântica.....	49
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	53
5 REFERÊNCIAS	58
6 APÊNDICES	59
Apêndice A: Instrumento de Pesquisa.....	59
Apêndice B: Termo de Consentimento Livre e Esclarecido.....	68

1 INTRODUÇÃO

Esta pesquisa teve como finalidade, analisar a compreensão de licenciandos em matemática, sobre a relação parte-todo dos números racionais trabalhada prioritariamente na escola a partir de figuras geométricas bidimensionais em que é solicitada escrever a fração que corresponde a parte pintada da figura. Pretendeu-se dar continuidade a um estudo desenvolvido por Silva (2018) a qual analisou a influência do fenômeno apontado por Duval (2009) da não congruência semântica¹ nas transformações entre as figuras geométricas e as frações, representações semióticas dos números racionais.

Silva (2018) classificou em seis graus de não congruência semântica as conversões entre o registro geométrico bidimensional, como registro de partida, e o numérico fracionário, como registro de chegada, dos números racionais. Silva (idem) denominou de 'registro geométrico bidimensional dos números racionais' as figuras geométricas bidimensionais, podendo ser polígonos e círculos. Neste registro é trabalhada nas escolas a relação parte-todo dos números racionais, onde as figuras geométricas são divididas em 'n' partes de mesma área, sendo que cada parte é representada por '1/n' do inteiro, e o total de partes congruentes 'm', pintadas ou hachuradas do inteiro, 'm/n'.

Sendo assim, para Silva (idem) o particionamento em áreas congruentes das figuras geométricas, pode abordar ideias como, quanto maior a área de cada parte, o número de partes do todo será menor, sendo que essa ideia é característica do registro geométrico bidimensional dos números racionais. Entretanto, para Silva (idem), as figuras geométricas que são totalmente particionadas em subfiguras de mesma forma e áreas congruentes, podem levar o sujeito a utilizar o processo da dupla contagem para determinar a relação parte-todo e fazer a conversão entre o registro geométrico bidimensional e o registro numérico fracionário.

Silva e Moretti (2020) afirmam que o processo da dupla contagem corresponde a contagem das partes do inteiro que foram tomadas ou pintadas, e das partes do inteiro que foi dividido, não garantindo que o aluno tenha uma compressão da relação

¹ O fenômeno da não congruência semântica é apontado por Duval (2009) como sendo o quanto transparece ou não uma transformação entre sistemas semióticos distintos, em que se mantém o objeto representado.

entre as partes e o todo. Além disso o sujeito pode não compreender a importância e necessidade da congruência entre as áreas das partes.

Segundo Silva e Moretti (idem), essas figuras geométricas, podem ter particionamento explícito ou implícito. Aquelas que apresentam particionamento explícito são figuras perceptuais², onde o sujeito vai precisar somente identificar as partes congruentes que forma o todo e as partes destacadas, e assim representar no registro simbólico fracionário, ou seja, não precisa fazer nenhum tratamento. Enquanto que as figuras geométricas que possuem o particionamento implícito precisam de alguma modificação para que seja possível a conversão, são as figuras que apresentam formas e subfiguras com um número de lados distintos, apresentando poucos elementos visíveis no estabelecimento na relação parte-todo, obrigando o sujeito ir além dos elementos perceptivos e realizar transformações na figura geométrica.

Com base nessas classificações quanto ao particionamento e em outros elementos, como possibilidade ou não de tratamento figural e nos critérios de não congruência semântica, definidos por Duval (2009), Silva (2018) propôs seis graus de não congruência semântica nas conversões entre o registro geométrico bidimensional e numérico fracionário. Segundo a autora, para que essas conversões entre esses respectivos registros sejam relevantes para os alunos, é necessário abordar todos os graus de não congruência semântica encontrados nesse estudo.

Estes graus indicam o quanto deixam de transparecer os elementos figurais e simbólicos que devem ser levados em consideração ao se tentar estabelecer a relação parte-todo na figura geométrica e encontrar a fração correspondente. Para cada grau de não congruência semântica existe um tipo de figura a ser trabalhada.

Por outro lado, Oliveira (2021) aponta que mais de 80% das figuras geométricas utilizadas para trabalhar a relação parte-todo dos números racionais nos livros didáticos - LD de 6º e 7º anos das séries finais da educação básica pesquisados apresentam particionamento explícito, e que, portanto, não são trabalhados no LD todos os graus de não congruência semântica.

² De acordo com Silva, Moretti (2020) figuras perceptuais são figuras geométricas utilizadas para trabalhar a relação parte-todo dos números racionais que apresentam formas e áreas das partes ou subfiguras congruentes e não necessitam nenhum tipo de transformação para ser encontrada a fração irredutível, correspondente a parte pintada.

Desse modo, inferimos que os sujeitos podem chegar ao ensino superior com dificuldades no estabelecimento da relação parte-todo e conversão entre o registro geométrico bidimensional e o registro simbólico fracionário dos números racionais.

Sendo assim, temos como pergunta de pesquisa: que compreensão dos elementos semiocognitivos envolvidos nas transformações entre o registro de representação geométrico bidimensional (figuras geométricas) e o simbólico fracionário (frações) dos números racionais os licenciandos em matemática apresentam?

Portanto, esta pesquisa teve como objetivo geral, analisar a compreensão de licenciandos em matemática sobre a relação parte-todo dos números racionais. E como objetivos específicos investigar as unidades visuais que os licenciandos identificam nas figuras geométricas ao estabelecer a relação parte-todo; identificar a correspondência que os licenciandos estabelecem entre os registros geométricos bidimensional e numérico fracionário dos números racionais ao realizar a conversão entre esses registros.

Neste capítulo apresentamos o tema de pesquisa, a justificativa pelo tema escolhido, objetivos gerais e específicos.

No segundo capítulo, trazemos a fundamentação teórica que tem como base a Teoria dos Registros de Representação Semióticas desenvolvida por Raymond Duval e o estudo realizado por Silva (2018), que propôs seis graus de não congruência semântica nas conversões entre o registro geométrico bidimensional e o simbólico fracionário dos números racionais.

No terceiro capítulo, apresentamos o percurso metodológico da pesquisa, e o detalhamento do questionário que foi o instrumento de pesquisa utilizado para coleta de dados da nossa análise.

No quarto capítulo, apresentamos a análise dos dados quanto aos graus de não congruência semântica, discutindo os resultados encontrados no instrumento de pesquisa aplicado para os licenciandos em matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, IFPB do campus Cajazeiras /PB. Em seguida as considerações finais, e por fim as referências e apêndices.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E PROCEDIMENTOS METODOLÓGICOS

Este capítulo discute uma breve introdução da Teoria dos Registros de Representação Semióticas desenvolvida por Raymond Duval, como também, o estudo realizado por Silva (2018), que propôs seis graus de não congruência semântica nas conversões entre o registro geométrico bidimensional e o simbólico fracionário dos números racionais.

2.1 A Teoria dos Registros de Representação Semióticas

Para Duval (2012), existe uma palavra importante na matemática, que é a palavra "representação", mais comumente usada na forma verbal "representar". Uma escrita, uma notação, um número, uma função, um vetor, um segmento, um ponto, um círculo entre outros, representam objetos matemáticos, isso significa que objetos matemáticos não devem ser nunca confundidos com a sua representação semiótica.

Portanto é possível perceber que, a aprendizagem em matemática se diferencia da aprendizagem em outras áreas do conhecimento pelo modo de acesso aos seus objetos do saber. Na matemática, os objetos do conhecimento, a exemplo dos números, das funções, das relações geométricas são todos abstratos, os quais querem dizer que não podem ser diretamente percebidos, tocados, sentidos, ou mesmo, acessados por meio de instrumentos. Desse modo, o acesso a eles se dá sempre de forma indireta, por meio das suas representações semióticas [...]. (SILVA e MORETTI, 2020 p. 283).

Deste modo, é considerado um paradoxo cognitivo cogitar que,

De um lado, a apreensão dos objetos matemáticos não pode ser mais do que uma apreensão conceitual e, de outro, é somente por meio de representações semióticas que a atividade sobre objetos matemáticos se torna possível. (DUVAL, 2012 p. 268).

Pois, de acordo com Duval (2012) os objetos matemáticos são entidades abstratas, portanto estão no mundo das ideias, ou seja, não podemos ter um contato direto com esses objetos.

Dessa forma o autor assegura que, as representações mentais recobrem o conjunto de imagens e, mais globalmente, as conceitualizações que um indivíduo pode ter sobre um objeto, sobre uma situação e sobre o que lhe é associado. As representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento. Uma figura geométrica, um enunciado em língua natural, uma fórmula algébrica, um

gráfico são representações semióticas que exibem sistemas semióticos diferentes. (DUVAL, 2012 p. 269).

É compreensível que as representações não sejam apenas necessárias para fins de comunicação, elas também são essenciais para as atividades cognitivas do pensamento, afirma Duval (2012). Valendo ressaltar que, o desenvolvimento da representação mental submete-se ao da representação semiótica, pois

O funcionamento cognitivo do pensamento humano se revela inseparável da existência de uma diversidade de registros semióticos de representação. Se é chamada “semiose” a apreensão ou a produção de uma representação semiótica, e “noesis” a apreensão conceitual de um objeto, é preciso afirmar que a noesis é inseparável da semiose. (DUVAL, 2012 p. 270).

Para Duval (2012), as principais atividades cognitivas fundamentais ligadas a semiose ao operar com a matemática envolve transformações entre representações semióticas, denominadas de ‘tratamento’ e ‘conversão’. “O tratamento de uma representação é a transformação desta representação no mesmo registro onde ela foi formada. O tratamento é uma transformação interna a um registro” (DUVAL, 2012 p. 272). Um exemplo de tratamento, é quando simplificamos uma fração para a forma irredutível.

“A conversão de uma representação é a transformação desta função em uma interpretação em outro registro, conservando a totalidade ou uma parte somente do conteúdo da representação inicial ” (DUVAL, 2012 p. 272). Um exemplo de conversão, é transformação de uma figura geométrica bidimensional para uma fração. A conversão e o tratamento, correspondem a atividades cognitivas diferentes, sendo que uma não depende da outra.

De acordo com Duval (2012), “[...] na aprendizagem a conversão desempenha um papel essencial na conceitualização e, para melhor percebê-la, examine-se o quanto a diversidade de registros de representação engloba” (DUVAL, 2012 p. 277). Desse modo, Duval (Idem) aponta que a compreensão do objeto matemático só é adquirida pelo aluno ao transitar espontaneamente ao menos por dois dos seus registros de representações semióticas.

2.2 Graus de Não Congruência Semântica nas Conversões entre os Registros Geométrico Bidimensional e o Simbólico Fracionário dos Números Racionais.

As atividades matemáticas envolvendo figuras geométricas estimulam a prática de dois comportamentos importantes: o espontâneo e o controlado. O primeiro refere-se ao modo de perceber as formas geométricas. O segundo, a interpretação dos elementos que compõem a figura geométrica (DUVAL, 2012).

Dessa forma, o autor afirma que a figura geométrica acarreta interpretações próprias para cada situação em que as mesmas aparecem, denominadas de “apreensões” perceptiva das formas, discursiva, operatória e, sequencial das figuras.

A apreensão sequencial é necessária nas atividades que requerem a construção ou reprodução de uma figura geométrica. A apreensão perceptiva seria aquela que ocorre de forma espontânea na visualização do desenho relativo à figura geométrica, e visa à percepção das suas formas. A apreensão discursiva é necessária na articulação entre os elementos (propriedades e hipóteses) das figuras geométricas contidos no enunciado do problema, no registro da língua natural, e o desenho, no registro figurado. A apreensão operatória é centrada nas modificações possíveis de ocorrer no desenho da figura geométrica de origem e na forma de rever perceptivamente essa figura a partir dessas modificações. (SILVA, 2018 p.40)

Uma das principais dificuldades para os alunos compreenderem a relação parte-todo dos números racionais está relacionada ao conceito de área da figura geométrica. Outra questão está relacionada a sua divisão em partes congruentes (SILVA, 2018).

No entanto, Campos, Magina e Nunes (2006) ressaltam que,

As situações com significado parte-todo, muito usadas no ensino de fração no Brasil, resumem-se, em geral, em dividir uma área em partes iguais, em nomear uma fração como o número de partes pintadas sobre o número total de partes e em analisar a equivalência e a ordem da fração por meio da percepção. Tais ações levam os alunos a desenvolverem seus raciocínios sobre fração baseados principalmente na percepção, em detrimento das relações lógico-matemáticas. (CAMPOS; MAGINA & NUNES, 2006, p. 128).

Para Silva (2018), é de grande importância que o sujeito vá além das figuras geométricas totalmente particionadas em subfiguras de áreas congruentes para que possam compreender a relação parte-todo. Desta forma, trabalhem com figuras que tenham o particionamento implícito, para que possam considerar a congruência entre

as áreas das partes ou subfiguras e realizarem tratamentos específicos ao tipo de figura geométrica que está sendo trabalhada.

Para Duval (2004),

Nem sempre é fácil ver sobre uma figura as relações ou as propriedades relativas as hipóteses dadas e que correspondem com a solução buscada[...] é essencial do ponto de vista cognitivo e didático não confundir a possibilidade de tratamento figural com a legitimidade ou a justificação matemática destes tratamentos figurais. A possibilidade dos tratamentos figurais está vinculada às possibilidades de modificação que surgem das relações das partes com o todo, por exemplo, relações óticas, visuais ou posicionais de uma figura; modificações que podem efetuar-se física ou mentalmente e é independentemente de todo conhecimento matemático. (DUVAL, 2004, p. 162).

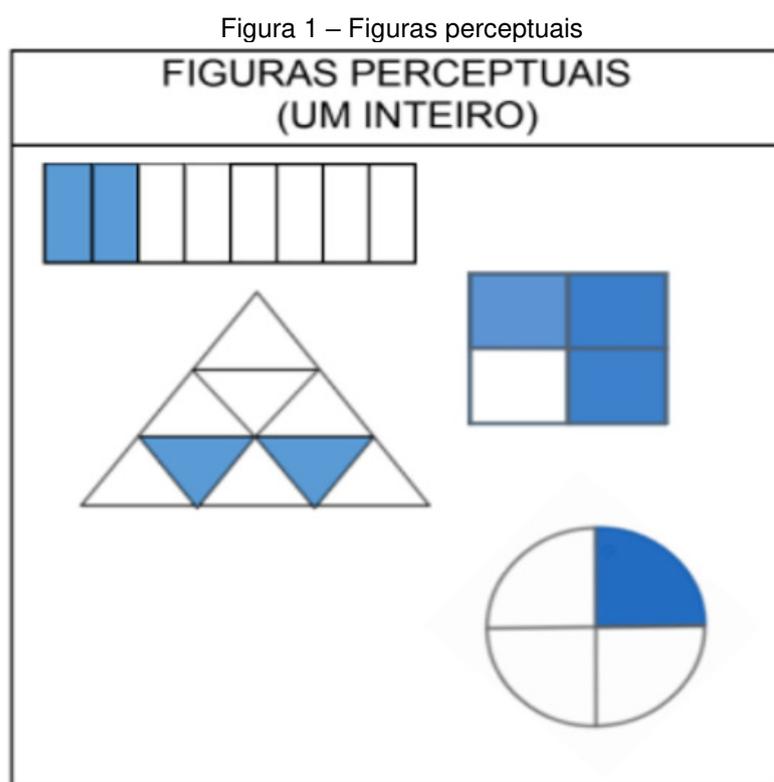
Assim, Silva e Câmara dos Santos (2020), definem que as figuras geométricas utilizadas para trabalhar a relação parte-todo dos números racionais, totalmente particionadas de forma explícita, são figuras perceptuais, onde o sujeito vai precisar somente identificar as partes congruentes que forma, o todo e as partes destacadas, e assim representar no registro simbólico fracionário, o resultado da contagem estabelecendo a relação parte-todo, sem precisar fazer nenhum tratamento na figura. Essas figuras geométricas são consideradas possuindo o menor grau de não congruência semântica, pois são perfeitamente adequadas com o procedimento da dupla contagem que é aquele em que o sujeito conta o número de partes pintadas e coloca sobre o número de partes que foi dividida a figura geométrica, sem que de fato, se possa ter certeza que foram consideradas as formas das subfiguras para se determinar a congruência entre as suas áreas.

Do mesmo modo, os autores classificam as figuras geométricas que trabalham a relação parte-todo dos números racionais, particionadas de forma implícita, ou seja, as que precisam de alguma modificação para que seja possível o estabelecimento da relação parte-todo e conversão para o registro simbólico fracionário, como aquelas que apresentam as subfiguras com formas e número de lados distintos, apresentando poucos elementos no estabelecimento na relação parte-todo. Sendo assim, o sujeito deve ir além dos elementos perceptivos e realizar uma operação heurística. Essas figuras são classificadas como sendo de menor grau de congruência semântica.

Sendo assim, Silva e Câmara dos Santos (2020) categorizaram em seis graus de não congruência semântica as conversões entre o registro geométrico

bidimensional, como o registro de partida, e o simbólico fracionário, como o registro de chegada.

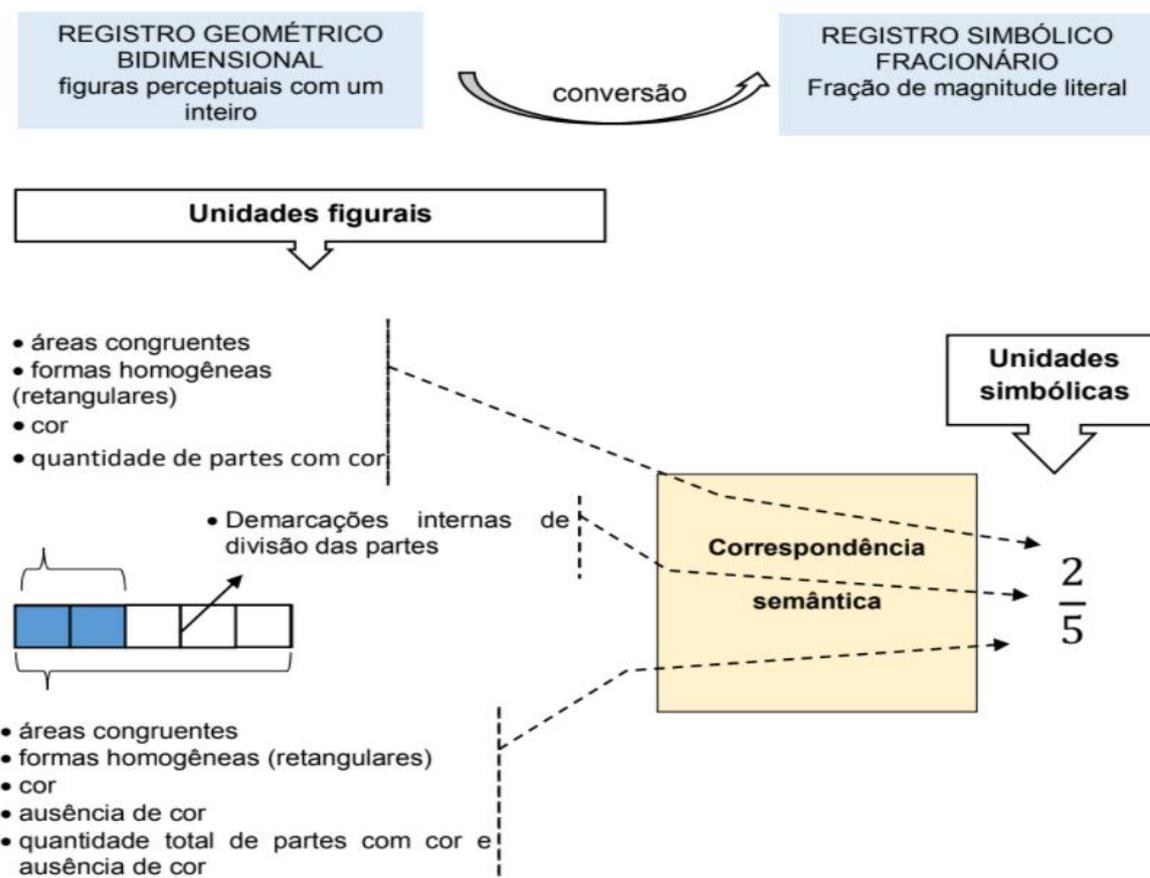
Grau 1 de não congruência semântica – neste grau estão as figuras perceptuais que representam um inteiro, que são caracterizadas como tendo particionamento explícito e áreas de subfiguras ou partes congruentes, de formas homogêneas e justapostas, pintadas ou não, como mostra a figura 1.



Fonte: Silva (2018 p. 79)

Nesse tipo de conversão, o sujeito necessita identificar o número de partes ou subfiguras que constitui o todo e o número de partes destacadas, realizando desta forma, o procedimento da dupla contagem. E representar no registro simbólico fracionário, em cima do traço de fração o valor numérico que corresponde a parte destacada e abaixo dele o valor numérico que representa o todo. Sendo assim, não precisará fazer qualquer modificação, podendo-se afirmar que o sujeito precisou apenas de uma apreensão perceptual e discursiva entre as representações figural e simbólica fracionária (SILVA; CÂMARA DOS SANTOS, 2020). A figura 2 mostra um exemplo da análise da conversão envolvendo esse tipo de figura.

Figura 2 - Esquema relativo a conversão de não congruência semântica entre uma figura perceptual com um inteiro do registro geométrico bidimensional dos números racionais e a representação simbólica no registro simbólico fracionário.

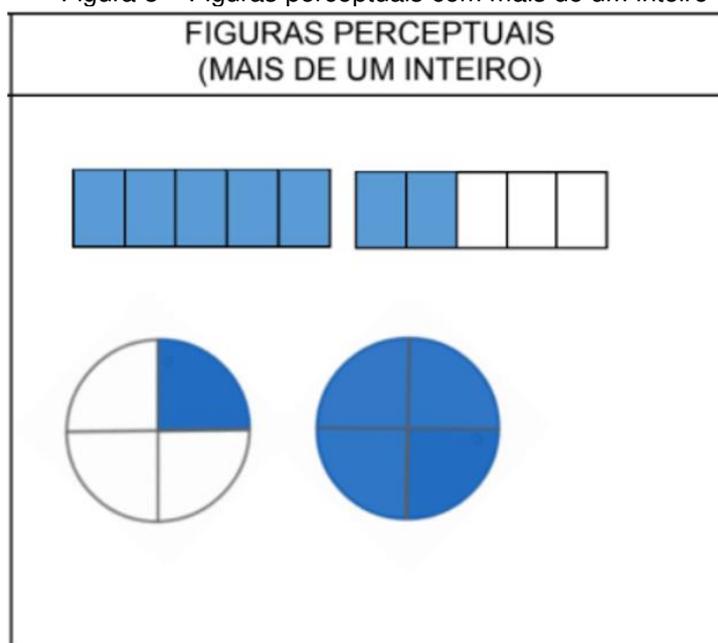


Fonte: Silva (2018 p.101)

Sendo assim, na Figura 2 podemos identificar as unidades figurais que possuem correspondência semântica, ou dito de outra forma, que possuem uma relação de mesmo significado com as unidades simbólicas, numerador, traço de fração e denominador. Nesse grau de não congruência semântica todas as unidades figurais levantadas possuem uma correspondência semântica com as unidades simbólicas. Sendo que algumas delas não tem um único significado, pois se relacionam ao mesmo tempo com duas unidades simbólicas, como é o caso, das áreas congruentes, formas homogêneas e cor das subfiguras. Sendo assim, não mantém nestes casos, o critério da univocidade semântica terminal (SILVA, 2018).

Grau 2 de não congruência semântica – neste grau estão as figuras perceptuais com mais de um inteiro, como mostra a figura 3.

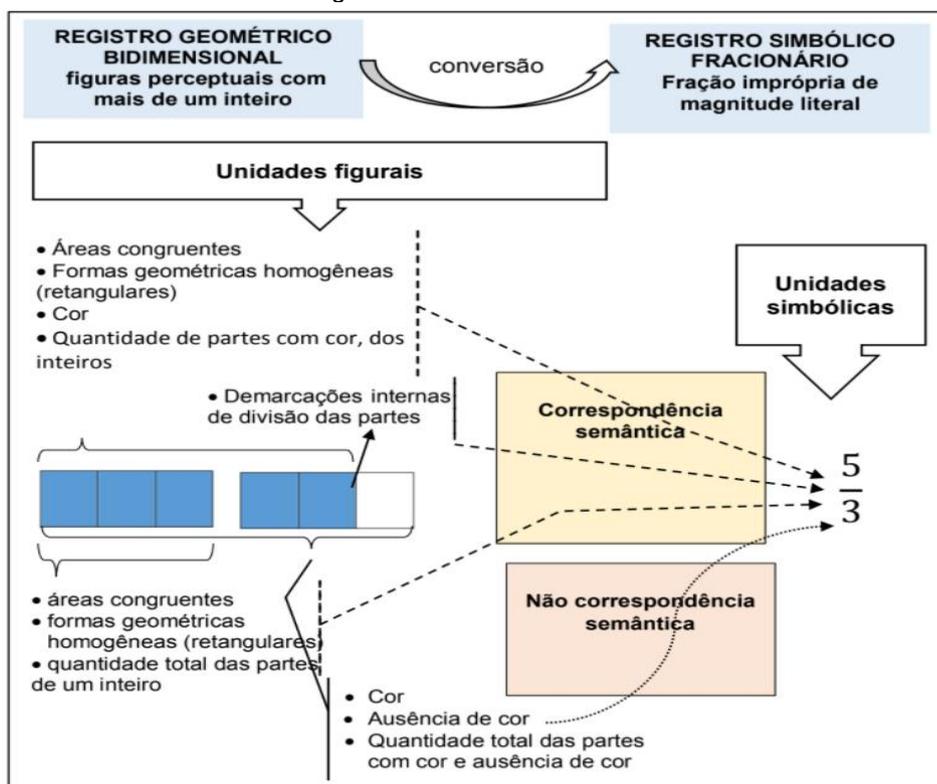
Figura 3 – Figuras perceptuais com mais de um inteiro



Fonte: Silva (2018 p. 79)

E o procedimento da dupla contagem nesse caso pode se mostrar menos “evidente”. Pois, o sujeito terá que realizar uma apreensão discursiva entre a unidade simbólica do denominador e a unidade figural que corresponde ao inteiro. Se o sujeito fizer uma leitura perceptual e não realizar uma apreensão discursiva dos elementos figurais e simbólicos poderá ser levado a considerar que a unidade simbólica denominador corresponde a contagem de todas as subfiguras dos dois inteiros (SILVA; CÂMARA DOS SANTOS, 2020). A figura 4 mostra um exemplo da análise da conversão envolvendo esse tipo de figura.

Figura 4 – Esquema relativo a conversão entre uma figura perceptual com mais de um inteiro do registro geométrico bidimensional dos números racionais e sua representação simbólica no registro simbólico fracionário.

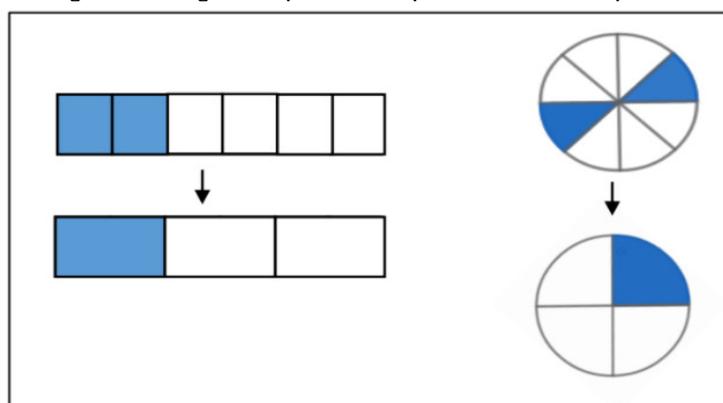


Fonte: Silva (2018 p.108)

No esquema da Figura 4, podemos observar que distintamente do grau anterior, existem elementos figurais que não possuem uma correspondência semântica com os elementos simbólicos. Entretanto, estes elementos figurais são utilizados no procedimento da dupla contagem para escrever o denominador da fração, como a 'quantidade total das partes com cor e ausência de cor'. Portanto, essa falta de correspondência semântica entre estes elementos figurais e simbólicos é apontada por Silva (2018) e Silva e Câmara dos Santos (2020) como podendo levar a um número elevado de erros nas conversões que têm este tipo de figuras geométricas como registro de partida, por utilizarem inadvertidamente o procedimento da dupla contagem.

Grau 3 de não congruência semântica – Neste grau estão as figuras operatórias por inclusão das partes como registro de partida, as quais possuem particionamento explícito com áreas congruentes e formas homogêneas, justapostas que podem sofrer uma transformação em suas subfiguras no sentido de reduzir o número de partes ou subfiguras, como mostra a figura 5.

Figura 5 – Figuras operatórias por inclusão das partes.



Fonte: Silva (2018 p.80)

Como resultado dessa transformação na figura inicial a conversão para o registro simbólico fracionário resultará numa fração irredutível. Este tipo de figuras geométricas trabalha o conceito de equivalência, por meio da apreensão operatória. Com essa reconfiguração o sujeito vai visualizar no registro simbólico fracionário, além da fração que é visualizada na figura geométrica inicial, antes da transformação, também a fração que lhe é equivalente (SILVA, 2018; SILVA, CÂMARA DOS SANTOS, 2020). A figura 6 mostra um exemplo da análise da conversão envolvendo esse tipo de figura.

Figura 6 – Esquema relativo à análise da conversão entre uma figura operatória por inclusão das partes do registro geométrico bidimensional dos números racionais e uma fração de magnitude relativa no registro simbólico fracionário.

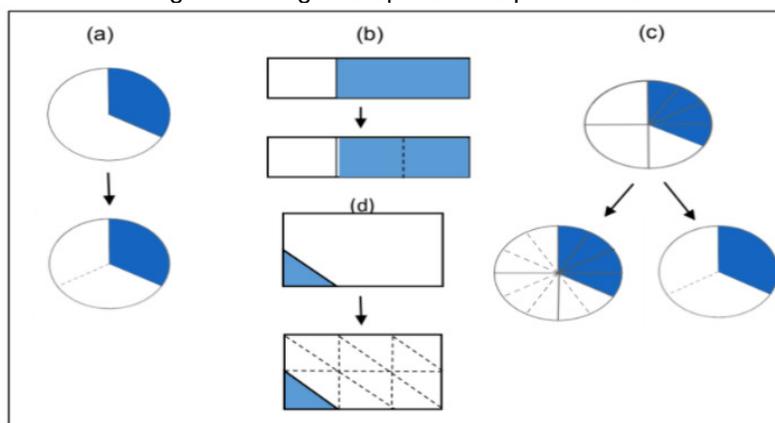


Fonte: Silva (2018 p.108)

Como podemos observar no esquema de Figura 6 estes tipos de figuras geométricas também irão apresentar elementos figurais que não apresentam correspondência semântica com os elementos simbólicos fracionários, tanto no numerador quanto no denominador. Além disso, são figuras que podem sofrer um tratamento antes da conversão para o registro simbólico fracionário para que a fração encontrada seja irredutível. Entretanto, as subfiguras ou partes ainda possuem áreas congruentes e formas homogêneas (SILVA, 2018; SILVA, CÂMARA DOS SANTOS, 2020).

Grau 4 de não congruência semântica - Neste grau estão as figuras operatórias por divisão, como registro de partida, as quais possuem particionamento implícito e áreas distintas das subfiguras, como mostra a figura 7.

Figura 7 – Figuras operatórias por divisão.

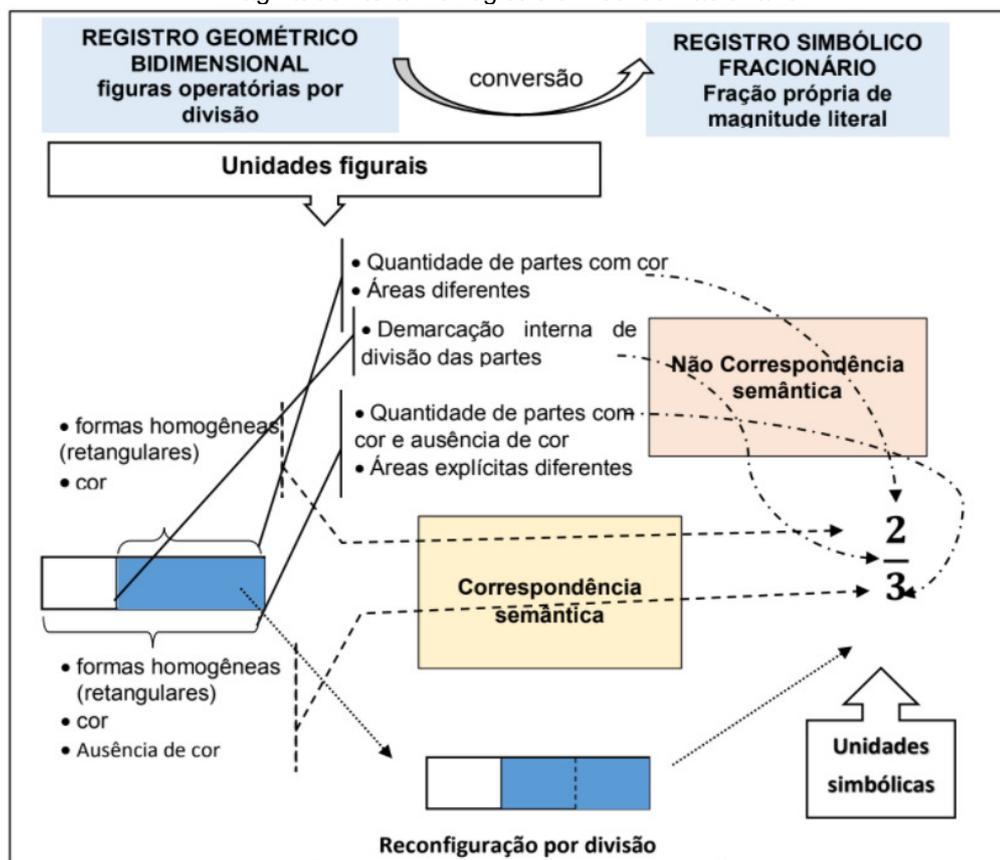


Fonte: Silva (2018 p.82)

Essas figuras geométricas dificultam a apreensão da unidade-parte³, fazendo com que o sujeito empreenda, além das apreensões, perceptual, discursiva, a operatória, realizando uma reconfiguração da figura geométrica por divisão das subfiguras ou partes. Ou seja, é necessário que seja identificada a unidade-parte e a figura geométrica seja particionada totalmente em partes ou subfiguras de áreas congruentes entre si (SILVA; CÂMARA DOS SANTOS, 2020). A figura 8 mostra um exemplo da análise da conversão envolvendo esse tipo de figura.

³ Unidade utilizada para particionar a figura geométrica em áreas congruentes.

Figura 8 – Esquema relativo à análise da conversão entre uma figura operatória por divisão do registro geométrico bidimensional dos números racionais e uma fração própria de magnitude literal no registro simbólico fracionário.

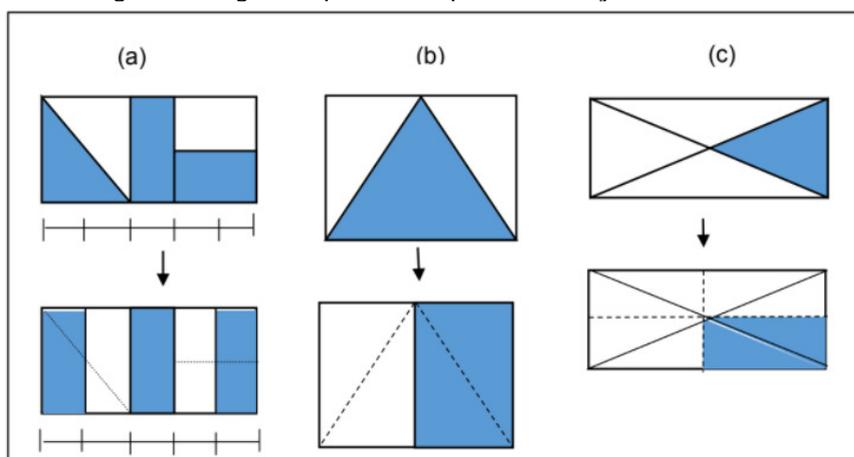


Fonte: Silva (2018 p.113)

Como mostra o esquema da Figura 8, estes tipos de figuras geométricas irão apresentar muito mais elementos figurais que não apresentam correspondência semântica com os elementos simbólicos fracionários, tanto no numerador quanto no denominador, que aqueles, apresentam uma correspondência semântica. Além disso, são figuras que, para que seja estabelecida a relação parte-todo, é necessário que seja realizado o tratamento na figura para particionamento em subfiguras de mesma área (SILVA; CÂMARA DOS SANTOS, 2020).

Grau 5 de não congruência semântica - Neste grau estão as figuras operatórias por modificação das formas, como registro de partida, as quais possuem subfiguras com formas distintas com áreas congruentes entre si como mostra a figura 9.

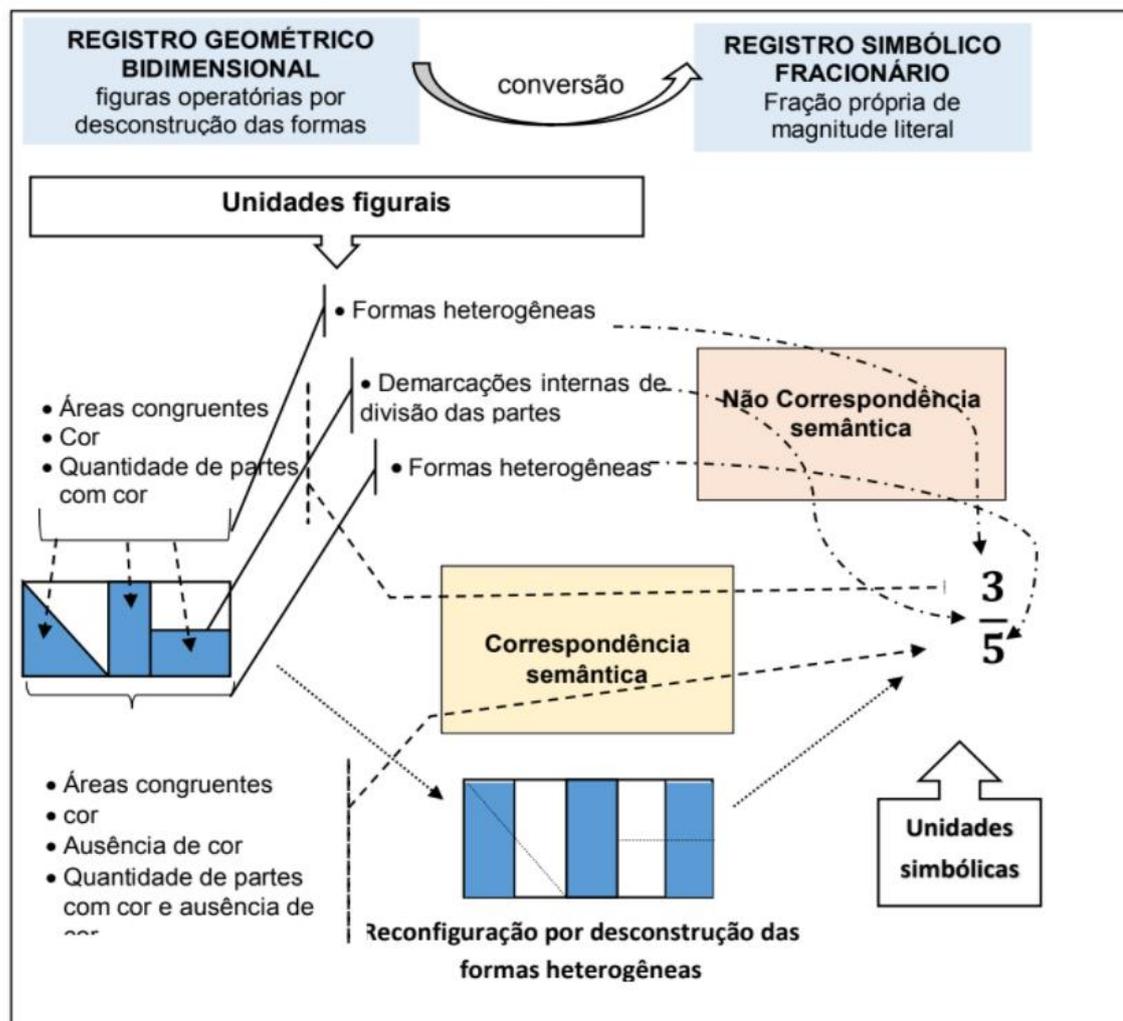
Figura 9 - Figuras operatórias por modificação das formas.



Fonte: Silva (2018 p.83)

Estas figuras geométricas dificultam a apreensão perceptiva da congruência entre as áreas das subfiguras, pois apresentam as partes ou subfiguras em formas geométricas distintas. Sendo assim, a conversão para o registro simbólico fracionário requer do sujeito além das apreensões, perceptual e discursiva, que efetue um tratamento na figura geométrica inicial, reconfigurando suas subfiguras, por desconstrução de suas formas geométricas para que sejam obtidas subfiguras de mesmas formas geométricas e reconhecidas a congruência entre as suas áreas. (SILVA; CÂMARA DOS SANTOS, 2020). A figura 10 mostra um exemplo da análise da conversão envolvendo esse tipo de figura.

Figura 10 – Esquema relativo à análise da conversão entre uma figura operatória por modificação das formas do registro geométrico bidimensional dos números racionais e uma fração própria de magnitude literal no registro simbólico fracionário.



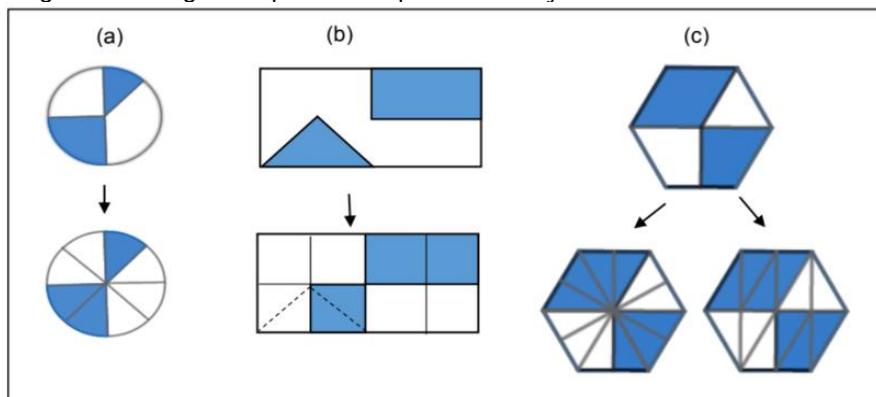
Fonte: Silva (2018 p.118)

Como mostra o esquema da Figura 10, estes tipos de figuras geométricas irão apresentar as formas heterogêneas que dificultam a visualização das áreas congruentes das subfiguras, não possuindo uma correspondência semântica com os elementos simbólicos. Além disso, necessitam de um tratamento para desconstrução das formas heterogêneas que poderão exigir movimentos de translação e rotação de subfiguras, o que leva a um maior custo cognitivo as conversões realizadas tendo estas figuras geométricas como registro de partida.

Grau 6 de não congruência semântica – Neste grau estão as figuras operatórias por modificação das áreas e das formas, como registro de partida, as quais possuem

particionamento implícito, formas e áreas distintas das subfiguras, como mostra a figura 11.

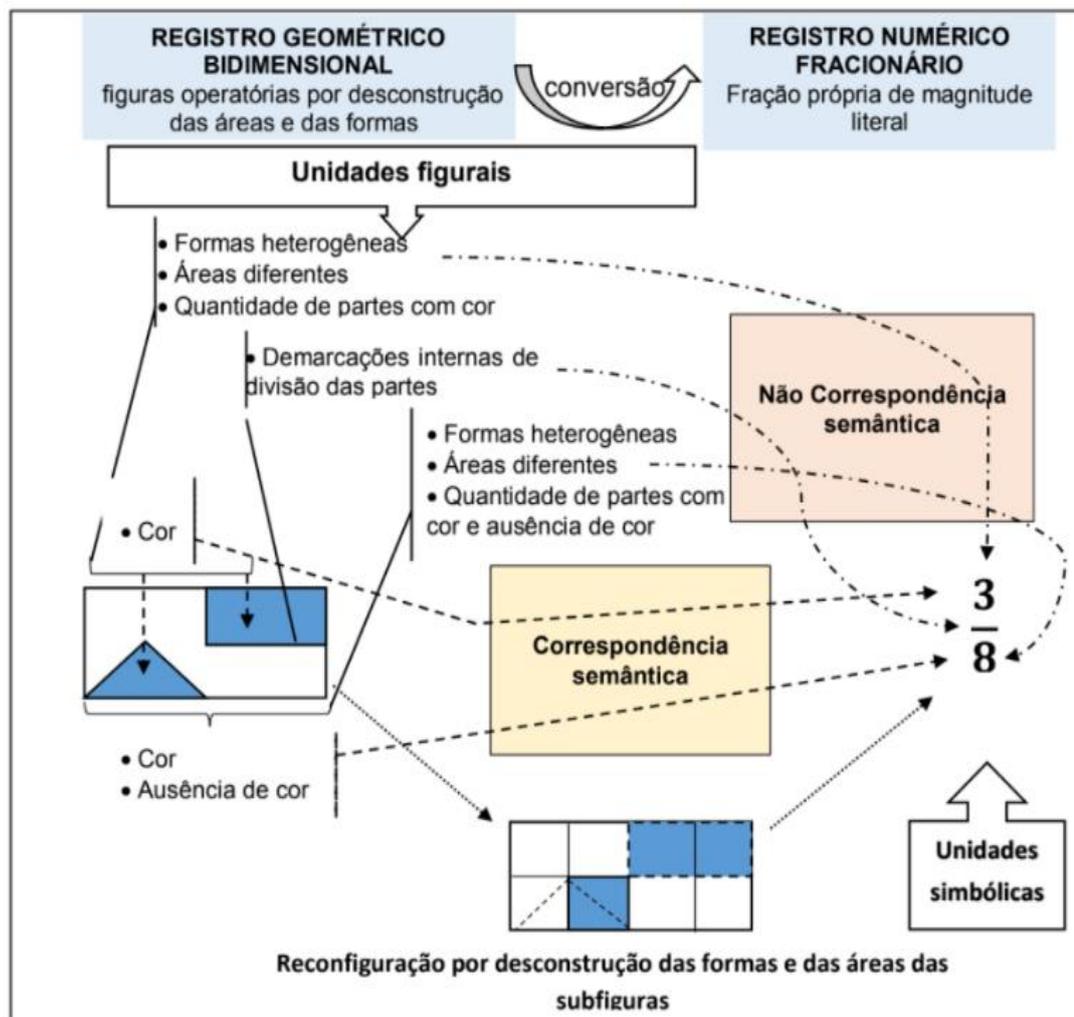
Figura 11 – Figuras operatórias por modificação das áreas e das formas.



Fonte: Silva (2018 p.84)

Estas figuras geométricas necessitam, além das apreensões perceptual das formas e discursiva entre os elementos figurais e simbólicos fracionários, a apreensão operatória, para que seja encontrada a unidade-parte e a figura geométrica seja totalmente particionada em subfiguras de formas homogêneas e áreas congruentes. ((SILVA; CÂMARA DOS SANTOS, 2020). A figura 12 mostra um exemplo da análise da conversão envolvendo esse tipo de figura.

Figura 12 - Esquema relativo à análise da conversão entre uma figura operatória por modificação das áreas e das formas do registro geométrico bidimensional dos números racionais e uma fração própria de magnitude literal no registro simbólico fracionário.



Fonte: Silva (2018 p.124)

Como mostra o esquema da Figura 12, estes tipos de figuras geométricas possuem quase todos os elementos figurais sem que apresente correspondência semântica com os elementos simbólicos fracionários, se configurando como o nível em que a falta desse tipo de correspondência é a maior. Portanto, requerem um tratamento figural de particionamento global ou local, incluindo translação e rotação de subfiguras para reconfiguração da figura geométrica inicial, de forma que apresente formas das subfiguras homogêneas e áreas congruentes.

2.3 Procedimentos metodológicos

Com o objetivo de analisar a compreensão dos licenciandos quanto às características visuais que devem ser consideradas para o estabelecimento da relação parte-todo dos números racionais nas figuras geométricas e conversão para o registro de representação simbólico fracionário, esta pesquisa possui uma abordagem qualitativa, pois segundo Prodanov e Freitas,

Pesquisa qualitativa: considera que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, isto é, um vínculo indissociável entre o mundo objetivo e a subjetividade do sujeito que não pode ser traduzido em números. A interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são básicas no processo de pesquisa qualitativa. Esta não requer o uso de métodos e técnicas estatísticas. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados e o pesquisador é o instrumento-chave. Tal pesquisa é descritiva. Os pesquisadores tendem a analisar seus dados indutivamente. O processo e seu significado são os focos principais de abordagem. (PRODANOV, FREITAS, 2013, p. 70)

Portanto, uma pesquisa de abordagem qualitativa está relacionada entre o mundo do objeto e a subjetividade do indivíduo, e seus resultados são provenientes de dados empíricos mantidos de forma sistemática, sem utilizar estatísticas como o centro do processo de análise de problemas.

O procedimento utilizado para este trabalho, foi a pesquisa de campo, que de acordo com Prodanov e Freitas,

pesquisa de campo é aquela utilizada com o objetivo de conseguir informações e/ou conhecimentos acerca de um problema para o qual procuramos uma resposta, ou de uma hipótese, que queiramos comprovar, ou, ainda, descobrir novos fenômenos ou as relações entre eles. Consiste na observação de fatos e fenômenos tal como ocorrem espontaneamente, na coleta de dados a eles referentes e no registro de variáveis que presumimos relevantes, para analisá-los. (PRODANOV, FREITAS, 2013, p. 59)

No entanto, a técnica de pesquisa desenvolvida para o processo de análise do objeto desse estudo, teve como princípio uma pesquisa bibliográfica, que foi fundamental para a construção da fundamentação teórica, que sustenta essa pesquisa, bem como para analisar a compreensão dos licenciandos em matemática, no que se refere aos diferentes graus de não congruência semântica nas transformações entre os registros geométrico bidimensional e simbólico fracionário dos números racionais, propostos por Silva (2018).

Os participantes dessa pesquisa foram, os licenciandos em matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, IFPB do campus Cajazeiras /PB, de todos os períodos, cuja participação na pesquisa foi condicionada a aceitação e assinatura do termo de consentimento livre e esclarecido, onde 103 (cento e três) licenciandos participaram da pesquisa.

Para a coleta de dados, foi criado um questionário como instrumento de pesquisa, por meio da plataforma *Google Forms*. Esse instrumento de pesquisa foi adaptado de Silva (2018), e disseminado entre os licenciandos por meio de link nas aulas síncronas, em que era disponibilizada pelo professor do horário um período de tempo da sua aula para aplicação do questionário

O questionário era composto por 12 questões de forma objetiva, envolvendo transformações entre figuras geométricas e frações. Todas as questões são compostas por uma figura geométrica, com exceção de duas questões que eram compostas por duas figuras geométricas, de acordo com a categorização em graus de não congruência semântica, proposta por Silva (2018). Cada questão contém cinco alternativas, de formato simbólico fracionário, que poderia ter uma ou mais de uma resposta correta. Cada duas questões do instrumento de pesquisa, correspondia a um grau de não congruência semântica.

O instrumento de pesquisa foi analisado de acordo com os seis graus de não congruência semântica, considerando os erros e acertos. Analisamos os elementos envolvidos no estabelecimento da relação parte-todo, a partir da figura geométrica, que podem ter levado o sujeito ao erro. Além disso, a nossa análise contemplou o que seria necessário para o estabelecimento da relação parte-todo, assim como os tratamentos figurais e simbólicos para que fosse possível a conversão. Ou seja, o conhecimento semiocognitivo necessário para que fossem realizadas as conversões entre os registros de representação semiótica, figuras geométricas e frações dos números racionais.

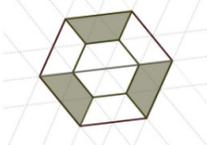
3 ANÁLISE DOS DADOS QUANTO AOS GRAUS DE NÃO CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA DO 1 AO 6

Neste capítulo, serão apresentados e analisados os dados obtidos referentes ao instrumento de pesquisa. Faremos a análise dos dados referentes as questões 1 e 8 que correspondem ao grau 1, as questões 11 e 12 que correspondem ao grau 2, as questões 4 e 7 que correspondem ao grau 3, as questões 2 e 10 que correspondem a grau 4, as questões 3 e 5 que correspondem ao grau 6 e as questões 6 e 9 que correspondem ao grau 6.

3.1 Análise das Questões 1 e 8 Referentes ao Grau 1 de Não Congruência Semântica

As figuras geométricas referentes ao grau 1 de não congruência semântica no instrumento de pesquisa são as questões 1 e 8, representados na figura 13.

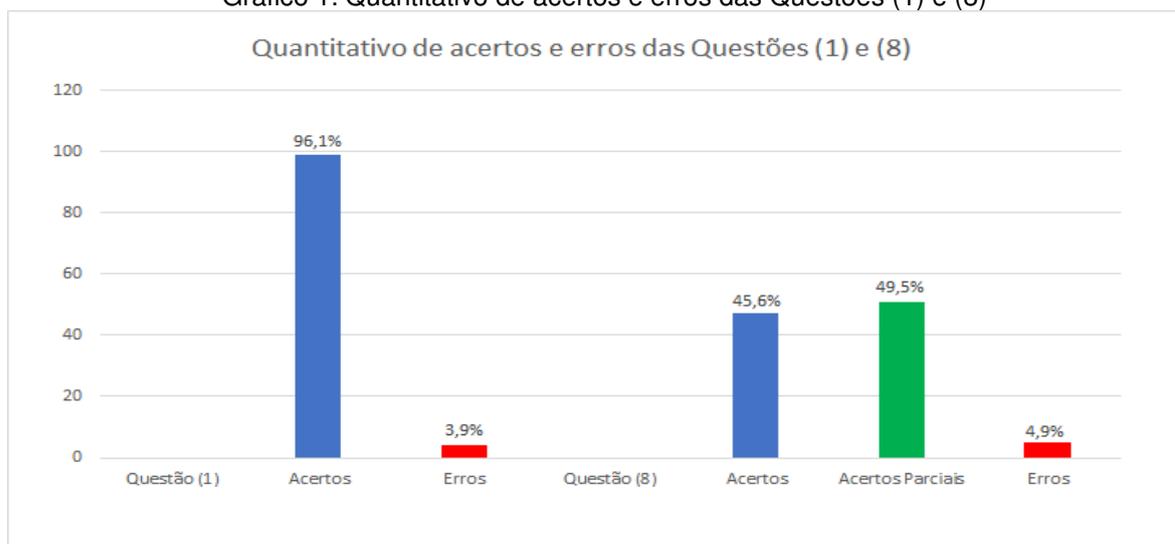
Figura 13: Questões 1 e 8

<p>1) Qual a fração que representa, a figura, a parte escura em relação ao todo?</p>  <p> <input type="checkbox"/> $5/2$ <input type="checkbox"/> $2/5$ <input type="checkbox"/> $2/7$ <input type="checkbox"/> $5/7$ <input type="checkbox"/> $7/2$ </p>	<p>8) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo?</p>  <p> <input type="checkbox"/> $8/3$ <input type="checkbox"/> $5/3$ <input type="checkbox"/> $9/24$ <input type="checkbox"/> $3/8$ <input type="checkbox"/> $3/5$ </p>
---	---

Fonte: Adaptado de Silva, 2018

As questões 1 e 8 foram respondidas por todos os participantes da pesquisa (103). Na questão (1) havia apenas uma alternativa correta, e dos 103 participantes, 99 (96,1%) marcou a opção correta ($2/7$) e apenas 4 (3,9%) participantes erraram a questão. Na questão (8) haviam 2 alternativas corretas, sendo que 47 (45,6%) assinalaram as duas, ($9/24$) e ($3/8$), ou seja, acertaram a questão por completo, 51 (49,5%) acertaram parcialmente, marcando apenas uma das alternativas corretas ou uma das alternativas corretas e outra(s) errada(s). Além de 5 (4,9%) que erraram completamente a questão, conforme o gráfico 1.

Gráfico 1: Quantitativo de acertos e erros das Questões (1) e (8)



Fonte: Autoria própria, 2022

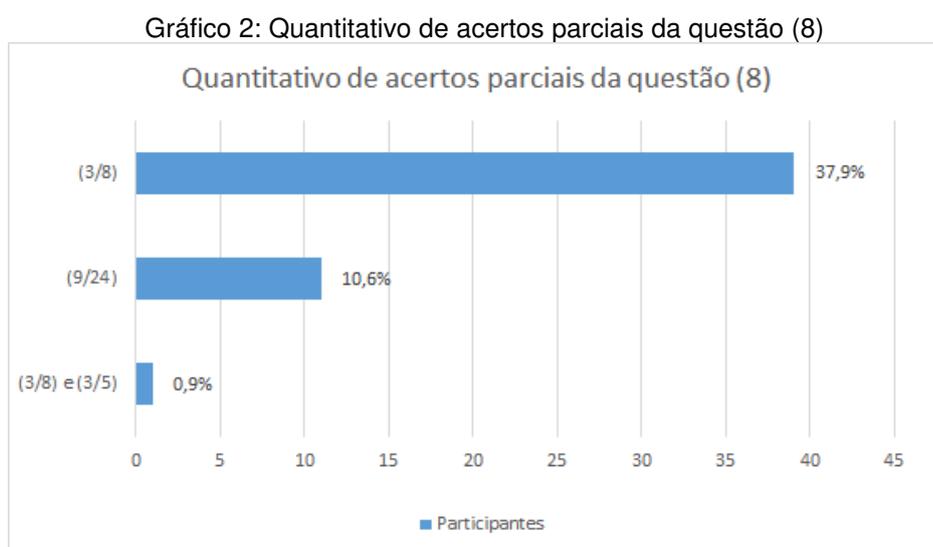
Na questão (1) os 99 (96,1%) participantes que marcaram a opção correta (2/7), de acordo com Silva (2018), possivelmente usaram o método da dupla contagem, ou seja, contaram o número de partes pintadas e das partes que foi dividido o inteiro. Sendo assim, podem ter usado apenas a apreensão perceptual das formas geométricas e discursiva para relacionar as formas geométricas identificadas com o procedimento da dupla contagem. O que leva o sujeito a não relacionar as unidades figurais necessárias para o estabelecimento da relação parte-todo com as unidades simbólicas do registro simbólico fracionário.

Pois, como as partições estavam explicitamente com áreas congruentes e formas homogêneas, o participante precisou apenas identificar a parte que estabelece o todo, no caso o denominador da fração e a parte destacada que representa a parte, no caso o numerador, sendo assim o sujeito não precisou de nenhum tratamento na figura. Dos 4 (3,9%) participantes que marcaram as alternativas erradas, 3 responderam a alternativa (7/2), invertendo a relação parte-todo, considerando então, a parte destacada como denominador e o todo, numerador. Apenas um participante marcou a alternativa (2/5), usando a relação parte-parte, ou seja, a quantidade de partes destacadas relacionando com o numerador e as não destacadas com o denominador.

Na questão (8) os 47 (45,6%) participantes que marcaram as duas alternativas corretas (9/24) e (3/8), também podem ter usado o método da dupla contagem, pois tratam-se de figuras geométricas classificadas por Silva (2018) como possuindo as

mesmas características semióticas. Assim, podem terem considerado os trapézios como unidade-parte assinalando a alternativa (3/8), e também os triângulos existentes na malha triangular para considerar a fração (9/24). De outra forma, podem ter visualizado entres as alternativas, que (3/8) é equivalente a (9/24), e assim, vindo a marcar as duas alternativas corretas.

Além disso, 51 (49,5%) participantes acertaram a questão (8) parcialmente, conforme o gráfico 2.



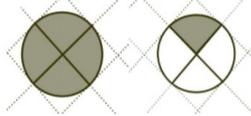
Fonte: Autoria própria, 2022

Destes, 39 (37,9%), marcaram apenas a alternativa (3/8), e apenas 11 (10,6%) marcaram somente a alternativa (9/24). Ou seja 27,3% dos alunos que assinalaram (3/8) não conseguiram ver também a figura geométrica inicial como sendo particionada em triângulos de áreas congruentes entre si, e desta forma cada trapézio equivaleria a três triângulos no total de vinte e quatro triângulos, correspondendo a fração (9/24). E apenas um 1 (0,9%) participante assinalou uma alternativa correta (3/8) e outra falsa (3/5). Além disso, dos 5 (4,9%) participantes, que erraram a questão completamente, 4 (3,9%) marcaram a alternativa (3/5), ou seja, usou a relação parte-parte e 1 (0,9%) participante marcou a alternativa (8/3), no caso inverteu a relação parte-todo em todo-parte.

3.2 ANÁLISE DAS QUESTÕES 11 E 12 REFERENTES AO GRAU 2 DE NÃO CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA

As figuras geométricas referentes ao grau 2 de não congruência semântica no instrumento de pesquisa são as questões 11 e 12, representados na figura 14.

Figura 14: Questões 11 e 12

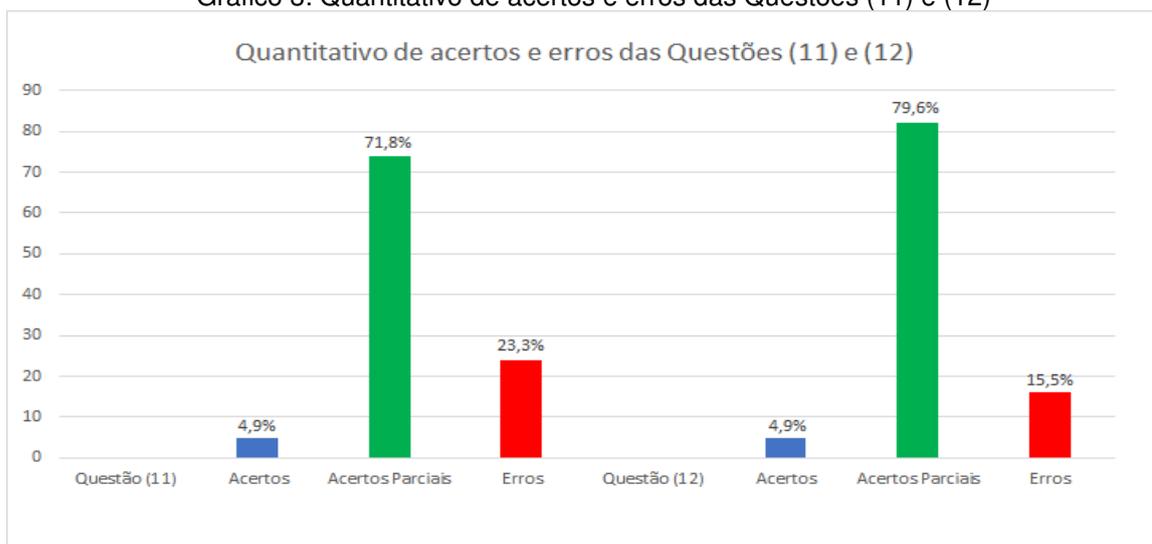
<p>11) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo?</p>  <p> <input type="checkbox"/> $5/6$ <input type="checkbox"/> $6/5$ <input type="checkbox"/> $5/3$ <input type="checkbox"/> $3/3 \ 2/3$ <input type="checkbox"/> $1 \ 2/3$ </p>	<p>12) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo?</p>  <p> <input type="checkbox"/> $5/8$ <input type="checkbox"/> $8/5$ <input type="checkbox"/> $5/4$ <input type="checkbox"/> $4/4 \ 1/4$ <input type="checkbox"/> $1 \ 1/4$ </p>
---	---

Fonte: Adaptado de Silva, 2018

As questões 11 e 12 foram respondidas por todos os sujeitos participantes (103). Na questão (11) haviam três alternativas corretas, e dos 103 participantes, 5 (4,9%) marcaram as três opções corretas ($5/3$), ($3/3 \ 2/3$) e ($1 \ 2/3$), ou seja, acertaram a questão por completo. Acertaram parcialmente a questão, 74 (71,8%) dos sujeitos da pesquisa, marcando apenas uma ou duas alternativas corretas ou uma das alternativas corretas e outra(s) errada(s). Além disso 24 (23,3%) erraram completamente a questão.

Na questão (12) também haviam três alternativas corretas, sendo que 5 (4,9%) participantes marcaram as três alternativas corretas, ($5/4$), ($4/4 \ 1/4$) e ($1 \ 1/4$), 82 (79,6%) acertaram parcialmente e 16 (15,5%) erraram completamente a questão, conforme o gráfico 3.

Gráfico 3: Quantitativo de acertos e erros das Questões (11) e (12)

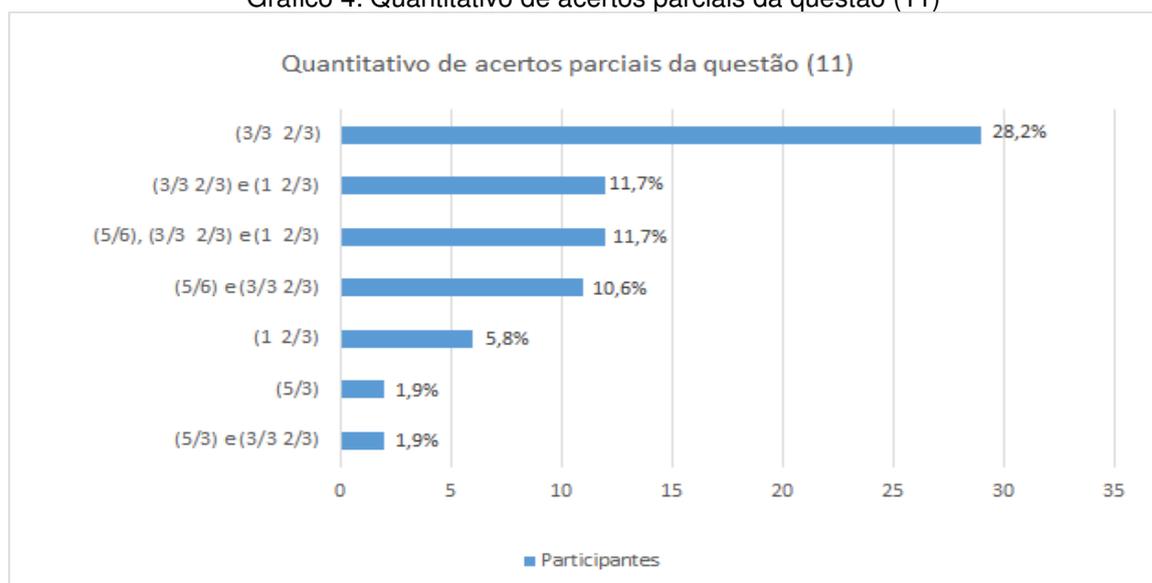


Fonte: Autoria própria, 2022

Nas questões (11) e (12), tivemos o mesmo número de acertos, ou seja, apenas 5 (4,9%) dos participantes marcaram as três opções corretas, (5/3), (3/3 2/3) e (1 2/3), para a questão 11 e (5/4), (4/4 1/4) e (1 1/4), para a questão 12, assim acertando completamente as questões.

Na questão (11), 74 (71,8%) participantes acertaram a questão parcialmente, conforme Gráfico 4.

Gráfico 4: Quantitativo de acertos parciais da questão (11)



Fonte: autoria própria, 2022

Destes, 29 (28,2%) marcaram somente a questão (3/3 2/3). Possivelmente, os participantes usaram o procedimento da dupla contagem, fazendo com que não

conseguissem visualizar que as alternativas $(5/3)$ e $(1 \frac{2}{3})$ também correspondiam a figura. Pois, a alternativa $(5/3)$ não possui congruência semântica com o procedimento da dupla contagem, exigindo que o aluno faça uma correspondência semântica entre as unidades figurais que correspondem a quantidade de subfiguras de áreas congruentes que foi dividido um inteiro e a unidade simbólica que representa o denominador da fração. Esta questão, além de uma apreensão perceptual das formas da figura geométrica, requer do sujeito uma apreensão discursiva que relacione as unidades figurais e simbólicas acima citadas. Nesse caso, o procedimento da dupla contagem pode ser menos evidente. Enquanto que na alternativa $(1 \frac{2}{3})$, o participante precisava relacionar semanticamente $3/3$ como sendo 1 inteiro, demandando também, uma não congruência semântica com o procedimento da dupla contagem.

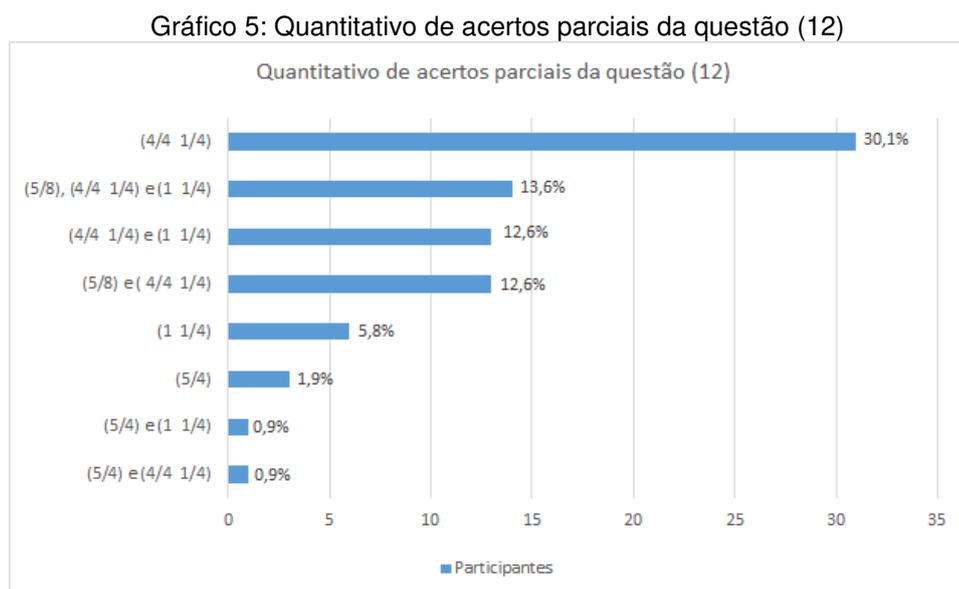
Enquanto que, 12 participantes (11,7%) marcaram as alternativas $(3/3 \frac{2}{3})$ e $(1 \frac{2}{3})$. Desse modo usaram o processo da dupla contagem, marcando somente os itens que apresentam congruência semântica total ou parcialmente com o procedimento da dupla contagem.

E 12 (11,7%) participantes marcaram as alternativas $(5/6)$, $(3/3 \frac{2}{3})$ e $(1 \frac{2}{3})$, nos levando a inferir que esses sujeitos possivelmente usaram o método da dupla contagem para as três alternativas, de acordo com Silva (2018). O que levou o participante a marcar além das alternativas $(3/3 \frac{2}{3})$ e $(1 \frac{2}{3})$, a alternativa errada $(5/6)$, que considera erroneamente a quantidade das partes destacadas dos inteiros correspondendo com o numerador, e a quantidade das partes dos dois inteiros como sendo apenas um inteiro, correspondendo com o denominador da fração.

E ainda, 11 (10,6%) participantes marcaram as alternativas $(5/6)$ e $(3/3 \frac{2}{3})$, fazendo, possivelmente, uso da dupla contagem considerando as figuras geométricas como um único inteiro $(5/6)$, e como sendo, cada uma, um inteiro $(3/3 \frac{2}{3})$. Enquanto que 6 (5,8%) participantes marcaram somente a alternativa $(1 \frac{2}{3})$; 2 (1,9%) participantes marcaram as alternativas $(5/3)$ e $(3/3 \frac{2}{3})$, e 2 (1,9%) marcaram somente a alternativa $(5/3)$. Estes últimos podem ter sido levados a marcar somente uma opção correta pela pergunta do enunciado que pedia a(s) fração(ões) correspondentes as partes pintadas da figura, entendendo que o número misto ou duas frações para representar uma única quantidade não seria a solução.

Dos 24 (23,3%) participantes que erraram a questão completamente, 21 (20,4%), marcaram somente a alternativa (5/6), possivelmente relacionaram, as partes destacadas que correspondiam para o numerador, e as partes dos todos, ao denominador, assim vindo errar a questão, pois a unidade simbólica denominador requer do sujeito uma apreensão discursiva. E 3 (2,9%) participantes marcaram a alternativa (6/5), fazendo a relação todo-parte, ou seja, relacionaram as partes dos todos com o numerador, e as partes destacadas com o denominador. Sendo assim, percebemos que 44 (42, 7%) dos participantes escolheram o item (5/6) como resposta para a questão.

A questão (12) é semelhante a questão (11), mudando apenas as formas das figuras geométricas. Sendo assim, a porcentagem de erros e acertos foram similares, como mostra o Gráfico 2. Desta forma, 82 (79,6%) participantes acertaram a questão parcialmente, conforme o Gráfico 5.



Fonte: Autoria própria, 2022

Sendo assim, 31 (30,1%) participantes marcaram somente a alternativa (4/4 1/4), 13 (12,6%) marcaram as alternativas (4/4 1/4) e (1 1/4). Podemos inferir, como na questão 11 que estas alternativas se adequam ao procedimento da dupla contagem, considerando separadamente os dois inteiros como duas quantidades distintas. Enquanto que 14 (13,6%), marcaram as alternativas (5/8), (4/4 1/4) e (1 1/4); e 13 (12,6%) participantes marcaram as alternativas (5/8) e (4/4 1/4). Ou seja, uma alternativa errada que nos faz inferir, como na questão 11 que os participantes

utilizaram o procedimento da dupla contagem para inteiros distintos ($4/4$ $1/4$ e 1 $1/4$), como também, fizeram uso de uma estratégia que levou ao erro, a qual considera os dois inteiros como um único inteiro ($5/8$).

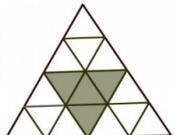
Enquanto que 6 (5,8%) participantes marcaram a alternativa (1 $1/4$), 1 (0,9%), marcou as alternativas ($5/4$) e ($4/4$ $1/4$), e 1 (0,9%) as alternativas ($5/4$) e (1 $1/4$), nos fazendo inferir que esses participantes utilizaram a apreensão discursiva relacionando os elementos figurais e simbólicos, desprendendo-se do procedimento da dupla contagem para encontrarem as respostas corretas. O mesmo aconteceu para 3 (2,9%) dos participantes que assinalaram uma única alternativa ($5/4$).

Dos 16 (15,5%) participantes que erraram a questão completamente, 14 (13,6%), marcaram somente a alternativa ($5/8$), possivelmente relacionaram, a quantidade das partes destacadas dos inteiros com o numerador, e a quantidade das partes dos dois inteiros com o denominador. E 2 (1,9%) dos participantes marcaram a alternativa ($8/5$), fazendo a relação todo-parte, como na questão 11.

3.3 ANÁLISE DAS QUESTÕES 4 E 7 REFERENTES AO GRAU 3 DE NÃO CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA

As figuras geométricas referentes ao grau 3 de não congruência semântica no instrumento de pesquisa são as questões 4 e 7, representados na figura 15.

Figura 15: Questões 4 e 7

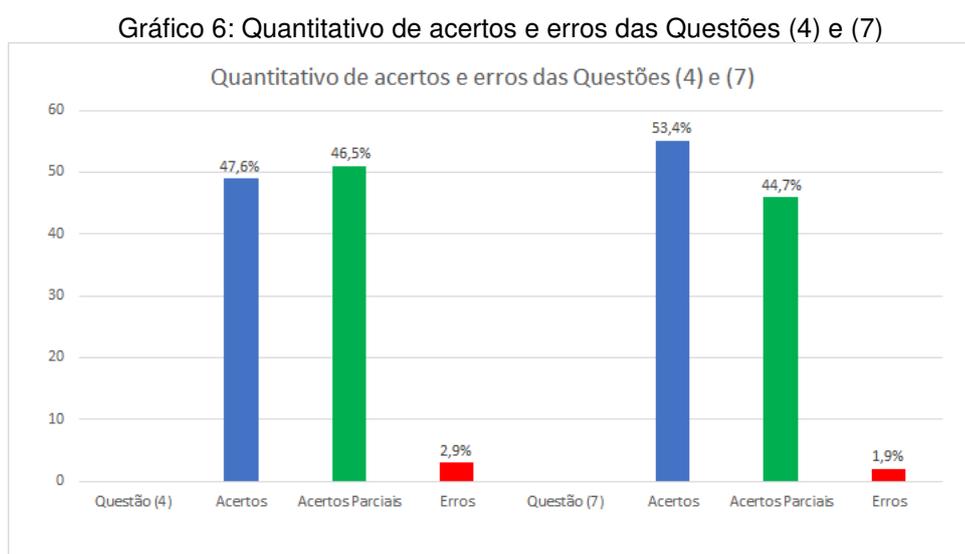
<p>4) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo?</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p> <input type="checkbox"/> $1/3$ <input type="checkbox"/> $4/2$ <input type="checkbox"/> $2/4$ <input type="checkbox"/> $6/2$ <input type="checkbox"/> $2/6$ </p>	<p>7) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo?</p> <div style="text-align: center;">  </div> <p> <input type="checkbox"/> $1/4$ <input type="checkbox"/> $4/16$ <input type="checkbox"/> $16/4$ <input type="checkbox"/> $1/3$ <input type="checkbox"/> $4/1$ </p>
---	---

Fonte: Adaptado de Silva, 2018

As questões 4 e 7 foram respondidas por todos os sujeitos participantes (103). Na questão (4) haviam 2 alternativas corretas, sendo que 49 (47,6%) assinalaram as duas, ($1/3$) e ($2/6$), ou seja, acertaram a questão por completo, 51 (49,5%) acertaram parcialmente, marcando apenas uma das alternativas corretas ou uma das

alternativas corretas e outra(s) errada(s). Além de 3 (2,9%) que erraram completamente a questão.

Na questão (7) haviam 2 alternativas corretas, sendo que 55 (53,4%) assinalaram as duas, (1/4) e (4/16), ou seja, acertaram a questão por completo, 46 (44,7%) acertaram parcialmente, marcando apenas uma das alternativas corretas ou uma das alternativas corretas e outra(s) errada(s). Além de 2 (1,9%) que erraram completamente a questão, conforme o gráfico 6.



Fonte: autoria própria, 2022

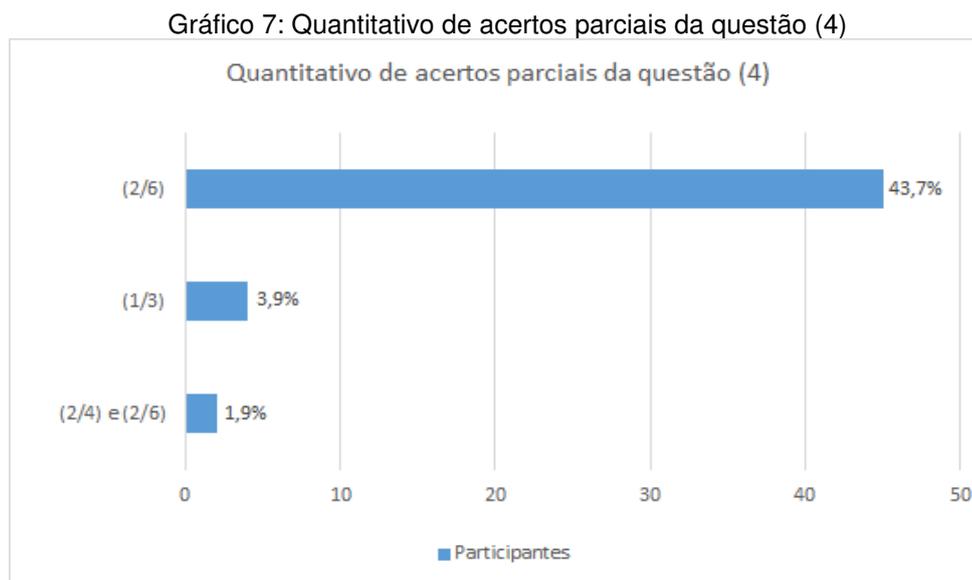
Na questão (4), os 49 (47,1%) participantes que marcaram as opções corretas (1/3) e (2/6), de acordo com Silva (2018), possivelmente usaram o método da dupla contagem, ou seja, contaram o número de partes pintadas e das partes que foi dividido o inteiro, assim levando o participante a marcar a alternativa (2/6), que percentualmente é visualizada na figura inicial. Podendo ter usado apenas a apreensão perceptual das formas geométricas e discursiva para relacionar as formas geométricas identificadas com o procedimento da dupla contagem.

Para a alternativa (1/3) o participante possivelmente fez um tratamento na figura geométrica, ao menos que mental, ou seja, fez uso da apreensão operatória para redimensionar as subfiguras da figura inicial, estabelecer a relação parte-todo e converte para o registro simbólico fracionário.

Este tratamento figural consiste em transformar duas a duas subfiguras da figura geométrica inicial em uma subfigura de área maior. Desta forma, a figura geométrica passa a ter três subfiguras, sendo uma delas pintada. E assim, realizar a

conversão para o registro simbólico fracionário ($1/3$). O participante também pode ter visualizado entre as alternativas e conseguindo ver que ($1/3$) é equivalente a ($2/6$), ou seja, é a fração irredutível, que também correspondia a figura geométrica inicial, assim vindo a marcar as duas alternativas corretas.

Ainda na Questão (4), 51 (49,5%) participantes tiveram acertos parciais, conforme o gráfico 7.



Fonte: Autoria própria, 2022

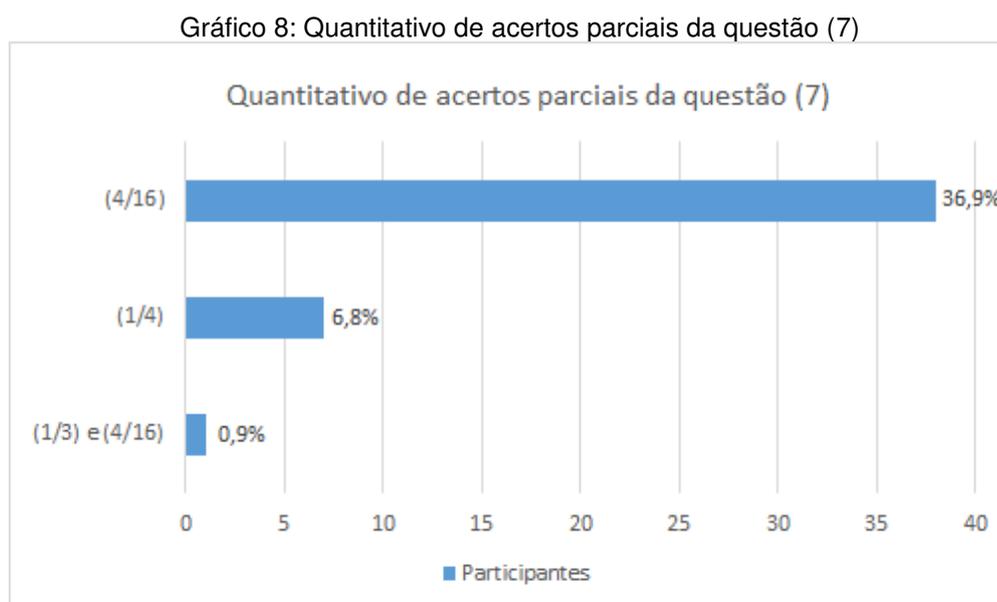
Destes, 45 (43,7%) marcaram somente a alternativa ($2/6$), e 4 (3,9%) marcaram somente a alternativa ($1/3$), ou seja 41,8% dos participantes pesquisados não conseguiram ver que a figura geométrica representava além de ($2/6$), a fração ($1/3$), e 2(1,9%) participantes marcaram as alternativas ($2/4$) e ($2/6$), ou seja, responderam corretamente ($2/6$) mas também realizaram a relação parte-parte ($2/4$).

E dos 3 (2,9%) que erraram a questão por completo, 1 (0,9%) marcou a alternativa ($2/4$), ou seja, usou a relação parte-parte e 2 (1,9%) participantes marcaram a alternativa ($6/2$), invertendo a relação parte-todo em todo-parte.

Na questão (7) os 55 (53,4%) participantes que marcaram as duas alternativas corretas ($1/4$) e ($4/16$), também podem ter usado o método da dupla contagem pois tratam-se de figuras geométricas classificadas por Silva (2018) como possuindo as mesmas características semióticas. Assim, podem ter considerado os triângulos menores marcando a alternativa ($4/16$), e tratado a figura geométrica inicial, considerando os triângulos maiores que correspondiam, cada um, a (4) triângulos

pequenos) para considerar a fração $(1/4)$. De outra forma, podem ter visualizado entres as alternativas, que $(1/4)$ é equivalente a $(4/16)$, e assim, vindo a marcar as duas alternativas corretas.

Além disso, 46 (44,7%) participantes acertaram a questão (7) parcialmente, conforme Gráfico 8.



Fonte: Autoria própria, 2022

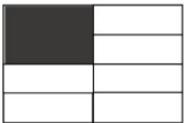
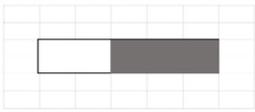
Dos 46 (44,7%) participantes que acertaram a questão parcialmente, 38 (36,9%) marcaram somente a alternativa $(4/16)$, e 7 (6,8%) marcaram somente a alternativa $(1/4)$, ou seja, 30,1% não conseguiram ver que a figura representava além de $(4/16)$, a fração $(1/4)$, e 1 (0,9%) marcou as alternativas $(1/3)$ e $(4/16)$, provavelmente realizando o procedimento da dupla contagem para encontrar $(4/16)$, mas também, podem ter conseguido tratar a figura geométrica inicial, dividindo-a em triângulos grandes mas realizaram a relação parte-parte $(1/3)$.

Os 2 (1,9%) participantes que erraram a questão por completo, marcaram a alternativa $(16/4)$, ou seja, inverteu a relação parte-todo em todo-parte.

3.4 ANÁLISE DAS QUESTÕES 2 E 10 REFERENTES AO GRAU 4 DE NÃO CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA

As figuras geométricas referentes ao grau 4 de não congruência semântica no instrumento de pesquisa são as questões 2 e 10, representados na figura 16.

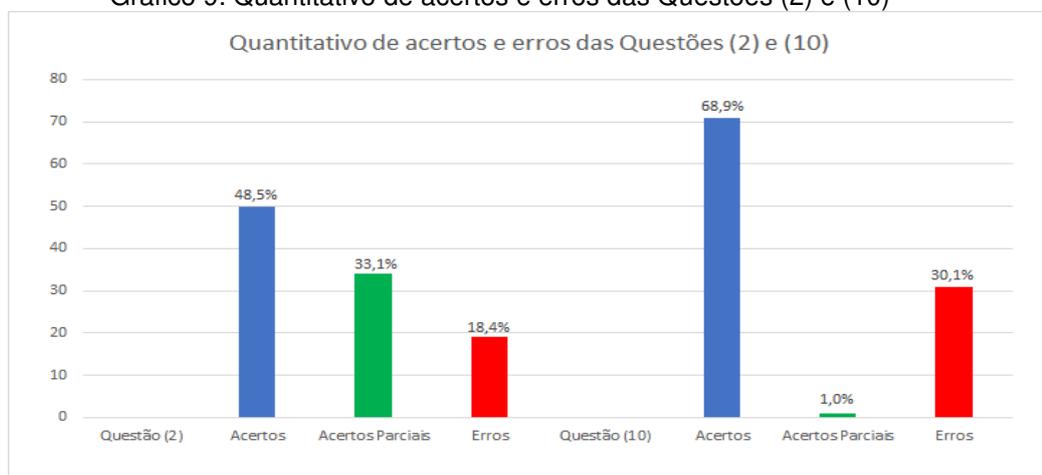
Figura 16: Questões 2 e 10

<p>2) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo?</p>  <p> <input type="checkbox"/> 1/7 <input type="checkbox"/> 2/8 <input type="checkbox"/> 8/2 <input type="checkbox"/> 1/4 <input type="checkbox"/> 4/1 </p>	<p>10) Qual a fração que representa, a figura, a parte escura em relação ao todo?</p>  <p> <input type="checkbox"/> 3/5 <input type="checkbox"/> 1/2 <input type="checkbox"/> 3/2 <input type="checkbox"/> 5/3 <input type="checkbox"/> 2/3 </p>
---	---

Fonte: Adaptado de Silva, 2018

As questões 2 e 10 foram respondidas por todos os participantes (103). Na questão (2) haviam 2 alternativas corretas, sendo que 50 (48,5%) assinalaram as duas, (2/8) e (1/4), ou seja, acertaram a questão por completo, 34 (33,1%) acertaram parcialmente, marcando apenas uma das alternativas corretas ou uma das alternativas corretas e outra(s) errada(s). Além de 19 (18,4%) que erraram completamente a questão. Na questão (10) havia 1 alternativa correta, sendo que 71 (68,9%) assinalaram a alternativa correta (3/5) e 31 (30,1%), participantes erraram a questão, conforme gráfico 9.

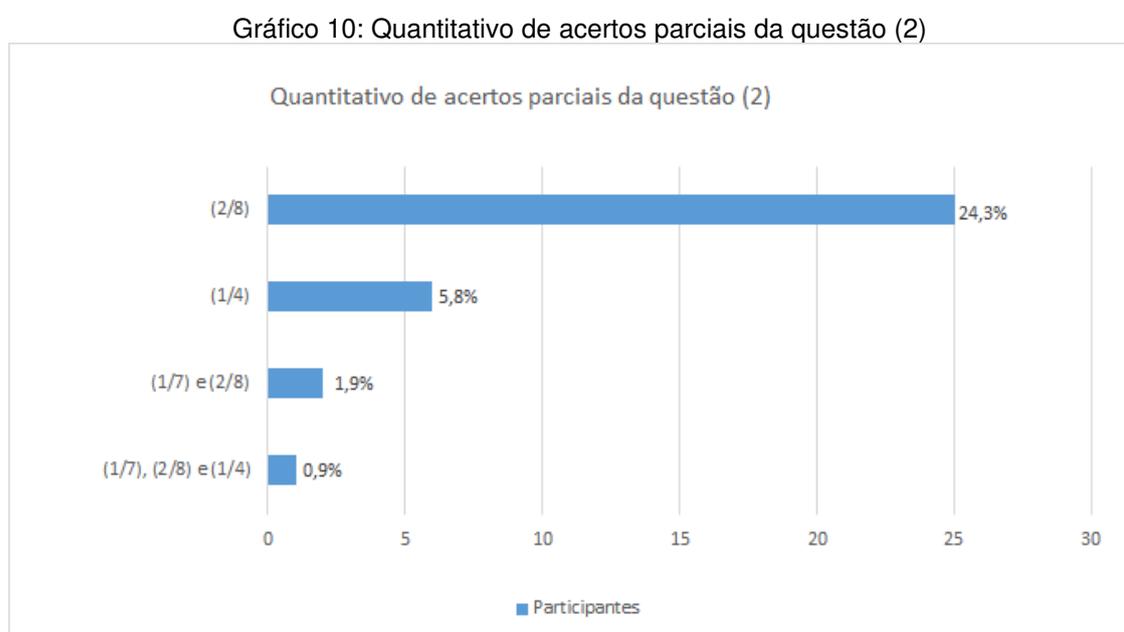
Gráfico 9: Quantitativo de acertos e erros das Questões (2) e (10)



Fonte: autoria própria, 2022

Na questão (2), 50 (48,5%) participantes acertaram a questão por completo, marcando as duas alternativas corretas, $(2/8)$ e $(1/4)$. De acordo com Silva (2018), esses tipos de figuras dificultam a apreensão da unidade-parte, precisando de uma reconfiguração na figura geométrica inicial. Ou seja, um tratamento, que envolve a operação por divisão das subfiguras para que o sujeito possa identificar a relação parte-todo, pois as partições não estão explicitamente com áreas congruentes, além da necessidade da apreensão perceptiva, das formas das subfiguras e discursiva entre as unidades figurais e simbólicas necessárias para a conversão no registro simbólico fracionário.

Contudo, 34 (33,1%) participantes acertaram apenas parcialmente a questão, conforme o gráfico 10.



Fonte: Autoria própria, 2022

Destes, 25 (24,3%), marcaram apenas a alternativa $(2/8)$, e 6 (5,8%) marcaram somente a alternativa $(1/4)$, ou seja 21,4% não conseguiu visualizar que a figura geométrica inicial representava além de $(2/8)$, também a fração $(1/4)$. Dessa forma, inferimos que estes participantes da pesquisa não realizaram a apreensão operatória de inclusão das partes das subfiguras para que cada duas das subfiguras torna-se apenas uma e dessa forma, a figura geométrica inicial fosse reconfigurada em quatro subfiguras de áreas congruentes, tendo sido pintada uma delas.

Além disso, 2 (1,9%) participantes da pesquisa assinalaram uma alternativa errada (1/7) e a outra correta (2/8) e apenas 1 (0,9%) marcou a três alternativas (1/7), (2/8) e (1/4). Inferimos que estes participantes podem ter realizado a relação parte-parte (1/7) na figura geométrica inicial, após ter realizado ao menos mentalmente o tratamento figural de completar a divisão da figura inicial em subfiguras de áreas congruentes.

Dos 19 (18,4%) participantes que erraram a questão por completo, 16 (15,5%) marcaram somente a alternativa (1/7), realizando assim, a relação parte-parte na figura geométrica inicial. Além disso, 2 (1,9%) marcaram somente a alternativa (8/2), invertendo a relação parte-todo em todo-parte. E ainda, 1 (0,9%) marcou as alternativas erradas, (8/2) e (4/1), ou seja, considerou a relação todo-parte para a figura geométrica inicial, mas também pode ter verificado que a alternativa (4/1) era equivalente a (8/2) vindo a marcá-la.

Na questão (10) havia somente uma alternativa correta, e 71 (68,9%) dos participantes marcaram essa alternativa (3/5). Como a figura geométrica dada na questão é considerada por Silva (2018) como possuindo as mesmas características semióticas da questão (2), esses participantes podem ter usado o tratamento figural de divisão em partes congruentes e realizado a relação parte-todo para depois converter no registro simbólico fracionário, obtendo a fração (3/5).

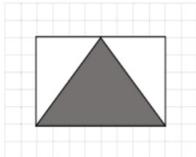
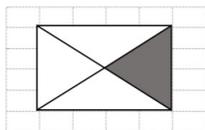
Apenas 1 (1,0%) participante errou parcialmente, marcando, além da alternativa correta (3/5), a alternativa errada (3/2), realizando assim, também a relação parte-parte.

Dos 31 (30,1%) participantes que erraram a questão completamente, 23 (22,3%) marcaram a alternativa (1/2), possivelmente usaram o procedimento da dupla contagem, desprezando as distintas áreas entre as subfiguras. O que nos faz inferir que para estes participantes da pesquisa o conceito da congruência das áreas entre as partes ainda não está definido. Outros 4 (3,9%) sujeitos marcaram somente a alternativa (5/3), invertendo a relação parte-todo em todo-parte, 2 (1,9%) marcaram somente a alternativa (3/2) e 2 (1,9%) marcaram somente a alternativa (2/3) e desta forma, realizaram a relação parte-parte.

3.5 ANÁLISE DAS QUESTÕES 3 E 5 REFERENTES AO GRAU 5 DE NÃO CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA

As figuras geométricas referentes ao grau 5 de não congruência semântica no instrumento de pesquisa são as questões 3 e 5, representados na figura 17.

Figura 17: Questões 3 e 5

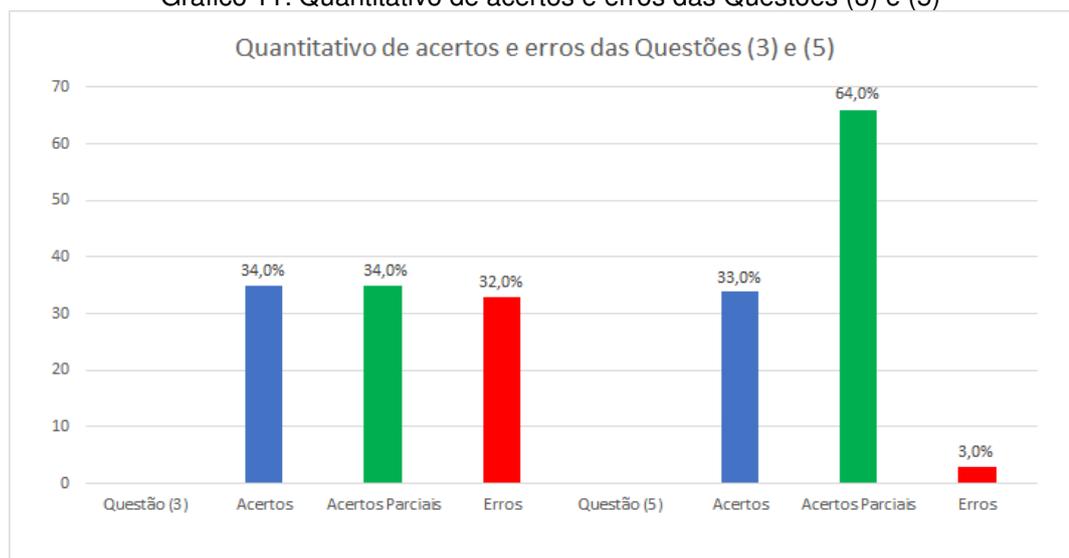
<p>3) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo?</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> <input type="checkbox"/> 1/3 <input type="checkbox"/> 2/4 <input type="checkbox"/> 2/3 <input type="checkbox"/> 1/2 <input type="checkbox"/> 3/2 </div>  </div>	<p>5) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo?</p> <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 20px;"> <input type="checkbox"/> 1/3 <input type="checkbox"/> 1/4 <input type="checkbox"/> 8/2 <input type="checkbox"/> 2/8 <input type="checkbox"/> 3/1 </div>  </div>
---	---

Fonte: Adaptado de Silva, 2018

As questões 3 e 5 foram respondidas por todos os participantes (103). Na questão (3) haviam 2 alternativas corretas, sendo que 35 (34,0%) assinalaram as duas, (2/4) e (1/2), ou seja, acertaram a questão por completo, 35 (34,0%) acertaram parcialmente, marcando apenas uma das alternativas corretas ou uma das alternativas corretas e outra(s) errada(s). Além disso, 33 (32,0%) erraram completamente a questão.

Na questão (5) haviam 2 alternativas corretas, sendo que 34 (33,0%) assinalaram as duas, (1/4) e (2/8), ou seja, acertaram a questão por completo, 66 (64,0%) acertaram parcialmente, marcando apenas uma das alternativas corretas ou uma das alternativas corretas e outra(s) errada(s). Além disso, 3 (3,0%) erraram completamente a questão, conforme o gráfico 11.

Gráfico 11: Quantitativo de acertos e erros das Questões (3) e (5)



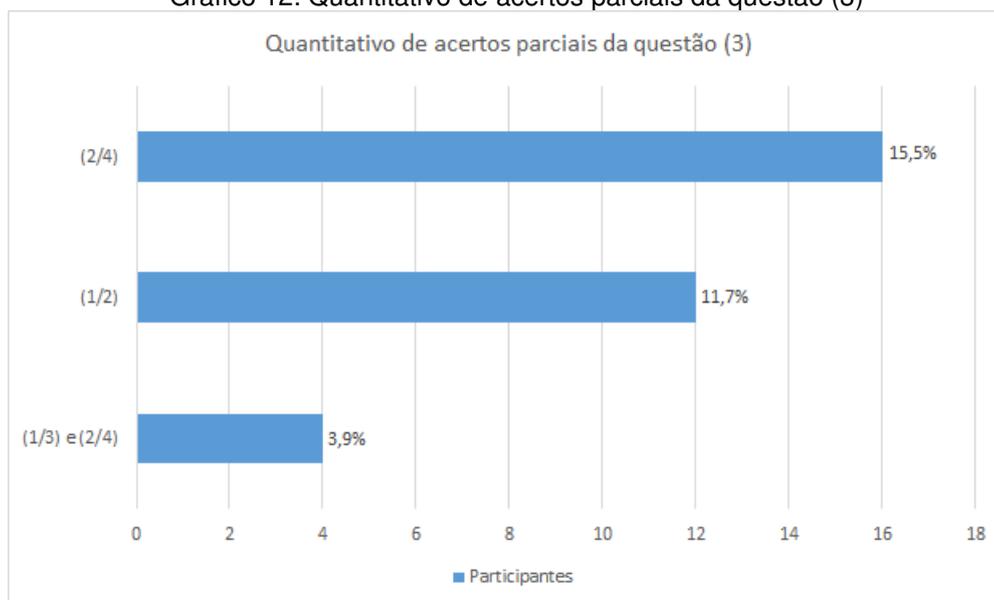
Fonte: autoria própria, 2022

Na questão (3), 35 (34,0%) participantes acertaram a questão por completo, marcando as duas alternativas corretas, $(2/4)$ e $(1/2)$. De acordo com Silva (2018), possivelmente os participantes, para estabelecer a relação parte-todo e realizar a conversão para o registro simbólico fracionário, além de terem realizado a apreensão perceptual das formas das subfiguras e discursiva entre os elementos figurais e simbólicos envolvidos, tiveram que operar essas figuras, modificando-as, pois elas apresentam as áreas particionadas em formas geométricas diferentes.

Sendo assim, apenas fazendo uso do tratamento figural é que se pode verificar a congruência entre as áreas das subfiguras. Mas também, a autora aponta que essas figuras geométricas são bem adaptadas ao procedimento da dupla contagem, sem que muitas vezes seja necessário realizar o tratamento na figura geométrica inicial, ou seja, a apreensão operatória, como é o caso da Figura (5). Desta forma, os acertos e acertos parciais não podem ser compreendidos como, de fato, os alunos terem realizado o tratamento figural para a compreensão da congruência entre as áreas, ou apenas utilizado o procedimento da dupla contagem.

Na questão (3), 35 (34,0%) participantes acertaram a questão parcialmente, conforme o gráfico 12.

Gráfico 12: Quantitativo de acertos parciais da questão (3)



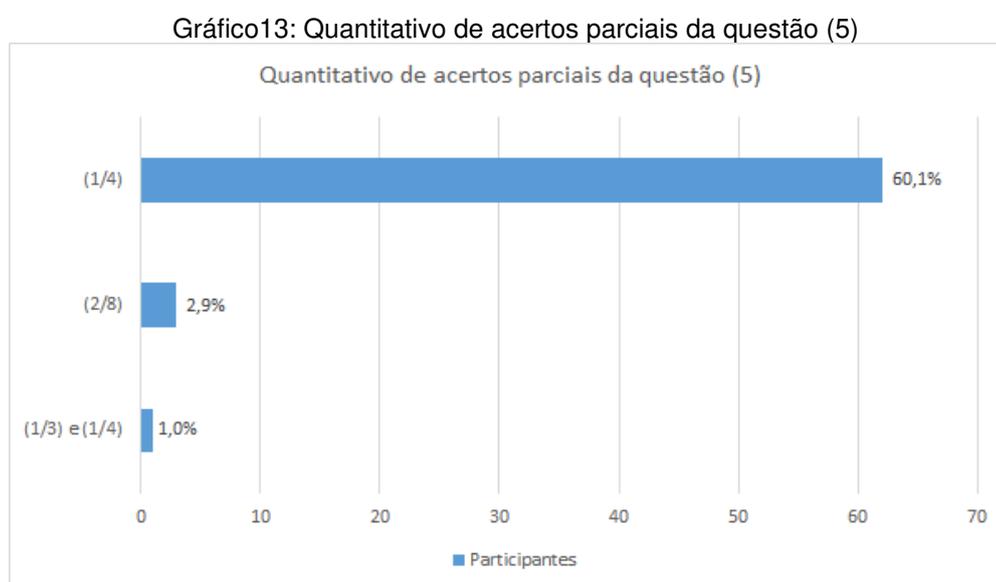
Fonte: Autoria própria, 2022

Destes, 16 (15,5%) marcaram somente a alternativa (2/4) e 12 (11,7%) marcaram apenas a fração (1/2). Ou seja 3,8% não conseguiram ver que a figura geométrica representava além de (2/4), também a fração (1/2). Inferimos que os participantes da pesquisa que assinalaram a fração (1/2) podem ter realizado a relação parte-parte, por esta ser bem adaptada a esta solução. E ainda 4(3,9%) marcaram as alternativas (1/3) e (2/4), sendo assim, podem ter utilizado o procedimento da dupla contagem para encontrar (1/3). Enquanto que 3 (2,9%) marcaram as alternativas (2/4) e (2/3), podendo ter realizado o procedimento da dupla contagem para esta última solução, tendo considerado as partes em branco em relação ao total de partes da figura geométrica.

Dos 33 (32,0%) participantes que erraram a questão completamente, 30 (29,1%) marcaram somente a alternativa (1/3), ou seja, possivelmente os sujeitos usaram o procedimento da dupla contagem, a parte pintada para o numerador e a parte do todo para o denominador, sem levar em consideração as partições, pois tinham formas e áreas não congruentes. Ainda 1 (0,9%) dos participantes marcou a alternativa (2/3), podendo ter colocado para o numerador as partes não pintadas e o denominar as partes do todo, 1 (0,9%) marcou a alternativa (3/2), podendo ter realizado a relação inversa da anterior, e 1 (0,9%) marcaram as alternativas (1/3) e (2/3).

Na questão (5), 34 (33,0%) dos participantes que acertaram a questão por completo, marcando as duas alternativas corretas (2/8) e (1/4), de acordo com Silva (2018), essa figura possui as mesmas características semióticas da questão (3). Entretanto, diferente da Questão (3) o procedimento da dupla contagem é totalmente adaptado na Figura (5) sem que para isso seja necessário realizar nenhum tratamento na figura geométrica inicial para encontrar a solução (1/4). Mas para que de fato, seja visualizada a congruência entre as áreas das subfiguras o tratamento figural, portanto a apreensão operatória de desconstrução das formas heterogêneas das subfiguras e reconstrução em subfiguras de formas homogêneas e de mesma área é necessário.

E 66 (64,0%) participantes da pesquisa acertaram a questão (5) parcialmente, conforme o gráfico 13.



Fonte: Autoria própria, 2022

Destes, 62 (60,1%) marcaram somente a alternativa (1/4). Este resultado pode estar indicando que os participantes da pesquisa podem ter utilizado o procedimento da dupla contagem por este ser totalmente adaptado a esta solução. E 3 (2,9%) marcaram somente a alternativa (2/8), ou seja, 57,2% não conseguiram visualizar que a figura representava além de (1/4) a fração (2/8), pois para isso seria necessário que a figura geométrica inicial recebesse um tratamento de desconstrução das subfiguras de formas heterogêneas em subfiguras de formas homogêneas e áreas congruentes. Ou ainda, os participantes percebessem que a fração (2/8) é equivalente a fração (1/4) e assinalassem essa alternativa. Acreditamos que os sujeitos não levaram em consideração que as subfiguras tinham áreas congruentes e formas diferentes,

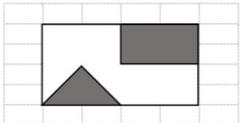
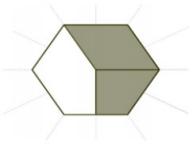
fazendo somente o procedimento da dupla contagem. Ainda 1 (1,0%) dos participantes marcaram somente as alternativas $(1/4)$ e $(1/3)$, sendo esta última solução o resultado provável de uma relação parte-parte.

Os 3 (3,0%) participantes que erraram completamente a questão, marcaram somente a alternativa $(1/3)$, ou seja, fizeram uso da relação parte-parte.

3.6 ANÁLISE DAS QUESTÕES 6 E 9 REFERENTES AO GRAU 6 DE NÃO CONGRUÊNCIA SEMÂNTICA

As figuras geométricas referentes ao grau 6 de não congruência semântica no instrumento de pesquisa são as questões 6 e 9, representados na figura 18.

Figura 18: Questões 6 e 9

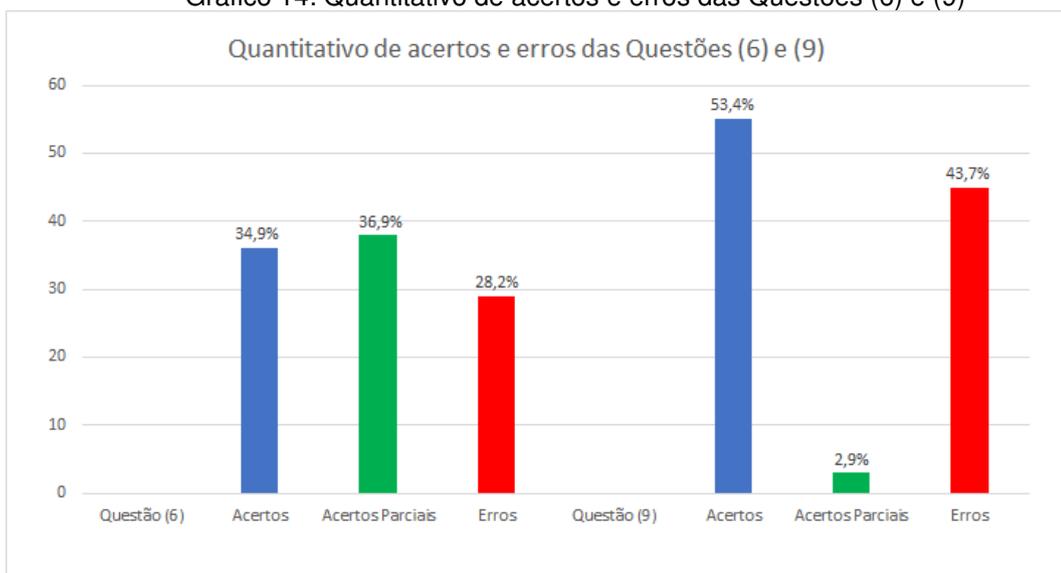
<p>6) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo?</p>  <p> <input type="checkbox"/> $2/3$ <input type="checkbox"/> $3/2$ <input type="checkbox"/> $3/8$ <input type="checkbox"/> $6/16$ <input type="checkbox"/> $8/3$ </p>	<p>9) Qual a fração que representa, a figura, a parte escura em relação ao todo?</p>  <p> <input type="checkbox"/> $1/2$ <input type="checkbox"/> $2/3$ <input type="checkbox"/> $3/2$ <input type="checkbox"/> $7/12$ <input type="checkbox"/> $12/7$ </p>
--	--

Fonte: Adaptado de Silva, 2018

As questões 6 e 9 foram respondidas por todos os participantes da pesquisa (103). Na questão (6) haviam 2 alternativas corretas, sendo que 36 (34,9%) assinalaram as duas, $(3/8)$ e $(6/16)$, ou seja, acertaram a questão por completo, 38 (36,9%) acertaram parcialmente, marcando apenas uma das alternativas corretas ou uma das alternativas corretas e outra(s) errada(s). Além de 29 (28,2%) que erraram completamente a questão.

Na questão (9) havia apenas uma alternativa correta, e dos 103 participantes, 55 (53,4%) marcaram a opção correta $(7/12)$, 3 (2,9) acertaram parcialmente, e 45 (43,7%) participantes erraram a questão, conforme o gráfico 14.

Gráfico 14: Quantitativo de acertos e erros das Questões (6) e (9)

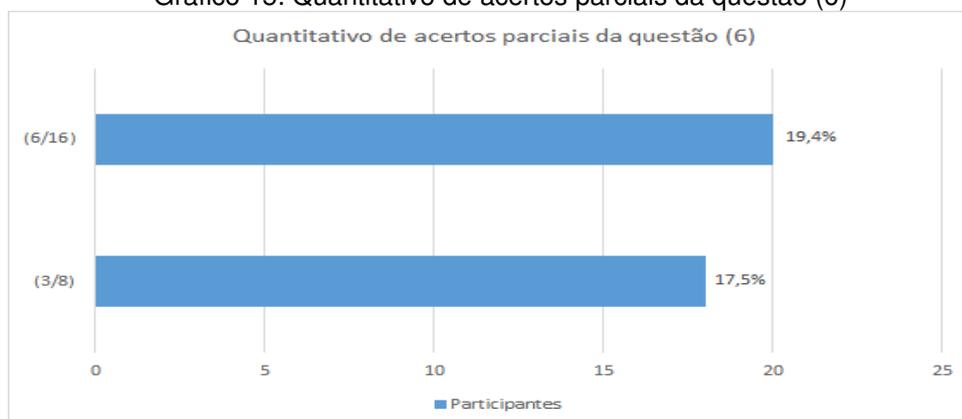


Fonte: autoria própria, 2022

Na questão (6), 36 (34,9%) dos participantes acertaram a questão por completo, marcaram as duas alternativas corretas, (3/8) e (6/16). De acordo com Silva (2018), os sujeitos para fazer a conversão dessas figuras geométricas, além da apreensão perceptual e discursiva, tiveram que realizar um tratamento figural de desconstrução das formas geométricas (heterogêneas) das subfiguras e das áreas (distintas entre si). Desta forma, a falta de correspondência semântica entre os elementos figurais e é a maior de todos os graus analisados, exigindo um maior custo cognitivo para ser estabelecida a relação parte-todo e realizada a conversão para o registro simbólico fracionário.

Dos 103 participantes, 38 (36,9%) acertaram parcialmente a questão (6), conforme o gráfico 15.

Gráfico 15: Quantitativo de acertos parciais da questão (6)



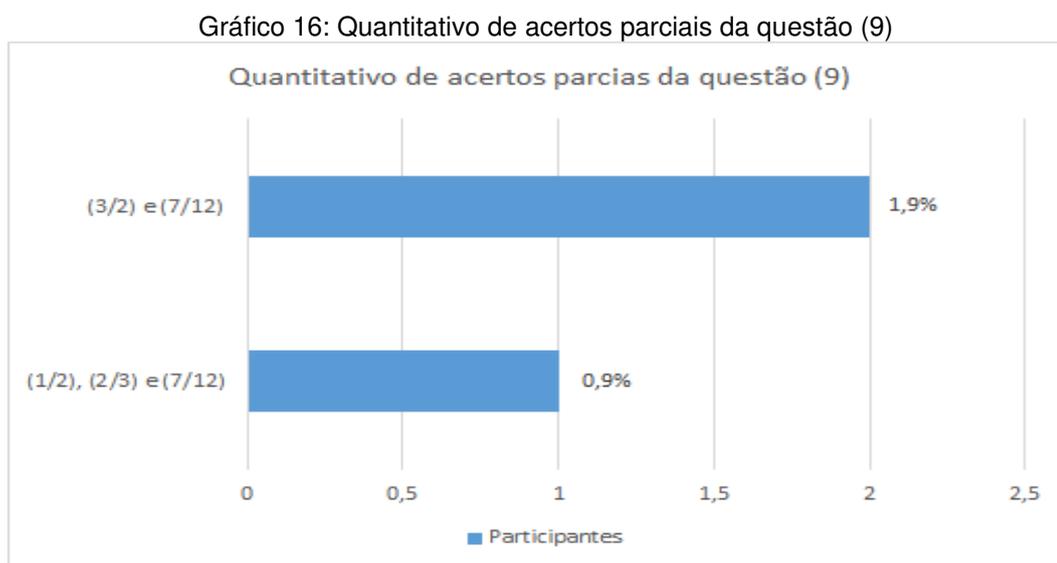
Fonte: Autoria própria, 2022

Destes, 20 (19,4%) marcaram a alternativa (6/16), evidenciando que a malha retangular foi utilizada para o reparticionamento da figura geométrica inicial e o número total de subfiguras encontradas equivalem ao número de retângulos que recobrem esta figura (16), tendo sido pintada uma área equivalente a (6) retângulos. Outros 18 (17,5%) participantes marcaram a alternativa (3/8), ou seja, 1,9% dos participantes não conseguiram visualizar que a figura representava além de (6/16) a fração (3/8).

Dos 29 (28,2%) participantes que erraram a questão completamente, 28 (27,2%) marcaram somente a alternativa (2/3), possivelmente esses participantes usaram o método da dupla contagem, desconsiderando totalmente que as subfiguras que formavam o todo possuíam áreas distintas e formas diferentes. E ainda, 1 (0,9) participante marcou a alternativa (8/3), ou seja, realizou a relação todo-parte.

Na questão (9), 55 (53,4%) dos participantes marcaram a alternativa correta (7/12), ou seja, acertou a questão por completo, possivelmente esses participantes usaram os mesmos procedimentos da figura da questão (6), ou seja, a malha radial para particionar a figura geométrica completamente em (12) subfiguras de áreas congruentes e verificaram que duas destas recobriam a parte pintada.

Além disso, 3 (2,9%) participantes acertaram parcialmente a questão (9), conforme o gráfico 16.



Fonte: Autoria própria, 2022

Destes, 2 (1,09%) marcaram as alternativas (3/2) e (7/12), e 1 (0,9%) marcou as alternativas (1/2), (2/3) e (7/12). Inferimos que aquele que encontrou (2/3) realizou o procedimento da dupla contagem, com desprezo da congruência das áreas entre as

subfiguras, enquanto que os participantes que assinalaram (3/2) realizaram a relação todo-parte ao invés de parte-todo, durante o procedimento da dupla contagem.

Dos 45 (43,7%) participantes que erraram completamente a questão, 39 (37,9%) marcaram somente a alternativa (2/3). Este resultado nos faz inferir como é forte a prevalência do procedimento da dupla contagem em conversões desta natureza, pois este foi utilizado mesmo sendo explícitos que as subfiguras tinham áreas e formas diferentes. Ainda 4 (3,9%) marcaram somente a alternativa (3/2), acreditamos que foi feito o procedimento da dupla contagem e realizada a relação inversa, ou seja, a relação todo-parte e 2 (1,9%) marcaram a alternativa (1/2), possivelmente usaram a relação parte-parte.

No próximo capítulo traremos as nossas considerações retomando o objetivo da pesquisa e discutindo os principais resultados encontrados.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Nesta pesquisa, tivemos como objetivo geral analisar a compreensão de licenciandos em matemática sobre a relação parte-todo dos números racionais, em conversões que tinham como registro de partida o geométrico bidimensional e como registro de chegada o simbólico fracionário, de acordo com os graus de não congruência semântica nas conversões entre estes registros, propostos por Silva (2018).

O grau 1 demonstrou ser o nível que mais obteve-se acertos entre os sujeitos pesquisados, destacando a questão (1), onde 96,1% dos 103 participantes acertaram a alternativa correta, e 45,6% dos participantes acertaram as duas alternativas corretas na questão (8), ou seja, acertaram a questão completamente. Desta forma foi baixo os números de acertos nesta questão, comparada com a questão (1), pois tratavam-se de figuras geométricas de mesmo grau de não congruência semântica. Acreditamos, que este número de acertos se deve a questão apresentar duas alternativas corretas, diferente da questão (1) que só tinha apenas uma alternativa correta. Na questão (8), 37,9% dos participantes que acertaram a questão parcialmente, marcaram apenas a alternativa (3/8), deixando de marcar a outra alternativa correta, no caso (9/24), ou seja, a solução (3/8) tem uma maior congruência semântica com a figura geométrica.

Verificamos que os participantes podem ter usado apenas o procedimento da dupla contagem, desprezando a apreensão perceptual das formas das subfiguras para identificar que estas possuem formas homogêneas e áreas congruentes, e a apreensão discursiva entre as unidades figurais e simbólicas necessárias para estabelecer a relação parte-todo e a conversão para o registro simbólico fracionário. Dessa forma, não garantindo que o sujeito, de fato, reconheça as unidades figuras necessárias para a conversão para o registro simbólico fracionário. Além disso, inferimos que aqueles participantes que ficaram presos a apreensão perceptual das formas das subfiguras da figura geométrica inicial podem ter sido levados a realizar a relação parte-parte, ou seja, relacionar o número de subfiguras pintadas com o número de subfiguras não pintadas ou vice-versa.

O grau 2 de não congruência semântica obteve um índice muito baixo de acertos, apenas 5 participantes acertaram completamente as questões (11) e (12) de

forma simultânea, ou seja, marcaram as três alternativas corretas, de ambas as questões, apesar de que nesses tipos de conversões de figuras geométricas com mais de um inteiro não necessitem da apreensão operatória, o índice de acertos foi abaixo do esperado.

Dos participantes que acertaram parcialmente as questões (11) e (12), 28,2% marcaram somente a alternativa $(3/3 \ 2/3)$ e 30,1% somente a alternativa $(4/4 \ 1/4)$, respectivamente. Acreditamos que esses participantes usaram somente o procedimento da dupla contagem, apresentando uma leitura literal das quantidades referentes a cada unidade, pois essas alternativas eram as que mais apresentavam congruência semântica, e por isso deixando de marcar as alternativas que também correspondia as figuras geométricas, no caso as alternativas que representavam as frações impróprias e frações mistas com um inteiro e uma fração.

Podemos destacar no grau 2 de não congruência semântica, que 11,7% dos participantes marcaram as alternativas $(5/6)$, $(3/3 \ 2/3)$ e $(1 \ 2/3)$, nos levando a inferir que esses sujeitos possivelmente usaram o método da dupla contagem para as três alternativas, assim marcando duas alternativas corretas e um errada, que considera erroneamente a quantidade das partes destacadas dos inteiros correspondendo com o numerador (5), e a quantidade das partes dos dois inteiros como sendo apenas um inteiro, correspondendo com o denominador (6) da fração $(5/6)$. Sendo que, 42,7% dos participantes marcaram esta alternativa $(5/6)$, marcando somente esta, ou esta e outras. Concluímos que, grande parte dos participantes, faz a conversão entre o registro geométrico bidimensional para o simbólico fracionário com mais de um inteiro como se fosse apenas um inteiro.

As questões (4) e (7) que pertencem ao grau 3 de não congruência semântica, apresentaram acertos e erros similares, 47,6% e 53,4% participantes respectivamente, acertaram as questões completamente, marcando as duas alternativas corretas. Entretanto, 49,5% e 44,7% participantes acertaram, respectivamente, as questões (4) e (7) parcialmente, com apenas uma das respostas corretas. Observamos que neste caso, foi marcada somente a alternativa que poderia ser visualizada na figura geométrica inicial, ou seja, a que precisaria apenas da apreensão perceptiva e discursiva, portanto não exploraram todos os recursos da figura geométrica. Assim, deixaram de marcar a alternativa que apresenta a fração

irreduzível que poderia ser encontrada através de um tratamento na figura geométrica inicial.

No grau 4 de não congruência semântica, 48,5% e 68,9% dos participantes acertaram as questões completamente. A diferença de acertos entre as questões provavelmente se deve a questão (10) ter apenas uma alternativa correta. Acreditamos que estes participantes utilizaram ao menos a reconfiguração por divisão das subfiguras e/ou inclusão de subfiguras, mesmo que mentalmente, nos tratamentos das figuras geométricas iniciais.

Ainda no grau 4 de não congruência semântica tivemos um número alto de participantes que acertaram a questão (2) parcialmente, equivalendo a 33,0% participantes, e destes, 27,2% marcaram somente a alternativa (2/8). Ou seja, mesmo fazendo o tratamento para visualizar essa resposta (2/8), não conseguiram visualizar que a figura geométrica correspondia também a alternativa (1/4). Na questão (10) tivemos somente 1 participante que acertou parcialmente, marcando uma alternativa correta e outra errada. Verificamos entre essas questões que esse grau de não congruência semântica, que parece existir um maior custo cognitivo quando a unidade-parte inicial é implícita.

Ainda no grau 4 de não congruência semântica tivemos um número alto de participantes que acertaram a questão (2) parcialmente, equivalendo a 33,0% de participantes, e destes 27,2% marcaram somente a alternativa (2/8), não conseguiram visualizar que a figura geométrica correspondia também a alternativa (1/4). Na questão (10) tivemos somente 1 participante que acertou parcialmente, marcando uma alternativa correta e outra errada. Verificamos entre essas questões que nesse grau de não congruência semântica, parece existir um maior custo cognitivo quando a unidade-parte é implícita, como ocorre na questão (10). Inferimos que o maior número de erros da questão (10) em relação a questão (2) se deve a unidade parte na questão (10) está implícita, ou seja, é necessário que seja descoberta para só então realizar o particionamento total da figura geométrica inicial. Enquanto que na questão (2) a unidade-parte é contemplada na figura geométrica inicial, seja considerando esta particionada em 8 subfiguras ou em 4 subfiguras de formas homogêneas.

Entre os participantes que erraram completamente as questões pertencentes ao grau 4 de não congruência semântica temos, 18,4% na questão (2) e 30,0% na

questão (10), dos 18,4% dos participantes, 15,5% marcaram somente a alternativa (1/7) e dos 30,0% dos participantes, 22,3% marcaram somente a alternativa (1/2), possivelmente esses participantes usaram o procedimento da dupla contagem, com desprezo das áreas distintas entre as subfiguras das figuras geométricas. Pois, estas não apresentavam áreas congruentes e formas homogêneas. Sendo assim, entre os principais erros cometidos nesse nível está o desprezo da conservação da área das partes.

No grau 5 de não congruência semântica acreditamos que os participantes da pesquisa que acertaram ambas as questões podem estar demonstrando que realizam o tratamento figural de desconstrução das formas geométricas heterogêneas das subfiguras em subfiguras de formas homogêneas para que seja verificado a congruência entre as suas áreas, estabelecida a relação parte-todo e realizada a conversão para o registro simbólico fracionário. Entretanto, 60,1% dos participantes terem escolhido apenas a alternativa (1/4) para a questão (5) pode estar revelando que em figuras deste tipo os sujeitos ficam presos ao procedimento da dupla contagem, sem que seja realizado o tratamento de desconstrução das formas heterogêneas das subfiguras da figura inicial.

No grau 6 de não congruência semântica, cujas figuras geométricas requer um maior custo cognitivo para que seja estabelecida a relação parte-todo e realizada a conversão para o registro simbólico fracionário, verificamos que um percentual próximo de 30% para a questão (6) e de 40% para a questão (9) utilizaram o procedimento da dupla contagem, com desprezo da congruência entre as áreas das subfiguras da figura geométrica inicial.

Pudemos constatar de maneira geral que o procedimento da dupla contagem é recorrente mesmo no ensino superior e entre futuros professores de matemática. Sendo assim, acreditamos que estudos mais aprofundados sobre essa temática devem ser desenvolvidos e que a formação inicial contemple discussões que levem os futuros docentes a ter um olhar para os elementos semiocognitivos envolvidos no conhecimento matemático, e em especial, que os estudos desenvolvidos nesta área possam ser discutidos e fazer parte dos currículos na formação inicial e continuada do professor de matemática.

Por fim, sabemos que esta pesquisa tem suas limitações, mas que poderá servir de contribuição para futuros estudos, que possam investigar de uma forma mais

abrangente, acerca das conversões entre os registros de representações dos números racionais.

5 REFERÊNCIAS

CAMPOS, T.; MAGINA, S. & NUNES, T. (2006). **O professor polivalente e a fração: conceitos e estratégias de ensino**. Educação Matemática e Pesquisa, São Paulo, v.8, n.1, p 125-136. Disponível em: <http://revistas.pucsp.br/emp/issue/archive>. Acesso em: 07 out 2021.

DUVAL, R. **Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento**. REVEMAT. (Trad. Mércles T. Moretti). Florianópolis Florianópolis, SantaCatarina, v. 7, n. 2, p.266-297, 2012. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/revemat/issue/archive>. Acesso em: 01 out 2021.

DUVAL. R. **Semiosis y Pensamiento Humano**. Registros Semióticos y Aprendizajes Intelectuales. trad. Myriam Veja Rastrope. Universidad Del Valle. 2004.

DUVAL. R. **Ver e ensinar a matemática de outra forma**: Entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas. 1ª ed. São Paulo: PROEM, 2011.

MARCONI, M. A.; LAKATOS, E. M. **Fundamentos de metodologia científica**. 5ª ed. São Paulo: Editora Atlas, 2003.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. F. **Metodologia do Trabalho Científico**: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico. 2. ed. Novo Hamburgo: Universidade Feevale, 2013.

OLIVEIRA, F.M. **LIVRO DIDÁTICO: Análise das figuras geométricas empregadas para o estabelecimento da relação parte-todo dos números racionais à luz dos registros de representações semióticas**. 2021.84 f. TCC (Graduação) – Curso de Licenciatura em Matemática, IFPB, Cajazeiras, Paraíba, 2021. Disponível em: <https://repositorio.ifpb.edu.br/handle/177683/1764>. Acesso em: 18 de abril 2022.

SILVA, F. A. F. **Graus de não congruência semântica nas conversões entre os registros geométrico bidimensional e simbólico fracionário dos números racionais**. Dissertação (Doutorado em ensino de ciências e matemática). UFRP. Recife, 2018.

SILVA, F. A. F.; MORETTI, M. T. **Características visuais das figuras geométricas Empregadas no estudo da relação parte-todo dos Números racionais**. In: Florilégio de pesquisas que envolvem a Teoria semio-cognitiva de aprendizagem matemática de Raymond Duval. Organizadores, Mércles Thadeu Moretti, Celia Finck Brandt. – Florianópolis. Ed. REVEMAT/UFSC, 2020.

SILVA, F. A. F.; SANTOS, Marcelo. **Proposição de graus de não congruência semântica nas conversões entre os registros geométrico bidimensional e o simbólico fracionário dos números racionais**. INTERMATHS. Vol.1, N.1, Jul – Dez 2020, p. 174 – 196.

6 APÊNDICES

APÊNDICE A: INSTRUMENTO DE PESQUISA



Análise da compreensão de licenciandos em matemática sobre a relação parte-todo dos números racionais.

Esse formulário contém o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido e um questionário contendo 12 questões que fazem parte da pesquisa em andamento de conclusão de curso do licenciando em matemática Flaviano Abreu de Oliveira sob a orientação da Profa. Dra. Fernanda Andrea Fernandes Silva.

flaviano.abreu@academico.ifpb.edu.br [Alternar conta](#)



*Obrigatório

E-mail *

Seu e-mail

Nome *

Sua resposta

Carteira de Identidade ou RG (Registro Geral): *

Sua resposta

Data: *

Data

dd/mm/aaaa 

Período de referência do curso *

- 1º período
- 2º período
- 3º período
- 4º período
- 5º período
- 6º período
- 7º período
- 8º período

Ao marcar a opção abaixo, você estará aceitando participar da pesquisa. *

- Após ter sido devidamente esclarecido, aceito participar da presente pesquisa.

Próxima

Limpar formulário

Nunca envie senhas pelo Formulários Google.

Este formulário foi criado em Instituto Federal da Paraíba. [Denunciar abuso](#)

Google Formulários



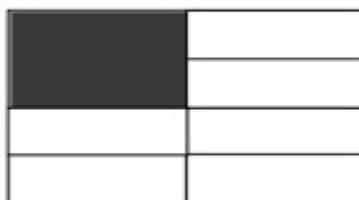
As questões abaixo poderão ter mais de uma alternativa correta.

1) Qual a fração que representa, a figura, a parte escura em relação ao todo? *



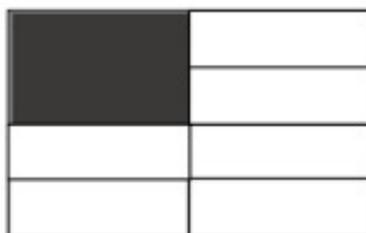
- 5/2
- 2/5
- 2/7
- 5/7
- 7/2

2) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo? *



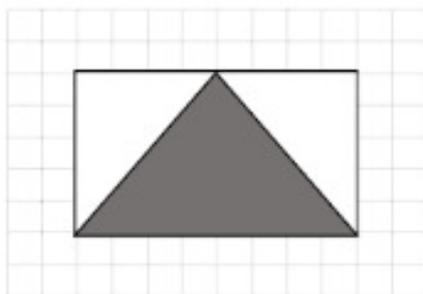
- 1/7
- 2/8
- 8/2
- 1/4
- 4/1

2) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo? *



- $1/7$
- $2/8$
- $8/2$
- $1/4$
- $4/1$

3) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo? *



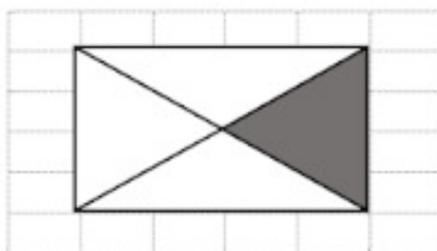
- $1/3$
- $2/4$
- $2/3$
- $1/2$
- $3/2$

4) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo? *



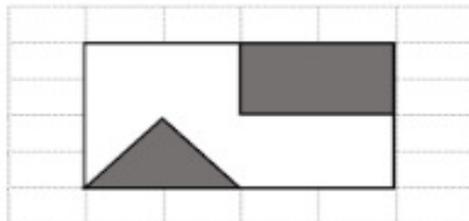
- 1/3
- 4/2
- 2/4
- 6/2
- 2/6

5) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo? *



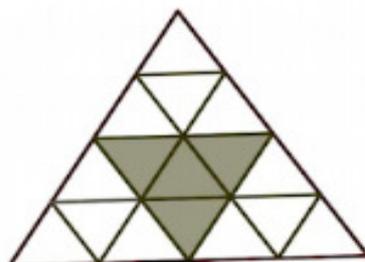
- 1/3
- 1/4
- 8/2
- 2/8
- 3/1

6) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo? *



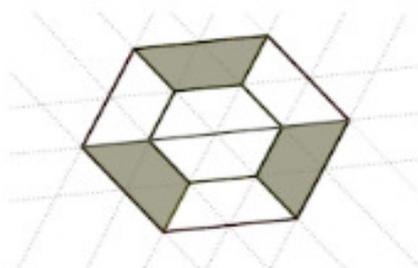
- $2/3$
 $3/2$
 $3/8$
 $6/16$
 $8/3$

7) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo? *



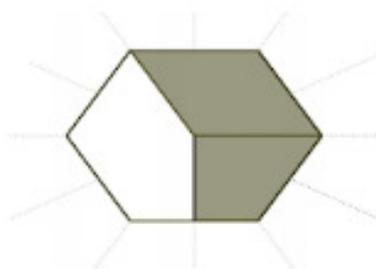
- $1/4$
 $4/16$
 $16/4$
 $1/3$
 $4/1$

8) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo? *



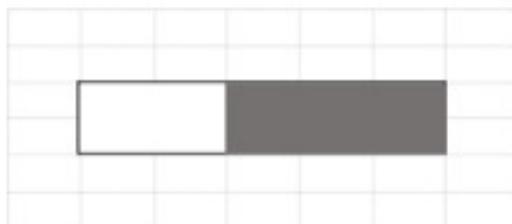
- $8/3$
- $5/3$
- $9/24$
- $3/8$
- $3/5$

9) Qual a fração que representa, a figura, a parte escura em relação ao todo? *



- $1/2$
- $2/3$
- $3/2$
- $7/12$
- $12/7$

10) Qual a fração que representa, a figura, a parte escura em relação ao todo? *



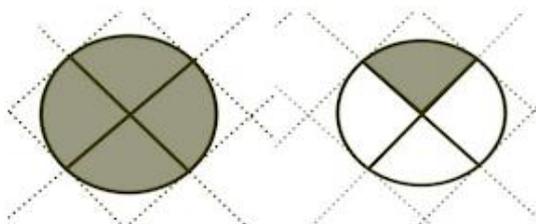
- $3/5$
- $1/2$
- $3/2$
- $5/3$
- $2/3$

11) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo? *



- $5/6$
- $6/5$
- $5/3$
- $3/3 \frac{2}{3}$
- $1 \frac{2}{3}$

12) Qual(is) a(s) fração(ões) que representa(m) na figura, a parte escura em relação ao todo? *



- $5/8$
- $8/5$
- $5/4$
- $4/4 \frac{1}{4}$
- $1 \frac{1}{4}$

APÊNDICE B: TERMO DE CONSENTIMENTO E ESCLARECIDO

TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO

Você está sendo convidado a participar da pesquisa "**Análise da compreensão de licenciandos em matemática sobre a relação parte-todo dos números racionais**". O objetivo dessa pesquisa é analisar a compreensão de licenciandos em matemática a respeito das características visuais das figuras geométricas que são necessárias ser consideradas pelo sujeito para que esse possa estabelecer a relação parte-todo dos números racionais.

A pesquisa está sendo desenvolvida pelo licenciando Flaviano Abreu de Oliveira, R.G 2.938.442, SSP/PB discente do curso Licenciatura em Matemática do IFPB, Mat. 201622020014; e pela Profa. Dra. Fernanda Andréa Fernandes Silva, R.G 706.085, SSP/AL professora EBTT do IFPB, Mat. 1141807; ambos pertencentes ao Campus Cajazeiras.

A justificativa para essa pesquisa é investigar as unidades visuais que os licenciandos em matemática identificam em relação a influência de fatores semicognitivos visuais que interferem no estabelecimento da relação parte-todo em figuras geométricas e, conseqüentemente, nas transformações das figuras geométricas para as frações.

Nessa pesquisa, você será solicitado a responder uma atividade contendo 12 questões de forma objetiva, envolvendo transformações entre figuras geométricas e frações.

A aplicação da atividade será realizada pelo pesquisador, de forma online por meio da plataforma do google meet, que lhe dará toda a assistência que venha necessitar ou acionará pessoal competente para isso. Caso tenha alguma dúvida sobre os procedimentos ou sobre a pesquisa poderá entrar em contato com a pesquisador a qualquer momento pelo telefone ou e-mail abaixo:

Flaviano Abreu de Oliveira

Celular: (83) 99117-2100

E-mail: flaviano.abreu@academico.ifpb.edu.br

Sinta-se absolutamente à vontade em deixar de participar da pesquisa a qualquer momento, sem ter que apresentar qualquer justificativa aos pesquisadores. Ao decidir deixar de participar da pesquisa você não terá prejuízo de qualquer ordem.

Os pesquisadores serão os únicos a ter acesso aos dados dessa pesquisa e tomarão todas as providências necessárias para manter o sigilo dos participantes da pesquisa, bem como, de todos os dados que possam identificá-lo. Mas sempre existe a remota possibilidade da quebra do sigilo, mesmo que involuntário e não intencional, cujas conseqüências serão tratadas nos termos da lei.

Os resultados deste trabalho poderão ser apresentados em encontros ou revistas científicas da área e mostrarão apenas os resultados obtidos como um todo, sem revelar seu nome, instituição ou qualquer informação relacionada à sua privacidade.

A legislação brasileira não permite que você tenha qualquer compensação financeira pela sua participação em pesquisa. Você também não terá nenhuma despesa advinda da sua participação nessa pesquisa. Caso alguma despesa extraordinária associada à pesquisa venha a ocorrer, você será ressarcido nos termos da lei.

Os pesquisadores da pesquisa, assina esse documento, compromete-se a conduzir a pesquisa de acordo com o que preconiza a Resolução 510/2016 do CNS, que trata dos preceitos éticos e da proteção aos participantes da pesquisa.

Fernanda Andréa F. Silva

Prof. Dra. Fernanda Andréa Fernandes Silva. Mat. 1141807
Profa. EBTT IFPB

Flaviano Abreu de Oliveira

Flaviano Abreu de Oliveira. Mat. 201622020014
Discente. IFPB

Documento Digitalizado Restrito

TCC de Flaviano Abreu para colocar no repositório.

Assunto: TCC de Flaviano Abreu para colocar no repositório.
Assinado por: Flaviano Oliveira
Tipo do Documento: Anexo
Situação: Finalizado
Nível de Acesso: Restrito
Hipótese Legal: Informação Pessoal (Art. 31 da Lei no 12.527/2011)
Tipo do Conferência: Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- Flaviano Abreu de Oliveira, ALUNO (201622020014) DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - CAJAZEIRAS, em 17/05/2022 18:11:51.

Este documento foi armazenado no SUAP em 17/05/2022. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 520046
Código de Autenticação: 45aa7dd64c

