



**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
CAMPUS CAMPINA GRANDE - IFPB
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

ALUSKA IANDRA DA SILVA AIRES

**O USO DE MATERIAIS DIDÁTICOS DE MANIPULAÇÃO NO ESTUDO DE
FRAÇÕES E SUAS OPERAÇÕES**

**CAMPINA GRANDE – PB
2022**

ALUSKA IANDRA DA SILVA AIRES

**O USO DE MATERIAIS DIDÁTICOS DE MANIPULAÇÃO NO ESTUDO DE
FRAÇÕES E SUAS OPERAÇÕES**

Trabalho de Conclusão de Curso – TCC,
apresentado ao Curso de Licenciatura em
Matemática do Instituto Federal de Educação,
Ciência e Tecnologia da Paraíba, Campus
Campina Grande, como requisito parcial para a
obtenção do título de graduação em Licenciatura
em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rômulo Alexandre Silva

**CAMPINA GRANDE – PB
2022**

A298u Aires, Aluska landra da Silva.

O uso de materiais didáticos de manipulação no estudo de frações e suas operações / Aluska landra da Silva Aires. - Campina Grande, 2022.

54 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal da Paraíba, 2022.

Orientador: Prof. Dr. Rômulo Alexandre Silva.

1. Educação Matemática 2. Fração 3. Materiais didáticos de manipulação I. Título.

CDU 51



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
CAMPUS CAMPINA GRANDE

ALUSKA IANDRA DA SILVA AIRES

O USO DE MATERIAIS DIDÁTICOS DE MANIPULAÇÃO NO ESTUDO DE FRAÇÕES E
SUA OPERAÇÕES

Trabalho de Conclusão de Curso, aprovado como requisito parcial
para a obtenção de graduação em Licenciatura em Matemática pelo Instituto
Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – Campus Campina
Grande.

Habilitação: Licenciatura

Data da aprovação

01 / 09 / 2022.

Banca examinadora:

ORIENTADOR: Prof. Dr. Rômulo Alexandre Silva - IFPB

AVALIADOR: Prof. Me. Cicero da Silva Pereira – IFPB

AVALIADOR: Prof. Me. Helder Gustavo Pequeno Reis – IFPB

“Lute com determinação, abrace a vida com paixão, perca com classe e vença com ousadia, porque o mundo pertence a quem se atreve e a vida é muito bela para ser insignificante.”

Charles Chaplin

AGRADECIMENTOS

Meus agradecimentos primeiramente a Deus que permitiu que eu chegasse até esse importante momento da minha vida acadêmica com a conclusão deste trabalho de pesquisa.

Ao meu orientador Professor Dr. Rômulo Alexandre Silva que esteve presente em toda construção do trabalho me orientando, se disponibilizando sempre para me ajudar, sendo paciente e dedicado para conclusão de um trabalho com bom êxito.

Agradeço também a Prefeitura Municipal de Cabaceiras-PB, que ao longo desses anos disponibilizou o transporte público para que os estudantes pudessem obter uma formação acadêmica ao nível de graduação.

A instituição de ensino IFPB - Campus Campina Grande pelo apoio, incentivo e dedicação para formação de futuros professores e profissionais, e a todo o corpo de docentes, sempre dedicados e que buscam constantemente o melhor para os alunos, cada um ao seu modo particular. Assim como, aos diversos programas de apoio à permanência e redução da evasão estudantil que participei (PIBID, RP e auxílios estudantis).

Ao docente Cicero que além de professor, foi um grande amigo durante todo o curso e esteve me apoiando, pronto para ajudar sempre que precisei e por ser uma das pessoas que contribuiu para que eu chegasse até aqui.

Ao professor Helder pela disposição em ler e contribuir com o meu trabalho, num prazo tão exíguo em termos de tempo.

Agradeço a minha mãe por me tornar quem sou hoje, pelo apoio, compreensão por tudo que faz por mim e por ser a mulher forte e mãe maravilhosa que sempre foi.

Quero dedicar este trabalho a pessoa mais importante da minha vida, que sempre se orgulhou de mim nas pequenas coisas. Dedico a minha mãe, Dona Ivanilda.

Resumo

Na perspectiva da formação de professores de Matemática, esta pesquisa explora os aspectos relacionados ao estudo das frações e algumas de suas operações aritméticas, mediados pelo uso de materiais didáticos de manipulação enquanto elemento motivacional na forma de dois produtos educacionais explorados na sala de aula de Matemática. Procuramos construir um aporte teórico básico sobre os dois temas, através de seu estudo e de uma revisão de literatura que permitisse compreender os principais aspectos conteudistas e didático-pedagógicos para aplicar em sala de aula. Para isto, elaboramos, testamos e aplicamos uma proposta na forma de uma oficina com duas turmas do Curso de Licenciatura desta instituição de ensino. Com o objetivo de analisar como futuros professores desta disciplina, compreendiam e utilizavam um Dominó Fracionário e Copos Graduados com a manipulação de líquidos, ao longo das atividades propostas. Optamos por uma pesquisa-ação com abordagem qualitativa, onde os estudantes envolvidos puderam manifestar suas observações durante o desenvolvimento da proposta e depois, responder ao questionário auto avaliativo aplicado ao final da atividade. Contribuindo para a nossa compreensão sobre a sala de aula de Matemática e no estudo de futuras pesquisas.

Palavras-chave: Fração; Educação Matemática; Materiais Didáticos de Manipulação.

ABSTRACT

From the perspective of the training of mathematics teachers, this research explores aspects related to the study of fractions and some of their arithmetic operations, mediated by the use of didactic materials for manipulation as a motivational element in the form of two educational products explored in the mathematics classroom. We seek to build a basic theoretical contribution on both themes, through its study and a literature review that would allow to understand the main content and didactic-pedagogical aspects to be applied in the classroom. For this, we elaborate, test and apply a proposal in the form of a workshop with two classes from the Degree Course of this educational institution. In order to analyze how future teachers of this discipline understood and used a Fractional Domino and Graduated Cups with the handling of liquids, throughout the proposed activities. We opted for an action research with a qualitative approach, where the students involved were able to express their observations during the development of the proposal and then answer the self-assessment questionnaire applied at the end of the activity. Contributing to our understanding of the mathematics classroom and the study of future research.

Keywords: Fraction; Math Education; Teaching Manipulation Materials

LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Imagem da representação de uma fração	166
Figura 2: Imagem da representação de uma fração própria.....	176
Figura 3: Representação Geométrica de Frações impróprias	17
Figura 4: Imagem de uma Divisão não exata	187
Figura 5: Ilustração de equivalência de frações.....	198
Figura 6: Representação de soma de fração tirada do livro.....	18
Figura 7: Resolução de uma operação com MMC	210
Figura 8: Símbolos representados na escrita hieroglífica.....	221
Figura 9: Representação dos números na escrita hieroglífica	232
Figura 10: Representação da divisão de pães	254
Figura 11: Divisão não exata no método egípcio	276
Figura 12: Números decimais e fracionários	287
Figura 13: Jogo Dominó Fracionário	333
Figura 14: Aplicação do Material Didático em sala	344
Figura 15: Registro de um dos alunos na partida do jogo	354
Figura 16: Alunos jogando o Dominó Fracionário.....	355
Figura 17: Manipulação dos copos Graduados.....	36
Figura 18: Copo com graduação de um meio.....	37
Figura 19: Rascunho feito por um dos alunos	42
Figura 20: Rascunho feito por um dos alunos	433

GRÁFICO

Gráfico 1	444
Gráfico 2	455
Gráfico 3	446
Gráfico 4	46
Gráfico 5	46
Gráfico 6	47

SUMÁRIO

1. Introdução	11
1.1 Caminho traçado até o curso de licenciatura em matemática	11
1.2 Trajetória e motivos que levaram a permanência no curso	12
1.3 Motivos que influenciaram na escolha do tema	14
1.4 Problematização e objetivos da pesquisa	14
2. Números Fracionários	16
2.1 Conceito, características e suas propriedades	16
2.2 Como as Frações eram utilizadas no antigo egipto	21
2.3 Números fracionários versus números decimais	27
3. Prática de Ensino-Aprendizagem em Matemática	29
3.1 O uso de materiais didáticos de manipulação	29
3.2 Problematização para promover a aprendizagemem matemática	30
4. Proposta para o estudo de frações	32
4.1 Atividade 1 - Uso de um jogo para o estudo de fração	32
4.2 Atividade 2 - Uso de copos cilíndricos nas operações com fração	36
4.3 Aplicações de um questionário autoavaliativo	38
4.4 Descrição e análise da proposta	38
5. Considerações Finais	49
Referências	52
Anexos	53

1. INTRODUÇÃO

1.1 Caminho traçado até o curso de licenciatura em matemática

Trançando um caminho até chegar ao curso de licenciatura em matemática, fiz o meu Ensino Médio e Fundamental em escolas públicas na cidade de Cabaceiras, no Cariri paraibano, lugar onde sou natural.

Recordo-me que a minha relação com a matemática começou nos anos iniciais do Ensino Fundamental I, quando estava aprendendo as operações fundamentais. Lembro-me que tinha certa facilidade para compreender e resolver cálculos com as quatro operações propostas pela professora escritas no quadro, à medida que eu ia aprendendo o interesse aumentava. Logo depois, minha mãe comprou-me uma tabuada para que eu pudesse estudar as quatro operações e o tempo foi passando fui criando o hábito e certa facilidade em realizar cálculos mentais.

Deste modo, obtive alguns momentos marcantes em meu ensino, se tratando de matemática, na quarta série do Ensino Fundamental, as disciplinas eram divididas por dois professores, em matemática a disciplina era ministrada por uma professora cujo sua metodologia contribuiu bastante em meu processo de ensino-aprendizagem mesmo utilizando métodos tradicionais buscava tornar clara a compreensão dos alunos. Esta mesma professora também costumava levar para sala de aula material didático de manipulação como o Tangran e jogos matemáticos para construirmos e jogar, a maneira como ela me fez entender os conteúdos me fez admirar seu profissionalismo como também gostar ainda mais da matemática.

Ao chegar ao Ensino Fundamental II no 6º ano a disciplina de matemática era dividida em duas (álgebra e geometria) que eram ministradas separadamente por duas professoras, estudando a disciplina dessa forma ainda no 6º ano percebi que o meu interesse e compreensão eram maiores na parte algébrica. Já na geométrica eu conseguia compreender, porém não na mesma proporção o que foi tornando mais evidente quando fui às turmas de 7º e 8º ano onde foram mudados os professores e eu comecei a ter dificuldades para compreender o lado geométrico da matemática enquanto na álgebra o nível de compreensão e interesse em aprender permanecia.

Além disso, ao concluir o 9º ano, ingressei no Ensino Médio e tive que estudar numa outra escola, pois na cidade onde moro o ensino médio só é possível na escola estadual. Quando iniciei no primeiro ano algumas disciplinas foram acrescentadas além das que eu já estudava no Ensino Fundamental que foram as disciplinas de Química, Física, Sociologia e Filosofia; quando comecei a assistir as aulas de Física achava muito interessante a cada aula

gostava e construía uma relação de identificação com a disciplina. Ouvi por algumas vezes o professor falando sobre sua graduação em Física e aquilo me interessou, então quando conclui o 3º ano do Ensino Médio decidi que queria cursar física e uma possível segunda opção seria matemática.

Então, fiz minha inscrição para realizar a prova do Enem por dois anos seguidos, no segundo ano coloquei como primeira opção o curso de Física e segunda opção Matemática, posteriormente não consegui entrar no curso de Física e Matemática por ser segunda opção estava concorrendo na ampla concorrência o que me fez ficar na lista de espera um tempo depois recebi um e-mail pedindo que eu comparecesse ao IFPB para realizar a matrícula, porém por estar na lista de espera tinham cinco vagas a serem preenchidas e eu estava na décima quinta colocação. Para que eu pudesse entrar as pessoas teriam que desistir ou não comparecer para se inscrever. Passaram alguns dias e eu recebi uma ligação informando que eu tinha sido classificada para entrar no Curso de Licenciatura em Matemática.

1.2 Trajetória e motivos que levaram a permanência no curso

Iniciei o curso de licenciatura em Matemática em outubro de 2016 no IFPB-Campus Campina Grande. Ao iniciar o primeiro dia de aula a turma do primeiro período foi recepcionada pelo coordenador do curso de Licenciatura em Matemática. Foram apresentados alguns professores à turma neste; primeiro dia a aula foi com intuito de recepcionar a turma já no segundo dia fomos convidados para participar de um minicurso no qual o professor Alex estava ministrando. Passados alguns dias do início das aulas fomos informados que as universidades incluindo o IFPB iriam interromper as aulas devido à greve então desde o início das aulas tivemos 15 dias de aulas e só retomaram no ano seguinte.

Além disso, ainda em 2016 mesmo estando em greve, abriu-se um edital para inscrições de auxílio moradia e resolvi me inscrever, pois como sou de outra cidade, queria morar em Campina Grande para ficar mais perto e facilitar já que eu tinha que vir pra faculdade todos os dias e a viagem acabava sendo cansativa, então me inscrevi e consegui o auxílio e quando as aulas iniciaram em 2017, eu já estava morando em Campina Grande, o que facilitou bastante o meu deslocamento.

Com um mês depois que as aulas iniciaram após a greve consegui um trabalho numa empresa de Call Center como jovem aprendiz e foi quando começaram as dificuldades; no início as coisas estavam indo bem consegui concluir o primeiro período, mas quando iniciou o segundo período, eu já estava a alguns meses trabalhando e estava começando a ter dificuldades para conciliar o trabalho e os estudos. Infelizmente, como não estava

conseguindo estudar acabei reprovando algumas disciplinas o que aos poucos foi me desmotivando por não estar conseguindo ir bem no curso, pensei em formas de conseguir conciliar o trabalho e o estudo, pois não queria desistir de nenhum dos dois então decidi reduzir a quantidade de disciplinas por período para tentar diminuir a sobrecarga mas ainda estava tendo dificuldades e por alguns momentos pensei em desistir do curso, mesmo com as dificuldades e muitas vezes me sentindo desmotivada continuei até que, depois de quase um ano meu contrato com a empresa acabou, decidi que iria me dedicar somente ao curso e encontrar uma maneira de não ter que trabalhar enquanto estivesse no curso.

Logo, como venho de família humilde minha mãe não tinha como me manter e o auxílio que recebia não dava para pagar todas as despesas, decidir buscar entrar em projetos com bolsa enquanto isso não acontecia comecei a dar aulas de reforço voluntária na turma de primeiro ano do Curso Técnico Integrado de Química no IFPB. A coordenadora do curso estava à procura de aluno que pudesse se voluntariar e o Prof. Ms. Cicero da Silva Pereira conversou comigo e perguntou se eu gostaria de dar aulas de reforço, eu aceitei dar aulas de reforço para a turma e fiquei por algum tempo ministrando aula de reforço.

Posteriormente, em alguns meses depois abriu edital para inscrição do projeto PIBID;¹ a princípio fiquei com receio de me inscrever, mas me inscrevi e conseguir entrar no projeto que foi uma das melhores experiências dentro do curso, as atividades foram realizadas no IFPB, na escola estadual Ademar Veloso da Silveira e na escola EMEF Irmão Damião em Lagoa Seca na qual eu e mais sete licenciandos realizamos as atividades do PIBID junto com o Professor Maurício Alves em turmas de 6º ano.

O PIBID me proporcionou uma grande experiência em sala de aula com as atividades desenvolvidas, pois esse projeto nos traz uma motivação a mais para continuar com tudo que aprendemos durante suas atividades, além do PIBID também participei da Residência Pedagógica uma experiência desafiadora para mim, pois iniciamos as atividades em meio a pandemia e tínhamos que realizar todas atividades de forma remota incluindo as regências que fazem parte do projeto.

Por fim, para mim foi algo desafiador porque era novo, já havia ministrado aulas através de estágios, presencialmente, nesse caso seria virtual uma situação ao qual nunca tinha vivenciado. Logo, era uma mudança para todos tendo em vista a nossa nova realidade, assim sendo a minha primeira regência ocorreu no 1º ano com a turma do professor Rodrigo. Inicialmente tive um pouco de dificuldade, fui me adaptando aos poucos e assim seguiram as

¹ Programa institucional de Bolsa de iniciação à Docência.

atividades de forma remota. Assim, segui o curso até este momento onde estou concluindo uma importante etapa em minha graduação com a Licenciatura em Matemática.

1.3 Motivos pelos que influenciaram na escolha do tema

A ideia do tema surgiu quando estava ministrando uma aula de reforço onde resolvendo um problema matemático um dos alunos me falou que aprendeu de outra maneira a resolução do assunto e que só saberia resolver da forma que aprendeu, mesmo que a maneira como eu estivesse explicando fosse mais fácil à compreensão, percebi que para o aluno o modo mais natural seria como ele aprendeu, pois era o que já obtinha conhecimento. Sendo assim, a partir desse momento passei a refletir sobre essa situação e em como no ensino nos deparamos com esse tipo de realidade em que muitas das vezes o aluno não se fecha para outras possibilidades de aprendizagem.

Portanto, como professores, devemos ter um olhar mais apurado para o contexto sócio formativo dos alunos, respeitando sua individualidade e realidade, adaptando as estratégias de ensino ao diversificar a abordagem que podemos utilizar em sala de aula com a Matemática. Deste modo, além de ser algo que vai beneficiar no aprendizado dos alunos e também pensando nessa ideia da diversificação da metodologia de ensino busquei trazer para o meu trabalho o uso de materiais didáticos de manipulação (MDM) para serem utilizados no estudo de frações com intuito de mostrar que podemos tomar uma abordagem diferente para o estudo de determinado conteúdo de Matemática e que é possível aprender com outros métodos de ensino.

1.4 Problematização e objetivos da pesquisa

Em princípio, ao pensarmos na construção do trabalho de conclusão almejamos construir algo que possa contribuir para a metodologia do ensino-aprendizagem em matemática, visto que a abordagem muitas vezes pode encontrar alguns obstáculos diante os alunos.

Sendo assim, dado que a matemática muitas vezes é vista como algo difícil de aprender e compreender, nós professores devemos buscar metodologias que possam desconstruir essas ideias.

Logo, na perspectiva de contribuirmos na construção de métodos que venham facilitar e ajudar no ensino de matemática tivemos como objetivo elaborar um produto educacional que pudesse contribuir para o estudo de frações e suas operações. Para alcançar este objetivo, optamos por: Construir uma revisão de literatura sobre o tema; elaborar produtos educacionais

para a sala de aula de Matemática Básica, testar seu potencial uso com alunos da Licenciatura em Matemática e depois analisar seu uso durante a aplicação na forma de um questionário auto avaliativo.

Portanto, o texto se organiza em 5 partes, sendo que na introdução apresentamos os objetivos e os elementos que justificam nossa pesquisa. No segundo tópico no qual nomeamos de números fracionários, vem destacando alguns conceitos de frações a serem estudados ao decorrer do trabalho como: frações próprias e impróprias, equivalência, soma, multiplicação e subtração de frações e um pouco do contexto histórico das frações à civilização egípcia na qual estavam presentes as frações unitárias.

No tópico 3 vem abordando um pouco sobre o uso de materiais de manipulação e suas contribuições, como é visto sua utilização, a importância de se trabalhar com MDM e as dificuldades que podemos encontrar quando o levamos para sala de aula.

Já no tópico 4 é descrito como ocorreu a construção dos materiais didáticos de manipulação utilizados nesse trabalho que foram: o dominó fracionário e copos de graduação. Sendo descrito como foi realizado o processo de aplicação das atividades nas turmas de licenciatura em matemática. E por último, trazemos nossas considerações finais sobre a pesquisa.

2. Números Fracionários

Neste tópico, exploramos um pouco do contexto histórico associado ao estudo das frações, destacando as principais civilizações antigas que contribuíram para o seu desenvolvimento conceitual e de que forma as utilizavam (em termos de notação, representação e cálculos) para resolver problemas do cotidiano da época.

2.1 Conceito, características e suas propriedades

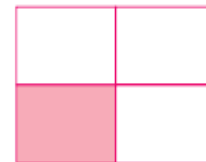
As frações podem ser representadas de diversas formas e situações, a exemplo da utilização em receitas de bolo, na comparação decimal ou percentual e na divisão como comparação. Assim, quando falamos em frações podemos definir como a representação dos segmentos de uma ou mais partes com um todo qualquer. Ou seja, ela determina a divisão de partes iguais sendo que cada parte é uma fração do inteiro pré-determinado.

Além disso, de acordo com os livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental II: DANTE (2015) e SILVEIRA (2015), os termos de uma fração são representados por: **a** sendo o numerador (quantificador), **b** denominador (dar nome) da fração e com o **b** \neq 0. Em que **a** é termo localizado acima do traço da divisão, ele representa a quantidade de partes tomadas do inteiro. E **b** é o denominador que indica o número de partes iguais em que o inteiro foi dividido. Logo, podemos dizer que todo número escrito na forma $\frac{a}{b}$, com $a \in \mathbb{Z}$ e $b \in \mathbb{Z}$, em que $b \neq 0$, representa uma fração dentro do conjunto dos números racionais.

Para que possamos compreender melhor temos a situação onde o inteiro está sendo dividido em quatro partes iguais representando uma fração, observemos na figura 1.

Figura 1: Imagem da representação de uma fração

- A figura representa o inteiro dividido em quatro partes iguais, sendo uma parte colorida de vermelho.
Representamos a parte vermelha por $\frac{1}{4}$ (lemos: "um quarto").



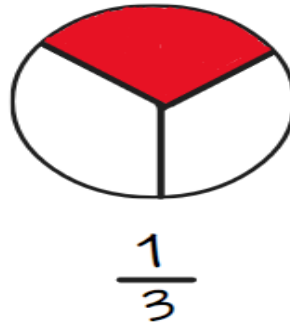
Fonte: (SILVEIRA, 2015, p.128)

De acordo com sua apresentação, podemos destacar alguns tipos de frações, a exemplo das frações próprias, impróprias, equivalentes e unitárias. Esses são alguns tipos de frações existentes, que estudamos no Ensino Fundamental I e II.

Assim sendo, Frações próprias são aquelas com valor maior que zero e menor que um inteiro elas são partes de um inteiro, ou seja, as frações próprias estão entre zero e um nelas o numerador é diferente de zero e é menor que o denominador. Como temos o exemplo na

figura 02 a fração própria é representada onde o numerador é a parte pintada e o denominador é a quantidade de partes que a figura está sendo dividida.

Figura 2: Imagem da representação de uma fração própria

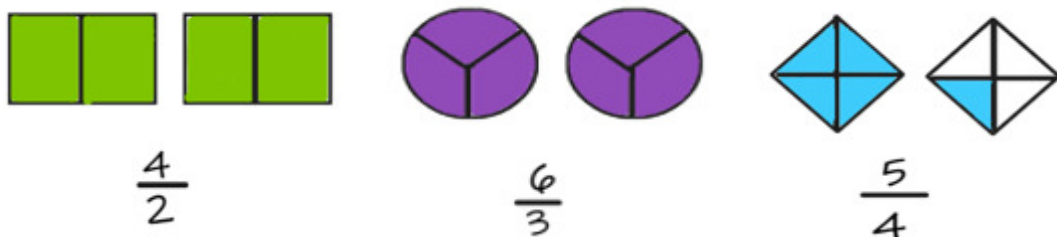


Fonte: Autoria própria

No caso das frações impróprias podemos definir como aquelas correspondem a um inteiro ou mais que um inteiro, ou seja, frações impróprias são iguais a um ou maior que um, cujo numerador é maior ou igual ao denominador. Além disso, temos a fração conhecida como fração aparente que também é um tipo de fração imprópria nela o numerador é múltiplo do denominador. Como por exemplo as frações $\left(\frac{4}{2}, \frac{6}{3}, \frac{5}{4}\right)$ são exemplos de frações impróprias.

A seguir podemos visualizar (fig. 03), que representam exemplos de frações impróprias.

Figura 3: Representação Geométrica de Frações impróprias



Fonte: Autoria própria

Quando falamos de frações próprias e impróprias, uma forma de conseguirmos identificar se uma fração é própria ou imprópria, ou seja, se ela é maior que zero e menor que um ou igual a um e maior que um, podemos pensar da seguinte forma, sabemos que fração é a divisão de partes iguais de um inteiro então nesse sentido.

Desta forma, as frações próprias o denominador é maior que o numerador e já a frações impróprias o denominador será menor ou igual ao numerador. Se ainda assim ficarmos com dúvidas pode-se realizar um cálculo rápido sobre a fração, por exemplo, a

fração $\frac{5}{3}$ notamos que o denominador é menor que o numerador, além disso, se fizermos uma divisão de 5 por 3 vamos ter 1 inteiro como quociente e resto 2 se temos 1 inteiro sabemos que é uma fração imprópria é maior que um pois vamos obter um inteiro com um valor decimal vejamos essa divisão na figura 04.

Figura 4: Imagem de uma Divisão não exata

$$\begin{array}{r} 5 \overline{) 3} \\ \underline{20} \\ 20 \\ \underline{20} \\ 0 \end{array}$$

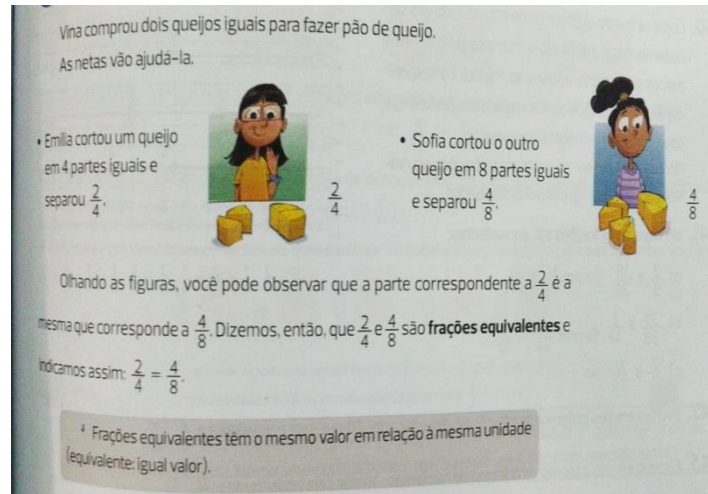
Fonte: Autoria Própria

Realizando essa divisão podemos identificar o valor decimal correspondente a fração e assim sabermos se ela é própria ou imprópria.

Seguindo, as frações equivalentes são frações que representam a mesma parte do todo ou proporcional, ou seja, são frações que possui o mesmo valor, porém são representadas por frações diferentes uma da outra como, por exemplo: $(\frac{1}{5}, \frac{2}{10} e \frac{4}{20})$ são frações equivalentes, pois todas quando simplificadas resultam em $\frac{1}{5}$, porém estão representadas por frações com números diferentes, mas resultam em um mesmo valor.

Segundo DANTE (2015), traz uma demonstração de equivalência de frações utilizando a situação da figura 04 onde temos a repartição de queijos em 4 partes e em 8 partes e sendo representadas por $\frac{2}{4}$ e $\frac{4}{8}$ Vejamos a seguir na figura 05.

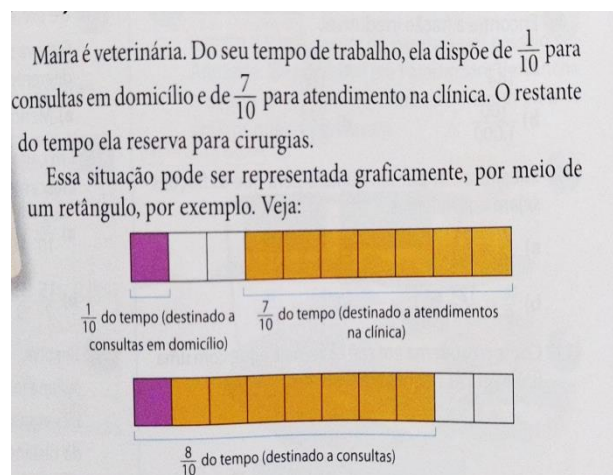
Figura 5: Ilustração de equivalência de frações



Fonte: (DANTE, p.169, 2015)

Conforme realizamos cálculos com números naturais, operando soma e subtração, também é possível realizarmos operações de soma e subtração de frações. Assim sendo, há dois casos que ocorrem na soma e subtração de frações que é quando temos frações de mesmo denominador e quando temos denominadores diferentes. Vejamos como operar frações de mesmo denominador de acordo com BARROSO (2010, p. 146) na figura 06.

Figura 6: Representação de soma de fração tirada do livro



Fonte: BARROSO (2010, p. 146)

Como podemos ver na figura acima, temos a situação onde Maíra que é veterinária, ela dispõe $\frac{1}{10}$ do seu tempo para consultas em domicílio e $\frac{7}{10}$, para atendimentos na clínica na representação geométrica na figura observamos o inteiro dividido em dez partes iguais $\frac{1}{10}$ representado pelo quadrado roxo e $\frac{7}{10}$ representados pelos quadrados laranja somando obtemos $\frac{8}{10}$. Chegamos a esse resultado que somados os numeradores e conservando o denominador já que são iguais.

$$\frac{1}{10} + \frac{7}{10} = \frac{8}{10}$$

Se pegarmos o mesmo exemplo agora realizando a subtração obtemos o resultado da seguinte forma veja:

$$\frac{7}{10} - \frac{1}{10} = \frac{6}{10}$$

Portanto, assim como na adição de frações de mesmo numerador, na subtração conserva se o denominador e subtrair os numeradores. Em BARROSO (2010, p. 146) diz que para calcular a soma ou a diferença de duas frações com denominadores iguais, adicionamos ou subtraímos os numeradores e conservamos os denominadores, pois os inteiros estão divididos na mesma quantidade de partes.

O segundo caso ocorre quando operamos frações com denominadores diferentes, nesse caso para realizarmos a soma ou subtração podemos obter o resultado por dois meios determinando as frações equivalentes ou pelo menor múltiplo comum (MMC).

De acordo com os autores DANTE (2015) e BARROSO (2010) destacam que na adição ou subtração de duas frações de uma mesma unidade, que tem denominadores diferentes, determinamos as frações equivalentes às frações dadas e que tenham o mesmo denominador ou encontramos o menor múltiplo comum aos denominadores, reduzimos as frações a esse denominador comum e depois somamos ou subtraímos. Na figura 07 temos um exemplo de uma operação de soma com MMC.

Figura 7: Resolução de uma operação com MMC

Operação de soma com MMC

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} =$$

MMC entre 4 e 2 é 4
contar

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{1+2}{4} = \frac{3}{4}$$

Fonte: Autoria Própria

Sendo 4 o menor múltiplo comum entre 4 e 2 dividimos o múltiplo comum pelos denominadores e o resultado dessa divisão é multiplicada pelos numeradores assim obtemos o resultado da operação.

2.2 Como as frações eram utilizadas no antigo egito

Nas civilizações antigas, como os egípcios, babilônios, gregos, romanos e hindus era possível se obter a representação fracionária dos números cada um conforme seu contexto sociocultural e de acordo com as representações numéricas utilizadas. Uma das mais conhecidas é a dos egípcios, que trabalhavam com frações unitárias. Os egípcios eram considerados povos muito precisos quando se tratava de contar e medir. Exemplo disso temos a construção do calendário solar e de suas famosas pirâmides, que nos intrigam até hoje pela beleza, construção e suas relações métricas.

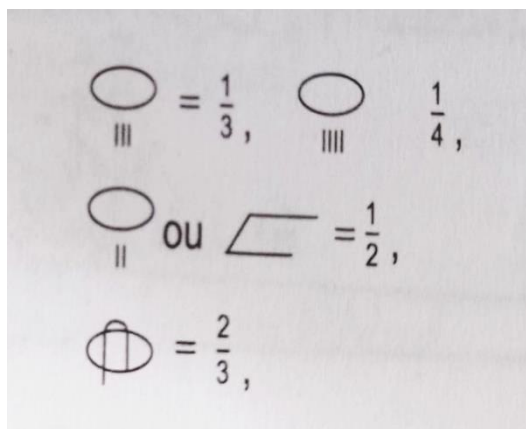
De acordo com alguns livros de História da Matemática, como: Boyer (2012) e Eves (2011), o que podemos observar sobre o desenvolvimento da notação fracionária pela civilização egípcia é que partiu da necessidade de realizar cálculos sobre divisões de terras, distribuição de alimentos, medições na construção civil e pagamentos de funcionários e soldados a serviço do faraó. Que nem sempre resultava em uma divisão exata com números naturais, daí a necessidade de uma representação parte todo nos cálculos e que pudesse resolver a determinada situação-problema. Com a necessidade de utilizar as frações em seus cálculos os egípcios desenvolveram o uso de uma notação onde só eram bem aceitos por eles as frações unitárias que são as frações de numerador um com apenas a exceção de uma fração não unitária.

Como já relatado, os egípcios consideravam apenas as frações unitárias, ou seja, na forma de $\frac{1}{n}$ para a solução de cálculos matemáticos com exceção apenas da fração $\frac{2}{3}$ que era

bem aceita por eles em sua visão matemática onde se fazia sentido e que eles achavam mais fácil para calcular. As frações de numerador diferente de um, não eram representadas desta forma pelos egípcios que consideravam a fração própria geral de m/n não como uma coisa elementar, mas como parte de um processo incompleto. Dessa forma não era útil aos seus cálculos, pois só se consideravam a forma decomposta, ou seja, a soma de frações unitárias (BOYER, 2012, p.31). Na escrita hieroglífica foram criados símbolos especiais para representação das frações unitárias e para a fração $\frac{2}{3}$.

Nesta perspectiva, podemos observar na figura 08 os símbolos criados pelos egípcios na escrita hieroglífica, onde podemos destacar que o numerador é representado por um círculo e os números que correspondem ao denominador são escritos de acordo com a escrita dos sistemas de numeração decimal. Além disso, temos a fração $\frac{2}{3}$ Possui um símbolo especial que a representa trata-se de um círculo com um arco dentro esse símbolo era específico dessa fração as demais frações eram representadas por um círculo e traços que ficam abaixo do círculo.

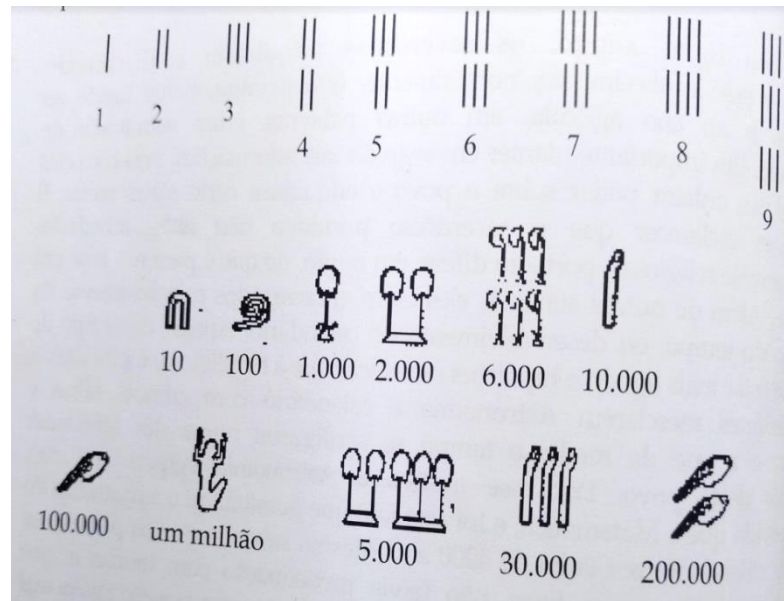
Figura 8: Símbolos representados na escrita hieroglífica



Fonte: (EVES, p. 73, 2011)

Como podemos observar na figura 09 onde os números de 1 a 9 são representados por traços, o número 10 pelo desenho de uma ferradura, 1000 pela flor de lótus e 10.000 por um dedo dobrado.

Figura 9: Representação dos números na escrita hieroglífica



Fonte: (Contador, p.74, 2012)

Sendo assim, no Egito os problemas matemáticos daquela época eram registrados em papiros nos quais são conhecidos por terem problemas matemáticos, podemos apontar os papiros de Moscou e Rhind como os mais conhecidos, pois apresentam um conjunto de problemas matemáticos, que nos ajudam a entender como eles utilizavam a Matemática em seu contexto sociocultural.

No papiro de Rhind há registro de cálculos e representações fracionárias podemos observar que o papiro começa com uma tabela fornecendo como soma de frações de $\frac{2}{n}$ como soma de frações unitárias para todos os valores de n de 5 a 101 (BOYER, 2012, p.31). Essa tabela tinha a finalidade de facilitar a decomposição de frações de numerador diferente de um na representação de $\frac{2}{n}$, assim quando se era necessário realizar determinado cálculo, por exemplo, de uma fração do tipo $\frac{2}{5}$ fazia-se uma consulta a essa tabela e era vista a forma decomposta na soma de frações unitárias da seguinte forma $\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$, além dessas representações na tabela de Rhind também estava escrita uma pequena representação de frações do tipo $\frac{n}{10}$ sendo N de 1 a 9.

A algumas teorias que buscam justificar os métodos utilizados pelos egípcios para a decomposição de frações não unitárias a exemplo disso temos o método $\frac{z}{pq} = \frac{1}{pr} + \frac{1}{qr}$, em que $r = \frac{(p+q)}{z}$. Esse método de encontrar decomposições possíveis de uma fração em duas unitárias está indicado num papiro escrito em grego, provavelmente em alguma ocasião entre

500 e 800 d.C., papiro esse encontrado em Akmim, uma cidade junto ao rio Nilo. (EVES,2011, p.83). Para este método as frações a serem decompostas em duas frações unitárias o numerador da fração a ser decomposta obtém um número ímpar assim como as frações que possui na tabela do papiro de Rhind onde se tem a decomposição de frações de $\frac{2}{n}$. Seguindo, podemos utilizar este método de decomposição de uma fração em duas unitárias para realizar alguns exemplos das seguintes frações: $\frac{2}{9}$, $\frac{2}{5}$ e $\frac{2}{11}$ a seguir.

$$r = \frac{(1 + 9)}{2} = 5$$

$$\frac{z}{pq} = \frac{1}{pr} + \frac{1}{qr}$$

$$\frac{2}{9} = \frac{1}{5} + \frac{1}{45}$$

Portanto, para chegarmos a esse resultado nos tomamos $z = 2$ que no caso é o numerador da fração a ser decomposta, $p = 1$ e $q = 9$ que é o denominador da fração substituímos esses valores e obtemos a fração $\frac{2}{9}$ na representação de soma de duas frações unitárias. Aplicando o mesmo método nas frações $\frac{2}{5}$ e $\frac{2}{11}$ Iremos obter as seguintes representações vejamos nos exemplos a seguir.

$$r = \frac{(1 + 5)}{2} = 3$$

$$\frac{z}{pq} = \frac{1}{pr} + \frac{1}{qr}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$$

Para a fração $\frac{2}{11}$ temos.

$$r = \frac{(1 + 11)}{2} = 6$$

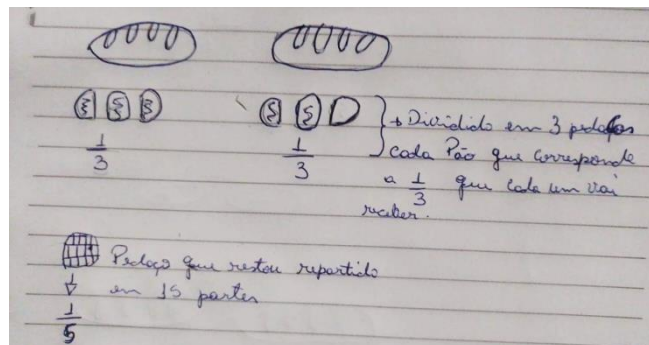
$$\frac{z}{pq} = \frac{1}{pr} + \frac{1}{qr}$$

$$\frac{2}{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{66}$$

No entanto, o que observamos nos estudos de história da matemática é que eles não desenvolveram um método específico como o método demonstrado anteriormente para obter a forma decomposta das frações eles realizavam os cálculos de forma simples como uma divisão primária.

Assim sendo, podemos citar aqui uma situação com pães como era feita a divisão de dois pães para cinco trabalhadores em forma de fração como representar a fração $\frac{2}{5}$ visto que não era bem aceito por eles a fração não unitária, era representada pela soma de duas frações unitárias, então para realizar a divisão de dois pães para 5 trabalhadores visto que não é possível dar um pão inteiro para cada trabalhador divide-se os dois pães cada um em três partes totalizando 6 pedaços e fazia a distribuição dos pedaços para cada um; como eram 5 trabalhadores, restou um pedaço para ser dividido para os 5 trabalhadores então esse pedaço será dividido em 15 pedaços então cada trabalhador receberá $\frac{1}{3} + \frac{1}{15}$ de pães veja na figura 10.

Figura 10: Representação da divisão de pães



Fonte: Autoria própria

Ainda, no papiro de Rhind, como dito, foram encontrados vários exemplos de problemas matemáticos envolvendo os números fracionários dentre eles os egípcios trabalhavam também com a decomposição de frações, então os problemas matemáticos envolvendo as frações eram de forma decomposta no qual eles utilizavam como auxílio para esses cálculos uma tabela com as frações em sua forma decomposta, A qual se encontra também no papiro de Rhind.

Neste sentido, os egípcios realizavam operações de multiplicação e divisão não da forma como realizamos nos dias atuais eles desenvolveram o seu próprio método para realizar operações que resultam em duplicações que ocorriam da seguinte forma, a multiplicação e a divisão eram em geral efetuadas por uma sucessão de duplicações com base no fato de que todo número pode ser representado por uma soma de potências de 2 (EVES, 2011, p.72).

Então, a multiplicação era realizada da seguinte forma: Montam-se duas colunas; a primeira que corresponde ao multiplicador inicia com número 1; o próximo será o seu dobro e segue consecutivamente até obtermos somando os números da primeira coluna o multiplicador e na segunda coluna obtemos o dobro dos valores que está sendo multiplicado, ou seja, o multiplicando para que possa ficar mais claro vejamos um exemplo a seguir de como se realizavam as multiplicações.

$$\begin{array}{r}
 1 \quad 9 \\
 2 \quad 18 \\
 4 \quad 36 \\
 \hline
 5 \quad 45
 \end{array}$$

Nesse exemplo, para chegarmos ao resultado conforme o método egípcio somavam-se os números da primeira coluna que resultam no multiplicador. Nesse caso seriam os números 1 e 4 e na segunda coluna os números somados são os que correspondem aos números 1 e 4 da primeira coluna para chegarmos aos valores da segunda coluna eram feitas as duplicações.

Logo, no caso da divisão, o método se assemelha um pouco com a multiplicação com algumas pequenas diferenças. Era também escritas duas colunas onde em uma delas o divisor dobrava sucessivamente até obtermos o valor sem ultrapassar o dividendo. Vejamos, no exemplo a seguir onde temos a divisão de $36 \div 4$.

$$\begin{array}{r}
 \Rightarrow 4 \quad 1 \\
 8 \quad 2 \\
 16 \quad 4 \\
 \Rightarrow 32 \quad 8 \\
 \hline
 36 \quad 9
 \end{array}$$

Nessa divisão, na coluna da esquerda os números 4 e 32 somados resultam no 36, que é quem está sendo dividido; e na coluna à direita somamos os valores que estão à frente de 4 e 32 nesse caso são os números 1 e 8, que somados temos como resultado 9 sendo assim a divisão de 36 por 4 é igual a 9.

Para realizar uma divisão não exata, ou seja, com frações os egípcios realizavam da seguinte forma no “caso de uma divisão não exata, por exemplo, $\frac{19}{8}$; se dobrava o 8 até um número limite menor que 19, depois dividia o número 8 por 2 até obter o número 1.” (CONTADOR, 2012, p.76).

Para melhor podermos compreender como era desenvolvido a operação de divisão na civilização egípcia iremos ver um exemplo de uma divisão ao método egípcio. Temos a situação na figura 11.

Figura 11: Divisão não exata no método egípcio

$$\begin{array}{r} 19 \\ \hline 8 \\ 1 \quad 8 \\ \text{Dobro de 1 e de 8} \Rightarrow 2 \quad 16 \Rightarrow \text{número limite menor que 19} \\ \text{Metade de 1} \Rightarrow \frac{1}{2} \quad 4 \Rightarrow \text{metade de 8} \\ \text{Metade de } \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} \quad 2 \Rightarrow \text{metade de 4} \\ \text{Metade de } \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{1}{8} \quad 1 \Rightarrow \text{metade de 2} \\ \hline 2 + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \end{array}$$

Fonte: (CONTADOR, 2012 p.76)

2.3 Números fracionários versus números decimais

De acordo com Dante (2015), Silveira (2015) e Barroso (2010), autores de livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental II, pudemos observar uma Inter-relação na apresentação, exploração e resolução de questões que envolvem o uso de números nas formas fracionária e decimal. Logo, mesmo quando exploram estes conteúdos em capítulos específicos, provavelmente, são com o intuito de facilitar seu estudo.

Nesta perspectiva, frações decimais são frações cujo denominador representa potências de base 10, os números decimais são classificados como: décimos, centésimos e milésimos e assim por diante. São identificados por números com vírgula como: 0,1, 0,01 e 0,001; é como representamos os números decimais acima citados:

- Décimos cujo denominador de um inteiro é 10 que corresponde a fração $\frac{1}{10}$, um inteiro dividido em 10 partes iguais na sua forma decimal representa-se como 0,1;
- Centésimos cujo denominador de um inteiro é 100 em forma de fração pode ser escrita $\frac{1}{100}$ e em sua forma decimal 0,01;
- Milésimos cujo denominador de um inteiro é 1000 como fração escrita como $\frac{1}{1000}$ na forma decimal 0,001, neste caso o inteiro está sendo dividido em mil partes iguais.

As frações e os números decimais correspondem um ao outro podemos representar uma fração na forma decimal e vice-versa. Situação em que utilizamos equivalência de frações na transformação de fração em um número decimal.

Figura 12: Números decimais e fracionários

$\frac{3}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{10} = 0,6$ <p>Então: $\frac{3}{5} = 0,6$.</p>	$\frac{27}{20} \times \frac{5}{5} = \frac{135}{100} = 1 \frac{35}{100} = 1,35$ <p>Então: $\frac{27}{20} = 1,35$.</p>	$2 \frac{5}{8} = \frac{21}{8} \times \frac{1000}{1000} = \frac{21000}{8000} = \frac{21000 \div 8}{8000 \div 8} = \frac{2625}{1000} = 2 \frac{625}{1000} = 2,625$ <p>Então: $2 \frac{5}{8} = 2,625$.</p>
---	---	--

Fonte:(DANTE,2015, p.222)

Seguindo, temos a fração $\frac{3}{5}$ que é equivalente a $\frac{6}{10}$ e sua forma decimal é 0,6 o que significa $\frac{3}{5} = 0,6$ como vimos na figura 12 para que se chegasse a esse resultado multiplicando-se o numerador e o denominador por 2 para obtermos $\frac{6}{10}$.

Por fim, em resumo, observamos que esta forma de apresentar os números nas formas decimal e fracionária, contribui para a compreensão de seus principais conceitos. Para que seus estudantes entendam seu valor na reta numérica ou que tenham uma noção em termos de aproximação do seu valor quando comparamos as duas notações.

3. Prática de ensino-aprendizagem em matemática

Neste tópico, exploramos algumas relações entre uma formação conteudista em Matemática e os aspectos didático-pedagógicos, necessários para construir uma percepção integral do papel do futuro professor como um mediador da aprendizagem.

3.1 O uso de materiais didáticos de manipulação (MDM)

A realidade em muitas salas de aula ainda é um ensino de matemática fragmentado e descontextualizado, que prioriza a mecanização, a memorização e a abstração, distanciando-se de um aprendizado significativo, que propicie aos estudantes reflexão e análise de situações concretas ou mesmo relacionadas com o mundo real. (BAUMGARTEL, 2016, p. 01).

Partindo do que foi supracitado, sabemos que há realidades difíceis nas escolas, que dificultam as possibilidades de utilizar métodos diferentes para o ensino em matemática.

“Poderíamos aqui elencar, uma série de dificuldades que se apresentam em torno da utilização do uso de MDM na escola básica: a falta de tempo para a construção; falta de experiência do professor com uso de tais recursos didáticos; de espaço dentro da escola para seu armazenamento ou distribuição; as questões financeiras em torno de sua aquisição ou mesmo a falta de vivência em torno de sua utilização” (SILVA, 2012, p. 33).

Contanto o uso de matérias de manipulação (MDM) seja uma importante ferramenta para o uso em conceitos matemáticos em sala de aula por parte do professor que pode desenvolver vários métodos com uma diversidade de materiais que irão agregar no ensino e aprendizagem.

Embora saibamos que o uso de materiais didáticos de manipulação (MDM) nem sempre é bem visto como método de ensino para exploração de conceitos matemáticos, pois é considerado por muitos professores como um momento de diversão para os alunos e sem utilidade para outros “a concepção de muitos professores é que o MDM não é necessário, argumentando que estudaram e conseguiram aprender Matemática sem precisar recorrer a tais recursos” (SILVA, 2012, p.32).

Porém, não se torna uma realidade para todos tendo em vista que cada pessoa tem o seu ritmo de aprendizagem e nem todos conseguem aprender de forma igual; alguns aprendem de forma rápida outros demoram um pouco mais, alguns apresentam dificuldade e por aí vai; cada pessoa tem seu processo de aprendizado; o que significa que o uso de MDM bem como outro método qualquer que busquem facilitar e melhorar o aprendizado, é importante ser exposto e utilizado em sala de aula.

Além disso, ainda que saibamos que o MDM pode não ser bem visto em termos de utilização em conceitos matemáticos é importante destacar suas contribuições para o ensino,

que de acordo com (SILVA, p.29), “O MDM permite que o trabalho com diferentes abordagens do conteúdo, além de motivar a criatividade e a interação do trabalho em grupo, ou seja, onde o professor assume a função de mediar a relação entre ensino e a aprendizagem, contribuindo para que o aluno possa estabelecer conexões entre a matemática e o cotidiano.”

Nessa perspectiva, podemos ver que o MDM traz grandes contribuições que beneficia o aprendizado do aluno assim como também constroem novas relações entre professor e aluno como também aluno e a matemática. Além de que a matemática pode ser exposta para os alunos de diversas formas fazendo assim com que compreendam que a matemática está em tudo e que a utilização do MDM em sala de aula se torna um meio que pode facilitar no aprendizado de conceitos matemáticos. Porém isso só será possível se o professor tiver um domínio sobre o material a ser utilizado em sala de aula, pois antes de ser utilizado é importante que haja um planejamento para que o mesmo possa ser desenvolvido.

Todavia, o MDM seja um dos métodos muito eficientes para se estudar conceitos matemáticos é necessário que o professor leve alguns pontos em consideração antes de aplicá-lo em sala de aula: o material a ser utilizado deve estar ao nível de compreensão do aluno; o professor deve dominar bem o material a ser utilizado; e o conteúdo a ser estudado.

Torna-se, com efeito evidente, a necessidade de se ter uma concepção mais ampla dos limites e das vantagens em torno do uso de material didático a ser explorado nas aulas, identificando em que momentos eles se justificam e de que forma podem contribuir para que não se apresentem apenas como um elemento meramente atrativo a ser exposto (SILVA, 2012, p.32).

3.2 Problematização para promover a aprendizagem em matemática

Neste tópico iremos discorrer um pouco sobre a problematização para promover a aprendizagem, mas antes de iniciarmos essa discussão precisamos saber o que isso significa.

Deste modo, problematizar o ensino é criar situações problemas para incentivar o pensar, refletir fazendo com que o aluno desenvolva estratégias para solucionar situações problemas promovendo assim a aprendizagem.

“A aprendizagem baseada em problemas, ou simplesmente conhecida como ABP (ou até mesmo PBL, sigla oriunda do inglês problem based learning) é, portanto, uma metodologia voltada para a aquisição do conhecimento por meio da resolução de situações” (NOEMI, 2019).

Partindo disto, dentro da educação tem se tornado frequente as discussões em torno da utilização de metodologias ativas onde o aluno tem o seu papel na construção do

conhecimento. Visto que, é importante que se discutam e se ponham em prática na sala de aula essas metodologias onde o aluno é protagonista de seu conhecimento.

Além disso, fica cada vez mais evidente nas pesquisas relacionadas a essa temática e até mesmo na prática quando utilizamos métodos de ensino não tradicionais de Matemática que obtemos bons resultados. Desta maneira, o motivo para essas melhorias obtidas através de novos métodos de ensino é que os alunos em relação ao seu aprendizado passam de alguém que apenas recebe as informações para alguém que tem um papel fundamental em seu próprio aprendizado. De modo que, quando se é trabalhado dessa forma em sala de aula, segundo (CRUZ, 2017, p.25), “o professor deixa de ser somente aquele que transmite as informações e se torna um mediador no processo de ensinar e aprender, propiciando que o aluno seja cada vez mais independente, a buscar as informações e construir seu conhecimento.”

Adicionalmente, existem várias metodologias de ensino que contribuem de forma significativa um exemplo é o uso de materiais didáticos de manipulação (MDM) que vem sendo muito discutido, de acordo com SILVA (2012, p.31): “considera o termo material didático de manipulação (MDM) aos instrumentos físicos onde seja possível exercer uma ação física sobre tais objetos de forma didática, a fim de promover uma atividade de ensino.”

Sendo assim todo e qualquer material que seja possível realizar uma atividade didática no ensino com os alunos pode ser considerado MDM. “O uso do MDM, assim como outras metodologias de ensino-aprendizado, permite que o professor promova estratégias para facilitar a construção do conhecimento” (SILVA, p.28 a 29).

Além do mais, um material que é bem utilizado no estudo de conceitos matemáticos são os jogos, pois segundo BAUMGARTEL (2016, p. 04). Mesmo o mais simples dos jogos, como por exemplo, os jogos de memória, desenvolvem habilidades e competências que favorecem o processo de aprendizagem.

“Pode-se perceber que a potencialidade dos jogos como recurso didático é enfatizada pela ludicidade como motivação, onde o estudante é envolvido de forma ativa, desenvolvendo autoconfiança e sai da passividade que normalmente ocorre em aulas tradicionais, em que prioriza-se a transmissão do conteúdo.” (BAUMGARTEL, 2016, p. 04).

Partindo disto, o aluno é atraído pelo jogo e pelo o que o jogo representa em sua visão, como assim sendo um momento divertido, porém além de ser algo divertido o jogo utilizado como material didático contribui para o aprendizado de forma mais atrativa (BAUMGARTEL, 2016, p. 04). “Sendo assim, a sua utilização pode levar os estudantes a desenvolver a habilidade de pensar em diversas possibilidades para a resolução de uma determinada situação.”

4. Proposta para o estudo de frações

Este tópico tem por objetivo, apresentar a construção, discussão, descrição e análise de uma proposta que pudesse contribuir com a relação entre o uso de materiais didáticos de manipulação durante o estudo de frações e suas operações aritméticas mais simples.

4.1 Atividade 1 - Uso de um jogo para o estudo de fração

Na perspectiva de contribuir com a mudança desse cenário, no sentido de melhoria para o processo de ensino e de aprendizagem da Matemática, busca-se por metodologias de ensino que realmente sejam significativas para os estudantes, que os envolvam no processo de construção do conhecimento. (BAUMGARTEL, 2016, p. 02).

Partindo dessa perspectiva foi pensando um MDM a ser utilizado neste trabalho que tive a ideia de construir um dominó utilizando frações; o qual iria conter frações próprias e impróprias e multiplicação de frações. Deste modo, utilizando-se de seis frações no jogo para representar como multiplicação além da sua forma própria, fiz a primeira versão em papel em que escrevi as possíveis combinações contendo 28 pedras assim como jogo tradicional.

Assim, fiz o recorte e simulei o jogo vendo que daria certo e recriei as frações assim como suas possíveis combinações no computador no formato das pedras de dominó. Na confecção fiz a medida era aproximada, e imprimir em papel adesivo para fazer recorte bem como a colagem em um dominó de material plástico.

Quando tudo estava pronto em um dos encontros de orientação mostrei a primeira versão ao professor orientador, jogamos uma partida para testagem da jogabilidade verificamos sua aplicabilidade.

Seguindo, nesse mesmo dia foram feitos alguns ajustes juntamente com o professor orientador para acrescentar as operações de soma e subtração, também foram acrescentadas frações equivalentes, reduzidas e na forma de porcentagem como representação das frações presentes no jogo. A ideia era que se pudesse trabalhar mais conceitos matemáticos além de aumentar o nível de jogabilidade do jogo.

A partir daí reformulei todas as peças; refiz no computador com todas as alterações necessárias; fiz uma nova impressão para recorte e colagem no dominó em seguida após isso testei o jogo com umas amigas, com a finalidade de verificar a jogabilidade e se possuía algum erro, jogamos algumas partidas e não identificamos nenhum erro ou algo a ser modificado. Após isso fiz a construção das regras do jogo que foram analisadas pelo professor orientador para caso necessário, fazer alterações de todo o material sendo analisado antes de ser realizado a impressão definitiva do jogo e seus componentes.

Adicionalmente, para essa atividade foram utilizadas quatro caixas de dominó, contendo vinte e oito pedras cada caixa, primeiramente fiz a montagem de quatro kits do jogo cada kit contendo uma caixa com o dominó, um cartão com as regras com quatro lápis e papel para rascunho, depois para armazenar os kits utilizei duas caixas de sapatos e fiz uma divisória para comportar dois kits em cada caixa, em seguida embrulhei as caixas com papel presente e na tampa da caixa adesivei o nome do jogo.

Por fim, as peças foram coloridas na cor azul, com exceção dos carroções que foram coloridas na cor preta como uma forma de facilitar a identificação do carroção. Após todo processo de construção e testagem do jogo, partimos para a parte prática onde fomos para sala de aula.

Abaixo temos aqui a versão final do jogo concluído e pronto para exploração em sala de aula com as regras e cada pedra do dominó sendo representada pelas frações para realização da atividade com o jogo montamos um kit conforme na figura 13.

Figura 13: Jogo Dominó Fracionário



Fonte: Autoria própria

Em sala de aula, para exploração dos materiais dividimos em três momentos, realizados nas turmas de Laboratório de Ensino de Matemática e Prática de Ensino de Matemática, onde foram explorados o jogo Dominó Fracionário e a manipulação dos copos graduados. Essas atividades foram realizadas em dois dias, onde dividimos em três momentos apresentados na tabela a seguir.

Tabela 1 - Encontros para aplicação dos MDMs

Encontro	Data	Ação
I	26/07/2022	Exploração do jogo Dominó Fracionário
II	28/07/2022	Manipulação dos copos graduados
III	28/07/2022	Exploração do jogo Dominó Fracionário e Exploração do jogo Dominó Fracionário

Fonte: Autoria própria

Temos a seguir na figura 14 o registro do primeiro momento onde utilizamos o jogo dominó fracionário em sala de aula, a imagem retrata os alunos concentrados em sua partida, logo para esse jogo é necessário concentração e atenção visto que eles necessitaram realizar alguns cálculos.

Figura 14: Aplicação do Material Didático em sala



Fonte: Autoria própria

Mais abaixo temos este momento da figura 15 que é um registro de um dos alunos no momento em que ocorria a partida do jogo fazendo os cálculos em seu rascunho das suas pedras uma forma de facilitar suas jogadas se antecipando em identificar as frações que correspondem às operações presentes em suas pedras.

Figura 15: Registro de um dos alunos na partida do jogo



Fonte: Autoria Própria

A seguir, temos na figura 16 o seguinte registro da aplicação do jogo dominó fracionário na turma de Prática de Ensino de Matemática, nesse momento os alunos estavam iniciando e observamos que um dos alunos já estava atento realizando o cálculo da primeira pedra posta pela participante para identificar a qual fração corresponde o carroção que foi posto, todos estavam atentos.

Figura 16: Alunos jogando o Dominó Fracionário



Fonte: Autoria própria

Na figura acima, neste momento inicial os alunos já haviam tirado 0 ou 1 para saber quem iniciava a partida e observamos a primeira pedra sendo posta à mesa. Inicialmente ocorreram as primeiras identificações das pedras escolhidas por cada participante e é quando começam a montar suas estratégias, como observamos dois dos participantes já realizando alguns cálculos.

4.2 Atividade 2 - Uso de copos cilíndricos nas operações com fração

A segunda atividade consiste em utilizar copos graduados para operar soma e subtração de frações, o qual foi utilizado 15 copos transparentes. Vale salientar, só após a compra me dei conta de que os copos não eram cilíndricos, mas sim em formatos de tronco de cone, então quando fui graduar os copos estava tendo dificuldade em obter uma medida correta sem que desse uma diferença notável.

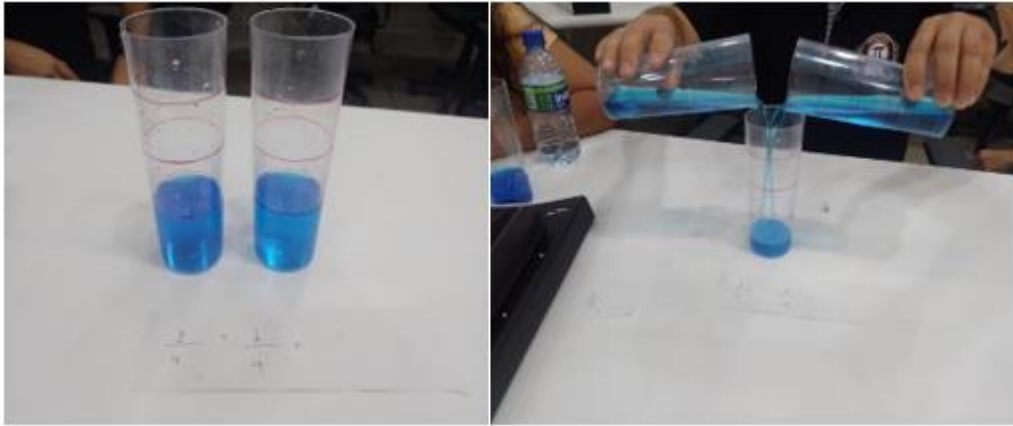
Além da dificuldade em achar as medidas corretas na primeira tentativa de graduar os copos; usei uma caneta de quadro e a cima da marcação coloquei fita adesiva colorida; o que não funcionou muito bem, pois no caso de erro da marcação a fita não sai por completo o que pode dificultar a reutilização do copo. Então após as tentativas sem sucesso, com a orientação do professor Rômulo medimos o copo e percebemos que ele possui uma diferença da parte inferior para superior que tem medida um pouco maior que a inferior então o professor Rômulo sugeriu encher o copo para encontrar a medida do copo cheio com água e identificarmos sua medida.

Neste sentido, então fiz exatamente isso enchi o copo e em seguida coloquei a quantidade de água presente no copo cheio em um copo medidor e descobri a capacidade em ml do copo que é aproximadamente 375 ml, partindo dessa informação dividi esse valor pelas partes a serem graduadas, ou seja, por 2, 3,4,5 e 6 na busca dos valores. Nem todas as divisões obtive um valor exato como, por exemplo, $375 \div 2 = 187,5$. No copo medidor não temos esse valor demarcado, pois o copo possui medida em destaque exatas como 50,100,150 ml as medidas são de 50 em 50 ml. Então tive que encontrar uma medida aproximada de 187,5 no copo medidor para assim realizar as graduações. Daí, sabendo o valor aproximado de cada uma das divisões fui colocando água no copo medidor na quantidade correspondente e em seguida colocando no copo a ser graduado utilizei uma caneta permanente para fazer as marcações seguindo a linha demarcada pela água no copo.

Após toda a construção realizamos a manipulação dos copos em sala de aula nas turmas, já mencionadas, a utilização dos copos se sucedeu da seguinte forma, após a aplicação do jogo Dominó Fracionário foi apresentado o material no caso os copos e suas graduações cada graduação possuindo três copos com a mesma quantidade de partes divididas sendo assim temos três copos 2,3,4,5 e 6 partes para podermos assim operar soma e subtração em dois copos e no terceiro o resultado.

Assim, os alunos participaram do momento de manipulação realizando operações (figura 17) onde temos um dos alunos realizando a operação de $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ resultando em $\frac{2}{4}$ ou em sua fração reduzida $\frac{1}{2}$.

Figura 17: Manipulação dos copos Graduados



Fonte: Autoria própria

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4}$$

Sendo assim, podemos representar a soma dessas frações acima na forma reduzida como podemos observar na figura 18 onde temos representado a fração $\frac{1}{2}$ que é equivalente a $\frac{2}{4}$.

Figura 18: Copo com graduação de $\frac{1}{2}$



Fonte: Autoria própria

Portanto, a utilização de copos graduados para o estudo de operações com frações é uma ferramenta que conforme podemos observar durante a exploração da atividade traz contribuições ao ensino de frações, pois quando realizamos a manipulação dos líquidos para

operar uma soma ou subtração obtemos a prova física do resultado de determinada operação com as frações dessa forma fica mais fácil do aluno compreender o resultado.

4.3 Aplicações de um questionário auto avaliativo

Para que pudéssemos obter uma análise baseada nas respostas dos alunos participantes da atividade em sala com os materiais de manipulação, pensamos na elaboração de um questionário.

Portanto, em uma das reuniões que tive com o Professor Orientador Rômulo obtive algumas orientações para a construção deste questionário. Então elaborei a ferramenta auto avaliativa de acordo com as observações feitas e na reunião seguinte fizemos as correções e ajustes ao questionário.

Além disso, ao concluirmos a aplicação do jogo Dominó fracionário e copos graduados comunicamos aos alunos que eles iriam receber um e-mail com o questionário para que eles pudessem responder, todos os alunos anotaram seu e-mail e telefone para o envio do questionário.

O questionário foi composto de 7 perguntas relacionadas ao nível de conhecimento básico e aos materiais aplicados. Dessas 7 perguntas, 6 são objetivas e apenas uma aberta onde os alunos puderam justificar sua resposta. Podemos visualizar o modelo do questionário que se encontra no anexo 1. Posteriormente, o questionário foi enviado aos alunos, no total foram 24 alunos que participaram da intervenção, porém desses 24 alunos apenas 20 responderam a autoavaliação.

4.4 Descrição e análise da proposta

No presente trabalho utilizamos dois tipos de materiais didáticos de manipulação o jogo “Dominó Fracionário” onde foi trabalhado as operações de soma, subtração, multiplicação, equivalência de frações e fração redutível. Além disso, também utilizamos Copos graduados, com divisões para realizar operações de soma e subtração assim como também equivalência de frações.

Para manipulação dos copos foram feitas graduações de $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, e $\frac{1}{6}$, para operar com soma e subtração de frações. Para este método, utilizamos 20 copos transparentes para operar soma e subtração na obtenção dos resultados dessas operações. Para graduar os copos enchemos com água para saber sua capacidade e depois realizar as divisões foi utilizado um

copo medidor para realizar as divisões em duas, três, quatro, cinco e seis partes em seguida demarcamos com caneta permanente a parte do copo com água colorida.

Construímos ambos os materiais e aplicamos em duas turmas do Curso de Licenciatura em Matemática. No curso desse trabalho percebemos a importância e eficácia da utilização de (MDM) em sala de aula, que de acordo com (BAUMGARTEL, 2016, p.07):

“Os jogos inseridos no contexto escolar propiciam o desenvolvimento de habilidades, bem como auxiliam no processo de aprendizagem de conceitos matemáticos, permitindo um caminho de construção do conhecimento que vai da imaginação à abstração de ideias, mediadas pela resolução de problemas”. (BAUMGARTEL, 2016, p.07).

Sendo assim, se bem elaborados, os jogos podem ser uma importante ferramenta para o estudo de conceitos matemáticos assim como qualquer outro material didático de manipulação.

Já com relação ao jogo dominó fracionário as regras foram bem semelhantes ao jogo tradicional de dominó com algumas adaptações para o uso de frações. Utilizou-se 7 frações sendo repetidas 8 vezes cada uma delas, incluindo o carroção que também fez parte do jogo assim como no original e conteve duas repetições de uma mesma fração completando as 8 repetições que cada uma possui.

O total de peças foi o mesmo do jogo tradicional com total de 28 pedras, as 7 frações foram escritas como operações matemáticas soma, subtração e multiplicação além da sua forma reduzida e em forma de porcentagem. Essas 7 frações foram combinadas umas com as outras para formarem cada pedra com uma combinação sendo em cada lado da pedra uma representação de uma fração, ou seja, em uma pedra teremos duas frações sendo representada em sua forma reduzida como operações ou porcentagem.

As regras do jogo Dominó Fracionário são:

- O jogo inicia com os jogadores tirando 0 ou 1, o primeiro a sair inicia o jogo com um carroção e o próximo segue no sentido anti-horário. Obs. Caso o jogador que iniciar não possuir carroção poderá iniciar com qualquer pedra que tiver.
- Pode ser jogado de 2 a 4 pessoas cada jogador contendo 7 pedras. Vence ao final aquele que conseguir jogar todas as 7 pedras ou no caso em que o jogo fechar o jogador que possuir a menor pontuação somando as frações que possuir em cada pedra que cada jogador restou. Vence a partida!
- Assim como no jogo tradicional cada peça será conectada uma à outra se possuírem o mesmo valor em um dos lados. Neste caso cada peça terá frações

e suas respectivas representações na forma de: soma, subtração, multiplicação e na forma reduzida.

- Cada participante terá um bloco de rascunho para os cálculos ou anotações que julgar necessário.

As aplicações ocorreram em duas turmas do Curso de Licenciatura em Matemática a primeira turma é a de Laboratório de Ensino de Matemática e a segunda turma de Prática de Ensino de Matemática. O objetivo de aplicar nessas turmas é conseguir analisar a perspectiva do uso de materiais didáticos de manipulação pelos alunos com intuito de obtermos sugestões para melhorias dos materiais como também fazer uma testagem do material e sua eficiência para ser aplicado em uma sala de aula de ensino básico e médio.

A primeira aplicação do jogo foi na turma de Laboratório de Ensino de Matemática de Ensino de Matemática I, do Curso de Licenciatura em Matemática do IFPB - Campus Campina Grande. Ao iniciarmos, professor informou a turma que durante a aula, seria realizada uma atividade mediada por esta professora pesquisadora e que iríamos utilizar um jogo para explorar o estudo das frações e suas operações, aplicação de jogo no qual eu estava trabalhando para o trabalho de conclusão de curso.

Para iniciarmos, dividimos a turma composta de 15 alunos em quatro grupos sendo três grupos formados por quatro pessoas cada e um grupo formado por três pessoas, após a divisão distribuimos o material em cada grupo que ficou com um dominó, folha com as regras, lápis e folhas para rascunho. Ao serem distribuídos os kits em cada grupo, comecei a explicar como funcionava o jogo e suas regras.

Em seguida, ao iniciar o jogo o grupo 1 tirou 0 ou 1 em seguida iniciou o jogo colocando a primeira pedra. Já os outros três grupos iniciaram de forma diferente ao grupo 1 antes de começar o jogo cada participante desenvolveu seu rascunho criando suas estratégias e já realizando os cálculos que representavam em suas pedras para em seguida iniciar o jogo tirando 0 ou 1, o que foi totalmente diferente do esperado pois o que se esperava é que os jogadores iniciam o jogo, depois montam suas estratégias e realizem os cálculos ao decorrer da partida.

Observando o grupo quatro que era composto por três pessoas um dos participantes pareceu compreender melhor o jogo e desenvolveu o seu rascunho já os outros dois participantes não desenvolveram estratégias e não utilizaram folha de rascunho estavam sendo ajudadas pelo participante que aparentemente tinha um domínio maior nas operações com frações.

A dificuldade em todos os grupos inicialmente foi a de identificar se dentre as suas pedras possui a pedra com a fração correspondente a que já estava posta na mesa, porém ao decorrer do jogo foi se desenvolvendo melhor pude perceber que além de suas próprias estratégias que cada um dos participantes criaram o grupo em se se ajudavam na identificação de qual fração seria posta na mesa acredito eu como uma forma de agilizar o jogo e a partida se torna mais rápida.

Em outra mesa, no grupo 1, um dos participantes utilizou algumas comparações com o jogo tradicional de dominó para conseguir fazer uma contagem de pedra, uma outra forma de montar estratégia, como ele conseguiu identificar um pouco mais rápido as representações então uma forma de saber quantas pedras com determinada fração ainda possui dentro do jogo; ir fazendo a contagem como em um jogo de dominó tradicional.

Um detalhe importante é que no grupo quatro, o fato de apenas um participante ter feito rascunhos para identificar as frações a ser jogadas em duas partidas conseguiu vencer os outros dois participantes. Acredito que por estar realizando os cálculos, conseguiu se familiarizar com as frações, o que talvez tenha facilitado para criar uma estratégia para vencer o jogo.

Assim, esse jogo nos leva a realizar cálculos de operações com frações e à medida que vamos realizando esses cálculos a prática faz com que consigamos desenvolver o cálculo com mais facilidade, então quanto mais realizamos os cálculos para identificar as frações mais vai ficando fácil de identificar.

Além disso, como os grupos dois e três desenvolveram a estratégia de calcular as representações das frações presentes em suas pedras antes de iniciar, o jogo seguiu de forma mais rápida diferente dos grupos um e quatro que realizaram os mesmos cálculos com o jogo já iniciado com que torna o jogo um pouco mais demorado, como não está feito todos os cálculos cada participante leva um tempo para identificar se possui a pedra com a fração correspondente ou não.

Já o grupo 4, composto de 3 pessoas como já falado apenas um dos jogadores estava realizando os cálculos no rascunho pude observar que ele sempre estava calculando a fração a ser posta a seguir e ajudando os outros dois participantes a identificar se possuía a pedra com a fração posta na mesa ou não.

Posteriormente, a segunda aplicação ocorreu na turma de Prática de Ensino de Matemática do curso de licenciatura em matemática, no dia da aplicação estavam presentes na turma 8 alunos. O Professor Rômulo Alexandre Silva informou que seria realizada uma aplicação de um jogo com material didático no qual estou trabalhando. Apresentei à turma o

Dominó Fracionário as regras do jogo e foi dividida a turma em dois grupos de quatro pessoas cada grupo ficou com um kit que é composto pelo jogo, regras, papel para rascunho e lápis. O que eu observei em comum com a aplicação anterior é que os participantes costumam ter uma certa dificuldade inicial nas operações com fração e no que se refere as frações equivalentes.

Igualmente, observei que para realizar as operações alguns dos participantes realizam primeiro a simplificação dos dois denominadores para encontrar o menor múltiplo comum (MMC) para em seguida operar a soma ou subtração de frações. Abaixo temos na figura 20 de um dos rascunhos utilizados por um dos participantes.

Figura 19: Rascunho feito por um dos alunos

The image shows a student's handwritten work on a grid. The work is organized into several sections. At the top left, there is a large circle containing the fraction $\frac{1}{10}$ over $\frac{5}{18}$. To its right, there are calculations involving $\frac{20-6}{24} \Rightarrow$ and $\frac{4}{12} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$. Below these, there are more fractions: $\frac{1}{2}$, $\frac{4}{20}$, $\frac{2}{20}$, and $\frac{10-3}{12} = \frac{7}{12}$. In the middle section, there are calculations like $\frac{1}{24}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{8}{20}$, $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$, $\frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$, and $\frac{7}{12}$. The bottom section contains $\frac{7}{12}$, $\frac{7, 28}{7}$, $\frac{7}{28}$, $\frac{1, 4}{2}$, $\frac{1, 2}{2}$, $\frac{3}{28}$, $\frac{3 + \frac{5}{20}}{20} = \frac{8}{20}$, $\frac{20}{48}$, $\frac{10}{24}$, $\frac{5}{12}$, and $\frac{2}{5}$. There are also some vertical structures that look like long division or simple multiplication tables.

Fonte: Autoria própria

Como podemos analisar a estratégia que esse participante utilizou foi realizar os cálculos da fração que estava disponível. Na sua vez de jogar ele realizava o cálculo da fração posta a mesa para em seguida calcular suas pedras. Nessa imagem vemos que ele primeiro encontrava o (MMC) dos denominadores das frações que estão sendo operadas com a divisão dos valores por um número em comum e simplificando ao final ele multiplica os divisores pra

primeira aplicação do jogo dominó fracionário. Essa atividade consiste em utilizar copos com graduações para operações de soma e subtração.

Sequencialmente, uma das observações feitas, pelos participantes de grande pertinência foi de como poderia ser a ordem de explicação da atividade, pois inicialmente eu realizava a operação no quadro e em seguida fazia a mesma operação nos copos. Então, um dos alunos sugeriu que em uma aplicação realizada em turmas do fundamental e médio pudesse ser feito de forma contrária ao que estava sendo apresentado, ou seja, primeiro operar com os copos e em seguida ir para o quadro, uma vez que fizesse desta forma a mesma operação para confirmação do resultado com os copos os alunos poderiam ter uma melhor compreensão.

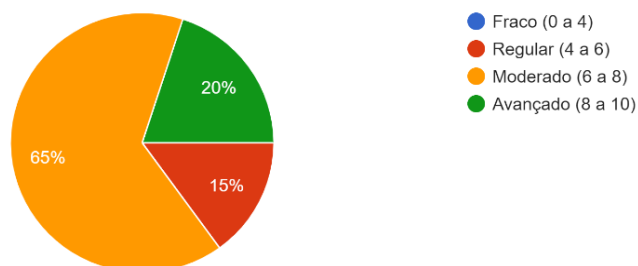
Por fim, para finalizarmos essas atividades com materiais didáticos de manipulação, elaboramos um questionário no qual os alunos participantes tiveram que responder a perguntas relacionadas aos materiais utilizados e seu desempenho. Neste sentido, o objetivo deste questionário foi obtermos uma análise com base nas respostas dos participantes que da intervenção. A ferramenta consistia em sete questões relacionadas ao desempenho do MDM que foram aplicados nessas turmas e ao seu nível de conhecimento em matemática básica, 20 alunos responderam ao questionário.

Apresentando o gráfico 01 abaixo relacionado à primeira pergunta temos que 65% dos alunos do ensino superior consideram o seu nível de conhecimento em matemática básica moderado que representa um nível de 6 a 8, 20% consideram seu nível de conhecimento avançado em nível corresponde de 8 a 10 em uma escala e 15% consideram seu nível de conhecimento regular que corresponde a uma escala de 4 a 6.

Gráfico 1 – Respostas autoavaliativas sobre nível de conhecimento em matemática básica

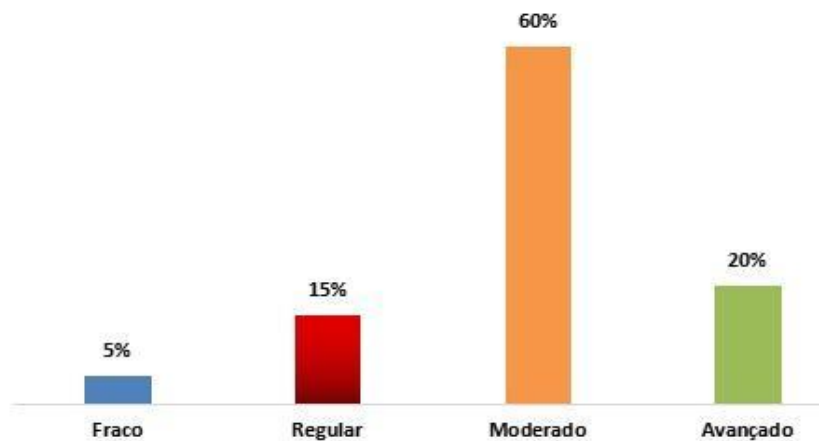
1. Avaliando seu desempenho escolar, como você considera seu nível de conhecimento em matemática básica?

20 respostas



Já na pergunta 02 em relação ao nível de conhecimento no estudo de frações e suas operações obtivemos o seguinte resultado 60% dos alunos do ensino superior consideram o seu nível de conhecimento em frações moderado que representa um nível de 6 a 8 em escala, 20% consideram seu nível de conhecimento avançado em um nível correspondente de 8 a 10 a uma escala, 15% consideram seu nível de conhecimento regular que corresponde a uma escala de 4 a 6 e apenas 5% consideram seu nível de conhecimento fraco que em uma escala representa um nível de 0 a 4 em uma escala. Como mostrado abaixo:

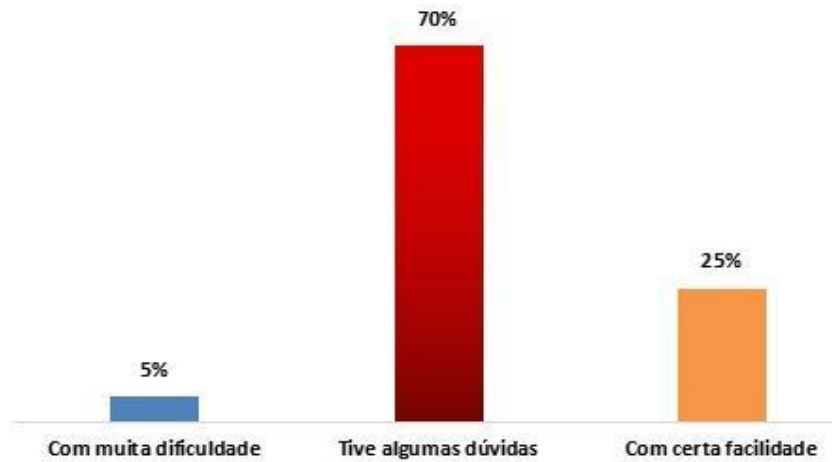
Gráfico 2 – Respostas autoavaliativas sobre o nível de conhecimento no estudo de frações e suas operações



A pergunta 03 diz o seguinte: Durante a realização do jogo (Dominó Fracionário), você conseguiu realizar as operações aritméticas de que forma?

De acordo com os dados obtidos 70% dos alunos responderam “Tiver algumas dúvidas”, 25% responderam “Com certa facilidade” e 5% responderam “com muita dificuldade”. Podemos observar essas análises de acordo com o gráfico 03.

Gráfico 3 – Nível de dificuldade encontrada durante o jogo Dominó Fracionário

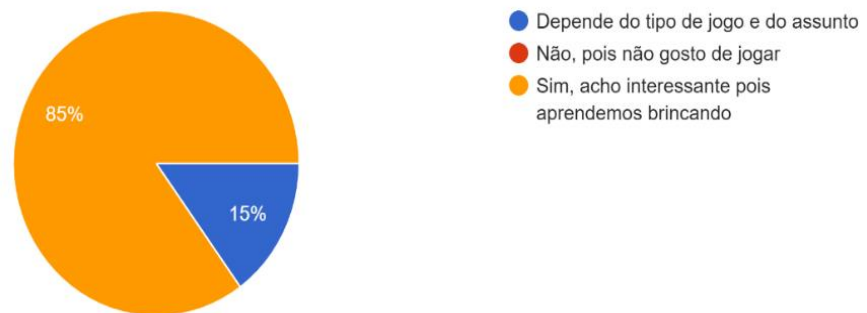


Além disso, no gráfico 04 que está relacionado à questão 5 onde se quis saber, de acordo com os alunos, se o jogo contribuiu para melhorar a sua aprendizagem, 85% dos alunos responderam “sim, acho interessante pois aprendemos brincando” e 15% responderam “depende do tipo de jogo e do assunto”.

Gráfico 4 – Contribuição do jogo na aprendizagem

5. Você acha que o uso de um jogo contribuiu para melhorar sua aprendizagem ?

20 respostas

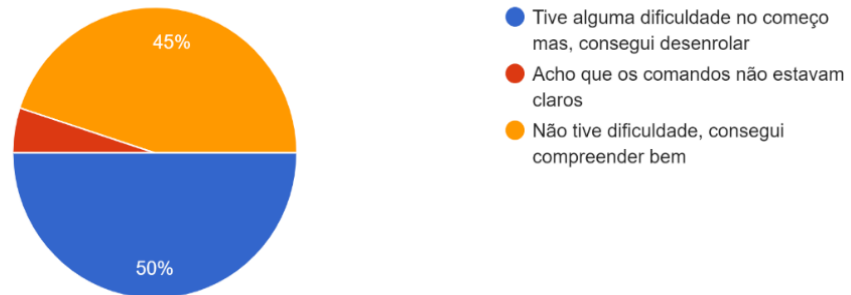


Analisando também as respostas relacionadas às regras do jogo na questão 6 se quis saber dos alunos como avaliaram as regras e as informações dadas, então obtivemos os seguintes dados, 50% dos alunos responderam “Tive algumas dúvidas no começo, mas, consegui desenrolar”, 48% dos alunos responderam “Não tive dificuldade, consegui compreender bem” e apenas 5% responderam “Acho que os comandos não estavam claros”. vejamos no gráfico 05 representado abaixo.

Gráfico 5 – Avaliação das regras e informações sobre o jogo

6. Em relação as regras do jogo "Dominó Fracionário", como você avalia as regras e as informações dadas?

20 respostas



Por fim, no último gráfico representando a questão 7 do questionário se quis saber como os alunos avaliam o uso de copos com graduação para o estudo de frações, 90% dos alunos responderam “Não tive dificuldade, consegui compreender bem” e 10% responderam “Tive dificuldade no começo, mas consegui desenrolar.” vejamos no gráfico 06 abaixo.

Gráfico 6 – Avaliação do uso de copos com graduação

7. Em relação ao uso de copos com graduação para o estudo da adição e subtração de frações com líquidos. Como você avalia o material didático?

20 respostas



Em suma, obtivemos respostas de 6 questões de um total de 7 na modalidade objetiva, já na quarta questão foi elaborada de forma aberta para que os alunos pudessem responder dando sua opinião de acordo com que lhe foi perguntado. Tinha-se a seguinte pergunta: "O jogo Dominó Fracionário contribuiu para melhorar sua compreensão sobre conceitos relacionados ao estudo de Frações? justifique sua resposta!".

De acordo com as respostas obtidas tivemos algumas justificativas importantes a serem destacadas como por exemplo:

Participante 1: “Com toda certeza, dado o avanço tecnológico da nossa sociedade atualmente, o cálculo de operações mais elementares por parte das pessoas tornou-se um tanto mais raro, o que facilmente acarreta em um esquecimento e uma falta de prática. O jogo trouxe de volta esses cálculos de forma mais lúdica, tornando-os menos laboriosos e desenvolvendo no estudante um contato mais ameno e divertido.”

Participante 2: “Sim, a assimilação do conteúdo através da resolução das operações com frações é primordial, em relação ao jogo, o aluno identificar a fração apresentada e calcular as demais a encontrando ou outra equivalente.”

Participante 3: “Sim, o jogo é uma ideia muito boa, imagino usando no ensino fundamental e médio, pois, o jogo ajuda a pensar de forma mais rápida e solucionar dúvidas sobre os estudos das frações em prol da competitividade.”

Participante 4: “Sim, nos permitiu perceber na prática a equivalência entre diferentes frações, nos permitiu desenvolver estratégias para jogar com mais facilidade e a interação com os colegas nos permitiu um aprender com o outro também.”

Participante 5: “Sim, com certeza. O dominó de frações é muito bom, visto que sendo um jogo contribui de forma lúdica para a compreensão e desenvolvimento da ideia de frações e suas operações, para assim se divertir e aprender.”

Portanto, podemos considerar de acordo com as opiniões dos alunos observações da exploração das atividades e a importância de sua aplicabilidade. Fez-se perceptível que o jogo Dominó Fracionário facilitou a compreensão das operações com frações além de fazer com que o aluno pratique durante o jogo essas operações para identificar as frações que correspondem a pedra de dominó. Assim como os copos graduados que por meio da manipulação do líquido podemos operar soma e subtração e obtermos o resultado, esse material trouxe a exploração do conteúdo de forma mais visual diferente da forma como costumamos ver, além de que o aluno também participa ativamente durante as manipulações.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Diante do que foi exposto no presente estudo podemos concluir que a formação docente em Matemática numa sociedade cada vez mais tecnológica e com acesso à informação imediata demanda um olhar sensível e focado sobre a sala de aula como também dos estudantes para que possibilite refletir, analisar e compreender os objetos do seu estudo. Nesta perspectiva, o uso de materiais didáticos de manipulação para apresentar, desenvolver ou finalizar o determinado conceito em Matemática, permite que o aluno perceba detalhes através da comparação e observação de cada proposta.

Partindo desta abordagem, para explorar determinados conceitos matemáticos, pensamos em uma proposta que pudesse contribuir para o estudo das frações e suas operações aritméticas básicas. Uma vez que, observamos que uma das dificuldades dos estudantes do Ensino Fundamental tem relação com os chamados números “quebrados” (decimais e fracionários) e que muitas vezes, esta dificuldade operatória limita sua capacidade de resolver problemas e compreender outros conceitos que estão associados ao seu estudo.

Por isto, recorreremos ao uso de materiais didáticos de manipulação que pudessem auxiliar no estudo das frações e suas operações. Desta forma, optamos por elaborar dois produtos educacionais, intitulados: Copos com graduação e Dominó Fracionário. Estes, que pudessem auxiliar no estudo de seus conceitos visando uma percepção mais lúdica em torno de uma proposta relacionada ao uso de um jogo educacional e de sua representação através da manipulação de líquidos em copos graduados que possibilitaram as operações de adição e subtração com números desta forma.

Deste modo, elaboramos tais recursos didáticos, testamos e aplicamos em duas turmas do Curso de Licenciatura em Matemática. Em seguida, aplicamos um questionário auto avaliativo que pudesse contribuir para identificarmos falhas na sua confecção e nos possíveis ajustes que ajudassem em uma futura aplicação em sala de aula da Educação Básica, por professores, pesquisadores e demais estudantes interessados no assunto.

Seguindo, ao término desta pesquisa, observamos que conseguimos elaborar, aplicar e analisar uma proposta de uso de materiais didáticos de manipulação para o estudo das frações em sala de aula. Para isto, foi necessário fazer uma revisão de literatura, mesmo que de forma ainda superficial, sobre tal temática de abordagem didático-pedagógica, assim como uma contedista sobre os principais conceitos relacionados ao estudo dos números na forma fracionária. Pois entendemos, assim como Silva (2012, p. 28-29) que “a linguagem matemática assume uma característica peculiar, pelo seu papel simbólico e objetivo, o

desenvolvimento dos conceitos matemáticos permite que o professor produza estratégias para facilitar a compreensão dos alunos”.

Nesta perspectiva, assim como tudo ao nosso redor evolui as tecnologias o modo viver de ser e vestir na educação não é diferente, os métodos de ensino devem estar sempre aprimorando e melhorando para que cada vez mais o ensino-aprendizagem de Matemática possa ser algo que todos consigam compreender e aprender. Para que isso aconteça também depende de nós professores, conforme LORENZATO (2021, p. 23) “é nossa obrigação estar bem preparados para propiciar a aprendizagem da matemática àqueles que nos são confiados”.

Portanto, cada indivíduo tem sua maneira peculiar para aprender, algumas pessoas têm maior facilidade em aprender determinada coisa e outras não, isso não significa dizer que não é possível para todos. Todos são capazes de aprender o que quiser se buscarem, no ensino de matemática não é diferente todos podem aprender ao seu ritmo.

Sendo assim, as novas metodologias de ensino vêm para que se possa alcançar o maior nível de compreensão dos alunos, numa tentativa de possibilitar que todos aprendam de forma leve e eficaz para que se desfaça a ideia de que a matemática é muito difícil e não é para todos.

Nesta visão, trazer os materiais elaborados por este trabalho para turmas de licenciatura em matemática possibilitou que pudéssemos obter os resultados esperados em termos de contribuições para o ensino de frações, as sugestões e observações dos alunos para possíveis melhorias no material e assim para uma possível aplicação/exploração futura no ensino básico.

Então, entendemos que é possível aprender a matemática de várias formas possíveis, pois de acordo com LORENZATO (2010, p.53) “A matemática está presente em todos os campos de conhecimento e se faz necessária em qualquer atividade humana e, conseqüentemente, oferece à escola inúmeros exemplos de aplicação”. Assim, este trabalho que trouxe o uso de materiais didáticos de manipulação é uma afirmação de que conceitos matemáticos podem ser estudados por diferentes métodos. E que a matemática não se limita apenas aos métodos tradicionais, podemos diversificar o estudo de seus conceitos através de novas metodologias. Conforme o pensamento de LORENZATO (2010, p.53) “Ensinar Matemática utilizando-se de suas aplicações torna a aprendizagem mais interessante e realista e, por isso mesmo, mais significativa”.

Finalizamos este estudo com a perspectiva de que a conclusão do mesmo possa trazer contribuições para o ensino de matemática em específico para o estudo de frações assim como intensificar as discussões em torno do uso de materiais didáticos de manipulação em sala de

aula como também qualquer método de ensino que venha trazer contribuições para ensino-aprendizado de Matemática.

REFERÊNCIAS

BARROSO, Juliane Matsubara. **Matemática (Ensino Fundamental) I**. 3. Ed. - São Paulo: Moderna, 2010.

BAUMGARTEL, Priscila. **O uso de jogos como metodologia de ensino da Matemática**. EBRAPEM, 2016. Disponível em: http://www.ebrapem2016.ufpr.br/wp-content/uploads/2016/04/gd2_priscila_baumgartel.pdf

BOYER. Carl B, MERZBACH. Uta C. **História da Matemática**. São Paulo Blucher, 2012.

CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **Matemática, uma breve história** – vol. 1/ São Paulo, 2012.

DANTE. Luiz Roberto. Projeto Teláris: **Matemática: Ensino Fundamental 2**/ Luiz Roberto Dante. - 2. Ed. – São Paulo: Ática, 2015.

EVES. Howard / **introdução à história da matemática**; tradução hygino H. Domingues. 5º ed. – Campinas, SP: editora da Unicamp, 2011.

LORENZATO, Sergio. **O laboratório de ensino de Matemática na formação de professores** [livro eletrônico] / Sérgio Lorenzato(org.). - 3. ed. - Campinas, SP: Autores Associados, 2021. (coleção formação de Professores).

LORENZATO, Sergio. **Para aprender Matemática**. 3. ed. rev. - Campinas, SP: Autores Associados, 2010.

NOEMI, Débora. **Entenda o que é a aprendizagem baseada em problemas**, 05 de nov. de 2019. Disponível em : <<https://escolasdisruptivas.com.br/metodologias-inovadoras/entenda-o-que-e-a-aprendizagem-baseada-em-problemas/>> Acesso em : 21 de agosto de 2022.

SILVA, Rômulo Alexandre. **O uso de material didático de manipulação no cotidiano da sala de aula de matemática** [manuscrito] / Rômulo Alexandre Silva. – 2012.

SILVEIRA, Ênio. **Matemática: compreensão e prática** / 3. ed - São Paulo: Moderna 2015.

Anexos

ANEXO 1 - Questionário Autoavaliativo

1. Avaliando seu desempenho escolar, como você considera seu nível de conhecimento em matemática básica? *

- Fraco (0 a 4)
- Regular (4 a 6)
- Moderado (6 a 8)
- Avançado (8 a 10)

2. No caso específico do estudo de frações e suas operações, qual o seu nível de conhecimento sobre o assunto? *

- Fraco (0 a 4)
- Regular (4 a 6)
- Moderado (6 a 8)
- Avançado (8 a 10)

3. Durante a realização do jogo (Dominó Fracionário), você conseguiu realizar as operações aritméticas de que forma? *

- Com muita dificuldade
- Tive algumas dúvidas
- Com certa facilidade

4. O jogo Dominó Fracionário contribuiu para melhorar sua compreensão sobre conceitos relacionados ao estudo de Frações? justifique sua resposta! *

Sua resposta

5. Você acha que o uso de um jogo contribuiu para melhorar sua aprendizagem ? *

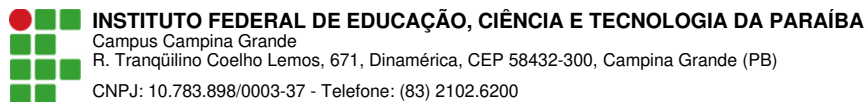
- Depende do tipo de jogo e do assunto
- Não, pois não gosto de jogar
- Sim, acho interessante pois aprendemos brincando

6. Em relação as regras do jogo "Dominó Fracionário", como você avalia as regras e as informações dadas? *

- Tive alguma dificuldade no começo mas, consegui desenrolar
- Acho que os comandos não estavam claros
- Não tive dificuldade, consegui compreender bem

7. Em relação ao uso de copos com graduação para o estudo da adição e subtração de frações com líquidos. Como você avalia o material didático? *

- Tive alguma dificuldade no começo mas, consegui desenrolar
- Acho que os comandos não estavam claros
- Não tive dificuldade, consegui compreender bem



Documento Digitalizado Ostensivo (Público)

Versão final do TCC e Termo de autorização de postagem no repositório

Assunto:	Versão final do TCC e Termo de autorização de postagem no repositório
Assinado por:	Aluska Aires
Tipo do Documento:	Anexo
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Ostensivo (Público)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- Aluska landra da Silva Aires, ALUNO (201621230002) DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - CAMPINA GRANDE, em 19/09/2022 17:09:25.

Este documento foi armazenado no SUAP em 27/09/2022. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 635466
Código de Autenticação: 9e3570c41c

