

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO,  
CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA

COORDENAÇÃO DO CURSO SUPERIOR DE  
LICENCIATURA EM MATEMÁTICA



JULIANA MOREIRA DE SOUSA  
JOSEANE SOARES DE SOUSA LIMA

**UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA UTILIZANDO O SOFTWARE  
GEOGEBRA PARA POLÍGONOS REGULARES INCRITOS NA  
CIRCUNFERÊNCIA.**

**CAJAZEIRAS – PB  
2022**

JULIANA MOREIRA DE SOUSA  
JOSEANE SOARES DE SOUSA LIMA

**UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA UTILIZANDO O SOFTWARE  
GEOGEBRA PARA POLÍGONOS REGULARES INCRITOS NA  
CIRCUNFERÊNCIA.**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à  
Coordenação do Curso de Licenciatura em  
Matemática do Instituto Federal de Educação,  
Ciência e Tecnologia da Paraíba, como parte  
dos requisitos para a obtenção do grau de  
Licenciado em Matemática.

Orientador: Ms. Stanley Borges de Oliveira.

**CAJAZEIRAS – PB  
2022**

IFPB / Campus Cajazeiras  
Coordenação de Biblioteca  
Biblioteca Prof. Ribamar da Silva  
Catalogação na fonte: Cícero Luciano Félix CRB-15/750

S725p Sousa, Juliana Moreira de.  
Uma proposta de sequência didática utilizando o software GeoGebra para polígonos regulares inscritos na circunferência / Juliana Moreira de Sousa, Joseane Soares de Sousa Lima. – 2022.  
51f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Cajazeiras, 2022.

Orientador(a): Prof. Me. Stanley Borges de Oliveira.

1. Geometria. 2. Desenho geométrico. 3. Software GeoGebra. 4. Polígono. I. Lima, Joseane Soares de Sousa. II. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba. III. Título.

IFPB/CZ

CDU: 514

JULIANA MOREIRA DE SOUSA  
JOSEANE SOARES DE SOUSA LIMA

**UMA PROPOSTA DE SEQUÊNCIA DIDÁTICA UTILIZANDO O SOFTWARE  
GEOGEBRA PARA POLÍGONOS REGULARES INCRITOS NA  
CIRCUNFERÊNCIA.**

Trabalho de Conclusão de Curso submetido à  
Coordenação do Curso de Licenciatura em  
Matemática do Instituto Federal de Educação,  
Ciência e Tecnologia da Paraíba, como parte  
dos requisitos para a obtenção do grau de  
Licenciado em Matemática.

**Aprovada em: 05 / 10 / 2022**

BANCA EXAMINADORA



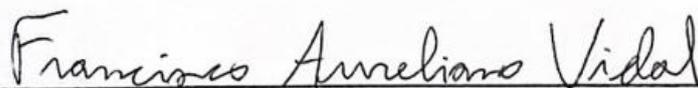
---

Prof. Me. Stanley Borges de Oliveira – IFPB  
Orientador



---

Prof. Me. Marcos Antônio Petrucci de Assis  
EXAMINADOR – IFPB



---

Ms. Francisco Aureliano Vidal – IFPB  
EXAMINADOR – IFPB

Dedicamos este trabalho aos nossos pais, Ana Lucia de Lima Sousa e José Paulo de Sousa, Jacinta Moreira de Sousa e Francisco Raimundo de Sousa, em especial pela dedicação e apoio em todos os momentos difíceis em nossas vidas.

Ao meu esposo, Francisco Tales da Silva, que não poupou esforços para ajudar e incentivar todos os dias difíceis, dias de esgotamento físico e mental.

Aos nossos amigos, Marcos, Fernanda, Marlys, Amabel e Germano, que tiveram e tem papel fundamental nas nossas vidas e ao longo dessa incrível trajetória compartilhamos momentos incríveis, risadas e lágrimas.

Aos professores que com muita dedicação nos transmitiram os conhecimentos necessários para chegar até aqui.

## **AGRADECIMENTOS**

A Deus, que nos sustentou de pé em todos os momentos de nossas vidas e nos proporcionou mais essa conquista e muitas outras que viram.

Aos nossos pais, que com muito esforço conseguiram criar seus filhos, trabalharam duro sempre mostrando que o caminho era a educação.

Ao Instituto Federal da Paraíba, IFPB, pela oportunidade de realização de trabalhos em minha área de pesquisa.

Aos colegas do IFPB pelo seu auxílio nas tarefas desenvolvidas durante o curso e apoio na revisão deste trabalho.

Aos professores que ao longo dessa longa jornada da vida me serviram de modelo, em especial a Maria de Arnô, Geraldo Hebert, Nadia, pelos exemplos que servem de alicerce para as nossas vidas.

Ao nosso professor e coordenador Aureliano Vidal, por ter sido paciente e nos ajudar com as suas instruções.

Ao nosso orientador e professor, Stanley Borges, por sempre com bom humor e dedicação nos apoiou e incentivou.

## RESUMO

Este trabalho se dedica a esboçar algumas técnicas de desenhos geométricos a partir de uma sequência didática com auxílio do software de matemática o “GeoGebra” como uma ferramenta para auxiliar os professores de matemática no ensino de problemas ligados à geometria. O que o desenho geométrico (técnicas) contribui para a aprendizagem da geometria? Como o “GeoGebra” contribui para o aprendizado? Por que a sequência didática ajuda no ensino dos conceitos da geometria? Assim, para responder essas perguntas foi mencionada a importância do desenho geométrico na matemática, bem como, os materiais e as técnicas para o ensino de conteúdo da geometria plana. Inicialmente, foi feita uma análise sobre a história do desenho geométrico na matemática e ressaltado também algumas características do GeoGebra e as ferramentas que o software oferece para as determinadas construções da geometria. Assim, foram elaborados modos de como construir pontos, segmentos de reta, semirretas, retas perpendiculares e paralelas, polígonos regulares e ângulos. Além disso, para dar continuidade na pesquisa, foi elaborado uma sequência didática para a resolução de seis problemas geométricos envolvendo polígonos regulares inscritos na circunferência, tendo como auxílio o software GeoGebra. Tais problemas foram adaptados do livro didático do autor Dante (2016) que é utilizado pelas turmas do 2º ano do Ensino Médio, na 10ª Gerência Regional de Ensino da Paraíba. Com isso, pretendeu-se assim, apresentar uma proposta de trabalhar problemas ligados à geometria a partir de uma sequência didática, com o auxílio do GeoGebra. Vale salientar que, o software sozinho não transmite conhecimento nenhum, ou seja, outro ponto a ser pensado é a formação continuada dos professores quanto ao uso de maneira adequada do software. De natureza qualitativa as técnicas utilizadas para o seu desenvolvimento baseiam-se em revisões bibliográficas realizando análise a partir das ideias de outros autores existentes em artigos, livros, dissertações e demais fontes de consultas, visando o principal objetivo de proporcionar sequências didáticas com o emprego do software “GeoGebra” como ferramenta para auxiliar as aulas do professor de matemática no ensino de conceitos da geometria. Neste sentido, os professores podem trabalhar nas suas aulas de maneira organizada e eficiente a partir de uma sequência didática em um ambiente de geometria dinâmica os conteúdos geométricos. já que segundo Marinho (2010), o desenho geométrico concretiza de forma gráfica, os conhecimentos teóricos da geometria plana. Portanto, os alunos por meio da manipulação, da observação podem justificar seus raciocínios no GeoGebra e se tornarem construtores do conhecimento.

**Palavras-chave:** Construções Geométricas. Sequência Didática. Desenho Geométrico. GeoGebra. Matemática

## ABSTRACT

This work is dedicated to sketching some techniques of geometric drawings from a didactic sequence with the aid of the mathematics software "GeoGebra" as a tool to help mathematics teachers in the teaching of problems related to geometry. What does geometric design (techniques) contribute to learning geometry? How does "GeoGebra" contribute to learning? Why does the didactic sequence help in the teaching of geometry concepts? Thus, to answer these questions, the importance of geometric design in mathematics was mentioned, as well as materials and techniques for teaching plane geometry content. Initially, an analysis was made of the history of geometric design in mathematics and also highlighted some features of GeoGebra and the tools that the software offers for certain constructions of geometry. Thus, ways were developed on how to build points, line segments, rays, perpendicular and parallel lines, regular polygons and angles. In addition, to continue the research, a didactic sequence was developed to solve six geometric problems involving regular polygons inscribed in the circumference, with the help of the GeoGebra software. Such problems were adapted from the textbook by the author Dante (2016) that is used by the classes of the 2nd year of high school, in the 10th Regional Education Management of Paraíba. With this, it was intended to present a proposal to work problems related to geometry from a didactic sequence, with the help of GeoGebra. It is worth noting that the software alone does not transmit any knowledge, that is, another point to be considered is the continuing education of teachers regarding the proper use of the software. Of a qualitative nature, the techniques used for its development are based on bibliographic reviews performing analysis from the ideas of other authors existing in articles, books, dissertations and other sources of consultation, aiming at the main objective of providing didactic sequences with the use of the "GeoGebra" software as a tool to assist math teacher classes in teaching geometry concepts. In this sense, teachers can work in their classes in an organized and efficient way from a didactic sequence in an environment of dynamic geometry and geometric contents. since according to Marinho (2010), the geometric design embodies, in a graphic way, the theoretical knowledge of plane geometry. Therefore, students through manipulation and observation can justify their reasoning in GeoGebra and become knowledge builders.

**Keywords:** Geometric Constructions. Following teaching. Geometric draw. GeoGebra. Math

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1: Osso Ishango com desenhos (traços) representando contagens.....	12
Figura 2: Alguns instrumentos utilizados para o Desenho Geométrico.....	14
Figura 3: GeoGebra – ferramenta Matemática.....	14
Figura 4: GeoGebra – Ferramenta Matemática.....	17
Figura 5: Criação de pontos no GeoGebra.....	20
Figura 6: Criação de retas no GeoGebra.....	20
Figura 7: Criação de segmentos de retas no GeoGebra.....	21
Figura 8: Criação de retas perpendiculares no GeoGebra.....	21
Figura 9: Criação de retas paralelas no GeoGebra.....	22
Figura 10: Criação de polígonos no GeoGebra.....	23
Figura 11: Criação de ângulos no GeoGebra.....	23
Figura 12: Criação da circunferência no GeoGebra.....	27
Figura 13: Criação do raio da circunferência no GeoGebra.....	27
Figura 14: Criação da reta perpendicular na circunferência no GeoGebra.....	28
Figura 15: Criação do quadrado inscrito na circunferência no GeoGebra.....	29
Figura 16: Criação do ponto médio e do apótema do lado do quadrado inscrito na circunferência.....	29
Figura 17: Encontro do valor do lado e do apótema em um dos lados do quadrado inscrito na circunferência.....	30
Figura 18: Criação da reta perpendicular.....	30
Figura 19: Criação do ponto de interseção das duas retas.....	31
Figura 20: Criação da circunferência.....	31
Figura 21: Criação dos pontos de interseção das duas retas com a circunferência.....	32
Figura 22: Criação do quadrado inscrito na circunferência.....	32
Figura 23: Criação do ponto médio e do apótema do quadrado inscrito na circunferência.....	33
Figura 24: Encontro da medida do lado e apótema do quadrado inscrito na circunferência.....	33
Figura 25: Criação da circunferência e do polígono regular.....	34
Figura 26: Criação do hexágono regular inscrito na circunferência.....	34
Figura 27: Criação do ponto médio e do apótema do hexágono regular inscrito na circunferência.....	35

Figura 28: Encontro do valor de um dos lados e do apótema do hexágono regular inscrito na circunferência. ....	35
Figura 29: Criação da circunferência em A.....	36
Figura 30: Criação da circunferência de centro em B. ....	37
Figura 31: Criação do triângulo equilátero.....	37
Figura 32: Encontro das medidas de um dos lados e do apótema do triângulo equilátero inscrito na circunferência.....	38
Figura 33:Criação do hexágono regular inscrito na circunferência.....	38
Figura 34: Encontro da medida do perímetro do hexágono regular inscrito na circunferência. ....	39
Figura 35: Criação do segmento de reta. ....	39
Figura 36: Criação do triângulo equilátero e seu ponto médio.....	40
Figura 37: Criação da circunferência contendo o triângulo equilátero inscrito. ....	40
Figura 38: Criação da reta paralela a um dos lados do triângulo equilátero inscrito e os dois pontos de interseções da paralela com a circunferência. ....	41
Figura 39: Encontro da medida do diâmetro da circunferência.....	41
Figura 40: Polígonos inscritos na circunferência e os seus ângulos.....	42

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO .....</b>	<b>9</b>
<b>2 REVISÃO LITERÁRIA .....</b>	<b>11</b>
2.1 O DESENHO GEOMÉTRICO NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA .....	11
2.2 CONHECENDO AS FERRAMENTAS BÁSICAS DO GEOGEBRA GRÁFICO .....	15
2.2.1 Alguns elementos da geometria no GeoGebra Classic 5.....	19
<b>3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM USO DO GEOGEBRA .....</b>	<b>25</b>
<b>4 CONCLUSÃO.....</b>	<b>44</b>
<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>46</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>49</b>

## 1 INTRODUÇÃO

A matemática, como conhecemos, é fruto de inúmeras contribuições de diferentes civilizações que conseguiram transmitir seus conhecimentos ao longo das gerações seguintes. Pode-se falar na matemática como sendo a base para os estudos que envolvem números, grandezas e formas.

O primeiro indício do surgimento da matemática se deu a partir da necessidade de solucionar problemas do cotidiano dos povos primitivos. Segundo Eves (2011), o homem primitivo apresentava um limitado senso numérico relacionado à contagem simples, um exemplo disso, era saber se seu rebanho de carneiros estava diminuindo, quantidades de filhos e parentes.

Nesta perspectiva, D'Ambrósio (2009) a ideia de que as manifestações da matemática não se baseiam em apenas manipular notações, operações aritméticas, lidar com a álgebra ou na execução de cálculos de áreas e volumes, mas principalmente lidar em geral com relações e comparações quantitativas e com as formas espaciais do mundo real, e fazer classificações e inferências. A matemática é uma ciência fascinante, pois não é uma matéria estática e nem tão pouco um algoritmo desconectado com a realidade.

Presente em nosso cotidiano, a matemática nos apresenta a Geometria. Assim, a Geometria surge com a necessidade da construção de pirâmides, templos e na medição das terras dos egípcios e babilônios. Para Marinho (2010), a partir da Geometria nasce o Desenho Geométrico, que tem sido entendida na concretização dos conhecimentos teóricos da Geometria de forma gráfica. O autor também especifica o desenho geométrico como um conjunto de técnicas e processos para o conhecimento das formas geométricas. Assim, as formas geométricas estão sempre presente no dia a dia, como por exemplo, nas casas, ruas, prédios, na natureza e etc. Desse modo, Lima (1991) especifica que os desenhos das figuras geométricas são muito importantes para a compreensão, a fixação e a imaginação criativa. Dessa maneira, o desenho geométrico e as suas técnicas são fundamentais para a compreensão das propriedades e conceitos ligados à geometria.

No entanto, o objetivo deste estudo tem como finalidade proporcionar sequências didáticas com o emprego do software “GeoGebra” como ferramenta para auxiliar as aulas do professor de matemática no ensino-aprendizagem de conceitos da geometria. Para isso, no primeiro e segundo capítulo foi abordado sobre o desenho geométrico na história da matemática, a partir das ideias dos autores Eves (2011), Costa e Rosa (2015), pelo qual foi

mencionado um breve contexto sobre a história de como surgiu e como eram utilizados os desenhos geométricos, assim como falar das técnicas e materiais utilizados para fazer construções genéticas. Logo, foi apresentado comparações das ferramentas (físicas) que são usadas atualmente no processo do desenho geométrico. No terceiro capítulo, foi apresentado as ferramentas básicas do GeoGebra, pelo qual, primeiramente foi abordado a partir de autores como Lopes (2013), Richit (2005), Nascimento *et al.* (2017), Zullato (2002) e demais autores sobre a função e características de um *software* de geometria dinâmica, bem como, mencionar a importância do GeoGebra na aprendizagem da matemática.

Neste mesmo capítulo, foram apresentados modos de construir: Pontos, retas, segmentos de retas, semirretas, retas perpendiculares e polígonos regulares. No quarto e último capítulo foi mencionado sobre a finalidade de uma sequência didática na aprendizagem. Neste interim, foi construída uma sequência didática tendo como ferramenta o GeoGebra para a resolução de cinco problemas encontrada no livro didático de Luiz Roberto Dante utilizado nas aulas de uma das autoras desse trabalho. Assim, apresenta-se uma proposta de ensino a partir de uma sequência didática com o auxílio do GeoGebra para incentivar os educadores nas suas aulas acerca do conteúdo de polígonos regulares inscritos na circunferência, tendo como público alvo a turma do 2º ano do Ensino Médio, no qual o professor e o aluno podem aprender as técnicas e resolver os problemas de construções geométricas não só apenas através da régua e do compasso mas sim, a partir de novos métodos fornecidos pela tecnologia que vão surgindo ao longo dos tempos. Desse o modo, a sequência didática na resolução de problemas geométricos no GeoGebra, a priori, polígonos inscritos na circunferência, pode ser um método no qual o professor pode explorar propriedades de construções da geometria podendo facilitar na explicação e compreensão dos conteúdos da matemática.

## 2 REVISÃO LITERÁRIA

Facilitar problemas do dia a dia e melhorar a qualidade de vida é o objetivo das ciências e com a matemática não é diferente. Compreender a natureza e o mundo em que vivemos tem sido o objeto de estudo de filósofos, matemáticos e tantos outros estudiosos pelo mundo ao longo da história. Conhecimentos matemáticos têm ajudado a humanidade a se desenvolver ao longo das gerações e a evolução do desenho geométrico faz parte dessa história.

A presente pesquisa é de natureza qualitativa, que para Minayo (2001, p. 23), “a investigação pautada no contexto qualitativo, que busca compreender o ser humano em uma expressão mais profunda dentro de uma perspectiva inicialmente não construída”. Neste contexto, Godoy (1995) diz que, a escrita é a palavra destaque para essa abordagem e desempenha um papel fundamental tanto no processo de obtenção dos dados quanto na disseminação dos resultados. A técnica utilizada para o seu desenvolvimento baseia-se em uma revisão bibliográfica, que para Martins (2001, p. 23): “A pesquisa bibliográfica visa compreender e analisar conteúdos científicos sobre temas específicos, a partir de discussões em textos de livros que servem como referenciais teóricos”.

Nesta mesma perspectiva, Prodanov e Freitas (2013) acrescenta que, a pesquisa bibliográfica visa na elaboração a partir de materiais já publicados, tendo o objetivo de colocar o pesquisador em contato direto com todo material já escrito sobre o assunto da pesquisa. No entanto, foi realizada uma análise a partir das ideias de outros autores existentes em artigos, livros, dissertações e demais fontes de consultas.

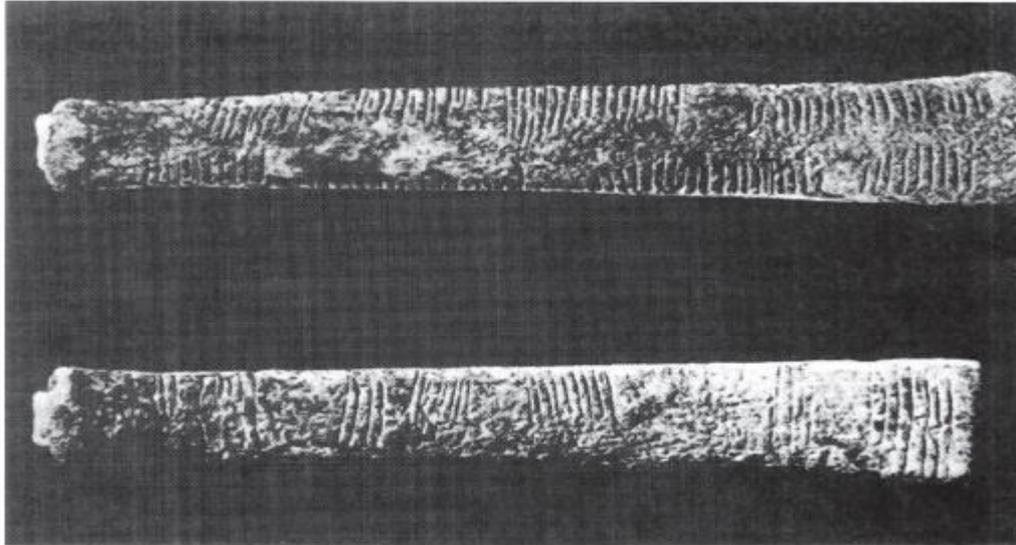
### 2.1 O DESENHO GEOMÉTRICO NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA

Desde a antiguidade, o homem se utilizava de símbolos para fazer representações matemáticas. Mesmo com um senso numérico nem tão bem desenvolvido como se há hoje, os habitantes das antigas civilizações se expressavam por meio de desenhos em paredes de cavernas, por exemplo, para representar quantidades ou ainda, riscos em ossos, dentre outros exemplos.

Nesse contexto, de acordo com Eves (2011, p. 26), “podia-se também contar fazendo-se ranhuras no barro ou numa pedra, produzindo-se entalhes num pedaço de madeira ou

fazendo-se nós numa corda”. Sendo assim, observa-se que a Matemática (ou a linguagem Matemática) era desenvolvida através de desenhos ou traços ilustrados nesses desenhos para ajudar na representação dessas contagens, como ilustra a figura abaixo.

**Figura 1:** Osso Ishango com desenhos (traços) representando contagens.



**Fonte:** Eves (2011).

Com isso, em consonância com a imagem acima, o osso de Ishango, cuja datação conta de aproximadamente 8000 anos, os números matemáticos, ou seja, contagens simples eram feitas por meio de traços ou desenhos em ossos. É possível observar que mesmo sem ter a representação numérica, o homem se viu na necessidade e maneira de se comunicar a partir da presença de desenhos em representações matemáticas, contadas desde muito tempo.

Assim, para Costa e Rosa (2015, p. 1):

[...] de uma maneira pouco sistematizada argumenta-se que o desenho sempre esteve presente nas atividades e tarefas cotidianas realizadas pela humanidade. Por meio dos desenhos encontrados nas cavernas e nos artefatos culturais pode-se tomar conhecimento e estudar os costumes, bem como verificar o desenvolvimento técnico, matemático, científico e intelectual dos membros de grupos culturais que viveram em uma determinada época da história.

Posto isso, fica claro, tanto de acordo com a imagem do osso com traços quanto da fala dos autores acima, que o desenho sempre esteve presente na sociedade para representar coisas, seja matematicamente ou historicamente falando, de forma que fosse possível utilizá-lo como uma linguagem expressiva e representativa, se tratando não só da Matemática como também fazendo parte da história de muitos povos e lugares, bem como na representação de

línguas, antes de se terem de fato uma escrita bem definida. Nesse sentido, Costa e Rosa (2015, p. 1) ainda apontam:

Dessa maneira, pode-se afirmar que a história do Desenho Geométrico se iniciou basicamente com a história, pois antigamente a população primitiva deixava gravadas pinturas rupestres nas paredes das cavernas. Esses desenhos eram simples, mas podem ser considerados como um dos modos eficazes de comunicação utilizados pela humanidade antes da invenção da escrita.

Dessa forma, o Desenho Geométrico que é estudado nos dias de hoje nas aulas de Matemática teve um surgimento bem antes do que se imagina, a partir de registros simples de contagens ou até mesmo de representações feitas por seres de tempos antigos em paredes, como uma forma de comunicação e registro de fala ou símbolos. Ou seja, o desenho faz parte do cotidiano e representa de certa forma alguma coisa, nesse caso, a Matemática, sendo mais específico, a Geometria.

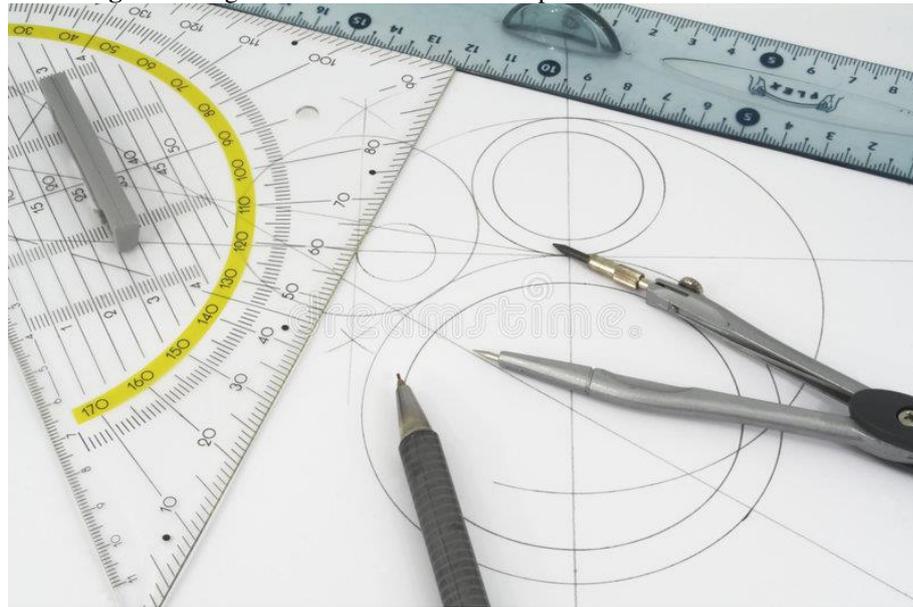
Assim, ainda de acordo com as concepções de Costa e Rosa (2015, p. 3):

[...] por meio da medição e do desenho dos terrenos, os egípcios descobriram métodos e técnicas matemáticas, adquirindo conhecimentos geométricos que, posteriormente, foram aprendidos pelos gregos. Contudo, foram os gregos que estudaram e desenvolveram os conhecimentos geométricos, estruturando-os em um determinado ramo da Matemática que, posteriormente, foi denominado de Geometria.

Nesse viés, fica claro que o Desenho Geométrico estava presente nas civilizações antigas por meio das representações e medições feitas no dia a dia, além de desenhos de áreas territoriais, de forma que utilizavam os materiais e conhecimentos necessários limitados à Matemática e Geometria conhecidas naquela época.

Sendo assim, trazendo para os dias de hoje, no qual muitas coisas evoluíram e surgiram, o Desenho está presente em cursos e disciplinas variadas, como por exemplo os Desenhos técnicos da área de cursos da construção civil, os desenhos arquitetônicos e, também, o Desenho Geométrico, cuja presença está nas aulas de Matemática, ou até mesmo na grade curricular dos cursos superiores em Licenciatura em Matemática.

**Figura 2:** Alguns instrumentos utilizados para o Desenho Geométrico.

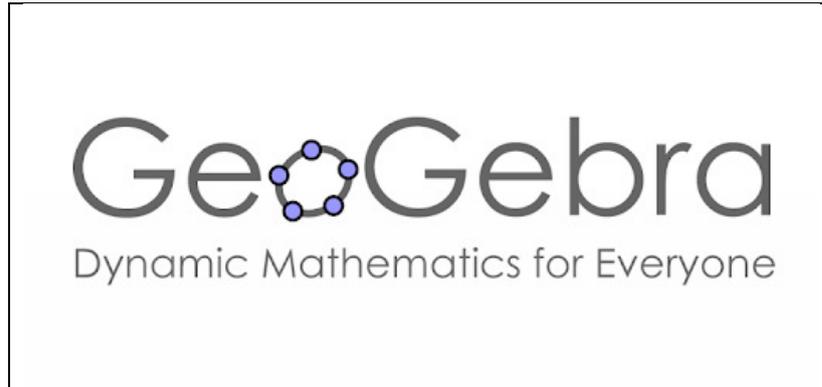


**Fonte:** Dreamstime (2022).

Ademais, falando de ferramentas para realizar esses desenhos podemos citar alguns como o compasso, a régua, transferidor, esquadros, lápis adequados para os desenhos, borrachas e pranchetas, instrumentos que são utilizados na construção de desenhos. Com isso, olhando o passado e o presente, é possível perceber como a Matemática evoluiu, ou melhor, como a forma de desenho deu um passo quando houve o desenvolvimento de fato do que é número, do que é Geometria, lembrando a consideração de Costa e Rosa (2015, p. 30), quando se falava em desenhos de áreas de terras pelos gregos a partir de deduções matemáticas sem tantos conhecimentos de geometria bem desenvolvidos como já se tem na sociedade atual.

Por fim, é necessário observar que com o avanço das tecnologias no mundo moderno, todas as esferas da sociedade contaram com contribuições e avanços de alguns dispositivos e, sendo assim, no campo da Matemática e do Desenho Geométrico não é diferente. Com isso, surgem alguns aplicativos nessa área, como, por exemplo, o GeoGebra, cuja utilização é possível fazer desenhos e aplicar funções que à mão também é possível realizar.

**Figura 3:** GeoGebra – ferramenta Matemática.



**Fonte:** Google play, 2022.

A imagem acima mostra a logomarca da ferramenta chamada GeoGebra, este software pode ser utilizado na construção de desenhos e figuras geométricas, além de cálculos de gráficos de funções, dentre outros. Faz-se importante destacar que é possível de se obter o GeoGebra, tanto para uso no celular quanto para computador, principalmente quando a maioria das pessoas têm um dispositivo móvel.

Com isso, para o aluno, que é ligado (e até para quem não é) em tecnologias e se interessa por essa área, esse instrumento poderá ajudar a despertar o gosto pela disciplina de Matemática, além de dinamizar as aulas de Geometria, facilitando a aprendizagem e contribuindo para que novas ferramentas tecnológicas façam parte da sala de aula, fugindo assim, do tradicionalismo.

## 2.2 CONHECENDO AS FERRAMENTAS BÁSICAS DO GEOGEBRA GRÁFICO

O GeoGebra é um *software* educacional de geometria dinâmica que foi desenvolvido originalmente por Markus Hohenwarter em sua tese de Mestrado no ano de 2001 e acabou se popularizando desde então (HOHENWARTER, JARVIS; LAVICZA, 2009).

Neste sentido, o GeoGebra considerado como um dos softwares da geometria dinâmica pode-se mencionar, segundo as ideias de Lopes (2013, p. 635) uma das suas principais características, destacando que:

De modo geral, uma das principais características de um software de Geometria Dinâmica é a possibilidade de movimentar os objetos na tela sem alterar as propriedades da construção inicial, com isso, tem-se a possibilidade de, numa atividade desenvolvida com os recursos de um software com essas características, se fazer investigações, descobertas, confirmar resultados e fazer simulações, permitindo, inclusive, levantar questões relacionadas com a sua aplicação prática.

Neste contexto, Richit (2005, p. 43) corrobora enfatizando sobre as potencialidades dos *softwares* de geometria dinâmica, a autora afirma que:

Nesta visão, as potencialidades destes recursos carecem ser exploradas para favorecer a aprendizagem do aluno, à medida que ele assume o comando deste processo e tem liberdade para investigar os recursos e suas possibilidades, características estas que se fazem presentes em atividades de caráter construcionista.

Assim, o GeoGebra apresenta-se como uma proposta que pode melhorar a compreensão dos alunos através da dinâmica e da interação já que o software permite a exploração de conceitos. Nesta perspectiva, Oliveira (2015) especifica que através da interatividade e da visualização das construções feitas no GeoGebra, pode melhorar a compreensão dos alunos, a percepção do dinamismo de propriedade e o estímulo à descoberta, já que o software permite o aprofundamento de conceitos. E assim, os alunos podem retirar as suas conclusões acerca das suas experimentações.

Corroborando acerca das construções da geometria elaboradas em um ambiente como GeoGebra, Nascimento *et al.* (2017, p 4) acredita que:

[...] associar o ensino da Geometria com softwares educacionais, no caso, o Geogebra, e atividades de natureza exploratório-investigativa, onde os alunos têm a oportunidade de testar os conhecimentos teóricos na prática através das manipulações, observações e discussões, pode ser uma maneira mais efetiva de proporcionar a compreensão dos conceitos estudados, além de despertar o interesse dos alunos pelas aulas, o que, naturalmente, tende a favorecer a aprendizagem.

Diante da dinamicidade, da gratuidade e das várias traduções que o GeoGebra oferece, Pelli (2014) afirma que o programa vem se destacando como recurso tecnológico, podendo assim, ser usado por professores de matemática em sua prática pedagógica realizada na sala de aula, vale destacar que a interface do software é amigável, possibilitando que os alunos explorem conceitos geométricos e algébrico de maneira dinâmica. Com base nessa concepção, Gravina (2001, p. 89-90) ressalta que:

Os ambientes de geometria dinâmica também incentivam o espírito de investigação matemática: sua interface interativa, aberta à exploração e à experimentação, disponibiliza os *experimentos de pensamentos*. Manipulando diretamente os objetos na tela do computador, e com realimentação imediata, os alunos questionam o resultado de suas ações / operações, conjecturas e testam a validade das conjecturas inicialmente através dos recursos de natureza empírica [...] Num segundo momento coloca-se a eles o problema de explicar as regularidades que saltam ‘aos olhos’ nos “desenhos em movimentos”, ou seja, de engajarem na construção de demonstrações.

Assim, diante das construções da geometria em um ambiente como GeoGebra, Amado, Sanchez e Pinto (2015, p. 646) corrobora afirmando que:

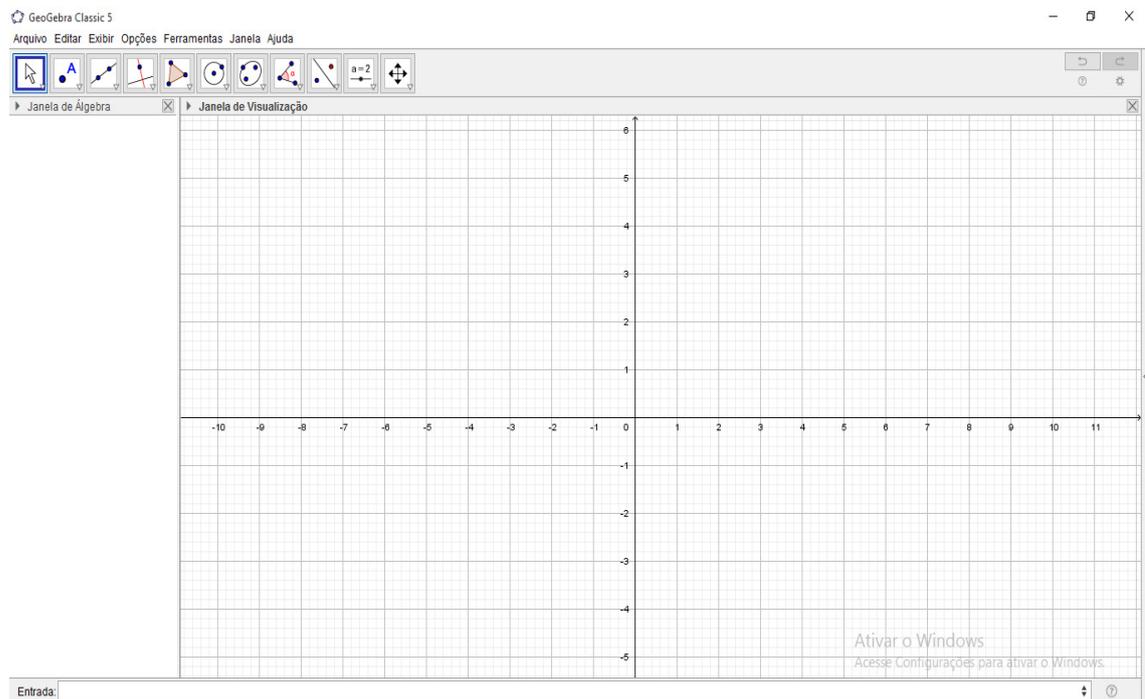
Um dos aspectos que merece particular destaque no trabalho com o Geogebra são as figuras que se obtêm em contraposição com as atividades geométricas apenas levadas a cabo com lápis e papel. Facilmente se podem adivinhar as dificuldades de compreensão que podem surgir quando os alunos tomam como referência um desenho e não uma figura. Um ambiente de geometria dinâmica permite superar definitivamente essas dificuldades. As figuras ou construções feitas em ambientes de geometria dinâmica comportam-se de acordo com as leis da geometria, isto é, refletem todas as consequências teóricas das propriedades que as definem.

Com isso, o GeoGebra é um aplicativo que envolve geometria, álgebra e cálculo, podendo assim, ser baixado de forma gratuita pelo site [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org). Na figura 3, observe a interface do GeoGebra que apresenta uma barra de menus com várias ferramentas para a realização de diversas construções geométricas e algébricas. Pode-se observar também que o GeoGebra é composto por duas representações diferentes de um mesmo objeto que interagem entre si: sendo elas a janela de álgebra e a de visualização, como destaca Pereira (2012). Nesse sentido, o autor ainda enfatiza:

A *janela de geometria* é o local destinado os objetos construídos. É possível modificar e colorir objetos, alterar a espessura de linhas, medir ângulos, medir distâncias, exibir cálculos etc. [...] A *janela de álgebra* exibe a representação de todo objeto construído. O software apresenta também um *campo de entrada* de texto, reservado para escrever coordenadas, equações, comandos e funções de tal forma que, pressionando a tecla *enter*, são exibidos na janela geométrica e algébrica (PEREIRA, 2012, p. 31).

Assim, Oliveira (2013) complementa que a partir dessas duas representações, ou seja, a algébrica e a geométrica, oferecem, portanto, variadas possibilidades para a exploração pedagógicas.

**Figura 4:** GeoGebra – Ferramenta Matemática.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Nessa perspectiva, mediante as características que o software oferece, segundo Oliveira (2013, p. 19): “Por um lado, o GeoGebra possui todas as ferramentas tradicionais de um *software* de geometria dinâmica: pontos, segmentos, retas, circunferências etc. Por outro lado, equações e coordenadas podem ser inseridas diretamente”. Desse modo, o GeoGebra apresenta ferramentas que pode auxiliar de maneira mais simples, especificamente nas construções de figuras geométricas, podendo-se assim, observar as propriedades e os conceitos geométricos, realizar conjecturas e a desenvolver o raciocínio para justificar as devidas construções. Diante disso, Lovis e Franco (2013, p. 153) diz que:

Ao desenvolver atividades com o auxílio do GeoGebra, por exemplo, é possível construir figuras, avaliar se suas propriedades estão sendo verificadas, fazer conjecturas e justificar os seus raciocínios. As figuras podem ser arrastadas na tela do computador sem perder os vínculos estabelecidos na construção. Além disso, é possível realizar construções que com lápis, papel, régua e compasso seriam difíceis, ou no mínimo gerariam imprecisões.

Nessa perspectiva, Zullato (2002) reforça que através dos recursos da geometria dinâmica, os alunos podem realizar construções geométricas, que com os instrumentos físicos como a régua e compasso levariam mais tempo para a realização dessas construções.

Por outro lado, vale salientar que o software sozinho não transmite conhecimento nenhum, Araújo e Nóbrega (2010) diz que é necessário que haja uma preparação adequada

para o seu uso. Para o ensino de matemática, os PCNs (1997) e Valente (2005) acrescentam que a preparação do professor para o uso dessas tecnologias digitais é fundamental para que a educação avance e deixe de ser apenas uma transmissão da informação, mas que seja a construção do conhecimento pelo aluno. Neste mesmo contexto, Scheffer, Bressan e Rovani (2009) e Cyrino e Baldini (2012) acrescentam que é necessário que o professor e o futuro professor em sua formação inicial e continuada passem a refletir sobre o uso da ferramenta, pelo qual, o indivíduo passe a construir novos conhecimentos matemáticos levando em conta os seus conhecimentos prévios, históricos e sociais para a evolução desses novos conhecimentos.

No entanto, serão mostrados modos de construção de pontos, retas, segmentos de retas, reta perpendicular e paralela, polígonos regulares e ângulos por meio do GeoGebra.

### 2.2.1 Alguns elementos da geometria no GeoGebra Classic 5

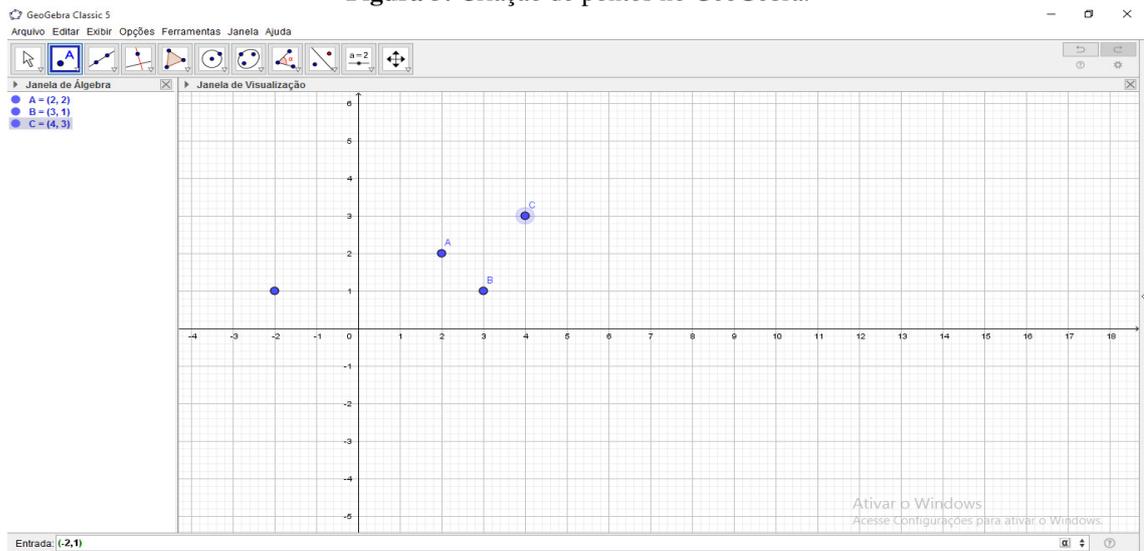
O software dinâmico GeoGebra possui variadas ferramentas tanto na janela 2D como na janela 3D, possibilitando uma dinamicidade surpreendente a geometria. Tais ferramentas são capazes de reproduzir perfeitamente construções com instrumentos físicos inserindo o uso da tecnologia em tão importante área do conhecimento matemático.

Nesse item usaremos a janela 2D aja vista que a temática principal é a geometria plana, mostraremos algumas das muitas ferramentas disponíveis neste software cujas quais se fazem necessárias para plausíveis resoluções da sequência didática proposta no próximo capítulo e na lista de questões em apêndices, também como a resolução de outros problemas que por ventura possam surgir da curiosidade do aluno.

Vejamos as ferramentas apresentadas:

Para construir pontos no GeoGebra, basta clicar na ferramenta ponto  e selecionar a opção ponto. No entanto, localize as coordenadas do ponto desejado na janela de visualização. Outra maneira de criar pontos é pelo campo entrada através de comandos, digitando as coordenadas dos pontos entre parênteses.

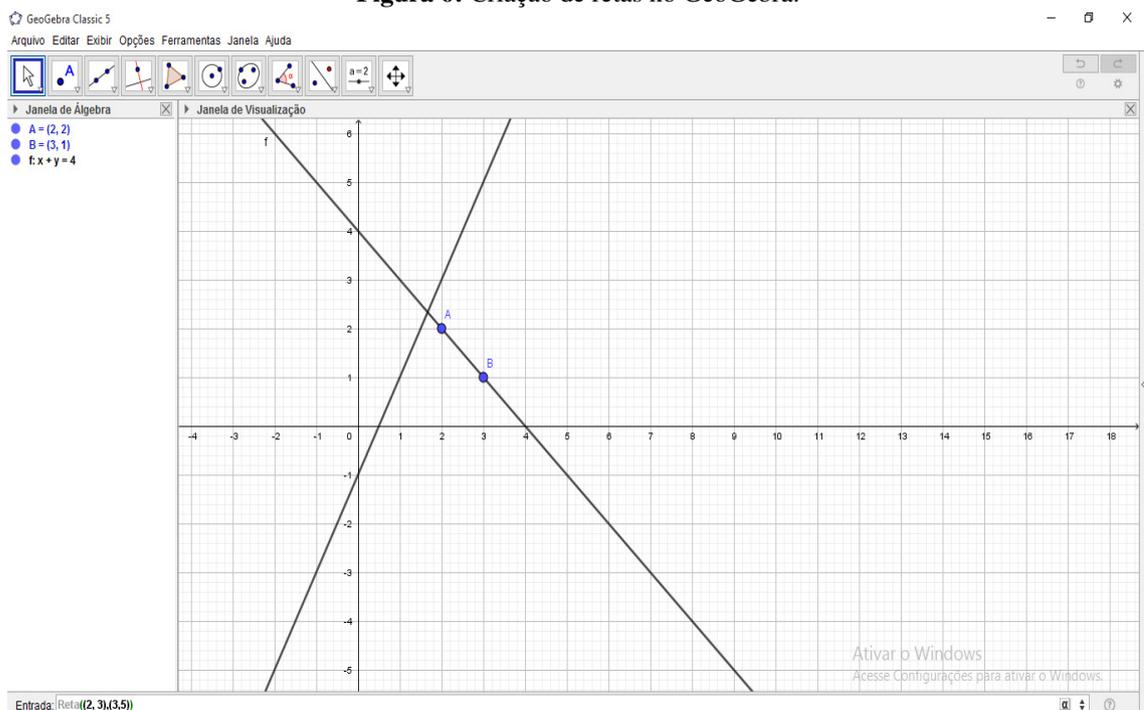
**Figura 5:** Criação de pontos no GeoGebra.



Fonte: Construído Pelas Autoras, 2022.

Na construção de retas, através da ferramenta reta  escolha a opção reta. Determine dois pontos na janela de visualização. No entanto, observe que na janela de álgebra apresenta os pontos com as suas coordenadas e a equação da reta desejada. Outra opção para criar retas é inserir comandos no campo de entrada, basta digitar a palavra reta e entre parênteses inserir os pontos dados.

**Figura 6:** Criação de retas no GeoGebra.

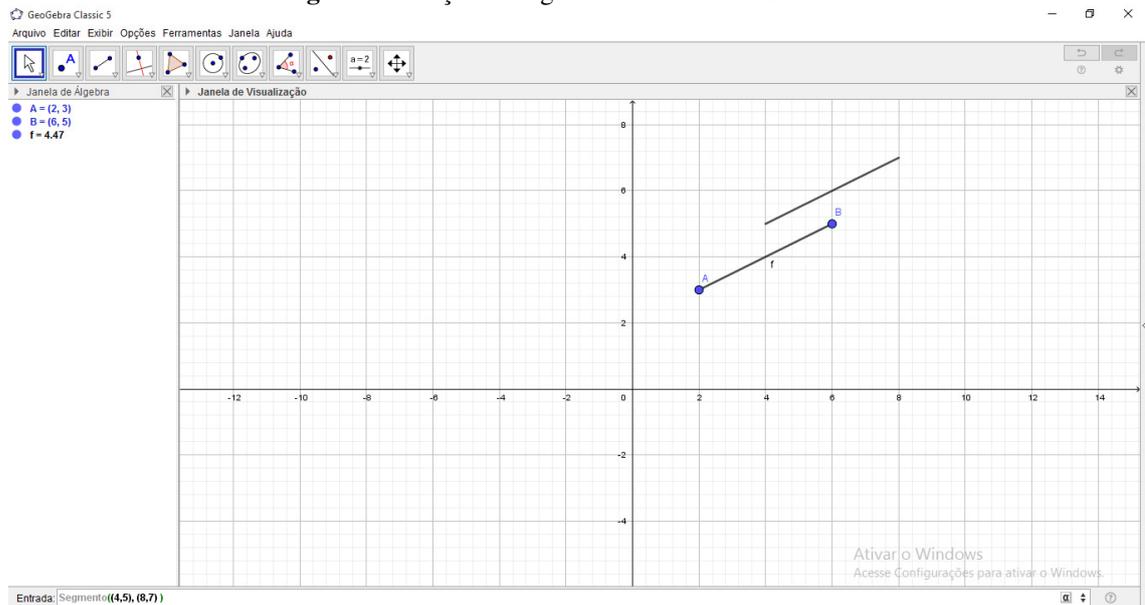


Fonte: Construído pelas Autoras, 2022.

Para a construção de segmento de retas, ao clicar na seta para baixo da ferramenta de retas , selecione  que se chama segmento, e na janela de visualização, basta selecionar os pontos do segmento.

Desse modo, percebe-se que na janela de álgebra apresentam-se os pontos e a medida do segmento de reta. Podem-se criar segmentos de retas a partir do campo de entrada, digitando a palavra segmento e inserindo as coordenadas dos pontos do segmento entre parênteses.

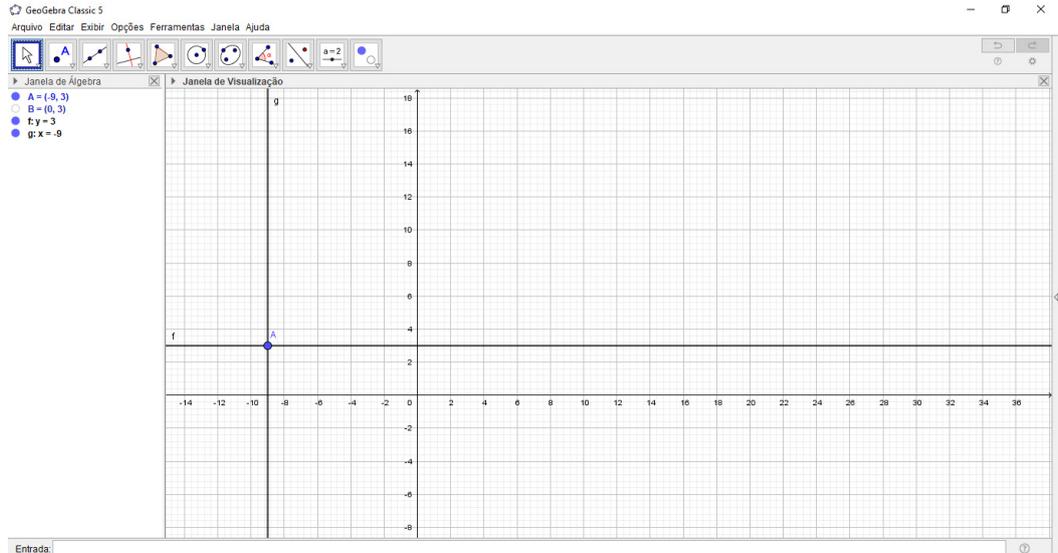
**Figura 7:** Criação de segmentos de retas no GeoGebra.



Fonte: Construído pelas Autoras, 2022.

Na construção de retas perpendiculares, clique na ferramenta  de retas perpendiculares na janela 4 da barra de menus, depois em um ponto e em uma reta na janela de visualização. Podendo assim, construir uma reta perpendicular à outra reta dada, a um segmento de reta, semirreta ou a um vetor.

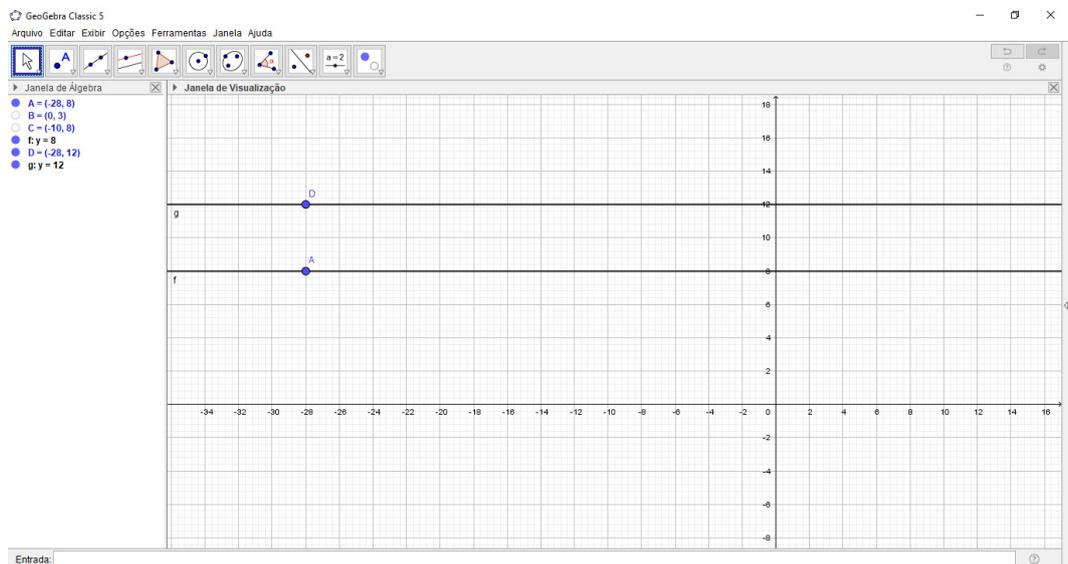
**Figura 8:** Criação de retas perpendiculares no GeoGebra.



Fonte: Construído pelas Autoras, 2022.

Para construir uma reta paralela, utilize a ferramenta  que é de reta paralela, selecione um ponto e depois uma reta ou um segmento, semirreta ou vetor na janela de visualização.

Figura 9: Criação de retas paralelas no GeoGebra.

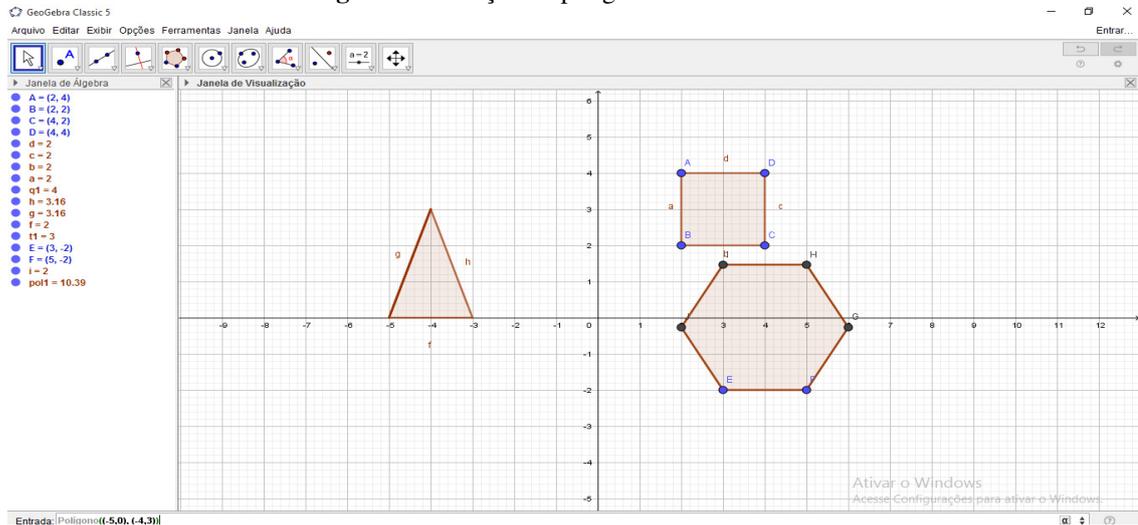


Fonte: Construído pelas Autoras, 2022.

Para a construção de polígonos, clique na ferramenta polígono  e na janela de visualização selecione os pontos do polígono. Para fechar a figura geométrica, basta clicar no seu ponto inicial. Outra maneira é por comandos na caixa de entrada, inserindo a palavra polígono e entre parênteses os pontos que serão os vértices do polígono. Para criar polígono regular é semelhante às instruções anteriores, na opção polígono regular da ferramenta

polígono, insira os dois primeiros, a partir daí, aparecerá uma caixa para ser colocada a quantidade de vértices do polígono regular.

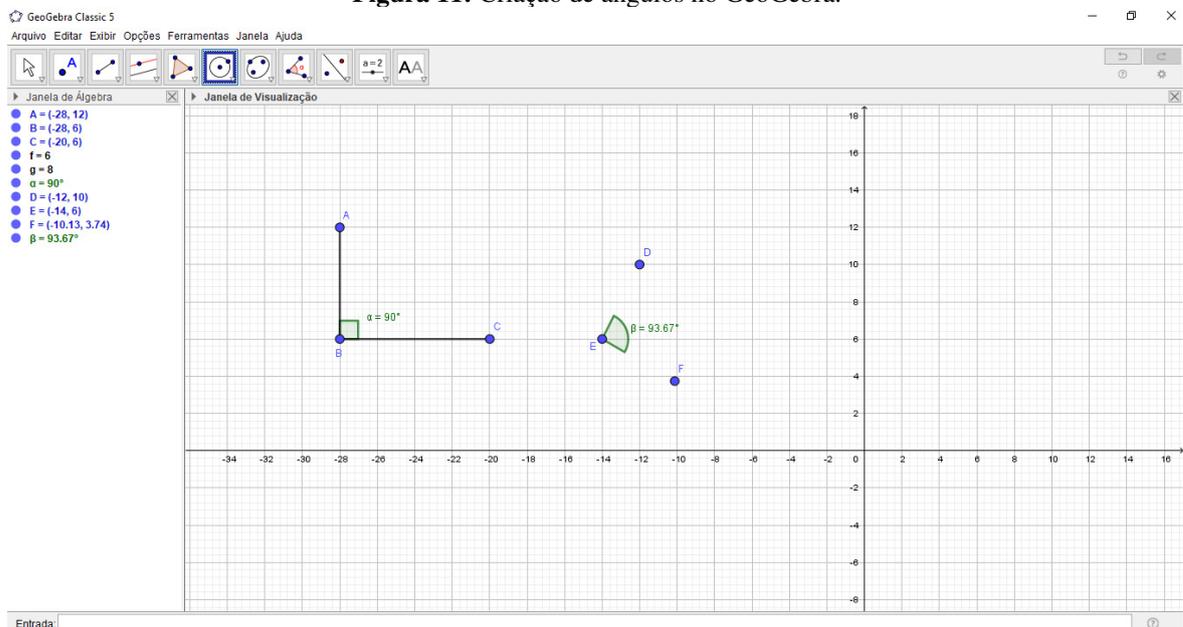
**Figura 10:** Criação de polígonos no GeoGebra.



Fonte: Construído Pelas Autoras, 2022.

Para construir ângulos, clique na ferramenta  de ângulo e selecione três pontos ou duas retas, segmentos de reta, semirretas ou vetor.

**Figura 11:** Criação de ângulos no GeoGebra.



Fonte: Construído Pelas Autoras, 2022.

Neste capítulo nossa intenção foi mostrar modos de construir pontos, retas, segmentos, semirretas, retas paralelas e perpendiculares, polígonos regulares e ângulos que serão fundamentais para a resolução dos problemas geométricos que serão apresentados no capítulo

a seguir. No entanto, no próximo capítulo iremos mostrar a partir de uma sequência didática a resolução de problemas geométricos com o auxílio do GeoGebra.

### 3 SEQUÊNCIA DIDÁTICA COM USO DO GEOGEBRA

A sequência didática é especificada como um conjunto de atividades ligadas entre si, pelo qual, são planejadas para o ensino de um conteúdo, etapa por etapa, sendo organizadas de acordo com os objetivos que o professor pretende alcançar para a aprendizagem de seus alunos e assim envolver atividades de avaliação que pode levar poucos ou muitos dias, segundo diz Peretti (2013). Desse modo, pode-se dizer que, a sequência didática se apresenta como um método de passo a passo de um determinado conteúdo, tendo como foco a aprendizagem de maneira organizada e eficiente.

Assim, neste capítulo será feita uma sequência didática abordando o conteúdo de polígonos regulares inscritos na circunferência, baseando-se no livro: *Matemática Contexto e Aplicações*, do autor Luiz Roberto Dante. Portanto, justifica-se o uso deste livro por ser utilizado nas aulas de matemática de uma das autoras deste relevante trabalho, nas turmas do segundo ano do ensino médio da rede estadual de ensino da Paraíba, adotado na 10ª Gerencia Regional de Ensino (GRE). Ademais, os problemas aqui trabalhados, serão resolvidos e explorados no software GeoGebra *Classic 6*.

Essa sequência didática é produto deste trabalho de conclusão de curso sob o título “Geometria Plana: a aprendizagem através dos recursos do GeoGebra”, após reflexões referentes à implementação das atividades, bem como, os desafios e potencialidades encontrados, foi realizado um refinamento do material utilizado pelas turmas do 2º ano do Ensino Médio, anteriormente citado, com o propósito de construir um material de apoio para o ensino e aprendizagem da geometria plana com uso do GeoGebra.

Nesse sentido, foi elaborada uma sequência de etapas utilizando recursos didáticos do GeoGebra para fornecer uma variedade de opções para o docente trabalhar conceitos geométricos, podendo ser adaptado a novas estratégias e abordagens, possuindo uma abordagem interdisciplinar, envolvendo Artes. As atividades foram elaboradas para uma turma de 2º ano do Ensino Médio, considerando o conteúdo programado no Currículo da Secretaria de Educação do Estado da Paraíba, podendo ser ajustada a outras séries e públicos. Descrevemos os objetivos, os recursos utilizados, as competências e habilidades referentes a Matriz Referência do Enem da área do conhecimento Matemática e suas Tecnologias, a organização da turma do 2º ano do Ensino Médio e o tempo previsto, além de uma matéria jornalística como sugestão e leitura para aprofundamento da temática.

Portanto foram abordados cinco problemas do livro sobre polígonos inscritos na circunferência, pelo qual, a resolução dos mesmos será feita no GeoGebra. Assim, o passo a passo da sequência partirá da construção de um quadrado, hexágono regular e do triângulo equilátero inscritos em uma circunferência para encontrar a medida do lado e do apótema desses polígonos dada a medida do seu raio. Lembrando que, o quinto problema pede o perímetro do hexágono inscrito conhecendo o seu raio.

**Sequência Didática: Geometria Plana: a aprendizagem através dos recursos do GeoGebra.**

**ATIVIDADE 1:**

Geometria, GeoGebra e Arte

**Objetivo Principal:** revisar os conceitos de figuras planas na circunferência, e reconhecer as diferentes estratégias e ferramentas para solucionar um problema.

**Competência de área 2 (matriz referência do ENEM)** – Utilizar o conhecimento geométrico para realizar a leitura e a representação da realidade e agir sobre ela.

**H7 (Habilidade 7 da matriz referência do ENEM)** – Identificar características de figuras planas ou espaciais.

**H8 (Habilidade 8 da matriz referência do ENEM)** – Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma

**Recursos Utilizados:** Folha impressa com as atividades, papel A4, computador e/ou Smartphone conectado à internet, software GeoGebra.

**Série:** 2º ano do Ensino Médio

**Organização da turma:** grupos

<b>Etapas</b>	<b>Tempo previsto</b>	<b>Objetivos Específicos</b>
Primeira etapa	50 minutos	Conhecer as ferramentas do software GeoGebra, suas características e aplicações na resolução de problemas.
Segunda etapa	100 minutos	Utilizar o GeoGebra para compreender os conceitos relacionados às características, classificações e propriedades das figuras geométricas planas, calculando seu apótema, lado e perímetro.

### Sugestão de leitura

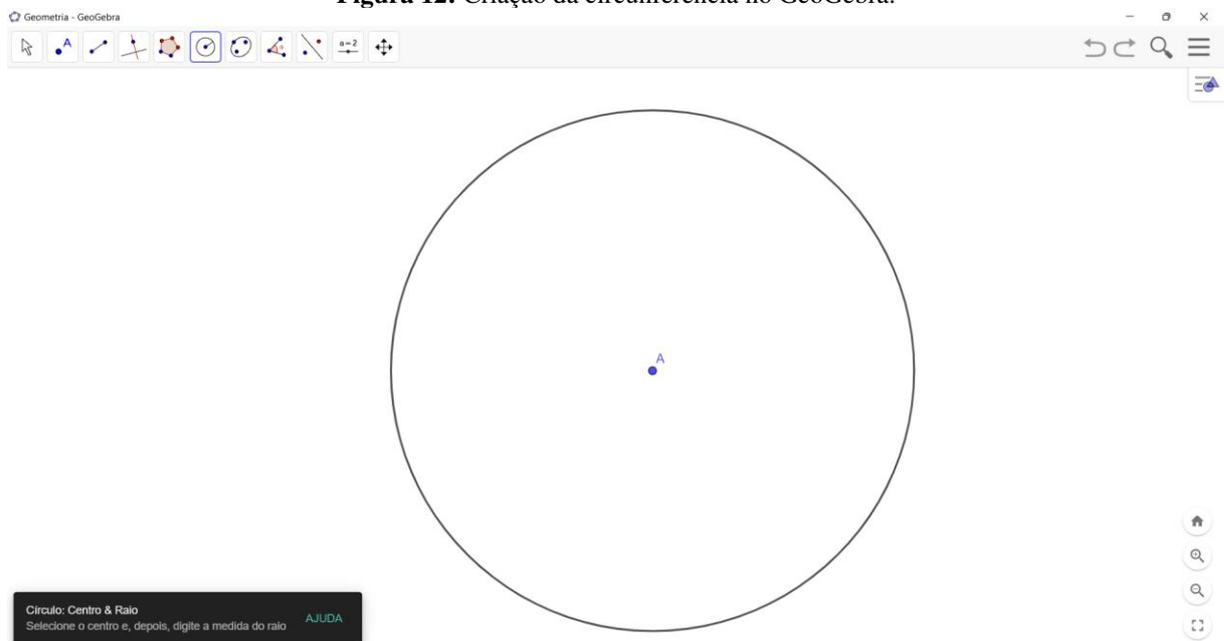
“Sete respostas sobre o software GeoGebra – por Beatriz Vichessi, em 01/08/2011 na revista Nova Escola, disponível em <https://novaescola.org.br/conteudo/2233/sete-respostas-sobre-o-software-geogebra>

1. Construa com o auxílio da dinâmica do GeoGebra de um quadrado inscrito em uma circunferência de 30 cm de raio e encontre o lado e o apótema desse quadrado.

### Sugestão de resolução:

Passo 1: Utilize o comando “Círculo: centro e raio”, clique em um ponto qualquer e em seguida digite o raio para construir uma circunferência.

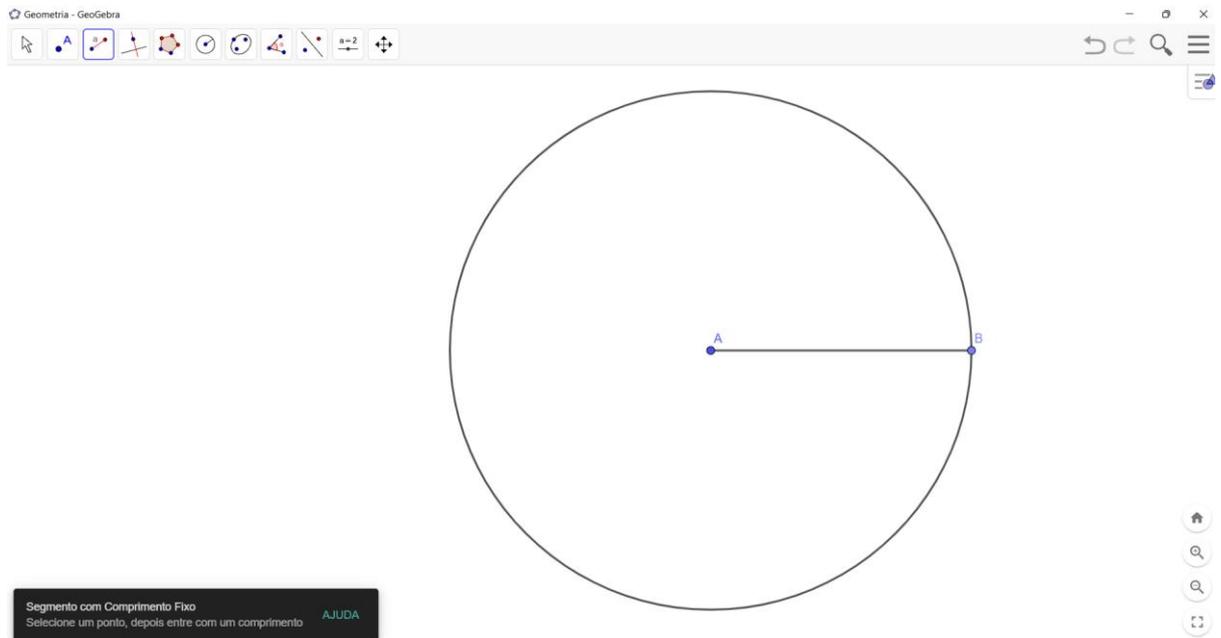
**Figura 12:** Criação da circunferência no GeoGebra.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 2: selecione o comando “segmento com comprimento fixo”, clique no centro e digite o raio da circunferência.

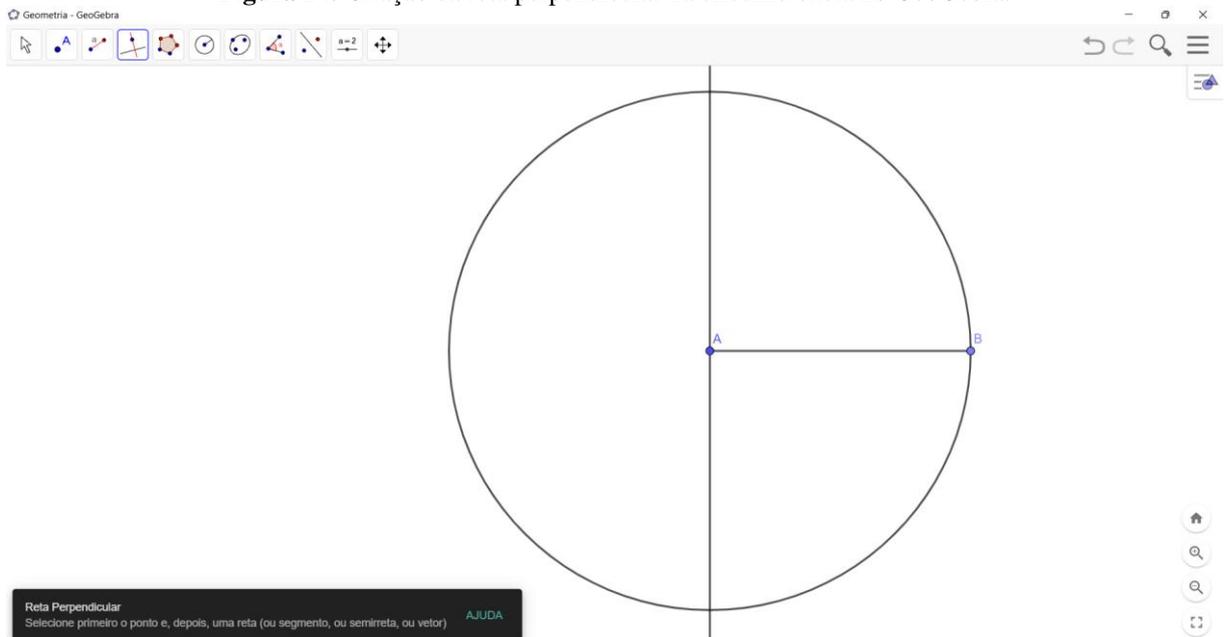
**Figura 13:** Criação do raio da circunferência no GeoGebra.



Fonte: Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 3: Com o comando “reta perpendicular” trace uma reta clicando no centro e no segmento de reta.

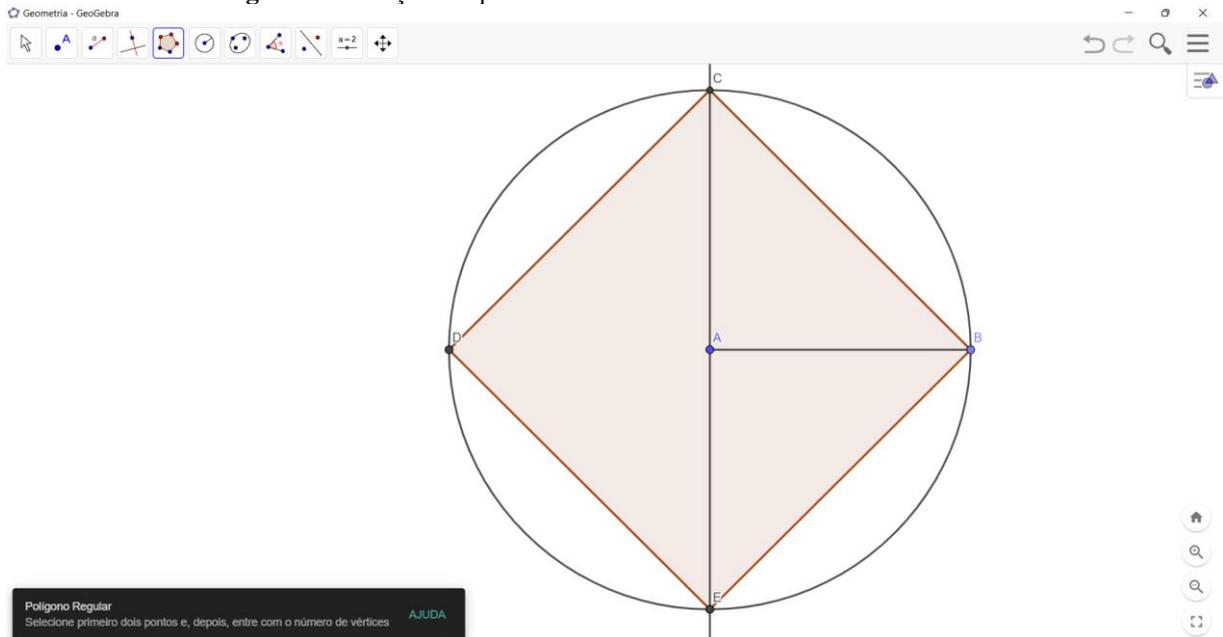
**Figura 14:** Criação da reta perpendicular na circunferência no GeoGebra.



Fonte: Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 4: Usando o comando “polígono regular” construa um quadrado clicando no ponto B e no ponto de intersecção entre a reta perpendicular e a circunferência.

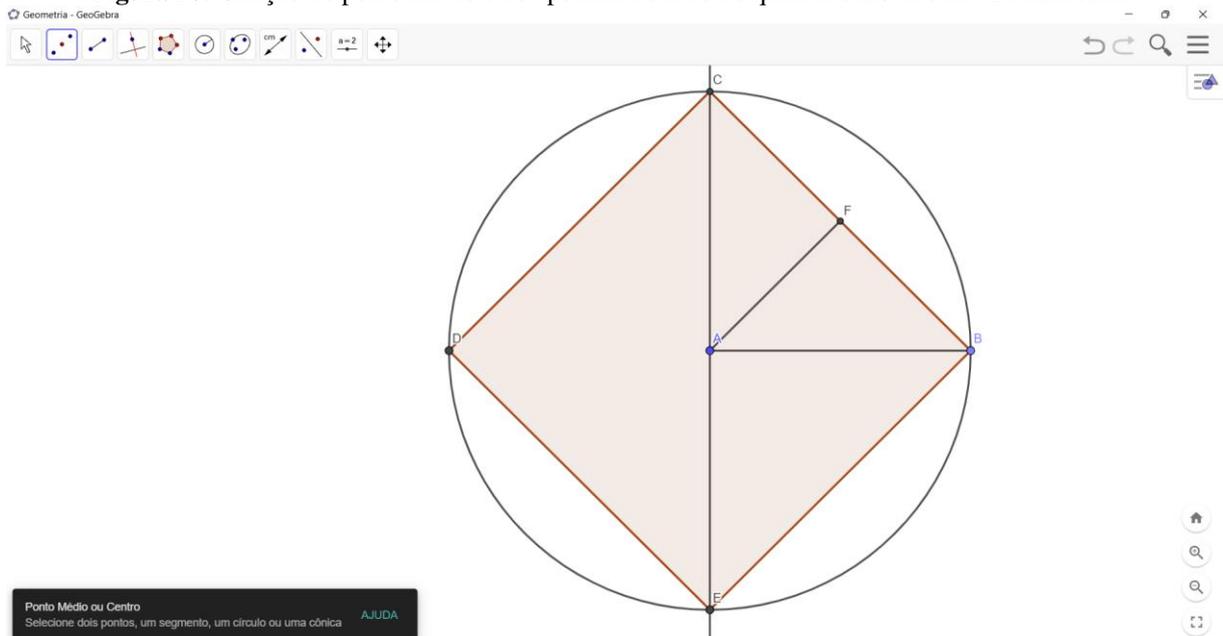
**Figura 15:** Criação do quadrado inscrito na circunferência no GeoGebra.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 5: Com o comando “ponto médio ou centro” encontre o ponto médio de qualquer um dos lados do polígono e em seguida trace o apótema da figura que vai do ponto médio do lado até o centro da circunferência circunscrita a ele, formando um ângulo de  $90^\circ$  com a reta CB.

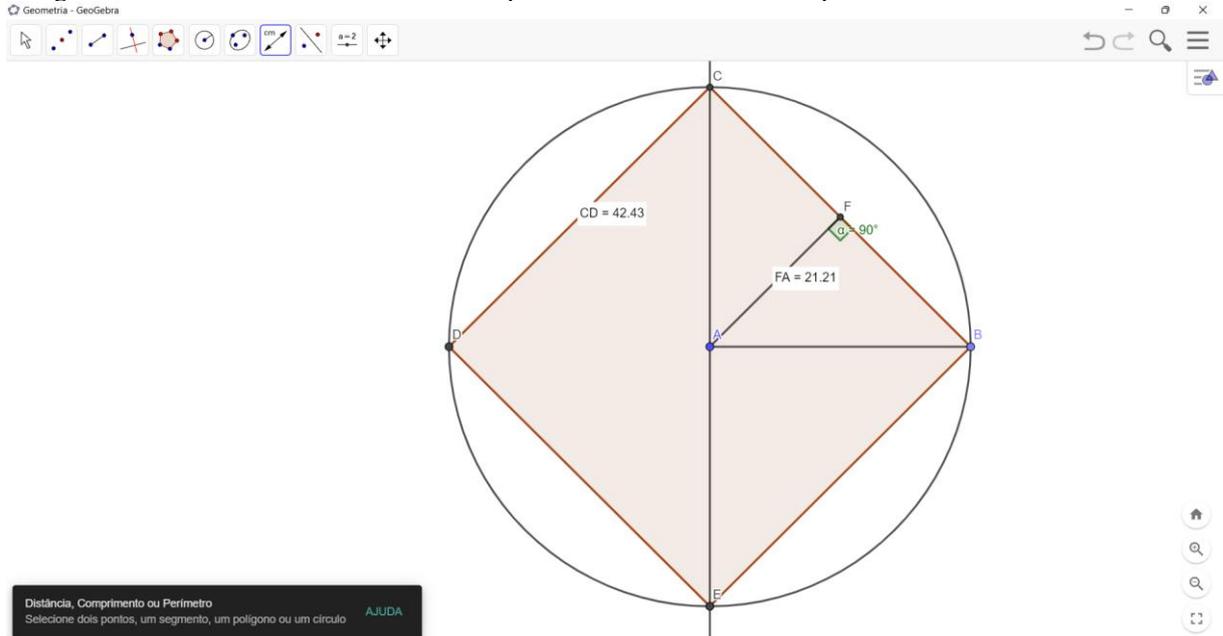
**Figura 16:** Criação do ponto médio e do apótema do lado do quadrado inscrito na circunferência.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 6: para finalizar verificar as medidas do lado e do apótema utilizando o comando “distancia, comprimento ou perímetro”.

**Figura 17:** Encontro do valor do lado e do apótema em um dos lados do quadrado inscrito na circunferência.

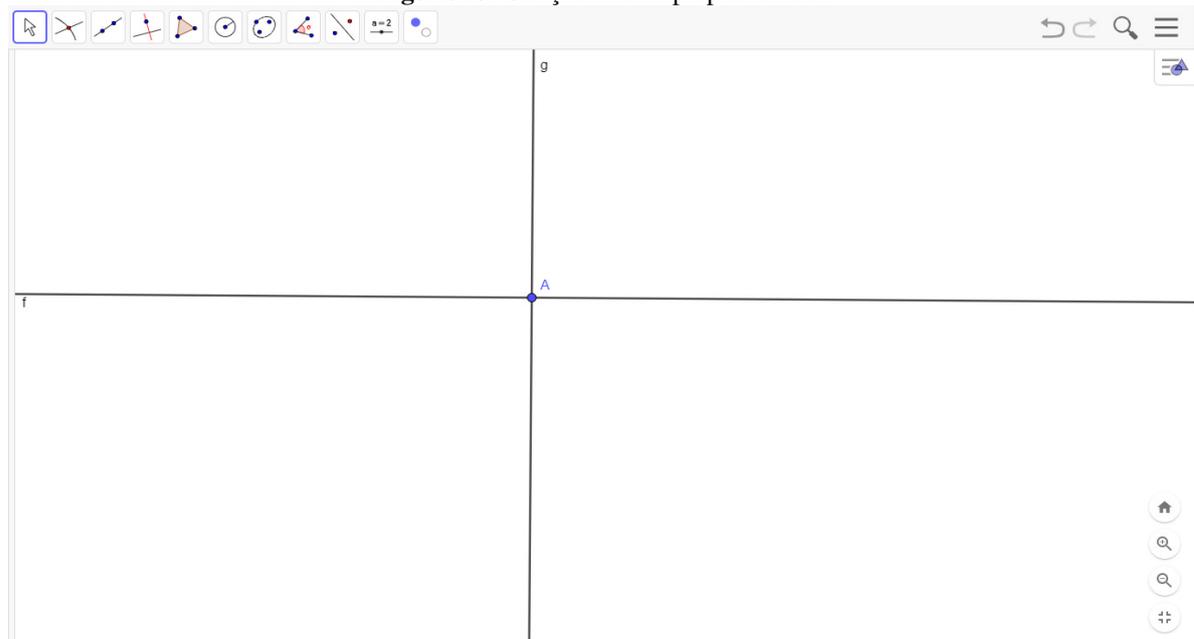


**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

### Segunda sugestão de resolução:

Passo 1: Depois de construir uma reta, utilize o comando “Reta perpendicular” e construa uma reta perpendicular à outra reta dada.

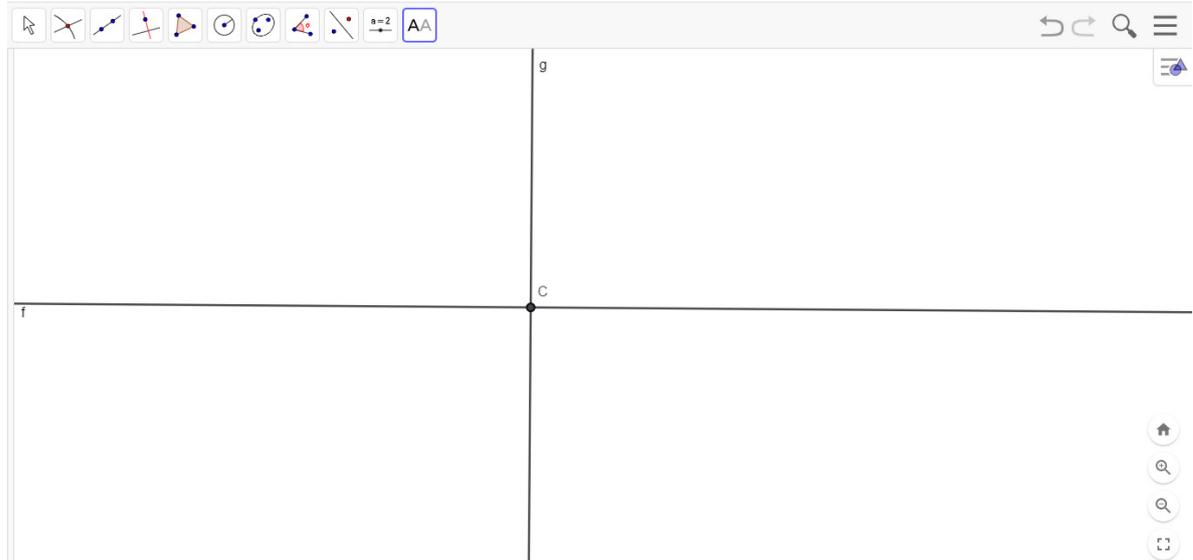
**Figura 18:** Criação da reta perpendicular.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 2: Clique em “Interseção de Dois Objetos” e depois clique nas duas retas construídas.

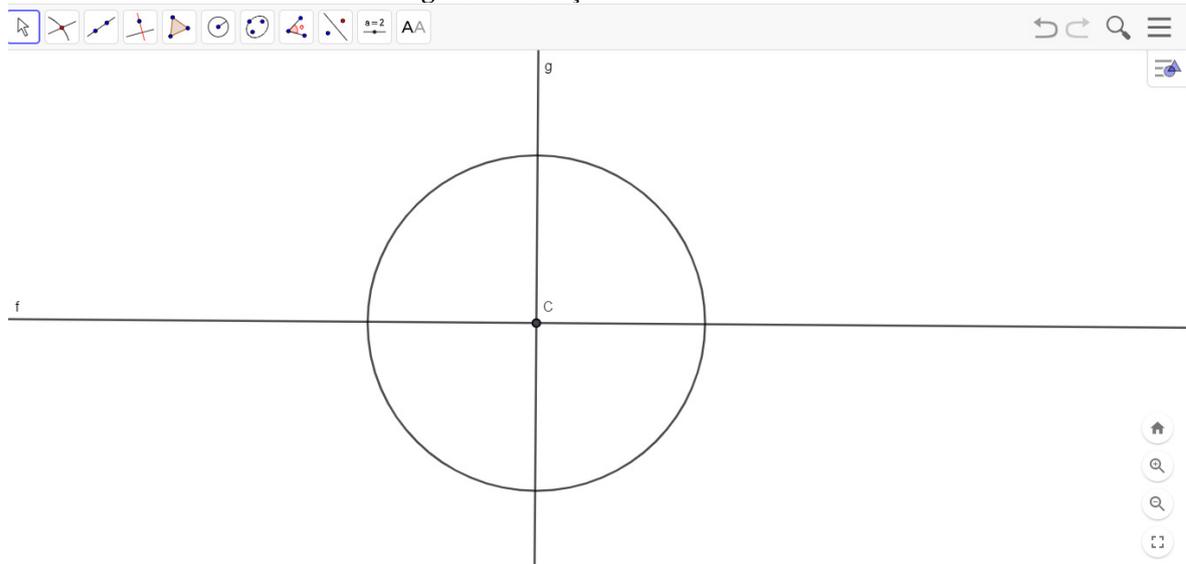
**Figura 19:** Criação do ponto de interseção das duas retas.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 3: Utilize o comando “Circulo: centro e raio”, clique no ponto de interseção das duas retas e em seguida digite o raio para construir uma circunferência.

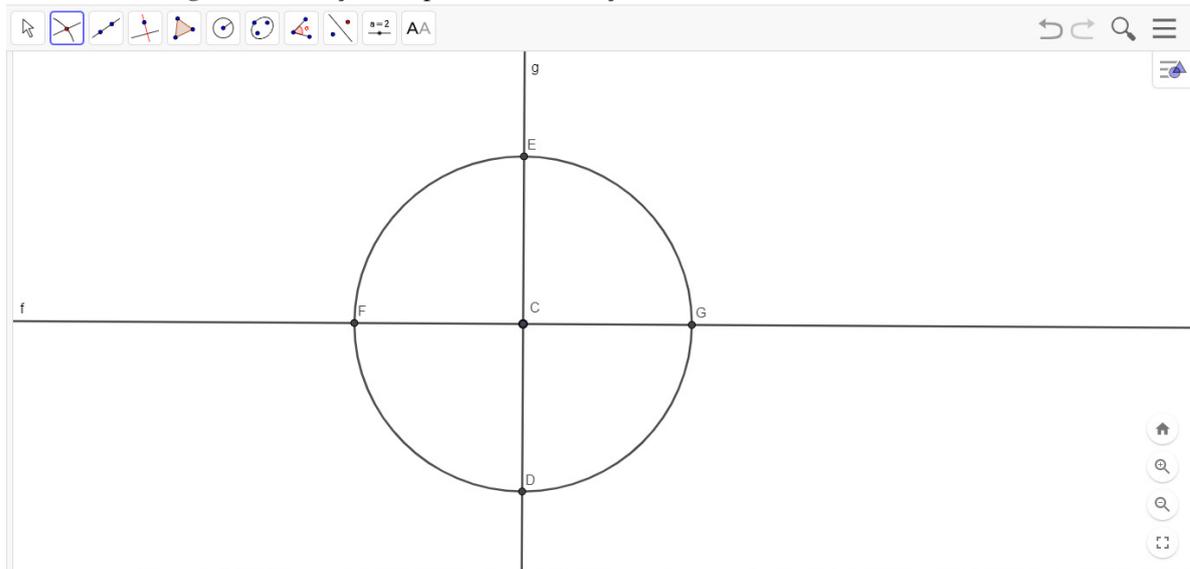
**Figura 20:** Criação da circunferência.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 4: Utilize novamente o comando “Interseção de Dois Objetos” e clique na circunferência e em uma das retas, depois de maneira análoga, clique novamente na circunferência e na outra reta construída. No entanto, são apresentados os pontos de interseções da circunferência com as duas retas.

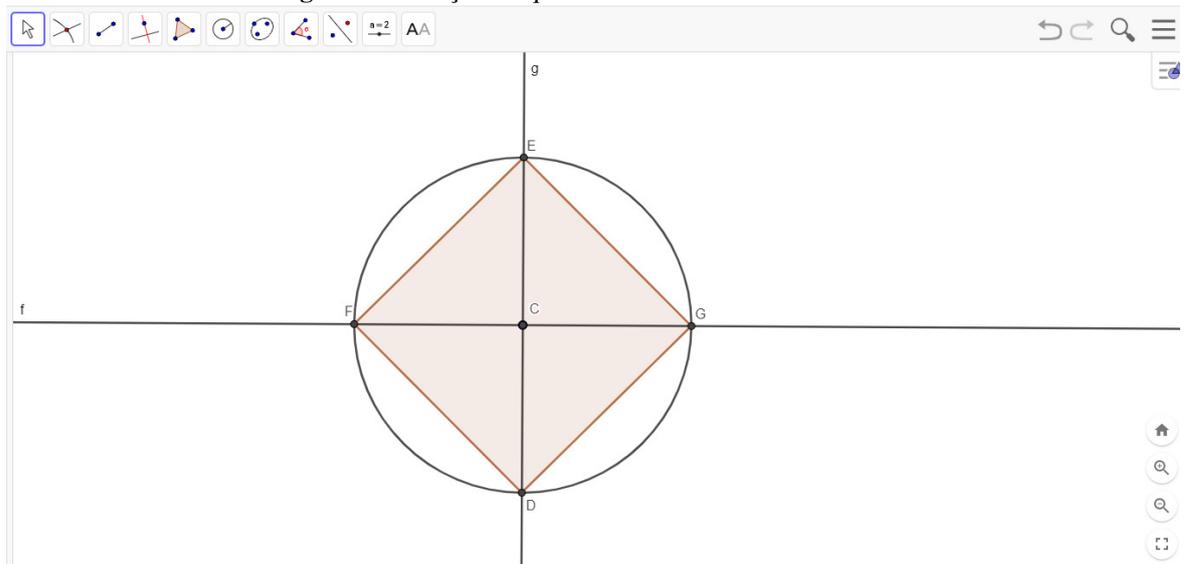
**Figura 21:** Criação dos pontos de interseção das duas retas com a circunferência.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 4: Utilize a ferramenta “Polígono Regular” e clique nos quatro pontos de interseção das duas retas com a circunferência, tais pontos serão os vértices do quadrado.

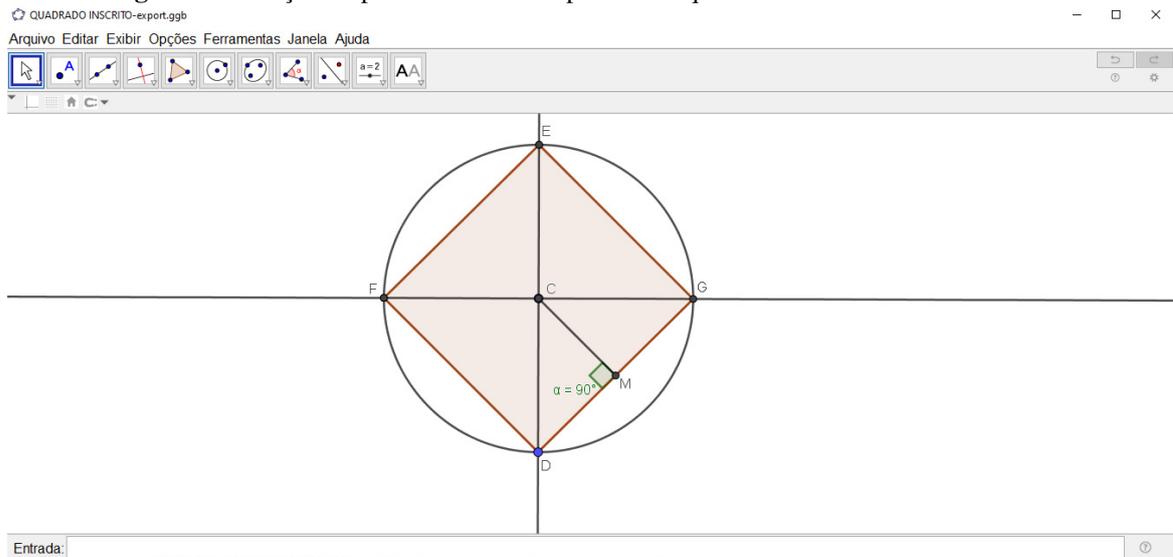
**Figura 22:** Criação do quadrado inscrito na circunferência.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 5: Com o comando “ponto médio ou centro” encontre o ponto médio de qualquer um dos lados do polígono e em seguida trace o apótema da figura que vai do ponto médio do lado até o centro da circunferência circunscrita a ele formando um ângulo de  $90^\circ$ .

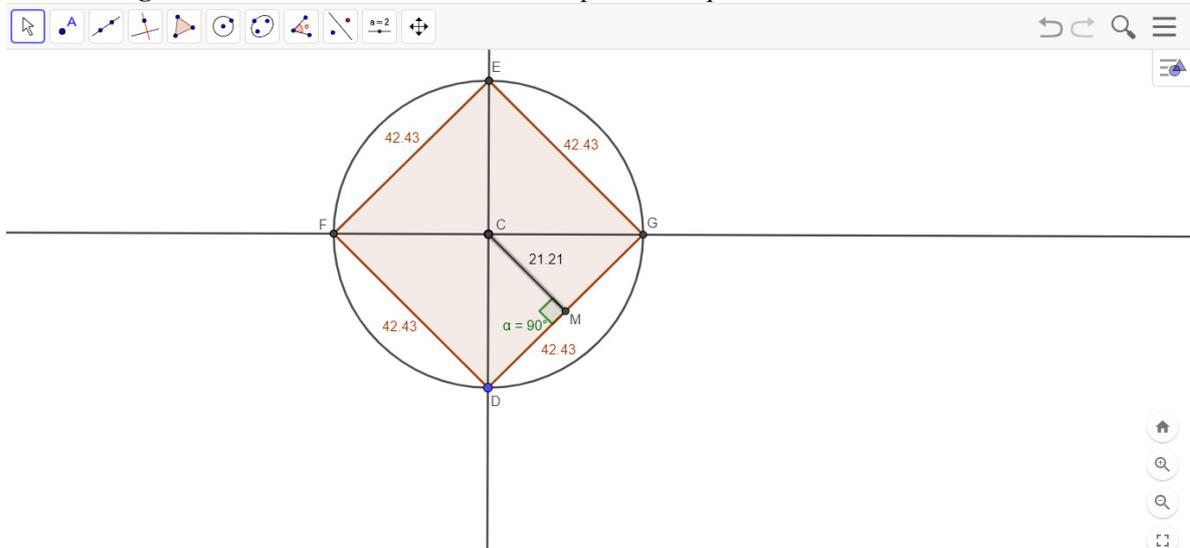
**Figura 23:** Criação do ponto médio e do apótema do quadrado inscrito na circunferência.



Fonte: Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 6: Por último, verificar as medidas do lado e do apótema utilizando o comando “distancia, comprimento ou perímetro”.

**Figura 24:** Encontro da medida do lado e apótema do quadrado inscrito na circunferência.



Fonte: Construído Pelas Autoras, 2022.

Desse modo, os lados do quadrado inscrito têm 42.43 cm e o apótema 21.21 cm.

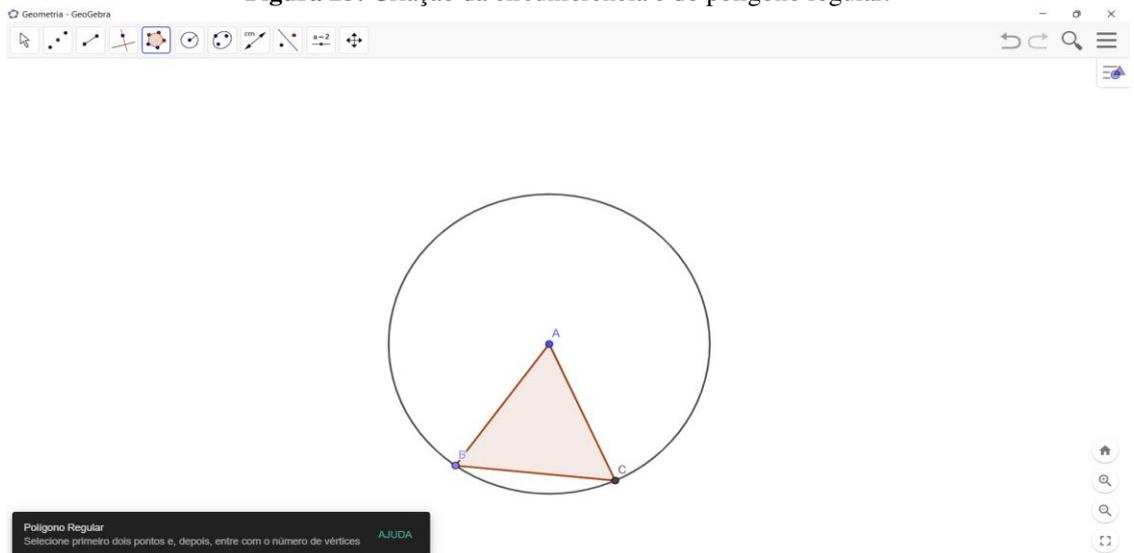
Podemos observar que de maneiras diferentes é possível encontrar a mesma solução do problema, assim instigar a criatividade e o interesse na busca dos conhecimentos matemáticos, enfatizando que não existe apenas uma maneira de chegar à resposta correta, mas sim, que através de diferentes métodos se chega a um denominador comum.

2. Construa usando a dinâmica do GeoGebra a medida do lado de um hexágono regular inscrito em uma circunferência de 20 cm de raio e encontre o apótema.

Sugestão de resolução:

Passo 1: Construa um círculo com comando “Círculo: centro e raio”, clique em um ponto qualquer e em seguida digite o raio da circunferência. Em seguida com o comando “polígono regular” construa um triângulo equilátero clicando no centro e na circunferência.

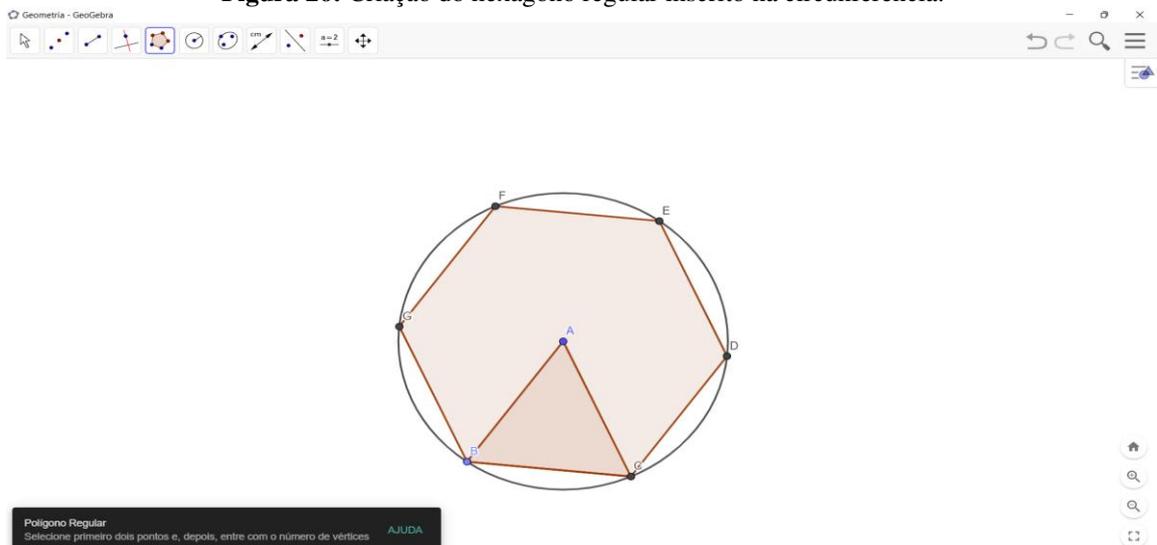
**Figura 25:** Criação da circunferência e do polígono regular.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 2: Ainda com o comando “polígono regular” construa um hexágono clicando nos pontos B e C da circunferência.

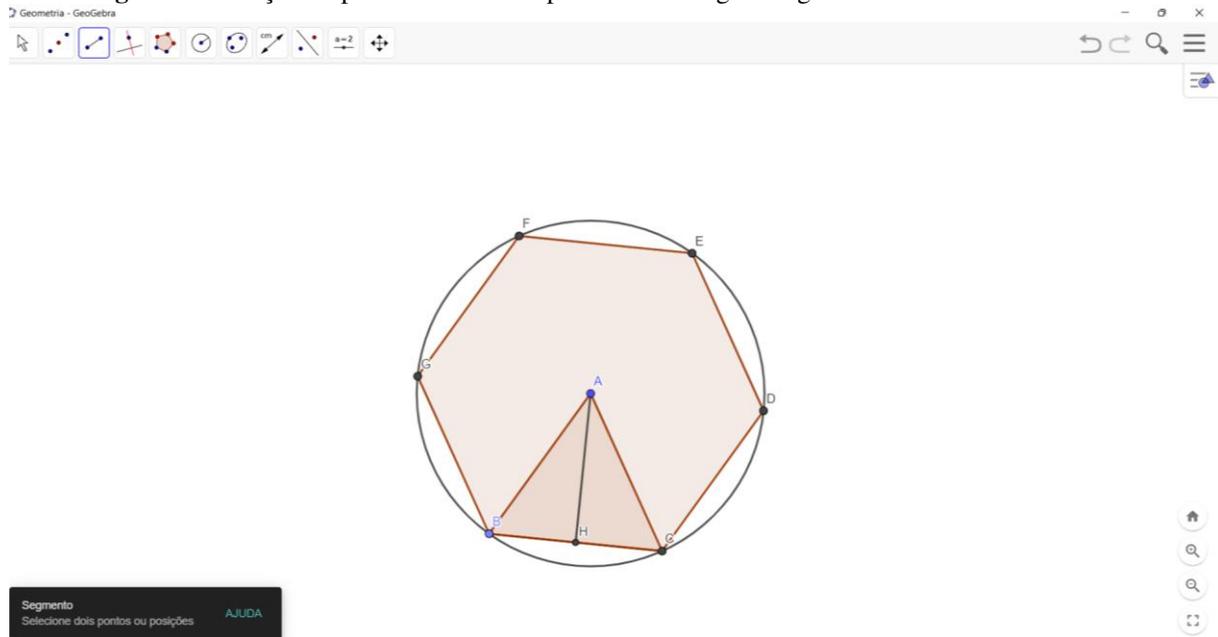
**Figura 26:** Criação do hexágono regular inscrito na circunferência.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 3: Com o comando “ponto médio ou centro” encontre o ponto médio de qualquer um dos lados do polígono e em seguida trace o apótema da figura, que vai do ponto médio do lado até o centro da circunferência circunscrita a ele formando um ângulo de  $90^\circ$ .

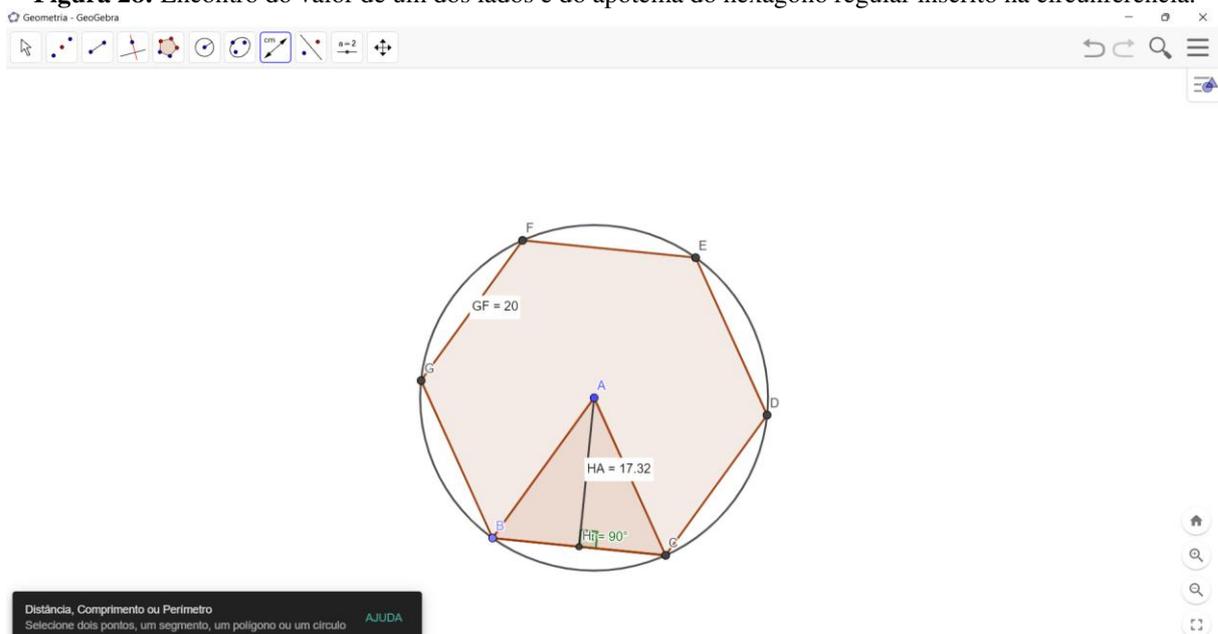
**Figura 27:** Criação do ponto médio e do apótema do hexágono regular inscrito na circunferência.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 4: para finalizar verificar as medidas do lado e do apótema utilizando o comando “distancia, comprimento ou perímetro”.

**Figura 28:** Encontro do valor de um dos lados e do apótema do hexágono regular inscrito na circunferência.



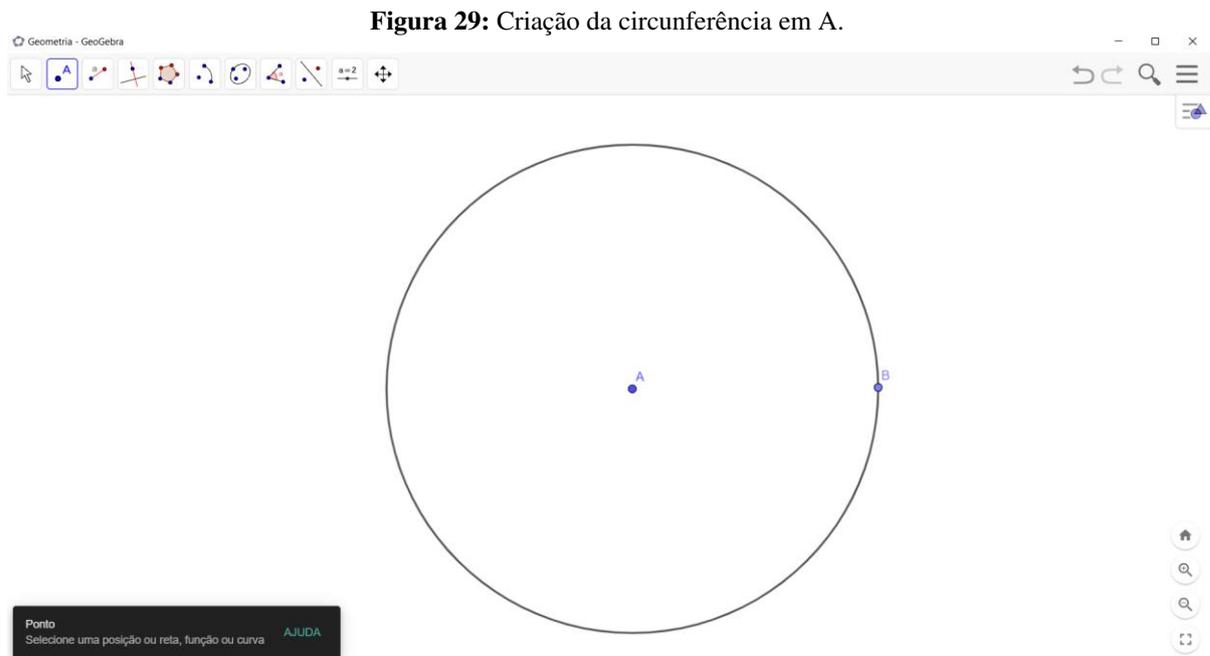
**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

No entanto, a medida do lado do hexágono é de 20 cm e do apótema é 17,32 cm.

3. Construa com a ajuda da dinâmica do GeoGebra um triângulo equilátero inscrito em uma circunferência de raio  $r$ . O apótema do triângulo é 17,5 cm. Calcule a medida do lado do triângulo.

Sugestão de resolução:

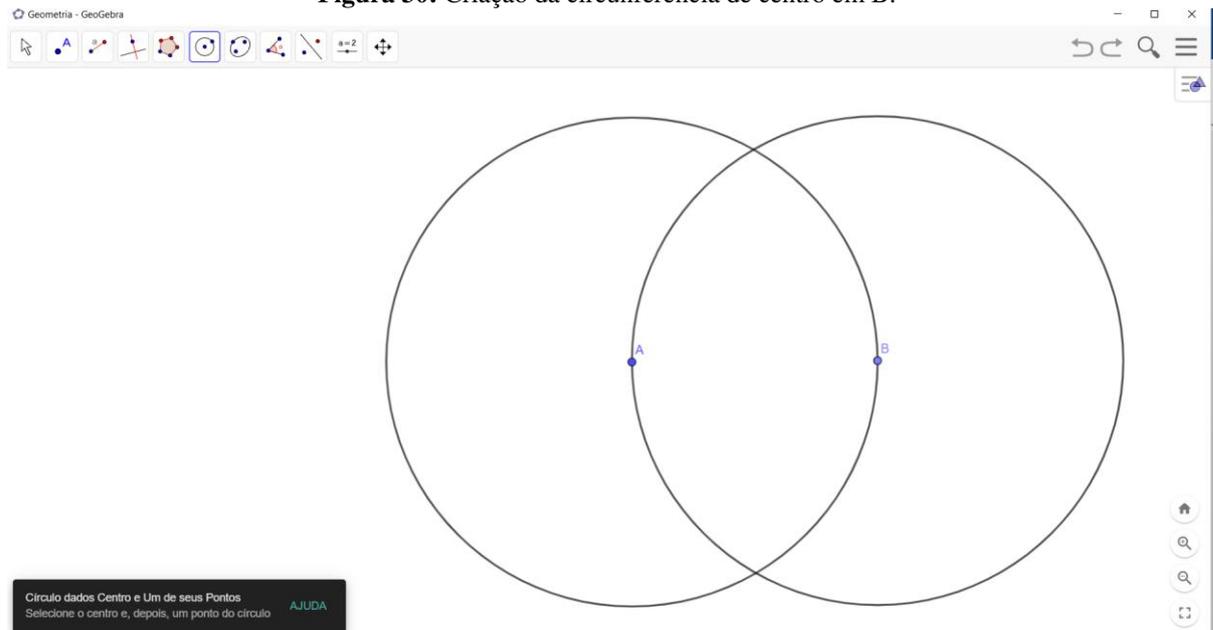
Passo 1: Sabendo que, a medida do raio é o dobro do apótema do triângulo equilátero inscrito, então  $r = 35$  cm. Construa um círculo com comando “Círculo: centro e raio”, clique em um ponto qualquer e em seguida digite o raio da circunferência. Em seguida com o comando “ponto”, construa um ponto na circunferência clicando em qualquer ponto desta.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 2: Com o comando “círculo dado centro e um de seus pontos” construa uma circunferência com centro em B e ponto em A.

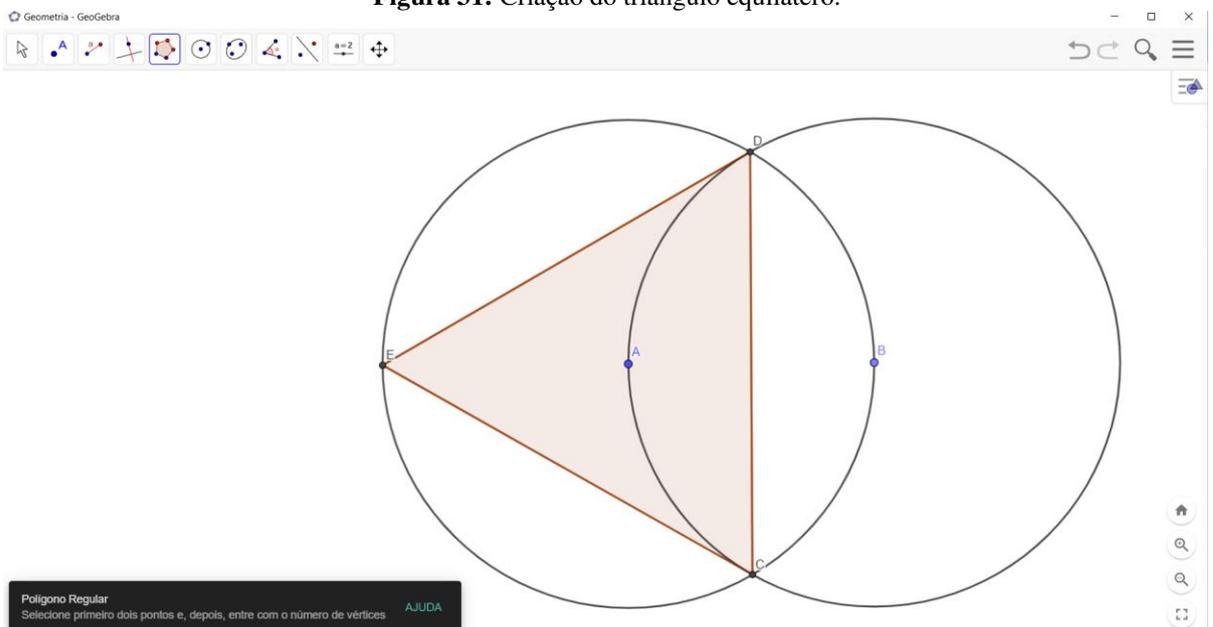
**Figura 30:** Criação da circunferência de centro em B.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 3: Usando o comando “polígono regular” construa um triângulo equilátero clicando nos pontos de intersecção das duas circunferências e insira o número de vértices.

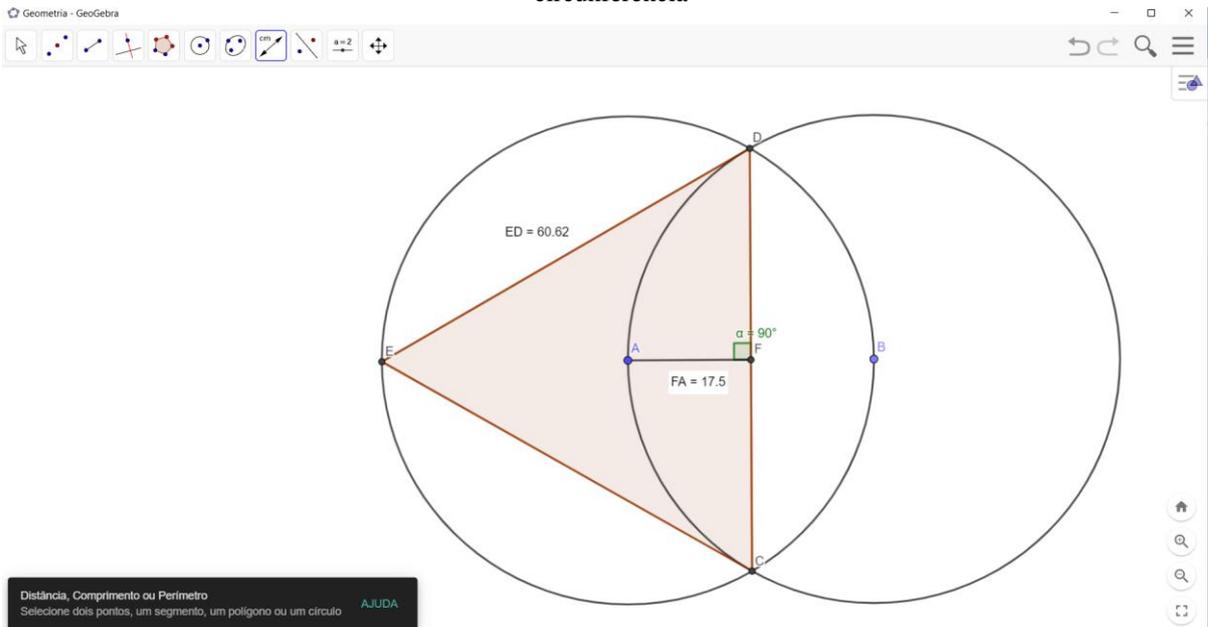
**Figura 31:** Criação do triângulo equilátero.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 4: Verificar as medidas de um dos lados utilizando o comando “distancia, comprimento ou perímetro”.

**Figura 32:** Encontro das medidas de um dos lados e do apótema do triângulo equilátero inscrito na circunferência



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

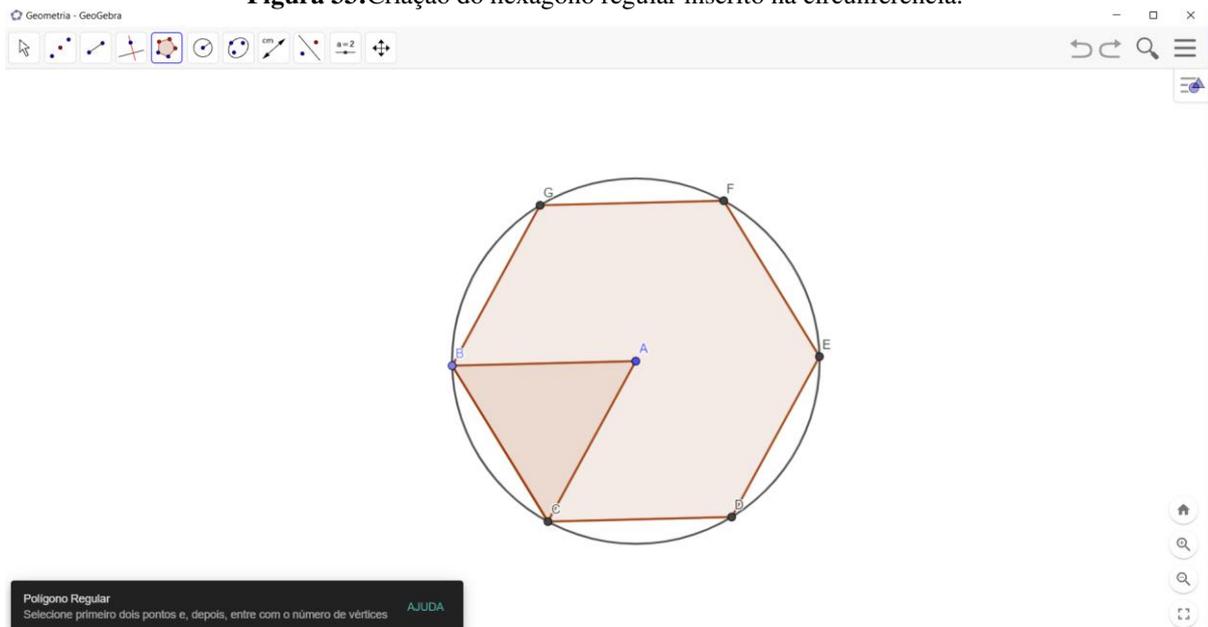
No entanto, cada lado do triângulo equilátero inscrito na circunferência é de 60,62 cm.

4. Construa com o auxílio da dinâmica do GeoGebra um hexágono regular inscrito em uma circunferência de raio igual a 5 cm e calcule o perímetro da figura.

Sugestão de resolução:

Passo 1: Com os conhecimentos anteriores, construa um hexágono regular inscrito numa circunferência de raio 5.

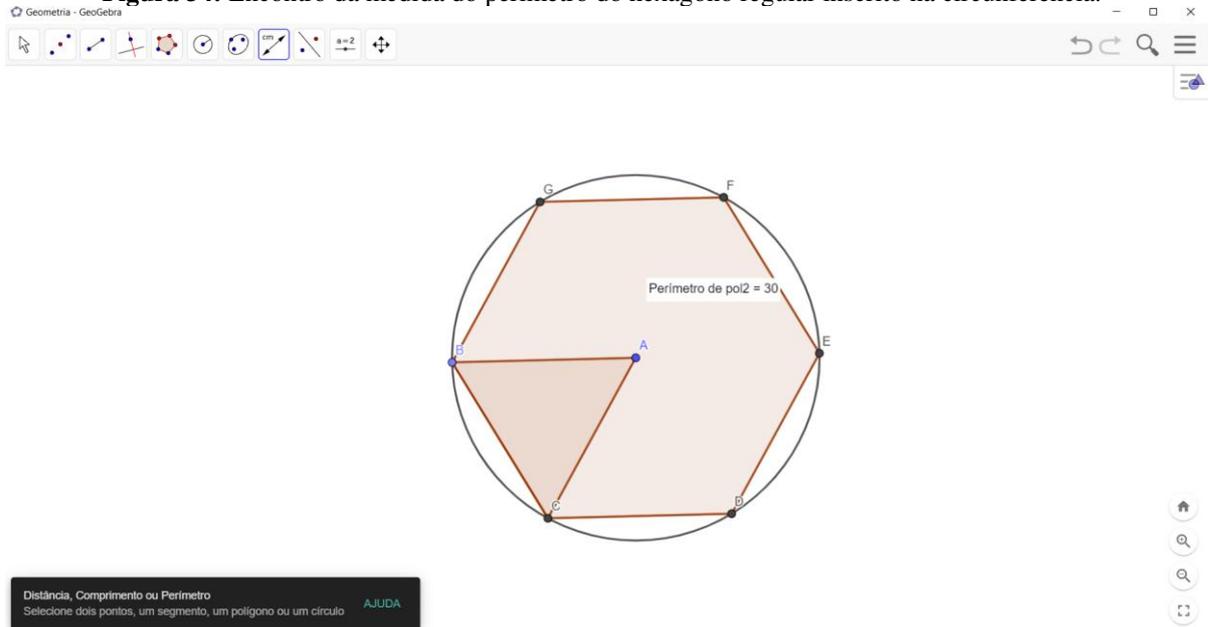
**Figura 33:** Criação do hexágono regular inscrito na circunferência.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 2: usando o comando “distancia, comprimento ou perímetro” clique na parte interna do hexágono e encontre o perímetro da figura

**Figura 34:** Encontro da medida do perímetro do hexágono regular inscrito na circunferência.



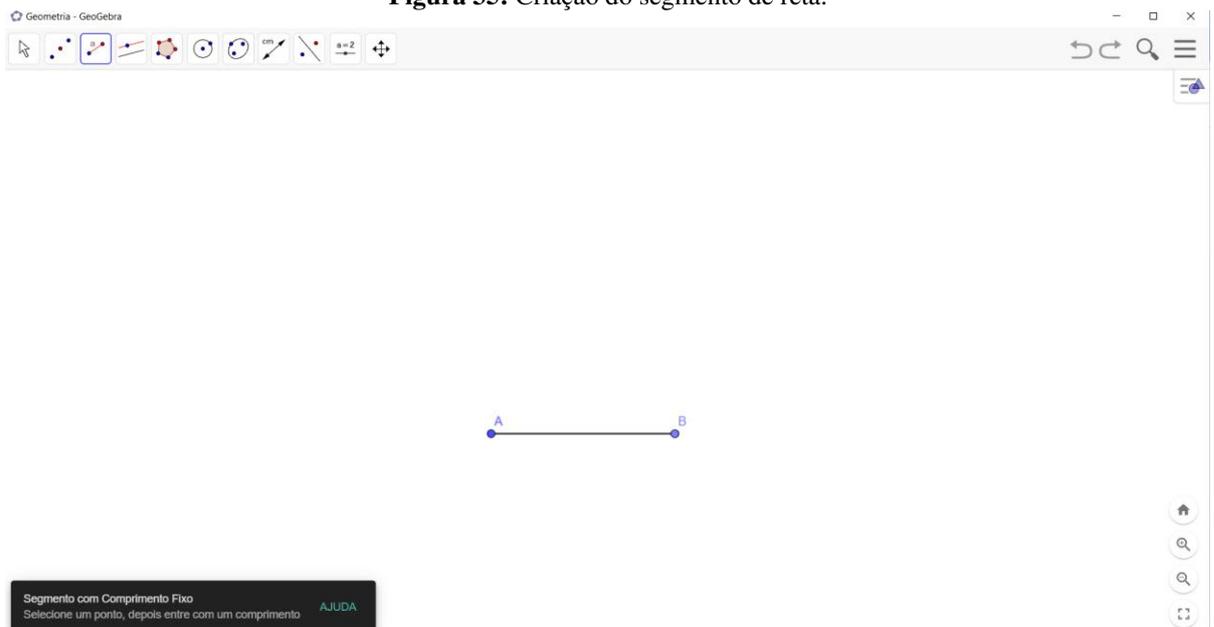
**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

5. Um triângulo equilátero de lado 5 cm está inscrito em uma circunferência de raio  $r$ . Use a dinâmica do GeoGebra para encontrar o diâmetro dessa circunferência?

Sugestão de resolução:

Passo 1: construa com o comando “segmento com comprimento fixo” um segmento de reta do tamanho do lado do polígono desejado.

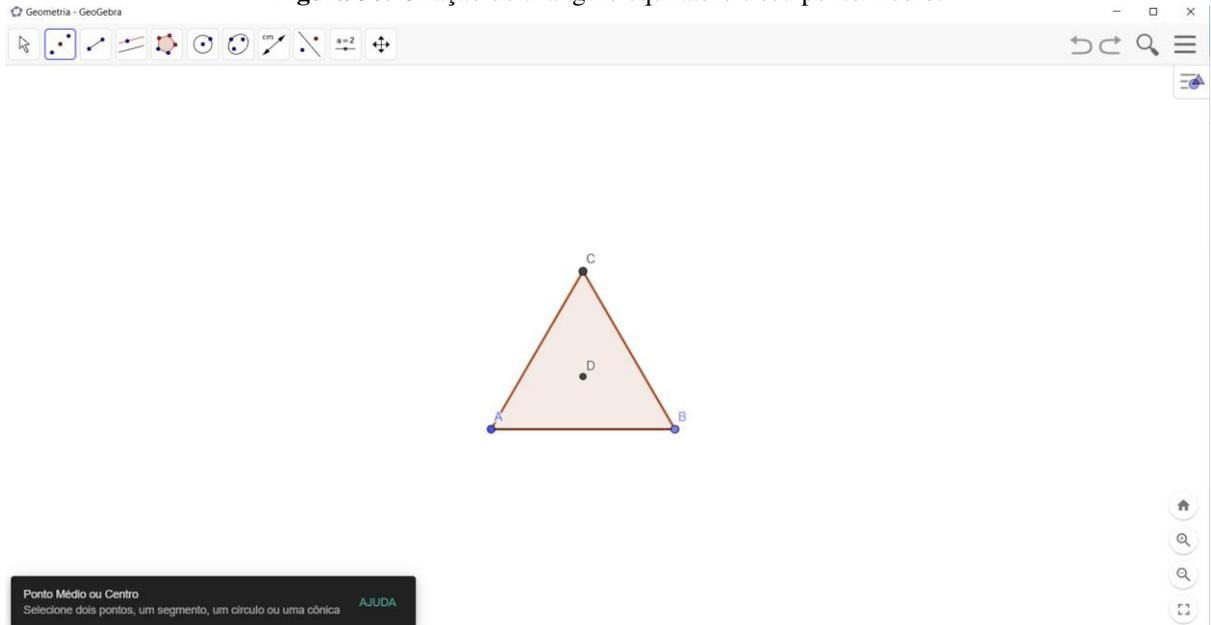
**Figura 35:** Criação do segmento de reta.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 2: com o comando “polígono regular” construa um triângulo equilátero clicando nos pontos A e B. Em seguida, com o comando “ponto médio ou centro” determine o centro do polígono.

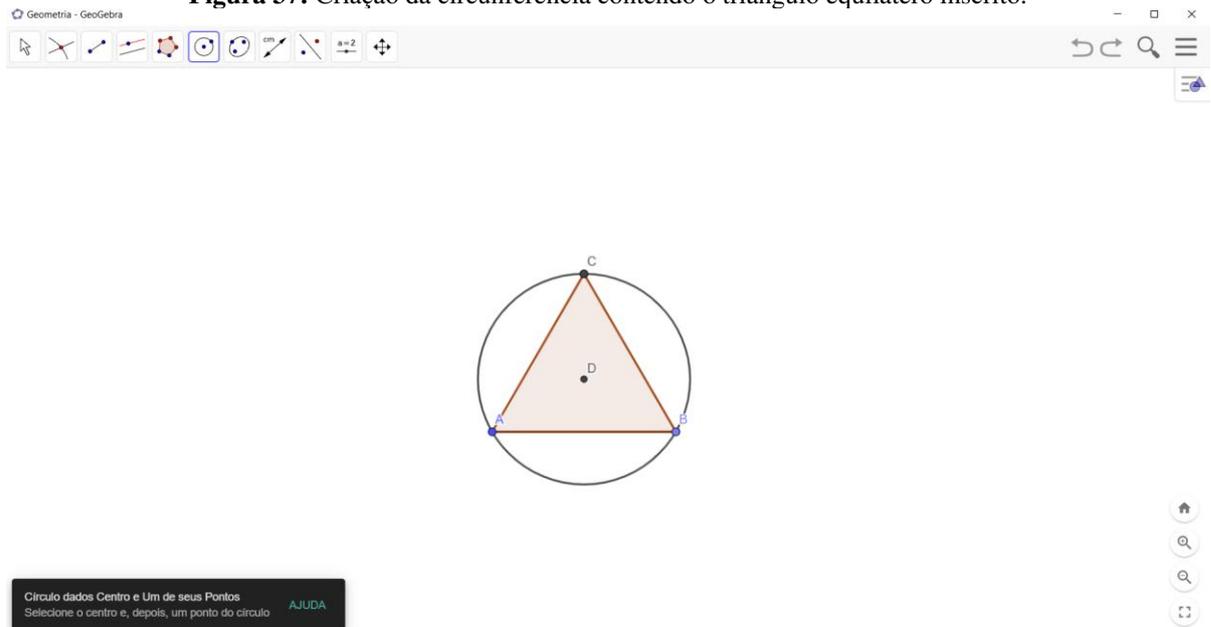
**Figura 36:** Criação do triângulo equilátero e seu ponto médio.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 3: usando o comando “círculo dados centro e um de seus pontos” construa uma circunferência clicando no centro do polígono, anteriormente encontrado e denominado de ponto D, e em um dos vértices da figura.

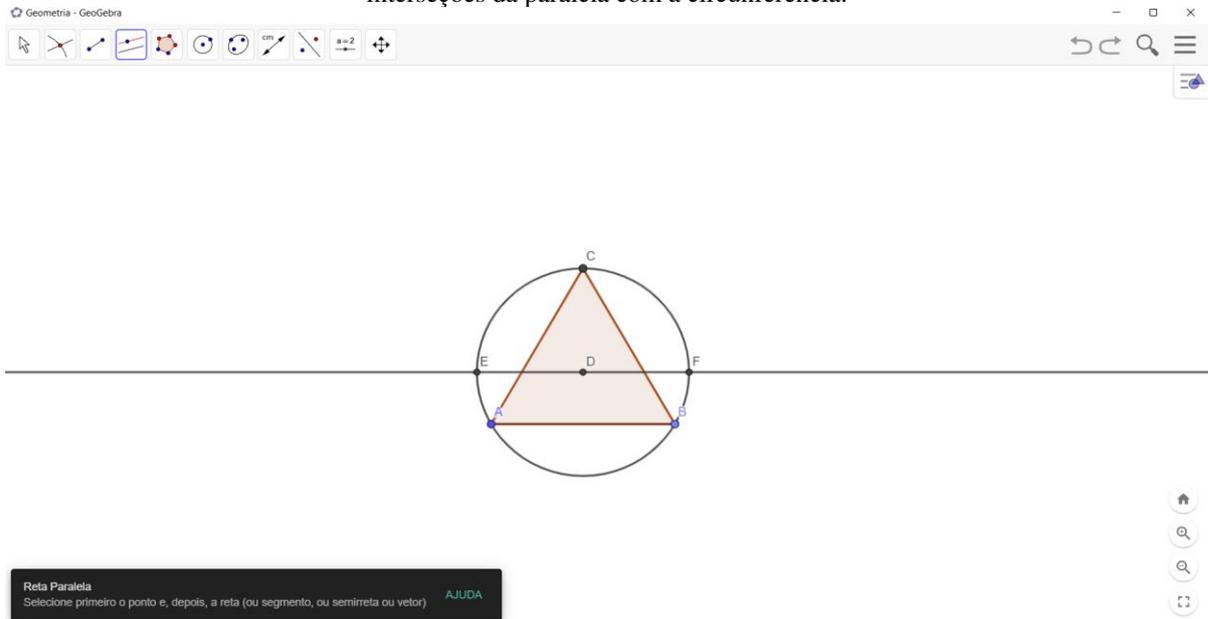
**Figura 37:** Criação da circunferência contendo o triângulo equilátero inscrito.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 4: utilize o comando “reta paralela” para construir uma reta paralela a um dos lados do polígono. Em seguida com o comando “interseção de dois objetos” defina a interseção entre a reta paralela e a circunferência.

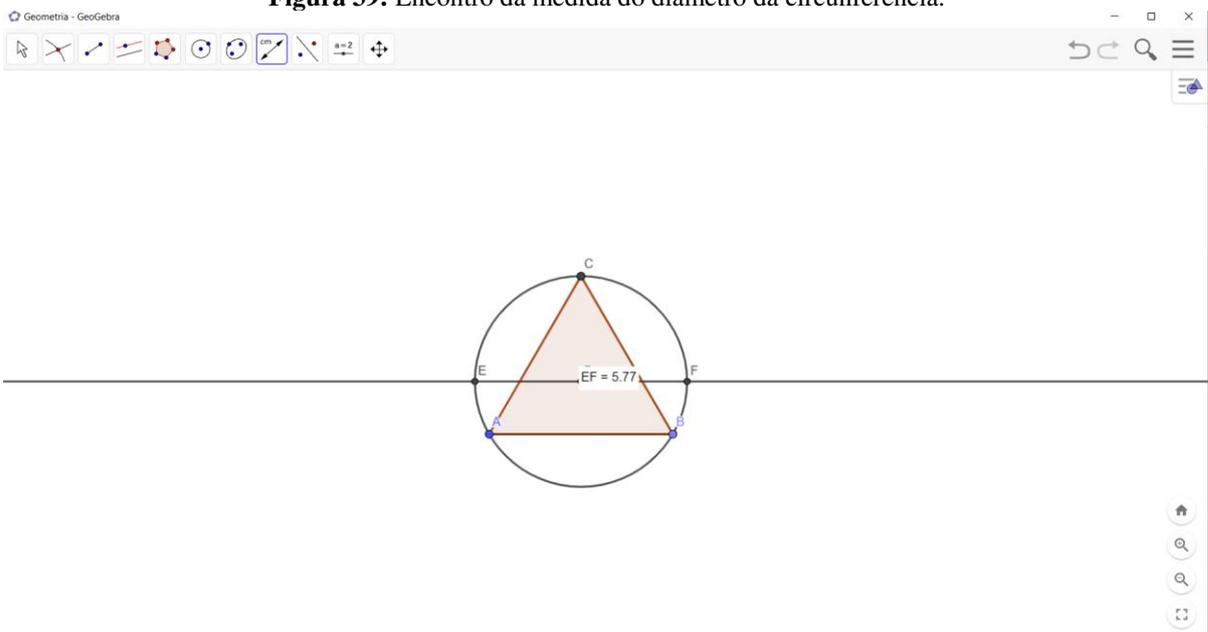
**Figura 38:** Criação da reta paralela a um dos lados do triângulo equilátero inscrito e os dois pontos de interseções da paralela com a circunferência.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Passo 5: para finalizar com o comando “distancia, comprimento ou perímetro” determine o comprimento do diâmetro da circunferência.

**Figura 39:** Encontro da medida do diâmetro da circunferência.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Portanto, a medida do diâmetro da circunferência é de aproximadamente 5,77 cm.

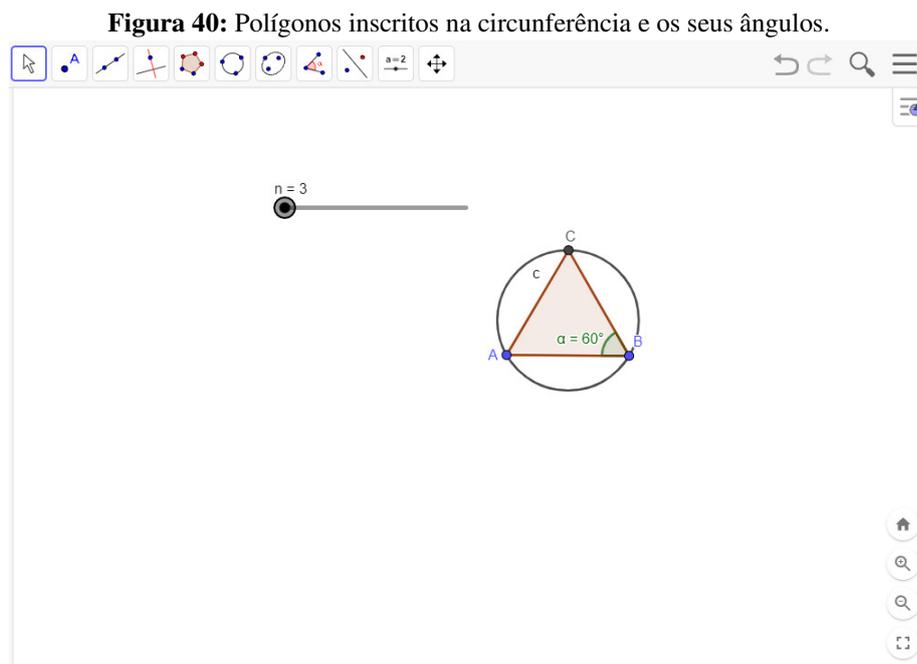
6. Construa no GeoGebra polígonos regulares inscritos na circunferência e calcule os ângulos internos dessas figuras geométricas que contém lados 3, 4, 5 e 6.

Passo 1: Criar um “controle deslizante”  que pode ser nomeado com a letra “n”. No valor mínimo digitar 3 e no valor máximo digitar 6. Na caixa de incremento digitar 1.

Passo 2: Com a ferramenta “polígono regular” escolha dois pontos quaisquer (nomeados de A e B, nesta ordem) e digite “n” para o número de vértices (quando  $n=3$ , vai aparecer um terceiro ponto que será nomeado de C).

Passo 3: Selecione a ferramenta “Círculo definidos por três pontos”  escolha três pontos do polígono regular.

Passo 4: Com a ferramenta “Ângulo” selecione os pontos C, B e A (nesta ordem) para aparecer o ângulo  $\widehat{ABC} = \alpha$  na figura.



**Fonte:** Construído Pelas Autoras, 2022.

Observe que, sendo  $n=3$ , o ângulo  $\alpha=60^\circ$ . Para  $n=4$ ,  $\alpha=90^\circ$ . Se  $n=5$   $\alpha=108^\circ$ . Por fim, para  $n=6$ ,  $\alpha=120^\circ$ . O controle deslizante poder movimentado pelo mouse enquanto a figura se altera de forma dinâmica representando as figuras regulares de um triângulo, de um quadrado, de um pentágono e de um hexágono.

De forma rápida e visual o aluno pode perceber a aprender sobre os ângulo internos de polígonos regulares e circunscritíveis numa circunferência.

Como complemento desta sequência didática, será deixada no capítulo de Apêndices, uma lista com alguns problemas sobre polígonos regulares inscrito na circunferência que servirá de sugestão para aprimorar os conhecimentos sobre o conteúdo com o auxílio da ferramenta GeoGebra. Estes problemas foram elaborados pelas autoras deste trabalho.

## 4 CONCLUSÃO

Para o desenvolvimento da pesquisa, foi apresentado uma proposta de estudar algumas técnicas de desenho geométrico e trabalhar problemas ligados a geometria a partir de uma sequência didática no GeoGebra. Diante disso, ressaltamos a importância do desenho geométrico na matemática, bem como, os materiais e as técnicas para o ensino de conteúdo da geometria plana.

Pensando nas contribuições do GeoGebra para a aprendizagem, foi feita uma análise a partir de vários autores sobre a função e algumas características do *software* de geometria dinâmica, o GeoGebra. No entanto, foi observado que o Geogebra apresenta ferramentas que pode auxiliar de mais simples, especificamente na construção geométrica, podendo assim ser observado às propriedades geométricas, realizar conjecturas e desenvolver o raciocínio geométrico.

Outra característica do GeoGebra é a manipulação das figuras ali construídas sem que altere as justificativas desses conceitos geométricos. Ademais, levando em consideração a visão de Zullato (2002) e Lovis e Franco (2013) ao comparar as construções feitas em ambiente de geometria dinâmica e ao utilizar instrumentos físicos eles ressaltam que com a régua e o compasso levariam mais tempo para a realização dessas construções ou no mínimo gerariam imprecisões. Vale salientar que, o software sozinho não transmite conhecimento nenhum, ou seja, outro ponto a ser pensado sob a visão de autores como Scheffer, Bressan e Rovani (2009), Cyrino e Baldini (2012) é a formação continuada dos professores quanto ao uso de maneira adequada do *software*, pelo o qual, o indivíduo passe a ser construtor do conhecimento matemático.

Foi observado que a sequência didática objetiva a aprendizagem de maneira mais organizada e eficiente, enfatizando assim o que é uma sequência didática e a sua finalidade para aprendizagem. Podendo assim, ser construída uma sequência para trabalhar o conteúdo de polígonos regulares inscritos em uma circunferência no GeoGebra. Foram apresentados seis problemas referente ao conteúdo mencionado, adaptados do livro didático utilizado na turma do 2º ano do ensino médio.

No entanto, apresenta-se mais uma proposta de trabalhar problemas de construções geométricas partindo de uma sequência didática no GeoGebra como ferramenta para auxiliar os professores de matemática nas suas aulas. Nesta perspectiva, foi bastante interessante elaboramos este trabalho para professores que desejam trabalhar problemas geométricos com

seus alunos de maneira dinâmica, interativa e organizada. Observamos, no entanto, que o objetivo inicial de proporcionar sequências didáticas com o emprego do software GeoGebra como uma ferramenta para auxiliar as aulas do professor de matemática no ensino da geometria enfatizando elementos e propriedades da geometria plana foram alcançados neste trabalho.

Diante disso, em futuras pesquisas poderá se ampliar os estudos deste trabalho objetivando aplicação da sequência didática relativa aos problemas geométricos com a ferramenta GeoGebra em turmas do 2º ano do Ensino Médio, na qual esta pesquisa poderá servir de subsídio para trabalharmos os problemas de construções da geometria com os alunos de forma diferente do “tradicionalismo”.

## REFERÊNCIAS

- AMADO, N. S. J; PINTO, J. A **Utilização do Geogebra na Demonstração Matemática em Sala de Aula: o estudo da reta de Euler**. Bolema: Boletim de Educação Matemática, v. 29, p. 637-657, 2015.
- BRASIL, S. D. E. F. **Parâmetros Curriculares Nacionais: matemática**. Brasília: MEC/SEF, 1997. Disponível em: <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/livro03.pdf>. Acesso em, 12 de jun. 2022.
- COSTA, E. A. da S.; ROSA, M. **Historiando o desenvolvimento do desenho geométrico: das inscrições nas cavernas à contemporaneidade**. Vidya, Santa Maria., v. 35, p. 57-69, 2015. Disponível em: <https://periodicos.ufn.edu.br/index.php/VIDYA/article/view/234/0>. Acesso em, 06 de fev. 2022.
- CYRINO, M. C. de C. T.; BALDINI, L. A. F. **O software GeoGebra na formação de professores de matemática—uma visão a partir de dissertações e teses**. Revista Paranaense de Educação Matemática, v. 1, n. 1, p. 42-61, 2012. Disponível em: <http://revista.unespar.edu.br/index.php/rpem/article/view/378>. Acesso em, 24 de abr. 2022.
- DAMBROSIO, U. Etnomatemática e história da matemática. **Etnomatemática: novos desafios teóricos e pedagógicos**. Brasil: Editora da UFF, 2009. Acesso em, 30 de Dez. 2021.
- DANTE, L. R. **Matemática Contexto & Aplicações. Ensino Médio**. 3ª Edição. São Paulo: Ed. Ática, 2016.
- DE ARAÚJO, L. C. L.; NÓBRIGA, J. C. C. **Aprendendo matemática com o Geogebra**. Editora Exato, Sao Paulo, 2010.
- DO NASCIMENTO, D. L. et al. **Minicurso: construções de triângulos através do software geogebra**. ForScience, v. 5, n. 3, 2017. Disponível em: <https://doi.org/10.29069/forscience.2017v5n3.e308>. Acesso em, 12 de abr. 2022. EVES, Howard Whitley. **Introdução à história da matemática**. Unicamp, 1995.
- GODOY, A. S. A pesquisa qualitativa e sua utilização em administração de empresas. Revista de administração de empresas, v. 35, p. 65-71, 1995. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/rae/a/NkTFNgmLWKXfT6k9P9qBTMn/?format=pdf&lang=pt>. Acesso em, 03 de out. 2022.
- GRAVINA, M. A. **Os ambientes de geometria dinâmica e o pensamento hipotético-dedutivo**. 2001. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/2545>. Acesso em, 15 de abri. 2022.
- HOHENWARTER, M.; HOHENWARTER, J. **Ajuda geogebra**. [http://static.geogebra.org/help/docupt\\_PT.pdf](http://static.geogebra.org/help/docupt_PT.pdf). Consultado, v. 10, n. 10, p. 2014, 2009. Disponível em: [http://www.cattai.mat.br/site/files/geogebra/ajuda\\_geogebra.pdf](http://www.cattai.mat.br/site/files/geogebra/ajuda_geogebra.pdf). Acesso em, 12 de jun. 2022.
- LIMA, E. L.; **Medida e Forma em Geometria: comprimento, área, volume e semelhança**. SBM, Belo Horizonte, 1991.98p. A

LOPES, M. M. **Sequência didática para o ensino de trigonometria usando o software GeoGebra**. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 27, n. 46, p. 631-644, 2013. Disponível em: <https://www.scielo.br/j/bolema/a/7jbBvcDtcR7tG7qGYwXzMQM/?format=pdf&lang=pt> . Acesso em, 16 de abril. 2022.

LOVIS, K. A.; FRANCO, V. S. **Reflexões sobre o uso do GeoGebra e o ensino de Geometria Euclidiana**. *Informática na educação: teoria & prática*, v. 16, n. 1, 2013. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/InfEducTeoriaPratica/article/view/26104>. Acesso em 12 de fev. 2022.

MARINHO, J. et al. **A importância do desenho geométrico no ensino básico e técnico de nível médio**. *Anais Eletrônicos-1ª Jornada de Iniciação Científica e Extensão do IFTO*, 2010. Disponível em: <https://silo.tips/download/a-importancia-do-desenho-geometrico-no-ensino-basico-e-tecnico-de-nivel-medio> . Acesso em, 20 de set. 2022.

MARTINS, G.A. & PINTO, R.L. **Manual para elaboração de trabalhos acadêmicos**. São Paulo: Atlas, 2001.

MINAYO, M. C. S. **O desafio do conhecimento. Pesquisa qualitativa**. São Paulo: HUCITEC, 2001.

OLIVEIRA, A. G. de. **Funções e geometria: o uso de ambiente de geometria dinâmica como subsídio para a caracterização das funções quadráticas**. 2013. 35 f. Dissertação (Mestrado em Matemática em Rede Nacional) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Curitiba, 2013. Disponível em: <http://repositorio.utfpr.edu.br/jspui/handle/1/436>. Acesso em, 12 de abril. 2022.

OLIVEIRA, D. S. **GeoGebra: facilitando o aprendizado da função afim e função quadrática**. 2015. Disponível em: <https://www.lume.ufrgs.br/handle/10183/134081>. Acesso em, 23 de Abr.2022.

PELLI, D. **As contribuições do software GeoGebra como um mediador do processo de aprendizagem da geometria plana na Educação a Distância (EAD) em um curso de Licenciatura em Pedagogia**. 2014. 249 f. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) – Instituto de Ciências Exatas e Biológicas, Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, 2014. Disponível em: <http://www.repositorio.ufop.br/handle/123456789/4230>. Acesso em, 12 de abr. 2022.

PERETTI, L.; TONIN DA COSTA, G. M. **Sequência didática na matemática**. *Revista de Educação do IDEAU*, v. 8, n. 17, p. 1-14, 2013. Disponível em: [https://www.caxias.ideau.com.br/wpcontent/files\\_mf/8879e1ae8b4fdf5e694b9e6c23ec4d5d31\\_1.pdf](https://www.caxias.ideau.com.br/wpcontent/files_mf/8879e1ae8b4fdf5e694b9e6c23ec4d5d31_1.pdf) . Acesso em, 05 de set. 2022.

PRODANOV, C. C.; DE FREITAS, E. C. **Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico-2ª Edição**. Editora Feevale, 2013. Disponível em: <https://books.google.com.br/books?hl=pt-BR&lr=&id=zUDsAQAAQBAJ&oi=fnd&pg=PA13&dq=M%C3%A9todos+e+t%C3%A9cnicas>

<cas+de+pesquisa+social.&ots=dc13hcA7AL&sig=HLk0j7nvZnx1SuKl4NRtECojymc#v=onepage&q=M%C3%A9todos%20e%20t%C3%A9cnicas%20de%20pesquisa%20social.&f=false> . Acesso em, 03 de out. 2022.

SCHEFFER, N. F.; BRESSAN, J. Z.; ROVANI, S. **Possibilidades didáticas de investigação do software gratuito régua e compasso na exploração do triângulo equilátero.** Vivências: Revista Eletrônica de Extensão da URI, v. 5, n. 8, p. 27-36, 2009. Disponível em: [http://www2.reitoria.uri.br/~vivencias/Numero\\_008/artigos/artigos\\_vivencias\\_08/Artigo\\_21.pdf](http://www2.reitoria.uri.br/~vivencias/Numero_008/artigos/artigos_vivencias_08/Artigo_21.pdf). Acesso em, 26 de abr. 2022.

VALENTE, J. A. **Pesquisa, comunicação e aprendizagem com o computador.** O papel, 2005. Disponível em: [https://cmapspublic.ihmc.us/rid=1HXFXQKSB-23XMNVQ-M9/VALENTE\\_2005.pdf](https://cmapspublic.ihmc.us/rid=1HXFXQKSB-23XMNVQ-M9/VALENTE_2005.pdf) . Acesso em, 24 de abril. 2022.

ZULATTO, R. B. A. **Professores de Matemática que Utilizam Softwares de Geometria Dinâmica: suas características e perspectivas.** 2002. Disponível em: <https://repositorio.unesp.br/handle/11449/91012>. Acesso em, 14 de abri. 2022.

## APÊNDICES

### Lista de exercícios

- 1- Construa um triângulo equilátero de lado 27cm e encontre com ajuda da dinâmica do GeoGebra:
  - I. A medida do diâmetro da circunferência circunscrita;
  - II. A medida do apótema.
  
- 2- Considere um quadrado inscrito numa circunferência cujo lado mede 10cm, esboce com a dinâmica do GeoGebra e encontre:
  - I. A medida do diâmetro da circunferência circunscrita;
  - II. A medida do apótema.
  
- 3- Considere uma circunferência circunscrita a um quadrado cujo lado mede  $21\sqrt{3}$  cm, esboce com a dinâmica do GeoGebra e encontre:
  - I. A medida do raio da circunferência;
  - II. A medida do apótema do hexágono regular inscrito nessa circunferência;
  
- 4- Considere uma circunferência circunscrita a um triângulo equilátero cuja medida do raio é  $15\sqrt{3}$ cm, esboce utilizando a dinâmica do GeoGebra:
  - I. A medida do lado do triângulo;
  - II. A medida do perímetro do triângulo;
  - III. A medida da área do triângulo.
  
- 5- Sabendo que a medida do apótema de um hexágono regular inscrito numa circunferência mede 30cm, esboce a figura utilizando a dinâmica do GeoGebra e encontre:
  - I. A medida do raio da circunferência;
  - II. A medida do lado desse hexágono;
  - III. A medida do comprimento dessa circunferência.

## Documento Digitalizado Ostensivo (Público)

### Trabalho de Conclusão de Curso

**Assunto:** Trabalho de Conclusão de Curso  
**Assinado por:** Juliana Moreira  
**Tipo do Documento:** Anexo  
**Situação:** Finalizado  
**Nível de Acesso:** Ostensivo (Público)  
**Tipo do Conferência:** Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- Juliana Moreira de Sousa, ALUNO (201422020401) DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - CAJAZEIRAS, em 13/10/2022 15:42:43.

Este documento foi armazenado no SUAP em 13/10/2022. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 649024  
Código de Autenticação: 0cd86153a9

