INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA

CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

RAÍ PEREIRA DE SOUSA

DEFINIÇÕES DA ARITMÉTICA E DA ÁLGEBRA NO ENSINO MÉDIO

CAMPINA GRANDE – PB

2023

RAÍ PEREIRA DE SOUSA

DEFINIÇÕES DA ARITMÉTICA E DA ÁLGEBRA NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), como requisito parcial para a obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Weidson do A. Luna.

CAMPINA GRANDE – PB

2023

S725d Sousa, Raí Pereira de.

Definições da aritmética e da álgebra no ensino médio /Raí Pereira de Sousa. - Campina Grande, 2023.

42f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal da Paraíba, 2023.

Orientador: Prof. Me. Weidson do A. Luna.

1. Matemática - aritmética 2. Matemática - álgebra 3.Jogos digitais I.Luna, Weidson do A.. II. Título.

CDU 51

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
SECRETARIA DE EDUCAÇÃO PROFISSIONAL E TECNOLÓGICA
INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
CAMPUS CAMPINA GRANDE

RAÍ PEREIRA DE SOUSA

DEFINIÇÕES DA ARITMÉTICA E DA ÁLGEBRA NO ENSINO MÉDIO

Trabalho de Conclusão de Curso, aprovado como requisito parcial para a obtenção de graduação em Licenciatura em Matemática pelo Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba – Campus Campina Grande.

Habilitação: Licenciatura

Data da aprovação

21 / 06 / 2023.

BANCA EXAMINADORA:

ORIENTADOR: Prof. Me Weidson do Amaral Luna – IFPB

AVALIADOR: Prof. Me Orlando Batista de Almeida – IFPB

AVALIADOR: Prof. Dr Rodrigo Moura da Silva – IFPB

“Dedico este trabalho, em primeiro lugar, à Deus, que me deu saúde e forças para superar todas as dificuldades que me deparei ao longo desta graduação, à minha mãe, Carmem Lúcia Pereira de Sousa, meu pai Arlindo Ferreira de Sousa, como também meus irmãos: George Pereira de Sousa, Railson Pereira de Sousa e Geruza Pereira de Sousa, por serem essenciais na minha vida, à alguns familiares e amigos presentes, por sempre me motivarem a perseverar em realizar os meus sonhos.”

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente à Deus, que me deu força para continuar minha jornada e conseguir concluir meu curso.

As meus pais e irmãos que devem estar muito orgulhosos por eu estar terminando esta graduação.

Aos amigos que fiz durante o curso, em especial a Raynara, Hozana, Renata e outros colegas, que me motivaram a continuar no curso.

Aos meus amigos fora do curso.

Ao meu querido Orientador, Weidson do Amaral Luna. Agradeço imensamente pela atenção e os conselhos, sempre me incentivando a superar as barreiras que muitas vezes eu mesmo colocava na minha jornada, um profissional e ser humano que sempre vai sempre servi de exemplo na minha caminhada.

Aos professores da banca.

A todos os professores do IFPB, que são muito atenciosos e prestativos com todos os alunos, profissionais que quero me espelhar ao ministrar aulas para me tornar um excelente professor.

Ao professor Orlando Batista de Almeida, que sempre fez sempre possível e o impossível pelos alunos do curso, muito prestativo, ao qual tenho muita admiração.

Aos programas de iniciação à docência oferecidos pelo IFPB, como o PIBID no qual fui bolsista que é um apoio muito essencial para todos os estudantes na qual pude ter meu primeiro contato com a sala de aula.

Também gostaria de deixar um agradecimento especial ao Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Paraíba – IFPB, *Campus* Campina Grande, e a todos os funcionários dessa instituição que me proporcionaram um ambiente propício para o desenvolvimento do meu trabalho de conclusão de curso.

Meu muito obrigado à todos!

“Nenhuma investigação feita pelo homem pode ser chamada realmente de ciência se não puder ser demonstrada matematicamente.” (Leonardo da Vinci)

RESUMO

Este trabalho apresenta um significativo número de definições da Aritmética e da Álgebra, permitindo que objetos matemáticos, dessas duas áreas da matemática, sejam caracterizados corretamente e que não conduzam o leitor a ambiguidades. Diante deste fato, acreditamos ser de extrema importante à elaboração de um material, como este, que possua uma considerável quantidade de definições da Aritmética e da álgebra e que sirva de consulta para Professores de matemática do ensino médio ou para alunos de graduação.

Palavras-chave: Aritmética, Álgebra, Ensino Médio e Definições.

ABSTRACT

This work presents a significant number of definitions of Arithmetic and Algebra, allowing mathematical objects, these two areas of mathematics, to be characterized and that do not lead the reader correctly to ambiguities. We believe that it is extremely important for the elaboration of a material like this one, who have a considered a quantified definition of arithmetic and algebra and which serves as a consultant for high school mathematics teachers and graduate students.

Keywords: Arithmetic, Algebra, High School and Definitions.

SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão apresentados os aspectos iniciais relacionados a este trabalho, abordando, na sequência, os seguintes tópicos: a *contextualização*; a *justificativa*, os *objetivos*; a *metodologia*; o *público-alvo* ao qual está direcionado; os *conhecimentos prévios* para o desenvolvimento desta proposta e a *estruturação* dos capítulos subsequentes.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO

Convenciona-se nas definições em que a conjunção *SE* é usada apenas uma vez, esta deve ser compreendida como *SE*, *E SOMENTE SE*. A razão para essa convecção é que as propriedades que definem um objeto são condições necessárias e suficientes. Apesar dessa convecção, o que se vê nos livros didáticos são definições em a conjunção *se* não corresponde a *se*, *e somente se*. Uma forma bem simples de verificar se uma definição está correta é fazer a recíproca dela, por exemplo, a seguinte frase:

"*Um polígono é denominado de quadrado SE possui quatro lados de mesma medida*",

são uma frase verdadeira, mas NÃO serve para ser usada como definição, pois a recíproca dessa frase não é verdadeira, ou seja, nem todo polígono que possui quatro lados de mesma medida é um quadrado, como exemplo temos o losango. Para que a frase citada se torne a definição de quadrado ela deve ser escrita da seguinte forma:

"*Um polígono é denominado de quadrado SE possui quatro lados e quatro ângulos de mesma medida*".

Veja que agora a conjunção *SE* pode ser compreendida como sendo *SE*, *E SOMENTE SE*, pois, a recíproca dessa segunda frase é verdadeira, pois todo polígono que possui quatro lados e quatro ângulos de mesma medida é um quadrado.

Acreditamos que as ambiguidades existentes em algumas definições de objetos matemáticos, encontrados nos livros de matemática do ensino básico, são decorrentes da falta de cuidado ao escrever a conjunção *SE*.

Definir matematicamente um objeto é dar-lhe um nome mediante determinadas propriedades que o caracterizem e o identifiquem plenamente. Esse nome é geralmente formado por uma única palavra, como, por exemplo: *triângulo, matriz, círculo etc.*, mas também pode ser constituído por uma frase curta, como por exemplo: *cilindro circular reto, números primos entre si, máximo divisor comum,* etc. [4].

Acreditamos que para que os alunos possuam uma aprendizagem sólida dos conteúdos matemáticos, as definições a eles apresentadas devem ser por si mesmas suficientes e consistentes.

1.2 JUSTIFICATIVA

As definições têm um propósito de economizar a linguagem, porém há quem abuse dessa economia e com isso omitem características importantes do objeto definido, gerando, desta forma, ambiguidades ou induzindo os leitores a erros de interpretação. Essas definições ambíguas presentes nos livros didáticos de matemática do ensino básico foram as que nos motivaram a elaborar este trabalho.

1.3 OBJETIVOS

A finalidade deste trabalho é apresentar formalmente definições matemáticas da aritmética e da álgebra ensinadas no ensino médio que descrevam com precisão os objetos caracterizados, tornando, desta forma, este material um manual de consulta para professores de matemática do ensino básico.

Pensamos que o que diferencia esta proposta dos modelos adotados nos livros didáticos, de matemática do ensino básico do nosso país, é o fato de: apresentarmos formalismo em toda parte teórica abordada, no entanto, sem usar palavras que prejudique a compreensão por parte do leitor e pelo fato de apresentarmos as definições num encadeamento lógico, ou seja, em que termos matemáticos "novos" apresentados nas definições são anteriormente definidos.

1.4 METODOLOGIA

Para a construção deste material, foi realizada uma pesquisa bibliográfica que permitiu amparar o presente trabalho, assim como propiciar o trajeto do processo de investigação.

1.5 PÚBLICO-ALVO

O presente trabalho é direcionado aos professores de matemática e alunos de graduação, em Lic. em Matemática, para que os mesmos o consultem todas as vezes que precisarem escrever formalmente definições matemáticas da aritmética e da álgebra ensinadas no ensino médio.

1.6 CONHECIMENTOS PRÉVIOS

Admitiremos que o leitor tenha familiaridade com os conteúdos de matemática do ensino básico (Fundamental II e Médio), proveniente das seguintes fontes: sua intuição, seu cotidiano, sua formação e de sua experiência em sala de aula.

1.7 ESTRUTURA DOS CAPÍTULOS SUBSEQUENTES

O segundo capítulo – ***Algumas Definições Ambíguas*** – Aborda inúmeras definições ambíguas, , que podem induzir os leitores a erros de interpretação, encontradas em livros didáticos de matemática do ensino básico.

O terceiro capítulo – ***Etimologia*** – Apresenta a origem e o sentido etimológico de algumas palavras usadas aritmética e da álgebra.

O quarto capítulo – ***Definições Formais*** – Apresenta, formalmente, uma grande quantidade definições da aritmética e da álgebra, ensinados no ensino médio, num encadeamento lógico.

No quinto – ***Considerações Finais*** – Concluirmos que é de fundamental importância a construção de um material confiável que sirva de consulta de definições de objetos da aritmética e da álgebra presentes no ensino médio.

2. ALGUMAS DEFINIÇÕES AMBÍGUAS

Neste capítulo apresentaremos algumas definições, da Geometria Euclidiana Plana que, segundo o nosso ponto de vista, apresentam ambiguidade ou induz os leitores a erros de interpretação. Faremos comentários específicos para cada uma delas. Enfatizamos que todas as definições apresentadas nesse capítulo foram retiradas de livros didáticos de matemática do ensino básico.

Definição 2.1 (***Função***) Dados dois conjuntos não vazios A e B**,** uma relação (ou correspondência) que associa a cada elemento $x \in A$ um único elemento $y \in B$ recebe o nome de função de A em B.

> Dados dois conjuntos não vazios **A** e **B**, uma relação (ou correspondência) que associa a cada elemento x $\in$ A um único elemento y $\in$ B recebe o nome de **função de A em B**.

Figura 2.1: Definição Retirada da Fonte [1], p.43.

Comentários: A Definição 2.1 NÃO podemos identificar o domínio e contradomínio, como também o conjunto imagem e representações $Dom\ (f), CD\ (f), IM\ (f)$. Deixando o leitor com pouca informação.

Definição 2.2 ***(Plano cartesiano)*** Consideremos dois eixos orientados, x e y, perpendiculares em O. plano determinado por esses eixos é chamado **plano cartesiano**.

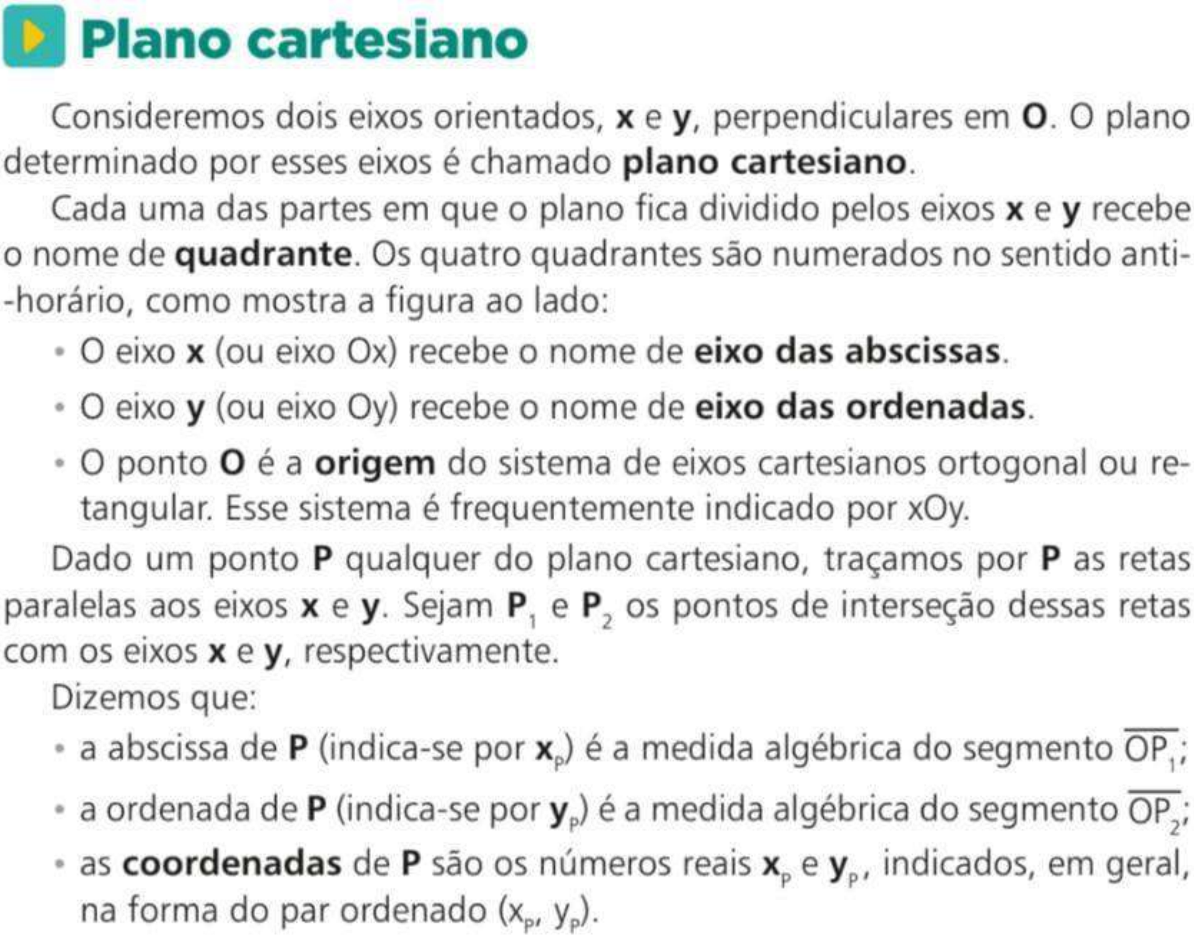
Cada uma das partes em que o plano fica dividido pelos eixos x e y recebe o nome de **quadrante**. Os quatro quadrantes são numerados no sentido anti-horário, como mostra a figura ao lado:

- O eixo $\boldsymbol{x}$ (ou eixo Ox) recebe o nome de **eixo das abscissas**.
- O eixo $\boldsymbol{y}$ (ou eixo Oy) recebe o nome de **eixo das ordenadas**.
- O ponto $\boldsymbol{O}$ é a **origem** do sistema de eixos cartesiano ortogonal ou retangular. Esse sistema é frequentemente indicado por xOy.

Dado um ponto **P** qualquer do plano cartesiano, traçamos por **P** as retas paralelas aos eixos **x** e **y**. Sejam $\boldsymbol{P_1}$ e $\boldsymbol{P_2}$ os pontos de interseção dessas retas com os eixos **x** e **y,** respectivamente.

Dizemos que:

- a abscissa de **P** (indica-se por x_p) é a medida algébrica do segmento$\overline{OP_1}$;
- a ordenada de P (indica-se por y_p) é a medida algébrica do segmento $\overline{OP_2}$;
- as **coordenadas** de **P** são os números reais $\boldsymbol{x_p}$ e $\boldsymbol{y_p}$, indicados, em geral, na forma do par ordenado (x_p, y_p).



Plano cartesiano

Consideremos dois eixos orientados, **x** e **y**, perpendiculares em **O**. O plano determinado por esses eixos é chamado **plano cartesiano**.

Cada uma das partes em que o plano fica dividido pelos eixos **x** e **y** recebe o nome de **quadrante**. Os quatro quadrantes são numerados no sentido anti-horário, como mostra a figura ao lado:

- O eixo **x** (ou eixo Ox) recebe o nome de **eixo das abscissas**.
- O eixo **y** (ou eixo Oy) recebe o nome de **eixo das ordenadas**.
- O ponto **O** é a **origem** do sistema de eixos cartesianos ortogonal ou retangular. Esse sistema é frequentemente indicado por xOy.

Dado um ponto **P** qualquer do plano cartesiano, traçamos por **P** as retas paralelas aos eixos **x** e **y**. Sejam $\mathbf{P_1}$ e $\mathbf{P_2}$ os pontos de interseção dessas retas com os eixos **x** e **y**, respectivamente.

Dizemos que:

- a abscissa de **P** (indica-se por $\mathbf{x_p}$) é a medida algébrica do segmento $\overline{OP_1}$;
- a ordenada de **P** (indica-se por $\mathbf{y_p}$) é a medida algébrica do segmento $\overline{OP_2}$;
- as **coordenadas** de **P** são os números reais $\mathbf{x_p}$ e $\mathbf{y_p}$, indicados, em geral, na forma do par ordenado (x_p, y_p).

Figura 2.2: Definição Retirada da Fonte [3], p.43.

Comentários: Na definição 2.2 podemos observar que são apresentados as condições justificando a ordem de cada quadrante ao contrario da imagem 2.2 que não determina essas condições.

Definição 2.3 (*Determinantes*) Algumas operações envolvendo os coeficientes das incógnitas de sistemas lineares permitem classificá-la como possível (determinando ou indeterminado) ou impossível. Se o número de equações do sistema é igual ao seu número de incógnitas, há um método geral de discussão.

Determinantes

Algumas operações envolvendo os coeficientes das incógnitas de um sistema linear permitem classificá-lo como possível (determinado ou indeterminado) ou impossível.

Se o número de equações do sistema é igual ao seu número de incógnitas, há um método geral de discussão.

Figura 2.3: Definição Retirada da Fonte [4], p 115.

Comentários: A definição 2.3 está devidamente correta pois define especificamente um determinante e não apenas classifica se é determinado ou indeterminado.

3. ETIMOLOGIA

Muitas vezes nos perguntamos à origem de certas palavras usadas na matemática e o porquê de usá-las. A etimologia de algumas dessas palavras é bastante interessante, principalmente quando se descobre que seus significados expressam com fidelidade a ideia matemática do objeto representado [4]. Como exemplo, podemos citar as palavras ***matemática***, ***aritmética e álgebra***, vejamos:

Matemática

A palavra ***matemática*** deriva da palavra Grega "*matemathike*". Esta por sua vez é formada pela junção de outras duas palavras, a saber: "*máthema*", que significa: *compreensão, explicação, ciência, conhecimento, aprendizagem, "thike"*, que significa *arte*. Portanto, a matemática é a arte ou técnica da compreensão, de conhecer, de entender os números e as geométricas. Resumindo, etimologicamente falando podemos afirmar que:

Matemática = Arte de Compreensão.

Aritmética

A palavra ***aritmética*** surgiu do verbo grego "*árthmo*" que significa: *unir-se, conjuntar-se*. Da arte de juntar os números, que os gregos sabiam fazer tão bem, surgiu a palavra *arithmetike*. Resumindo, etimologicamente falando podemos afirmar que:

Aritmética = Juntar Números.

Álgebra

A palavra ***álgebra*** surgiu do Árabe "*al-jabr*", que significa: *redução, reunião de partes quebradas*". Usado no século XVI pelo matemático de Bagdá Al-Qwarizmi no título de seu tratado sobre as equações. Resumindo, etimologicamente falando podemos afirmar que:

Álgebra = Redução.

Acreditamos que, em alguns casos, o conhecimento da etimologia de uma palavra pode ser um instrumento que contribui no processo de ensino-aprendizagem. Nessa perspectiva, nesse capítulo iremos apresentar a etimologia de algumas palavras matemáticas da Geometria Euclidiana Plana em ordem alfabética. Os conteúdos abordados neste capítulo foram baseados nas referências [6], [7].

Adição

A palavra ***adição*** do latim "*adere"* que significa acrescentar ou juntar algo a alguma coisa. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Adição = Somar.

Afim

A palavra ***afim*** a origem de afim é o latim ''*affinis*''. Em que há ou expressa afinidade; que possui semelhança ou compatibilidade com alguém ou com alguma coisa. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Afim = Semelhança.

Cartesiano

A palavra ***cartesiano*** tem origem do latim "*cartesianus*" , referente a "*cartesius",* esta é uma latinização do sobrenome do matemático René Descartes, dando o significado de pensa racionalmente. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Cartesiano = Razão.

Conjunto

A palavra ***conjunto*** deriva da palavra do latim "*conjunctus*", derivado do verbo latino "*conjungere*", que significa juntar. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Conjunto = Juntar.

Diferença

A palavra ***diferença*** derivada da palavra do latim *''diferentia.ae'',* que significa a capacidade de distinguir uma coisa da outra, desprovido de qualquer semelhança. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Diferença = Dessemelhança.

Divisão

A palavra ***divisão*** vem do latim “*dis” que significa fora e “videre”* que significa separar. Essa operação separa um número e apresenta como resultado um quociente. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Divisão = Separar.

Eixo

A palavra ***eixo*** vem do latim “*axis,is”* que especificamente se refere o originalmente ao eixo do planeta Terra. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Eixo = Eixo Planetário.

Gráfico

A palavra ***gráfico*** do grego ‘*’grapho,*’’, corresponde a fazer marcas, desenhar, marcar uma pedra, um pedaço de madeira ou uma folha de papel. Pode-se traduzir graphein também por escrever. Daí os historiadores afirmarem que nossa civilização foi ágrafa (que não escrevia). Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Gráfico = Marcar.

Ímpar

A palavra ***ímpar*** vem do latim “*impar,aris”* no qual significa que ao fazer a divisão pelo número 2 o resto é diferente de 0. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Ímpar =Resto diferente de 0 na divisão por 2.

Intervalos

A palavra ***intervalos*** tem origem latina usada pelos soldados romanos**:** ‘’*inter*‘’(entre, no meio) + ‘’*valum”* (trincheira, paredes). Intervalo é a região entre duas paredes. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Intervalo = Espaço Entre Duas Paredes.

Inversa

A palavra ***inversa*** vem do latim ''*inversus*'', particípio passado de invertere, "virar de cabeça para baixo, colocar em posição oposta". Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Inversa = Posição Oposta.

Linear

A palavra ***linear*** vem do latim "*linearis",* que tem sua origem em "*linear"* que significa linha. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Linear = Linha.

Módulo

A palavra ***módulo*** vem do latim "*modulus*", que significa medida pequena, diminutivo de "modus". Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Módulo = Pequena Medida.

Multiplicação

A palavra ***multiplicação*** vem do latim "*multiplication"* que significa o ato de aumentar, tonar várias vezes maior. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Multiplicação = Tornar maior.

Números

A palavra ***números*** vem do verbo Grego ''*nemein''*, ''dividir, dar a cada um o que lhe toca", que deriva de uma fonte Indo-Européia ''*nem- '',* repartir, distribuir. Daqui saiu o nome da deusa grega da Vingança, Nêmesis. Isso porque a função dela era dar a cada um o que lhe cabia em consequência dos seus atos. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Números = Distribuir.

Primos

A palavra ***primos*** vem do Latim *''consobrinus primus'',* primeiro consobrinho. Num grupo de irmãos que tivessem tido filhos, a gurizada era os consobrinhos, os sobrinhos junto. Os de primeiro grau eram os primos. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Primos = Parentes de Primeiro Grau.

Raiz

A palavra ***raiz*** vem do latim ''radix'', que significa base, fundamento, parte da planta que se fixa ao solo. Podemos afirmar que. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Raiz = Base.

Razão

A palavra ***razão*** tem origem na palavra latina, "*ratio*" e na palavra grega "*logos*", que significa reunir, juntar, portanto, razão significa pensar, falar ordenadamente, com clareza. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Razão = Falar Com Clareza.

Reais

A palavra ***reais*** plural de real, do latim ''realis''. Que significa aquilo que existe de fato, na realidade, opondo-se ao que não existe. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Reais = Que Existe.

Sinal

A palavra ***sinal*** vem do latim ''*signum*'' que significa expressão, gesto ou qualquer outra manifestação, feita com o intuito de avisar, advertir, mostrar ou conjecturar alguma coisa: sinal com a mão; sinal de trânsito; sinal de chuva. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Sinal = Avisar.

Subtração

A palavra ***subtração*** vem do latim "*subtraction*" que significa retirada, isso é porque subtrair é retira um número de outro. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Subtração = Retirar.

União

A palavra ***união*** deriva da palavra do latim *"unio.onis"*, que significa ação de unir, de ligar, de tornar-se um só. Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

União = Tornar-se um só.

Universo

A palavra ***universo*** vem do latim "*universum*" que significa todas as coisas, todos, o mundo todo. E esta expressão, por sua vez, vem do adjetivo latino "*universus*", que significa "tudo junto", ou o conjunto total, ou relativo ao todo. Essa palavra vem da combinação de "*unus*" (um) e "*versus*" (transformado), que é o particípio passado do verbo "*vertere*" (transformar). Ou seja, literalmente o termo significa "transformado em um". Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que.

Universo = Transforma em um.

Zero

A palavra ***zero*** vem do francês *zéro* do vêneta *zero*, que (juntamente com *cifra*) vem do Italiano *zefiro* que tem origem do árabe صفر, *ṣafira* = "vazio", *ṣifr* = "zero", "nada". Resumindo, etimologicamente falando, podemos afirmar que:

Zero = Nada.

4. DEFINIÇÕES FORMAIS

Neste capítulo, apresentaremos diversas definições da aritmética e da álgebra. Os conteúdos abordados neste capítulo foram baseados nas referências [2], [6] e [11].

Na matemática, existem alguns conhecimentos que não possuem definição, esses conhecimentos são chamados de ***Conhecimentos Primitivos***. Dentre os principais conhecimentos primitivos, existentes na matemática, podemos citar: ***Ponto***, ***Reta***, ***Plano*** e ***conjuntos***. Acerca desses conhecimentos, apesar de não podermos defini-los, podemos conceituá-los.

Conceito 4.1 (*Conjunto*) São agrupamentos de objetos, chamados de elementos, que, eventualmente, possuem uma propriedade em comum.

Definição 4.2 (*Conjunto Unitário*) Todo conjunto que possui um único elemento é chamado de conjunto unitário.

Definição 4.3 (*Conjunto Vazio*) Todo conjunto que não possui elementos é chamado de conjunto vazio.

Um conjunto vazio pode ser representar por $\{\ \}$ ou por $\emptyset$, mas nunca por $\{\emptyset\}$, pois este último caso trata-se na verdade de um conjunto unitário que possui como elemento a letra grega minúscula chamada de fi.

Definição 4.4 (*Subconjuntos*) Dados dois conjuntos A e B, diz-se que B é subconjunto de A, e denota-se por $A \supset B$ (lê-se: A contém B) ou por $B \subset A$ (lê-se: B está contido em A), se todos os elementos de B pertencerem também a A.

Definição 4.5 (*União de Conjuntos*) Dados dois conjuntos A e B, a união desses conjuntos, denotada por $A \cup B$, é definida como sendo o conjunto formado pelos elementos que pertencem ao conjunto A ou ao conjunto B. Simbolicamente:

$$\boldsymbol{A \cup B = \{x \mid x \in A \quad \textbf{ou} \quad x \in B\}.}$$

Chamamos a atenção do leitor para o fato de que a palavra OU presente na Definição 4.5 trata-se de um OU INCLUSIVO e não exclusivo, ou seja, se um elemento pertence simultaneamente aos conjuntos A e B, então ele pertence a união desses conjuntos. Para ficar mais claro, vejamos os seguintes exemplos:

1º) João é Paraibano OU Pernambucano.

2º) João é Médico OU Professor.

No 1º caso a palavra OU é exclusiva, pois não é possível que João seja natural da Paraíba e de Pernambuco, ou seja, uma possibilidade elimina a outra, se João é natural da Paraíba, então, necessariamente, ele não é natural de Pernambuco e vice-versa. Porém, no 2º caso, nada impede de João exercer a profissão de médico e de professor, ou seja, ele poder trabalhar como médico num turno e como professor no outro, logo, nesse 2º caso a palavra a OU é inclusiva.

Definição 4.6 (*Interseção de Conjuntos*) Dados dois conjuntos A e B, a interseção desses conjuntos, denotada por $A \cap B$, é definida como sendo o conjunto formado pelos elementos que pertencem ao conjunto A e ao conjunto B, ou seja, é o conjunto formado, exclusivamente, pelos elementos que são comuns aos conjuntos A e B. Simbolicamente:

$$\boldsymbol{A \cap B = \{x \mid x \in A \quad \text{e} \quad x \in B\}}.$$

Definição 4.7 (*Diferença de conjuntos*) Dados dois conjuntos A e B, a diferença desses conjuntos, denotada por $A - B$, é definida como sendo o conjunto formado pelos elementos que pertencem ao conjunto A e que não pertencem ao conjunto B. Simbolicamente:

$$\boldsymbol{A - B = \{x \mid x \in A \quad \text{e} \quad x \notin B\}.}$$

Definição 4.8 (*Conjunto Universo*) Conjunto Universo, também conhecido como Conjunto Verdade, é uma representação de todos os elementos possíveis em dado conjunto.

Definição 4.9 (*Complementar de um Conjunto*) Considere os conjuntos A e B, em que o *conjunto* A está contido no conjunto B, isto é, todo elemento de A também é elemento de B. A diferença entre os conjuntos, $B - A$, é chamada de complementar de A em relação a B.

Estamos prestes a apresentar os conjuntos numéricos, denominados de: *Conjunto dos Números Naturais*, *Conjunto dos Inteiros*, *Conjunto dos Racionais*, *Conjunto dos Números Irracionais*, *Conjunto dos Números Reais* e *Conjunto dos Números Complexos.* Nesse contexto, faz necessário que o leitor tenha em mente os significados dos seguintes termos: *Número*, *algorísmo* e *numeral*. Um número é a expressão abstrata de uma quantidade. O termo algarismo refere-se a cada um dos símbolos que são combinados para representar números escritos em um dado sistema de numeração. Numeral é toda forma de representar um número, seja ela escrita, usando algarismos, ou falada.

O primeiro conjunto numérico que surgiu na história foi o conjunto dos números Naturais. Este conjunto é apresentado na matemática na forma de Axioma e a partir dele define-se os demais conjuntos numéricos.

Axioma 4.10 (*Axiomas de Peano*) Existe um conjunto representado por $\mathbb{N}$, cujos os elementos são chamados de números naturais, que satisfaz as seguintes propriedades:

a) Todo número natural tem um sucessor;
b) Números naturais diferentes tem sucessores diferentes;
c) Existe um único número natural, chamado de *zero* e representado pelo símbolo 0, que não é sucessor de nenhum outro número natural;
d) Se X é um subconjunto dos números naturais tal que $0 \in X$ e o sucessor de todo elemento de X ainda pertence a X, então $X = \mathbb{N}$.

Obs.: Um engenhoso processo, chamado de *sistema de numeração decimal*, permite representar todos os números naturais com o auxílio dos símbolos: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, em que o sucessor de 0 é 1, o sucessor de 1 é 2, etc. Com isso, tem-se que:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots, 19, 20, 21, \dots, 29, 30, 31, \dots, 99, 100, 101, \dots\}.$$

Quando se exclui o número zero do conjunto dos números naturais, obtém-se o conjunto dos números naturais não nulos, o qual é indicado por $\mathbb{N}^*$. Assim:

$$\mathbb{N}^* = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, \dots, 19, 20, 21, \dots, 29, 30, 31, \dots, 99, 100, 101, \dots\}.$$

Todo número natural tem um aspecto quantitativo, pois mede a quantidade de elementos de um conjunto. Mas esse número também traz ideia qualitativa, que é a positiva. Assim, ao dizer “5 livros’’, traduzimos uma afirmação positiva sobre essa específica expo qualidade de livros. Mas a experiencia nos leva a necessidade de considerar números naturais com a qualidade de negativo. Podemos fazer isso com uma construção do tipo "faltam-se 5 livros'', ou então "a temperatura está 8 graus abaixo de zero''. A Álgebra também apresenta situações em que se faz necessidade considerar os números naturais com a qualidade de negativos. Por exemplo, ao procurar uma possível solução x da equação $7 + x = 3$, vemos que nenhum número natural pode exercer esse papel. Percebemos que o valor quantitativo de x deve ser 4, mas x deve agir na operação $7 + x$ de forma oposta à adição usual. É necessário que $+x$ opere retirando quatro unidade de 7, para resultar 3.

Essas observações nos trazem a ideia de considerar, para cada número natural $n \neq 0$, um outro número, quantitativamente igual a n mas de natureza oposta. Chamaremos de negativo a esses números.

Convém criar uma notação para esse novo número, por exemplo $\tilde{n}$. Vemos que $\tilde{n}$ deve ser caracterizado pelas relações:

$$n + \tilde{n} = 0 = \tilde{n} + n$$

para todo número natural n.

Em particular, com a construção desses números, podemos dizer que a solução da equação $7 + x = 3$ dado acima passaria a ser $x = 4$, pois $7 + 4 = 3 + 4 + 4 = 3 + 0 = 3$.

O estudante bem sabe que a Matemática consagrou a notação $-n$ para o número negativo correspondente a n. Diremos que $-n$ é o oposto de n.

Existem razões práticas para a escolha da notação $-n$ para o oposto de n. Ela simplifica a manipulação de expressões algébricas, combinando a notação de subtração com a de oposto. Por exemplo, a adição de 8 com -5, a ser representada por $8 + (-5)$, poderá ser simplificada para $8 - 5$, pois ambas as expressões têm o mesmo significado: estão sendo retiradas 5 unidades de 8.

Observamos que a consideração dos números negativos não constitui uma mera substituição da subtração. No contexto dos números naturais a subtração $a - b$ só tem sentido quando $a \geq b$. No novo contexto, com o acréscimo dos números negativos, poderemos processar a subtração $a - b$ quaisquer que sejam os números naturais a e b. Se $b > a$ o valor de $a - b$ será um desses números negativos, mais exatamente, o oposto de $b - a$.

Poderíamos continuar a construção dos números inteiros usando os métodos com os quais os professores os ensinam para os estudantes da escola básica. Mas neste curso, como já estamos em uma fase mais adiantada em nosso caminho para a álgebra abstrata, preferimos proceder com um grau maior de formalidade.

Definição 4.11 (*Números Primos*) Chamamos de números primos a todos os números naturais que possuem apenas dois divisores distintos, a saber: o número um e o próprio número.

Definição 4.12 (*M.M.C*) Dados dois um ou mais números naturais não-nulos denomina-se de mínimo múltiplo comum (m.m.c) desses números, o menor de seus múltiplos comuns que seja diferente de zero.

Definição 4.13 (*M.D.C*) Dados dois ou mais números naturais não nulos, denomina-se de Máximo Divisor Comum (m.d.c) desses números, o maior dos seus divisores comuns.

Obs: Quando dois números ou mais números naturais apresentam o *m.d.c* igual a 1, eles são ditos primos entre si.

Definição 4.14 (*Conjunto dos Números Inteiros*) O conjunto formado por todos os números que podem ser escritos como a diferença de números naturais, em que essa diferença ou é um número natural ou é um número oposto a um número natural, é chamado de conjunto dos números inteiros e é denotado por $\mathbb{Z}$. Simbolicamente:

$$\mathbb{Z} = \{\boldsymbol{m - n} \mid \boldsymbol{m, n} \in \mathbb{N}\},$$

em que:

$$\boldsymbol{m - n} = \begin{cases} \boldsymbol{m - n, se\ m \geq n} \\ \boldsymbol{-(n - m), se\ m < n} \end{cases}.$$

Fica claro que um número inteiro ou é zero ou é um número natural diferente de zero precedido de um sinal de $+$ ou de $-$, ou seja, em outras palavras, um número inteiro ou zero ou é um número natural ou é o oposto deu um número natural, também chamado de inverso aditivo ou de simétrico de um número natural. Dessa forma, denotando por $\mathbb{Z}_+$ o conjunto formando por todos os números naturais diferentes de zero e de $\mathbb{Z}_-$ o conjunto formando por todos os números opostos dos números naturais, de acordo com a Definição 4.14, aos números naturais diferentes de zero, fica evidente que:

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z} \quad ,$$

ou seja:

$$\mathbb{Z} = \{\cdots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}.$$

Usa-se a notação $\mathbb{Z}^*$ para exibir os conjuntos dos números inteiros sem o elemento zero. Assim:

$$\mathbb{Z}^* = \{\cdots, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4\}.$$

Chamamos a atenção do leitor para o fato de que, em $\mathbb{N}$ o sinal de "$-$" tem um único significado: *subtração*. Entretanto, em $\mathbb{Z}$ esse sinal pode significar:

- *Subtração*, como por exemplo $5 - 2$;
- *Simétrico*, como por exemplo -3 é o simétrico de 3;
- *Um número inteiro negativo*, como por exemplo -7.

Definição 4.15 (*Conjunto dos Números Racionais*) Dados dois números inteiros m e n, com $n \neq 0$, chama-se de conjuntos dos números racionais, e denota-se por $\mathbb{Q}$, ao conjunto formado por todos números que podem ser escritos na forma m/n. Simbolicamente:

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{n}} \mid \boldsymbol{m} \in \mathbb{Z} \;\; \boldsymbol{e} \;\; \boldsymbol{n} \in \mathbb{Z}^*\right\}.$$

Demonstra-se, matematicamente, que todo número racional pode ser representado por uma fração decimal finita ou por uma fração decimal infinita periódica e, reciprocamente, que toda fração decimal, finita ou infinita periódica, representa um número racional.

Definição 4.16 (*Conjunto dos Números Irracionais*) Formado por todas as dizimas aperiódicas, não existe um símbolo universal que represente o conjunto dos Números Irracionais, mas nós o denotamos, por costume pelo símbolo $\mathbb{I}\mathbb{r}$ ou, simplesmente, por $\mathbb{I}$.

Definição 4.17 (*Conjunto dos Números Reais*) Representado por $\mathbb{R}$, o conjunto dos Números Reais é formado pela união do Conjunto dos Números Racionais com o Conjunto dos Números Irracionais, ou seja:

$$\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}.$$

Definição 4.18 (*Potência de um Número Real*) Dados um número real positivo ***b***, um número inteiro **m** e um número natural **n** ($n > 1$), chama-se **potência de base a** e **expoente** $\boldsymbol{\frac{m}{n}}$ a raiz enésima (n-ésima) aritmética de a^m.

Definição 4.19 (*Radiciação de um Número Real*) Dado um número real a e um número natural n maior que zero, a radiciação n-ésima de a é um número real x tal que $x^n = a$. Nessa definição, a é chamado de radicando, n é o índice da raiz e x é a raiz n-ésima de a.

Definição 4.20 (*Reta Orientada e Eixo Real*) Uma reta na qual estabelecemos um sentido de percurso, chamado de positivo, é chamada de reta orientada. Uma reta orientada na qual estabelecemos um ponto de partida é chamada de eixo.

É possível estabelecer uma correspondência biunívoca entre todos os pontos de um eixo e todos os números reais.

Definição 4.21 (*Intervalos Reais*) Representam a quantidade infinita de números que podem existir entre um número e outro no conjunto números dos reais.

Definição 4.22 (*Plano Cartesiano*) Um sistema de coordenadas cartesianas ou simplesmente ***Plano Cartesiano***, num plano Π, consiste em um par de eixos perpendiculares, OX e OY, contidos neste plano e com a mesma origem O, em que OX é chamado de ***eixo das abscissas*** e OY ***eixo ordenadas***. Indicaremos o sistema de coordenadas cartesianas pela notação XOY.

A escolha de um sistema de coordenadas no plano Π permite estabelecer uma correspondência biunívoca $\Pi \rightarrow \mathbb{R}^2$. Desta forma, cada ponto P do *Plano Cartesiano* correspondente a um único par ordenado (x, y) de números reais e, inversamente, cada par ordenado (x, y) correspondente a um único ponto do plano. Além disso, considerando um ponto P do plano e baixando por ele paralelas aos eixos OX e OY, estas intersectam os eixos coordenados em x e y, respectivamente. Os números x e y são chamados de ***coordenadas cartesianas*** do ponto P, em que x é chamada de ***abscissa*** e y de ***ordenada*** do ponto P, representados por $P(x, y)$. Além disso, os eixos perpendiculares decompõem o plano e quatro regiões, chamadas ***quadrantes***.

- $I\ Quadrante = \{(x, y) | x > 0 \ \ e \ \ y > 0\}$;
- $II\ Quadrante = \{(x, y) | x < 0 \ \ e \ \ y > 0\}$;
- $III\ Quadrante = \{(x, y) | x < 0 \ \ e \ \ y < 0\}$;
- $IV\ Quadrante = \{(x, y) | x > 0 \ \ e \ \ y < 0\}$.

Definição 4.23 (*Função*) Dados dois conjuntos não vazios A e B, chamamos de função de A em B e representamos por $f: A \rightarrow B$, a toda relação que associa cada elemento $x \in A$ a um único elemento $y \in B$. O conjunto A é então chamado de *DOMÍNIO* da função, o conjunto B é chamado de *CONTRADOMINIO* da função e os elementos de B, que estão em correspondência com os elementos de A, formam o conjunto *IMAGEM* da função.

Obs.: Denota-se o domínio, o contradomínio e a imagem de uma função f qualquer por $Dom(f)$, $Cd(f)$ e $Im(f)$, respectivamente.

Definição 4.24 (*Zero de uma Função*) É todo o valor da variável independente x que tem por imagem o valor **zero,** ou seja, zero de um a função é todo o valor de x, pertencente ao domínio dessa função, tal que $f(x) = 0$.

Definição 4.25 (*Estudo do Sinal de uma Função*) Estudar o sinal de uma função é determinar para quais intervalos reais do seu domínio a função é positiva, quais intervalos reais do seu domínio a função é negativa e quais intervalos reais do seu domínio a função é nula.

Definição 4.26 (*Gráfico de uma Função*) O conjuntos de todos os pares ordenados $(x, f(x))$ tal que $x \in Dom(f)$ e $f(x) \in Cd(f)$ é chamado de gráfico de f.

Obs.: Para saber se uma determinada curva representa o gráfico de uma função, basta verificar se existe alguma reta vertical que corta a curva em mais de um ponto, caso exista tal reta, então a curva não representa o gráfico de uma função.

Definição 4.27 (*Função Crescente*) Dizemos que uma função é crescente em um intervalo *I* se, para quaisquer x_1 e x_2 pertencentes a *I*, tal que $x_2 > x_1$, tivermos que:

$$\boldsymbol{f(x_2) > f(x_1).}$$

Definição 4.28 (*Função Decrescente*) Dizemos que uma função e decrescente em um intervalo *I* se, para quaisquer x_1 e x_2 pertencentes a *I*, tal que $x_2 > x_1$, tivermos que:

$$\boldsymbol{f(x_2) < f(x_1).}$$

Definição 4.29 (*Função Par*) Dizemos que uma função é par se, para todo x pertence ao domínio da função, tivermos que:

$$\boldsymbol{f(-x) = f(x)}.$$

Definição 4.30 (*Função Ímpar*) Dizemos que uma função é ímpar se, para todo x pertencentes ao domínio da função tivermos que:

$$\boldsymbol{f(-x) = -f(x)}.$$

Definição 4.31 (*Função Injetora*) Dizemos que uma função é injetora se, para todo x_1 e x_2 pertencentes ao domínio da função, tal que $x_1 \neq x_2$, tivermos que.

$$\boldsymbol{f(x_1) \neq f(x_2)}.$$

Definição 4.32 (*Função sobrejetora*) Dizemos que uma função é sobrejetora se:

$$\boldsymbol{Im(f) = Cd(f)}.$$

Definição 4.33 (*Função Bijetora*) Dizemos que uma função e bijetora se ela é, simultaneamente, injetora e sobrejetora.

Definição 4.34 (*Função Inversa*) Dado uma função $f: A \to B$, chamamos de função inversa de f da função $f^{-1}: B \to A$, tal que, se $f(a) = b$, então $f^{-1}(b) = a$, com $\in dom(f)$ e $b \in CD(f)$.

Definição 4.35 (*Função Composta*) Dados as funções $f: A \to B$ e $g: B \to C$, chamamos de função composta de f e g e representando na função F composta de g ou g composta de f.

Definição 4.36 (*Função Afim*) Dados dois números reais a e b, com $a \neq 0$, chamamos de Função Polinomial do 1º Grau ou de Função Afim a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ escrita da seguinte forma

$$\boldsymbol{f(x) = ax + b}.$$

Em que:

- $a \rightsquigarrow Coeficente\ Angular$;
- $b \rightsquigarrow Coeficiente\ Linear$.

Definição 4.37 (*Função Linear*) Chamamos de função linear a toda função afim em que $b = 0$. Nesse caso, a função linear é uma função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dada pela seguinte lei de formação:

$$\boldsymbol{f(x) = ax},\ a \neq 0.$$

Definição 4.38 (*Função Identidade*) Chamamos de função identidade a toda função linear em que $a = 1$. Nesse caso, a função identidade é uma função f de $\mathbb{R}$ em $\mathbb{R}$ dada pela seguinte lei de formação:

$$\boldsymbol{f(x) = x}.$$

Definição 4.39 (*Função Constante*) Dizemos que uma função é constante em um intervalo I se, para qualquer x_1 e x_2 pertencentes a I, tal que $x_1 \neq x_2$, tivermos que:

$$\boldsymbol{f(x_1) = f(x_2)}.$$

Definição 4.40 (*Função Nula*) Chamamos de função nula a toda função constante f tal que para todos $x \in Dom(f)$ temos:

$$\boldsymbol{f(x) = 0}.$$

Definição 4.41 (*Função Quadrática*) Dados a, b e $c \in \mathbb{R}$, com $a \neq 0$, chamamos de Função Polinomial do 2º Grau ou Função Quadrática a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ escrita da seguinte forma:

$$\boldsymbol{f(x) = ax^2 + bx + c}.$$

Definição 4.42 (*Parábola*) Seja d uma reta e F um ponto não potencente à d. A Parábola de $\wp$ de foco F e diretriz d, com F e d pertencentes a um plano Π, é o conjunto de todos os pontos $P(x\ ,y)\ \in \Pi$ cuja distancia á F é igual à sua distância à d. Ou seja:

$$\boldsymbol{\wp = [P(x, y) \in\ \Pi | d\ (P, F) = d(P, d)\}}.$$

Definição 4.43 (*Vértice de uma Parábola*) Corresponde ao ponto em que o gráfico de uma função de quadrática muda de sentido.

Definição 4.44 (*Módulo de um Número Real*) O módulo de um número real, representado por $|x|$, é definido da seguinte forma:

$$\boldsymbol{|x| = \begin{cases} x, se\ x \geq 0 \\ -x, se\ x < 0 \end{cases}}.$$

Definição 4.45 (*Equações Modulares*) São equações em que a incógnita aparece dentro do módulo.

Definição 4.46 (*Inequações Modulares*) São inequações que envolvem a variável em módulo. Basicamente, elas recaem nos dois seguintes casos:

- $|x| < a \Rightarrow -a < x < a, em\ que\ a \geq 0$;
- $|x| > a \Rightarrow x < -a\ ou\ x > a, em\ que\ a \geq 0$.

Definição 4.47 (*Função Modular*) Chamamos de Função Modular a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ escrita da seguinte forma:

$$\boldsymbol{f(x) = |x| = \begin{cases} x, se\ x \geq 0 \\ -x, se\ x < 0 \end{cases}}.$$

Definição 4.50 (*Função Exponencial*) Dado um número real b, tal que $1 \neq b > 0$, chamamos de Função Exponencial a função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}_+^*$ escrita da seguinte forma:

$$\boldsymbol{f(x) = b^x}.$$

Definição 4.48 (*Equações Exponenciais*) São aquelas em que a incógnita aparece no expoente.

Definição 4.49 (*Inequações Exponenciais*) São inequações em que a variável aparece no expoente.

Definição 4.48 (*Equações Exponenciais*) São aquelas em que a incógnita aparece no expoente.

Definição 4.51 (*Logaritmo*) Dados dois números reais a e b, tais que $a > 0$ e $1 \neq b > 0$, chamamos de logaritmo de a na base b e representamos por $log_b\, a$, ao expoente x ao qual devemos elevar b de modo que a potência b^x seja igual ao número a.
De modo geral, temos:

$$\boldsymbol{log_b\, a = x \quad \Leftrightarrow \quad b^x = a}.$$

Em que:

- $a \rightsquigarrow Logaritmando$;
- $b \rightsquigarrow Base$;
- $x \rightsquigarrow Logaritmo.$

Obs.: Considerando um número real e positivo x, representamos o seu logaritmo na base 10 por $log\, x$ e representamos o seu logaritmo na base e por $ln\, x$, ou seja:

$$log_{10} x = log\, x \qquad \text{e} \qquad log_e x = ln\, x.$$

Definição 4.52 (*Logaritmo Decimal*) Um logaritmo de b na base a, sendo $a > 0$ e $a \neq 1$ e $b > 0$. Quando a base de um logaritmo for omitida, significa que seu valor é igual a 10.

Definição 4.53 (*Número de Euler*) É uma constante matemática que é a base dos naturais. Ele é um número irracional e positivo, cujo logaritmo na sua base é chamado de natural.

Definição 4.54 (*Equações logarítmicas*) Chamamos de equações logarítmicas toda equação cuja incógnita está no logaritmando ou na base do logaritmo.

Definição 4.55 (*Inequações logarítmicas*) Temos dois casos:

$$log_b x_2 > log_b x_1.$$

Temos:

1º) Se $0 < b < 1, então$:

$$log_b x_2 > log_b x_1 \Leftrightarrow x_2 < x_1.$$

2º) Se $b > 1$, então:

$$log x_2 > \log_b x_1 \Leftrightarrow x_2 > x_1.$$

Definição 4.56 (*Função Logarítmica*) Dado um número real $b, 1 \neq b > 0$, chamamos de Função Logaritmo a função $f: \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ escrita da seguinte forma:

$$f(x) = log_b x$$

Definição 4.57 (*P.A*) Chamamos de Progressão Aritmética ou simplesmente de P.A, as sequências em que todos os seus termos, a partir do segundo, é igual ao anterior somando a um número constante chamado de razão de P.A.

Obs.: Numa P.A, denotamos o seu n-esimo termo por a_n, a sua razão por r e a sua quantidade de termos por n.

Definição 4.58 (*P.G*) Chamamos de Progressão Geométrica ou simplesmente de P.G, as sequencias em que todos os seus termos a partir do segundo, é igual ao anterior multiplicando por um número constante chamamos de razão P.G.

Definição 4.59 (*Matriz*) Uma tabela de $m \cdot n$ números reais dispostos em $\boldsymbol{m}$ linhas (filas horizontais) e $\boldsymbol{n}$ colunas (filas verticais) é uma matriz do tipo (ou formato) $m \times n$, ou simplesmente matriz $m \times n$.

Obs.: Existe algumas matrizes especiais, são elas:

- Matriz linha: é uma matriz formada por uma única linha;
- Matriz coluna: é uma matriz formada por uma única coluna;
- Matriz nula: é uma matriz cujos elementos são todos iguais a zero;
- Matriz quadrada: é uma matriz que possui número de linhas igual ao número de colunas;
- Matriz identidade: é toda matriz quadrada tal que:

$$\begin{cases} a_{ij} = 0, se\ i \neq j \\ a_{ij} = 1, se\ i = j \end{cases}.$$

Na matemática existe um Teorema muito conhecido, chamado de Teorema de Laplace que diz o seguinte:

Se A for uma matriz quadrada, então independentemente de qual linha ou coluna escolhermos, sempre obteremos o mesmo número multiplicando as entradas daquela linha ou coluna pelos cofatores correspondentes e somando os produtos obtidos.

Este Teorema nos permite definir DETERMINATE.

Definição 4.60 (*Determinante*) Se A for uma matriz quadrada, então o número obtido multiplicando as entradas de uma linha ou coluna qualquer de A pelos cofatores correspondentes e somando os produtos assim obtidos é denominado ***determinante de A***. As próprias somas são denominadas ***expansões em cofatores de* det(*A*)**

Definição 4.61 (*Sistemas Lineares*) São conjuntos de equações associados entre sí e que possuem duas ou mais variáveis. Em sistemas lineares, entram apenas equações lineares, ou seja, expressões em que o maior expoente das incógnitas é igual a 1.

Definição 4.62 (*Conjunto solução de um sistema de equações lineares*) É o conjunto de valores para as incógnitas que satisfazem simultaneamente todas as equações do sistema. Em outras palavras, é o conjunto de todas as combinações de valores para as incógnitas que tornam verdadeira todas as equações do sistema.

Definição 4.63 (*Sistema Possível e Determinado*) É o sistema em que apenas uma solução possível.

Definição 4.64 (*Sistema Possível e Indeterminado*) É o sistema o qual soluções possíveis são infinitas.

Definição 4.65 (*Sistema Impossível*) É o sistema o qual é possível apresentar qualquer tipo de solução.

Definição 4.66 (*Sistema Homogêneo*) Quando os termos independentes de todas as equações são nulos. Todo sistema linear homogêneo admite pelo menos a solução trivial, que é a solução identicamente nula.

Definição 4.67 (*Cofator*) Cofator de um elemento aij de uma matriz quadrada é o resultado do produto de $(-1)^{i+j}$ pelo determinante D_{ij}, obtido pela eliminação da linha e da coluna do elemento aij.

$$cof(aij) = (-1)^{i+j}.D_{ij}$$

Definição 4.68 (*Sistema Escalonado*) Sistema de escalonamento de equações lineares é aquela em que as equações são organizadas de acordo com um padrão específico. Na forma escalonada, as equações são arranjadas de modo que os coeficientes principais (pivôs) formem uma matriz triangular superior.

Definição 4.69 (*Número Complexo na Forma Algébrica*) Todo número complexo pode ser escrito na forma $a + bi$, chamada de forma algébrica ou forma normal, onde a é chamado de parte real e bi, de parte imaginaria.

Definição 4.70 (*Conjugado de um Número Complexo*) Dado um número Complexo $z = a + bi$, representamos o seu conjugado por z e o definimos da seguinte forma:

$$\boldsymbol{z = a - bi.}$$

Definição 4.71 (*Plano de Argand-Gauss*) Da mesma forma que cada número real pode ser associado a único ponto da reta real, a cada número complexo $z = a + bi$ corresponde um único ponto $P(a, b)$ do Plano Cartesiano e vice-versa. A parte real de z é representada do eixo OX, chamado ***eixo real***, e a parte imaginaria de z é representada no eixo OY, chamado de ***eixo imaginário.*** O Plano Cartesiano, assim redefinido, passa a ser chamado de ***Plano de Argand – Gauss*** ou ***Plano Complexo***. O ponto $P(a, b)$ é a imagem de z nesse plano ou ***AFIXO*** do número complexo $z = a + bi$.

A rigor, no plano de Argard-Gauss, $z = a + bi$ é um vetor com origem no ponto $O(0, 0)$ e extremidade no ponto $P(a, b)$.

Definição 4.72 (*Módulo de um Número Complexo*) Geometricamente, é a distância do ponto (a, b) que representa esse número no plano complexo até a origem, ou seja, o ponto $(0,0)$.

Definição 4.73 (*Argumento de um Número Complexo*) Sendo $O(0, 0)$ a origem do Plano Complexo e $P(a, b)$ o afixo de um número complexo $z = a + bi$, o ângulo que o vetor $\overrightarrow{OP}$ forma com o eixo OX é chamado de argumento, o qual sé denotado θ. Esse ângulo é calculado da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\cos\theta = \frac{a}{p}} \qquad \text{e} \qquad \boldsymbol{sen\,\theta = \frac{b}{p}}.$$

Em que:

$$\boldsymbol{p = |z| = \sqrt{a^2 + b^2}.}$$

Definição 4.74 (*Número Complexo na Forma Trigonométrica*) Dado o número complexo na forma trigonométrica: $z = \rho \cdot (\cos\theta + i \cdot sen\ \theta)$, e sendo n um número inteiro ($n \in \mathbb{Z}$), tem-se que:

$$z^n = \rho^n \cdot [\cos\ (n \cdot \theta) + i \cdot sen\ (n \cdot \theta)].$$

Obs: Na forma ***POLAR***, podemos resumir as operações; *multiplicação, divisão e potenciação.*

Definição 4.75 (*Polinômio*) Chama-se de ***Função Polinomial*** ou de ***Polinômio*** na variável complexa x a toda função $P: \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ escrita da seguinte forma:

$$P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \cdots + a_1 x + a_0.$$

Em que:

$$a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_1, a_0 \in \mathbb{C}$$

Obs.:

- $a_n x^n, a_{n-1} x^{n-1}, a_{n-2} x^{n-2}, \ldots, a_1 x_1, a_0$ são denominados ***termos do polinómio*** $P(x)$.
- Os números complexos $a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \ldots, a_1, a_0$ são denominados ***coeficientes*** do polinómio $P(x)$, sendo a_0 chamado de ***termo independente***. E mais, cada um dos termos de um polinômio é composto de uma ***parte numérica*** (coeficiente) e de uma ***parte literal*** (variável juntamente com seu expoente)
- Dois termos de polinômio(s) são ditos ***semelhantes*** se possuem mesma parte literal.
- Se $a_n = a_{n-1} = a_{n-2} = \cdots = a_2 = a_1 = 0$, então $P(x)$ é denominado ***constante***.
- Se $a_n = a_{n-1} = a_{n-2} = \cdots = a_2 = a_1 = a_0 = 0$, então $P(x)$ é denominado ***identicamente nulo***.

Definição 4.76 (*Valor Numérico de um Polinômio*) Dado um polinômio $P(x)$, quando substituímos a variável x desse polinômio por um número complexo z e efetuamos os cálculos indicados, obtemos $P(z)$, que é ***valor numérico*** de $P(x)$ quando x é igual a z $\quad (x = z)$.

Definição 4.77 (***Raiz de um Polinômio***) Dado um polinômio $P(x)$, chama-se de ***raiz*** desse polinômio a todo número complexo z tal que $P(z) = 0$.

Definição 4.78 (***Equação Polinomial***) Chamamos de Equação Polinomial ou de Equação Algébrica a toda equação escrita da seguinte forma:

$$\boldsymbol{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \cdots + a_1 x + a_0 = 0}.$$

Em que x é denominado ***incógnita***, e mais:

$$x \in \mathbb{C}, \quad a_n, a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0 \in \mathbb{C} \quad \text{e} \quad n \in \mathbb{N}^*.$$

Definição 4.79 (***Raízes de uma Equação Polinomial***) É toda equação redutível à forma $P(x) = 0$, em que $P(x)$ é um polinômio de grau maior ou igual a 1.

Definição 4.80 (***Solução de uma Equação Polinomial***) Dizemos que um conjunto é solução: $\{(x_1, x_2, \dots x_n)\}$ de uma equação polinomial se todos os seus elementos, e apenas eles, são raiz da equação.

Definição 4.81 (***Multiplicidade de uma Raiz***) O número de vezes que uma mesma raiz aparece indica a multiplicidade da raiz. Em outras palavras, a multiplicidade de uma raiz é repetida na fatoração da equação polinomial.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Em 1908 e 1909, foi publicado pela primeira vez o compêndio *Matemático Elementar de um ponto de Vista Superior*, do matemático alemão Felix Klein. A obra contém lições de matemática. Essas lições são motivadas pela constatação, por parte do autor, da ruptura entre a matemática escolar e a matemática acadêmica. Os problemas identificados por Klein há mais de um século ainda se revelam atuais, como exemplo podemos citar o fato de que facilmente encontrarmos, nos livros didáticos de matemática do ensino básico, definições imprecisas que não descrevem o objeto caracterizado, como mostramos alguns exemplos no Capítulo 2 deste trabalho, diferentemente dos livros de matemática do ensino superior que buscam abordar as definições com formalismo e rigor, no sentido de não abrir brechas para ambiguidades ou erros na compreensão da leitura dessas definições.

Na construção deste material, buscamos em todo tempo conectar as definições matemáticas apresentadas nos cursos de graduação, em que há rigor, há formalismo, porém não há uma linguagem acessível em suas escritas, com a definições apresentadas no ensino médio, em que não há rigor, nem formalismo, porém há uma linguagem acessível. Com isso, queremos dizer que tentamos a todo momento unir o rigor e formalismo presentes nas definições matemáticas ensinadas nos cursos de graduação com uma linguagem acessível presentes nas definições matemáticas ensinadas no ensino médio.

Acreditamos que a compreensão das definições, aliadas com o entendimento de suas íntimas relações com as propriedades dos objetos matemáticos, são ferramentas que contribuem de forma significativa para o ensino de matemática, além promover uma compreensão mais profunda de seus conteúdos.

Diante de todo o exposto, acreditamos ter construído um material de consulta, para alunos de graduação de licenciatura em matemática e para professores de matemática que atuam no ensino médio, que de fato contribua efetivamente com melhoria do ensino dessa disciplina nesse nível de ensino.

REFERÊNCIAS

[1] IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN. D.; PÉRIGO. R.; ALMEIDA. N.; ***Matemática ciência e aplicações***, 1º ensino médio, São Paulo, SP, Ed. Saraiva, 9ª Edição, 2018, p. 43.

[2] IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN. D.; PÉRIGO. R.; ALMEIDA. N.; ***Matemática ciência e aplicações***, 3º ensino médio, São Paulo, SP, Ed. Saraiva, 9ª Edição, 2018, p. 226.

[3] IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN. D.; PÉRIGO. R.; ALMEIDA. N.; ***Matemática ciência e aplicações***, 3º ensino médio, São Paulo, SP, Ed. Saraiva, 9ª Edição, 2018, p. 09.

[4] IEZZI, G.; DOLCE, O.; DEGENSZAJN. D.; PÉRIGO. R.; ALMEIDA. N.; ***Matemática ciência e aplicações***, 2º ensino médio, São Paulo, SP, Ed. Saraiva, 9ª Edição, 2018, p. 115.

[5] FILHO, B. B.; SILVA.; C.; X.; ***Matemática***, Vol. único, Ed. FTD, Minas Gerais, MG, 1ª Edição, 2005, p. 352.

[6] https://www.dicionarioetimologico.com.br/matematica/#:~:text=A%20palavra%20matem%C3%A1tica%20deriva%20da,n%C3%BAmeros%20e%20as%20formas%20geom%C3%A9tricas, acesso em 15 /01/2023.

[7] https://www.dicionariodenomesproprios.com.br/theo/, acesso em 25/04/2023

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
Campus Campina Grande
R. Tranqüilino Coelho Lemos, 671, Dinamérica, CEP 58432-300, Campina Grande (PB)
CNPJ: 10.783.898/0003-37 - Telefone: (83) 2102.6200

Documento Digitalizado Ostensivo (Público)

Entrega de trabalho de conclusão de curso

Assunto:	Entrega de trabalho de conclusão de curso
Assinado por:	Rai Sousa
Tipo do Documento:	Tese
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Ostensivo (Público)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples