



**INSTITUTO
FEDERAL**

Paraíba

Campus
Cajazeiras

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAIBA

CAMPUS CAJAZEIRAS

CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

NATÁLIA JONAS NOBREGA

**CULTURA E ARTE NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: Um estudo sobre a
interconexão entre Matemática, Arte, Cultura e sua influência na educação
contemporânea**

CAJAZEIRAS-PB

2024

NATÁLIA JONAS NOBREGA

CULTURA E ARTE NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: Um estudo sobre a interconexão entre Matemática, Arte, Cultura e sua influência na educação contemporânea

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Me. Francisco Aureliano Vidal

CAJAZEIRAS-PB

2024


NATÁLIA JONAS NOBREGA

CULTURA E ARTE NA HISTÓRIA DA MATEMÁTICA: Um estudo sobre a interconexão entre Matemática, Arte, Cultura e sua influência na educação contemporânea


Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Data de aprovação: 19/02/2024


Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 FRANCISCO AURELIANO VIDAL
Data: 05/03/2024 10:04:00-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Me. Francisco Aureliano Vidal
Instituto Federal da Paraíba – IFPB

Documento assinado digitalmente
 ANA PAULA DA CRUZ PEREIRA DE MORAES
Data: 05/03/2024 10:23:58-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Dra. Ana Paula da Cruz Pereira de Moraes
Instituto Federal da Paraíba – IFPB

Documento assinado digitalmente
 GERALDO HERBETET DE LACERDA
Data: 05/03/2024 10:35:29-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Me. Geraldo Herbetet de Lacerda
Instituto Federal da Paraíba – IFPB

FICHA CATALOGRÁFICA

IFPB / Campus Cajazeiras Coordenação
de Biblioteca Biblioteca Prof. Ribamar da
Silva

Catálogo na fonte: Cícero Luciano Félix CRB-15/750

N754c	<p>Nóbrega, Natália Jonas.</p> <p>Cultura e arte na história da matemática : um estudo sobre a interconexão entre Matemática, Arte, Cultura e sua influência na educação contemporânea / Natália Jonas Nóbrega. – 2024.</p> <p>71f. : il.</p> <p>Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Cajazeiras, 2024.</p> <p>Orientador(a): Prof. Dr. Francisco Aureliano Vidal.</p> <p>1. História da matemática. 2. Arte matemática. 3. Proporção áurea. 4. Cultura. I. Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba. II. Título.</p> <p>IFPB/CZ</p> <p>CDU: 51:91(043.2)</p>
-------	--

Dedico este trabalho à minha família, cujo apoio guiou e incentivou minha jornada acadêmica, me dando a força necessária para enfrentar os desafios e realizar o meu sonho.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a Deus por toda força, sabedoria e principalmente pelas pessoas que ele colocou em meu caminho durante a jornada acadêmica, que foram de suma importância para que eu seguisse firme e enfrentasse os desafios durante essa jornada.

Aos meus familiares pelo encorajamento e amor. Seu apoio foi a força motriz por trás das minhas conquistas, e por isso, expresso minha profunda gratidão. Este trabalho não é apenas meu, mas também de vocês, que compartilharam cada passo dessa jornada comigo. Obrigado por serem minha fonte constante de inspiração e motivação.

Ao meu namorado e futuro marido Ramon Alves Patrício de Souza, pelo constante incentivo e por me dar forças para enfrentar cada desafio durante essa jornada. Nos momentos de desafio, foi a sua confiança em mim que iluminou meu caminho. Obrigada por ser meu maior fã, meu ombro amigo e, acima de tudo, por ser o amor que impulsionou os meus sonhos. Obrigada por ser a razão pela qual este sonho se tornou realidade. Te amo, hoje e para sempre.

Aos meus amigos Luana Dantas de Lima, Lucas Lifesson da Silva Sousa e Alan Carlos Pereira dos Santos, pela amizade e pelo apoio. Sua amizade foi como um farol em meio aos desafios acadêmicos, iluminando meu caminho com risos, apoio e companheirismo. Obrigado por cada sorriso compartilhado e por cada palavra de encorajamento.

Ao meu orientador Francisco Aureliano Vidal pelo acolhimento e por acreditar e me incentivar não só durante a jornada acadêmica, mas também durante a escrita deste trabalho.

Aos professores, componentes da banca, Ana Paula e Geraldo Herbetet que se dispuseram do seu tempo e conhecimentos para ajudar na melhoria e no enriquecimento deste trabalho.

Aos amigos que fiz durante essa jornada, Marcos Nogueira, Dlânio Correia e Franklin Feitosa, obrigada pela troca de experiência, pelo incentivo e pela amizade, que tornou toda essa trajetória mais leve. Desejo a todos uma carreira de sucesso e que sejam felizes em suas vidas e escolhas.

*São nossas escolhas mais do que as nossas capacidades,
que mostram quem realmente somos.*

Alvo Dumbledore

RESUMO

O presente estudo tem como objetivo explorar a relação simbiótica entre Matemática, Arte e Cultura, com destaque nas diversas manifestações artísticas ao longo da história e em diferentes civilizações. A fim de alcançar esse objetivo recorreremos a uma pesquisa bibliográfica de abordagem qualitativa, caráter exploratório e de natureza básica, baseada em uma abordagem exploratória, utilizando fontes como livros e bases de dados acadêmicos. As principais obras utilizadas nesta pesquisa são, Boyer (1996), Contador (2011), D'Ambrósio (1999), Eves (2011), Schwartz (2012) e Stewart (2014). Constatou-se ao final deste estudo uma clara conexão entre matemática, arte e cultura desde a antiguidade, destacando a partir de elementos-chave como simetria, harmonia, perspectiva e a Proporção Áurea. O estudo revela que o avanço da Matemática enriqueceu não apenas a expressão artística, mas também desafiou conceitos tradicionais, inspirando a exploração da complexidade visual e conceitual. Essa interligação é crucial no desenvolvimento educacional, desmistificando a matemática e ressaltando sua diversidade cultural, proporcionando uma visão mais ampla e inspiradora para ambos os campos. Reconhecendo a estreita relação entre matemática e natureza humana, o estudo evidencia a capacidade de unir disciplinas aparentemente divergentes para criar algo novo, belo e significativo, refletindo a busca humana por compreender e expressar o mundo ao seu redor.

Palavras-chave: História da Matemática; Cultura; Arte; Proporção Áurea; Influência.

ABSTRACT

The present study aims to explore the symbiotic relationship between Mathematics, Art, and Culture, focusing on various artistic expressions throughout history and across different civilizations. In order to achieve this goal, we conducted a qualitative bibliographic research of an exploratory nature, based on an exploratory approach, utilizing sources such as books and academic databases. The main works used in this research are Boyer (1996), Contador (2011), D'Ambrósio (1999), Eves (2011), Schwartz (2012), and Stewart (2014). It was found at the end of this study a clear connection between mathematics, art, and culture since antiquity, emphasizing key elements such as symmetry, harmony, perspective, and the Golden Ratio. The study reveals that the advancement of mathematics has enriched not only artistic expression but also challenged traditional concepts, inspiring the exploration of visual and conceptual complexity. This interconnection is crucial in educational development, demystifying mathematics and highlighting its cultural diversity, providing a broader and more inspiring view for both fields. Recognizing the close relationship between mathematics and human nature, the study highlights the ability to unite seemingly divergent disciplines to create something new, beautiful, and meaningful, reflecting human endeavor to understand and express the world around them.

Keywords: History of Mathematics; Culture; Art; Golden Ratio; Influence.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Exemplo de simetria bilateral e radial.....	16
Figura 2 – Desenho em Perspectiva.....	18
Figura 3 – Proporção Áurea.....	19
Figura 4 – Vitral.....	22
Figura 5 – Segmento Áureo.....	26
Figura 6 – Retângulo Áureo.....	27
Figura 7 – Espiral Áurea.....	28
Figura 8 – Violino construído a partir da Proporção Áurea.....	30
Figura 9 – Pitágoras e o estudo da música.....	31
Figura 10 – O Homem Vitruviano.....	33
Figura 11 – Estudo de Leonardo da Vinci.....	33
Figura 12 – O sacramento da última ceia.....	34
Figura 13 – Retângulos Áureos na fachada do Partenon.....	36
Figura 14 – Tabela de medidas <i>Modulor</i>	37
Figura 15 – Catedral de Florença.....	38
Figura 16 – Escultura de Davi.....	39
Figura 17 – Escultura de Afrodite de Melos.....	40
Figura 18 – Pirâmide.....	43
Figura 19 – Parte do Papiro de Moscou.....	46
Figura 20 – Fragmento da obra Elementos de Euclides.....	50
Figura 21 – Mona Lisa e a Proporção Áurea.....	53
Figura 22 – Fractal Árvore Pitagórica.....	57
Figura 23 – Fractal triângulo de Sierpinski.....	58

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	12
2	MATEMÁTICA CULTURA E ARTE: CONCEITOS FUNDAMENTAIS.....	15
2.1	Definições e conceitos chave.....	15
2.1.1	Simetria.....	15
2.1.2	Harmonia	16
2.1.3	Perspectiva	17
2.1.4	Proporção.....	18
2.2	Interconexão entre Cultura Arte e Matemática	20
3	A PRESENÇA DA MATEMÁTICA NA ARTE.....	23
3.1	O número de ouro	23
3.1.1	Segmento Áureo.....	26
3.1.2	Retângulo Áureo	27
3.1.3	Espiral Áurea	27
3.2	Música.....	28
3.3	Pinturas e desenhos	31
3.4	Arquitetura e escultura.....	35
4	A MATEMÁTICA NAS DIFERENTES CULTURAS.....	42
4.1	Egípcios.....	42
4.2	Gregos	47
4.3	O Renascimento	51
5	O IMPACTO DA MATEMÁTICA NAS INOVAÇÕES CULTURAIS E ARTÍSTICAS....	55
5.1	A Matemática e seu Impacto nas Transformações culturais e artísticas.....	56
5.2	Avanços Matemáticos que impulsionaram as inovações culturais e artísticas ...	59
5.3	A diversidade cultural no ensino de Matemática	63
	CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	68
	REFERÊNCIAS.....	70

1 INTRODUÇÃO

A interação entre Matemática, Cultura e Arte é uma fascinante jornada que transcende os limites tradicionais do conhecimento disciplinar. A Matemática, muitas vezes considerada um campo puramente abstrato e técnico, tem uma história profundamente enraizada nas civilizações ao longo da evolução humana. Através do prisma da Arte, a disciplina ganha vida como uma entidade viva e em constante evolução, entrelaçada com a criatividade e a expressão humana.

Este trabalho tem como objetivo explorar a relação simbiótica entre esses campos, especialmente como manifestada nas diversas formas de Arte ao longo da história e em diferentes civilizações e épocas. Através de uma abordagem de linha do tempo, abrangendo desde a antiguidade até os dias de hoje, pretendemos traçar as conexões e influências mútuas que moldaram tanto a Matemática quanto a expressão artística das diferentes épocas. A escolha desse tema é impulsionada por um interesse pessoal pela Arte, bem como pelo desejo de promover uma compreensão mais profunda da Matemática para além das fórmulas e cálculos. Acreditamos que essa abordagem interdisciplinar pode enriquecer o ensino da disciplina, tornando-a mais acessível e envolvente para os alunos. Além disso, este estudo proporciona uma visão única das contribuições culturais para o desenvolvimento da Matemática e, inversamente, como ela influenciou a expressão artística e criativa ao longo dos tempos.

A partir desta perspectiva, discutimos a relevância destas relações para a área de licenciatura em Matemática, enfatizando como a exploração dessa interseção pode impactar positivamente o processo de aprendizagem e ensino. Além disso, analisamos como essa abordagem pode enriquecer nossa compreensão da história da Matemática, lançando luz sobre aspectos muitas vezes negligenciados e revelando a natureza internamente humana desse campo.

Para fins de compreensão, buscamos definir de forma resumida alguns conceitos chave que serão necessários para o entendimento da relação entre Matemática e Arte, tais como, simetria, perspectiva, proporção e harmonia. Esses conceitos matemáticos estão enraizados nas diferentes formas de Arte abordadas nesta pesquisa.

Buscamos então fazer um resgate da História da Matemática, na qual exploramos a disciplina como ferramenta de influência direta na evolução das formas de Arte e na diversidade cultural, explorando as teorias que sustentam essa interligação e como essa relação moldou o curso da história e contribuiu para a riqueza do patrimônio cultural e artístico da humanidade.

Entendemos que essa relação, por ser um campo de pesquisa extenso, torna-se inviável de ser contemplada em uma única pesquisa, dessa forma, delimitamos o tema de forma a abordar apenas algumas formas de Arte, sejam elas, música, pintura, desenho, arquitetura e escultura. Esta escolha se baseia principalmente no fato de várias obras de Arte destes tipos terem sido produzidas a partir de um ideal de harmonia e perfeição estética sustentado por conceitos matemáticos e principalmente pela Proporção Áurea. Em relação à Cultura, foram selecionadas algumas determinadas civilizações e épocas, baseado na grande influência que estas tiveram na evolução da Matemática e por possuírem uma riqueza de costumes próprios e de uma forma de Arte específica que perdura até os dias atuais, são elas, Egípcios, Gregos e o período renascentista. Além da exploração destas civilizações e das formas de Arte, buscamos explorar a interdisciplinaridade entre Matemática, História e Arte, a partir da perspectiva de uma abordagem da diversidade cultural no ensino da Matemática, incentivando uma compreensão mais profunda das descobertas Matemáticas ao longo da história.

Em relação a Proporção Áurea, que constitui a base principal da relação entre Matemática e Arte, analisamos sua origem a partir de registros antigos como papiros e manuscritos em tábuas, a fim de compreender suas diversas formas de uso na antiguidade e como sua descoberta foi associada aos padrões da natureza e ao misticismo por diversas civilizações. Nesse contexto, iremos também dar ênfase no seu estudo por Pitágoras e por artistas como Leonardo da Vinci e Michelangelo, que a utilizaram como base para atingir um ideal de harmonia e beleza estética em suas obras.

Ao final deste trabalho buscamos compreender como a interação entre Cultura, Arte e Matemática ao longo da história impactou o desenvolvimento, a compreensão e a disseminação dos conceitos matemáticos, e de que maneira esses elementos influenciaram a forma como a Matemática é percebida e ensinada atualmente. Além disso, também procuramos entender de que maneira essa influência histórica afeta a maneira como a Matemática é vista e transmitida nos dias de hoje.

Esta pesquisa, tem, portanto, o potencial de lançar luz sobre a dimensão humana da Matemática, revelando sua conexão com a criatividade, expressão artística e cultural. Ao final deste trabalho, esperamos oferecer uma visão mais profunda e enriquecedora da Matemática para estudantes e entusiastas, destacando seu papel crucial na história e na sociedade em geral.

No capítulo inicial deste trabalho, apresentamos os conceitos fundamentais que servirão como base para a compreensão dessa relação, que desempenham um papel crucial na interconexão entre esses campos, tais como, simetria, harmonia, perspectiva e proporção. Além disso, buscamos explorar a Interconexão entre esses elementos e a Matemática de um ponto de vista histórico com exemplos da utilização desses elementos em obras de Arte do período medieval e renascentista.

No segundo capítulo buscamos relacionar a Matemática e a Arte, a partir do uso da Proporção Áurea e dos elementos definidos no capítulo 1 por vários artistas, além disso, buscamos explorar como elementos matemáticos desempenham um papel fundamental em várias formas de Arte como desenho, pintura, música, arquitetura e escultura.

No terceiro capítulo exploramos a presença e a influência da Matemática em diferentes civilizações e épocas ao longo da história, como a egípcia, a grega, e o Renascimento, explorando como o desenvolvimento da Matemática moldou seu estilo de vida e suas principais manifestações artísticas.

No quarto capítulo buscamos compreender de que maneira o avanço matemático se tornou crucial na condução de inovações culturais e artísticas ao longo da história e analisamos quais os principais avanços que contribuíram para essas mudanças significativas na Arte. Ao final deste capítulo buscamos investigar de que forma a inclusão desses elementos pode enriquecer a aprendizagem e promover uma compreensão mais profunda da Matemática, bem como a diversidade cultural no ensino.

No capítulo final desta pesquisa, apresentamos as considerações finais, onde são apresentadas as análises das investigações apresentadas ao longo deste trabalho. Neste capítulo resumimos a síntese do conhecimento abordado, destacando não apenas as conclusões resultantes das pesquisas realizadas, mas também os desdobramentos e implicações para o campo de estudo em questão. Além disso, este capítulo abriga os resultados obtidos, conferindo um fechamento das etapas desta investigação, oferecendo, assim, uma visão integral do trabalho desenvolvido.

2 MATEMÁTICA CULTURA E ARTE: CONCEITOS FUNDAMENTAIS

Antes de nos voltarmos para o estudo da Matemática por trás das formas de Arte e de como a evolução mútua destas duas disciplinas se deu no decorrer da história nas diferentes culturas, é de suma importância o entendimento de alguns conceitos matemáticos que se encontram presentes nas obras de Arte que foram analisadas, tais como, simetria, harmonia, perspectiva e proporção. Este capítulo se dedica a definição destes conceitos a fim de promover um melhor entendimento sobre os elementos matemáticos presentes nas obras de Arte selecionadas e na conexão entre Arte e Matemática, onde definimos também o conceito de Arte e beleza estética. Acreditamos que estes elementos juntamente com a definição da Proporção Áurea e o número de ouro, que apresentamos no capítulo 2 deste trabalho, são suficientes para o entendimento das relações entre Matemática e Arte. Para a escrita deste capítulo nos baseamos nas obras, Contador (2011), Griz, et al. (2007), Mol (2013) e Eves (2011).

2.1 Definições e conceitos chave

A partir da análise histórica de obras de Arte de diferentes épocas e civilizações antigas, é notável a presença da criatividade artística do homem antigo. Essa característica está ligada ao instinto geométrico primitivo, que está enraizado na capacidade humana e que independe do conhecimento acadêmico matemático. Podemos notar a presença desse instinto por exemplo no artesanato indígena, onde há a presença de elementos geométricos e de simetria.

2.1.1 Simetria

De acordo com Contador (2011), a palavra simetria se origina do grego *symmetria* ou justa proporção e se caracteriza a partir de figuras onde considerando-se uma linha tracejada em uma determinada posição deste objeto ou partindo de um ponto central, as partes localizadas nos lados opostos apresentam imagens regulares.

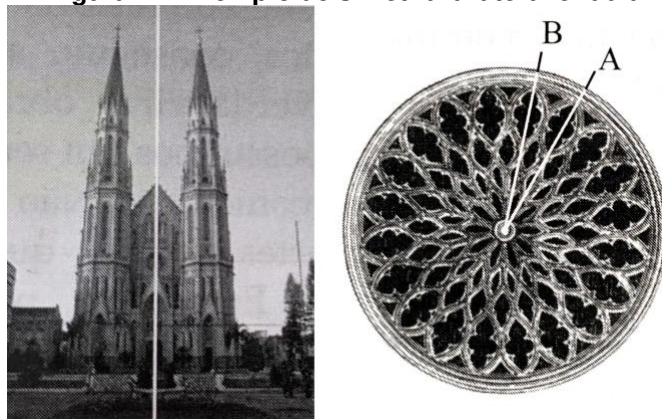
Simetria bilateral: A simetria bilateral, também conhecida como simetria axial, é uma forma de simetria que se caracteriza pela repetição de uma imagem ou estrutura ao longo de um eixo central. Ou seja, uma imagem ou estrutura pode ser

dividida em duas partes simétricas que são espelhos uma da outra. A figura é dividida por uma linha chamada de eixo de simetria. O eixo de simetria ou linha de simetria, é definida como uma reta a qual divide a figura em partes iguais.

Simetria radial: A simetria radial é uma forma de simetria que se caracteriza pela repetição de uma imagem ou estrutura ao redor de um ponto central. Isso significa que uma imagem ou estrutura pode ser dividida em várias partes simétricas que são iguais e se repetem em volta de um ponto central. Exemplos de simetria radial podem ser encontrados em várias áreas, incluindo arquitetura, Arte, desenho e engenharia. Na arquitetura, por exemplo, a simetria radial é normalmente encontrada em edifícios e templos antigos, como os templos gregos, que possuem colunas e outros elementos arquitetônicos distribuídos simetricamente em torno de um ponto central.

Simetria de translação: Dizemos que uma figura possui este tipo de simetria quando a figura é deslocada em qualquer direção sem perda das características originais. A este objeto que foi deslocado dizemos que foi transladado. Dizemos então que uma figura é assimétrica quando não possui nenhuma dessas propriedades de simetria.

Figura 1 – Exemplo de simetria bilateral e radial



Fonte: Contador (2011)

2.1.2 Harmonia

Primeiramente devemos entender que a harmonia está ligada a um princípio de estética agradável, que se manifesta de diversas formas, seja em imagens, na música, na disposição bem ordenada de objetos, em cores que combinam entre si, ou na proporção entre as partes de um todo.

O homem sempre buscou harmonia em suas obras, mesmo que inconscientemente, sem perceber a Matemática intrinsecamente enraizada em suas bases. De acordo com o pensamento grego antigo, a harmonia constituía a base para um ideal de beleza que se relacionava com a natureza, a qual se amparava nos fundamentos matemáticos. Segundo Contador (2011), associado a este princípio, os gregos se apoiavam a ideia em uma compreensão do mundo não apenas baseado em crenças e divindades, mas sustentados por uma base científica, e a partir deste pensamento, o conceito de harmonia Matemática começou a ser utilizado a favor da estética de suas obras e principalmente do seu desenvolvimento científico. Pitágoras, por exemplo, foi quem primeiro definiu o termo *cosmo* para se referir a um universo harmonioso. Ele acreditava que a partir da Matemática, podia-se determinar uma harmonia que transpassa a natureza.

A beleza e harmonia de um determinado objeto, paisagem ou som, é instantaneamente percebida por nós. Essa percepção não depende do entendimento dos conceitos matemáticos presentes nesses objetos, pois o homem além de possuir um instinto geométrico citado anteriormente, também possui um certo instinto de beleza e de harmonia enraizado em si. Este é um dos motivos que justificam a necessidade do homem de fazer e consumir Arte desde sua origem no universo.

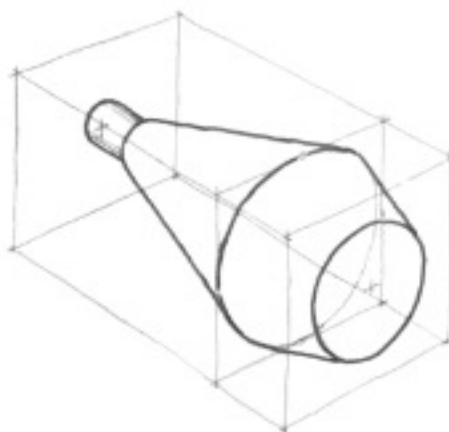
2.1.3 Perspectiva

A perspectiva é uma técnica utilizada na representação artística, principalmente na arquitetura, para dar impressão de profundidade e distância em uma imagem bidimensional. Ela é baseada na visão humana e nas leis da óptica e é usada para representar objetos tridimensionais em uma superfície plana. Na arquitetura, a perspectiva é usada para desenhar ou ilustrar projetos de edifícios ou espaços externos de maneira que ilustrem as proporções reais. Isso inclui a representação precisa das proporções, dimensões e perspectivas das construções e dos elementos que as compõem, como colunas, janelas, portas e telhados. De acordo com Contador (2011), a perspectiva também é usada para ilustrar como as construções se relacionam com seu entorno, incluindo paisagens, ruas e outros edifícios. Existem diferentes tipos de perspectivas como: Perspectiva central, Perspectiva oblíqua, Perspectiva isométrica, Perspectiva aérea, entre outras. Não nos atentamos a defini-

las pois a compreensão do conceito geral de perspectiva é suficiente para a compreensão desse elemento nas obras escolhidas nesta pesquisa.

De acordo com Griz, et al. (2007), os gregos, por exemplo, representavam em suas obras apenas o que podia ser visto por um determinado ponto de vista, não levando em conta os outros elementos. Eles foram os pioneiros a descobrir e utilizar o encurtamento, que tinha como base a ideia de que não se poderia ver um objeto em sua generalidade de uma única vez.

Figura 2 – Desenho em Perspectiva



Fonte: Montenegro (2010)

2.1.4 Proporção

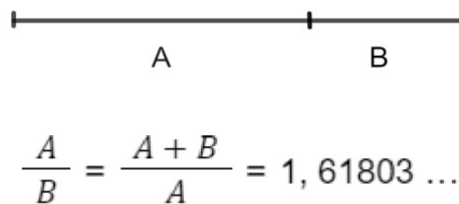
A proporção ou conformidade, estabelece a relação entre as partes de um todo, ou seja, a proporção determina a comparação de dois números aos quais representam um tamanho, uma altura, uma quantidade, entre outras. Considerando por exemplo duas grandezas A e B, sendo elas de mesma natureza (ângulos, segmentos de reta, volume ou área), e C e D duas grandezas também da mesma natureza entre si, dizemos que A está para B, assim como C está para D, ou seja, o resultado da razão A/B é o mesmo que C/D , estabelecendo assim uma relação de proporção entre duas razões. Também conhecida como eudoxiana, a igualdade entre razões forneceu fundamentos para o sistema de números reais estudada por Dedekind e Weierstrass na área da análise Matemática (Eves, 2011).

Conhecendo-se então a definição de proporção, é essencial que conheçamos uma das mais famosas proporções descobertas pelo homem, a proporção Áurea. Também conhecida como divina proporção, como foi chamada por Leonardo da Vinci, foi utilizada de diversas formas durante a história da humanidade, como na arquitetura

grega e egípcia, no período medieval em seus monumentos góticos, no renascimento em pinturas, entre outros. Há diversas formas de se calculá-la geometricamente, dentre elas destacamos a divisão de um segmento de reta em média e extrema razão.

De acordo com Contador (2011, p. 92), “Um ponto divide um segmento de reta em média e extrema razão, quando o mais longo dos segmentos é a média geométrica entre o menor e o segmento todo, onde b é o segmento áureo”. Como resultado desta divisão obtemos então o número de ouro, no qual iremos nos aprofundar mais no decorrer deste trabalho.

Figura 3 – Proporção Áurea



$$\frac{A}{B} = \frac{A+B}{A} = 1,61803 \dots$$

Fonte: Elaborado pelo Autor

A proporção pode ser do tipo comum, onde tem-se quatro termos, como no exemplo inicial onde temos A, B, C e D, também pode ser formada a partir de três termos, chamada então de proporção de três termos, e ainda um caso particular deste, onde o terceiro termo é igual à soma dos outros dois. Nota-se então que não é possível formar uma proporção com apenas um termo, pois teríamos por exemplo, $a/a = 1$ onde uma parte anula a outra, obtendo-se então uma igualdade e não existindo uma diferença, portanto não se pode formar uma proporção com apenas um termo.

Destacamos também as proporções Aritmética, Geométrica e harmônica, que tiveram suas origens na Mesopotâmia e que posteriormente foram conhecidas por Pitágoras e seus discípulos que completaram a lista dessas médias com mais sete e com o seguinte teorema.

Seja $a < b < c$, e b é a média entre a e c , então a , b e c se relacionam por uma das três proporções a seguir.

Proporção Aritmética: $\frac{b-a}{c-b} = \frac{a}{a} = \frac{b}{b} = \frac{c}{c} = 1$

Proporção Geométrica: $\frac{b-a}{c-b} = \frac{a}{b}$

Proporção Harmônica: $\frac{b-a}{c-b} = \frac{a}{c}$

2.2 Interconexão entre Cultura Arte e Matemática

Antes de iniciarmos este capítulo, é importante ressaltar que ela se dedica não somente na relação entre Matemática e Arte em diferentes épocas, mas também na definição do conceito de beleza estética e o surgimento da Arte na história da humanidade. Uma vez que esses conceitos serão considerados ao longo de todo este trabalho, compreender suas definições é fundamental para uma apreciação mais aprofundada dessas relações, visto que em determinados momentos essas relações emergem de forma sutil, enraizadas em algumas obras de Arte que foram selecionadas nesta pesquisa.

De acordo com Mol (2013) podemos definir o conceito de beleza como algo particular e relativo, porém, esse conceito de beleza está contido de forma algumas vezes sutil nas mais diferentes áreas e formas de expressão, assim pode-se então dividir o conceito de beleza em diversas categorias como, beleza poética, científica, natural, artesanal, entre outros. Esse conceito parte de uma relação com um determinado padrão estético que pertence ao homem, pois foi o próprio homem que o determinou, e que mexe com os sentidos do ser humano trazendo harmonia estética e sensorial. Esses padrões são baseados na natureza e têm por alicerce o número de ouro, presente em algumas plantas, animais e até mesmo nas proporções do corpo humano.

Já em relação a Arte, não podemos definir quando e como o homem primitivo começou a observar o meio em que vivia e começar a ter consciência dele, porém, podemos afirmar que a essa observação deve-se o surgimento do instinto geométrico. A partir do ato de observar e perceber distâncias, formas e padrões na observação de elementos da natureza e dos astros, deu-se o ponto de partida para o desenvolvimento da geometria como conhecemos atualmente. Segundo Contador (2011), esses conceitos primitivos são observados em desenhos antigos como, por exemplo, a pintura rupestre. Nesse contexto, podemos observar a necessidade do homem desde a sua origem de registrar os acontecimentos do seu cotidiano, desde práticas de caça e de guerra até o registro de descobertas e novos conhecimentos, criando assim seus primeiros desenhos elaborados a partir de conceitos geométricos primitivos.

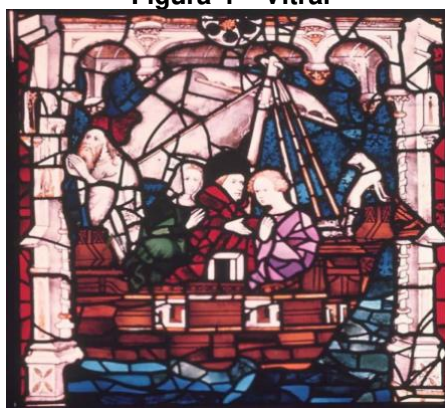
No decorrer da evolução humana, percebe-se a presença do desenvolvimento das figuras e elementos nas pinturas e desenhos. Diferente dos primeiros desenhos,

registrados, nota-se a presença de novos elementos, não mais baseados apenas nas formas e padrões encontrados na natureza, estes seriam os primeiros registros de desenhos que não apenas se sustentam em repetições de elementos da natureza, mas também apresentavam o desenvolvimento da criatividade.

Segundo Contador (2011), a partir da evolução dos conceitos geométricos primitivos, a Matemática começou a ser utilizada nas necessidades do cotidiano, algumas vezes de forma leiga onde obtinha-se apenas aproximações ao invés do resultado preciso. O uso dessa geometria se restringia então às práticas do cotidiano como a delimitação de terras. Já por volta de 3000 a.C. havia registros da utilização de regras básicas de geometria pelos sumérios, como o cálculo de áreas e volume de figuras planas e do estudo da circunferência.

No período medieval, principalmente na Europa, as pinturas eram produzidas tendo como principal tema o cristianismo, devido à grande abundância de pessoas que compartilhavam desta fé na época. As obras de Arte tinham o intuito de representar as passagens bíblicas e ensinar as bases da fé cristã. Podemos citar como exemplo de interligação entre geometria cultura e Arte desta época, os vitrais das igrejas, que representam passagens bíblicas a partir de vidraças confeccionadas com pedaços de vidro de múltiplas cores e rico em formas geométricas. Esses vitrais eram presentes principalmente nas igrejas católicas e representavam um traço marcante na arquitetura das igrejas da época.

De acordo com Contador (2011), nesse período, os artistas não se preocupavam com a presença de elementos como perspectiva, proporção e harmonia na representação das expressões humanas em seus trabalhos. Obras com a presença desses elementos foram produzidas por Giotto, arquiteto e pintor de origem italiana que viveu entre 1266 e 1337. Suas obras, diferentes das que eram produzidas por outros artistas da época, traziam elementos como perspectiva e realismo a partir de expressões faciais mais realistas, revolucionando assim as pinturas tradicionais da época. Suas obras também se voltavam à religião cristã, porém, também se dedicava a pinturas que fugiam do estilo tradicionalista medieval.

Figura 4 – Vitral**Fonte: Nunes (2012)**

Já no período renascentista, começou a se utilizar na Arte uma certa geometria descritiva, onde tanto a Proporção Áurea como a perspectiva começaram a ser utilizadas em obras de Arte por diversos artistas, sendo utilizadas como princípio de uma boa estética. Ainda segundo Contador (2011), a perspectiva trouxe a possibilidade de representar figuras tridimensionais no plano tornando-as mais realistas e possibilitando a representação de elementos de forma proporcional em questão de distância entre elementos e harmonia.

Podemos considerar, portanto, que, desde a época do renascimento, elementos como proporção, perspectiva e harmonia vem sendo utilizados como instrumentos base para se alcançar a beleza estética nas criações artísticas da humanidade e devido à presença desses elementos nos padrões da natureza, eram quase sempre associados à criação divina. Também destacamos a grande influência da religiosidade do período medieval nos diferentes tipos de obras de Arte, onde podemos visualizar de forma efetiva a influência cultural atuando como objeto de inspiração e representação na Arte.

3 A PRESENÇA DA MATEMÁTICA NA ARTE

Neste capítulo, desvendamos os mistérios do número de ouro em diversos campos, destacando seu profundo impacto na História da Matemática, da Arte e da Cultura. O número de ouro, também conhecido como "phi" (Φ), tem fascinado a humanidade no decorrer dos séculos. Sua influência pode ser investigada desde civilizações antigas, como os gregos e os egípcios, até os trabalhos de mestres renomados, como Leonardo da Vinci e Michelangelo. A Proporção Áurea é uma das manifestações mais misteriosas e intrigantes da Matemática, da natureza e da Arte. Neste capítulo, exploramos o número de ouro e suas implicações em diferentes domínios, desde sua relação com a natureza até a construção de estruturas como a música, a pintura, a arquitetura e a escultura.

No primeiro momento, mergulhamos na história da descoberta do número de ouro pelas antigas civilizações, como a grega e egípcia, destacando sua relação com a natureza e a maneira como o segmento áureo, o retângulo áureo e a espiral Áurea podem ser construídos e compreendidos. Em seguida exploramos a influência da Matemática na música, desde sua origem até a revelação de Pitágoras sobre as relações Matemáticas presentes nas escalas musicais. Na sequência, voltamos para o mundo das artes visuais, onde artistas notáveis como Leonardo da Vinci e Salvador Dali, que integram essa proporção em suas obras-primas, como o homem vitruviano e o sacramento da última ceia. Finalmente, investigamos a presença dessa proporção em obras de arquitetura e de esculturas, analisando sua utilização em templos gregos e em esculturas icônicas, como o Davi de Michelangelo, onde a harmonia e a proporção áurea desempenham um papel fundamental na criação destas obras. As obras utilizadas neste capítulo são, Contador (2011), Abdounur (2006) e Mol (2013).

3.1 O número de ouro

Na antiga Grécia, já se tinha o conhecimento da existência dos números irracionais como $\sqrt{2}$ ou $\sqrt{5}$. Esses números, porém, eram vistos com receio e dúvida, pois devido ao pouco conhecimento que se tinha sobre estes valores, acreditava-se que eles “quebravam” a harmonia dos números já conhecidos, e que eram utilizados nos cálculos de geometria da época. O fato de se poder traçar um segmento de reta sem a possibilidade de medi-lo, causava aos estudiosos grande indignação, e com

Pitágoras e seus discípulos não foi diferente, pois a descoberta dos números irracionais abalou suas expectativas quanto a Matemática que conheciam e acreditavam até então.

De acordo com Contador (2011), não demorou muito para essa insegurança aos números irracionais se dispersar, pois a descoberta de uma proporção, a qual converte para um número irracional, e que se relaciona com o padrão de formação, crescimento e distribuição de elementos da natureza, e que por este motivo foi creditado de misticismos, tornar o estudo dos números irracionais mais interessante e enigmático. A essa proporção foi dado o nome de Proporção Áurea.

Conhecida desde a antiguidade por diversas civilizações, foi utilizada de diferentes formas, como em pinturas, esculturas, arquitetura e até mesmo na música, pois a ela era dado crédito para algo ser considerado harmonioso e assim alcançar um ideal de beleza e perfeição. Além das características estéticas, foi associado ao número de ouro um certo misticismo, pois acreditava-se que, pelo fato desse padrão se repetir com tanta frequência na natureza, este então seria o padrão de criação do universo por Deus. Segundo (Mol, 2013), esse fato alimentou ainda mais a ideia de que esse padrão além de trazer harmonia e beleza estética, seria o princípio para se obter o auge da beleza artística, e que nele também estavam escondidos os segredos da criação humana.

As Ciências e as artes há muito aprenderam a ler a Natureza, reconhecer certas proporções nela contida e transportá-la para o nosso dia-a-dia. Já na antiga Grécia sabia-se que quando um retângulo tem a largura, o comprimento e a diferença numa determinada proporção este parecia ser mais coeso, mais agradável aos olhos, mostrando certa harmonia estética, e a esta harmonia foi associada uma espécie de virtude excepcional, então, chamaram o número para qual converge esta proporção de número áureo (Contador, 2011, p. 95).

Segundo Contador (2011), a nossa experiência com o mundo e com seus elementos, se dá por meio da nossa percepção e esta percepção se dá a partir do funcionamento dos nossos órgãos sensoriais e seus respectivos sentidos (olfato, visão, tato, audição e paladar). Dessa forma podemos afirmar que traçamos uma relação física entre natureza e consciência, e a partir dessa relação temos a percepção do que nos rodeia. Quando existe equilíbrio entre o campo externo e a nossa consciência, dizemos que estamos em estado de consciência, onde diz-se que a pessoa pode enxergar as coisas em sua essência e, portanto, o exterior depende

do físico e do mental, ou seja, o exterior se altera de acordo com nossas mudanças internas.

Estudiosos, desde a antiguidade, acreditavam que a nossa consciência pode perceber e sintetizar o íntimo sentido da natureza a partir de elementos que possuem em sua construção a Proporção Áurea. Essa relação se dá, segundo a teoria, através da divisão que envolve a natureza e a nossa consciência e que se revela quando “o termo menor está para o maior, assim como o termo maior está para o todo, ou seja, nossa consciência está para a Natureza assim como a Natureza está para a Natureza mais nossa consciência”, Contador (2011, p. 91). O homem sempre buscou compreender o sentido da vida e a sua origem no universo e quando descobriu a relação entre a Proporção Áurea e os padrões da natureza, logo a associou à origem das coisas. Essa relação seria, segundo os entusiastas dessa ideia, a assinatura divina na construção do universo.

A origem deste valor a qual a Proporção Áurea resulta é um mistério. Há registros do uso desse número por exemplo no papiro de Rhind, que é considerado por historiadores e arqueólogos o documento histórico mais antigo da Matemática, devido a sua antiguidade e à natureza dos registros matemáticos que contém. Nesse registro, foi nomeada como “razão sagrada”, reforçando ainda mais o misticismo ao qual citamos anteriormente associado a esse número. Por se tratar de um número irracional, este número não pode ser escrito como a relação entre dois números inteiros, Contador (2011).

Em civilizações antigas como as que foram selecionadas nesta pesquisa, não por acaso, como egípcios e gregos, e em outras tantas como os maias, os babilônios e os incas, já era conhecido e usado em sua Matemática esse valor, sendo considerado um dos primeiros números irracionais descobertos pela humanidade.

De acordo com Contador (2011), a letra grega τ (tau), foi utilizada para nomear o número de ouro, segundo registros da literatura Matemática da antiguidade, porém, a partir do século XX, o matemático Mark Ban (1899) começou a utilizar a letra ϕ (phi) também do alfabeto grego, e que foi nomeada assim em homenagem ao escultor grego Fídias (490 - 430 a.C.). Fídias utilizou esses valores em obras de esculturas como o Partenon e na estátua de Zeus de Olímpia, famosas até os dias atuais.

A Proporção Áurea foi estudada durante o decorrer da história não somente por matemáticos famosos como Fibonacci, Euclides e Pitágoras, mas também se tornou

objeto de estudo e fascínio entre biólogos, arquitetos músicos e artistas, todos em busca dos mesmos fins, a harmonia e a beleza estética que resulta dessa proporção.

O número de ouro (phi) é o resultado da raiz positiva da equação,

$$x^2 - x - 1 = 0 \text{ ou } \phi^2 - \phi - 1 = 0 \text{ que tem como resultado,}$$

$$\phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1,61803\dots$$

Não nos atentamos a demonstrar o cálculo para a obtenção desta equação pois esta pesquisa tem como foco apenas o uso desse número e da proporção Áurea. Iremos então nos concentrar apenas nos procedimentos para a construção do segmento Áureo, do retângulo Áureo e da espiral Áurea, pois estes elementos aparecerão em algumas imagens de obras selecionadas nesta pesquisa.

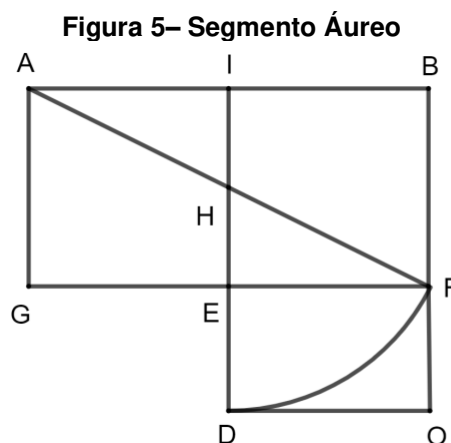
3.1.1 Segmento Áureo

Seja um retângulo formado por dois quadrados $AGEI$ e $BFEI$, onde os quadrados compartilham o lado EI . Traçando então a diagonal desse retângulo, obtemos o ponto H que intersecta os segmentos AF que é a própria diagonal e o segmento EI nos seus respectivos pontos médios. Considerando H sendo o centro de uma circunferência, e HF seu raio, traçamos um arco DF onde D é o ponto de interseção do prolongamento de IE . Agora traçamos a partir do ponto D uma reta paralela a EF formando um ponto O que intersecta o prolongamento do segmento BF . Assim temos que, pelo teorema de Pitágoras o segmento $AF = \sqrt{5}$, logo,

$$FH = DH = \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ e } HI = EH = \frac{1}{2} \quad DI = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{5}}{2} \text{ Sabemos também que,}$$

$$\Rightarrow DI = HI + DH \quad DI = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = 1,6180 \quad \text{Concluimos então que o ponto } E$$

divide o segmento DI em média e extrema razão e $BCDI$ satisfaz as propriedades de um retângulo Áureo.



Fonte: Elaborado pelo Autor

3.1.2 Retângulo Áureo

Para a construção do retângulo Áureo devemos seguir os seguintes passos.

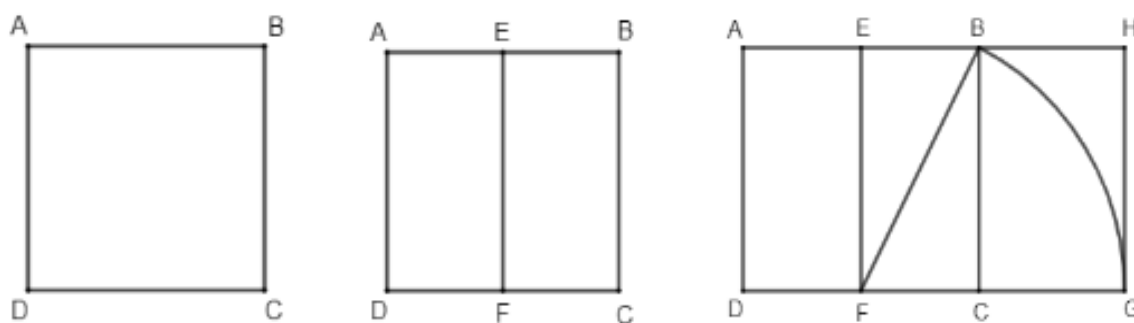
- 1- Construimos um quadrado $ABCD$ e marcamos os pontos médios E e F , na base e no lado oposto a ela;
- 2- Traçamos um segmento de reta ligando os pontos médios formando o segmento EF ;
- 3- Considerando F o centro de uma circunferência e BF o seu raio, traçamos um arco que intersecta o prolongamento de CD no ponto G . A partir do ponto G traçamos uma reta paralela à reta BC formando um segmento GH que intersecta o prolongamento de AB no ponto H . Assim temos $\frac{DG}{GH} = \phi$.

$$DF = FG = \frac{CD}{2} \quad \text{e} \quad BC = CD = GH$$

$$BF = DG = \sqrt{\frac{DC^2}{4} + CD^2} \Rightarrow DG = CD \cdot \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)$$

$$\frac{DG}{GH} = \frac{DC \cdot \left(\frac{1+\sqrt{5}}{2}\right)}{DC} \Rightarrow \frac{DG}{GH} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} = \phi$$

Figura 6 – Retângulo Áureo



Fonte: Elaborado pelo Autor

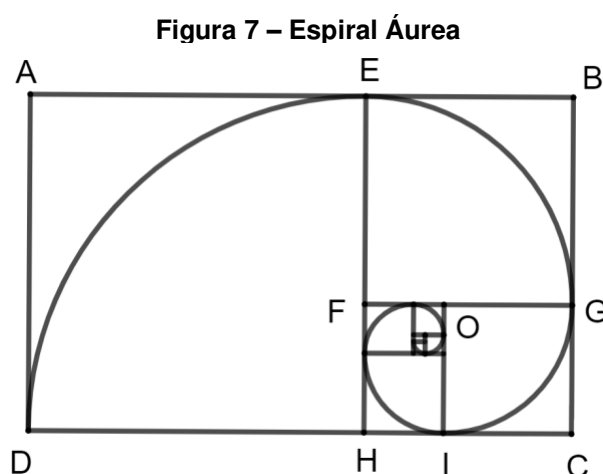
3.1.3 Espiral Áurea

A construção da espiral Áurea se dá a partir da construção de um retângulo Áureo e de acordo com o seguinte procedimento.

Partindo de um retângulo Áureo $ABCD$, que é dividido em média e extrema razão pelo segmento EH , traçamos um arco DE , tomando como centro o ponto H e sendo DH e EH seus raios. Agora marcamos em EH um ponto F , tal que, $EF = EB$ e um ponto G em BC , tal que $BG = BE$ formando assim o quadrado $BEFG$. Tomando

F como o centro de uma circunferência, com EF e FG seus raios, traçamos o arco EG . Repetimos então esse processo quantas vezes desejarmos, obtendo então a espiral Áurea, que foi nomeada assim pelo matemático René Descartes (1596- 1650).

Segundo Contador (2011, p. 125), “A espiral é o lugar geométrico no plano formado pelo deslocamento de um ponto que se move uniformemente ao longo de um raio (o raio vetor), partindo do centro enquanto o raio por sua vez, gira uniformemente em torno de um centro (a origem)”.



Fonte: Elaborado pelo Autor

3.2 Música

Desde a antiguidade clássica, a música tem desempenhado um papel fundamental não apenas como ferramenta da Matemática aplicada, mas também como uma forma de Arte e expressão. De acordo com Abdounur (2006), a música, nesse contexto, é uma forma de Arte sonora que possui uma incrível capacidade de transmitir uma ampla gama de emoções como, alegria, tristeza e amor. A origem da música se perde em questão de registros e em razão de que em diversas culturas e civilizações antigas a prática de manifestações musicais se dava de forma única e isolada. Há registros de manifestações musicais já na antiga Grécia, através de instrumentos como a lira, na qual o som produzido era atribuído crenças como o poder de amansar feras ou mover objetos.

A música tem o poder de transcender as fronteiras da alma, proporcionando bem-estar aqueles que a apreciam. Essa capacidade de transmitir emoções profundas

está diretamente ligada à harmonia musical, que tem suas raízes na escala musical desenvolvida por Pitágoras.

Pitágoras foi um matemático e filósofo grego que viveu entre os anos 582 a.C a 494 a.C. Suas obras e descobertas são utilizadas até os dias atuais, como o teorema de Pitágoras, que diz que, num triângulo retângulo o quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos, e o descobrimento das harmonias sonoras, onde cada som depende da divisão do comprimento da corda musical por um número inteiro. Segundo Contador (2011), aos 53 Pitágoras fundou a escola pitagórica, movimento religioso, científico e místico que se apropriou de rituais e meditações e que durou cerca de 150 anos. A escola pitagórica tinha por objetivo alcançar uma certa purificação que seria alcançada através da meditação e do conhecimento das leis da natureza, por exemplo, Pitágoras por acreditar que como Deus é onipresente, onipotente e onisciente, associava ao número 1 a essência da vida

No misticismo da escola pitagórica, os números, que eram a base das suas crenças, descreviam a essência do universo, da criação e, portanto, da natureza como a conhecemos. A partir desse ideal, as ciências, a crença e a natureza se relacionam, pois acreditava-se que todos os fenômenos naturais são traduzidos por relações numéricas e representadas de modo matemático. Esse ideal, embora não tenha sido derivado da escola Pitagórica, pois já era atribuído aos números essa crença em diversas culturas mesmo antes da escola ser fundada, eram a base dos seus estudos rituais e meditações.

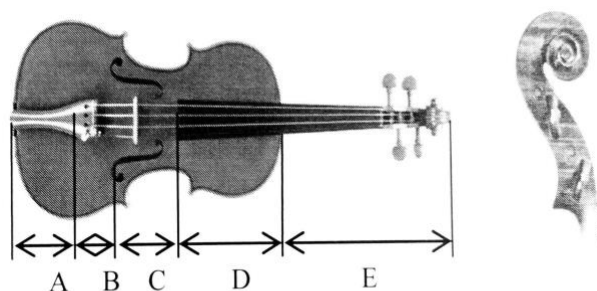
A Escola Pitagórica dava destaque a quatro campos do saber: aritmética, música, geometria e astronomia. A concepção pitagórica do universo era aritmética: “todas as coisas são numerosas”, segundo Pitágoras. Os números, elementos básicos da filosofia pitagórica, eram tratados como entidades místicas e objeto de devoção (Mol, 2013, p. 34).

Assim como os demais objetos da natureza, Pitágoras acreditava que a música poderia ser traduzida de forma Matemática, então criou um instrumento musical para utilização em seus estudos sobre música, o monocórdio. Segundo Contador (2011), esse instrumento era constituído por uma caixa de ressonância na qual era estendida uma única corda fixada sobre dois pontos nas extremidades por cavaletes. As operações de divisão da corda resultaram então na definição dos graus da escala musical.

Diversos instrumentos conhecidos atualmente são fabricados com base na Proporção Áurea, a exemplo desses instrumentos evidenciamos o violino Stradivarius

mostrado na figura a seguir, onde podemos visualizar na sua construção a presença dessa proporção em relação a colocação das fendas, também chamadas de *ouvidos* do instrumento.

Figura 8 – Violino construído a partir da Proporção Áurea



$$\frac{A}{B} = \frac{D}{C} = \frac{E}{D} = 1,6180$$

Fonte: Contador (2011)

Antes de nos aprofundarmos na definição de escala musical, precisamos entender o que é uma frequência. Segundo Contador (2011), a frequência de uma grandeza, se refere ao número de repetições de um evento em relação a um intervalo de tempo determinado, no nosso caso quando falamos em frequência estaremos nos referindo aos ciclos de uma onda sonora em relação ao tempo de um segundo. A unidade de frequência utilizada para o som é o Hertz (HZ).

Pitágoras descobriu que a oitava musical estava na razão de 2:1 (dois por um), ou seja, ao dividir a corda ao meio, obtém-se um som harmonioso porém, mais agudo do que o da corda inteira, e que produz o dobro da frequência, esse som é dito que está uma oitava acima. De forma semelhante Pitágoras fez divisões por números inteiros na corda do monocórdio, onde o ponto de fixação da corda é chamado de nó e assim obteve uma série de progressões que soavam de forma harmoniosa, são elas, $\frac{1}{2}$ a oitava, $\frac{2}{3}$ a quinta, $\frac{3}{4}$ a quarta e o som produzido pela corda inteira é chamada de som fundamental. As Razões citadas são chamadas de “justas”, e assim Pitágoras descobriu os semitons e criou a escala musical conhecida hoje. A série harmônica representada por, $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4} \dots \frac{1}{n}$ representam os tons harmônicos dos tons fundamentais. De acordo com Contador (2011), assim como as outras relações entre Matemática e os fenômenos do universo, acreditava-se que a escala diatônica (dó, ré, mi, fá, sol, lá, si), batizadas assim posteriormente pelo monge Guido de Arezzo, (992-1050), constituíam a harmonia do universo e eram associados aos sons emitidos pelos sete planetas que eram conhecidos até então, (incluindo também o sol e lua). A

combinação de pelo menos três tons simultâneos forma um acorde e a combinação de acordes e notas formam uma melodia.

Ainda de acordo com Contador (2011), a harmonia musical é definida como uma melodia caracterizada pela intensidade e duração do som. O monocórdio deu origem a outros instrumentos que são utilizados até os dias atuais, como a lira, piano, violão, entre outros. Embora os instrumentos de sopro não possuam cordas, funcionam utilizando o mesmo princípio de frequência harmônica, porém, estes utilizam-se de uma coluna de ar que vibra e atinge as notas desejadas.

Figura 9 – Pitágoras e o estudo da música



Fonte: Contador (2011)

Por todos esses aspectos, podemos perceber a nítida presença da Matemática na música, uma vez que a harmonia musical está ligada diretamente com a proporção de uma corda (para instrumentos que possuem cordas) ou com uma determinada frequência de vibração do ar (para instrumentos de sopro). Dessa forma, Pitágoras provou a presença da Matemática na música e, portanto, da relação entre harmonia musical e Matemática.

3.3 Pinturas e desenhos

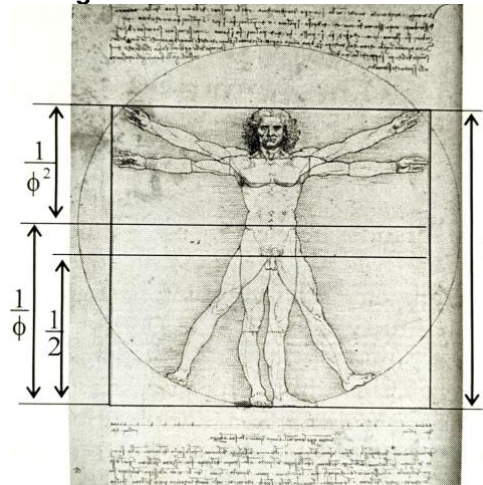
Primeiramente devemos compreender que para algo ser considerado como Arte deve-se analisar o contexto em que esse trabalho foi realizado e a partir da sua capacidade de provocar manifestações como inquietação, vivências ou criatividade.

Nesse contexto devemos diferenciar Arte de estética, onde a Arte expressa a beleza enquanto que a estética é o mecanismo que interpreta essa beleza, Battistoni Filho (2012).

Há séculos o homem vem buscando padrões e proporções tanto na natureza como no próprio corpo, devido a essa busca, o corpo humano se tornou elemento de inspiração para obras de diversas áreas. Algumas medidas de comprimento registradas na história por exemplo, se baseavam nas medidas corporais do Rei da Inglaterra Henrique I, tais como o pé, a polegada (que ia da ponta do polegar até a articulação) e a jarda (medida que ia do pé até o nariz), porém, essas medidas não eram utilizadas nas obras de Arte. Para execução destes trabalhos, utilizou-se a Proporção Áurea, onde a partir dela pode-se obter uma representação plena das formas e proporções do corpo humano por artistas como Leonardo da Vinci (1452 - 1519). A exemplo da utilização dessa relação em desenhos, destacamos a famosa obra nomeada de "O Homem Vitruviano" ou "Desenho de Veneza", como também é conhecido, que foi construído por Leonardo da Vinci durante o Renascimento, a partir da inspiração da leitura do livro do arquiteto Vitruvius (cerca de 90 a.C. à 20 a.C.) intitulado de *architectura*, onde Vitruvius afirmava que a representação do corpo humano é construída de forma mais realista e respeitando suas proporções, a partir das figuras do quadrado e do círculo Contador (2011). Dessa forma, inspirado na obra de Vitruvius e na Proporção Áurea, da Vinci construiu essa representação, na qual ele afirmou que o corpo pode ser representado de forma genuína com o uso da geometria e que, portanto, o corpo humano é determinável numericamente. Ainda reforçando a ideia de que essas medidas e proporções tornaram-se inspiração para suas obras de Arte, da Vinci ao estudar as anotações de Vitruvius afirmou que "o homem é o modelo do mundo".

Da Vinci também relacionou as figuras do quadrado e do círculo, que estavam anteriormente já relacionadas com o corpo humano à terra e ao céu, associando assim o ser humano ao universo. Essa ideia fez com que ele passasse a desenvolver seus trabalhos de forma a explorar a simetria bilateral, onde o eixo de simetria se encontra dividindo as figuras do quadrado e do círculo exatamente ao meio.

Figura 10 – O Homem Vitruviano

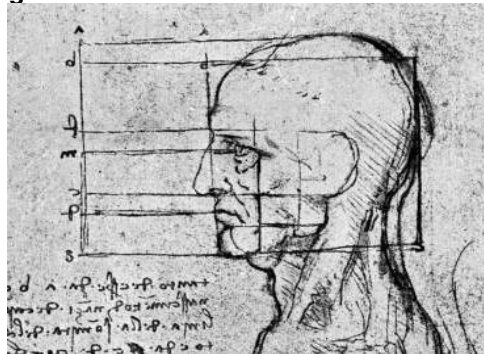


Fonte: Contador (2011)

Podemos então visualizar na figura do Homem Vitruviano, que tem como intuito representar a figura corporal do homem de forma harmoniosa e proporcional, a presença da Proporção Áurea, na qual o corpo humano está dividido em média e extrema razão pela altura do seu umbigo, considerando a figura do homem já na fase adulta.

A divina proporção, como foi chamada por da Vinci, foi estudada e comprovada nas medidas do corpo humano. Ele se tornou ao longo de seus estudos um dos maiores artistas e entusiastas dessa proporção, chegando ao ponto de exumar cadáveres para verificar as medidas de seus ossos e confirmar a presença dessa proporção no ser humano, Contador (2011). Dentre algumas proporções presentes no corpo humano que convertem para o número de ouro, podemos destacar algumas, como a medida que vai da ponta dos dedos ao ombro, pela medida que vai da ponta dos dedos ao cotovelo, ou a medida que vai do pé até o quadril pela medida que vai do pé até o joelho, todas convertendo para o número de ouro ϕ (phi).

Figura 11 – Estudos de Leonardo da Vinci



Fonte: Contador (2011)

Existem várias hipóteses que tentam justificar o porquê de uma obra de Arte, que foi construída a partir da proporção Áurea, ser considerada agradável visualmente, como sua relação com o crescimento de algumas plantas ou pela sua relação com as proporções do corpo do ser humano, porém, mesmo sendo um questionamento sem respostas, essa proporção se tornou alvo de estudos nas escolas de belas Artes após o período Renascentista em todo o mundo, Contador (2011). Tornou-se, portanto, costumeiro o seu uso, além de elementos geométricos, da simetria e da perspectiva por vários artistas que buscavam em suas obras a harmonia e a beleza. Nesse contexto, podemos afirmar que a Matemática se funde com a Arte quando o artista busca o equilíbrio estético. Dentre os vários artistas que utilizaram princípios matemáticos em suas obras, destacamos além de Leonardo da Vinci, que foi citado anteriormente, o pintor Salvador Dali (1904 - 1989), responsável por obras de Arte mundialmente famosas como “O sacramento da última ceia”, confeccionada a partir de princípios matemáticos.

Figura 12 – O sacramento da última ceia



Fonte: Contador (2011)

O sacramento da última ceia foi confeccionado por Salvador Dalí em 1955 inspirado em elementos matemáticos e em obras de Leonardo da Vinci e do Renascimento, onde está representado a última ceia antes da crucificação de Cristo descrita na Bíblia, onde Jesus e seus apóstolos, que se encontram curvados sob uma mesa compartilhando o pão e o vinho, Imbroisi e Martins (2023). Essa pintura foi produzida por Dalí a partir de elementos geométricos como a simetria e formas geométricas como o dodecaedro, que se encontra em parte ao fundo da imagem, e o retângulo Áureo que está presente de forma implícita, onde as figuras dos homens a frente dividem o retângulo principal em média e extrema razão.

No contexto da Proporção Áurea, que tem sido reverenciada ao longo dos séculos como uma sublime manifestação da harmonia Matemática, descobriu sua

presença não apenas como uma ferramenta técnica, mas como um elemento vital na criação artística. Da Vinci, incorporou essa relação em suas composições, alcançando uma estética que transcende sua época. Da mesma forma, Dalí, através do surrealismo, manipulou essa proporção de maneira que desafiou a percepção tradicional da Arte. À medida que contemplamos as contribuições desses artistas, percebemos que a história da Matemática não é uma narrativa isolada, mas possui uma relação contínua com as expressões artísticas que a rodeiam. Dessa relação entre Matemática e Arte, surge não apenas uma compreensão mais profunda de suas interações, mas uma apreciação mais ampla da complexidade e da beleza específica a ambos os campos.

3.4 Arquitetura e escultura

De acordo com o pensamento de Vitruvius (90 a.C. a 20 a.C.), a Matemática é o principal instrumento utilizado pelo arquiteto para alcançar a harmonia e a beleza do seu projeto, e para alcançar esse ideal é preciso trabalhar com proporções que são baseadas nas proporções do corpo humano. Segundo Contador (2011), Vitruvius defendia a ideia de que as proporções do corpo humano deveriam servir de base para as construções arquitetônicas, essa ideia foi exposta em sua obra *architectura* e tornou-se inspiração para arquitetos e artistas de diversas áreas. De acordo com ele, a utilidade, a beleza e a solidez são os principais elementos para uma construção arquitetônica, onde sua beleza não se limita somente à estética, mas também na proporcionalidade entre seus elementos e no todo.

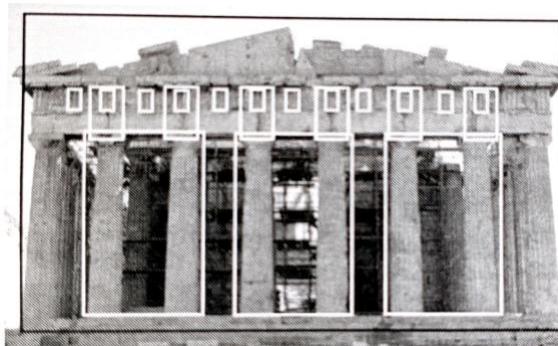
Desde a antiguidade nota-se a valorização da proporcionalidade nas obras arquitetônicas, em especial com a utilização da Proporção Áurea, que está descrita na razão de 1 por ϕ . Sabe-se que elementos que possuem essa relação tornam-se mais agradáveis visualmente, devido a esse fato, tornou-se um hábito a utilização dessa proporção nas construções arquitetônicas no decorrer da história.

Destacamos dentre as várias obras arquitetônicas da antiguidade que foram construídas a partir de princípios matemáticos como simetria, proporção e harmonia, o Partenon, templo dórico construído em V a.C. em homenagem a deusa grega Atena e localizado em Acrópole de Atenas. Segundo Contador (2011), o Templo de Partenon, destaca-se como um notável exemplar da arquitetura clássica, cuja construção foi fundamentada na Proporção Áurea. Construída pelos arquitetos

Gregos, Ictino e Calícrates e dirigida pelo escultor Fídias, foi empregado a razão Áurea na concepção do templo, abrangendo desde a relação precisa entre largura e comprimento até as proporções das colunas e os arranjos estratégicos das entradas. Os gregos acreditavam que a lei da beleza e da harmonia era representada pelo retângulo Áureo, dessa forma, buscando ilustrar essa perfeição Matemática, o Partenon foi construído com as medidas de 69,5 metros de comprimento por 30,9 metros de largura, mantendo uma correspondência harmoniosa baseada na Proporção Áurea.

Além da função religiosa e cultural, o Partenon é assim destacado como um testemunho da compreensão matemática e estética avançada dos antigos gregos. Essa reflexão sobre a relação entre matemática e beleza na arquitetura clássica destaca como esses princípios transcendem a utilidade prática, influenciando a percepção estética e cultural de uma sociedade. As colunas, cuidadosamente esculpidas, apresentam uma refinada precisão, conferindo equilíbrio e estética harmoniosa ao templo. Além disso, a disposição estratégica das entradas e o preciso ângulo das colunas foram orquestrados de maneira ordenada, resultando em uma notável criação de perspectiva e profundidade. A arquitetura grega foi uma grande influência na arquitetura moderna, pois muitos dos princípios e técnicas adotados pelos gregos ainda são usados hoje em dia, e diversos edifícios modernos refletem a estética e a proporção dos edifícios gregos.

Figura 13 – Retângulos Áureos na fachada do Partenon



Fonte: Contador (2011)

A *Art Nouveau*, como ficou conhecida, foi uma proposta de arquitetura nova que surgiu após o século XX, deixando para trás a arquitetura clássica. Nesse novo estilo de arquitetura, passou-se a trabalhar com formas geométricas mais puras e a proporção começou a ser entendida de uma forma peculiar. O arquiteto Frances Charles Édouard Jeanneret (1887 – 1965), ou Le Corbusier como era conhecido,

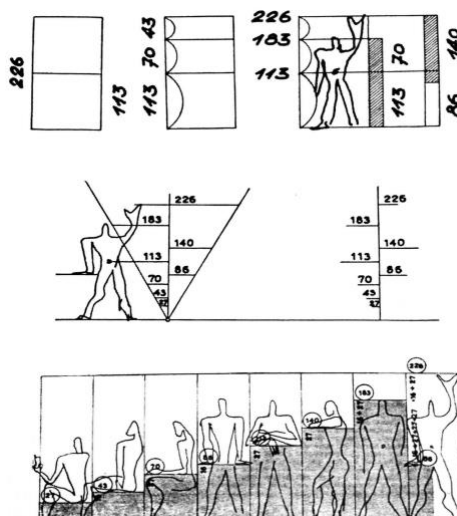
propôs um sistema de medidas para seus projetos que se baseavam em proporções do corpo humano, Contador (2011). Esse sistema ficou conhecido como *Modulor* e prometia satisfazer as exigências de funcionalidade e estética quando utilizados em uma obra arquitetônica, justamente por se basear nas medidas do corpo humano, na qual possuem enraizadas em si a Proporção Áurea, ou seja, esse sistema tinha como objetivo obter a proporcionalidade de forma harmônica baseada nessa relação para o uso nas construções arquitetônicas.

De acordo com Contador (2011), o *Modulor* basicamente consistia em uma tabela a qual possuía as medidas que serviriam de base para as construções, onde as medidas básicas dessa tabela eram as de 113 cm, 70 cm e 43 cm. Esses valores não foram escolhidos ao acaso, pois verificamos facilmente que $70 + 43 = 113$ e que 70 é a seção Áurea de 113 e 43 é a seção Áurea de 70. Partindo do 113 Le Corbusier formou então uma sequência que se estendia tanto para a esquerda como para a direita resultando na seguinte sequência,

4, 6, 10, 16, 27, 43, 70, 113, 187...

Podemos perceber que a partir do terceiro valor, cada número corresponde a soma dos dois termos anteriores a ele. Essa série foi chamada de série vermelha e Le Corbusier construiu várias obras com a utilização dessas medidas, que se tornaram populares em meados do século XX.

Figura 14 – Tabela de medidas *Modulor*



Fonte: Contador (2011)

Diferentemente desses costumes de associação de medidas às proporções do corpo humano, destacamos o exemplo dos mulçumanos, que não representam o corpo humano em desenhos por motivos religiosos, limitando-se ao uso da geometria

tradicional e elementos como a simetria. Suas obras são ricas em padrões geométricos, principalmente nos elementos decorativos.

Destacamos ainda as obras do famoso arquiteto Filippo Brunelleschi (1377 – 1446), natural da Itália e que também utilizou em suas obras a Proporção Áurea. de acordo com Contador (2011), Filippo foi considerado o pai da arquitetura da época renascentista, tendo como alguns dos seus trabalhos mais ilustres a construção da Catedral de Florença e a Basílica de São Pedro, iniciada por ele e finalizada por Michelangelo.

Figura 15 – Catedral de Florença



Fonte: Contador (2011)

Segundo Medeiros (2011), ao abordar as esculturas da antiga Grécia, somos transportados para um estado de contemplação e admiração diante de uma sociedade que realmente viveu a beleza e expressou seu pensamento e amor pelo ideal de perfeição por meio de obras de Arte. No entanto, é importante lembrar que poucas esculturas gregas originais resistiram ao tempo, muitas desaparecendo ao longo dos séculos devido a diversos motivos, como roubo, derretimento para a fabricação de armamentos durante guerras e perdas durante invasões. As obras que conhecemos atualmente são, em sua maioria, cópias romanas do período helenístico. As cópias, frequentemente em mármore em vez do material original em bronze, não possuem as vivas decorações das esculturas gregas originais, como cabelos e olhos negros, lábios vermelhos e roupas em cores contrastantes.

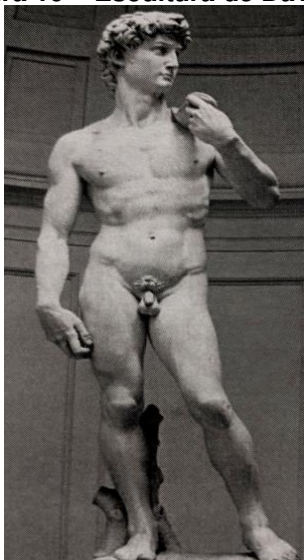
A Arte grega, diferentemente de outras culturas, não assume um caráter particular, permitindo aos artistas explorar novas regras e possibilidades criativas. No período arcaico, as esculturas de rapazes e moças eram representadas superficialmente, evitando profundidade nas feições e músculos. A transição para o período clássico marcou o auge das esculturas, caracterizadas pelo realismo e uma maior liberdade artística. A estética grega, diferente da convencional devido à

ausência de função religiosa, permitia o desenvolvimento artístico sem restrições. As esculturas clássicas atingiram um nível de credibilidade notável, com detalhes em todos os ângulos e uma representação mais naturalista.

A busca pela beleza na Grécia antiga estava diretamente ligada a concepções filosóficas sobre o belo. Além disso, o ideal de beleza grega influenciou a criação do Cânone, um tratado sobre as proporções do corpo humano, que se apresenta como um padrão estético ao longo dos séculos. A evolução técnica, especialmente durante o período clássico, permitiu o aprimoramento na representação da beleza ideal. As esculturas passaram a incluir figuras femininas nuas e a incorporar ação e emoção. A estética grega, marcada pela busca incessante da forma perfeita, influenciou não apenas a Arte romana, mas também se tornou referência na Cultura ocidental, Medeiros (2011).

O pintor e escultor italiano Michelangelo Buonarroti (1475 – 1564), foi considerado um dos maiores artistas da época Renascentista, baseando suas obras principalmente em passagens bíblicas e figuras religiosas, chegando a realizar trabalhos de pintura no teto da Capela Sistina, como a famosa pintura nomeada de “A criação de Adão”, Contador (2011). Um de seus maiores feitos foi sem dúvida a confecção da estátua de Davi, localizada atualmente em Florença na Itália, é considerada um dos mais perfeitos exemplos da relação entre Matemática e Arte devido às suas proporções consideradas perfeitas que foram fundamentadas na Proporção Áurea.

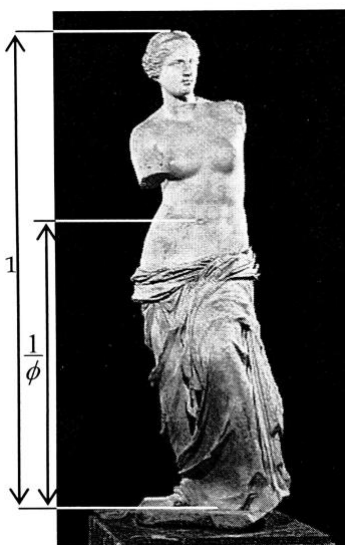
Figura 16 – Escultura de Davi



Fonte: Contador (2011)

A maioria das estátuas famosas que conhecemos atualmente e que são consideradas como referência de beleza e harmonia, foram construídas e estruturadas a partir da Proporção Áurea. A exemplo dessas obras evidenciamos também a “Afrodite de Melos”, ou “Vênus de Milo”, como também é conhecida, que é considerada até os dias atuais como referência de beleza feminina. Embora não se tenha conhecimento de seu autor, sabe-se que foi construída por volta de 130 a.C. e foi considerada uma das maiores realizações do classicismo grego. Podemos visualizar na imagem a seguir da estátua de Afrodite a presença da Proporção Áurea, onde seu corpo é dividido em média e extrema razão pela altura do umbigo na razão de 1 por ϕ .

Figura 17 – Escultura de Afrodite de Melos



Fonte: Contador (2011)

Concluimos então que a análise de obras emblemáticas como as destacadas neste capítulo, revelou como os artistas utilizaram a Proporção Áurea, simetria e harmonia para criar obras que transcendem sua materialidade e se tornando exemplos de beleza e proporção. Michelangelo, não apenas esculpiu formas anatomicamente precisas, mas também incorporou princípios matemáticos que elevaram suas obras a padrões estéticos efetivos. A busca por essa proporção como um guia na criação da Arte, destaca a compreensão dos artistas da importância fundamental da Matemática na realização da beleza. O uso na Tabela de Medidas *Modular* concebida por Le Corbusier acrescenta outra dimensão à nossa exploração, evidenciando a interação entre Matemática e Arte ao longo do tempo. Ao basear suas proporções nas dimensões do corpo humano, ele colocou uma ponte real entre a Matemática e a experiência humana, reafirmando a grandiosidade dos princípios matemáticos na

criação estética. Assim, entendemos que a Matemática não apenas permeia, mas enriquece a linguagem da arquitetura e escultura, proporcionando uma estrutura conceitual que transcende o tempo.

4 A MATEMÁTICA NAS DIFERENTES CULTURAS

A História da Matemática é profundamente entrelaçada com as riquezas das diversas Culturas que moldaram o curso da humanidade ao longo dos séculos. Este capítulo propõe explorar a influência que as tradições culturais e as expressões artísticas exerceram sobre o desenvolvimento matemático e artístico em diferentes épocas e civilizações. Ao mergulharmos nos enredos das sociedades egípcia, grega, e renascentista, buscamos não apenas compreender as contribuições Matemáticas, mas também apreciamos como os valores, costumes e manifestações artísticas dessas culturas foram impulsionadores da evolução Matemática. Cada Cultura representa um capítulo único e essencial na narrativa global da Matemática, deixando uma herança que transcende números e fórmulas. Ao longo deste capítulo, nosso objetivo é oferecer uma visão panorâmica, ainda que concisa, dos principais costumes e tradições de cada civilização e época, destacando não apenas os avanços matemáticos, mas também as conexões entre a Matemática e as expressões artísticas que floresceram em cada contexto. As obras consultadas para a produção deste capítulo foram: Contador (2011), Boyer (1996), Eves (2011).

4.1 Egípcios

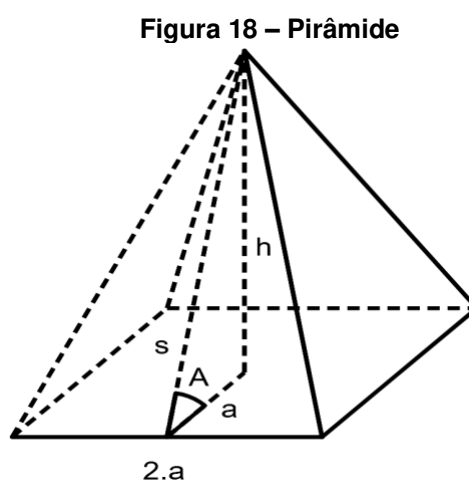
A civilização egípcia além de ser uma das mais antigas da história da humanidade é caracterizada pela riqueza de um costume bastante peculiar. Seu regime político se baseia na sucessão de dinastia e era governado pelo faraó, líder político, religioso e civil, muitas vezes considerado como um deus vivo, devido a concentração de poderes e a união entre política e religião que era característico das crenças dessa civilização. Segundo Contador (2011), um dos cargos de maior importância na Cultura egípcia era o sacerdócio, pois este tinha como função o estudo da astronomia e da marcação de tempo através da estruturação de um calendário, que também servia para fins agrícolas, ou seja, os estudos dos sacerdotes tinham como base a união de conceitos científicos mesclados à crença. Em relação a sua crença é importante destacar a riqueza de detalhes que podemos associar a ela, pois quase tudo que era construído, idealizado ou vivenciado pelos egípcios tinha ligação com suas crenças, portanto, a fé dominava o comportamento social.

Os egípcios eram politeístas (acreditavam em vários deuses), onde boa parte deles era associado a um elemento da natureza como, Rá o deus sol, Hórus o deus céu, Bastet a deusa da fertilidade e Geb o deus da terra, entre outros. Além disso os egípcios acreditavam na reencarnação dos mortos e na vida após a morte, devido a essa crença eram construídas as pirâmides, onde eram guardados em sarcófagos os mortos que passavam pelo processo de mumificação, pois através da preservação do corpo acreditava-se que o espírito preservaria também um pós vida mais cômodo Contador (2011). Dedicamos, portanto, o estudo da civilização egípcia em relação a sua arquitetura, mais especificamente as pirâmides e os templos, a utilização do número de ouro presente nelas e o desenvolvimento de sua Matemática baseada em papiros antigos.

De acordo com uma antiga lenda egípcia que foi descrita por Heródoto, as pirâmides egípcias foram construídas de tal forma que o resultado da área de uma das faces será igual a sua altura ao quadrado Contador (2011). Sendo s a altura da face e seja a , a medida que vai do centro da base até o ponto médio da aresta dessa face. Considerando $2.a$ como sendo a medida dessa aresta podemos retirar os seguintes dados.

$$S = \frac{2 \cdot a \cdot s}{2} \Rightarrow S = a \cdot s \text{ daí temos que, } a \cdot s = h^2$$

Usando o teorema de Pitágoras temos, $h^2 = s^2 - a^2$ (I) $\Rightarrow a \cdot s = s^2 - a^2$ e passando s^2 para o primeiro membro temos, $s(s - a) = a^2$.



Fonte: Elaborado pelo autor

Um exemplo prático dessa relação que podemos destacar é a grande pirâmide de Quéops de Giza, cujo lado da base mede 233,16 m e cuja altura mede 118,3 m. Substituindo essas medidas em (I) e isolando s^2 temos,

$$s^2 = 116,58^2 + 148,2^2 \Rightarrow s = 188,56$$

Assim temos que $\frac{s}{a} = \frac{188,64}{116,58} = 1,6174$. Se considerarmos o desgaste natural desse monumento no decorrer do tempo, podemos afirmar que essa relação converge para o número de ouro. Segundo Contador (2011), além desta, existem outras pirâmides que estão de acordo com esta relação, como as outras duas pirâmides de Quéops.

Heródoto visitou o Egito, por volta de 450 a.C., após observar os monumentos antigos e conversar com sacerdotes, ele destacou a importância do Nilo e das conquistas dos trabalhadores ao longo de suas margens. Heródoto acreditava que a geometria teve origem no Egito devido à necessidade prática de redesenhar terras após as enchentes anuais deste rio. Aristóteles supôs cerca de um século mais tarde que o progresso na Matemática e em especial a geometria surgiu a partir de homens que possuíam tempo para o lazer, pois estes buscavam resolver os problemas do cotidiano de forma prática. Esses homens eram conhecidos como “esticadores de corda” devido a forma como mediam as terras Boyer (1996).

As pirâmides, indiscutivelmente descrevem o padrão da arquitetura egípcia, sendo objeto de estudo para engenheiros e historiadores até os dias atuais, devido às técnicas empregadas em suas construções. Segundo Contador (2011), a criação das pirâmides surgiu na dinastia III, idealizada pelo arquiteto, médico, sacerdote e escritor Imhotep (I-em-htp em egípcio), cerca de 2.700 a.C. Mesmo sem muitas informações sobre ele, sabe-se que a época em que viveu foi dotada de grande sabedoria e que ele deixou um forte legado de conhecimento e de influência durante milhares de anos. Sua arquitetura tinha como principal objetivo eternizar a vida do rei da melhor forma possível, e por isso destaca-se em suas obras a grandiosidade e o uso da Proporção Áurea, que segundo a crença da época era dotada de poderes mágicos, bem como a própria construção da pirâmide. Uma de suas maiores obras foi a pirâmide de Djoser, considerada uma evolução ao ser construída com blocos de pedra, abandonando tijolos de barro e superando a tradicional simplicidade dos túmulos antigos.

Os pesquisadores do século XIX enfrentaram dificuldades ao tentar desvendar a história da Matemática no Egito antigo devido à incapacidade de ler os materiais encontrados até então e também pela falta desses materiais. De acordo com Boyer (1996), durante 35 séculos, as inscrições foram registradas em escrita hieroglífica, evoluindo de formas ideográficas para a hierática, e finalmente para as demóticas, mais fluidas. Após o terceiro século d.C. os hieróglifos foram substituídos pelo cóptico

e, posteriormente, pelo árabe, resultando na perda do conhecimento sobre eles. Porém, a decifração dos hieróglifos, realizada por Jean-François Champollion no início do século XIX, permitiu o acesso aos textos antigos. Os problemas matemáticos nos papiros egípcios eram predominantemente práticos, relacionados a cálculos e medidas, indicando uma abordagem mais aplicada da geometria, principalmente como um ramo da aritmética.

A decifração dos hieróglifos egípcios ocorreu com a descoberta da Pedra de Rosetta em 1799, e que continha escritas de vários idiomas, inclusive os hieróglifos. Os egípcios, dedicados à astronomia desde cedo, presenciaram as inundações do rio Nilo a cada 365 dias, originando assim o calendário solar com 12 meses de 30 dias e cinco dias festivos.

Podemos dizer que os papiros mais relevantes desta época em relação à sua prática Matemática são os papiros de Moscou e o de Rhind. O Papiro de Moscou tem sua origem estimada por volta de 1850, apresentando 25 problemas matemáticos considerados já antigos em relação à época de sua execução. Este documento foi obtido pelo egiptólogo Golenishchev no ano de 1893 e se encontra atualmente no museu de Belas Artes de Moscou (Eves, 2011). Ao examinar esses documentos, podemos apreciar a evolução matemática alcançada por civilizações antigas, demonstrando que a matemática não era apenas uma disciplina abstrata, mas também uma ferramenta prática utilizada em vários aspectos da vida cotidiana. Esses papiros não apenas registram fórmulas e problemas matemáticos, mas também revelam a aplicação prática desses conhecimentos em áreas como agricultura, comércio e construção. Assim, os papiros de Moscou e Rhind não apenas são tesouros históricos, mas também testemunhos da habilidade intelectual e da importância atribuída à matemática na sociedade egípcia antiga.

Já o Papiro de Rhind foi produzido por volta de 1650 a.C. embora o próprio texto indique que ele foi copiado de um documento mais antigo. Descoberto cerca de 3500 anos após sua construção, o Papiro de Rhind ganhou este nome em homenagem ao seu comprador Alexander Henry Rhind, porém, também leva o nome de Papiro de Ahmes, em homenagem ao escriba que o copiou. O documento conta com cerca de 87 passagens, dentre elas 64 são classificados como problemas matemáticos. Atualmente o documento se encontra no British Museum em Londres. Roque (2012).

Segundo Boyer (1996), no Egito, a adição era a operação aritmética essencial, enquanto as operações de multiplicação e divisão, na época do Papiro de Ahmes, foram realizadas por duplicações sucessivas. A resolução de problemas algébricos por Ahmes diferia dos métodos modernos, utilizando o método da falsa posição com a incógnita chamada de "aha".

Figura 19 – Parte do Papiro de Moscou



Fonte: Boyer (1996)

A Matemática egípcia e sua arquitetura são intrinsecamente entrelaçadas, evidenciando uma notável aplicação de princípios matemáticos na construção de monumentos simbólicos, como as pirâmides onde a utilização da Proporção Áurea se destaca como um elemento distintivo nessa relação. Sua prática Matemática por ser principalmente voltada para as necessidades cotidianas da sociedade, como cálculos relacionados à agricultura, comércio e construção fornecem insights valiosos sobre sua realização no antigo Egito. A arquitetura egípcia, especialmente nas pirâmides, reflete a preocupação com a ordem e a harmonia, princípios muitas vezes associados à Proporção Áurea. De acordo com Boyer (1996), Imhotep incorporou conceitos matemáticos avançados em suas obras, buscando não apenas a solidez estrutural, mas também a estética e a simetria. A Grande Pirâmide de Quéops, construída sob sua direção, destaca-se pela aplicação consciente dessa relação, destacando uma compreensão avançada dos princípios matemáticos na arquitetura egípcia.

4.2 Gregos

A Grécia Antiga, berço de uma civilização que floresceu entre os séculos VIII e VI a.C., ofertou ao mundo não apenas uma rica herança cultural e filosófica, mas também um notável desenvolvimento no campo da Matemática. Este capítulo busca explorar as contribuições matemáticas dos antigos gregos, destacando como esses conhecimentos se entrelaçam de maneira única com as expressões artísticas da época, influenciando não apenas o pensamento abstrato, mas também a prática concreta da arquitetura e escultura.

A Arte grega, principalmente influenciada pela busca da perfeição estética e pela compreensão Matemática, incorporou a Proporção Áurea como um elemento fundamental em muitas de suas criações. Na Grécia antiga, essa proporção era frequentemente aplicada em arquitetura, escultura e outras expressões artísticas como a pintura em vasos e murais. Essa consciência Matemática não apenas forneceu um padrão estético, mas também refletiu a crença grega na ordem, na busca pela perfeição e nas manifestações divinas, Jaeger (2010).

A compreensão da conexão entre Matemática e Arte, não apenas enriquece nosso entendimento da história da Matemática, mas também lança luz sobre a profunda interação entre o pensamento lógico e a criação estética que caracterizou uma das épocas mais influentes da história humana.

Segundo Jaeger (2010), na Grécia antiga, a observação de certas figuras geométricas que atendem a padrões específicos de proporção resultou em uma estética mais bela e harmoniosa. Essa relação desempenhou um papel crucial no desenvolvimento grego, contribuindo para a criação de monumentos modernos que transcendem gerações.

Também se deve dizer que até o século IV a arte grega é fundamentalmente a expressão do espírito da comunidade. Não é possível compreender o ideal agônico, revelado nos cantos pindáricos aos vencedores, sem conhecer as estátuas que nos mostram os vencedores olímpicos na sua encarnação corporal, ou as dos deuses, como encarnação das ideias gregas sobre a dignidade da alma e do corpo humanos. O templo dórico é, sem dúvida, o mais grandioso monumento que deixou à posteridade o gênio dórico e o seu ideal de estrita subordinação do individual à totalidade. Habita nele a força poderosa que torna historicamente atual a vida de outrora que ele eterniza, e a fé religiosa que o inspirou (Jaeger, 2010, p. 16).

Na visão dos estudiosos orientais, os artistas gregos tinham como intenção representar o corpo humano de maneira a traduzir de forma eficiente suas proporções e movimentos, alcançando uma harmonia corporal rica em detalhes, refletindo suas opiniões fundamentadas em uma concepção plena da natureza ligada à espiritualidade.

O progresso grego, em grande parte, é atribuído ao conhecimento e avanço intelectual da sociedade. Essas características se apoiam na compreensão contemporânea da Cultura grega, destacando-se especialmente na preservação de seus monumentos modernos ao longo do tempo. Esses feitos distinguem os gregos de outras civilizações, incluindo aqueles dos quais descendem, Jaeger (2010).

Na Grécia Antiga, a era da Matemática era considerada uma disciplina fundamental, parte integrante da educação aristocrática. Dentre os matemáticos notáveis desse período, destacam-se Pitágoras, cujo teorema até hoje é ensinado nas salas de aula e é amplamente aplicado em diversos contextos matemáticos e práticos. Outro nome de destaque é Euclides (considerado pai da geometria), cujos "Elementos" se tornaram a base para o estudo da geometria por séculos, delineando princípios fundamentais que afetam a influência na educação Matemática.

De acordo com Contador (2011), a singularidade da contribuição grega não reside apenas nas formulações abstratas, mas também na interseção entre a Matemática e as expressões artísticas. A arquitetura grega clássica, marcada por proporções harmoniosas e simetrias precisas, reflete a influência direta dos conceitos matemáticos. Da mesma forma, a escultura, com suas representações anatomicamente precisas, testemunha a compreensão grega da Matemática como um princípio orientador não apenas para a razão, mas também para a beleza.

Dentre as notáveis contribuições gregas que impulsionaram a evolução humana, destaca-se a geometria, utilizada como ferramenta para compreender o universo. Ela desempenhou um papel crucial na descoberta das proporções do nosso planeta e em sua relação com os movimentos do sistema solar. Segundo Stewart (2014), a introdução de novos conceitos na geometria grega abriu caminho para superar diversas limitações. Essas inovações geométricas encontravam-se, até então, restringidas pelas regras estabelecidas por Euclides, que permitiam apenas a realização de construções geométricas utilizando régua sem marcações e compasso. Além disso, a engenharia e a arquitetura gregas também deixaram marcas permanentes, onde na esfera da engenharia por exemplo, Arquimedes introduziu a lei

da alavanca, proporcionando avanços significativos na construção de máquinas. Essa engenhosidade continua a ser aplicada nos dias de hoje, seja no cálculo da resistência de estruturas diante de desastres naturais ou relacionados ao próprio peso. Quanto à arquitetura, notamos sua influência marcante nas construções de templos e até mesmo de navios, revelando como a Matemática está mais próxima do conceito de beleza do que imaginamos.

A época em que a Matemática grega atingiu seu ápice é conhecida na história como a Era de Ouro, devido às marcantes contribuições matemáticas, filosóficas e lógicas que se tornaram partes fundamentais da narrativa do progresso humano. Segundo Stewart (2014), a Era de Ouro da Matemática grega não é apenas um capítulo isolado na história, mas um legado que continua a influenciar o entendimento contemporâneo da Matemática e sua relação com a Arte. A arquitetura grega clássica, caracterizada por proporções precisas e simetrias harmoniosas, não é apenas um testemunho de habilidade técnica, mas também uma manifestação tangível da influência Matemática sobre a estética.

A civilização grega foi um berço fundamental para o desenvolvimento da Matemática e da Arte, sendo marcada por contribuições notáveis e uma apreciação pela Proporção Áurea que transcendia ambas as esferas. No decorrer da evolução do estudo grego na área da Matemática, alguns estudiosos destacaram-se em relação às suas notáveis contribuições a este campo, dentre eles evidenciam-se principalmente Euclides, com sua obra "Os Elementos" que estabeleceu os fundamentos da geometria, introduzindo axiomas e postulados que influenciaram o pensamento matemático por séculos, Pitágoras e seus seguidores que, contribuíram significativamente para a teoria dos números, descobrindo relações matemáticas, como a existente entre Matemática e música e o famoso teorema de Pitágoras e por fim Arquimedes, que se destacou na aplicação da Matemática à física, desenvolvendo princípios como a alavanca e métodos para calcular áreas e volumes, Eves (2011).

Em suma, a Grécia Antiga representa um ponto central de excelência tanto na Matemática quanto na Arte, trazendo uma narrativa fascinante de interconexão entre Matemática e Arte. Ao explorar as contribuições Matemáticas dos antigos gregos, percebemos que esses conhecimentos vão além da abstração pura, entrelaçando-se de maneira única com as expressões artísticas da época. A incorporação da Proporção Áurea na Arte grega, seja na arquitetura monumental, esculturas ou

pinturas, revela uma busca pela harmonia e perfeição estética, enraizada na compreensão Matemática.

A análise das obras e pensamentos de renomados matemáticos gregos, como Euclides, Pitágoras e Arquimedes, destaca a profundidade do conhecimento e o impacto duradouro que suas contribuições tiveram na evolução do pensamento humano. A geometria grega, por exemplo, não apenas desvendou as proporções da Terra e seus movimentos celestiais, mas também transcendeu as limitações impostas por Euclides, permitindo inovações geométricas significativas. Portanto, ao considerar a singularidade da contribuição grega, é crucial reconhecer que não se trata apenas de fórmulas e teoremas abstratos, mas também de pensamento lógico e expressão estética. Essa interseção entre Matemática e Arte desencadeou uma era marcante na história da humanidade, onde a busca pela ordem e perfeição manifestou-se tanto na mente dos matemáticos quanto nas mãos dos artistas, moldando um legado duradouro que continua a inspirar e enriquecer nosso entendimento do mundo.

Figura 20 – Fragmento da obra Elementos de Euclides



Fonte: Ribeiro (2003)

Acima vemos um fragmento da obra Elementos de Euclides. Essa obra tornou-se fundamental na matemática, tendo desempenhado um papel crucial no desenvolvimento da disciplina por mais de dois milênios. Escrito por Euclides, este trabalho consiste em 13 livros, abordando diversos temas, como geometria, teoria dos números e teoria das proporções. O método axiomático de Euclides, onde ele parte de um conjunto mínimo de axiomas para derivar teoremas, foi inovador e influenciou significativamente a forma como a matemática foi abordada ao longo da história.

Embora alguns resultados geométricos possam parecer intuitivos hoje em dia, o mérito de Euclides reside na clareza e rigor com que ele os apresentou,

estabelecendo assim os padrões para a argumentação matemática. O livro I desta obra é particularmente notável, pois é nele que Euclides estabelece os fundamentos da geometria euclidiana, apresentando uma série de definições, postulados e proposições que serviram como base para o desenvolvimento da geometria por muitos séculos

4.3 O Renascimento

Este capítulo se dedica apenas a compreensão da relevância do período renascentista na história e principalmente na sua importância para o desenvolvimento da Arte e da Matemática, tendo em vista que nesse período houve o ressurgimento do Interesse Matemático, que se estagnou durante a idade média, e a redescoberta dos valores artísticos e culturais antigos da Grécia e da Roma, onde os artistas da época se inspiraram na estética clássica, buscando a perfeição e a proporção, refletindo sobre os ideais de harmonia e beleza através de elementos como realismo, observação da natureza e inovação de técnicas como a perspectiva, sombra e luz.

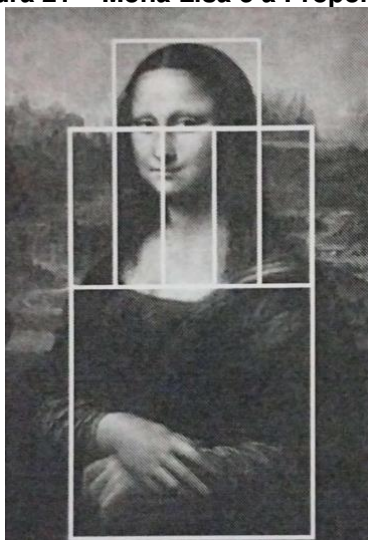
O período renascentista perdurou entre os séculos XIV e XVII. Esse período se iniciou logo após o retrocesso intelectual imposto principalmente por fanáticos religiosos, que argumentavam que o único conhecimento necessário seria alcançado através da religiosidade e dos livros sagrados, vistos como a verdade suprema, dessa forma todo e qualquer conhecimento extra era considerado pagão. Esses fanáticos religiosos foram responsáveis pela destruição da biblioteca de Alexandria, onde 600 mil obras foram destruídas, sendo considerada uma das maiores perdas culturais da humanidade, Contador (2011). Dessa forma, o Renascimento se caracterizou pela restauração do conhecimento e dos valores clássicos greco-romano, rompendo com o tradicionalismo do período medieval, também chamado de “idade das trevas” por alguns autores, e caracterizado principalmente pelas epidemias, pela ignorância e pela predominância da liderança religiosa.

Nessa transição, as artes visuais começaram a evoluir, trazendo elementos como a perspectiva, que trazia consigo a capacidade de representação de elementos tridimensionais no plano, Contador (2011). Esses elementos foram incorporados principalmente por artistas como Michelangelo e Leonardo da Vinci, onde eram utilizados em suas obras de tal maneira que atingiram o seu auge, tornando-se inspiração para artistas do mundo todo.

Nesse mesmo período destacou-se também a propagação da literatura, com obras literárias de grandes escritores, dentre eles o renomado escritor Shakespeare. De acordo com Contador (2011), a linguagem que até então era predominantemente em latim foi aos poucos sendo substituída em cada país, além disso o século XV foi marcado pelo início da propagação de informações através da criação da imprensa, que trouxe a possibilidade de regularizar os textos tornando-os acessíveis não somente aos homens de elite, mas também aos homens comuns. Nessa ocasião, foram redescobertos antigos conhecimentos como os diálogos de Platão e os raciocínios de Heródoto, além de obras de dramaturgia e poemas gregos.

No período renascentista, a ideia da presença de uma “idade das trevas” foi associada a criação divina, a partir da crença de que Deus criou o mundo e, portanto, a criação seria constituída baseada em princípios matemáticos e de harmonia. A partir da aceitação desta ideia, a harmonia começou a ser objeto de interesse de vários estudiosos da época, sempre levando em consideração seus princípios matemáticos, Contador (2011). Dessa maneira, a associação da harmonia à criação divina implica que os padrões matemáticos encontrados na natureza e no universo eram vistos como manifestações da ordem estabelecida por Deus. Isso contribuiu para uma abordagem mais sistemática e racional para entender o mundo ao redor. A partir dessa aceitação, a harmonia tornou-se um objeto de interesse para diversos estudiosos renascentistas, que buscavam compreender e decifrar esses princípios matemáticos subjacentes. Dessa forma, a abordagem matemática da harmonia na Renascença não se limitou apenas à teologia, mas também se estendeu para áreas como a música, a arquitetura e a arte. Artistas e arquitetos renascentistas, por exemplo, buscavam incorporar proporções matemáticas e simetria em suas obras, acreditando que isso conferiria uma qualidade estética superior, alinhada com a ordem divina. Essa perspectiva também contribuiu para o desenvolvimento da ciência, à medida que os estudiosos procuravam entender os fenômenos naturais por meio de princípios matemáticos.

Dentre as famosas obras de arte produzidas nesse período, destacamos a Mona Lisa, obra-prima do renomado artista renascentista Leonardo da Vinci, pintada entre 1503 e 1506. Famosa não apenas pela habilidade técnica em sua confecção, mas também por sua expressão enigmática e pela teoria de que a proporção áurea foi utilizada em sua construção. Essa obra representa a genialidade de Leonardo da Vinci, incorporando técnicas inovadoras, como o esfumado, e refletindo o interesse renascentista nas proporções ideais, incluindo a aplicação da proporção áurea.

Figura 21 – Mona Lisa e a Proporção Áurea

Fonte: Contador (2011)

Durante o Renascimento, a Matemática encontrou uma ampla gama de aplicações, abrangendo áreas como artes, mecânica, cartografia, medição de terrenos, contabilidade e óptica, onde inúmeros livros foram dedicados às aplicações práticas da disciplina. Apesar disso, o interesse pelas obras clássicas não foi inteiramente deixado de lado, permanecendo resistente, Boyer (1996).

Ainda de acordo com Boyer (1996), até meados do século XVI, a geometria estava fortemente fundamentada nas propriedades elementares transmitidas por Euclides. Contudo, os poucos matemáticos da época tinham um conhecimento profundo da geometria como Paus, Arquimedes e Apolônio. A Renascença poderia ter impulsionado potencialmente o progresso da geometria pura, seguindo as sugestões das artes e da perspectiva. No entanto, essa possibilidade não recebeu a atenção até praticamente o mesmo período em que a geometria algébrica estava sendo concebida.

Ao analisar o período do Renascimento, torna-se evidente que este não foi apenas um renascer das artes plásticas, da literatura ou da ciência, mas sim um ressurgimento coletivo que abrange todos os aspectos da vida humana. A Matemática, antes considerada uma disciplina obscura e misteriosa, ressurgiu como um elemento que impulsionou a compreensão do universo e aprimorou as capacidades intelectuais da sociedade renascentista.

Segundo Eves (2011), nesse período destacaram-se notáveis estudiosos que contribuíram para o ressurgimento do estudo das ciências exatas e das artes, incluindo figuras como Leonardo da Vinci, Michelangelo e Benvenuto Cellini e

Leonardo Fibonacci, que embora tivesse vivido antes desse período, deixou estudos que contribuíram para a época. Esse período viu o reaparecimento da Cultura antiga em toda a Europa, estimulando um interesse renovado pela ciência e Arte. Entretanto, os intelectuais renascentistas enfrentaram conflitos entre suas ideias científicas e os ensinamentos da Igreja Católica. A oposição sacerdotal, temendo heresia, dificultou a publicação de teorias científicas, principalmente na área da astronomia, dessa forma, à medida que a Europa medieval deu lugar à era moderna, a Igreja Católica tornou-se mais conservadora, desaprovando descobertas científicas e impedindo reformas.

O Renascimento Europeu começou a surgir por volta do século XV. Nessa época a atividade Matemática concentrou-se em cidades italianas como Nuremberg, Viena e Praga, com ênfase em aritmética, álgebra e trigonometria, nessa ocasião o interesse educacional e o crescimento comercial resultaram na produção de numerosos textos de aritmética, tanto em latim, associados à igreja, quanto em sua língua materna, Eves (2011).

A conexão entre a Matemática e as outras formas de expressão artística durante esse período revela-se como um testemunho da interdisciplinaridade que caracterizou o Renascimento. Artistas, cientistas e pensadores compartilhavam um desejo comum de explorar novos conhecimentos, desafiando doutrinas impostas e buscando um entendimento mais profundo da natureza humana e do universo. O ressurgimento da Cultura, da Arte e dos estudos matemáticos durante esse período, não apenas iluminou as mentes da época, mas também lançou as bases para o desenvolvimento contínuo da sociedade, inspirando gerações futuras a explorar, questionar e inovar. O Renascimento, portanto, permanece não apenas como um capítulo na história, mas como um guia do espírito humano em direção à busca pelo conhecimento e pela excelência.

5 O IMPACTO DA MATEMÁTICA NAS INOVAÇÕES CULTURAIS E ARTÍSTICAS

Neste capítulo, buscamos explorar e compreender como a Matemática não apenas exerceu influência, mas também desempenhou um papel essencial no impulso de mudanças significativas no cenário cultural e artístico. Ao investigar os marcos e elementos que caracterizaram essa interação, destacamos a riqueza dessa relação, examinando de que maneira a Matemática contribuiu para o desenvolvimento dessas transformações, moldando os conceitos artísticos e culturais ao longo do tempo.

Desde a simetria geométrica até a aplicação de fórmulas matemáticas em criações artísticas, traçamos as linhas que conectam a abstração Matemática à criação cultural, investigando os momentos em que questões e elementos matemáticos específicos impulsionaram novas expressões culturais e artísticas. Do Renascimento à era contemporânea, analisamos como teoremas, equações e conceitos matemáticos fundamentais se tornaram inspiração para a inovação e a criação.

Ao explorarmos a influência da Matemática na Cultura e na Arte, torna-se essencial considerar a diversidade cultural que permeia o ensino da Matemática. Este subcapítulo aborda a importância de incorporar diversas perspectivas culturais no processo educacional, destacando como a Matemática é uma linguagem universal enriquecida pela diversidade de experiências e abordagens.

No contexto interdisciplinar, investigamos como a Matemática não é uma disciplina isolada, mas um campo que se integra e se conecta de forma harmoniosa com outras áreas do conhecimento. Assim, buscamos destacar a importância de integrar elementos culturais no ensino de Matemática. Ao explorar a diversidade e promover a interdisciplinaridade, adquirimos uma compreensão mais profunda das interações entre esses elementos, confirmando sua influência nas inovações do passado e sua capacidade de inspirar o futuro. As obras que constam neste capítulo são, D'Ambrósio (1999), Arruda, Fernandes e Esteves, (2018), Lyra (2008), Stewart (2014), Contador (2011), Schuwartz, Rejane e Maltempi (2012), Machado, *et al.* (2013) e Ribugent (2017).

5.1 A Matemática e seu Impacto nas Transformações culturais e artísticas

Neste capítulo, mergulhamos nas diversas formas em que a Matemática se tornou impulso de mudanças na Cultura e na Arte, examinando casos específicos, explorando conceitos fundamentais e destacando a constante interação entre disciplinas aparentemente distintas. Dessa forma pretendemos dar ênfase à riqueza dessa interconexão única e, por consequência contribuir para uma apreciação mais profunda da influência da Matemática no cenário cultural e artístico.

Algumas das maneiras pelas quais a Matemática impulsionou mudanças na Cultura e na Arte, já foram destacadas nesta pesquisa como no desenvolvimento da Matemática e da Arte no período renascentista, onde artistas como Leonardo da Vinci exploraram as proporções matemáticas, como a proporção Áurea, para criar obras de Arte equilibradas e esteticamente agradáveis, nesse cenário, a Matemática forneceu uma estrutura conceitual para a busca da beleza e harmonia nas criações artísticas. Também destacamos a arquitetura antiga, especialmente com o uso da proporção Áurea nas culturas grega e egípcia, onde a Matemática desempenhou um papel crucial na criação de edifícios simétricos e proporcionais, nesse contexto, arquitetos utilizaram conceitos geométricos para projetar templos e pirâmides, incorporando simetria e proporções matemáticas. Ainda destacamos a influência que a Matemática exerceu sobre a música, onde a teoria Matemática está presente em escalas, acordes e ritmos. A escala musical descoberta por Pitágoras influenciou compositores de todo o mundo, que utilizaram conceitos matemáticos em suas composições.

A evolução da cultura e a da matemática vêm andando de mãos dadas nos últimos quatro milênios. Seria difícil separar causa e efeito – eu hesitaria em afirmar que inovação matemática provoca mudanças culturais, ou que necessidades culturais determinam a direção do progresso matemático. Mas ambas as afirmações contêm um grão de verdade, porque matemática e cultura coevoluem (Stewart, 2014, p. 21).

Dentre os inúmeros elementos matemáticos que contribuiriam para o desenvolvimento artístico, destacamos ainda a descoberta dos fractais, que estabelecem uma fascinante interseção entre a precisão Matemática e a complexidade visual, proporcionando insights sobre a natureza da forma e do padrão presente em nosso mundo. Sua presença é notável em campos tão diversos quanto

Matemática pura, ciência, Arte digital e até mesmo em conceitos abstratos como a teoria do caos, que está definida no capítulo seguinte.

A descoberta e popularização dos fractais na Matemática levaram a uma nova forma de expressão artística. A essência dos fractais e sua interação com a Matemática e a Arte revelam-se na definição dessas estruturas como objetos matemáticos e naturais que exibem irregularidades, asperezas ou fragmentações em todas as escalas. A característica notável dos fractais encontra-se na repetição de padrões quando são ampliados, conferindo-lhes uma estética geométrica abstrata e bela, permeada pela complexidade de padrões que se repetem de maneira contínua, Schuwartz, Rejane e Maltempi (2012).

A similaridade e a complexidade destacam-se como propriedades visuais fundamentais dos fractais, sendo que esta última está essencialmente ligada às inúmeras repetições envolvidas na construção dessas estruturas, Schuwartz, Rejane e Maltempi (2012). A exemplificação dessas propriedades é evidenciada no estudo de fractais específicos, como a Árvore Pitagórica, Triângulo de Sierpinski e Curva de Koch. Esses fractais não apenas representam manifestações matemáticas intrigantes, mas também se apresentam como valiosos recursos no ensino de conceitos matemáticos.

Figura 22 – Fractal árvore Pitagórica

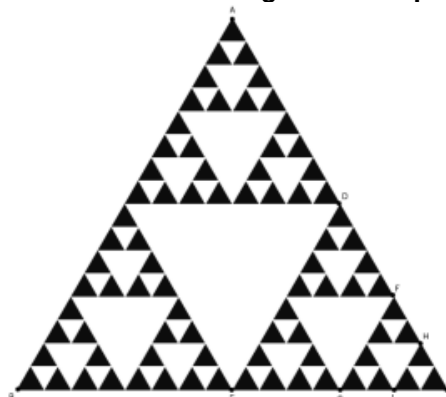


Fonte: Schuwartz, Rejane e Maltempi (2012).

A Matemática, proporciona uma estrutura lógica e ordem, emergindo como uma fonte essencial de inspiração para os artistas, dotando-os de ferramentas que transcendem o domínio científico. Conceitos fundamentais, como proporção, simetria e geometria, não apenas orientam a criação artística, mas também constituem a base sobre a qual se constrói o equilíbrio visual e a harmonia nas obras Contador (2011). Dessa forma, a Matemática se manifesta na exploração de padrões e repetições, a

partir de elementos fundamentais que permeiam ambas as disciplinas. A Arte, ao absorver esses princípios matemáticos, não apenas busca coesão estética, mas também tece um cenário visual intrigante.

Figura 23 – Fractal triângulo de Sierpinski



Fonte: Schuwartz, Rejane e Maltempi (2012).

Os desafios matemáticos, longe de serem meros obstáculos, surgem como estimulantes criativos. A resolução de problemas matemáticos não apenas aguça a mente, mas também desencadeia insights artísticos profundos. Artistas, frequentemente, encontram uma estética singular na superação de conceitos matemáticos desafiadores, como a elegância da divisão Áurea ou a representação visual de séries matemáticas, Contador (2011). Essa fusão não apenas resulta em obras que desafiam as especificações convencionais, mas também representa uma expressão autêntica da busca humana pela compreensão do mundo sob diversas perspectivas. Nessa interseção, a Matemática e a Arte convergem como meio e mensagem, revelando a riqueza que surge quando se explora a beleza da ordem Matemática sob uma nova luz artística.

Essa interação ocorre de maneira natural, com artistas encontrando inspiração na Matemática para explorar novas formas de expressão ou reinterpretar tradições artísticas. Da mesma forma, a Matemática é influenciada pela criatividade artística, fornecendo novos desafios e problemas a serem resolvidos. Essa interconexão continua a evoluir à medida que a sociedade avança, enriquecendo tanto a Matemática quanto a Arte.

A descoberta e popularização dos fractais trouxeram uma nova dimensão à expressão artística, conectando precisão Matemática e complexidade visual. A similaridade e complexidade dos fractais, exemplificados por estruturas como a Árvore Pitagórica e o Triângulo de Sierpinski, não apenas intrigam pela sua natureza

Matemática, mas também enriquecem o seu ensino Schuwartz, Rejane e Maltempo (2012). Ao examinar a relação entre Matemática e Arte, percebemos que os desafios matemáticos não são obstáculos, mas sim estímulos criativos. A resolução desses desafios não apenas aguça a mente, mas desencadeia insights artísticos profundos, levando a obras que desafiam convenções e representam uma expressão autêntica da busca humana pela compreensão do mundo. Assim, a Matemática e a Arte convergem como meio e mensagem, enriquecendo-se mutuamente à medida que evoluem e refletem as complexidades e a beleza contida na ordem Matemática sob uma nova luz artística.

5.2 Avanços Matemáticos que impulsionaram as inovações culturais e artísticas

Ao longo da história, os avanços matemáticos têm desempenhado um papel fundamental na evolução das civilizações, mediado não apenas pelo campo científico, mas também por diversos contextos da vida humana. Neste capítulo, exploramos a fascinante interseção entre a Matemática e as inovações culturais e artísticas, buscando entender como conceitos e teoremas matemáticos não apenas moldaram o entendimento do universo, mas também inspiraram expressões criativas que transcendem o conhecimento formal.

De Pitágoras a Euler e Fibonacci, cada avanço matemático foi um elo que impulsionou a criatividade e a expressão humana. Através da análise dessas influências, buscamos compreender como as descobertas matemáticas serviram como estímulo para revoluções culturais e artísticas, moldando a forma como percebemos o mundo e nos expressamos artisticamente. Dessa forma, ao revelar os elos entre elementos matemáticos e artísticos, pretendemos proporcionar uma visão elementar de como os avanços matemáticos não apenas expandiram as fronteiras do conhecimento, mas também inspiraram a criatividade humana, gerando inovações que se propagaram ao longo da humanidade. De acordo com Stewart (2014, p. 7), “A matemática tem uma história longa, gloriosa, mas de algum modo negligenciada, e a sua influência sobre o desenvolvimento da cultura humana tem sido imensa”.

Ao longo da história se reconhecem esforços de indivíduos e de todas as sociedades para encontrar explicações, formas de lidar e conviver com a realidade natural e sociocultural. Isto deu origem aos modos de comunicação e às línguas, às religiões e às artes, assim como às ciências e às

matemáticas, enfim a tudo o que chamamos conhecimento (D'Ambrósio, 1999, p. 107).

Dentre os inúmeros avanços matemáticos que impulsionam as inovações culturais e artísticas, destacamos a geometria euclidiana, principalmente com a obra "Elementos" de Euclides, que proporcionou um modelo de rigor lógico que inspirou pensadores em diversas disciplinas, a descoberta do cálculo diferencial e integral, que proporcionou ferramentas cruciais para a compreensão do mundo natural, e a teoria do caos, que desafia as noções tradicionais de ordem e previsibilidade.

O renomado geômetra grego Euclides de Alexandria, é mais conhecido por sua obra geométrica, "Os Elementos". Dentre os 10 textos escritos por ele, os cinco sobreviventes, abrangem a geometria em duas e três dimensões. Os outros trabalhos incluem "Divisão de figuras", "Os dados", "Os fenômenos", que trata sobre geometria esférica e "Óptica" que investiga a geometria da perspectiva. Sua abordagem é uma análise lógica das relações espaciais. Os teoremas, listando axiomas e suas consequências lógicas, são fundamentais em sua obra. Por exemplo, o Teorema de Pitágoras, que relaciona as propriedades dos lados e ângulos de um triângulo. Dessa forma, "Os Elementos" está dividido em treze livros, sequencialmente discutindo geometria plana e aspectos da geometria espacial. Uma parte dessa obra que se destaca é a prova da existência de cinco sólidos regulares, sendo eles, o tetraedro, o cubo, o octaedro, o dodecaedro e o icosaedro Stewart (2014).

A estrutura lógica de Euclides é notável, pois, ao contrário de seus predecessores, ele não considerava os axiomas auto evidentes, mas buscava torná-los óbvios, partindo de princípios simples para fornecer provas de teoremas geométricos cada vez mais sofisticados. A geometria Euclidiana desempenhou um papel fundamental na arquitetura clássica e no design. Os princípios de proporção e simetria resultantes da geometria euclidiana foram incorporados em edifícios e estruturas, influenciando a estética e a composição visual, por exemplo, o uso da proporção Áurea e formas geométricas regulares é uma manifestação direta dessa influência. Além disso, a geometria Euclidiana serviu como base para muitos desenvolvimentos posteriores na Matemática e na física. De acordo com Lyra (2008), seu impacto pode ser observado em áreas como a geometria analítica e a geometria não euclidiana, que desafiaram as ideias euclidianas tradicionais, inspirando movimentos artísticos que buscavam representar a perspectiva de maneira inovadora. Dessa forma a abordagem geométrica de Euclides superou os limites da Matemática,

integrando-se a áreas como a música e a astronomia. A harmonia das esferas, por exemplo, é uma ideia que conecta a geometria com a teoria musical, demonstrando como conceitos matemáticos podem influenciar e enriquecer diversas expressões culturais.

Segundo Stewart (2014), o cálculo, considerado um avanço significativo na história da Matemática, foi inventado por Isaac Newton e Gottfried Leibniz por volta de 1680. Embora Leibniz tenha publicado primeiro, Newton reivindicou prioridade, resultando em uma disputa que afetou as relações entre matemáticos britânicos e europeus por cerca de um século. Mesmo talvez não tendo merecido a prioridade nessa descoberta, Newton transformou o cálculo em uma técnica central na física e Matemática, chamando sua teoria de "O sistema do mundo". Antes de Newton, a compreensão humana da natureza, se baseava nas ideias de Galileu e Kepler. Após Newton, os padrões matemáticos passaram a governar uma variedade de fenômenos naturais.

O cálculo e a Matemática das taxas de variação instantâneas, possuem dois ramos principais: o cálculo diferencial, que calcula taxas de variação e tem aplicações geométricas, e o cálculo integral, que faz o oposto, especificando a grandeza em si. Newton e Leibniz desenvolveram essas ideias a partir de métodos para encontrar tangentes e calcular áreas e volumes, Stewart (2014). Dessa forma, a inspiração para o cálculo veio tanto da Matemática pura quanto da física, especialmente da percepção de que a natureza possui padrões que envolvem taxas de variação. Na Arte, isso influenciou representações mais realistas de movimento e dinâmica, como visto em obras que capturam a ação e a mudança.

A representação gráfica das funções, possibilitada pelo Cálculo, tornou-se uma ferramenta visual poderosa. Gráficos e diagramas permitiram uma compreensão intuitiva e visual de conceitos matemáticos complexos. Essa abordagem gráfica influenciou a estética e a expressão visual, contribuindo para movimentos artísticos que exploraram novas formas de representar a realidade. De acordo com Machado, *et al.* (2013), o cálculo criou uma ponte entre a ciência e a Arte, estimulando uma apreciação mais profunda da relação entre forma, movimento e mudança. A ideia de variação contínua e suave presente no Cálculo também teve impacto na música. Compositores, especialmente no período romântico, exploraram padrões melódicos e rítmicos de maneira mais fluida e dinâmica, em consonância com os conceitos matemáticos de continuidade e derivadas.

A teoria do caos, também conhecida como dinâmica não linear, ganhou destaque nas décadas de 70 e 80 e evoluiu de forma natural a partir de modelos tradicionais que utilizam cálculos. Antes da década de 1960, o termo "caos" significava desordem, mas descobertas científicas e matemáticas deram-lhe um novo significado, combinando aspectos de desordem com aspectos de forma. Segundo Stewart (2014), o determinismo, derivado das equações diferenciais determinísticas, sugeria que, conhecendo o estado inicial de um sistema, seu futuro seria singular e previsível. No entanto, a teoria do caos questionou esse determinismo. Henri Poincaré (1854 - 1912), ao estudar o problema dos três corpos na mecânica celeste, descobriu soluções tão complexas que não podiam ser expressas como fórmulas matemáticas. Essa complexidade é agora considerada um exemplo clássico de caos. Poincaré, embora não tenha resolvido completamente o problema apresentado, foi fundamental para a revolução na compreensão do universo e sua relação com a Matemática.

Mais tarde, na década de 1960, o matemático Stephen Smale (1930), abriu caminho para a teoria dos sistemas dinâmicos modernos, revelando comportamentos mais complexos do que se pensava anteriormente possível. O termo "caos" foi introduzido em 1975 por James Yorke e Tien-Yien Li, professores de Matemática da Universidade de Maryland College Park e Michigan State University, respectivamente, simplificando resultados anteriores. Além disso, o trabalho de Edward Lorenz (1917 - 2008), que, ao modelar a convecção atmosférica, descobriu o fenômeno conhecido como "efeito borboleta", onde pequenas diferenças nos valores iniciais podem levar a resultados completamente diferentes, destacando a sensibilidade do caos às condições iniciais, Stewart (2014).

A teoria do caos desafiou concepções tradicionais, incentivou a exploração da complexidade e contribuiu para a criação de obras que refletem a natureza de forma dinâmica e imprevisível. O conceito do "efeito borboleta" e a sensibilidade às condições iniciais foram explorados na literatura como metáforas para a interconectividade e as consequências imprevisíveis de pequenos eventos. Autores utilizaram essas ideias para criar um enredo e explorar temas como o caos na vida cotidiana Stewart (2014). Dessa forma, artistas foram inspirados pela representação gráfica de sistemas caóticos. Pinturas e esculturas muitas vezes incorporam padrões caóticos e formas complexas, refletindo a beleza encontrada no caos, influenciando também outros tipos de Arte como a música experimental, especialmente na

composição aleatória, onde compositores exploraram a ideia de sistemas caóticos na criação de obras musicais que capturam a imprevisibilidade e a complexidade

Cada um desses avanços proporcionou uma nova perspectiva e ferramentas para compreender o mundo, moldando as expressões criativas das sociedades em diferentes épocas. As inovações matemáticas não apenas forneceram ferramentas para entender o universo, mas também inspiram a criatividade em diversas disciplinas. Dessa maneira a Matemática transcende suas fronteiras disciplinares, enriquecendo a expressão cultural e artística ao longo dos séculos. Essa interação dinâmica, portanto, testemunha a capacidade única da mente humana de transformar abstrações teóricas em formas concretas de beleza e compreensão.

5.3 A diversidade cultural no ensino de Matemática

Propomos neste capítulo, uma reflexão sobre a interseção entre a disciplina de Matemática, a diversidade cultural da humanidade e a necessidade iminente de uma abordagem pedagógica mais inclusiva e enriquecedora. Essa proposta de incorporação do estudo da História da Matemática, tem como benefício analisar como teorias matemáticas foram concebidas e aprimoradas ao longo do tempo, incentivando o pensamento crítico, estimulando os alunos a questionar, refletir e compreender o raciocínio por trás das descobertas Matemáticas, promovendo uma compreensão mais profunda dos conceitos. Além disso, ao abordar a História da Matemática, é possível desmistificar a ideia de que a Matemática é uma disciplina exclusiva para poucos, onde o destaque da diversidade contribui para a superação de estereótipos negativos associados à Matemática.

É fundamental a incorporação de disciplinas humanísticas ao ensino de Matemática, pois a história da civilização, ocidental assim como de outras culturas, demonstra a importância da Matemática em diversas áreas. Ao observarmos a jornada da humanidade ao longo do tempo, fica evidente como diferentes sociedades utilizam uma Matemática de maneira variada para atender às necessidades de seus ambientes locais D'Ambrósio (1999). Essa variedade de estratégias matemáticas pode ser notada ao examinarmos diferentes civilizações, que buscavam compreender a natureza por meio dos números. Elas desenvolvem técnicas e sistemas matemáticos para atender às demandas de suas respectivas comunidades. Isso foi incluído desde a criação de símbolos numéricos que eram utilizados para facilitar o registro de

mercadorias e animais, até o acompanhamento dos ciclos da terra e da lua, que eram usados como medidas de tempo. Esses conhecimentos eram cruciais para determinar, por exemplo, os melhores momentos para plantar e colher alimentos. Torna-se, portanto, significativo integrar abordagens humanísticas ao ensino de Matemática, que tem como intuito enriquecer a compreensão dos alunos sobre a disciplina, mas também os conecta com a rica história cultural e científica que envolve o uso da Matemática em diferentes contextos ao longo dos séculos. Tendo em vista esse pensamento, D'Ambrósio (1999), destaca quatro pontos que justificam o por que estudar a história da Matemática em sala de aula, são eles:

- Fazer relação entre Matemática e Cultura de povos em diferentes épocas e origens na evolução da humanidade, ou seja, a Matemática não é uma entidade isolada, ela reflete e é moldada pelas culturas ao longo do tempo. Estudar a história da matemática permite entender como diferentes povos contribuíram para o desenvolvimento dessa disciplina, revelando como a Matemática é um componente essencial da Cultura humana.
- Destacar que a Matemática aprendida em sala de aula é uma forma dentre várias desenvolvidas pela humanidade. Assim podemos reconhecer a diversidade do pensamento matemático. Ao compreender as várias formas como diferentes culturas abordaram e utilizaram a Matemática, os estudantes ganham uma visão mais ampla e apreciativa da disciplina.
- Compreender que a Matemática que é conhecida hoje teve origem em culturas antigas do mediterrâneo e evoluiu ao longo da história adquirindo um estilo específico, pois conectar a matemática contemporânea às suas origens antigas fornece uma perspectiva histórica que enriquece a compreensão do seu desenvolvimento.
- Saber que a Matemática foi inserida ao sistema escolar, se tornando indispensável para a vida cotidiana do ser humano, principalmente por causa dos avanços tecnológicos e científicos. Essa justificativa destaca como a Matemática não é apenas uma disciplina acadêmica, mas uma ferramenta essencial para enfrentar os desafios e aproveitar as oportunidades na vida moderna.

Embora alguns defendam o caráter introdutório da Matemática, onde cada conteúdo é um pré-requisito para o próximo, os estudos teóricos atuais não compartilham dessa perspectiva, pelo contrário, pois o aprendizado precisa de variedade de conhecimentos e experiências, uma vez que essa variedade vai criar

possibilidades de organizar ideias, valores e crenças para construir um novo conhecimento mais efetivo.

Ainda de acordo com D'Ambrósio (1999), é interessante que a Matemática seja apresentada de forma que vá além das fórmulas, números e formas geométricas perfeitas que geralmente são estudadas nas escolas, é preciso destacar a presença da Matemática no cotidiano e em diferentes culturas, por exemplo nas manifestações artísticas de diferentes culturas, ou até mesmo nas formas de medida de uma feira livre como, maço, punhado, bacia, etc. A transmissão do conhecimento matemático necessita de uma aprofundamento que se dá através do conhecimento histórico da origem e da evolução Matemática, pois o objetivo da história da Matemática é justamente analisar como se deu o pensamento matemático no decorrer da evolução da humanidade e quais as principais motivações para que esse conhecimento fosse desenvolvido e propagado durante o decorrer do tempo.

O entendimento de Matemática é muitas vezes associado a dons divinos e por consequência tem-se um ensino baseado na repetição e sem questionamentos, o que traz como resultado a formação de cidadãos passivos. Entende-se então que o ensino de Matemática necessita despertar em quem a estuda, uma determinada curiosidade e criatividade, a fim de dar acesso a esse conhecimento a qualquer indivíduo e não apenas para indivíduos que carregam consigo esse tal dom divino para a Matemática, que tem por consequência, a formação de alunos como instrumento de interesse. Segundo D'Ambrósio (1999), é injusto culpar professores ou alunos pelo mal desempenho escolar em Matemática, pois o problema do ensino da Matemática está no currículo, que em sua maioria é trabalhado de forma tradicional a partir de memorização de fórmulas e manipulação de números, e que por ser um modelo de ensino ultrapassado, tem por consequência a exclusão de alunos que possuem o pleno potencial de aprendizado.

Segundo Arruda, Fernandes e Esteves, (2018), o desafio no campo educacional está na configuração de um ensino diversificado que leva em consideração a diversidade de estilos e ritmos de aprendizagem de cada aluno. A teoria das Inteligências Múltiplas, proposta por Gardner, destaca a necessidade de adaptar o processo de ensino às características individuais, reforçando a ideia de que não existe uma abordagem única que atenda a todos, mas sim uma expressão que respeite as diferentes formas de aprender.

Em relação a Arte, a relevância da educação artística na melhoria do desempenho acadêmico, ressalta sua capacidade de engajar indivíduos em contextos vulneráveis. Sua pesquisa indica que o estudo da Arte proporciona benefícios tanto cognitivos quanto afetivos, desviando o enfoque exclusivo na lógica e incentivando o comprometimento e a expressão, Ribugent (2017). Porém, apesar de alunos imersos na educação artística em ambientes desfavorecidos apresentarem melhorias acadêmicas, é essencial ressaltar que as correlações indicadas não estabelecem uma relação causal definitiva sobrando espaço para pesquisas adicionais a fim de aprofundar a compreensão sobre como a educação artística contribui para o desenvolvimento de habilidades que aprimoram o processo de aprendizagem.

A interligação entre Matemática e Arte revela-se como um elemento crucial para a compreensão da realidade. Conceitos matemáticos como simetria, proporção, perspectiva e outros princípios matemáticos são incorporados a expressões artísticas, resultando em obras de Arte precisamente harmoniosas. A presença da proporção Áurea, tanto na natureza quanto nas obras artísticas impulsiona esse resultado. No âmbito do processo criativo artístico, a criatividade surge como uma ferramenta valiosa para estabelecer uma conexão significativa entre a Matemática e o pensamento criativo, simultaneamente estimulando o processo de aprendizagem. De acordo com Arruda, Fernandes e Esteves, (2018), artistas visionários, como Pollock (1912-1956) e Kandinsky (1866-1944), ilustram de maneira significativa como conceitos matemáticos podem ser expressos por meio da Arte. Estes artistas ultrapassaram os limites do conhecimento de suas épocas para conceber ideias inovadoras. Mesmo diante da existência prévia de fractais e teorias dos grafos, esses artistas foram pioneiros ao perceber e "descobrir" fenômenos do mundo real antes mesmo da ciência. A Matemática e a Arte, assim, são encaradas não apenas como disciplinas distintas, mas como ferramentas complementares, fornecendo meios distintos para visualizar e expressar a complexidade da realidade.

Ao traçarmos a jornada da humanidade ao longo do tempo, torna-se claro como diferentes sociedades empregaram a Matemática de maneiras diversas para atender às demandas de seus ambientes locais e, portanto, a diversidade de estratégias matemáticas impostas reflete-se na história cultural e científica, conectando-se diretamente ao ensino atual de Matemática. Dessa forma, a integração de abordagens humanísticas não visa apenas enriquecer a compreensão dos alunos sobre a disciplina, mas também contextualizá-los na vasta história cultural e científica

relacionada ao uso da Matemática ao longo dos séculos. Dessa forma, a transmissão do conhecimento matemático exige um aprofundamento na história e evolução da disciplina, destacando como o entendimento da Matemática independe de dons divinos, questionando práticas tradicionais e estimulando a curiosidade e criatividade dos estudantes. Portanto, ao abordar a diversidade cultural no ensino de Matemática, buscamos não apenas enriquecer a compreensão dos alunos sobre a disciplina, mas também inspirar uma abordagem mais crítica e contextualizada, promovendo um ambiente educacional que estimule a curiosidade e a criatividade, ao invés de perpetuar padrões obsoletos e exclusivos.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho tem como objetivo explorar a relação simbiótica entre Matemática, Arte e Cultura, com destaque nas diversas manifestações artísticas ao longo da história e em diferentes civilizações. Dessa forma, buscamos traçar as conexões e influências mútuas que moldaram a Matemática e a expressão artística ao longo das épocas. A pesquisa revelou de maneira clara a conexão entre Matemática, Arte e Cultura desde a antiguidade, a partir do uso de elementos-chave, como simetria, harmonia, perspectiva, proporção e, em especial, a Proporção Áurea, que surge como uma peça central nessa interconexão. Contudo, é importante ressaltar que este trabalho não esgota as possibilidades de investigação nessa relação fascinante. Esta conexão oferece possibilidades para explorações futuras, tanto na ampliação das análises de obras existentes quanto na descoberta de novas expressões artísticas inspiradas na Matemática. A relação entre Arte, Cultura e Matemática continua a ser um campo abundante para pesquisas mais aprofundadas, oferecendo oportunidades para revelar conexões inexploradas e promover uma compreensão mais abrangente das relações entre esses domínios.

Ao delimitar nosso objetivo, contemplando apenas algumas civilizações, épocas e tipos de expressão artística, reconhecemos a vastidão do campo que conecta Cultura, Arte e Matemática. Esta escolha permite uma investigação mais direcionada, oferecendo uma visão mais clara das interações dinâmicas entre esses domínios. Entendemos que cada Cultura contribuiu de maneira única para a tapeçaria da Matemática, refletindo não apenas conquistas numéricas, mas também a interseção de ideias artísticas e científicas.

Entendemos que o objetivo desta pesquisa foi alcançado, mostrando que o avanço da Matemática não só enriqueceu a estética e a expressão artística, mas também desafiou conceitos tradicionais, inspirando a exploração da complexidade visual e conceitual. Além disso, essa interligação torna-se fundamental no desenvolvimento educacional, desmistificando a Matemática e destacando sua diversidade cultural, fornecendo uma visão mais abrangente e inspiradora para ambos os campos.

Reconhecemos que a Matemática está diretamente entrelaçada à natureza humana, surgindo da necessidade e da curiosidade inerentes ao pensamento humano. Essa interseção torna-se, portanto, testemunho da capacidade humana de

unir disciplinas aparentemente divergentes para criar algo novo, belo e significativo, evidenciando a beleza e a profundidade que surgem quando a mente humana busca compreender e expressar o mundo ao seu redor.

REFERÊNCIAS

- ABDOUNUR, Oscar. João. **Matemática e Música**: pensamento analógico na construção de significados. São Paulo: Escrituras Editora, 2006.
- ARRUDA, Denise De; FERNANDES, Maria Neyrian De Fátima; ESTEVES, Rafael Braga. **DESENHANDO A MATEMÁTICA COM ARTE**: o ensino interdisciplinar e a atuação docente. Rio de Janeiro: Revista tecnologia educacional, 2018.
- BATTISTONI FILHO, Duílio. **Pequena história da arte**. 19. ed. Campinas, SP: Papirus, 2012.
- BOYER, Carl B. **História da Matemática**. Tradução: Gomide Elza F. 2. ed. São Paulo: Blucher, 1996.
- CONTADOR, Paulo Roberto Martins. **A matemática na arte e na vida**. 2. ed. São Paulo: Livraria da Física, 2011.
- D'AMBROSIO, UBIRATAN. **A HISTÓRIA DA MATEMÁTICA**: Questões historiográficas e políticas e reflexos na educação matemática. 2. ed. São Paulo: UNESP, 1999. 97-115. p.
- EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. 5. ed. Campinas, SP: Editora da Unicamp, 2011.
- GRIZ, Cristiana; CARVALHO, Gisele de; PEIXOTO, Angélica. **DESENHO DE PERSPECTIVA E HISTÓRIA DA ARQUITETURA**: em busca de uma interdisciplinaridade. Curitiba: UFPE - Universidade Federal de Pernambuco, 2007.
- IMBROISI, Margaret; MARTINS, Simone. **A Última Ceia, Salvador Dalí. História das Artes**, 2023. Disponível em: <<https://www.historiadasartes.com/sala-dos-professores/a-ultima-ceia-salvador-dali/>>. Acesso em 17 nov. 2023.
- JAEGER, Werner Wilhelm. **Paidéia**: a formação do homem grego. 5. ed. São Paulo: WMF Martins Fontes, 2010.
- LYRA, Wilton Luiz Duque. **Intercomunicação entre matemática-ciência-arte**: um estudo sobre as implicações das geometrias na produção artísticas desde o gótico até o surrealismo. Biblioteca Digital de Teses e Dissertações da USP, 2008. Disponível em: <https://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/27/27154/tde-15072009-234402/publico/5062990.pdf>. Acesso em: 19 dez. 2023.
- MACHADO, Rosilene Beatriz; WAGNER, Débora Regina; FLORES, Cláudia Regina; SCHUCK, Cássia Aline. **Aporética do Infinito**: [des]caminhos na matemática e na pintura. 1. ed. Alexandria- RN: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, 2013. 283-317 p. v. 6.
- MEDEIROS, Adriana Clementino. **O IDEAL DE BELEZA NA ESCULTURA GREGA**: reflexões sobre as acepções formais construídas pela sociedade grega. Principia, [S. l.], n. 23, p. 89–102, 2011. Disponível em: <https://www.e-publicacoes.uerj.br/principia/article/view/6283>. Acesso em: 19 nov. 2023

MOL, Rogério Santos. **Introdução à história da matemática**. Belo Horizonte: CAED-UFMG, 2013. 34 p.

MONTENEGRO, Gildo A. **A perspectiva dos profissionais**: sombras, insolação, axonometria. 2. ed. São Paulo: Blucher, 2010.

NUNES, Ricardo Ferreira. **Vitreorum Ministerium**: o didatismo dos vitrais medievais, história e linguagem visual - os vitrais da Yorkminster. 2012. Tese (Doutorado em Semiótica e Linguística Geral) - Faculdade de Filosofia, Letras e Ciências Humanas, University of São Paulo, São Paulo, 2012. doi:10.11606/T.8.2012.tde-13122012-102204. Acesso em: 17 nov. 2023.


RIBEIRO JR., Wilson A. **Euclides / Elementos**. Portal Graecia Antiqua, São Carlos. 2003. Disponível em: greciantiga.org/arquivo.asp?num=0503. Data da consulta: 09 dez. 2023.

RIBUGENT, Gemma Carbó. **Artes e Educação Cultural**: uma Avaliação de Impacto. In: ALMEIDA, Célia, (org.). *Diálogos com arte*. 1 ed. Portugal: Lusófona Tamarind, 2017. cap. 9, 126 a 139.

ROQUE, Tatiana. **História da Matemática**: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Schwarcz- Companhia das Letras, 2012. p 409. Disponível em: <https://books.google.com.br/books>. Acesso em: 01 dez. 2023.

SCHUWARTZ, Faria; REJANE Waiandt; MALTEMPI Marcus Vinicius. **Padrões Fractais**: conectando Matemática e Arte. *EccoS Revista Científica*. 2012, (27), 33-53. Data de Consulta: 20 de dezembro de 2023. Versão impressa ISSN: 1517-1949. Disponível em: <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=71523347003>

STEWART, Ian. **Em busca do infinito**: uma história da matemática dos primeiros números à teoria do caos. Rio de Janeiro: Zahar, 2014.

	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
	Campus Cajazeiras - Código INEP: 25008978
	Rua José Antônio da Silva, 300, Jardim Oásis, CEP 58.900-000, Cajazeiras (PB)
	CNPJ: 10.783.898/0005-07 - Telefone: (83) 3532-4100

Documento Digitalizado Ostensivo (Público)

Entrega de TCC

Assunto:	Entrega de TCC
Assinado por:	Natalia Jonas
Tipo do Documento:	Dissertação
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Ostensivo (Público)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- **Natália Jonas Nobrega, ALUNO (201712020015) DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - CAJAZEIRAS**, em 05/03/2024 14:27:42.

Este documento foi armazenado no SUAP em 05/03/2024. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 1103690

Código de Autenticação: a1e3d1b5af

