



**INSTITUTO
FEDERAL**
Paraíba

Campus
Cajazeiras

**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CAMPUS CAJAZEIRAS
CURSO DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA**

JOYCE PEREIRA DE SOUZA

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA ATIVA: PRODUÇÃO DE
SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO MÉDIO**

CAJAZEIRAS-PB

2025

JOYCE PEREIRA DE SOUZA

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA ATIVA: PRODUÇÃO DE
SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. William de Souza Santos.

CAJAZEIRAS-PB

2025

JOYCE PEREIRA DE SOUZA

**MODELAGEM MATEMÁTICA COMO METODOLOGIA ATIVA: PRODUÇÃO DE
SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS PARA O ENSINO MÉDIO**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Curso de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal da Paraíba, como requisito parcial à obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Data de aprovação: 25/02/2025

Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente
 **WILLIAM DE SOUZA SANTOS**
Data: 12/03/2025 13:08:01-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. William de Souza Santos
Instituto Federal da Paraíba – IFPB

Documento assinado digitalmente
 **LEILYANNE SILVA DE MORAIS**
Data: 12/03/2025 13:55:45-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof(a). M(a). Leilyanne Silva de Morais
Instituto Federal da Paraíba – IFPB

Documento assinado digitalmente
 **KISSIA CARVALHO**
Data: 12/03/2025 22:39:22-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof(a). M(a).Kissia Carvalho
Instituto Federal da Paraíba – IFPB/CG

IFPB / Campus Cajazeiras
Coordenação de Biblioteca
Biblioteca Prof. Ribamar da Silva
Catalogação na fonte: Cícero Luciano Félix CRB-15/750

S729m Souza, Joyce Pereira de.

Modelagem matemática como metodologia ativa : produção de sequências didáticas para o ensino médio / Joyce Pereira de Souza. – Cajazeiras, 2025.

62f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Licenciatura em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Cajazeiras, 2025.

Orientador(a): Prof. Dr. William de Souza Santos.

1. Ensino de matemática. 2. Metodologias ativas. 3. Modelagem matemática. 4. Sequência didática. I. Instituto Federal da Paraíba. II. Título.

IFPB/CZ

CDU: 51:37(043.2)

Dedico este trabalho aos meus pais, minha base, cujas mãos calejadas e corações generosos me inspiram e mostram que cada esforço conta e soma aos nossos sonhos.

AGRADECIMENTOS

A Deus que me sustentou e garantiu o discernimento para chegar até o fim do curso e também a concluir este trabalho, reinando sobre minhas inteligências pela simplicidade de minha fé. Mantendo-me com saúde e força quando nem mesmo sentia que seria realizável, sem Sua luz, chegar até aqui não teria sido possível.

À Virgem Maria, por Sua proteção e cuidados maternos em todos os momentos, levando meus pedidos a Seu Filho.

Aos meus papaiinhos, Maria Janiclêde de Souza, Jane, e Zildevandio Pontes Pereira, Vando, pelo amor incondicional, apoio e incentivo em cada etapa da minha formação. Desde o começo do curso e principalmente agora no finalzinho, pela organização para que eu pudesse focar neste objetivo. Suas palavras de encorajamento foram fundamentais para que eu seguisse em frente.

Ao meu orientador, Professor Doutor William de Souza Santos, por sua paciência, dedicação e valiosas contribuições. Desde que o conheci vem sendo importante para eu chegar até aqui, seja com várias palavras encorajadoras – mas bem realistas – compartilhando conhecimentos, discussões e apoios diários, que foram imprescindíveis para a construção deste trabalho e da profissional que serei.

A todos os meus professores do curso, que ainda estão ou não no IFPB Cajazeiras, por compartilharem seus conhecimentos e despertarem em mim o desejo de aprender sempre mais. Vocês são prova viva de que ensinar vale à pena, cada aula foi um passo importante na minha formação acadêmica e profissional. Em especial agradeço a minha banca; à Professora Mestra Kíssia Carvalho, que despertou em mim a busca pela pesquisa, com companheirismo e dedicação ímpar aos seus alunos e ao que se propõem a fazer, tornou-se um exemplo a ser seguido; à Professora Mestra Leilyanne Silva de Moraes, mesmo com poucas trocas, deu-me a honra tê-la na minha banca, sendo inspiração para muitos com sua criatividade e dedicação.

À minha família, minha irmã, meus primos e meus amigos, que estiveram ao meu lado em cada etapa dessa jornada, os momentos de partilhas, seja com um conselho, um abraço, uma palavra de conforto ou simplesmente estando presentes, vocês foram fundamentais para que eu tivesse forças para continuar.

Aos meus amigos e colegas de curso, nossos momentos de estudo, apoio e descontração tornaram esse percurso muito mais leve e significativo, compartilhamos desafios, conquistas, noites em claro, risadas e aprendizados que levarei para toda a vida. A parceria e o incentivo de cada um de vocês fizeram toda a diferença, tornando essa caminhada mais rica e especial. Vocês foram incríveis e essenciais para mim, e sou imensamente grata por tê-los ao meu lado.

A realização deste trabalho foi uma jornada desafiadora, repleta de aprendizados e superações. Por isso, expresso minha profunda gratidão a todos que, de alguma forma, direta ou indiretamente, contribuíram para a realização, seja com palavras, gestos, ou atendendo meus pedidos de orações, meu mais sincero agradecimento.

O principal objetivo da educação é criar pessoas capazes de fazer coisas novas e não simplesmente repetir o que outras gerações fizeram.

Jean Piaget

RESUMO

O ensino atual demanda metodologias inovadoras que correspondam às necessidades de uma geração para superar o ensino mecanizado, principalmente na Matemática. A Modelagem Matemática (MM) surge como uma metodologia ativa que incentiva o estudante a resolver e compreender um problema baseado na realidade, através da tradução em um modelo matemático, mas, às vezes os professores não estão preparados para trabalhar com essa abordagem. A partir disso, surge a indagação: Como criar sequências didáticas que utilizem a MM como metodologia ativa? Com isso, o presente trabalho trata-se de uma pesquisa exploratória de abordagem qualitativa, na qual utilizou um levantamento bibliográfico que tem como objetivo propor sequências didáticas que utilizem o viés da MM como metodologia ativa no intuito de contribuir para a melhoria do ensino aprendizagem da Matemática. Como resultado são apresentadas três sequências didáticas contextualizadas em situações significativas para estudantes – conectadas ao mundo digital, disponibilidade de emprego e questões ambientais – do ensino médio, baseadas nas etapas de Burak (2004 apud Brumano 2014): escolha do tema; direcionamento da pesquisa; levantamento do problema; possível modelagem, resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático; e análise crítica das soluções, discutindo como cada etapa deve ser organizada. Como conclusão tem-se que, para tornar o ensino da Matemática mais significativo e conectado à realidade dos alunos, é importante utilizar das metodologias ativas, superando as limitações que são centradas na memorização, promovendo o desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia dos estudantes. Acredita-se que estudos como este servem para orientar práticas pedagógicas, aprimorando técnicas dos docentes, qualificando o ensino através da integração interdisciplinar, sendo base para pesquisas futuras.

Palavras-chave: Modelagem Matemática; Metodologias ativas; Ensino de Matemática; Sequências didáticas.

ABSTRACT

Contemporary education demands innovative methodologies that align with the needs of a generation seeking to transcend mechanized teaching practices, particularly in Mathematics. Mathematical Modeling (MM) emerges as an active methodology that encourages students to solve and comprehend real-world problems by translating them into mathematical models. However, educators are often inadequately prepared to implement this approach. This raises the question: How can instructional sequences be designed to incorporate MM as an active methodology? This study conducts an exploratory, qualitative research investigation, employing a literature review with the aim of proposing instructional sequences that utilize MM as an active methodology to enhance the teaching and learning of Mathematics. As a result, three contextualized instructional sequences are presented, addressing topics significant to high school students—such as digital world connections, employment opportunities, and environmental issues. These sequences are structured according to the stages outlined by Burak (2004, as cited in Brumano, 2014): topic selection, research direction, problem identification, potential modeling, problem resolution and mathematical content development, and critical analysis of solutions. The study discusses how each stage should be organized. In conclusion, to make Mathematics education more meaningful and relevant to students' realities, it is essential to employ active methodologies that move beyond rote memorization, fostering critical thinking and student autonomy. Studies like this are believed to guide pedagogical practices, refine teaching techniques, and enhance education through interdisciplinary integration, serving as a foundation for future research.

Keywords: Mathematical Modeling; Active Methodologies; Mathematics Education; Instructional Sequences.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Etapas metodológicas	22
Figura 2 – Parte inicial da reportagem “Impacto das <i>bets</i> na educação superior”.....	33
Figura 3 – Parte inicial da reportagem “Brasileiros estão abrindo mão da graduação para gastar com <i>Bets</i> e jogo do tigrinho, diz pesquisa”	34
Figura 4 - Percentual de potenciais estudantes que utilizam sua renda para apostas online.....	36
Figura 5 – Parte inicial da reportagem “Paraíba tem 2.714 vagas de emprego oferecidas pelo Sines de 23 a 27 de dezembro”	40
Figura 6 – Parte inicial da reportagem “Queda na vazão do Rio São Francisco chega a 60% e preocupa os cientistas”	50
Figura 7 – Área do Rio São Francisco	52
Figura 8 – Vazão do Rio São Francisco, chuva e temperatura de 1991-2020	53
Figura 9 – Construção do gráfico (c) de chuva pelo GeoGebra	55

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Percentual de potenciais estudantes que utilizam sua renda para apostas online.....	36
Tabela 2 – Quantidade de vagas de emprego ofertadas	42
Tabela 3 – Probabilidade aproximada de emprego por cidade ao considerar os dados da reportagem.....	43
Tabela 4 – Precipitação e temperatura do Rio São Francisco de 1992-2020	55

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Tarefas no processo de modelagem matemática.....	26
---	----

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Gráfico da função do percentual de desistência no modelo projetado....	38
Gráfico 2 - Probabilidade aproximada de emprego por cidade ao considerar os dados da reportagem	44
Gráfico 3 – Distribuição de vagas de emprego ofertadas pela SINE – PB segundo G1	47
Gráfico 4 – Gráfico de dispersão da temperatura pela precipitação.....	56

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	17
1.1 Problemática	18
1.2 Objetivos	19
1.2.1 Objetivo Geral	19
1.2.1.1 Objetivos Específicos	20
1.3 Justificativa	20
1.4 Aspectos Metodológicos	20
2 FUNDAMENTAÇÃO	23
2.1 Metodologias Ativas	23
2.1.1 Aprendizagem Baseada em Problemas	24
2.2 Modelagem Matemática	26
2.3 Metodologias Ativas, Aprendizagem Baseada em Problemas e a Modelagem Matemática.....	28
3 DISCUSSÃO E RESULTADOS	31
3.1 Funções e as <i>Bets</i>	32
3.1.1 Direcionamento da Pesquisa.....	33
3.1.2 Levantamento do Problema	35
3.1.3 Possível modelagem, resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático	35
3.1.4 Análise crítica das soluções	39
3.2 Probabilidade e estatística e disponibilidade de emprego	39
3.2.1 Direcionamento da pesquisa	40
3.2.2 Levantamento do problema.....	41
3.2.3 Possível modelagem, resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático	42
3.2.4 Análise crítica das soluções	48
3.3 Variações lineares e o Rio São Francisco	48
3.3.1 Direcionamento da pesquisa	50
3.3.2 Levantamento do problema.....	51
3.3.3 Possível modelagem, resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático	51

3.3.4 Análise crítica das soluções	56
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS	58
REFERÊNCIAS.....	60

1 INTRODUÇÃO

Em diferentes contextos do âmbito acadêmico para discentes do curso de licenciatura em matemática são apresentadas tendências educacionais, metodologias, formas de orientação, de estudos e pesquisas que munem as atuais teorias. Disto, a matemática vem se esculpindo para tornar o ensino mais acessível e eficiente ao alunado, seja para os níveis básicos ou para a formação de professores.

A Educação Matemática é um campo de atuação que busca desenvolver alternativas e soluções para o aperfeiçoamento do ensino da matemática, baseada em referenciais teóricos consideráveis e reconhecidos, transformando as práticas pedagógica tradicionais em formas de ensino mais dinâmicas, alinhadas às necessidades da atualidade. Segundo Santos e Lins (2016), a Educação Matemática se preocupa com o ensino-aprendizagem e em reconhecer a individualidade, o valor e as especificidades da matemática, correlacionando as práticas educativas e os fatores que as delimitam de forma direta ou indireta.

Os alunos tendem a desenvolver a aprendizagem da matemática através de práticas significativas, seja nas atividades que propõem a resolução de problemas reais, as atividades que envolvam aplicações de conceitos matemáticos em contextos cotidianos e também na participação em tarefas colaborativas. Neste sentido, em conformidade com a definição de Educação Matemática, podem-se destacar as Tendências em Educação Matemática, as quais orientam a fluidez metodológica – de acordo com Brockvel e Munhoz (2023, p.1), são elas: “Educação Matemática Crítica, Etnomatemática, Modelagem Matemática, Resolução de Problemas, História da Matemática, Jogos no Ensino de Matemática, Educação Inclusiva, Novas Tecnologias no Ensino de Matemática; Educação Ambiental e Educação Matemática”.

Experiências prazerosas encaminham-se para formalização e confirmação do aprendizado, sem desmotivar-se, e essas abordagens metodológicas ajudam na criação de um ambiente que se envolva ativamente e entenda o conteúdo, “desse modo, o indivíduo pode participar diretamente na concepção do seu próprio conhecimento”, conectando a informação ao panorama cultural e social (Santos; Matos e Sant’ana, 2021, p. 6).

Na tentativa de estudar problemas reais e formalizar situações-problemas em argumentos matemáticos, enuncia-se a Modelagem Matemática. Essa metodologia se revela eficaz para conectar a teoria matemática às práticas aplicadas, facilitando o desenvolvimento de competências para resolução de problemas cotidianos de maneira crítica.

A Modelagem Matemática, para Barbosa (2004, p. 75) é “um ambiente de aprendizagem no qual os alunos são convidados a problematizar e investigar, por meio da matemática, situações com referência na realidade”, ou seja, consiste em um processo de interpretação e análise de situações do mundo real por meio de ferramentas matemáticas. E em sala de aula, essa abordagem facilita o trabalho com temas interdisciplinares, como por exemplo questões ambientais, sociais e econômicas, permitindo aos discentes desenvolver competências matemáticas, mas também enriquecer sua capacidade crítica e reflexiva.

Neste sentido, em que os estudantes são o centro do processo de ensino-aprendizagem e participam na construção de seu próprio conhecimento, a Modelagem Matemática, que incentiva o desenvolvimento do pensamento crítico, contribui para a organização das soluções criadas, mesmo em questões complexas e mal definidas. Essa abordagem está em sintonia com a finalidade e propósito das metodologias ativas, como afirmam Dias e Chaga (2017, p. 38-39), que é desenvolver, em equipe, a “autonomia do aprendiz, [...] a habilidade de identificar, descrever e solucionar problemas que ocorrem no dia a dia [...], propondo soluções práticas”.

1.1 Problemática

O ensino de Matemática, muitas das vezes, é desconectado de situações reais, que dificulta a compreensão para a aplicação dos conceitos envolvidos em metodologias tradicionais de ensino, Amaral (2017) afirma que os modelos de ensino tradicionais não atendem às demandas de formação, como por exemplo: promover a aprendizagem de forma significativa e contextualizada para auxiliar em competências específicas a vida profissional e pessoal. Essa desconexão também gera para os discentes o impedimento de enxergarem a relevância da matemática para o seu cotidiano, o que pode ser relativo à abordagem focada na memorização e repetição

de exercícios, por mais que tenha sido modificado, Sartori e Duarte (2021), apontam que é insistido em um ensino fundamentado na repetição, que limita o desenvolvimento do pensamento crítico e criativo.

Além disso, muitos professores não têm acesso a formações continuadas sobre metodologias ativas de forma adequada, onde dificulta a implementação destas tendências no cotidiano escolar, tal como Darub e Silva (2020, p. 11) declaram “as dificuldades podem ser ampliadas com a ausência de formação continuada em metodologias ativas”. Isso implica na falta personalização das aulas, para atender às necessidades dos discentes, bem como em lacunas no conhecimento matemático.

Embora alguns os professores de matemática frequentemente dominem, ou pelo menos tenham noção básicas do conceito de Modelagem Matemática, muitos enfrentam desafios ao tentar aplicar essas noções na prática, o que pode dificultar o desenvolvimento de competências cruciais dos seus alunos, resultando em despreparo em como usar a matemática a partir das demandas do mundo contemporâneo. Outro fator a ser considerado é a falta de materiais didáticos variados que possam tornar o ensino de matemática mais envolvente, criando experiências de aprendizagem significativa.

Diante desse cenário, a questão norteadora que orienta este trabalho é: Como criar sequências didáticas que utilizem a modelagem matemática como metodologia ativa?

1.2 Objetivos

1.2.1 Objetivo Geral

Propor sequências didáticas que utilizem o viés da modelagem matemática como metodologia ativa no intuito de contribuir para a melhoria do ensino aprendizagem da matemática.

1.2.1.1 Objetivos Específicos

- Analisar como as metodologias ativas podem contribuir para o ensino e aprendizagem da matemática;
- Estabelecer relações entre a modelagem matemática e as metodologias ativas;
- Identificar quais aspectos devem ser considerados na elaboração de sequências didáticas que promovam a aplicação da modelagem matemática em sala de aula.

1.3 Justificativa

Diante da problemática, surge a ideia de propor sequências didáticas que não apenas esclareçam a teoria, mas também enfatizem a aplicação prática, as quais foram projetadas para promover a independência e a proatividade dos alunos, incentivando-os a pesquisar, questionar e pensar, para assim resolver tais problemas, de maneira autônoma e criativa, de modo que seja valoroso para toda sociedade que compõem a situação. Visto que, durante a carreira acadêmica, seja em estágios ou programas de iniciação à docência, os discentes de licenciatura de matemática pouco observam práticas docentes eventuais que utilizam a Modelagem Matemática como uma metodologia ativa.

Ao integrar práticas de ensino que conectem a teoria à prática, pode-se assegurar uma capacitação aos professores para também utilizar desta metodologia, na tentativa de tornar a matemática mais envolvente e acessível.

1.4 Aspectos Metodológicos

A partir de uma análise crítica dos caminhos percorridos no processo de construção deste trabalho, ele é caracterizado por possuir uma abordagem qualitativa, que, segundo Severino (2013) se refere mais aos princípios epistemológicos, ou seja, engloba teorias que se destinam a entender a essência do conhecimento e o relacionamento com o processo educacional. Essa abordagem permite a

compreensão e contextualização dos procedimentos de aprendizagem, na proposta de significar as situações apresentadas, adaptando as sequências didáticas aos alunos.

Quanto aos objetivos, é uma pesquisa exploratória, que “tem como principal finalidade desenvolver, esclarecer e modificar conceitos e ideias, tendo em vista a formulação de problemas mais precisos ou hipóteses pesquisáveis para estudos posteriores” (Gil, 2008, p. 27). Nesse caso, é considerada exploratória, porque busca entender o papel das metodologias ativas e as abordagens de ensino, como a Modelagem Matemática, e como podem transformar o processo de ensino, examinando as interações entre os dois conceitos, por exemplo, de como a Modelagem Matemática pode ser uma metodologia ativa.

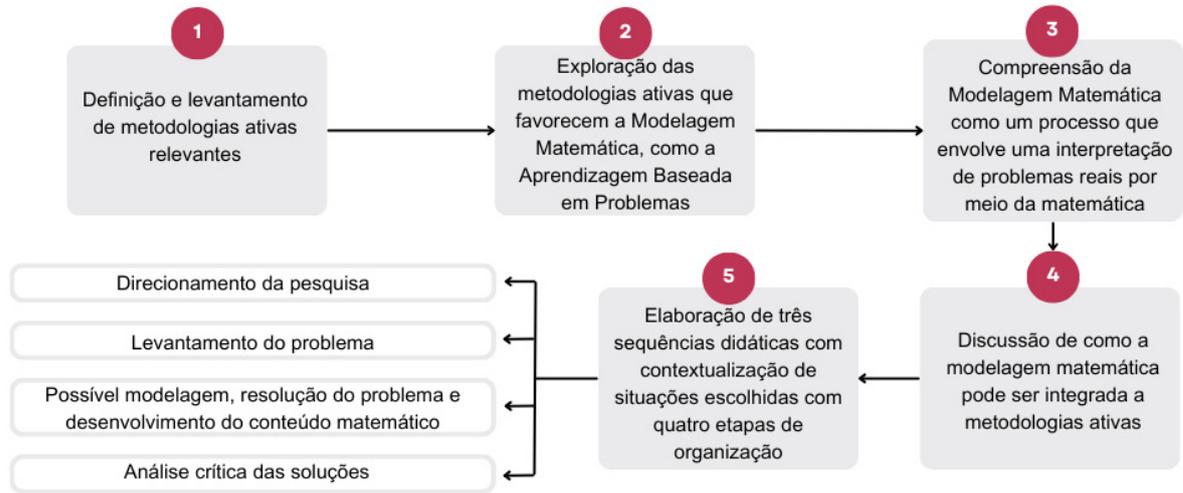
Quanto aos procedimentos, a técnica utilizada foi o levantamento bibliográfico que segundo Gil (2008, p. 50) “é desenvolvida a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos científicos”, pois permite acessar quais metodologias podem ser eficazes para a aprendizagem dos alunos no ensino de matemática, fornecendo a oportunidade de analisar obras científicas que retratem do conteúdo deste trabalho, sendo assim, propiciando a base teórica para produzir as sequências didáticas que utilizam a Modelagem Matemática como metodologia ativa para o ensino médio.

Para organizar as aulas, de forma sistemática, as sequências didáticas exercem um papel importante, oferecendo uma estrutura planejada para organizar o processo de ensino-aprendizagem, conectando conteúdos e estratégias pedagógicas, guiando os professores para a aplicação prática do que fora idealizado. Como confirma Kobashigawa *et al.* (2007 *apud* Cabral, 2017), a sequência didática¹ não se limita a um único plano de aula e permite a utilização de diversas estratégias, com atividades realizadas de forma escalonada, com o objetivo de ajudar os discentes a compreenderem os conteúdos ensinados.

Os aspectos metodológicos que estruturam do desenvolvimento desta pesquisa foram organizados em etapas, as quais estão expostas no fluxograma da Figura 1.

¹ Neste caso, as sequências didáticas apresentadas neste trabalho se assemelham ao conceito de sequência de ensino, que segundo Souza (2013 *apud* Moraes, 2018) é uma organização em etapas para se produzir um entendimento de um saber estipulado.

Figura 1 – Etapas metodológicas



Fonte: Autora

Após o cumprimento dessas etapas metodológicas, foi possível construir o conhecimento necessário para a elaboração das sequências didáticas contextualizadas que utilizam da Modelagem Matemática como metodologia ativa.

2 FUNDAMENTAÇÃO

A busca por estratégias que tornem o ensino de matemática mais dinâmico e significativo direcionaram a pesquisa bibliográfica deste capítulo. Em primeiro momento é explorado o contexto das metodologias ativas, seguida pela a Aprendizagem Baseada em Problemas como uma abordagem específica dentro desse campo, em sequência é visto a Modelagem Matemática e, por fim, é apresentado como a Modelagem Matemática se mostra como uma alternativa integrada a essas metodologias.

2.1 Metodologias Ativas

O avanço tecnológico e a transformação dos ambientes educacionais requerem abordagens pedagógicas que incentivem a participação ativa dos estudantes. Neste contexto, as metodologias ativas surgem como uma alternativa para transformar as aulas em experiências significativas, tornando o ensino mais dinâmico e interativo, diferentemente do que expressava antigamente (Almeida, 2018).

A aprendizagem na sociedade atual deve estar voltada para o desenvolvimento de várias habilidades, preparando os discentes para um mundo cada vez mais complexo. Dessa forma,

é essencial uma educação que ofereça condições de aprendizagem em contextos de incertezas, desenvolvimento de múltiplos letramentos, questionamento da informação, autonomia para resolução de problemas complexos, convivência com a diversidade, trabalho em grupo, participação ativa nas redes e compartilhamento de tarefas (Almeida, 2018, p. 16).

Almeida (2018) também enfatiza que a formação docente também deve seguir essa lógica, movendo-se pela criatividade, reflexão crítica e uso da tecnologia como parte do processo pedagógico.

A construção do conhecimento se dá tanto por meio da experiência concreta, quanto a partir da teoria, que posteriormente é testada na prática. O aprendizado deve ser compreendido como um processo contínuo e ativo, essa perspectiva reforça que "aprendemos ativamente desde que nascemos e ao longo da vida, em processos de design aberto, enfrentando desafios complexos, combinando trilhas flexíveis e semiestruturadas" (Moran, 2018, p. 35).

Dias e Chaga (2017), realçam que o ensino cognitivo abre espaço para aprendizagens laterais, que priorizam o estudante – excedendo os modelos tradicionais que tendem a mantê-los em uma posição passiva, ou seja, sem espaço para demonstrar suas opiniões e interesse, ou até mesmo seus conhecimentos pré-existentes – e estimulam a análise e avaliação de informações na resolução de situações que podem ser de contextos reais, ou simulados para que haja a interatividade e processos de pesquisas, em uma comunicação mútua entre professores e alunos, por uma via de mão dupla.

A definição de metodologias ativas por Moran (2018) diz que elas são modelos de ensino híbridos com diversas combinações de estratégias que são focadas na participação efetiva dos estudantes no processo de construção no processo de aprendizagem, e os professores possuem o papel secundário, de orientar e tutorar os discentes, garantindo seu protagonismo.

Meneses (2021) afirma que as metodologias ativas possuem um papel essencial no ensino de matemática, pois permitem a aprendizagem de forma prática e contextualizada, a partir da facilitação do professor ao adotar estratégias pedagógicas diferenciadas, transforma o aluno em agente principal do processo de aquisição do conhecimento, fazendo com que seja resgatado o interesse pela disciplina, com aulas mais envolventes. Já que, como Santos e Lima (2021, p. 1426) dizem, “melhorar a interação entre os alunos é uma forma eficaz de estimular a aprendizagem e superar as dificuldades na aprendizagem da Matemática”.

As metodologias ativas, segundo Amplifica (2020), são: aprendizagem baseada em problemas, aprendizagem baseada em projetos, aprendizagem entre times, sala de aula invertida, estudos de caso, gamificação, treinamentos experienciais ao ar livre e *Just in time teaching* (ensino sob medida). Delas, abordaremos a seguir, a aprendizagem baseada em problemas.

2.1.1 Aprendizagem Baseada em Problemas

Aprendizagem Baseada em Problemas (ABP), de acordo com a definição de Ribeiro (2005), usa problemas reais para promover habilidades críticas nos

estudantes e aprendizado de conceitos específicos da área do conhecimento trabalhada. A abordagem possui origem antigas na educação e influenciou o sistema educacional no Brasil, na qual inclui destaque na conexão com a realidade profissional, prática sobre teoria, construção não linear do conhecimento e responsabilidade dos alunos por seu desenvolvimento.

Geralmente, as pessoas tendem a querer conhecer melhor o mundo, na forma de utilizar os próprios problemas como ponto de partida para a aprendizagem, ou seja, aprender em resposta a eventos da vida real. A ABP considera a aprendizagem como um processo de construção de novos conhecimentos, ou seja, é um método de aprendizagem e instrução, pautada no pressuposto de que o conhecimento prévio com relação a um assunto, pela análise inicial do problema, determina a natureza e a quantidade de conhecimentos novos que podem ser processados. Além do que, considera-se que as informações precisam ser elaboradas ativamente, o que é conseguido na ABP por meio de discussões em grupo antes e depois de novos conhecimentos serem aprendidos (Ribeiro, 2005).

Nesta abordagem, o papel do estudante (ou participante) é aprender “através da resolução colaborativa de desafios” e do professor (ou facilitador) é “intermediar nos trabalhos e oferecer retorno para a reflexão sobre os caminhos tomados para a construção do conhecimento, estimulando a crítica e reflexão dos jovens” (Amplifica, 2020, p.3).

A ABP possui três fases (Moran, 2018), a primeira inicia-se com a identificação do(s) problema(s), com o levantamento de hipóteses incipientes, na qual analisam a situação proposta, em seguida há uma solicitação de dados adicionais que auxiliam na compreensão do contexto e identificação dos temas de aprendizagem, que com base nesses elementos se elabora um cronograma de atividade para um estudo independente. A segunda fase marca o retorno ao problema, verificando a necessidade de mais dados, que pode resultar em uma redefinição do problema e a reformulação das hipóteses, surgindo novos temas de aprendizagem, para tanto, é essencial a anotação das fontes consultadas, o que garante uma sistematização do conhecimento. Por fim, a fase 3, que corresponde ao retorno do processo, com a síntese da aprendizagem, onde há a organização e integração dos novos conhecimentos que foram adquiridos, finalizando com uma avaliação.

2.2 Modelagem Matemática

A Modelagem Matemática é uma abordagem educacional que tem como objetivo a construção do conhecimento (Veleda; Burak, 2020) e pode também ser considerada como um método científico de investigação de pesquisa, envolve situações da realidade transformando-as em problemas matemáticos, através de modelos matemáticos – que são um conjunto de relações matemáticas que representam o problema de maneira clara – permitindo resolvê-los com a interpretação da soluções com significação no mundo real, ou seja, a modelagem matemática é um processo que busca validar os modelos matemáticos com finalidade de prever tendências com aproximações da realidade (Bassanezi, 2006).

“A modelagem pressupõe multidisciplinaridade” (Bassanezi, 2006, p. 16), compondo diferentes áreas do conhecimento, como Psicologia, Filosofia, Sociologias, Antropologia e Língua Materna (Veleda; Burak, 2020).

O objetivo da Modelagem Matemática, de acordo com os estudos de Meyer, Caldeira e Malheiros (2017, p.85) é: “estudar, resolver e compreender um problema da realidade, ou de outra(s) área(s) do conhecimento utilizando para isso a Matemática e, obviamente, outras disciplinas e ideias”.

Barbosa (2004) classifica as organizações das atividades de modelagem em três casos de acordo com o contexto escolar, experiência do professor e interesse dos alunos, os quais estão descritos no Quadro 1.

Quadro 1 – Tarefas no processo de modelagem matemática

	Caso 1	Caso 2	Caso 3
Formulação do Problema	Professor	Professor	Professor/aluno
Simplificação	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Coleta de Dados	Professor	Professor/aluno	Professor/aluno
Solução	Professor/aluno	Professor/aluno	Professor/aluno

Fonte: Barbosa (2004, p. 77)

Os três casos possuem relevância no contexto escolar. O primeiro caso exige um tempo menor para sua execução, enquanto os dois últimos casos precisam de prazos mais longos, pois exigem maior dedicação e participação tanto do professor

quanto dos estudantes para o desenvolvimento das atividades de modelagem (Soares; Santos Junior; Gualandi, 2021).

Soares, Santos Junior e Gualandi (2021) ainda explicam: No caso 1, toda a atividade parte de uma situação real trazida pelo professor, que apresenta a formulação do problema com os dados essenciais para a construção da solução, incentivando os alunos a explorarem esse processo; no caso 2, ainda é o professor que introduz um problema a ser investigado, mas exige-se a busca de informações externas por parte dos alunos, como também desenvolver a resolução e encontrar uma solução, assumindo o papel de organizadores do processo de modelagem; E o caso 3, a partir de temas não matemáticos, os discentes que elaboram e solucionam problemas, assumindo a responsabilidade de criar problemas, reunir dados e simplificar situações-problema e a escolha do tema pode partir tanto do professor quanto dos próprios alunos. Vale destacar a importância da mediação do professor em todas as organizações, para orientar e favorecer a aprendizagem dos alunos.

Burak (2004, *apud* Brumano, 2014) considera a modelagem como uma metodologia de ensino e organiza as etapas de procedimento em cinco, que são: Escolha do tema, Pesquisa exploratória, Levantamento dos problemas, Resolução dos problemas e Análise crítica das soluções.

Hulf e Burak (2017) explicam o que consiste cada etapa: a escolha do tema acontece pela discussão em sala de aula, a fim de selecionar um assunto interessante para o coletivo, sejam alunos, ou o professor, ambos podem sugerir temas, mas a decisão final é dos discentes; na etapa seguinte, pesquisa exploratória, os estudantes buscam informações a respeito do tema de forma orientada, seja pela internet, biblioteca, ou até mesmo pesquisa de campo; na sequência, através dos dados coletados, na etapa de levantamento dos problemas, os alunos são incentivados a identificar problemáticas pertinentes e estabelecer conexões com a matemática, a fim de elaborar questões que possibilitem tanto a aplicação quanto a aprendizagem de conteúdos matemáticos; a fase de resolução e desenvolvimento matemático corresponde ao momento em que os estudantes identificam e estudam os conteúdos necessários para solucionar os problemas que foram elaborados na fase anterior, trabalhando dentro de um contexto real; por fim, a última etapa é a análise crítica das soluções obtidas, em que os estudantes refletem e avaliam os resultados e como eles

podem contribuir para a tomada de decisões para ações que impactem a comunidade de forma positiva, favorecendo a formação de cidadãos críticos e participativos, capazes de colaborar na transformação do meio em que estão inseridos.

A escolha do problema, parte primordial para realização da modelagem, segundo Meyer, Caldeira e Malheiros (2017, p.15), são escolhas que “não se apoiam no método ou procedimento matemático a ser adotado em sua posterior análise”, mas na verdade, na relevância de cada problema para os membros do grupo, assim, a Matemática, atrelada a outras ciências, é mais uma forma de entender o mundo.

Dessa forma, Biembengut (2014) confirma que os conhecimentos matemáticos não devem se limitar a conceitos abstratos, mas possibilitar aos estudantes o desenvolvimento de habilidades para solucionar problemas em diversas áreas, utilizando a matemática em seu cotidiano, pois toda ação ocorre dentro de um contexto sociocultural, diante das situações-problema, favorece a obtenção de conhecimentos e aplicação de saberes já existentes, visto que a tomada de decisões diante de problemas exige reflexão e busca por soluções. Nesse sentido, resolver problemas complementa a Modelagem Matemática, especialmente quando os dados e conhecimentos disponíveis não são suficientes para aplicar um modelo pré-existente.

2.3 Metodologias Ativas, Aprendizagem Baseada em Problemas e a Modelagem Matemática

Anteriormente foi visto que metodologias ativas são aquelas em que o estudante assume um papel mais participativo no processo de aprendizagem e a Modelagem Matemática atende a esses critérios, como confirmam Velda e Burak (2020), ao destacarem que essa abordagem estimula o estudante a participar do seu próprio processo de construção do conhecimento, uma vez que propor, em sala de aula, atividades que incentivem o pensamento crítico, a reflexão, o questionamento e o diálogo, contribuem para a formação do estudante como um cidadão ativo.

Na perspectiva de Meyer, Caldeira e Malheiros (2017, p. 79), a Modelagem é “um caminho [...] para o ‘fazer’ Matemática em sala de aula”, ou seja, o aluno interpreta uma informação com base na realidade, o que resulta em uma ação. Burak (1992

apud Meyer; Caldeira; Malheiros, 2017) afirma que há uma mudança na abordagem “tradicional” de ensino, pois os problemas são priorizados e, em seguida, são selecionados os conteúdos matemáticos para solucioná-los.

As etapas do processo da Modelagem são organizadas pelo professor para que os estudantes participem do processo de aprendizagem: “apresentando sugestões, ideias, hipóteses, complementando os dados, resolvendo questões” (Biembengut, 2014, p. 203), pois como Meyer, Caldeira e Malheiros (2017, p. 95) afirmam, “o ato de ensinar não tem como sujeito único o ‘professor-que-ensina’; pelo contrário, no ato de aprender é que tem os muitos ‘sujeitos-que-aprendem’”. Essa participação é elemento essencial das metodologias ativas, na qual os discentes são instigados a lidar com situações reais, analisar de forma crítica e buscar possíveis soluções, já que um problema surge quando há uma lacuna entre não saber resolver e o desejo de encontrar uma resposta (Biembengut, 2014).

Além disso, a Modelagem Matemática exige que os estudantes explorem os diferentes caminhos, criando estratégias para desenvolver autonomia no processo investigativo, como diz Biembengut (2014, p. 204) “Tornar parte ativa de algumas ações, na solução de certos problemas não corriqueiros, algumas vezes requer uma heurística – conjunto de regras e métodos que conduzam os usuários à solução ou à descoberta”.

Assim a aula torna-se envolvente, desafiadora e relevante, permitindo que os alunos percebam sozinhos, ou por mediação do professor, que a matemática é uma ferramenta de desenvolve a capacidade de compreender fenômenos e suas transformações (Martini; Vicente, 2016).

A Aprendizagem Baseada em Problemas, como Rosa, Rocha e Tedesco (2023, p.32) confirmam: “é uma das técnicas que podem ser adotadas no universo das metodologias ativas para promover a aprendizagem da matemática”, e também dizem que é uma metodologia que coloca os alunos no centro da aprendizagem, permitindo que, ao se depararem com situações apresentadas ou por eles elaborados, decidam o que aprender e de que maneira ocorrerá a aprendizagem.

Assim, a ABP e a Modelagem Matemática possuem um princípio fundamental: ambas partem de um problema real para a construção do conhecimento, em que a aprendizagem é centrada no aluno. Essas metodologias criam um ambiente de estudo

mais significativo ao integrar a matemática a contextos concretos e próximos à realidade dos alunos, diferentemente do ensino que os discentes aprendem de forma desvinculada de contextos aplicáveis e perceptíveis (Rosa; Rocha; Tedesco, 2023).

3 DISCUSSÃO E RESULTADOS

O desenvolvimento e elaboração das sequências didáticas foram organizadas visando garantir a Modelagem Matemática como metodologia de ensino, sendo esta capaz de conduzir o professor para a discussão de noções matemáticas.

Todas as sequências foram elaboradas a partir de uma procura por contextos, reportagens e situações que são pertinentes para o público de atuação, que são jovens estudantes do ensino médio, considerando uma perspectiva regional da Paraíba.

A significação das escolhas está antecedendo as etapas das estruturas das sequências, que incentiva a entender o motivo para adentrar na situação escolhida, já que todas as atividades de modelagem devem ser planejadas pensando no contexto social e interesse dos discentes (Almeida, 2009). Além disso, para a aplicação da Modelagem Matemática, foi visto que precisa de uma discussão para orientação para a temática central, para que em seguida possa realizar o primeiro passo: Direcionamento da pesquisa, onde há o estabelecimento desta temática e uma breve fundamentação teórica. O segundo passo é o Levantamento do problema que deve ser instigante e conectado ao cotidiano dos discentes, realizado a partir da reportagem base de cada sequência. Dado o problema, há a discussão e síntese de hipóteses, para solucioná-los a partir da análise de dados existentes, utilizando todos os conhecimentos matemáticos já existentes, mas também os que foram sugeridos por pesquisas, que forma a terceira etapa: Possível modelagem, resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático. Por fim, a última etapa que é Análise crítica das soluções, com base nas respostas obtidas, os estudantes vão refletir de maneira crítica como aquela situação pode contribuir para a sua vida, ou que ações podem ser realizadas no cotidiano da comunidade que estão inseridos, para diminuir alguns impactos.

A primeira e a segunda sequência seguem o modelo do caso 1 do Quadro 1 e a terceira sequência tem características do caso 2. Sendo assim, duas formas do professor se direcionar para preparar e aplicar sequências que usem a Modelagem Matemática como metodologia.

3.1 Funções e as *Bets*

Atualmente, na publicidade em geral, em anúncios seja na internet, na televisão, ou nos demais canais de comunicação, está se popularizando a divulgação de jogos de apostas, rifas – as chamadas *bets* – o que antes era pouco visto – restrito a um grupo específico de pessoas que costumavam ocupar casas de apostas – ou seja, que agora está bastante disponível a todos que consomem tais propagandas midiáticas.

A sugestão da temática para a abordagem disciplinar é devido a uma realidade comum no cotidiano dos jovens, justo a crescente divulgação em redes sociais de casas de apostas e de jogos de azar, onde que é um ambiente explícito a eles, já que, segundo a pesquisa TIC Kids Online Brasil do Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR (2023) que objetiva quantificar evidencialmente a utilização da internet no Brasil por crianças e adolescentes de 09 a 17 anos de idade, diz que cerca de 92% do jovens tem acesso à internet equivalente “a 24,4 milhões de indivíduos” (NIC.br, 2023, p. 62), além disso, a pesquisa também indica que “86% dos usuários de 9 a 17 anos reportaram possuir um perfil em uma rede social (96% para os usuários de 15 a 17 anos)” (NIC.br, 2023, p. 69).

Dado o tema que introduz a metodologia da Modelagem Matemática, o próximo procedimento é iniciar uma discussão que leve os estudantes a adentrar no objetivo inicial do professor, neste caso, utilizando uma reportagem. Pode-se então abrir o debate com a indagação: “O quanto os jogos de azar estão influenciando as decisões da população?”. Tal indagação incentiva os discentes a analisar de forma crítica o impacto financeiro e social do jogo de apostas, especialmente no contexto de tomada de decisões, direcionando ao pensamento de como a essas apostas interferem também no investimento em uma formação acadêmica. Disto, o professor deve considerar todas as respostas e perspectivas dos discentes sobre o assunto.

A modelagem possibilita a estruturação de um cidadão crítico, pois o aluno irá vivenciar, durante a aula, as resoluções de problemas que fazem parte do seu cotidiano e que possuem um peso significativo para a sociedade, a partir da abordagem humanística, pelo desenvolvimento do conhecimento de forma autônoma.

Uma outra questão que pode subsidiar a discussão é: “se os ‘investimentos’ feitos em apostas realmente fossem verdade, ou seja, se fossem lucrativos, haveria alguém com baixas condições financeiras?”, e também: “O quanto as apostas podem influenciar às pessoas a desistirem de uma graduação?”.

3.1.1 Direcionamento da Pesquisa

Finalizada a discussão, a segunda etapa da modelagem consiste na pesquisa exploratória, onde os estudantes, neste caso do ensino médio, buscarão se aprofundar mais a respeito do conteúdo da argumentação anterior, sugere-se que tal etapa, seja realizada em um laboratório de informática, já que precisarão de acesso à internet e da mediação do professor. Para tanto, recomenda-se a reportagem: "Impacto das *Bets* na educação superior"² (Figura 2) em: “Brasileiros estão abrindo mão da graduação para gastar com *Bets* e jogo do tigrinho, diz pesquisa”³ (Figura 3).

Figura 2 – Parte inicial da reportagem “Impacto das *bets* na educação superior”

The screenshot shows the ABMES website interface. At the top, there is a green header with the ABMES logo and a search bar. Below the header, the breadcrumb trail reads "ABMES Pesquisa > Detalhe". The main article title is "IMPACTO DAS BETS NA EDUCAÇÃO SUPERIOR", dated "16/09/2024" with 1743 views. A small thumbnail image is visible next to the text: "Pesquisa inédita, realizada em parceria com a empresa Educa Insights, mostrando qual o impacto das bets na educação superior." Below the article, there are social media sharing icons for Facebook and Twitter, and a "Baixar arquivo" button. On the right side, there is a sidebar with the ABMES PESQUISA logo and a table titled "ABMES PESQUISAS":

ABMES PESQUISAS	
Análises de Cenário	23
Pesquisas	29

At the bottom of the page, there is a section titled "CONTEÚDO RELACIONADO".

Fonte: ABMES (2024)

² Link: <http://www.abmes.org.br/abmes-pesquisas/detalhe/55/impacto-das-bets-na-educacao-superior>

³ Link: <https://oglobo.globo.com/brasil/educacao/noticia/2024/09/16/brasileiros-estao-abrindo-mao-da-graduacao-para-gastar-com-bets-e-jogo-do-tigrinho-diz-pesquisa.ghtml>

Figura 3 – Parte inicial da reportagem “Brasileiros estão abrindo mão da graduação para gastar com Bets e jogo do tigrinho, diz pesquisa”



Fonte: O Globo (2024)

Nesta reportagem tem-se uma pesquisa que quantifica potenciais estudantes – 35% dos interessados em fazer graduação em 2024, que seria cerca de 1,4 milhão de pessoas – que dizem que o ensino superior é deixado para segundo plano, devido a sua renda ser utilizada para apostas online. Além disso, a reportagem elenca mais dados como: Famílias com renda menor ou igual a R\$ 2,4 mil por pessoa, o percentual de pessoas que desistem da graduação, nestas condições, sobe para 39%; Famílias com renda menor ou igual a R\$ 1 mil por pessoa, 41%; Setor de apostas movimentou cerca de 1% do PIB (Produto Interno Bruto) brasileiro, gastos que seriam destinados para lazer, alimentação e cultura; A média salarial dos trabalhadores sem nível superior é de R\$ 2,4 mil e dos que possuem graduação é de R\$ 7 mil. Dado que foram entrevistadas 10,8 mil pessoas (de qualquer renda e qualquer classe social) que pretendiam ingressar em instituições particular de ensino superior.

Na publicação referida, os estudantes também poderão entender criticamente que as casas de apostas não se preocupam com o apostador, além disso, terão uma breve noção sobre medidas de restrição às apostas e ver onde esse dinheiro gasto poderia ser investido, compreendendo os impactos na vida de cada pessoa.

3.1.2 Levantamento do Problema

Neste momento, é fundamental o professor elaborar outras questões norteadoras para que orientem o desenvolvimento da atividade, garantido a união do problema levantado aos conteúdos matemáticos a serem trabalhados, estimulando os estudantes na aplicação de conceitos da matemática dependendo do contexto, com a investigação e a análise dos dados disponíveis, ajudando a estruturar a resolução de tal problema de modo sistemático. O objetivo dessas perguntas é obter um modelo matemático para prever alguma situação.

Que podem ser:

- Como o aumento no percentual de pessoas que destinam renda às apostas pode impactar o número de desistências na graduação?
- Qual seria o impacto financeiro na economia familiar se uma parte significativa da renda destinada às apostas fosse redirecionada para investimentos educacionais ou poupança?

Questões como essas instigam os discentes a trabalharem com representações gráficas e tabelas para organizar os dados e trabalhar com funções (lineares ou exponenciais) para simular os crescimentos, pois pode-se indagar o que poderia ser feito através da matemática para se estudar essas questões; qual melhor maneira de registrar e organizar os dados e se pode obter de um modelo para prever alguma situação.

3.1.3 Possível modelagem, resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático

Agora, esta fase corresponde ao momento em que os estudantes procuram os métodos e conhecimentos necessários para modelar o problema proposto, explorando um contexto prático e significativo.

O professor, como em todas as etapas, atua como mediador, e é interessante orientar os discentes a organizar os dados presentes na reportagem para auxiliar no melhor modelo matemático. Espera-se que os estudantes cheguem à produção de

uma tabela, como por exemplo a Tabela 1, e com o auxílio do gráfico de barras (Figura 4) presente na pesquisa.

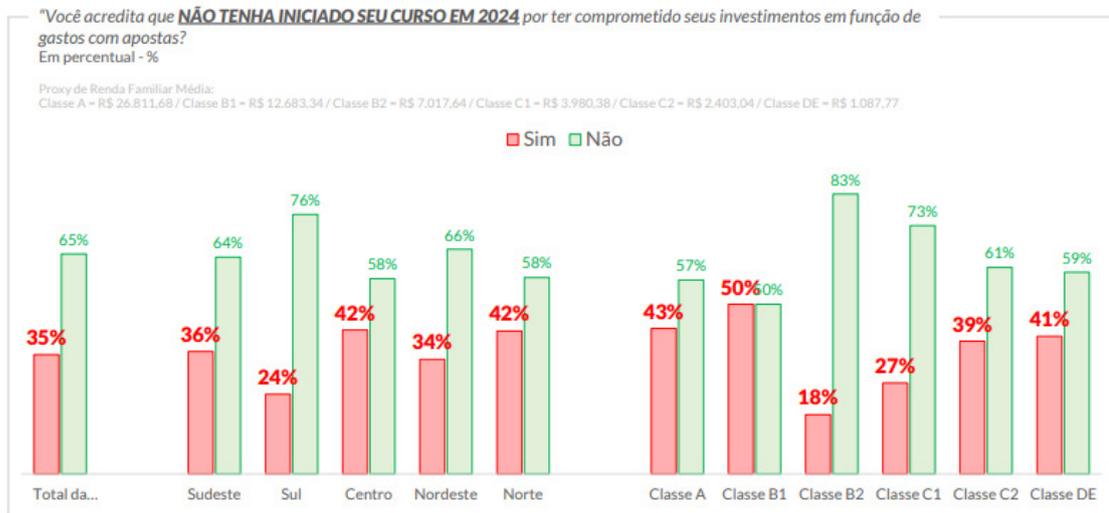
Tabela 1 – Percentual de potenciais estudantes que utilizam sua renda para apostas online

Faixa de renda familiar (R\$ por pessoa)	% de desistência da graduação
≤ 1.000	41
≤ 2.400	39
Total da amostra	35

Fonte: O Globo (2024)

Figura 4 - Percentual de potenciais estudantes que utilizam sua renda para apostas online

RETROATIVO: Qual proporção deixou de estudar em 2024.1?



Fonte: Educa Insights (2024)

Após o registro e organização dos dados, os discentes deverão iniciar a análise matemática, identificando se a relação entre renda e desistência pode ser aproximada por uma função linear, ou não e estimar a diferença no potencial salário entre os grupos analisados, para assim buscar modelos matemáticos para responder o questionamento inicial realizado no levantamento do problema.

Uma sugestão e resposta esperada pode ser a seguinte: inicialmente, para representar a relação entre os dados apresentados na reportagem (renda, desistências e gastos com apostas), o modelo matemático deve ser iniciado com uma função afim, como traz a equação (1).

$$f(x) = ax + b \quad \text{onde,} \quad (1)$$

- $f(x)$ é o percentual de desistência;
- x é o percentual de pessoas que destinam suas rendas a apostas e desistem de cursar uma faculdade;
- a é o coeficiente de variação (coeficiente angular);
- b é a constante inicial (coeficiente linear).

Considerando os dados da reportagem, tem-se que, aproximadamente, $x_1 = 17,5\%$ (percentual de pessoas que destinam suas rendas a apostas em famílias da classe C2) e $x_2 = 19,7\%$ (percentual de pessoas que destinam suas rendas a apostas em famílias da classe DE), e também $f(x_1) = 39\%$ e $f(x_2) = 41\%$, com esses dois pontos $(x_1, f(x_1))$ e $(x_2, f(x_2))$ podemos determinar os valores de a (coeficiente angular) e b (coeficiente linear).

O coeficiente angular pode ser calculado pela equação (2):

$$a = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} \quad (2)$$

Realizando as devidas substituições, segue-se:

$$\begin{aligned} a &= \frac{0,41 - 0,39}{0,197 - 0,175} \\ a &= \frac{0,02}{0,022} \\ a &\cong 0,91 \end{aligned}$$

Portanto, encontra-se que $a = 0,91$, aproximadamente. E por fim, para calcular b (Equação 3) basta substituir um dos pontos na função, ou seja,

$$\begin{aligned} f(x) &= ax + b \\ f(x_1) &= ax_1 + b \end{aligned} \quad (3)$$

Já que, neste caso, temos os valores de x_1 , $f(x_1)$ e a , substituindo na equação temos:

$$\begin{aligned} 0,39 &= 0,91 \cdot 0,175 + b \\ b &= 0,39 - 0,15925 \end{aligned}$$

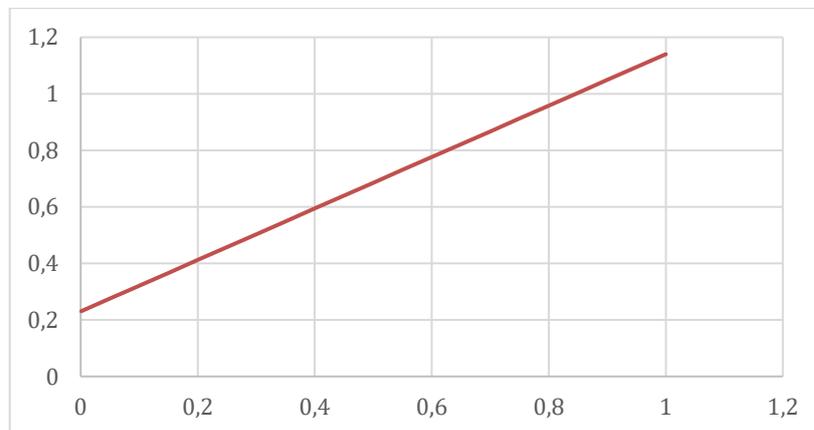
$$b \cong 0,23$$

Disto, determina-se que $b = 0,23$, aproximadamente. Possuindo assim, a função final (Equação 4):

$$f(x) = 0,91x + 0,23 \quad (4)$$

Com o modelo ajustado, agora eles devem responder à questão inicialmente apresentada, podendo simular situações, substituindo valores (através do gráfico – Gráfico 1 – da função encontrada), de acordo com o objetivo da pergunta.

Gráfico 1 – Gráfico da função do percentual de desistência no modelo projetado



Fonte: Autora (2024)

No que tange a segunda pergunta – Qual seria o impacto financeiro na economia familiar se uma parte significativa da renda destinada às apostas fosse redirecionada para investimentos educacionais ou poupança? – os alunos precisariam, também, buscar outros dados da reportagem que falam sobre a renda salarial de pessoas com e sem graduação, refletindo em paralelo com a porcentagem de potenciais pessoas que desistem de cursar uma graduação por ter sua renda comprometida pelas apostas online.

3.1.4 Análise crítica das soluções

Para a execução desta etapa, os alunos irão analisar as respostas e resoluções do problema de forma crítica, prevendo situações que contribuam para vida em comunidade. Para auxiliar o progresso, o professor pode comparar as porcentagens encontradas de acordo com o modelo dos discentes, incitando a importância do conhecimento obtido através de uma graduação e o quanto pode influenciar no desenvolvimento de uma cidade, estado ou país.

3.2 Probabilidade e estatística e disponibilidade de emprego

No cotidiano dos jovens estudantes, cada vez mais está sendo inserido a ideia de produtividade e do protagonismo da sua própria vida, desenvolvendo suas capacidades e inteligências. Na Paraíba, por exemplo, desde 2016, foi implementado no ensino médio as Escolas Cidadãs Integrais (ECI's), cujo intuito é unir ao currículo outras metodologias específicas para evidenciar o destaque do aluno, e também as Escolas Cidadã Integral Técnica que visam o futuro empregatício do alunado.

Em 2021, o Estado da Paraíba possui cerca de 302 ECI's, destas, 124 detém de cursos técnicos, com isso, serão disponibilizadas 74.569 vagas para os discentes (Paraíba, *s.d.*).

Essa preparação dos jovens para um futuro está alinhada às demandas contemporâneas de uma sociedade em contínuas modificações, tendo em vista que a oferta não supre a crescente procura de empregos, e torna-se um problema social significativo e abre espaço para uma temática para a aplicação da modelagem matemática, podendo analisar e propor soluções relacionadas ao mercado de trabalho.

Seguindo a proposta da sequência anterior, o professor deve fazer perguntas norteadoras para que os alunos adentrem a temática sugerida de forma estratégica para conseguir unir ao direcionamento da pesquisa. Neste caso, sugere-se: “Quais profissões vocês desejam seguir? E vocês sabem se há oportunidades de emprego para essa área na Paraíba e como buscar informações sobre essas vagas?”, pois caso não conheçam sobre tal conteúdo, ao fazerem uma breve pesquisa logo

conhecerão o SINE - PB – Sistema Nacional de Emprego da Paraíba – que dentre os seus objetivos, proporciona informações ao trabalhador e empregador sobre a disponibilidade e procura de emprego. Com os alunos conhecendo o SINE - PB, uma próxima pergunta que auxilia a discussão é “Quais podem ser as vagas de emprego oferecidas pelos SINEs na Paraíba?”.

3.2.1 Direcionamento da pesquisa

Para esta etapa, a reportagem sugerida é “Paraíba tem 2.714 vagas de emprego oferecidas pelos Sines de 23 a 27 de dezembro”⁴. Nela vem exposto a quantidade de vagas que o Sistema Nacional de Empregos oferece na Paraíba, divididos pelo Sine João Pessoa e Campina Grande, mas inclui também as cidades de Sapé, Santa Rita, Patos, Cabedelo, Bayeux, Cajazeiras, Pombal, São Bento e Guarabira, a Figura 5 traz as informações iniciais da reportagem.

Figura 5 – Parte inicial da reportagem “Paraíba tem 2.714 vagas de emprego oferecidas pelo Sines de 23 a 27 de dezembro”



Fonte: G1 (2024)

⁴ Link: <https://g1.globo.com/pb/paraiba/noticia/2024/12/23/paraiba-tem-2714-vagas-de-emprego-oferecidas-pelos-sines-de-23-a-27-de-dezembro.ghtml>

As funções solicitadas são de pedreiro, servente de pedreiro, vendedor, garçom, auxiliar de logística, auxiliar de linha de produção, leiturista, motorista, entre demais outras, que exigem escolaridade que varia de ensino fundamental a ensino superior completo, valendo destacar que, na semana indicada, há vagas para pessoas com deficiência.

Além das informações das vagas das funções, a reportagem direciona como os interessados podem se cadastrar para concorrer as vagas, trazendo detalhes de endereço e contato de cada SINE.

Os estudantes através do texto publicado poderão verificar a diversidade de oportunidade oferecida pelo Sistema e analisar a distribuição em cada cidade, verificar os pré-requisitos para ter acesso as vagas, refletindo criticamente a necessidade de uma escolaridade para diferentes cargos e também se oportunidades como estas podem auxiliar na vida profissional deles, ampliando os olhares para o mercado de trabalho. E na visão social, podem refletir na importância de cada função, sua formação e capacitação, para a manutenção e funcionamento da cidade.

3.2.2 Levantamento do problema

A partir da discussão da pesquisa, dentre diversas problemáticas, o professor deve ser estratégico para que no desenvolvimento da metodologia, consiga trabalhar o conteúdo matemático pensado no início da sequência.

A reportagem deixa claro a questão da oferta é desigual para diferentes cidades da Paraíba, por exemplo: João Pessoa disponibiliza de 500 vagas e Santa Rita de 169, enquanto Sapé dispõem de 3 e São Bento de 4 vagas. Disto, pode-se perguntar:

- Desconsiderando o tipo de vaga, em que cidade da Paraíba uma pessoa teria maior chance de conseguir um emprego?
- O quão desigual é essa distribuição de vagas?
- A disponibilidade de oportunidades de trabalho pode afetar o desenvolvimento econômico da cidade?

Essas questões ajudam a refletir sobre o impacto das oportunidades de emprego para os habitantes das cidades menores, analisando a dispersão das vagas, imaginando cenários que possam melhorar essa distribuição. Através das questões, os alunos podem trabalhar com tabelas para organizar os dados, com cálculos para encontrar a probabilidade de um morador de cada cidade conseguir um emprego, se caso não lembrar da fórmula de probabilidade, fazer referência a fração quando divide uma parte pelo todo, verificar a média de distribuição de vagas por cidade e, conseqüentemente, o desvio padrão para identificar essa desigualdade, alinhando aos conteúdos de Probabilidade e Estatística.

3.2.3 Possível modelagem, resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático

A simplificação do problema para organização dos dados quantitativos e qualitativos devem partir dos próprios alunos e o professor deve auxiliá-los e incentivá-los durante o desenvolvimento da atividade de forma autônoma, mediando o processo, orientando caso surjam dúvidas para promover o aprendizado eficaz.

Como há um conjunto de dados extenso nessa reportagem, sugere-se dividir a sala de aula em grupos, para que durante a produção, um consiga rever, analisar e discutir as considerações que cada integrante do grupo faz, conferindo se os dados estão fiéis à pesquisa.

A seguir, na Tabela 2, é apresentada uma proposta de organização para observação da quantidade de vagas por cidade da SINE - PB.

Tabela 2 – Quantidade de vagas de emprego ofertadas

Sine	Cidades	Quantidade de vagas
Paraíba	João Pessoa	500
	Guarabira	60
	Bayeux	2
	Campina Grande	66
	Santa Rita	169
	Patos	19
	Cabedelo	18
	Sapé	3
	Cajazeiras	18

	São Bento	4
	Pombal	-
Total	-	859

Fonte: Autora (2024)

Organizado os dados, os alunos deverão responder a indagação inicial do professor de “Desconsiderando o tipo de vaga, em que cidade da Paraíba uma pessoa teria maior chance de conseguir um emprego?” através do cálculo das probabilidades, (Equação 5), listando-as da forma que eles considerarem pertinente.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} \quad \text{onde,} \quad (5)$$

- $P(A)$ é a probabilidade de um evento A acontecer;
- $n(A)$ é o número de elementos do conjunto A ;
- $n(\Omega)$ é o número de elementos do espaço amostral (quantidade total de vagas disponibilizadas pelo Sine-PB).

Os alunos podem estruturar este modelo com representações diferentes para a mesma variável, tendo em vista que pode ser que não lembrem exatamente do conceito das probabilidades, mas basta associar a razão de uma parte pelo todo, que já considerarão uma resposta favorável a pergunta.

As possíveis probabilidades encontradas de oferta de emprego por cidade, pelo total de vagas disponibilizadas pelo SINE-PB estão organizadas na Tabela 3, a partir dela também é possível responder a segunda pergunta “O quão desigual é essa distribuição de vagas?”, ou pelo Gráfico 2, tendo em vista que as cidades de João Pessoa e Santa Rita são as únicas que ultrapassam a probabilidade de 0,1, enquanto as demais cidades variam em probabilidades menores, com destaque para a cidade de Pombal que por não possuir dados, a probabilidade de ser empregado sendo desta referida cidade seria 0 e as cidades de Bayeux, Sapé e São Bento não atingem 0,006.

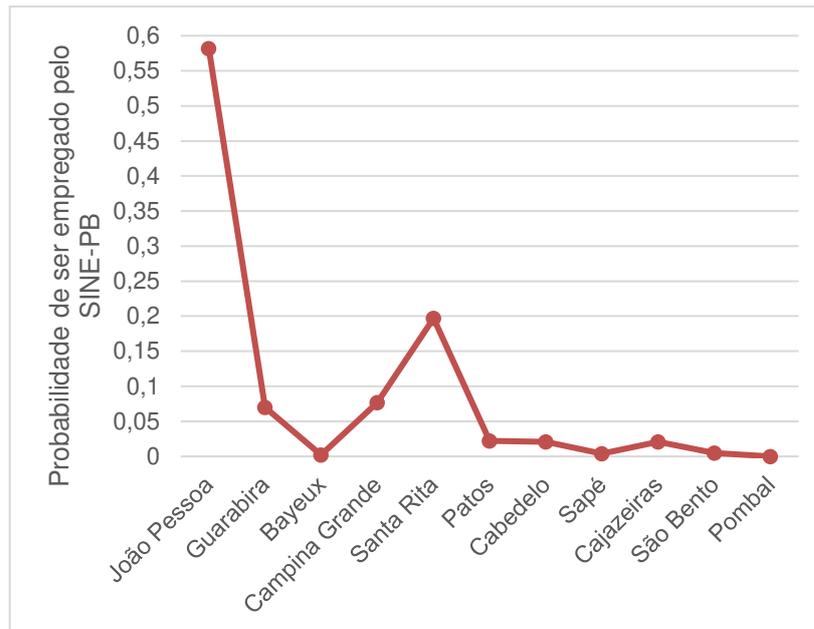
Tabela 3 – Probabilidade aproximada de emprego por cidade ao considerar os dados da reportagem

Cidades	Probabilidade
João Pessoa	0,582
Guarabira	0,07
Bayeux	0,002
Campina Grande	0,077
Santa Rita	0,197

Patos	0,022
Cabedelo	0,021
Sapé	0,004
Cajazeiras	0,021
São Bento	0,005
Pombal	0

Fonte: Autora (2024)

Gráfico 2 - Probabilidade aproximada de emprego por cidade ao considerar os dados da reportagem



Fonte: Autora (2024)

Outra possibilidade para responder o quão desigual é essa distribuição das vagas, é através do cálculo do desvio padrão – uma medida de dispersão “servem para verificar a representatividade das medidas de posição [...] sem levar em conta a ordem dos dados. [...] Na prática, o desvio padrão indica qual é o “erro” se quiséssemos substituir um dos valores coletados pelo valor da média” (Sampaio; Assumpção; Fonseca, 2018), ou seja, utilizada na Estatística que mede a distribuição dos dados em torno da média aritmética.

Para esta resposta, eles precisariam calcular a média aritmética das probabilidades de ser empregado pelo SINE-PB através da (Equação 6), encontrado que $\bar{x} \cong 0,091$ e em sequência calcular o desvio padrão (Equação 7).

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \quad \text{onde,} \quad (6)$$

- \bar{x} é a média aritmética;

- $\sum_{i=1}^n x_i$ é o somatório dos valores x_i do conjunto de dados;
- n é número dos dados.

Disto, segue-se:

$$\bar{x} = \frac{0,582 + 0,07 + 0,002 + 0,077 + 0,197 + 0,022 + 0,021 + 0,004 + 0,021 + 0,005 + 0}{11}$$

$$\bar{x} = \frac{1,001}{11}$$

$$\bar{x} = 0,091$$

Para calcular o desvio padrão (σ), deve-se usar a fórmula:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (7)$$

Sabe-se que,

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=5}^8 (x_i - \bar{x})^2 + \sum_{i=9}^{11} (x_i - \bar{x})^2 \quad (i)$$

Onde:

$$\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 = (0,582 - 0,091)^2 + (0,07 - 0,091)^2 + (0,002 - 0,091)^2 + (0,077 - 0,091)^2$$

$$\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 = 0,491^2 + (-0,021)^2 + (-0,089)^2 + (-0,014)^2$$

$$\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 = 0,241081 + 0,000441 + 0,007921 + 0,000196$$

$$\sum_{i=1}^4 (x_i - \bar{x})^2 = 0,251403 \quad (ii)$$

E,

$$\sum_{i=5}^8 (x_i - \bar{x})^2 = (0,197 - 0,091)^2 + (0,022 - 0,091)^2 + (0,021 - 0,091)^2 + (0,004 - 0,091)^2$$

$$\sum_{i=5}^8 (x_i - \bar{x})^2 = 0,106^2 + (-0,069)^2 + (-0,07)^2 + (-0,087)^2$$

$$\sum_{i=5}^8 (x_i - \bar{x})^2 = 0,011236 + 0,004761 + 0,0049 + 0,007569$$

$$\sum_{i=5}^8 (x_i - \bar{x})^2 = 0,028466 \quad (\text{iii})$$

E também,

$$\sum_{i=9}^{11} (x_i - \bar{x})^2 = (0,021 - 0,091)^2 + (0,005 - 0,091)^2 + (0 - 0,091)^2$$

$$\sum_{i=9}^{11} (x_i - \bar{x})^2 = (-0,07)^2 + (-0,086)^2 + (-0,091)^2$$

$$\sum_{i=9}^{11} (x_i - \bar{x})^2 = 0,0049 + 0,007396 + 0,008281$$

$$\sum_{i=9}^{11} (x_i - \bar{x})^2 = 0,02057 \quad (\text{iv})$$

Substituindo (ii), (iii) e (iv) em (i), segue-se:

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 0,251403 + 0,028466 + 0,02057$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 0,251403 + 0,028466 + 0,02057$$

$$\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 0,300439$$

Agora, podemos substituir na Equação 7 e encontrar o desvio padrão, que procede:

$$\sigma = \sqrt{\frac{0,300439}{11}}$$

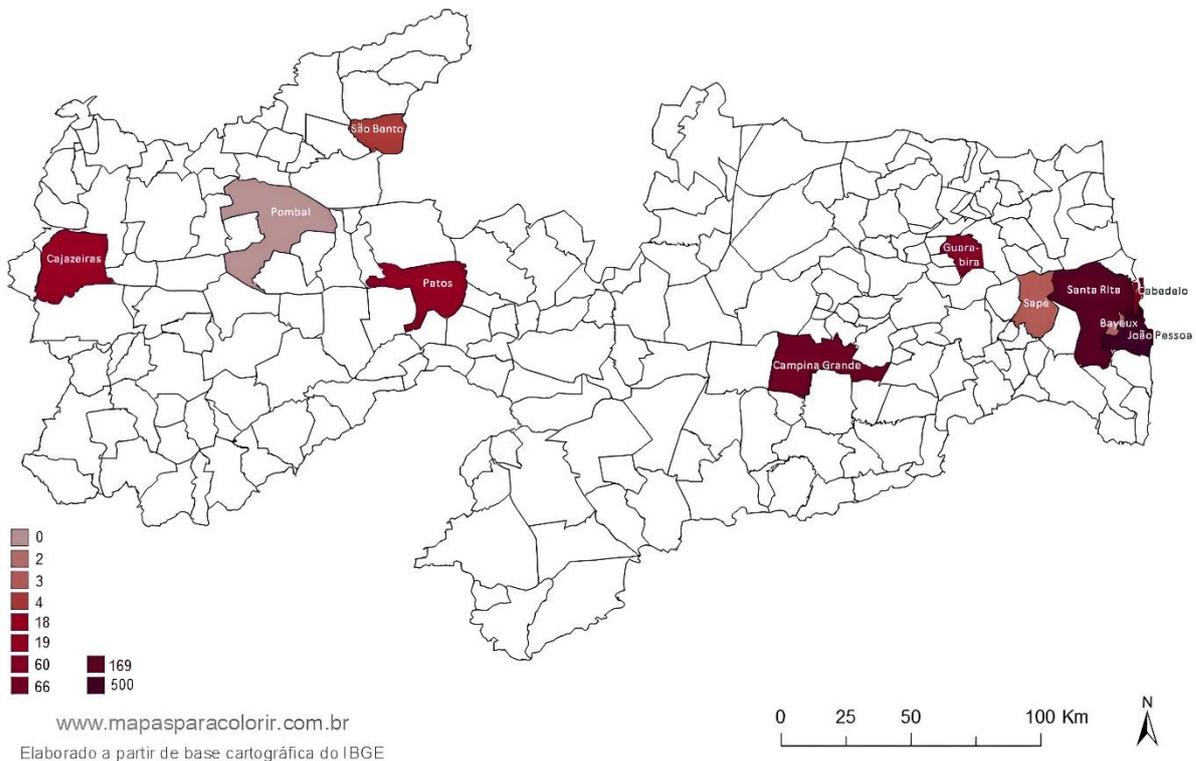
$$\sigma = \sqrt{0,0273126364}$$

$$\sigma \cong 0,165$$

Concluindo que as probabilidades variam em torno de $0,091 \pm 0,165$.

A terceira e última pergunta “A disponibilidade de oportunidades de trabalho pode afetar o desenvolvimento econômico da cidade?” Por se tratar de uma questão mais subjetiva, o professor pode considerar todos os argumentos dos discentes. Para isso, eles podem observar para quais cargos essas oportunidades de emprego estão sendo direcionadas, para quais setores, discutindo a importância de cada profissão uma em paralelo com a concentração de vagas, se há relação com o tamanho das cidades ou infraestrutura e quais fatores podem justificar tais diferenças, podendo considerar até um mapa geográfico da Paraíba como ferramenta metodológica, a qual mostre a distribuição e concentração de vagas, Gráfico 3, que também é um modelo matemático.

Gráfico 3 – Distribuição de vagas de emprego ofertadas pela SINE – PB segundo G1



Fonte: Adaptada de Mapas para colorir (2024)

3.2.4 Análise crítica das soluções

Através desse estudo, os alunos conseguirão refletir sobre o impacto da disparidade nas oportunidades de emprego, discutir possíveis soluções para melhorar a distribuição de vagas, tendo criticidade com a desigualdade regional.

Além disso, podem considerar como essas informações são úteis para os discentes ou familiares, seja no presente ou em um futuro, como também, através dos modelos criados, ver se conseguirão utilizá-los novamente em outros contextos.

Como o conteúdo de probabilidade e estatística é bastante cobrado em avaliações externas, sugere-se o aprofundamento deste conteúdo de forma tradicional apresentando os conceitos e utilidades.

3.3 Variações lineares e o Rio São Francisco

A disponibilidade e gerenciamento dos recursos hídricos no Nordeste brasileiro, em que o clima semiárido é predominante, na maioria das vezes, é considerado um problema, devido aos longos períodos de estiagem, às temperaturas elevadas e às altas taxas de evaporação. Neste contexto, vale ressaltar que “a água é um recurso natural indispensável para a vida de todas as espécies que vivem na Terra” (Brito *et al.*, 2018).

O Rio São Francisco é um dos maiores rios do Brasil, seu percurso ocupa cinco estados brasileiros – Minas Gerais, Bahia, Pernambuco, Alagoas e Sergipe – e desempenha um importante papel na economia, agricultura, pecuária, geração de energia elétrica e abastecimento de água. No entanto, tem enfrentado desafios como o desmatamento, construções de barragens, poluições domésticas e industriais (Figueredo, 2024). Para suavizar a escassez e irregularidade das chuvas em outros estados nordestinos (Ceará, Paraíba, Pernambuco e Rio Grande do Norte), a transposição do Rio São Francisco foi idealizada, garantindo uma segurança hídrica a esses lugares (Brasil, 2023).

Trazer essa temática para sala de aula é essencial para o desenvolvimento sustentável, em conformidade do cumprimento dos 17 ODS (Objetivos do Desenvolvimento Sustentável) – definidos em 2015 através da adoção da Agenda

2030 na 70ª Assembleia Geral da ONU (Organização das Nações Unidas) que abrangem de forma integrada, equilibrada e sustentável a esferas social, econômica, ambiental, enfatizando as parcerias e a paz; através deste assunto, pode-se refletir acerca dos ODS 6, 13, 15 e também 8, que objetivam respectivamente assegurar a disponibilidade e a gestão sustentável da água e do saneamento para todos; tomar medidas urgentes para combater a mudança do clima e os seus impactos; proteger, recuperar e promover o uso sustentável dos ecossistemas terrestres, gerir, de forma sustentável, as florestas, combater a desertificação, deter e reverter a degradação da terra e deter a perda da biodiversidade; e promover o crescimento econômico sustentado, inclusivo e sustentável, o emprego pleno e produtivo e o trabalho decente para todos (Santos; Boselli, 2021) – no que diz respeito à gestão e ao uso dos recursos hídricos de forma eficiente, pois os discentes podem refletir nos impactos, seja na disponibilidade de água, nas mudanças climáticas, desmatamento e entre outros, sendo um contexto significativo para trabalhar a modelagem matemática, propondo soluções práticas a tais desafios envolvendo a transposição do Rio São Francisco.

Realizadas tais considerações, o professor orientará a contextualização da temática aos estudantes, para tanto pode-se perguntar: “Vocês conhecem a extensão do Rio São Francisco e sabem da sua importância para o Brasil?” e também: “Como a redução da vazão do Rio São Francisco e as condições climáticas podem impactar o abastecimento e o desenvolvimento econômico das regiões que dependem da transposição do rio?”, pois tanto amplia a discussão inicial, como favorece a pesquisa, através de uma abordagem crítica e interdisciplinar, incentivando a investigação dos aspectos que compreendem o Rio São Francisco, desde o contexto histórico e cultural, ao econômico, já que é um dos principais cursos d’água no Brasil, percebendo a vitalidade da água para o consumo humano – populações ribeirinhas, a agricultura e a indústria – e para a manutenção dos fatores ambientais.

3.3.1 Direcionamento da pesquisa

A pesquisa exploratória para esse estudo é baseada na reportagem “Secas reduziram 60% da vazão do Rio São Francisco em três décadas, mostra pesquisa”⁵, cuja parte inicial está na Figura 6.

Figura 6 – Parte inicial da reportagem “Queda na vazão do Rio São Francisco chega a 60% e preocupa os cientistas”



Fonte: Tribuna Hoje (2024)

A reportagem da Letras Ambientais destaca uma redução preocupante de 60% na vazão do Rio São Francisco, publicada a partir do estudo do professor Humberto Barbosa da Ufal (Universidade Federal de Alagoas), devido à combinação de fatores climáticos e ações humanas, atribuindo a queda da vazão principalmente às altas temperaturas, diminuição das chuvas na bacia hidrográfica e ao uso excessivo dos recursos do rio para irrigação. A reportagem traz dados desde 1992 a 2020, auxiliando no entendimento da diminuição da vazão, sobre secas-relâmpago e enfatiza que, com a continuidade da redução, há um risco crescente de problemas no ecossistema local seja na saúde, economia e outras áreas.

⁵ Link: <https://www.letrasambientais.org.br/posts/secas-reduziram-60-da-vazao-do-rio-sao-francisco-em-tres-decadas-mostra-pesquisa>

A partir da reportagem, os discentes podem analisar os dados apresentados, como a redução na vazão do Rio São Francisco, os impactos do baixo índice de chuvas na região e a liberação da vazão máxima para atender às necessidades hídricas dos estados que são contemplados pela água do Rio, refletindo criticamente sobre a relação entre recursos hídricos, clima e sociedade, conectando a matemática a problemas reais e atuais.

3.3.2 Levantamento do problema

Diferentemente das sequências anteriores, sugere-se que haja uma participação mais ativa dos alunos, para isso, pode-se discutir separando a turma em grupos, que devem identificar as informações relevantes mencionadas no texto e ações propostas.

Para essa discussão do levantamento do problema, cabem duas questões:

- Quais as consequências dessa crise hídrica para as populações e o meio ambiente?
- Onde entra a matemática para entender ou prever esses impactos?

Essas perguntas ajudarão na reflexão sobre os fatores que influenciam a vazão do Rio São Francisco, analisando e propondo possíveis variáveis. Por meio dessas questões, os alunos podem trabalhar com tabelas para organizar os dados sobre vazão e consumo, utilizar cálculos para determinar a proporção de água disponível em relação às demandas regionais, projetar cenários de redução ou recuperação da vazão com base em funções matemáticas, e interpretar gráficos que relacionem a diminuição dos recursos hídricos com os impactos sociais e ambientais.

3.3.3 Possível modelagem, resolução do problema e desenvolvimento do conteúdo matemático

Com a leitura das reportagens e demais pesquisas, os discentes devem listar quais são as variáveis que podem auxiliar na resposta das perguntas, as quais podem ser:

- Temperatura (em °C);
- Precipitação média anual (em mm);
- Consumo hídrico médio;
- População abastecida pela transposição.

Com isso, discutir entre os grupos quais as relações entre as variáveis e quais novas hipóteses podem ser criadas a partir da reportagem. E também, devem elaborar um modelo que relacione o que foi identificado e permita simulações.

A reportagem traz figuras e gráficos com dados que podem ajudar na discussão de modelos matemáticos como a Figura 7 que indica a área seccionada do Rio.

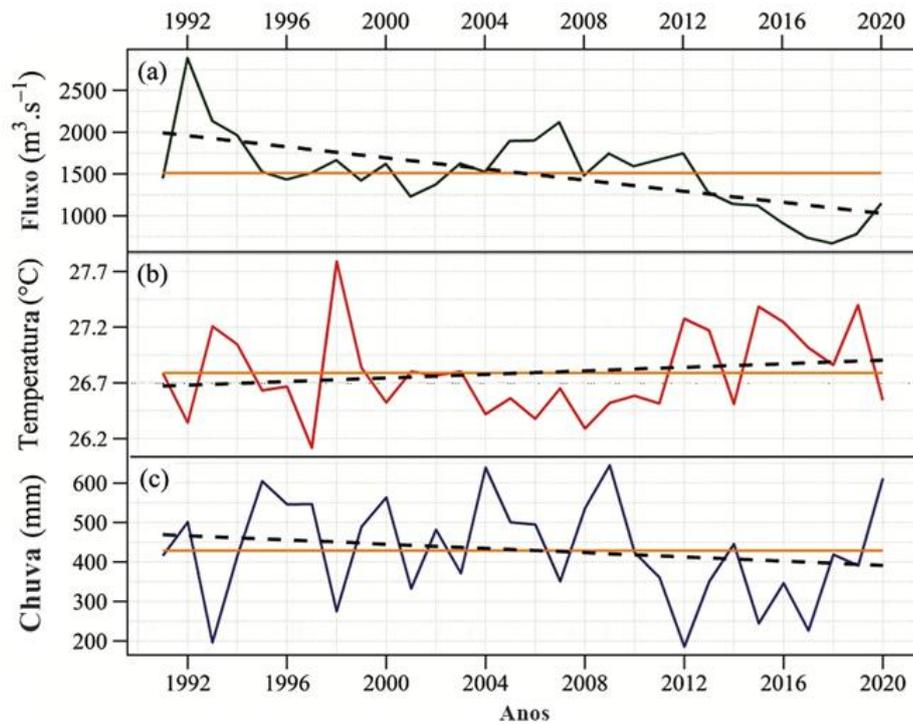
Figura 7 – Área do Rio São Francisco



Fonte: Letras Ambientais (2024)

Ainda com as variáveis listadas, os alunos podem considerar outros problemas a partir da reportagem, por exemplo, da Figura 8, podem simular cenários, verificando em qual ano essa vazão pode zerar, caso mantenham as mesmas condições.

Figura 8 – Vazão do Rio São Francisco, chuva e temperatura de 1991-2020



Fonte: Lapis *apud* Letras Ambientais (2024)

Analisando o gráfico na figura, pode-se identificar uma possível função que modela essa redução na vazão, considerando a função da linha de tendência dessa vazão média, o ano 1992 com $t = 0$ e a vazão (em m^3/s) $f(0) = 2000$; o ano de 2020 é $t = 28$, com $f(28) = 1000$, da Equação 2, o coeficiente angular (a) é

$$a = \frac{2000 - 1000}{0 - 28}$$

$$a = -\frac{1000}{28}$$

$$a \cong -35,71$$

E o coeficiente linear (b), da Equação 3, é

$$1000 = (-35,71) \cdot 28 + b$$

$$b = 1000 + 999,88$$

$$b = 1999,88$$

Com isso, a função formada é

$$f(t) = -35,71 \cdot t + 1999,88$$

Ao igualar a vazão $f(t)$ a zero, temos que

$$0 = -35,71 \cdot t + 1999,88$$

$$t = \frac{1999,88}{35,71}$$

$$t \cong 56$$

Ou seja, no ano de 2048 a vazão tende a zerar, caso mantenham as mesmas condições.

Ainda da Figura 8, no gráfico (b), pode-se perceber através da linha pontilhada que há uma tendência de aumento da temperatura média ao longo do período analisado, embora haja variações anuais, com acréscimo e decréscimo da temperatura, mas a média está sempre em ascensão. Com este sentido, os discentes poderiam se perguntar, ou também a pergunta pode partir do professor, se há alguma correlação entre a variação da temperatura e as outras variáveis apresentadas no gráfico, por exemplo, se a o aumento da temperatura está relacionada a diminuição da precipitação. Através desta discussão, eles precisariam pesquisar se é possível realizar essa análise matemática.

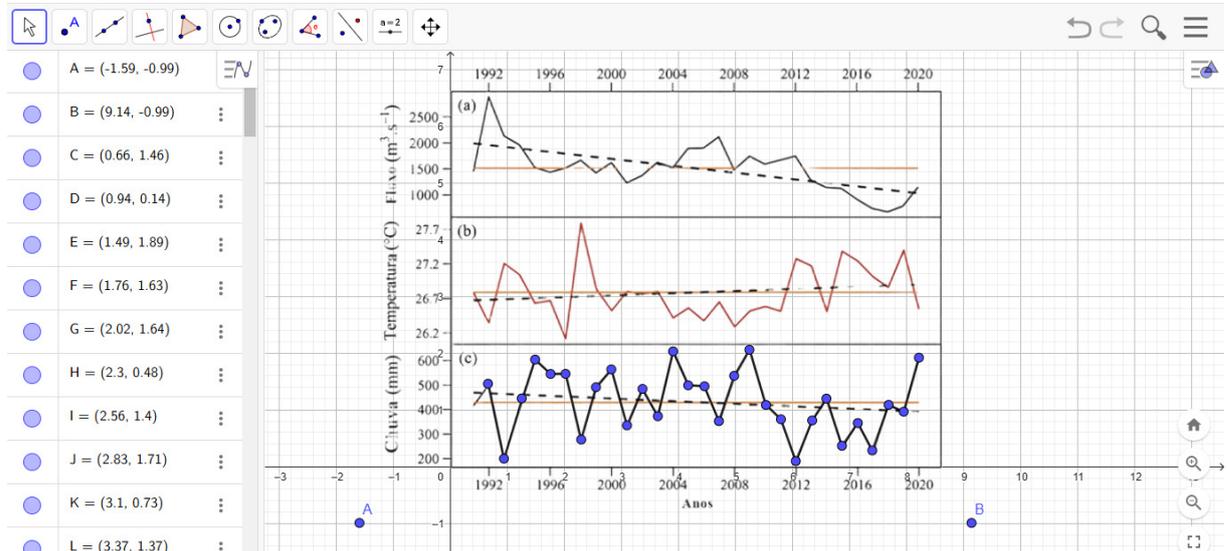
Um modelo que pode ser ideal é o gráfico de dispersão pela análise da relação linear entre duas variáveis, para isso, precisa-se dos dados mais precisos que formaram os gráficos (b) e (c) da Figura 8. Essa coleta sensível pode ser realizada por meio de diferentes plataformas, neste caso, foi aproximado os valores através do GeoGebra⁶, com o auxílio da malha quadriculada utilizando as ferramentas de ponto e segmentos (Figura 9), e organizados os dados no Excel⁷ na tentativa refazê-lo,

⁶ GeoGebra é um software de matemática interativo que integra geometria, álgebra, planilhas, gráficos, estatística e cálculo, adequada para todos os níveis educacionais.

⁷ Excel é um software de planilhas eletrônicas, com isso é possível efetuar cálculos ou exibir informações.

deixando-o mais próximo possível do gráfico inicial. A partir disso, foi montada a Tabela 4, o qual concentra os dados de temperatura e precipitação, aproximadamente.

Figura 9 – Construção do gráfico (c) de chuva pelo GeoGebra



Fonte: Autora (2024)

Tabela 4 – Precipitação e temperatura do Rio São Francisco de 1992-2020

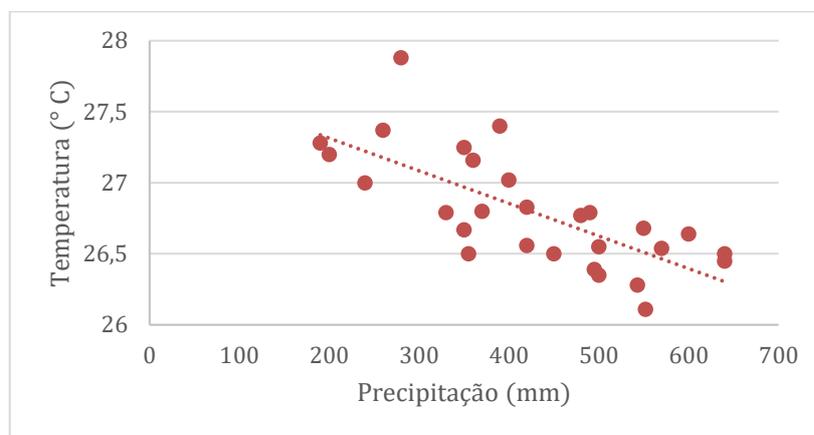
Ano	Precipitação (mm)	Temperatura (° C)
1992	500	26,35
1993	200	27,2
1994	400	27,02
1995	600	26,64
1996	550	26,68
1997	552	26,11
1998	280	27,88
1999	490	26,79
2000	570	26,54
2001	330	26,79
2002	480	26,77
2003	370	26,8
2004	640	26,45
2005	500	26,55
2006	495	26,39
2007	350	26,67
2008	543	26,28
2009	640	26,5
2010	420	26,56
2011	355	26,5
2012	190	27,28
2013	360	27,16
2014	450	26,5
2015	260	27,37
2016	350	27,25

2017	240	27
2018	420	26,83
2019	390	27,4
2020	615	26,55

Fonte: Autora (2024)

Organizado os dados, pode-se criar, ainda com o Excel, um gráfico de dispersão (Gráfico 4), usando os dados das duas variáveis, precipitação e temperatura.

Gráfico 4 – Gráfico de dispersão da temperatura pela precipitação



Fonte: Autora (2024)

Neste gráfico consegue-se ver que as observações estão próximas da linha de tendência dos dados, além disso, é importante destacar que essa linha apresenta uma inclinação negativa, o que quer dizer que as variáveis de precipitação e temperatura estão negativamente correlacionadas, matematicamente falando, são grandezas que possuem proporcionalidade inversa, ou seja, conforme os valores aumentam em um dos eixos, eles tendem a diminuir no outro (Lima, 2021), por exemplo, neste caso de temperatura e precipitação, indica que à medida que a temperatura aumenta, a precipitação tende a diminuir, ou vice-versa.

3.3.4 Análise crítica das soluções

A análise da crise hídrica no Rio São Francisco possibilitará aos discentes refletirem sobre a redução da vazão do Rio, que pode ser associada ao aumento da

temperatura, que causa maior evaporação das águas e menor reposição hídrica – embora o aumento da evaporação, na teoria, contribui para chuvas e umidade do ar, o problema está no desequilíbrio do ciclo da água, causado por mudanças climáticas e desmatamentos – e quais seus impactos para o meio ambiente e população. Por exemplo: alterar a biodiversidade, comprometer a sobrevivência de algumas espécies; entendendo a necessidade do uso sustentável para o consumo, e através de vários possíveis modelos, identificar o quão urgente é o conteúdo, caso se mantenham as mesmas condições, seja climática ou não, trazendo sugestões para a reversão do cenário simulado.

Além disso, a redução da vazão do rio pode intensificar o avanço do mar na foz do São Francisco, como retrata Amâncio (2023), um fenômeno conhecido como intrusão salina, que compromete a qualidade da água, afetando as atividades econômicas que dependem disso.

Essa abordagem incentiva o uso de conceitos e representações matemáticas unidas à realidade, além de promover a integração entre disciplinas e a formação de cidadão conscientes.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Ao longo deste trabalho, discutiu-se a importância da busca por metodologias que tornem o ensino de matemática mais acessível e significativo, destacando as Tendências em Educação Matemática como norteadoras desse processo para adaptar o ensino às necessidades atuais.

Entre essas abordagens, foi possível enxergar a Modelagem Matemática como uma metodologia ativa capaz de conectar a matemática ao contexto real dos alunos, promovendo o desenvolvimento do pensamento crítico e da autonomia na aprendizagem, em conformidade com a Aprendizagem Baseada em Problemas, em que os estudantes são desafiados a buscar soluções para problemas cotidianos, construindo o conhecimento matemático, de forma contextualizada, garantindo a integração de diferentes áreas do conhecimento.

Ficou evidenciado que o ensino tradicional, muitas vezes, não atende às necessidades formativas dos estudantes, visto que nas vivências dos estágios e programas que insiram os professores em formação na sala de aula é relatado que este ensino se limita à memorização e repetição de procedimentos, na qual dificultam a progressão da abstração da matemática além de conceitos.

Além disso, através deste trabalho, foi proposto uma solução para diminuir os desafios, como a falta de formação continuada para professores e a escassez de materiais didáticos oferecidos. Para isso, foi feita a definição das metodologias ativas e da modelagem matemática, além da ilustração das suas aplicabilidades, pois traz como se pode trabalhar na prática, por meio das sequências didáticas completas produzidas. Essas sequências, que foram baseadas em problemas reais, extraídas de reportagens que refletem temas naturalmente conectados a realidade dos alunos, abordando temas relacionados ao mundo digital, ao mercado de trabalho e às questões naturais regionais.

Nesse sentido, a Matemática Crítica também se faz presente, pois permite que os alunos não apenas aprendam conceitos matemáticos, mas reflitam sobre seu uso na sociedade e suas implicações, já que ao trazer problemáticas reais para a sala de aula, os estudantes são incentivados a questionar e interpretar os fenômenos a partir de uma perspectiva crítica e social.

Dessa forma, a Modelagem Matemática se apresenta como uma alternativa viável para tornar o ensino de matemática mais dinâmico, contextualizado e envolvente. Pode-se dizer, portanto, que a combinação dessas abordagens metodológicas abre um caminho propício e favorável para a transformação do ensino de matemática, adequando às necessidades dos estudantes e da sociedade contemporânea.

O presente estudo trouxe possibilidades de aplicação da modelagem matemática no ensino médio, então deixa-se o indicativo para investigações futuras analisarem como seria a implementação na prática. Recomenda-se, portanto, a realização de pesquisas que quantifiquem a eficácia da abordagem, considerando a aprendizagem dos estudantes e os possíveis desafios enfrentados pelos professores. Além disso, é relevante que estudos futuros investiguem a Matemática Crítica no contexto escolar, analisando como a abordagem pode contribuir para o desenvolvimento do pensamento reflexivo dos alunos a partir da matemática.

REFERÊNCIAS

ALFANO, Bruno. Brasileiros estão abrindo mão da graduação para gastar com *Bets* e jogo do tigrinho, diz pesquisa. **O Globo**. 16 set. 2024. Disponível em: <https://oglobo.globo.com/brasil/educacao/noticia/2024/09/16/brasileiros-estao-abrindo-mao-da-graduacao-para-gastar-com-bets-e-jogo-do-tigrinho-diz-pesquisa.ghtml>. Acesso em: 22 nov. 2024.

ALMEIDA, Maria Elizabeth Bianconcini de. Apresentação. *In*: BACICH, Lilian; MORAN, José (org.) **Metodologias ativas para uma educação inovadora**: uma abordagem teórico-prática. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 14-15.

ALMEIDA, Rafael Neves. **Modelagem matemática nas atividades de estágio**: saberes revelados por futuros professores. Dissertação (Mestrado em Educação – Metodologia de ensino) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2009.

AMÂNCIO, Adriana. **Avanço do mar na foz do São Francisco leva fome a quilombolas de Alagoas**. Mongabay, 2023. Disponível em: <https://brasil.mongabay.com/2023/09/avanco-do-mar-na-foz-do-sao-francisco-leva-fome-a-quilombolas-de-alagoas/#:~:text=quilombolas%20de%20Alagoas-.Avan%C3%A7o%20do%20mar%20na%20foz%20do%20S%C3%A3o,fome%20a%20quilombolas%20de%20Alagoas&text=A%20intrus%C3%A3o%20salina%2C%20causada%20pela,e%20de%20alimento%20das%20fam%C3%ADlias>. Acesso em: 10 mar. 2025.

AMARAL, Rita de Cássia Borges de Magalhães. Prefácio. *In*: MACHADO, Andreia de Bem *et al.* (org.) **Práticas inovadoras em metodologias ativas**. Florianópolis: Contexto Digital, 2017. p. 4-6.

AMPLIFICA. **Metodologias ativas**. *Toolkit*. Brasília: 2020. Disponível em: <https://www.amplifica.me/produto/e-books/toolkit-de-metodologias-ativas/>. Acesso em: 30 jan. 2025.

BARBOSA, Jonei Cerqueira. Modelagem Matemática: O que é? Por que? Como? **Veritati**, São Paulo, n. 4, p. 73 - 80, 2004. Disponível em: http://www.educadores.diaadia.pr.gov.br/arquivos/File/2010/artigos_teses/2010/Matematica/artigo_veritati_jonei.pdf. Acesso em: 16 jan. 2025.

BASSANEZI, Rodney Carlos. **Ensino-aprendizagem com Modelagem Matemática**. 3º ed. São Paulo, Contexto, 2006.

BIEMBENGUT, Maria Salett. Modelagem Matemática & Resolução de Problemas, Projetos e Etnomatemática: Pontos Confluentes. **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Santa Catarina, v. 7, n.2, p. 197-219, 2014.

BRASIL. Secretaria de Comunicação Social. **Soterramentos, bloqueios e fechamentos: as mentiras que contam sobre a Transposição do São Francisco:** Alvo recorrente de desinformação, o projeto atende os estados de Pernambuco, Paraíba, Ceará e Rio Grande do Norte. Brasília: 2023. Disponível em: <https://www.gov.br/secom/pt-br/fatos/brasil-contrafake/noticias/2023/11/soterramentos-bloqueios-e-fechamentos-as-mentiras-que-contam-sobre-a-transposicao-do-sao-francisco#:~:text=Maior%20obra%20de%20infraestrutura%20h%C3%ADdrica,o%20Leste%2C%20com%20217%20quil%C3%B4metros>. Acesso em: 10 jan. 2025.

BRITO, Kildery Pedrosa de; BESERRA, Willian Ribeiro; PEDROSA, Isabelly Cavalcante; SILVA, Everton Vieira da; SILVA, Flávio José da. A água como fator indispensável à vida e a importância da química na estação de tratamento. **Caderno Verde de Agroecologia e Desenvolvimento Sustentável**, v.8, n.2, p. e6664, 2018. Disponível em: <https://www.gvaa.com.br/revista/index.php/CVADS/article/view/6664?articlesBySameAuthorPage=1>. Acesso em: 08 jan. 2025.

BROCKVELD, Thainá Cristhina; MUNHOZ, Regina Helena. **Tendências em Educação Matemática: formação de professores e práticas educativas na área de matemática para os diferentes níveis de ensino.** Projeto de pesquisa – Universidade do Estado de Santa Catarina, Santa Catarina, 2023. Disponível em: https://www.udesc.br/arquivos/udesc/id_cpmenu/16931/TENDENCIAS_EM_EDUCACAO_MATEMATICA_FORMACAO_DE_PROFESSORES_E_PRATICAS_EDUCATIVAS_NA_AREA_DE_MATEMATICA_PARA_OS_DIFERENTES_NIVEIS_DE_E_16950467362924_16931.pdf. Acesso em: 15 jan. 2025.

BRUMANO, Cleuza Eunice Pereira. **A modelagem matemática como metodologia para o estudo de análise combinatória.** Dissertação (Mestrado – Mestrado Profissional em Educação Matemática) – Universidade Federal de Juiz de Fora, Juiz de Fora, 2014.

CABRAL, Natanael Freitas. **Sequências Didáticas:** estrutura e elaboração. Belém: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2017. 104 p. Disponível em: https://www.sbembrasil.org.br/files/sequencias_didaticas.pdf. Acesso em: 16 jan. 2025.

DARUB, Ana Keully Gadelha dos Santos; SILVA, Osnilson Rodrigues. Formação de professores em metodologias ativas. *In:* Congresso Internacional e Tecnologias | Encontro de Pesquisadores em Educação à Distância. **Anais [...]**. São Carlos: UFSCar, 2020. Disponível em: <https://cietenped.ufscar.br/submissao/index.php/2020/article/view/1396>. Acesso em: 28 jan. 2025.

DIAS, Simone Regina; CHAGA, Marco Maschio. Aprendizagem Baseada em Problema: um relato de experiência. *In:* MACHADO, Andreia de Bem *et al.* (org.)

Práticas inovadoras em metodologias ativas. Florianópolis: Contexto Digital, 2017. p. 36-48.

FIGUEREDO, Marcos. Rio São Francisco: história, importância e desafios atuais. **Renova Era**, 2024. Disponível em: <https://renovaera.com.br/rio-sao-francisco-historia-importancia-e-desafios/>. Acesso em: 8 jan. 2025.

G1. Paraíba tem 2.714 vagas de emprego oferecidas pelo Sines de 23 a 27 de dezembro. 23 dez. 2024. Disponível em: <https://g1.globo.com/pb/paraiba/noticia/2024/12/23/paraiba-tem-2714-vagas-de-emprego-oferecidas-pelos-sines-de-23-a-27-de-dezembro.ghtml>. Acesso: 24 dez. 2024.

GIL, Antonio Carlos. **Métodos e Técnicas de Pesquisa Social.** 6. ed. São Paulo: Atlas, 2008.

HULF, Samuel Francisco; BURAK, Dionísio. Modelagem Matemática e relações com abordagens no processo de ensino e aprendizagem no contexto do tema imposto. **Revista Eletrônica de Educação Matemática**, Florianópolis, v. 12, n. 2, p. 163-175, 2017.

LETRAS AMBIENTAIS. **Secas reduziram 60% da vazão do Rio São Francisco em três décadas, mostra pesquisa.** ISSN 2674-760X. 19 ago. 2024. Disponível em: <https://www.letrasambientais.org.br/posts/secas-reduziram-60-da-vazao-do-rio-sao-francisco-em-tres-decadas-mostra-pesquisa#:~:text=Vaz%C3%A3o%20do%20Rio%20S%C3%A3o%20Francisco%2C%20chuva%20e%20temperatura%20de%201991,do%20Rio%2C%20em%2030%20anos>. Acessado em: 08 jan. 2025.

LIMA, Marcos. O que é correlação de Pearson?. **Blog Psicometria Online:** 2021. Disponível em: <https://www.blog.psicometriaonline.com.br/o-que-e-correlacao-de-pearson/>. Acesso em: 24 jan. 2025.

MARTINI, Roseane Coppini; VICENTE, Amarildo de. Modelagem Matemática: uma metodologia para o ensino de geometria na construção de maquete. *In*: Paraná. Secretaria de Estado da Educação. **Os desafios da escola pública paranaense na perspectiva do professor PDE**, 2016, v.16. Disponível em: http://www.diaadiaeducacao.pr.gov.br/portals/cadernospde/pdebusca/producoes_pde/2016/2016_artigo_mat_unioeste_rosanecoppinimartini.pdf. Acesso: 05 fev. 2025.

MENEZES, Regiane Janaina Silva de. **Estratégias Didático-Pedagógicas de Matemática Financeira pela abordagem das Metodologias Ativas e Aprendizagem Significativa - Contribuições para Educação Financeira.** Dissertação (Mestrado - Mestrado Profissional em Ensino de Ciências) – Universidade Estadual de Goiás, Anápolis, 2021.

MEYER, João Frederico da Costa de Azevedo; CALDEIRA, Ademir Donizeti; MALHEIROS, Ana Paula dos Santos. **Modelagem em Educação Matemática**. 3. ed. Belo Horizonte: Autêntica Editora, 2017, 142 p.

MORAIS, Leilyanne Silva de. **A sequência de Polya aplicada ao ensino de geometria espacial**. Dissertação (Mestrado – Mestrado Profissional em Matemática) – Universidade Federal do Cariri, Juazeiro do Norte – CE, 2018).

MORAN, José. Metodologias ativas para uma aprendizagem mais profunda. *In*: BACICH, Lilian; MORAN, José (org.) **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018. p. 34-70.

NIC.br - Núcleo de Informação e Coordenação do Ponto BR. **Pesquisa sobre o uso da internet por crianças e adolescentes no Brasil**. São Paulo: Cetic.br, 2023.

Disponível em:

https://cetic.br/media/docs/publicacoes/1/20230825142135/tic_kids_online_2022_livro_eletronico.pdf. Acesso em: 01 nov. 2024.

PARAÍBA (Estado). Secretaria da Educação. Escolas Cidadãs Integrais. *In*: PARAÍBA. Secretaria da Educação. **Programas**. Disponível em: <https://paraiba.pb.gov.br/diretas/secretaria-da-educacao/programas/escolas-cidadas-integrais-1>. Acesso em: 16 dez. 2024.

RIBEIRO, Luis Roberto de Camargo. **A Aprendizagem Baseada em Problemas (PBL): uma implementação na educação em Engenharia na voz dos atores**. Tese (Doutorado em Educação – Metodologia de Ensino) – Universidade Federal de São Carlos, São Carlos, 2005.

ROSA, Júnia Bicalho Duarte; ROCHA, Flavia Suheck Mateus da; TEDESCO, Daniel Guimarães. Aplicação da Aprendizagem Baseada em Problemas no processo de aprendizagem da Matemática: uma análise da literatura. **Caderno Intersaberes**, Curitiba, v. 12, n. 44, p. 30-43, 2023.

SAMPAIO, Nilo Antônio de Souza; ASSUMPÇÃO, Alzira Ramalho Pinheiro de; FONSECA, Bernardo Bastos da. **Estatística descritiva**. Belo Horizonte: Poisson, 2018, 70 p. Disponível em:

https://www.poisson.com.br/livros/estatistica/volume1/Estatistica_Descritiva.pdf. Acesso em: 27 dez. 2024.

SANTOS, Gabriela Nicolau dos; BOSELLI, Giane. **Agenda para o Desenvolvimento Sustentável: conceitos, mobilização e articulação**. Brasília: Enap; PNUD, 2021.

SANTOS, João Ricardo Viola dos; LINS, Romulo Campos. Movimentos de teorizações em Educação Matemática. **Bolema: Boletim de Educação**

Matemática, v. 30, n. 55, p. 325-367, 2016. Disponível em: <https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a02>. Acesso em: 14 jan. 2025.

SANTOS, Lucas Rocha; MATOS, Mariana Lima; SANT'ANA, Irani Parolin. Tendências em Educação Matemática na percepção de professores de matemática. **Revista de Educação Matemática**, v. 18, p. e021005, 2021. Disponível em: <https://doi.org/10.37001/remat25269062v17id392>. Acesso em: 15 jan. 2025.

SANTOS, Mislene Rosa dos; LIMA, Claudiney Nunes de. Metodologias ativas no ensino da matemática do ensino fundamental: novas atitudes para enfrentar as dificuldades de aprendizagem. **Revista Ibero-Americana de Humanidades, Ciências e Educação**, v. 10, n. 9, p. 1423–1441, 2024. Disponível em: <https://doi.org/10.51891/rease.v10i9.15587>. Acesso em: 02 fev. 2025.

SARTORI, Alice Stephanie Tapia; DUARTE, Claudia Glavam. Repetir, memorizar, recitar: mecanismos para a fabricação de corpos dóceis pela Educação Matemática. **Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática**, v. 14, n. 1, p. 84-91, 2021. Disponível em: <https://jjeem.pgsskroton.com.br/article/view/7612>. Acesso: 28 jan. 2025.

SEVERINO, Antônio Joaquim. **Metodologia do trabalho científico**. 1. ed. São Paulo: Cortez, 2013.

SOARES, Maria Rosana; SANTOS JUNIOR, Guataçara dos; GUALANDI, Jorge Henrique. Modelagem matemática em Educação Matemática: possibilidades para os processos de ensino e de aprendizagem. **Revista Dyamis**, Blumenau, v. 27, n. 1, p. 03-25, 2021.

VELEDA, Gabriele Granada; BURAK, Dionísio. Avaliação em práticas com modelagem matemática na educação matemática: uma proposta de instrumento. **Educação Matemática pesquisa**, São Paulo, v. 22, n. 2, p. 25-54, 2020.

	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
	Campus Cajazeiras - Código INEP: 25008978
	Rua José Antônio da Silva, 300, Jardim Oásis, CEP 58.900-000, Cajazeiras (PB)
	CNPJ: 10.783.898/0005-07 - Telefone: (83) 3532-4100

Documento Digitalizado Ostensivo (Público)

VERSÃO FINAL TCC

Assunto:	VERSÃO FINAL TCC
Assinado por:	Joyce Pereira
Tipo do Documento:	Anexo
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Ostensivo (Público)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- **Joyce Pereira de Souza, DISCENTE (202112020040) DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - CAJAZEIRAS**, em 14/03/2025 11:42:32.

Este documento foi armazenado no SUAP em 14/03/2025. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 1419264

Código de Autenticação: 0e7c3d1148

