INSTITUTO FEDERAL
Paraíba
Campus Campina Grande

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

ANA LETÍCIA ARAÚJO FALCÃO

O ENSINO DE MATEMÁTICA NUMA PERSPECTIVA INTEGRADORA ENTRE A ÁLGEBRA, A GEOMETRIA E A ARITMÉTICA

CAMPINA GRANDE - PB
2025

ANA LETÍCIA ARAÚJO FALCÃO

O ENSINO DE MATEMÁTICA NUMA PERSPECTIVA INTEGRADORA ENTRE A ÁLGEBRA, A GEOMETRIA E A ARITMÉTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), como requisito parcial para para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rômulo Alexandre Silva
Coorientador: Prof. Me. Joab dos Santos Silva.

Catalogação na fonte:
Ficha catalográfica elaborada por Gustavo César Nogueira da Costa - CRB 15/479

F181e Falcão, Ana Letícia Araújo
O ensino de Matemática numa perspectiva integradora entre a Algebra, a Geometria e a Aritmética / Ana Letícia Araújo Falcão. - Campina Grande, 2025.
68 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Curso Superior de Licenciatura em Matemática) - Instituto Federal da Paraíba, 2025.
Orientador: Prof. Dr. Rômulo Alexandre Silva.
Coorientador: Prof. Me. Joab dos Santos Silva.

1. Matemática 2. Ensino de Matemática - Metodologias ativas 3. Formação de professores - matemática I. Silva, Rômulo Alexandre II. Silva, Joab dos Santos III. Título.

CDU 51:37

ANA LETÍCIA ARAÚJO FALCÃO

O ENSINO DE MATEMÁTICA NUMA PERSPECTIVA INTEGRADORA ENTRE A ÁLGEBRA, A GEOMETRIA E A ARITMÉTICA

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), como requisito parcial para para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Rômulo Alexandre Silva
Coorientador: Prof. Me. Joab dos Santos Silva.

Aprovado em: 12/03/2025.

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
ROMULO ALEXANDRE SILVA
Data: 18/03/2025 13:09:06-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Rômulo Alexandre Silva
Instituto Federal da Paraíba

Documento assinado digitalmente
JOAB DOS SANTOS SILVA
Data: 17/03/2025 09:24:20-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Me. Joab dos Santos Silva.
Instituto Federal da Paraíba

Documento assinado digitalmente
LUIS HAVELANGE SOARES
Data: 17/03/2025 21:00:09-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Prof. Dr. Luis Havelange Soares
Instituto Federal da Paraíba

Prof. Me. Ronnylson Cesar de O. Fonceca
Instituto Federal da Paraíba

Documento assinado digitalmente
RONNYLSON CESAR DE OLIVEIRA FONCECA
Data: 17/03/2025 21:11:52-0300
Verifique em https://validar.iti.gov.br

Este trabalho é dedicado à memória do meu querido avô, Adailton Barbosa Araújo, um homem que foi muito mais do que um avô para mim, foi meu pai, meu herói, meu exemplo e minha maior fonte de inspiração. Sua vida foi um verdadeiro testemunho de amor, fé, humildade e honestidade que nunca se abalou. Você me ensinou, não apenas com palavras, mas com cada gesto e cada olhar, que os maiores tesouros da vida são construídos com bondade, respeito e integridade. Sua força e sua sabedoria me guiaram nos momentos mais desafiadores, e seu amor continua a me sustentar, mesmo que você já não esteja aqui fisicamente. Cada página deste trabalho carrega um pouco do seu legado, da sua essência e do seu exemplo. Por esse motivo, com todo o meu amor e gratidão eterna, dedico estas páginas a você, meu eterno exemplo e meu maior orgulho. Até um dia, vovô.

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar, gostaria de expressar minha profunda gratidão a Deus, por ser a fonte de força, sabedoria e perseverança em minha vida. Foi por meio da Sua graça que encontrei motivação e discernimento para superar os desafios que surgiram ao longo dessa jornada, especialmente durante a elaboração deste trabalho.

Agradeço profundamente à minha família, especialmente aos meus avós, Gilvanda Marinho e Adailton Barbosa (in memoriam), que foram muito mais que avós para mim. Vocês foram meus pilares, cuidadores e porto seguro, me criando com um amor incondicional que me moldou. Cada ensinamento, gesto de carinho e sacrifício de vocês foi essencial para minha formação, tanto pessoal quanto profissional. Vocês são a base de tudo que conquistei, e por isso, levo vocês no coração em cada passo desta jornada. Vovô, tive que lhe dizer adeus durante essa caminhada, mas seu amor permanece vivo em mim. Sei que não está aqui fisicamente, mas sinto seu "abraço de tamanduá" e imagino seus olhos azuis brilhando, celebrando mais esta conquista. Este momento não seria completo sem lembrar de você e de tudo que representa em minha vida. Obrigado por seguir sendo minha força, mesmo de longe.

Agradeço à minha mãe, Andreia Luiza, pelo amor incondicional, pelo apoio inestimável em todos os momentos, por nunca ter permitido que nada me faltasse e por sempre estar ao meu lado, mesmo nos dias mais difíceis. Ao meu pai, Gildo Alcântara, por suas palavras de incentivo e por sempre acreditar em mim. E aos meus irmãos, André Luan, Victor Manuel e Emilly Geovana, pela companhia, pelo carinho e pela alegria que trouxeram à minha vida.

Um agradecimento ao meu filho amado, Gabriel Messias, que chegou durante essa jornada tão desafiadora. Sua presença é a reafirmação viva de todas as promessas de Deus em minha vida e se tornou meu maior motivo para seguir em frente, mesmo nos momentos mais difíceis, você sempre é meu motivo para sorrir. Me perdoe pelas vezes que não estive presente ao longo desse tempo, mas saiba que cada passo que dou é pensando em você e no nosso futuro. Que você cresça sabendo que nunca foi um peso em minha vida, e que tudo vale a pena pelo seu conforto e bem estar. Obrigada por ser minha força diária e por iluminar minha vida com sua presença.

Agradeço à pessoa com quem compartilho minha vida, Geovane Cordeiro, por todas as vezes que, mesmo sem entender completamente minha rotina conturbada, me deu forças para continuar e me apoiou, cuidando do nosso bem mais precioso enquanto eu estava ausente. Sua paciência, compreensão e amor foram fundamentais para que eu pudesse enfrentar os desafios dessa jornada. Obrigada por estar comigo em todos os momentos ao longo desses quase 10 anos.

Um agradecimento especial aos meus orientadores, Rômulo Alexandre e Joab Silva, que desempenharam um papel fundamental na construção dessa pesquisa. Suas correções e apoio foram essenciais, sempre me encorajando, mesmo nos momentos em que duvidei de mim mesma. Agradeço por toda a dedicação, paciência e orientação ao longo deste processo. Vocês foram fundamentais para a construção e conclusão deste trabalho, e sou imensamente grata pelo conhecimento e apoio que compartilharam comigo.

À banca examinadora, meu sincero agradecimento por aceitarem participar deste momento tão importante. Suas contribuições certamente enriqueceram este trabalho.

Não poderia deixar de mencionar a comunidade acadêmica do IFPB - Campina Grande, em especial aos professores, que contribuíram significativamente para minha formação, tanto profissional quanto pessoal. Representando a todos, gostaria de agradecer ao professor Salomão e ao meu coorientador, Joab Silva, pois, em um momento delicado da minha vida, após a gestação, me deram a possibilidade de continuar assistindo às aulas e acompanhando os conteúdos de forma remota até o meu retorno. Esse pequeno gesto de apoio foi extremamente significativo para mim, servindo como um grande incentivo para seguir em frente e não desistir.

Durante a jornada acadêmica, enfrentamos diversos desafios e temos a chance de conhecer pessoas especiais que marcam nossas vidas. Em nome de todos os amigos que fiz ao longo do curso, gostaria de agradecer à minha turma, Adalberto, Dâmares, Erika, Israel, Joeliton, Mª Beatriz e, é claro, à Nicole, que nos aproximamos mais ao final do curso e se tornou uma peça fundamental na finalização deste trabalho. Quero expressar minha gratidão por cada momento compartilhado, seja nos estudos, nas conversas descontraídas ou nos apoios mútuos nos momentos mais difíceis. Vocês foram essenciais para que essa caminhada fosse não apenas de aprendizado, mas também de crescimento pessoal e construção de laços que levarei para sempre. Obrigado por transformarem essa experiência em algo tão significativo e por estarem ao meu lado em cada etapa.

Para as minhas meninas, obrigada por serem mais que amigas, por serem minha família. Vocês me mostraram o verdadeiro significado da sororidade, da parceria e da cumplicidade. Cada risada, cada conselho e cada abraço foram fundamentais para que eu chegasse até aqui. Levo vocês comigo, não apenas como colegas de curso, mas como irmãs de vida. Obrigada por tudo!

Por fim, gostaria de agradecer a todos os servidores da instituição, que, direta ou indiretamente, contribuíram para o bom funcionamento do curso e a todos que tornaram possíveis os estágios e as práticas de assistência estudantil ao longo da minha trajetória. As políticas públicas do governo federal, como o restaurante universitário e os programas de iniciação à docência (PIBID e PRP), foram essenciais para minha permanência no curso e para o desenvolvimento da minha formação profissional. Além disso, quero estender meu agradecimento a todos os colaboradores e participantes da pesquisa, cujo apoio e contribuição foram indispensáveis para a realização deste trabalho. Cada um de vocês teve um papel fundamental nessa conquista, e sou imensamente grato por fazerem parte dessa jornada.

Este trabalho é o resultado de muito esforço, dedicação e, principalmente, do apoio de todas essas pessoas. A cada uma delas, o meu mais sincero e eterno agradecimento.

"Não se apavore, nem se desanime, pois o Senhor, o seu Deus, estará com você por onde você andar."

(Josué 1 : 9*)*

RESUMO

O ensino da Matemática, muitas vezes fragmentado em conteúdos e tópicos isolados, dificulta a construção de uma visão mais ampla da disciplina e duas aplicações. Diante desse cenário, este trabalho investiga como a integração da Álgebra, Geometria e Aritmética podem trazer frutos positivos para o ensino da disciplina, e consequentemente, para a aprendizagem dos alunos. Utilizando uma abordagem qualitativa e a metodologia de pesquisa-ação, analisamos a percepção de licenciandos em Matemática sobre estratégias pedagógicas que promovam essa conexão. Foram desenvolvidas e aplicadas propostas didáticas baseadas no uso de materiais manipulativos e na resolução de problemas, explorando conceitos como o Teorema de Pitágoras, Produtos Notáveis e funções quadráticas. Os resultados apontam que a abordagem integrada facilita a visualização e a compreensão dos conceitos matemáticos, promovendo um aprendizado mais dinâmico e contextualizado. Concluímos que o ensino integrador contribui para a formação de professores mais preparados e para o desenvolvimento de estudantes com uma visão mais ampla e coesa da Matemática.

Palavras-chave: Ensino Integrado. Matemática. Álgebra. Geometria. Aritmética.

ABSTRACT

The teaching of Mathematics, often fragmented into isolated topics and content, hinders the development of a broader understanding of the discipline and its applications. Given this scenario, this study investigates how the integration of Algebra, Geometry, and Arithmetic can yield positive outcomes for mathematics education and, consequently, for student learning. Using a qualitative approach and action research methodology, we analyze the perceptions of Mathematics undergraduates regarding pedagogical strategies that foster this connection. Didactic proposals were developed and implemented based on the use of manipulatives and problem-solving, exploring concepts such as the Pythagorean Theorem, Notable Products, and quadratic functions. The results indicate that the integrated approach facilitates the visualization and comprehension of mathematical concepts, promoting more dynamic and contextualized learning. We conclude that integrative teaching contributes to the preparation of more qualified teachers and the development of students with a broader and more cohesive understanding of Mathematics.

Keywords: Integrated Teaching. Mathematics. Algebra. Geometry. Arithmetic.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

LISTA DE TABELAS

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

IFPB	Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Paraíba
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
PIBID	Programa Institucional de Bolsa de Iniciação à Docência
PRP	Programa de Residência Pedagógica
MDM	Materiais Didáticos Manipulativos
MMM	Movimento da Matemática Moderna

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO

1.1 TRAJETÓRIA PARA A FORMAÇÃO EM LICENCIATURA

Minha trajetória acadêmica sempre esteve profundamente ligada ao valor da educação, um princípio fortemente cultivado em minha família, que desde cedo enfatizou sua importância como um caminho para transformação social. Durante a infância, como muitas crianças, nutria sonhos de um futuro mais justo e promissor, não apenas para mim, mas também para aqueles ao meu redor. Inicialmente, aspirava a seguir uma carreira jurídica, acreditando que a justiça era o principal motor de mudanças. Contudo, com o passar do tempo, percebi que a verdadeira transformação começa pela educação, o que despertou em mim a paixão pela docência.

Aluna de escolas públicas, desde cedo, desenvolvi um carinho especial pela Matemática, especialmente pela área da Geometria. Gostava de como essa área tornava visíveis conceitos que às vezes pareciam difíceis de entender. Quando entrei na licenciatura em Matemática, essa afinidade se transformou em algo ainda maior. Passei a enxergar a Matemática como uma disciplina rica, cheia de conexões, e senti o desejo de transmitir essa visão aos meus futuros alunos, ajudando-os a perceber que a Matemática pode ser algo vivo, concreto e muito mais próximo da nossa realidade do que se imagina.

Algumas experiências na graduação foram fundamentais para moldar minha visão sobre o ensino da Matemática. As aulas de laboratório, em que trabalhamos com materiais didáticos manipulativos (MDM), me fizeram perceber o quanto é importante explorar a Matemática de forma prática. Já as disciplinas de Estágio Supervisionado e Prática de Ensino me aproximaram da realidade das escolas e me ajudaram a enxergar as dificuldades e potencialidades do ensino. Lembro claramente de uma aula de Prática de Ensino em que trabalhamos um problema que integrava Aritmética, Álgebra e Geometria. Foi uma experiência reveladora, pois mostrou como essas áreas, que às vezes parecem tão distantes umas das outras, na verdade se conectam de maneira natural e enriquecedora.

Por outro lado, através dos Estágios Supervisionados e os programas de iniciação à docência (PIBID e PRP), vi de perto como o ensino ainda é muito fragmentado. Álgebra e Geometria, por exemplo, são tratadas como se não tivessem relação, e isso faz com que os alunos percam a oportunidade de enxergar a Matemática como um todo coeso. Durante os estágios, percebi algo que sempre me inquietou: muitos alunos não viam a Álgebra e a Geometria como partes da Matemática, mas sim como coisas completamente separadas dela. Era como se essas áreas não dialogassem entre si, e isso dificultava que eles entendessem a Matemática como um conhecimento unificado e coeso. Lembro-me de ser questionada por alguns alunos sobre por que eu estava estudando Matemática e, ao mesmo tempo, ensinando “outras coisas”, como Álgebra ou Geometria. Essa visão fragmentada da disciplina era reflexo do modo como o ensino vinha sendo conduzido, e isso me levou a refletir profundamente sobre a necessidade de integrar as áreas da Matemática de forma mais significativa.

Uma experiência em particular me marcou. Durante uma aula de reforço escolar, um aluno estava com dificuldades para entender o Teorema de Pitágoras. Ele não conseguia visualizar como aquilo fazia sentido. Decidi, então, mostrar a ele a verificação geométrica do teorema utilizando MDM. Peguei pedaços de cartolina para representar os quadrados construídos sobre os lados do triângulo e mostrei como as áreas estavam relacionadas. Foi aí que percebi o quanto é importante conectar os conceitos e mostrar aos alunos que a Matemática é muito mais do que regras e fórmulas isoladas. É um todo que pode ser compreendido de maneira prática e visual, facilitando não apenas o aprendizado, mas também a apreciação da disciplina.

Essa abordagem permite que os alunos percebam conexões entre os conceitos, compreendam a disciplina de forma mais ampla e ainda apliquem o que aprendem no dia a dia. Mais do que ensinar contas e fórmulas, é fundamental mostrar aos alunos que a Matemática pode ser um instrumento poderoso para compreender o mundo e resolver problemas de maneira criativa. É com essa visão que pretendo contribuir para a construção de uma educação matemática mais humana, prática e transformadora.

1.2 JUSTIFICATIVA PARA A ESCOLHA DO TEMA

A escolha do tema reflete a necessidade de abordar lacunas na formação inicial de professores de Matemática e no contexto educacional em geral. Durante a formação docente, muitos futuros professores têm acesso a conteúdos matemáticos organizados de forma seccionada sem ênfase suficiente nas conexões entre as áreas da Matemática. Essa fragmentação no ensino repercute na prática pedagógica, limitando a capacidade dos professores de promover uma visão coesa e integrada da disciplina para seus alunos.

Para apresentar o ponto de vista que defendemos nesta investigação, utilizaremos um texto exposto por Lorenzato (2006), em um de seus livros, denominado de "parábola dos cegos e o elefante". Conta-se que um grupo de cegos foi levado até um elefante para que pudessem tocá-lo e entender como era. Cada um deles foi guiado até uma parte diferente do animal. O primeiro cego, ao tocar na perna robusta, comparou-a a uma árvore firme e imponente. O segundo, ao sentir a tromba, descreveu-a como uma cobra sinuosa. O terceiro, ao segurar a orelha, acreditou estar diante de um grande leque. E assim por diante, cada um descrevendo o elefante com base na parte que tocava. No entanto, nenhum deles conseguiu capturar a verdadeira essência do animal, pois cada um tem uma percepção limitada do todo, baseada apenas na parte que conseguiu explorar. Essa narrativa ressoa profundamente na jornada educacional, especialmente no ensino de Matemática.

Essa analogia é particularmente relevante para a formação inicial de professores, pois evidencia a necessidade de preparar licenciandos para enxergar a Matemática como um sistema integrado. No entanto, a prática pedagógica atual muitas vezes reforça a marginalização de áreas como a Geometria, que é frequentemente tratada de forma superficial ou negligenciada. Como observa Lorenzato (1995), é comum a geometria ser colocada em um segundo plano, sendo o último conteúdo abordado ou, em alguns casos, sequer sendo trabalhada, tanto no ensino fundamental quanto no médio. Essa ênfase excessiva em álgebra e aritmética resulta em uma visão fragmentada do conhecimento matemático, prejudicando o desenvolvimento de habilidades essenciais ligadas à visualização espacial e ao pensamento lógico.

Esta prática pedagógica, muitas vezes adotada, desestimula os estudantes, que acabam vendo a geometria como uma disciplina de menor relevância acadêmica. No entanto, ao se propor um ensino integrado, em que as três áreas dialogam e se complementam, é possível explorar conexões fundamentais que enriquecem o aprendizado. Por exemplo, ao trabalhar progressões aritméticas no contexto geométrico, ou ao usar materiais manipulativos para demonstrar o Teorema de Pitágoras, é possível mostrar como essas áreas interagem e se complementam. Essa abordagem integradora, conforme destaca Lorenzato (1995), permite que a Geometria atue como uma ponte didático-pedagógica, traduzindo conceitos algébricos e aritméticos em representações visuais que facilitam a compreensão.

> A Geometria é a mais eficiente conexão didático-pedagógica que a Matemática possui: ela se interliga com a Aritmética e com a Álgebra porque os objetos e relações dela correspondem aos das outras; assim sendo, conceitos, propriedades e questões aritméticas ou algébricas podem ser clarificadas pela Geometria, que realiza uma verdadeira tradução para o aprendiz. (LORENZATO, 1995, p. 7)

Defendemos que uma abordagem integradora, que harmonize essas três áreas da Matemática, proporciona aos alunos uma visão mais abrangente e coesa dos conceitos matemáticos. Esta integração permite aos estudantes perceber as conexões entre diferentes tópicos e desenvolver uma compreensão mais profunda. Assim como os cegos precisam unir suas percepções para entender o elefante em sua totalidade, os alunos se beneficiam de uma abordagem que considera a Matemática como um todo unificado, em vez de fragmentado.

Por fim, a formação inicial de professores deve proporcionar uma base sólida que valorize a interação entre as áreas da disciplina. Tal perspectiva não apenas capacita os futuros docentes a perceberem as relações entre os diferentes ramos da Matemática, mas também os prepara para promover um ensino mais dinâmico, inclusivo e transformador. Assim como os cegos da parábola precisam unir suas percepções para compreender o elefante como um todo, os professores em formação devem enxergar a Matemática em sua totalidade, contribuindo para a formação de estudantes com uma visão mais ampla e integrada da disciplina.

1.3 QUESTÃO NORTEADORA

Considerando que é durante a formação inicial de professores, que se inicia a base pedagógica e epistemológica dos futuros docentes essa abordagem se torna ainda mais relevante. Assim, esta pesquisa visa explorar como a conexão entre Aritmética, Álgebra e Geometria pode contribuir para o seu ensino e a prática pedagógica, oferecendo uma visão mais ampla e integrada de muitos dos conceitos de Matemática.

Sendo assim, a questão que orienta este estudo é: Considerando o contexto atual da formação inicial de professores de Matemática, numa abordagem que valorize a integração entre a Aritmética, a Geometria e a Álgebra, como os licenciandos percebem a integração entre Aritmética, Álgebra e Geometria na resolução de problemas e no ensino de seus conceitos?

Essa indagação surge da necessidade de superar a fragmentação frequentemente presente no ensino da Matemática, onde as áreas são ensinadas de forma isolada, dificultando a compreensão das relações entre conceitos e sua aplicação em problemas reais. A abordagem integrada se apresenta como uma alternativa capaz de proporcionar uma visão mais ampla e conectada, favorecendo uma aprendizagem mais significativa e funcional.

A pesquisa propõe-se a explorar estratégias que favoreçam essa integração, com foco no uso de MDM e na metodologia de resolução de problemas. Para isso, serão analisadas as percepções de licenciandos em Matemática sobre o impacto de uma formação que valorize a conexão entre essas áreas tanto no desenvolvimento de habilidades para resolver problemas quanto na apresentação de conceitos matemáticos de forma mais contextualizada.

Em síntese, a mesma busca compreender como essa abordagem pode superar as lacunas mencionadas, explorando as percepções dos licenciandos sobre a integração entre essas áreas e investigando práticas pedagógicas que potencializem a aprendizagem significativa. Assim, os objetivos definidos se alinham diretamente a essa necessidade.

1.4 OBJETIVO GERAL E ESPECÍFICOS

Para alcançar o objetivo principal de investigar a integração entre a Aritmética, a Geometria e a Álgebra no estudo de conceitos e na resolução de problemas durante a formação inicial de professores de Matemática, foram delineados os seguintes objetivos específicos, que norteiam o desenvolvimento da pesquisa:

- Analisar as percepções dos licenciandos em Matemática sobre o impacto de uma formação que valorize a conexão entre diferentes áreas na resolução de problemas e na apresentação de conceitos matemáticos de forma contextualizada
- Explorar estratégias de integração entre áreas do conhecimento, com foco no uso de MDM e da metodologia de resolução de problemas.

- Investigar como a abordagem integrada pode contribuir para o desenvolvimento de uma visão mais coesa e significativa da Matemática entre os futuros professores.

1.5 ESTRUTURA DA PESQUISA

Este trabalho está organizado em cinco capítulos. Essa estrutura foi pensada para guiar o leitor de forma clara e coerente ao longo do trabalho, permitindo uma compreensão aprofundada da proposta de ensino integrado de Matemática e suas implicações para a formação de professores. Cada capítulo contribui para a construção de um panorama completo da pesquisa, desde a fundamentação teórica até a aplicação prática e a reflexão sobre os resultados obtidos. A seguir, apresentamos uma breve descrição do conteúdo de cada capítulo, destacando os principais temas e objetivos abordados. O segundo capítulo, *"A Matemática e seu Ensino num Contexto Integrador entre Aritmética, Álgebra e Geometria"*, inicia explorando o contexto histórico do ensino de Matemática no Brasil, desde o início do século XX até os dias atuais. São discutidas as dificuldades enfrentadas para integrar as três áreas da Matemática, bem como as transformações educacionais que influenciaram o ensino da disciplina. O capítulo também aborda a importância da resolução de problemas como estratégia pedagógica para promover a integração entre Aritmética, Álgebra e Geometria, destacando como essa abordagem pode contribuir para um ensino mais dinâmico e contextualizado.

No terceiro capítulo, *"Aspectos Metodológicos da Pesquisa"*, são detalhados os procedimentos metodológicos adotados na investigação. O capítulo inicia com uma reflexão sobre a pesquisa acadêmica em Educação e, mais especificamente, em Educação Matemática. Em seguida, são apresentadas as escolhas metodológicas, incluindo a abordagem qualitativa e a pesquisa-ação como modelo de observação, intervenção e análise. O capítulo também descreve as propostas pedagógicas desenvolvidas, que foram aplicadas em um contexto real de formação de professores, com o objetivo de analisar a percepção dos licenciandos sobre a integração entre as áreas da Matemática.

O quarto capítulo, *"Aplicação, Descrição e Observação da Proposta"*, apresenta a aplicação das propostas pedagógicas desenvolvidas no capítulo anterior. São descritos os encontros realizados com os licenciandos em Matemática, as atividades propostas e as observações feitas durante a aplicação. O capítulo também inclui a análise dos resultados obtidos por meio de um questionário aplicado aos participantes, buscando compreender suas percepções sobre a integração entre Aritmética, Álgebra e Geometria. As respostas dos licenciandos são discutidas em detalhes, destacando os desafios e as potencialidades dessa abordagem no ensino de Matemática.

Por fim, o capitulo de *"Considerações Finais"*, sintetiza os principais resultados da pesquisa e reflete sobre as contribuições do estudo para a formação de professores de Matemática. São discutidas as implicações práticas da abordagem integradora, tanto para o ensino quanto para a aprendizagem da disciplina. O capítulo também aponta possíveis desdobramentos futuros para a pesquisa, sugerindo a aplicação das propostas em sala de aula na educação básica e a continuidade do estudo em níveis mais avançados, como especialização ou mestrado. A conclusão reforça a importância de pensar a Matemática como um campo de conhecimento integrado, onde Aritmética, Álgebra e Geometria dialogam de forma harmoniosa, promovendo uma aprendizagem mais significativa e contextualizada.

2 A MATEMÁTICA E SEU ENSINO NUM CONTEXTO INTEGRADOR ENTRE A ARITMÉTICA, A ÁLGEBRA E A GEOMETRIA

Neste capítulo exploramos de forma breve, alguns aspectos importantes sobre o processo de implementação do ensino da Matemática no início do século XX, período marcado por transformações educacionais e sociais, bem como a formação de professores no cenário atual. Serão discutidas as dificuldades de integrar áreas como Álgebra, Aritmética e Geometria, que frequentemente são ensinadas de forma fragmentada, e analisada a resolução de problemas como uma estratégia que pode trazer frutos positivos na promoção de um ensino mais unificado da disciplina. O capítulo busca refletir sobre como esses desafios e práticas podem inspirar novas perspectivas para o ensino da Matemática na atualidade.

2.1 O CONTEXTO DA IMPLEMENTAÇÃO DA MATEMÁTICA E SEU ENSINO NO COMEÇO DO SÉCULO XX

A história da educação no Brasil reflete uma trajetória marcada por profundas transformações políticas, sociais e econômicas, que influenciaram diretamente a organização do ensino em diferentes períodos históricos. Desde o Brasil Colônia até os dias atuais, a educação passou por mudanças significativas, tanto em suas abordagens pedagógicas quanto na inclusão de disciplinas como a Matemática nos currículos escolares.

No período colonial, a educação esteve sob a responsabilidade dos jesuítas, que priorizavam métodos tradicionais de ensino baseados na memorização e em conteúdos religiosos. As primeiras escolas elementares tinham como objetivo alfabetizar e catequizar os povos indígenas e os colonos. Nesse contexto, o ensino de Matemática limitava-se à escrita de números e às operações básicas, sendo considerado secundário para a formação educacional.

Com a independência do Brasil, a Constituição de 1824 determinou a criação de escolas primárias em vilas e cidades, inaugurando um movimento de expansão educacional. Durante o Império, surgiram as primeiras escolas normais, destinadas à formação de professores para os anos iniciais. Contudo, o currículo dessas escolas era centrado em conteúdos básicos como Aritmética.

A partir do início do século XIX, a Matemática começou a ser organizada de maneira mais estruturada no Brasil. Em 1808, a Academia da Marinha, instituição criada no Brasil durante a transferência da corte portuguesa, com o objetivo de formar profissionais para a Marinha Real, subdividiu a Matemática em áreas específicas, como aritmética, álgebra, geometria e trigonometria. Essa divisão foi fundamental para a organização do ensino da disciplina no país, embora também tenha contribuído para a ideia de que a Matemática seria uma área com múltiplos caminhos, dificultando a percepção da disciplina como uma unidade. Como observa Lorenzato (2006), "foi em 1808 que a matemática foi fatiada em aritmética, álgebra, geometria e trigonometria, devido à criação da Academia da Marinha."

Nesse contexto, vale ressaltar que a trajetória inicial da disciplina foi marcada por professores leigos, indivíduos sem formação específica que ministravam aulas particulares para estudantes que podiam pagar. Esse modelo predominou até que as primeiras instituições de ensino superior começaram a oferecer cursos mais formalizados. Mesmo assim, os professores, na maioria das vezes, não possuíam formação específica em Matemática, mas sim domínio prático da disciplina, o que era suficiente para ensinar em diferentes níveis.

A organização do ensino de Matemática no Brasil seguiu uma estrutura hierárquica "de cima para baixo". Inicialmente, foram criados cursos superiores, como os de Engenharia, e, somente a partir das demandas desses cursos, surgiu uma preocupação em estruturar o ensino de Matemática de forma mais sólida. No início do século XX, com a criação das primeiras faculdades de Filosofia, surgiram os embriões das futuras universidades brasileiras.

Com a instauração da República, reformas educacionais mais significativas ocorreram, especialmente nas décadas de 1910 e 1920, sob a influência do Movimento da Escola Nova. Essa abordagem pedagógica defendia uma educação mais conectada à realidade social dos alunos. Entretanto, o ensino de Matemática ainda enfrentava desafios significativos, principalmente relacionados à formação inadequada de professores.

A ascensão de Getúlio Vargas ao poder em 1930 marcou uma nova fase na educação brasileira. A criação do Ministério da Educação e Saúde Pública foi um marco importante, permitindo a centralização da gestão educacional e a regulamentação de políticas públicas em todos os níveis de ensino.

> Art. 149 - A educação é direito de todos e deve ser ministrada pela família e pelos poderes públicos, cumprindo a estes proporcioná-la a brasileiros e a estrangeiros domiciliados no País, de modo que possibilite eficientes fatores da vida moral e econômica da Nação e desenvolva num espírito brasileiro a consciência da solidariedade humana (BRASIL, 1934).

A Reforma de 1931, sob a liderança de Francisco Campos, estruturou o ensino em séries, criou o Conselho Nacional de Educação e estabeleceu diretrizes para o ensino secundário, dividido em dois ciclos: Fundamental e Complementar. Nesse período, o ensino de Matemática ganhou maior relevância, ainda que organizado de forma hierárquica. A demanda por professores capacitados, especialmente para cursos superiores como Engenharia, levou à contratação de especialistas estrangeiros e ao surgimento dos primeiros departamentos de Matemática nas universidades brasileiras.

A influência externa foi determinante para o desenvolvimento inicial da Matemática no Brasil. Com a criação dos cursos de Engenharia, tornou-se necessário contratar profissionais capacitados para ministrar disciplinas de Matemática Superior. Como o país não possuía formação consolidada nessa área, engenheiros e especialistas estrangeiros foram chamados para suprir essa demanda. Esse movimento deu origem aos primeiros departamentos de Matemática, que se consolidaram nas universidades federais nas décadas de 1960 e 1970. No início, essas instituições priorizavam formações voltadas ao bacharelado, com foco no desenvolvimento técnico e teórico da Matemática. Apenas mais tarde, com a crescente demanda por professores para o ensino médio, surgiram as licenciaturas com uma abordagem pedagógica mais estruturada.

Apesar desses avanços, as reformas educacionais beneficiaram principalmente as elites urbanas, enquanto as populações rurais e de baixa renda continuaram marginalizadas. As ideias do Movimento da Escola Nova, que priorizavam metodologias centradas no aluno e na integração entre teoria e prática, começaram a ser implementadas, ainda que enfrentando resistências.

O período pós-Segunda Guerra Mundial trouxe transformações globais que impactaram diretamente o ensino de Matemática no Brasil. O Movimento da Matemática Moderna (MMM) defendeu uma abordagem mais estruturalista e abstrata para o ensino da disciplina, marcando uma ruptura com as metodologias anteriores. Essa nova perspectiva buscava alinhar o ensino às demandas de uma sociedade cada vez mais técnica e industrializada, enfatizando conceitos como conjuntos, estruturas algébricas e lógica formal. Conforme Valente (2006), o MMM pode ser caracterizado da seguinte forma:

> O MMM constitui a segunda tentativa, em âmbito internacional, de reforma do ensino de matemática. Passado cerca de meio século, uma vez mais, matemáticos de renome estão à frente de uma nova proposta que visa a aproximar os estudos elementares daqueles ministrados em nível superior. Essa nova matemática, em síntese, consiste na entrada de novos tópicos no currículo da escola elementar, que estavam presentes em nível superior: geometria informal, probabilidades, álgebra e teoria dos números. Os conjuntos aparecem como tema unificador, sendo dada grande ênfase nas estruturas algébricas. (VALENTE, 2006, p. 31)

No entanto, esse enfoque contribuiu para o abandono gradual da Geometria nos currículos escolares, uma vez que a mesma é tradicionalmente associada à visualização e ao raciocínio espacial, foi relegada a um papel secundário em favor de conteúdos mais abstratos e simbólicos. Além disso, as reformas educacionais baseadas no Movimento enfatizaram a Álgebra e a Teoria dos Conjuntos como pilares centrais, reforçando a fragmentação do ensino de Matemática.

> Um dos efeitos da disseminação das ideias do Movimento da Matemática Moderna, de acordo com vários autores, foi a diminuição da presença dos conteúdos geométricos nas práticas pedagógicas realizadas nas escolas, tanto pelo papel de relevo adquirido pela álgebra quanto pela falta de subsídios dos professores para efetivar as propostas modernistas para a geometria. (GOMES, 2012, p. 25)

Essa mudança resultou na perda de habilidades espaciais e visuais dos alunos, além de dificultar a conexão entre a Geometria e outras áreas do conhecimento, como Física, Engenharia e Arquitetura, comprometendo a percepção da Matemática como um todo integrado e harmônico.

Nas décadas de 1970 e 1980, a educação no Brasil experimentou um movimento de expansão significativo, especialmente com a estruturação do ensino médio. Em muitas regiões do país, particularmente nas cidades do interior, o acesso ao ensino médio foi ampliado, ainda que de maneira desigual. Na Paraíba, por exemplo, as escolas de ensino médio começaram a se estabelecer de forma mais uniforme há cerca de 30 ou 40 anos. Antes disso, a maioria da população concluía apenas o ensino fundamental, e somente aqueles com recursos financeiros podiam se deslocar para outras cidades em busca de formação no ensino médio ou, em casos mais raros, no ensino superior.

Esse histórico reflete o longo processo de organização e democratização do acesso ao ensino no Brasil, especialmente no que diz respeito à formação em Matemática. Ele evidencia como as políticas públicas e os esforços institucionais foram fundamentais para a estruturação de um sistema educacional mais inclusivo e alinhado às demandas sociais e econômicas do país.

Atualmente, a formação de professores no Brasil é um tema que continua a gerar debates e reflexões, especialmente diante dos desafios históricos e estruturais que persistem no sistema educacional. Como visto ao longo da história, a formação docente passou por diversas transformações, desde os primeiros ensaios de formação no século XIX até os modelos mais recentes de cursos superiores e licenciaturas. No entanto, muitos dos problemas identificados no passado ainda estão presentes.

No contexto atual essa formação é realizada principalmente por meio dos cursos de licenciatura, que têm como objetivo preparar profissionais para atuar no ensino básico. Esses cursos são oferecidos em universidades públicas e privadas e seguem diretrizes curriculares estabelecidas pelo Ministério da Educação (MEC). No entanto, a formação desses professores ainda enfrenta desafios relacionados à fragmentação entre o conhecimento matemático e a prática pedagógica, marcada pela dualidade entre o domínio dos conteúdos matemáticos e a preparação pedagógica.

Como destacado por Saviani (2009), essa dualidade remonta ao modelo “3+1”, em que três anos são dedicados ao estudo dos conteúdos específicos e apenas um ano à formação pedagógica. Esse modelo, ainda que tenha sido reformulado ao longo dos anos, continua a influenciar a estrutura dos cursos de licenciatura, como resultado, os futuros professores podem sair da universidade com um bom domínio teórico da Matemática, mas sem as ferramentas necessárias para ensinar de forma eficaz, especialmente em contextos desafiadores, como escolas públicas com alunos de diferentes níveis de aprendizagem.

Diante disso, é fundamental repensar a formação de professores no Brasil, buscando superar a dualidade entre conteúdos específicos e formação pedagógica e integrando de forma mais consistente a teoria e a prática. Uma das possíveis soluções é a adoção de um modelo de formação docente que articule de forma mais equilibrada os aspectos cognitivos e pedagógicos, garantindo que os professores tenham não apenas um domínio sólido dos conteúdos, mas também as habilidades necessárias para ensinar de forma eficaz.

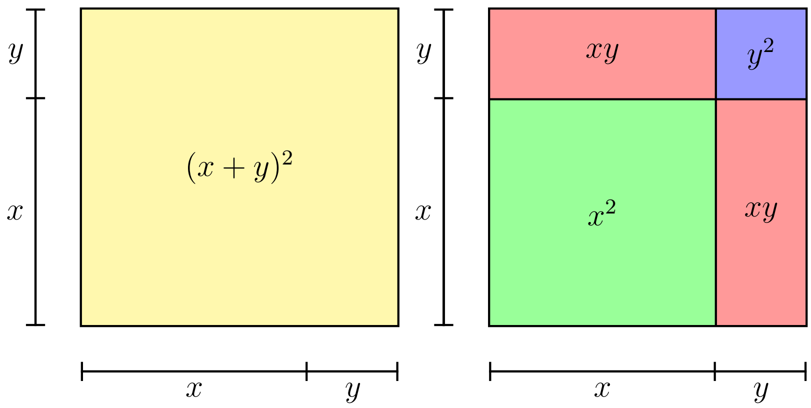
Além disso, é essencial que a formação docente inclua uma abordagem mais integrada da Matemática, superando a fragmentação gerada pelo Movimento da Matemática Moderna. Isso implica a reintrodução da Geometria e de outras áreas da Matemática que foram marginalizadas, bem como a valorização de uma abordagem mais contextualizada e interdisciplinar da disciplina.

2.2 AS DIFICULDADES PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA INTEGRADO ENTRE A ÁLGEBRA, A ARITMÉTICA E A GEOMETRIA

Ao refletir sobre o processo de formação de professores que ensinam Matemática no contexto atual, percebemos que é fundamental promover uma abordagem didático pedagógica que vá além da mera apresentação isolada de conteúdos. É importante que o planejamento da disciplina e as discussões em sala de aula promovam, sempre que possível, a interconexão de diferentes áreas da Matemática, a exemplo da aritmética, da geometria e da álgebra.

Quando pensamos em ensinar um determinado tema, como por exemplo, o Quadrado da Soma de Dois Termos, que faz parte dos estudos das expressões algébricas, essa integração entre áreas do conhecimento se torna particularmente proveitosa. O uso da geometria na apresentação de um determinado conceito, por exemplo, pode ser um recurso poderoso para começar a trabalhar com esse tema, pois ela facilita a visualização e a compreensão dos conceitos abstratos da álgebra, conforme podemos identificar na Figura 1.

Figura 1 – Representação Geométrica do Quadrado da Soma de dois termos



Fonte: Autoria própria

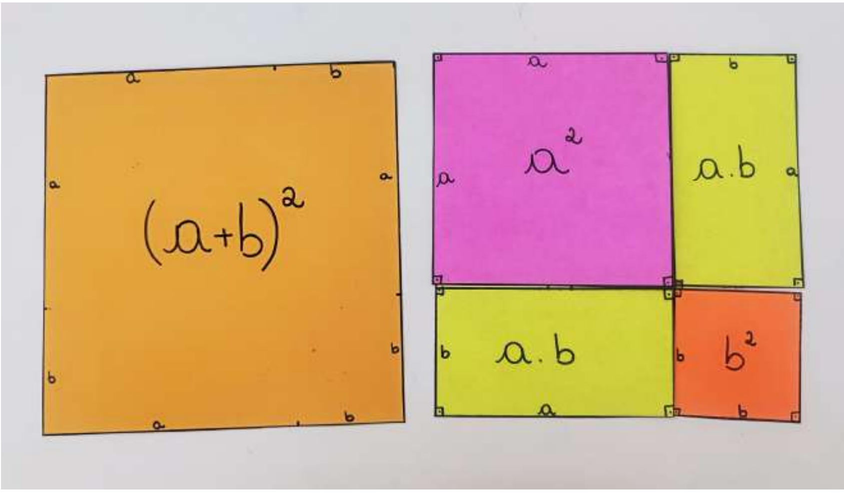
A Figura 1, ilustrativa desse conceito, mostra um quadrado amarelo de lado $x + y$, a área total desse quadrado é representada por $(x+y)^2$, suponha-se, então, que subdividimos o quadrado em quatro regiões menores: um quadrado verde de lado x, cuja área é x^2; dois retângulos rosa de lados x e y, com área xy cada um; e um quadrado de azul de lado y, com área resultante y^2. A partir dessas subdivisões, podemos afirmar que a área total do quadrado original, é equivalente à soma das áreas das quatro partes:

$$(x+y)^2 = x^2 + 2(xy) + y^2$$

Dessa forma, o Quadrado da Soma de Dois Termos corresponde ao quadrado do primeiro termo, somado a duas vezes o produto entre o primeiro e o segundo termo, mais o quadrado do segundo termo.

Além da abordagem algébrica e geométrica, o uso de MDM de fácil acesso, como os construídos com cartolina, ilustrado na Figura 2 pode ser uma ferramenta extremamente eficaz para facilitar a compreensão do Quadrado da Soma de Dois Termos. Esses materiais

Figura 2 – MDM - Quadrado da Soma de Dois Termos.



Fonte: Autoria Própria

permitem que os alunos visualizem e manipulem fisicamente as partes que compõem a expressão, como os quadrados e retângulos que representam os termos e seus produtos. Essa abordagem prática, aliada à representação concreta, como mostra a Figura 2, reforça o aprendizado e torna o conceito mais tangível e acessível, especialmente para aqueles que aprendem melhor de forma cinestésica ou visual.

Após essa visualização utilizando a geometria, é possível perceber se a fórmula obtida algebricamente pode ser representada através de exemplos aritméticos, mostrando que ela é aplicável a diferentes valores numéricos dentro de um conjunto específico. Tomemos, por exemplo, de forma aleatória, a expressão $(2+3)^2$:

$$\begin{aligned}(2+3)^2 &= 2^2 + 2\cdot(2\cdot 3) + 3^2 \\ 5^2 &= 4 + 12 + 9 \\ 25 &= 25\end{aligned}$$

Essa verificação de forma prática permite aos alunos perceberem que a generalização algébrica funciona para todos os casos definidos dentro de determinado conjunto numérico. No entanto, o desenvolvimento dessa compreensão encontra barreiras devido à pouca exploração da conexão existente entre as áreas da Matemática por parte dos professores.

Uma abordagem integrada que incorpore representações geométricas, algébricas e aritméticas para o ensino não apenas contribui para uma compreensão mais aprofundada do conteúdo, como também desenvolve no aluno habilidades críticas e interdisciplinares, fundamentais para o aprendizado significativo da Matemática. Essa integração permite aos estudantes perceberem que os campos da Matemática não são compartimentos isolados, mas sim áreas inter-relacionadas, favorecendo uma visão ampla e aplicada dos conceitos matemáticos. O uso da geometria, por exemplo, pode facilitar a visualização de conceitos abstratos da álgebra, enquanto a abordagem aritmética reforça as generalizações propostas pela álgebra.

É essencial que os alunos tenham acesso às representações do objeto matemático em diferentes contextos para que possam construí-los cognitivamente, especialmente por meio da integração das áreas da Disciplina. As representações de um conceito em cada uma dessas áreas devem estar interligadas, criando um diálogo entre as diversas formas de interpretação. Essa abordagem permite que os alunos explorem novos caminhos de compreensão, promovendo uma visão mais ampla e interconectada. Ao transitar entre representações como fórmulas algébricas, figuras geométricas e cálculos aritméticos, os alunos constroem uma visão mais rica e completa dos conceitos matemáticos, potencializando tanto o aprendizado quanto a aplicação prática. Neste sentido, Flores (2006)destaca que:

> Assim sendo, tem-se que para a elaboração de novos conhecimentos no âmbito científico, ou para a aquisição de conhecimentos, ou ainda, transportando o pensamento sobre a aprendizagem por parte do aluno, é preciso transitar pelas várias representações do mesmo objeto a fim de apreender o objeto. (FLORES, 2006, p. 17-18)

De acordo com estudos de Lorenzato (2006), a visualização geométrica desempenha um papel fundamental no desenvolvimento do raciocínio matemático, especialmente na transição dos conceitos concretos para os abstratos, pois ela possibilita ao aluno a visualização do todo, bem como das partes que o compõem. A figura geométrica não apenas facilita a compreensão do conceito, mas também expande o repertório de estratégias de resolução de problemas, promovendo um entendimento visual dos conceitos algébricos.

Nessa validação aritmética desempenha um papel fundamental no processo de ensino, pois permite aos alunos reconhecerem que a fórmula algébrica é uma generalização legítima dos padrões aritméticos observados. Esse tipo de validação possibilita que a álgebra seja vista como uma extensão natural do raciocínio aritmético, promovendo a integração entre diferentes áreas e facilitando uma compreensão mais ampla do conteúdo. Assim, a aritmética funciona como um elo que concretiza o raciocínio abstrato, enriquecendo a experiência de aprendizado e consolidando o entendimento dos conceitos matemáticos.

O ensino integrado da matemática dialoga diretamente com a ideia de currículo em espiral, que propõe revisitar conceitos ao longo dos anos, mas em níveis de complexidade e com enfoques diferentes. Essa prática permite aos estudantes retornarem a temas já abordados, ampliando e aprofundando a compreensão. Integrar esses campos matemáticos faz com que a matemática seja percebida de forma mais conectada e faz sentido dentro de uma progressão natural de aprendizado, pois um conceito aprendido em aritmética, por exemplo, ganha novos significados quando explorado pela ótica da geometria ou da álgebra. No entanto, a implementação dessa metodologia exige a superação de desafios significativos, que vão desde a formação docente até a estruturação de um currículo que favoreça a interconexão entre as áreas.

Em suma, embora a integração entre Álgebra, Aritmética e Geometria ofereça um caminho promissor para o ensino da Matemática, a superação das dificuldades mencionadas é fundamental para sua efetiva implementação. Investir na formação docente, desenvolver materiais didáticos adequados e promover uma cultura escolar que valorize a interdisciplinaridade são passos essenciais para que os alunos possam desenvolver uma compreensão mais ampla dos conceitos matemáticos, preparando-os para aplicá-los em contextos diversos e complexos. Dessa forma, a Matemática pode ser percebida não como um conjunto de áreas isoladas, mas como um campo de conhecimento conectado e aplicável à realidade dos estudantes.

2.3 A METODOLOGIA DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS COMO ESTRATÉGIA PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

A Matemática, frequentemente vista como uma disciplina muito difícil e complexa para muitos de seus estudantes, repleta de regras e procedimentos abstratos que parecem distantes da realidade cotidiana, pode se transformar em uma jornada fascinante quando abordada de forma integrada e contextualizada. Entre essas abordagens, a metodologia de Resolução de Problemas se destaca como uma alternativa didática bastante interessante para a sala de aula, podendo ser utilizada em conjunto com outras abordagens, pelo professor, pois permite que os estudantes compreendam a matemática como uma ferramenta para interpretar, modelar e solucionar situações do dia a dia.

Essa perspectiva não surgiu de forma isolada. Entre as décadas de 1960 e 1970, o ensino de Matemática no Brasil e em vários países foi fortemente influenciado pelo Movimento da Matemática Moderna. Contudo, essa abordagem não obteve os resultados esperados, o que motivou a busca por novas metodologias capazes de preparar os estudantes para um mundo em constante transformação, onde os conhecimentos matemáticos se tornavam cada vez mais essenciais. A partir dos anos 1990, uma nova visão sobre a resolução de problemas começou a se consolidar, tanto na literatura acadêmica quanto em propostas curriculares oficiais. Nessa perspectiva, os problemas são vistos como desafios que incentivam os alunos a construir conceitos matemáticos de maneira ativa e significativa.

Nessa abordagem, a resolução de problemas assume um papel central, permitindo que os estudantes experimentem a satisfação de superar desafios. Diferente de métodos tradicionais, em que as definições e regras são apresentadas de forma direta, aqui o problema é o ponto de partida para a construção do conhecimento. Conceitos, propriedades e técnicas matemáticas são explorados por meio de situações que exigem dos alunos a criação e aplicação de estratégias para encontrar soluções. Dessa forma, o processo de ensino e aprendizagem torna-se mais dinâmico e engajador, preparando os estudantes não apenas para resolver exercícios, mas para pensar criticamente e aplicar a matemática em contextos reais.

Essa conexão entre a matemática e a resolução de problemas não é recente. Na medida em que o homem foi aprendendo a viver em sociedade, percebeu que o trabalho coletivo era essencial para resolver os diferentes problemas de adaptação ao meio. Para isso, o raciocínio matemático se desenvolveu em situações práticas, como medir terrenos, realizar trocas comerciais e armazenar recursos. Com o tempo, essas necessidades impulsionaram o desenvolvimento de conceitos matemáticos cada vez mais sofisticados, sempre ligados à resolução de desafios concretos. Nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCN, é afirmado que:

> A História da Matemática mostra que ela foi construída como resposta a perguntas provenientes de diferentes origens e contextos, motivadas por problemas de ordem prática (divisão de terras, cálculo de créditos), por problemas vinculados a outras ciências (Física, Astronomia), bem como por problemas relacionados a investigações internas à própria Matemática. (BRASIL, 1997, p. 42)

Onuchic e Allevato (2004) destacam que os objetivos gerais da área de matemática, conforme apresentados nos documentos curriculares, buscam contemplar diversas abordagens para o ensino desse componente. Segundo os autores, esses objetivos visam a desenvolver nos alunos a capacidade de

> [...] pensar matematicamente, levantar ideias matemáticas, estabelecer relações entre elas, saber se comunicar ao falar e escrever sobre elas, desenvolver formas de raciocínio, estabelecer conexões entre temas matemáticos e de fora da matemática, e desenvolver a capacidade de resolver problemas, explorá-los, generalizá-los e até propor novos problemas a partir deles (ONUCHIC; ALLEVATO, 2004, p. 218).

Nessa abordagem, o professor tem o papel crucial de selecionar ou elaborar problemas que estejam alinhados aos conteúdos ou conceitos que deseja desenvolver. Além disso, é necessário que o professor deixe de ser o protagonista central das atividades, transferindo para os alunos a responsabilidade pelo processo de aprendizagem. Por sua vez, os alunos precisam compreender e assumir esse papel ativo, o que demanda mudanças significativas tanto na postura do professor quanto na dos estudantes. Essas transformações, no entanto, nem sempre são fáceis de implementar, exigindo esforço e adaptação de ambas as partes (ONUCHIC; ALLEVATO, 2011).

Assim, ensinar matemática por meio da resolução de problemas não apenas resgata essa natureza essencial da disciplina, mas também estimula o pensamento crítico e a criatividade dos alunos. Como destaca D'Ambrosio (2001).

> [...] a matemática deve ser ensinada de forma a mostrar sua relevância cultural e social, conectando-se com as experiências e realidades dos alunos. A resolução de problemas é uma estratégia poderosa para alcançar esse objetivo, pois permite que os alunos vejam a matemática como uma ferramenta para compreender e transformar o mundo ao seu redor." (D'AMBROSIO, 2001, p. 45)

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC) afirma que "a Matemática deve ser vista como uma ferramenta para interpretar e transformar o mundo, e não como um conjunto de regras a serem memorizadas" (BRASIL, 2018). Também é destacado no documento que a contextualização dos problemas em situações reais, a interdisciplinaridade e o desenvolvimento de habilidades socioemocionais, como persistência e colaboração, que são naturalmente estimuladas por essa abordagem. Dessa forma, a resolução de problemas não apenas facilita a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também prepara os estudantes para enfrentar desafios complexos, tanto dentro quanto fora da sala de aula.

De acordo com Polya (1978), um dos pioneiros no estudo da resolução de problemas, o processo pode ser dividido em quatro etapas principais: compreensão do problema, elaboração de um plano, execução do plano e revisão crítica da solução. Essas etapas, embora aparentemente simples, exigem do aluno uma postura ativa e engajada, transformando-o de mero receptor de informações em protagonista do seu próprio aprendizado.

No contexto do ensino integrado de álgebra, geometría e aritmética, a resolução de problemas ganha ainda mais relevância, pois permite que o aluno perceba como esses campos se complementam. Essa perspectiva é essencial para superar a fragmentação do conhecimento, ainda presente em muitas salas de aula. Por exemplo, ao resolver um problema que envolve o cálculo da área de um terreno, o estudante pode utilizar conceitos aritméticos para realizar operações básicas, conceitos geométricos para compreender as formas envolvidas e conceitos algébricos para generalizar e modelar a situação.

Para Lorenzato (2006), a matemática é uma ciência viva e dinâmica, e sua aprendizagem deve refletir essa natureza, incentivando os alunos a estabelecer conexões entre diferentes áreas e conteúdos. Ele defende que a resolução de problemas é uma estratégia que pode trazer resultados positivos para promover essa integração, pois permite que os alunos explorem os conceitos de forma prática. Corroborando com isso, os pesquisadores Sá e Dourado (2021) destacam que "os conteúdos abordados na atividade investigativa de resolução de problemas farão com que o aluno olhe para a matemática com outros olhos, fazendo com que aquelas matérias que antes não faziam conexão e nenhum sentido, se interliguem para a solução da sua atividade". Dessa forma, a resolução de problemas não apenas resgata a essência da matemática como uma ferramenta para a vida, mas também prepara os estudantes para enfrentar desafios complexos, tanto dentro quanto fora da sala de aula.

No entanto, a implementação dessa estratégia não está isenta de desafios. Um dos principais obstáculos é a resistência inicial de alguns alunos, que podem se sentir intimidados pela complexidade dos problemas ou pela falta de familiaridade com a abordagem. Para superar essa dificuldade, é essencial que o professor atue como mediador, oferecendo suporte e orientação sem fornecer respostas prontas. Como sugere Polya (1978), o professor deve guiar o aluno a descobrir por si mesmo, fazendo perguntas que estimulem o pensamento e a reflexão. Além disso, é crucial que os problemas sejam adaptados ao nível de conhecimento e às características dos alunos, equilibrando desafio e acessibilidade.

Outro aspecto relevante é a necessidade de contextualizar os problemas, relacionando-os a situações do cotidiano ou a desafios práticos. Isso não apenas aumenta o interesse dos alunos, mas também reforça a ideia de que a matemática é uma ferramenta útil para a vida. Por exemplo, ao trabalhar com problemas que envolvem planejamento financeiro, cálculo de áreas ou modelagem de situações reais, os estudantes podem perceber a aplicabilidade dos conceitos matemáticos e sua relevância para o mundo além da sala de aula.

Além disso, essa metodologia também estimula a aprendizagem colaborativa, pois muitos desafios podem ser resolvidos em grupo, promovendo a troca de ideias e a construção coletiva do conhecimento. Essa dinâmica contribui para o desenvolvimento de habilidades sociais, como comunicação e cooperação, que são essenciais para o sucesso tanto na escola quanto na vida profissional.

Em síntese, a resolução de problemas como estratégia de ensino-aprendizagem não apenas facilita a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também promove a integração entre as áreas da disciplina. Ao resgatar a natureza prática e interdisciplinar da Matemática, essa abordagem transforma o ensino em uma jornada de descoberta e construção do conhecimento, na qual os estudantes são incentivados a pensar criticamente, explorar diferentes estratégias e refletir sobre os caminhos percorridos. Dessa forma, a Matemática passa a ser vista como um campo unificado, onde os conceitos se conectam e ganham sentido, preparando os alunos não apenas para desafios acadêmicos, mas também para situações reais que exigem raciocínio e criatividade.

3 ASPECTOS METODOLÓGICOS DA PESQUISA

Neste capítulo fazemos uma descrição do caminho percorrido ao longo dessa investigação. Toda investigação trilha um percurso, com base num planejamento elaborado pelos pesquisadores, que deve ser esclarecido detalhadamente pelos pesquisadores, para que, com isso, quem se debruça na empreitada de ler o trabalho final possa compreender como os resultados foram alcançados.

Com base nesse entendimento, nos tópicos que seguem delineamos, inicialmente, qual o perfil dessa investigação. Para isso, fazemos uma reflexão sobre a pesquisa em Educação e, mais especialmente, no âmbito da Educação Matemática, uma vez que esta se caracteriza como uma área de pesquisa que se insere numa ramificação da primeira. Na sequência, detalhamos a classificação feita para essa investigação, desde a sua natureza de pesquisa, à sua abordagem de estudo e a escolha metodológica de análise dos dados.

3.1 A PESQUISA ACADÊMICA EM EDUCAÇÃO

Diante das transformações ocorridas no campo científico brasileiro no primeiro quarto do século XX, o cenário educacional passou a se desenvolver gradualmente, impulsionado pela criação de novos cursos e instituições de ensino. Nesse contexto, as questões educacionais começaram a ganhar visibilidade, ainda que muitas vezes fossem secundarizadas por um modelo de pesquisa que priorizava métodos experimentais e quantitativos, característicos das ciências exatas e naturais. Esse panorama refletia uma tradição científica fortemente influenciada pelo positivismo[1], que estabelecia critérios rígidos para a validação do conhecimento, marginalizando, por um período, as investigações no campo das ciências humanas, incluindo a educação.

Somente com o reconhecimento da credibilidade das pesquisas no campo das ciências sociais, principalmente a partir do crescimento da sociologia e da história da educação, as investigações sobre o contexto educativo começaram a ganhar maior relevância. A partir da metade do século XX, com o amadurecimento das ciências sociais no Brasil, a educação se consolidou como uma área de investigação científica legítima, voltada para a compreensão e solução de uma variedade de problemas do cotidiano escolar. Questões como metodologias de ensino, formação profissional, avaliação educacional e história da educação passaram a ser objeto de estudo, sendo tratadas com o mesmo rigor metodológico que outras áreas científicas.

Nesse contexto, destacam-se as contribuições de autores como Sérgio Lorenzato e Dario Fiorentini, cujos estudos sobre a formação de professores e a prática pedagógica na área de

[1] Positivismo: Corrente filosófica que surgiu na Europa no século XIX e defende que o conhecimento científico é o único verdadeiro

matemática trouxeram novas perspectivas para a pesquisa educacional, argumentando que a formação docente deve estar ancorada na reflexão sobre a prática, na investigação de suas próprias experiências e no diálogo com teorias educacionais (FIORENTINI; LORENZATO, 2006). Assim, a educação no Brasil, ao longo do tempo, estabeleceu-se como um campo de pesquisa interdisciplinar, capaz de dialogar com diferentes áreas do conhecimento, mas sempre com o objetivo de aprimorar a prática pedagógica e responder às demandas educacionais emergentes no contexto nacional. A relevância crescente das pesquisas educacionais reflete também o aumento da percepção da importância da educação para o desenvolvimento social, político e econômico do país.

3.2 O DELINEAMENTO DA PESQUISA EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

A Educação Matemática é um campo de pesquisa amplo, que abrange diversas linhas de investigação, cada uma com suas especificidades e contribuições para o ensino e a aprendizagem da Matemática. Entre essas linhas, destacam-se a Modelagem Matemática, que busca conectar o conhecimento matemático com situações reais, promovendo uma aprendizagem mais contextualizada e aplicável; a Resolução de Problemas, que enfatiza o desenvolvimento do raciocínio lógico e da criatividade dos alunos ao enfrentarem desafios matemáticos; a Formação de Professores de Matemática, que investiga práticas e estratégias para a preparação e o desenvolvimento profissional dos educadores, visando a melhoria da qualidade do ensino.

Por sua natureza, a Educação Matemática está essencialmente ligada ao contexto da Educação, uma vez que suas investigações têm como objetivo principal a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da Matemática. Isso significa que as pesquisas nessa área não se limitam a questões teóricas, mas buscam também impactar diretamente a prática pedagógica, propondo métodos e abordagens que respondam às necessidades dos alunos e dos professores. Nesse sentido, a Educação Matemática não se restringe a entender como os alunos aprendem Matemática, mas também se dedica a desenvolver e testar estratégias pedagógicas que promovam uma aprendizagem mais contextualizada e inclusiva.

Dessa forma, a Educação Matemática se consolida como um campo de pesquisa essencial para a transformação da prática educativa, buscando não apenas aprimorar o ensino da Matemática, mas também contribuir para a formação de indivíduos críticos, reflexivos e capazes de utilizar o conhecimento matemático como ferramenta para compreender e intervir no mundo ao seu redor.

3.2.1 Uma Abordagem Qualitativa para Entender o Contexto do Ensino de Matemática

Por muitos anos, a pesquisa quantitativa predominou, oferecendo precisão ao medir e comparar dados. No entanto, com as complexidades crescentes no ensino de Matemática, a pesquisa qualitativa começou a se destacar. Em vez de focar apenas em números, ela valoriza contextos e perspectivas individuais, revelando a profundidade das experiências no ensino. Este capítulo explora como uma abordagem qualitativa pode oferecer uma compreensão mais rica do contexto do ensino de Matemática, superando as limitações da abordagem quantitativa.

A pesquisa qualitativa em educação é uma abordagem metodológica que se destaca por sua capacidade de explorar profundamente os fenômenos, através da compreensão das experiências e perspectivas dos envolvidos. Diferente da pesquisa quantitativa, que se baseia em números e estatísticas, a qualitativa enfoca a interpretação e contextualização da subjetividade.

Como destacam Prodanov e Freitas (2013), a pesquisa qualitativa parte do pressuposto de que há uma relação dinâmica entre o mundo real e o sujeito, ou seja, uma conexão inseparável entre a realidade objetiva e a visão pessoal do indivíduo, que não pode ser representada apenas por números. Nessa abordagem, a interpretação dos fenômenos e a atribuição de significados são fundamentais, dispensando o uso de métodos estatísticos. O ambiente natural é a fonte direta para coleta de dados, e o pesquisador assume o papel de instrumento-chave no processo. Além disso, os dados são analisados de forma indutiva, com foco no processo e no significado dos fenômenos estudados.

> Entre os mais diversos significados, conceituamos a abordagem qualitativa como sendo um processo de reflexão e análise da realidade através da utilização de métodos e técnicas para a compreensão detalhada do objeto de estudo em seu contexto histórico e/ou segundo a sua estruturação. (OLIVEIRA, 2011, p. 28)

A abordagem no contexto da educação é particularmente valiosa porque reconhece a complexidade do ambiente escolar e as múltiplas vozes que os constituem, permitindo assim uma compreensão mais profunda dos desafios e oportunidades no campo educativo.

Nesse sentido, a pesquisa qualitativa permite uma análise mais profunda das práticas pedagógicas, identificando não apenas o que funciona, mas também por que e como funciona. Por exemplo, ao investigar a aplicação de estratégias de resolução de problemas em sala de aula, o pesquisador pode observar como os alunos constroem seu raciocínio matemático, como lidam com os erros e como interagem com seus pares durante as atividades. Essas compreensões são fundamentais para desenvolver propostas pedagógicas mais eficazes e adaptadas às necessidades dos estudantes.

Em síntese, a pesquisa qualitativa oferece ferramentas poderosas para explorar as complexidades do ensino de Matemática, permitindo uma compreensão mais profunda e contextualizada dos desafios e oportunidades nessa área. Ao priorizar a subjetividade e a interpretação, essa abordagem complementa os métodos quantitativos, proporcionando uma visão mais completa e integrada dos fenômenos educativos. No contexto deste trabalho, a adoção de uma abordagem qualitativa permitiu não apenas analisar os resultados das propostas pedagógicas implementadas, mas também compreender as percepções e experiências dos licenciandos.

3.2.2 A pesquisa-ação como modelo de observação, intervenção e análise

A pesquisa-ação é uma metodologia de investigação que combina a observação, a intervenção e a análise de forma cíclica, permitindo que o pesquisador atue diretamente no contexto estudado, promovendo mudanças e refletindo sobre os resultados obtidos, como defende Severino (2007):

> A pesquisa-ação é aquela que, além de compreender, visa intervir na situação, com vistas a modificá-la. O conhecimento visado articula-se a uma finalidade intencional de alteração da situação pesquisada. Assim, ao mesmo tempo que realiza um diagnóstico e análise de uma determinada situação, a pesquisa-ação propõe ao conjunto de sujeitos envolvidos mudanças que levem a um aprimoramento das práticas analisadas. (SEVERINO, 2007, p. 120)

Segundo Gil (2016), essa abordagem é especialmente relevante em contextos educacionais, pois possibilita ao pesquisador intervir no processo de ensino e aprendizagem, avaliando os impactos de suas ações e realizando ajustes conforme necessário. Como destaca o autor, “A pesquisa-ação, todavia, não se restringe aos aspectos práticos, tanto é que a mediação teórico-conceitual se torna presente ao longo de toda a pesquisa” (GIL, 2016, p. 152).

Neste trabalho, optamos pela pesquisa-ação como metodologia principal, visando atender aos objetivos propostos na investigação. Para tanto, elaboramos propostas pedagógicas que foram implementadas em um contexto real de formação de professores, com o intuito de analisar a interação dos licenciandos com essas propostas e avaliar de que maneira elas impactam sua compreensão dos conceitos matemáticos. A aplicação dessas atividades possibilitou observar como os licenciandos percebem a integração entre diferentes áreas da Matemática, como Aritmética, Geometria e Álgebra, e como essa abordagem interdisciplinar pode favorecer uma visão mais coesa e articulada dos conteúdos matemáticos.

Além disso, a pesquisa-ação permitiu refletir sobre os desafios e as potencialidades dessa abordagem, identificando pontos de melhoria e ajustando as propostas pedagógicas conforme necessário. Como destaca Severino (2007), a metodologia cíclica de observação, intervenção e análise é fundamental para alcançar os objetivos propostos em pesquisas que buscam transformar realidades educacionais.

3.3 PROPOSTAS PARA O ENSINO DE MATEMÁTICA

Neste capítulo, são apresentadas as propostas pedagógicas desenvolvidas no âmbito deste trabalho, elaboradas com o objetivo de conectar diferentes áreas da Matemática e proporcionar aos estudantes uma compreensão mais profunda e significativa dos conceitos. Essa abordagem busca romper com a fragmentação tradicional dos conteúdos, promovendo uma visão unificada da Matemática que favoreça tanto o ensino quanto a aprendizagem. Para alcançar esse propósito, as propostas incluem tanto a apresentação de conceitos matemáticos quanto a resolução de problemas, visando estimular o raciocínio lógico e a aplicação prática dos conhecimentos.

3.3.1 Produtos Notáveis

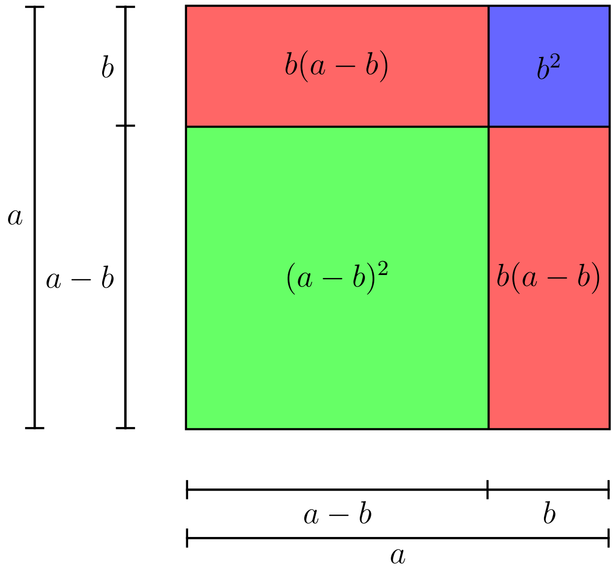
Ao defender a integração entre álgebra, geometria e aritmética no ensino de Matemática como uma estratégia valiosa para promover a compreensão de conceitos abstratos e contribuir para sua aprendizagem. Para isto, construímos uma sequência didática descrita na seção 2.2, onde exploramos o conceito do quadrado da soma de dois termos, referente ao estudo de Produtos Notáveis. Nessa abordagem, utilizamos a ideia de que conceitos algébricos podem ser apresentados de forma visual, apresentando sua relação com a geometria e exemplificando sua validação através de exemplos associados a casos específicos da aritmética. Neste capítulo, ampliamos essa abordagem para propor uma aula que integre essas três áreas do conhecimento, destacando também o Quadrado da Diferença de Dois Termos, de forma a proporcionar aos alunos uma visão mais abrangente deste assunto.

Desenvolvendo algebricamente a expressão $(a-b)^2$ que representa o quadrado da diferença entre dois termos obtemos:

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Seguindo a mesma ideia da proposta envolvendo o Quadrado da Soma de Dois Termos que foi citada anteriormente, podemos interpretar a expressão algébrica geometricamente a partir da Figura 3:

Figura 3 – Representação Geométrica do Quadrado da Diferença de dois termos



Fonte: Autoria própria

Onde temos um quadrado de área $(a-b)^2$, representado na cor verde, que pode ser encontrado a partir de um quadrado maior de lado a cuja área é a^2, desse quadrado maior é retirado um quadrado menor de lado b, com área dada por b^2, representado na cor azul e dois retângulos de área $b(a-b)$, representados na cor laranja. Logo podemos afirmar que:

$$(a-b)^2 = a^2 - b(a-b) - b(a-b) - b^2$$

Simplificando a expressão temos:

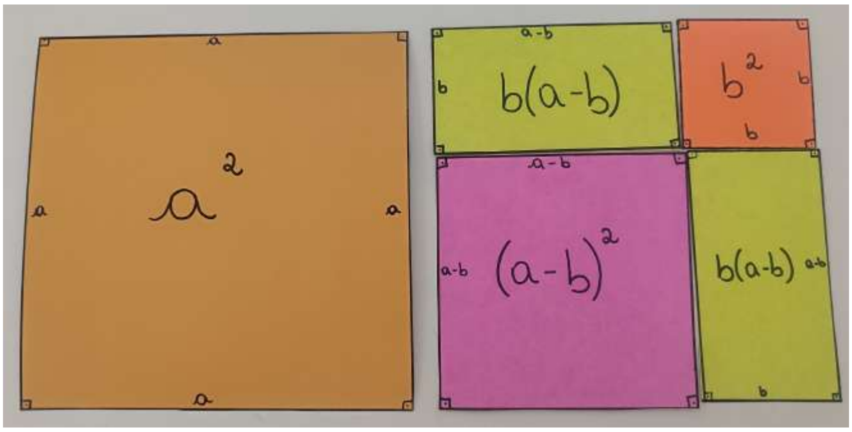
$$(a-b)^2 = a^2 - ab + b^2 - ab + b^2 - b^2$$

Chegando finalmente a fórmula:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Essa representação geométrica permite que os alunos compreendam melhor como a álgebra e geometria se complementam, durante o processo de construção e compreensão desses conceitos. Para facilitar o entendimento dos alunos, sugerimos o uso de MDM, como peças de cartolina ou papéis coloridos, que podem ser montados e desmontados para representar as diferentes partes do quadrado. Essa atividade prática incentiva a interação dos estudantes, permitindo que eles explorem visualmente a subtração das áreas e relacionem cada parte à representação algébrica com uma representação geométrica, conforme podemos identificar na Figura 4.

Figura 4 – MDM - Quadrado da Diferença de Dois Termos.



Fonte: Autoria Própria

A segunda etapa da aula propõe a validação do conceito, recorrendo à verificação aritmética da fórmula por meio de exemplos numéricos. Recorrendo a casos específicos como atribuir os seguintes valores $(5-3)^2$, os alunos podem verificar a igualdade utilizando dois métodos: a expansão algébrica e o cálculo direto.

Pela expansão, temos:

$$(5-3)^2 = 5^2 - 2 \cdot 5 \cdot 3 + 32 = 25 - 30 + 9 = 4$$

Já por cálculo direto, obtemos: $(5-3)^2 = 2^2 = 4$

Essa abordagem permite aos estudantes observar como os dois processos levam ao mesmo resultado, reforçando a conexão entre a generalização algébrica e sua aplicação prática em casos específicos. Ao explorar os Produtos Notáveis de forma visual, simbólica e numérica, busca-se não apenas facilitar a compreensão dos conceitos, incentivando os alunos a estabelecerem conexões e resolverem questões.

3.3.2 Teorema de Pitágoras

O Teorema de Pitágoras é um conceito fundamental no ensino de matemática, que proporciona uma oportunidade para integrar essas três áreas. Este capítulo apresenta uma proposta de aula desenvolvida para explorar o teorema sob essa perspectiva, enfatizando como cada uma dessas áreas contribui para a compreensão do conteúdo. Com o objetivo de levar os alunos a compreenderem o Teorema de Pitágoras, aplicá-lo em diferentes situações e desenvolver habilidades de raciocínio lógico e abstração, a partir das relações.

Sugerimos iniciar, com uma contextualização histórica sobre Pitágoras e os conceitos matemáticos relacionados a ele, proporcionando aos alunos uma compreensão do período em que o teorema foi formulado e sua relevância para o desenvolvimento do conhecimento científico. Em seguida, exploramos de forma acessível que: em um triângulo retângulo, o quadrado do comprimento da hipotenusa corresponde à soma dos quadrados dos comprimentos dos seus catetos. Para ilustrar visualmente essa relação, podemos recorrer a um exemplo de triângulo retângulo com as seguintes unidades de comprimento (3, 4 e 5), que satisfaça a relação pitagórica de forma clara e prática.

A segunda etapa da aula foca na exploração de Ternos Pitagóricos[2], que atua como uma representação Aritmética do Teorema de Pitágoras. Nessa atividade, os alunos são desafiados a encontrar combinações de números naturais que satisfaçam a relação. Antes de iniciar a exploração prática, o professor contextualiza a atividade mencionando que os ternos pitagóricos já eram conhecidos pelos babilônios, muito antes de Pitágoras formalizar o teorema. Registros históricos, como a tábua de argila Plimpton 322, exposta na Figura 5 datada de cerca de 1800 a.C, revelam combinações de números que satisfazem essa relação.

Figura 5 – A tábua babilônica 'Plimpton 322'

Fonte: Revista Veja

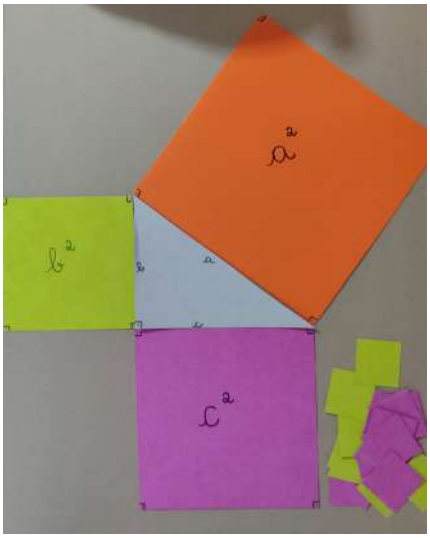
Com essa introdução, os alunos são incentivados a explorar diversos conjuntos de números e verificar se eles satisfazem as condições para serem considerados ternos pitagóricos.

A atividade promove o uso de conceitos aritméticos e estimula a descoberta de padrões, destacando a importância da aritmética na compreensão do teorema. Nesta etapa, os estudantes trabalham em grupos e são incentivados a observar padrões e regularidades nos resultados encontrados. Após a investigação, os alunos compartilham suas descobertas com a turma, e o professor conduz uma discussão guiada para que percebam, por exemplo, que múltiplos de ternos pitagóricos conhecidos também geram novos ternos.

Com o auxílio de cartolinas para mostrar a construção geométrica dos quadrados sobre os lados de um triângulo retângulo. A partir de um triângulo retângulo, o professor recorta quadrados com áreas correspondentes a cada um dos lados do triângulo. Esses quadrados são sobrepostos sobre os lados, permitindo uma visualização clara da relação entre os catetos e a hipotenusa. Como mostra a Figura 6:

[2] Terno Pitagórico é um conjunto formado por três números naturais (a, b ,c) que satisfaz o Teorema de Pitágoras

Figura 6 – MDM- Teorema de Pitágoras

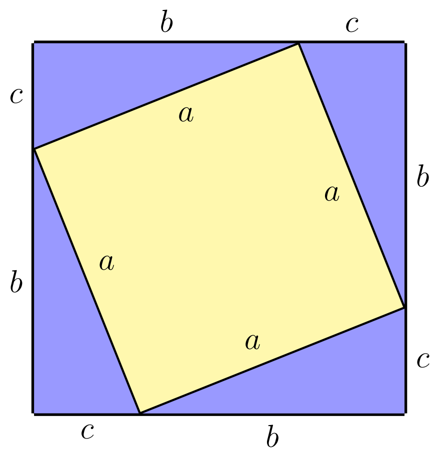


Fonte: Autoria Própria

Ao realizar a sobreposição e manipulação dos quadrados, os alunos observam que a área do quadrado sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados sobre os catetos, o que confirma a validade do teorema. Essa atividade possibilita uma compreensão mais tangível do conceito, ajudando os alunos a perceberem suas aplicações geométricas de forma intuitiva.

Na etapa final desta proposta, apresentaremos uma demonstração clássica do Teorema de Pitágoras, que sintetiza os aspectos geométricos e algébricos trabalhados ao longo da atividade. Considere um quadrado construído com lados iguais a $(b + c)$, dentro desse quadrado, são traçados quatro triângulos retângulos onde a é a medida da hipotenusa e b e c são as medidas dos catetos, restando um quadrado menor de lado a, como mostra a Figura 7: Os quatro triângulos da Figura 7 são congruentes entre si, logo possuem a

Figura 7 – Demonstração do Teorema de Pitágoras I



Fonte: Autoria própria

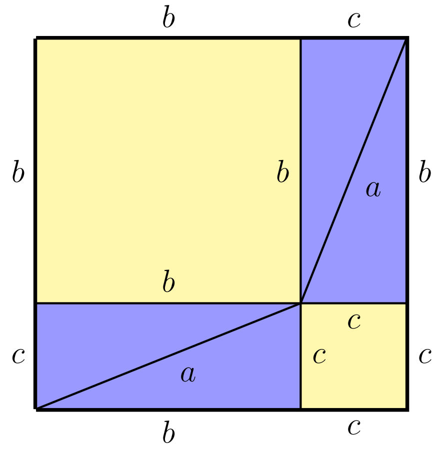
mesma área, dada por $\frac{1}{2}bc$.

Podemos ainda, observar que a área do quadrado maior de lado $(b+c)$, é igual a soma das áreas dos triângulos congruentes entre si e do quadrado menor de lado a. Portanto:

$$(b+c)^2 = a^2 + 4 \cdot \frac{1}{2}bc$$

Reorganizando as partes mostradas, como mostra a Figura 8:

Figura 8 – Demonstração do Teorema de Pitágoras II



Fonte: Autoria própria

Temos que a área do quadrado maior de lado $(b+c)$ pode ser definida como sendo

$$(b+c)^2 = b^2 + 2bc + c^2$$

Comparando as duas equações, obtemos:

$$a^2 + 2bc = b^2 + 2bc + c^2$$

Dessa forma podemos concluir que

$$a^2 = b^2 + c^2$$

.

A generalização para qualquer triângulo retângulo é então expressa como $a^2 = b^2 + c^2$, mostrando o papel da álgebra na generalização e prova forma do famoso Teorema de Pitágoras.

Esta proposta evidencia a importância da integração entre diferentes áreas da matemática no processo de aprendizagem. A aritmética, ao permitir a exploração de padrões numéricos, oferece a base para o raciocínio matemático. A geometria, com suas representações visuais, proporciona uma compreensão mais intuitiva dos conceitos. Por sua vez, a álgebra possibilita a generalização e a formalização das ideias, ampliando o alcance da solução de problemas. Dessa forma, a combinação dessas três áreas enriquece o entendimento dos alunos, favorecendo o desenvolvimento de habilidades para resolver problemas de forma eficaz e abrangente.

3.3.3 Função Quadrática

Esta proposta tem como objetivo trabalhar com um problema contextualizado que permita explorar diferentes representações matemáticas (tabular, algébrica e gráfica) de maneira intuitiva.

Os materiais necessários para a sua realização são simples e acessíveis, favorecendo a manipulação e a visualização prática dos conceitos. São utilizados palitos de fósforo (ou outro material equivalente) para representar os metros de tela disponíveis, papel quadriculado para a construção dos gráficos, e tabelas impressas ou desenhadas pelos próprios estudantes para o registro das combinações de dimensões e cálculo das áreas. Esses recursos oferecem suporte para que os alunos possam explorar as relações matemáticas de forma interativa, conectando os conceitos teóricos a representações concretas e visuais.

O ponto de partida é um problema simples: um fazendeiro precisa cercar um galinheiro utilizando uma quantidade fixa de 20 telas, e o desafio é maximizar o espaço interno desse galinheiro. Esse cenário possibilita a abordagem de conceitos importantes como perímetro, área e funções, incentivando os alunos a fazer conexões entre diferentes áreas da matemática.

Com o auxílio da utilização de MDM, onde cada um deles representa 1 metro de tela, os alunos devem experimentar diferentes combinações de largura e comprimento, respeitando o perímetro total de 20 metros. As combinações são registradas na forma tabular, como mostra a Tabela 1:

Tabela 1 – Maximização de Área de um Retângulo com Perímetro Fixo

Comprimento (m)	**Largura (m)**	**Área (m²)**	**Perímetro (m)**
1	9	9	20
2	8	16	20
3	7	21	20
4	6	24	20
5	5	25	20
6	4	24	20
7	3	21	20
8	2	16	20
9	1	9	20

A construção dessa tabela (representação tabular) permite aos alunos observar como a área varia em função das diferentes dimensões do galinheiro. Com base nessa análise, eles são estimulados a construir uma função que descreva essa relação de maneira algébrica. A função da área pode ser expressa como $A(x) = x(10 - x)$, em que x representa a largura e $(10 - x)$ corresponde ao comprimento do galinheiro. Para complementar, os alunos são incentivados a representar graficamente essa função em papel quadriculado, colocando a largura (x) no eixo horizontal e a área $A(x)$ no eixo vertical. A interpretação do gráfico possibilita identificar o ponto máximo, que revela a configuração das dimensões que resulta na maior área possível para o galinheiro.

A partir da exploração inicial do problema do galinheiro cercado pelos quatro lados, surge uma variação que modifica as condições dadas e enriquece a análise matemática. No segundo problema, considera-se que o fazendeiro utiliza uma parede fixa de sua propriedade como um dos lados do galinheiro, dispondo agora de 20 metros de tela para cercar apenas os três lados restantes. Essa alteração desafia os alunos a adaptar o raciocínio desenvolvido no primeiro problema, modelando uma nova função para a área, comparando as soluções obtidas e refletindo sobre as semelhanças e diferenças entre as duas situações.

Assim como no primeiro problema, no segundo os alunos também são incentivados a explorar as possíveis configurações do galinheiro a partir de MDM, como palitos ou outro recurso que represente os metros de tela disponíveis. As combinações encontradas são registradas em uma tabela, permitindo uma visualização clara das possibilidades e da variação da área.

Com base nessas informações, os alunos são levados a encontrar a representação algébrica da função que descreve a relação entre as dimensões e a área do galinheiro, além de construir o gráfico correspondente, com a largura no eixo horizontal e a área no eixo vertical. Nesse caso, a função obtida é o dobro da função encontrada no primeiro problema. O ideal é que os alunos sejam capazes de perceber essa relação entre as duas funções, compreendendo como a mudança nas condições do problema influencia diretamente o comportamento matemático das soluções.

Ao trabalhar com o problema do galinheiro, os estudantes utilizam conceitos geométricos para calcular perímetros e áreas, aplicam a álgebra para criar funções que descrevem a relação entre as variáveis e visualizam os resultados por meio de gráficos. Além disso, através de cálculos aritméticos, analisam diferentes possibilidades de dimensões e identificam qual configuração resulta na maior área. Esse processo possibilita que compreendam como diferentes áreas da matemática se complementam e como ela pode ser aplicada a situações concretas, tornando o aprendizado mais significativo e envolvente.

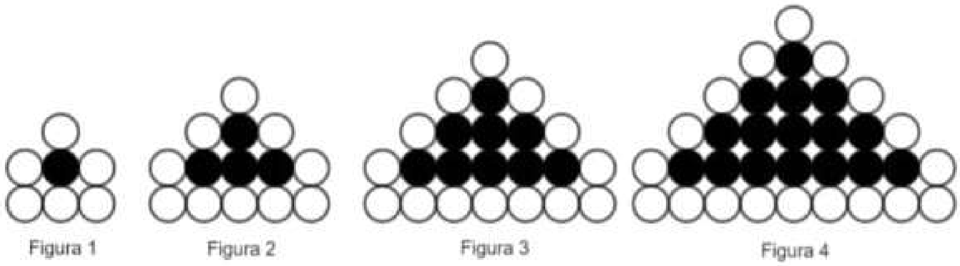
3.3.4 Padrões numéricos entre círculos e formas geométricas

O estudo das chamadas Sequência Numéricas representa uma excelente oportunidade para que o professor mostre que a Matemática explora os padrões de comportamento numéricos e suas relações com diferentes áreas do conhecimento. No caso do estudo das Progressões Aritméticas, temos a oportunidade de apresentar para nossos alunos problemas que sejam curiosos, estimulantes e desafiadores, a exemplo do problema destacado na Figura 9:

Figura 9 – Problema: Sequências Númericas

Problema 1:

Considere a imagem abaixo:



Supondo que o padrão de construção das figuras continue, quantas círculos no total (brancos e pretos) há na Figura 13?

Fonte: Autoria de Joab Silva

O problema em questão envolve a análise de uma sequência de figuras geométricas que evoluem de acordo com dois padrões de crescimento: um para os círculos brancos e outro para os círculos pretos e tem como desafio proposto determinar o número total de círculos (brancos + pretos) na posição 13, considerando que os padrões de crescimento se mantêm constantes ao longo da sequência.

Para resolvê-lo, é necessário analisar separadamente os padrões de crescimento dos círculos brancos e pretos, identificando as respectivas Progressões Aritméticas. Esse tipo de problema permite que os alunos visualizem a relação entre a representação geométrica e a sequência numérica em cada uma delas, por exemplo:

- Padrão de Crescimento dos Círculos Brancos

Observando o problema é possível perceber que os círculos brancos crescem de forma linear a cada posição, gerando a seguinte sequência numérica:

$$6, 10, 14, 18, 22, 26 \ldots$$

A partir dessa sequência é possível perceber que os círculos brancos seguem um crescimento constante, se tratando de uma Progressão Aritmética (P.A) de razão 4.

Sendo assim, para encontrar a quantidade de círculos brancos existentes na posição 13, bastaria utilizar a fórmula do termo geral de uma P.A:

$$b_n = b_1 + (n - 1) \cdot r$$

Para $n = 13$, temos:

$$b_{13} = 6 + (13 - 1) \cdot 4$$

$$b_{13} = 54$$

A tabela abaixo ilustra o crescimento do número de círculos brancos nas posições da sequência, permitindo observar esse padrão existente. Para $n = 13$, temos: $b_{13} =$

Tabela 2 – Crescimento dos Círculos Brancos

b	**Total**	**Decomposição**	**Fórmula Geral**
b_1	6	$4+2$	$4 \cdot 1 + 2$
b_2	10	$4+2+4$	$4 \cdot 2 + 2$
b_3	14	$4+2+4+4$	$4 \cdot 3 + 2$
b_4	18	$4+2+4+4+4$	$4 \cdot 4 + 2$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
b_n	–	$4+2+4(n-1)$	$4n+2$

$4 \cdot 13 + 2 = 54$.

Uma vez identificado o padrão de crescimento dos círculos brancos, passaremos à análise dos círculos pretos, que seguem um comportamento distinto.

- Padrão de Crescimento dos Círculos Pretos

A sequência encontrada ao observar os círculos pretos é a seguinte:

$$1, 4, 9, 16, 25, 36 \ldots$$

Observando o crescimento ao longo da sequência através de uma tabela, temos:

Tabela 3 – Crescimento dos Círculos Pretos

p	**Total**	**Decomposição**	**Fórmula Geral**
p_1	1	1	1
p_2	4	$1+3$	2^2
p_3	9	$1+3+5$	3^2
p_4	16	$1+3+5+7$	4^2
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
p_n	–	$1+3+5+7+\cdots+(2n-1)$	n^2

A partir da Tabela 3, podemos perceber que a sequência é uma P.A de segunda ordem, pois as razões entre termos consecutivos formam uma P.A. Nesse caso a P.A encontrada a partir das razões é a dos números ímpares, dada por $(1, 3, 5, 7, 9, \ldots)$, onde cada termo aumenta de 2 em 2. Uma propriedade notável dessa P.A é que a soma dos seus n primeiros termos resulta em um quadrado perfeito, correspondente ao quadrado da posição do último termo (n^2).

Sendo assim, o número de círculos pretos da posição 13 na sequência é dado por $13^2 = 169$.

- Resolvendo o desafio proposto no Problema:

Após a identificação dos padrões de crescimento dos círculos brancos e pretos, podemos partir para a resolução do desafio proposto no problema. Uma das formas de resolver o desafio proposto é somando as duas expressões encontradas, obtemos uma única que representa o total de círculos em cada etapa.

$$\begin{aligned} T_n &= p_n + b_n \\ T_n &= n_2 + 4n + 2 \end{aligned}$$

Para $n = 13$, temos:

$$T_{13} = 13^2 + 4 \cdot 13 + 2 = 223$$

Ao analisar o crescimento dos círculos brancos e pretos é perceptível que problema proposto não se limita apenas ao estudo das Progressões Aritméticas e suas representações geométricas, mas também pode percorrer outros assuntos, como por exemplo a exploração de conceitos de funções, onde o número de círculos em cada figura pode ser expresso como uma função onde n representa a posição da figura na sequência. Além disso, a representação visual das figuras permite uma abordagem concreta da geometria, facilitando a compreensão de padrões e regularidades.

Uma das coisas mais fascinantes da Matemática é a maneira como ela nos permite descobrir padrões que, muitas vezes, passam despercebidos. Quando bem explorada, ela se revela em uma beleza única, unindo conceitos aparentemente distantes e mostrando uma estrutura coerente e, por vezes, surpreendente. É nesse processo de investigação e conexão que a Matemática se mostra não apenas como uma ciência exata, mas também como uma forma de expressão criativa e harmoniosa, capaz de encantar e inspirar aqueles que se dedicam a desvendá-la.

A versatilidade do problema permite que ele seja adaptado para diferentes níveis de ensino, desde séries iniciais, onde o foco pode ser a identificação de padrões e contagem, até séries mais avançadas, onde é possível explorar generalizações, fórmulas e aplicações de funções. Essa flexibilidade torna o problema uma ferramenta valiosa para o ensino da Matemática, capaz de atender às necessidades de diversas séries e níveis de aprendizagem.

4 ANÁLISE E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS

Neste capítulo, são apresentadas e discutidas as aplicações de algumas das propostas apresentadas no capítulo anterior, bem como os resultados obtidos a partir da aplicação de um questionário aos concluintes do curso de Licenciatura em Matemática do IFPB Campus Campina Grande, no período de dezembro de 2024 a fevereiro de 2025. Para garantir a organização e a fidelidade dos dados coletados, foi adotada uma metodologia cuidadosa de registro, utilizando anotações detalhadas, gravações de áudio e fotografias que documentam todo o processo. Esses registros foram fundamentais para permitirem uma revisão precisa dos dados durante a fase de interpretação.

A partir dessas informações, este capítulo propõe uma reflexão sobre os desdobramentos das propostas apresentadas, analisando as percepções dos licenciandos e discutindo como essas abordagens podem impactar a formação docente em Matemática.

4.1 APLICAÇÃO DAS PROPOSTAS

A aplicação das propostas pedagógicas desenvolvidas neste trabalho foi realizada em dois encontros. A turma selecionada para a realização destas atividades foi a da disciplina de Prática de Ensino de Matemática IV, tendo em vista que a mesma tem como objetivo principal contribuir para a formação de professores, promovendo a discussão de temas relevantes para a prática docente e proporcionando experiências pedagógicas que aprimorem as habilidades de ensino dos futuros educadores. A atividade foi conduzida sem revelar antecipadamente o tema da pesquisa, de modo a evitar influenciar as construções e estratégias de resolução dos alunos, permitindo que as reflexões e soluções surgissem de forma mais espontânea e autêntica, evidenciando as conexões naturais entre as áreas da Matemática.

4.1.1 1ª Aplicação

No dia 17 de dezembro de 2024, a proposta foi colocada em prática com a participação de 6 alunos matriculados na disciplina, com duração de 2 aulas, 1 hora e 40 minutos. Para incentivar a colaboração e a troca de ideias, os graduandos foram organizados em duplas.. Após a formação das duplas, foi apresentado o problema do galinheiro, conforme descrito na subseção 3.3.3: Um fazendeiro dispõe de 20 metros de tela e deseja maximizar a área de um galinheiro. O desafio consistia em explorar diferentes combinações de largura e comprimento, com auxílio de MDM, respeitando o perímetro fixo, e registrar as soluções em uma tabela fornecida.

Durante a fase inicial da exploração, os alunos começaram a experimentar diversas combinações utilizando palitos de fósforo para representar os metros de tela, como pode ser visto na Figura 10.

Figura 10 – Processo de exploração do problema a partir do uso de MDM

Fonte: Autoria Própria

As duplas se engajaram na construção da tabela, e questões importantes foram surgindo à medida que os cálculos progrediam. Algumas perguntas destacadas foram:

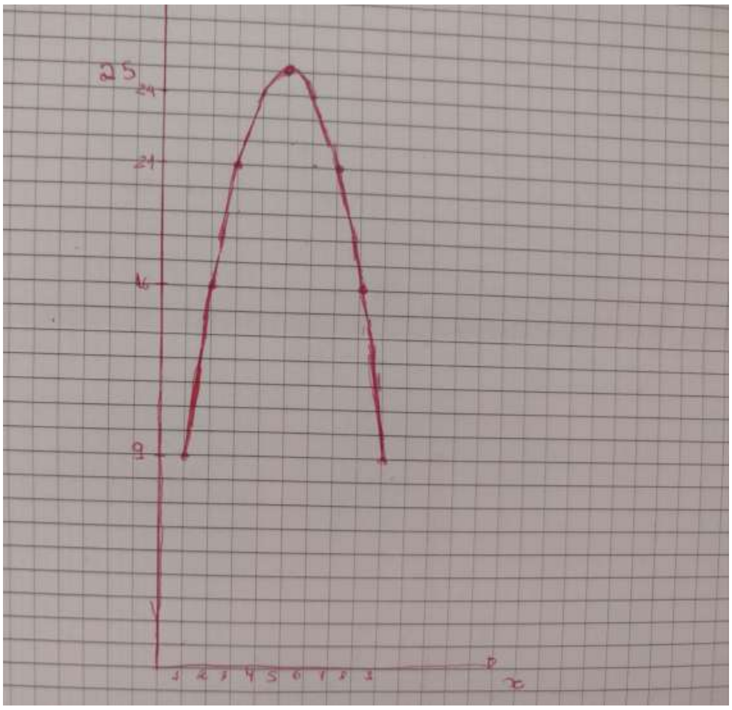
> *"Precisamos anotar as medidas que se repetem, como* 4×6 *e* 6×4*?"*
> *"A opção* 5×5 *satisfaz o problema?"*
> *"Podemos quebrar os palitos e usar medidas decimais para as dimensões do galinheiro?"*

Esses questionamentos geraram discussões produtivas de forma natural, sobre a simetria nas dimensões do retângulo, a redundância das combinações, à identificação de um caso especial em que o retângulo assume a forma de um quadrado, a relação entre formas geométricas e a maximização da área, além de destacar a importância de considerar o domínio e as restrições físicas de uma função matemática em problemas reais.

Após a construção das tabelas, os alunos foram incentivados a expressar as combinações numericamente registradas em uma representação algébrica. A maioria dos participantes conseguiu deduzir a função de forma relativamente rápida, compreendendo a relação entre largura, comprimento e área total.

Porém, a construção do gráfico dessa função trouxe dificuldades relacionadas à interpretação das restrições do problema. Alguns alunos traçaram uma linha contínua, sem se atentar ao fato de que as dimensões do galinheiro estavam limitadas ao conjunto dos números naturais maiores que 0 e menores que 10, desconsiderando a natureza discreta das medidas de largura e comprimento. Isso resultou em gráficos extrapolados ou inconsistentes com o contexto físico, como evidenciado na Figura 11:

Figura 11 – Gráfico do Problema apresentado pela dupla 3



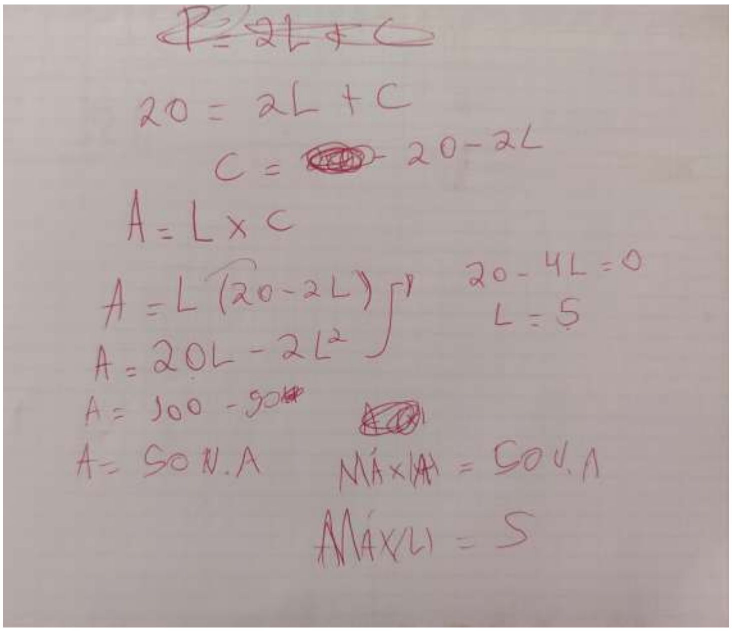
Fonte: Autoria Própria

Na segunda etapa da atividade, a exploração inicial do problema do galinheiro cercado pelos quatro lados foi ampliada para uma variação que modifica as condições e enriquece a análise matemática. Nesse novo cenário, o fazendeiro utilizava uma parede fixa de sua propriedade como um dos lados do galinheiro, dispondo de 20 metros de tela para cercar apenas os três lados restantes. Essa mudança desafiou os alunos a adaptar o raciocínio desenvolvido anteriormente, modelando uma nova função para a área, comparando as soluções obtidas e refletindo sobre as semelhanças e diferenças entre as duas situações.

Assim como na etapa anterior, os alunos trabalharam em duplas e utilizaram materiais manipuláveis, como palitos de fósforo, para simular diferentes combinações de dimensões. Eles registraram as configurações possíveis em uma tabela, o que facilitou a visualização da relação entre a largura e a área, além de permitir a análise da variação dos resultados conforme as dimensões mudavam.

Apesar de, na segunda etapa, ter sido incentivada a mesma sequência de construção com os palitos de fósforo para representar os metros de tela, algumas duplas abordaram o problema de maneira diferente. A Figura 12 destaca que, possivelmente influenciada pela familiaridade adquirida no primeiro problema, a dupla 03 decidiu pular a manipulação dos materiais e partiu diretamente para a dedução algébrica da função que descreve a área. Essa estratégia gerou uma oportunidade valiosa para discutir a importância de diferentes abordagens no processo de resolução de problemas e os benefícios do uso de representações concretas para o desenvolvimento inicial do raciocínio matemático.

Figura 12 – Anotações da resposta apresentada pela dupla 03.



Fonte: Autoria Própria

Outro aspecto interessante observado foi a criatividade dos alunos ao utilizar materiais alternativos para representar a parede fixa do galinheiro, como livros e réguas, destacando a flexibilidade e a autonomia na escolha de recursos pedagógicos. Durante o processo de solução do problema, surgiram questionamentos importantes, como:

> *"Por que a função do segundo problema é o dobro da primeira, apenas retirando um dos lados?"*

Esse tipo de pergunta levou os alunos a discutirem como a mudança nas condições estruturais do problema (de um perímetro completo para um perímetro parcial) impacta diretamente a fórmula matemática. A discussão também reforçou a conexão entre as expressões algébricas e o significado geométrico das soluções, ajudando a consolidar a percepção de que, embora as duas situações sejam similares, a diferença na quantidade de lados cercados altera o coeficiente da função e, consequentemente, o comportamento da parábola resultante.

Outro ponto relevante é que, apesar de se tratar de alunos que estão finalizando a graduação em Licenciatura em Matemática, nenhum dos participantes pensou em utilizar o conceito de derivada para resolver o problema de maximização da área do galinheiro. Essa abordagem, típica do cálculo diferencial, poderia ter oferecido uma solução mais direta e elegante, permitindo que os alunos explorassem não apenas as combinações numéricas e geométricas, mas também a análise de funções e seus pontos críticos. A ausência dessa ideia pode ser atribuída ao fato de que, durante a atividade, o foco estava voltado para a exploração concreta e manipulativa, com ênfase na construção de tabelas e gráficos, o que pode ter limitado a conexão com ferramentas mais avançadas da Matemática.

No entanto, a atividade cumpriu seu papel ao promover a integração entre Aritmética, Geometria e Álgebra, além de estimular a discussão sobre a modelagem matemática e a interpretação de restrições em problemas reais. A variação proposta na segunda etapa, com a introdução da parede fixa, ampliou ainda mais o raciocínio dos alunos, reforçando a importância de adaptar estratégias conforme o contexto do problema. A criatividade demonstrada pelos licenciandos, tanto na utilização de materiais alternativos quanto na dedução algébrica, evidenciou a capacidade de pensar de forma flexível e autônoma, habilidades essenciais para a prática docente.

4.1.2 2ª Aplicação

No dia 05 de fevereiro de 2025, realizamos a segunda aplicação da proposta, desta vez com a participação de 11 alunos, com duração de 2 aulas, 1 hora e 40 minutos. Durante o encontro, demos continuidade às atividades práticas, explorando o problema descrito no Capítulo 3.3.4. Este problema envolve a análise de uma sequência de figuras compostas por círculos brancos e pretos, cujos padrões de crescimento seguem comportamentos numéricos distintos. O desafio central era determinar o número total de círculos na 13ª posição da sequência, considerando que os padrões de crescimento se mantêm constantes.

Diferente da primeira aplicação, em que os alunos trabalharam em duplas, desta vez a resolução foi individual, o que permitiu que cada aluno seguisse seu próprio raciocínio, resultando em diferentes caminhos para chegar à solução. Abaixo, descrevemos as principais abordagens observadas:

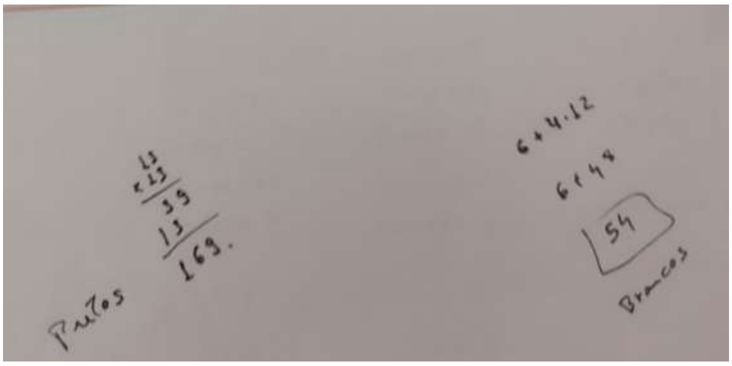
Um dos alunos identificou rapidamente que o padrão de crescimento dos círculos pretos correspondia aos quadrados perfeitos $(1, 4, 9, 16, \ldots)$, demonstrando uma boa percepção matemática. No entanto, ele não percebeu inicialmente que o problema também envolvia os círculos brancos. Por isso, resolveu o problema de forma rápida, mas incompleta, calculando apenas o número de círculos pretos na 13ª posição da sequencia.

Ao compartilhar sua resposta com os colegas, ele foi questionado sobre a rapidez e identificou a ausência dos círculos brancos. Essa interação fez com que ele refletisse e corrigisse seu erro. Percebendo o padrão de crescimento dos círculos brancos (uma Progressão Aritmética de razão 4).

Um aspecto importante destacado na Figura 13 é como ele resolveu o problema utilizando apenas operações básicas da aritmética, sem recorrer à generalização algébrica, nem a anotações. Isso mostra que ele compreendeu os padrões e aplicou os cálculos de forma intuitiva, mas também revela uma tendência a buscar respostas rápidas sem uma reflexão mais aprofundada sobre o problema como um todo.

Outro participante destacou-se por adotar uma abordagem única e criativa para resolver o problema das sequências de círculos. Em vez de seguir diretamente os padrões numéricos ou construir tabelas, ele observou atentamente a estrutura geométrica das figuras e identificou um padrão de crescimento a partir da base da figura. Essa abordagem

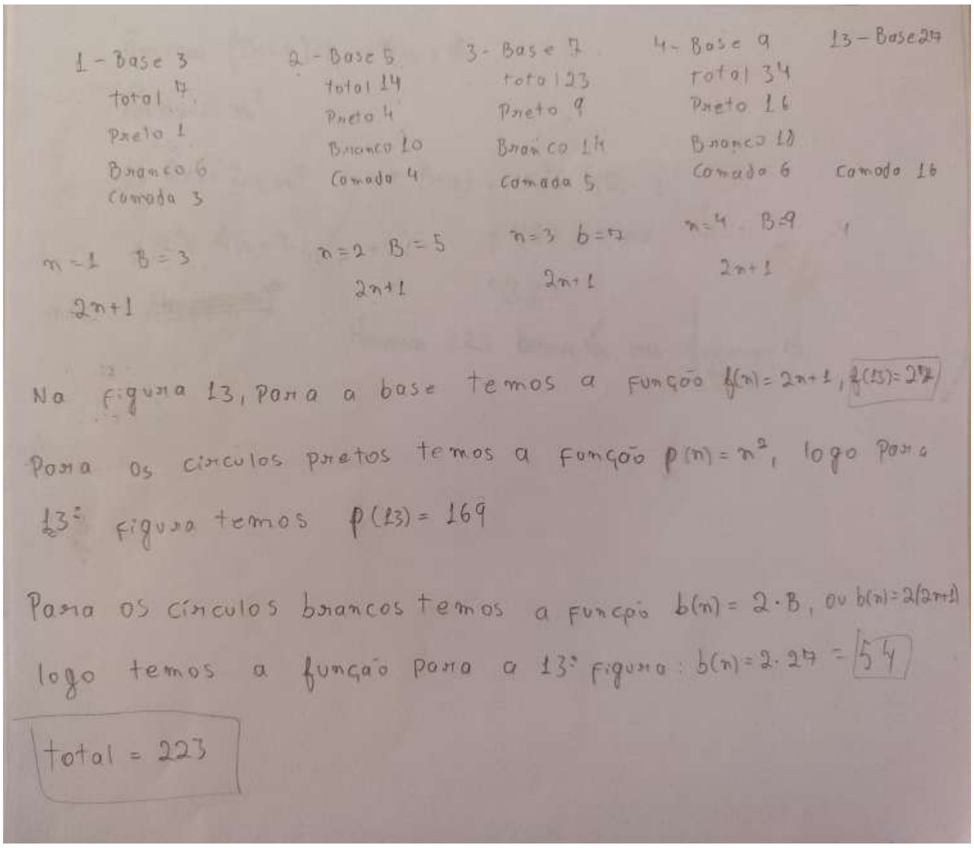
Figura 13 – Anotações da resposta apresentada pelo Aluno 05



Fonte: Autoria Própria

permitiu que ele construísse uma função correspondente ao crescimento dos círculos, esse processo pode ser observado na Figura 14:

Figura 14 – Processo de Resolução do Problema adotado pelo Aluno 07

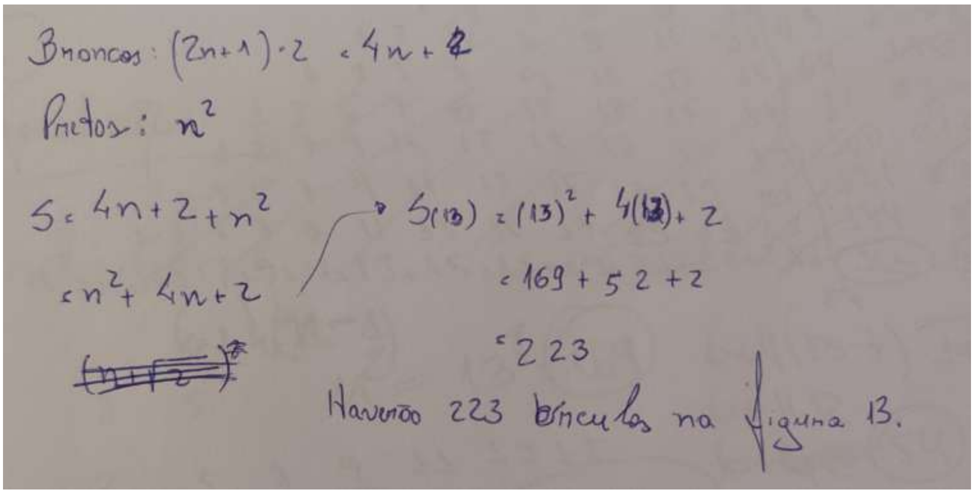


Fonte: Autoria Própria

Ao explorar o processo adotado por este aluno, podemos perceber que ele começou analisando as imagens da sequência, notando que os círculos brancos e pretos estavam organizados de forma específica. Ele percebeu que o número de círculos brancos aumentava conforme a base da figura se expandia, enquanto os círculos pretos podiam ser reorganizados em forma de quadrados. A partir dessa observação, ele deduziu que o crescimento dos círculos poderia ser descrito por funções matemáticas relacionadas à base da figura.

Além das abordagens já discutidas, a Figura 15 ilustra que alguns dos alunos participantes demonstraram uma habilidade impressionante de resolver o problema das sequências de círculos de forma ainda mais eficiente.

Figura 15 – Anotações apresentadas pelo Aluno 08



Fonte: Autoria Própria

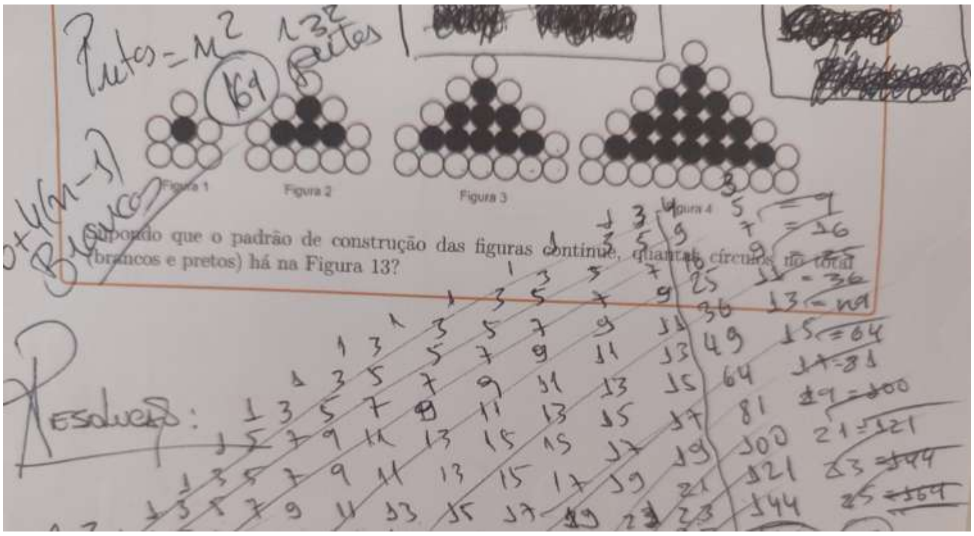
Eles recorreram à construção de uma tabela mental, ou seja, visualizaram os padrões de crescimento dos círculos brancos e pretos sem a necessidade de registrar os valores no papel. A partir dessa visualização, eles foram capazes de deduzir as fórmulas gerais diretamente, partindo para a generalização algébrica de maneira rápida e intuitiva, . Essa abordagem revela um nível avançado de familiaridade com conceitos matemáticos e uma capacidade notável de abstração.

Outro aluno optou por construir uma tabela para registrar o número de círculos brancos e pretos em cada figura da sequência e adicionou os valores manualmente, seguindo os padrões de crescimento observados, conforme a Figura 16:

No entanto, apesar dessa forma de resolver o problema consiga chegar ao resultado final corretamente, se for bem aplicada, ele não avançou para a generalização algébrica. Ou seja, não deduziram uma fórmula geral que pudesse ser aplicada a qualquer posição da sequência. Essa abordagem, embora eficaz para resolver o problema específico, limitou sua capacidade de responder a questionamentos adicionais, como o cálculo do número de círculos em uma posição muito maior. Enquanto isso os alunos que chegaram a generalização não tiveram esse problema.

Após as resoluções, os alunos foram convidados a apresentar suas abordagens para o restante da turma, permitindo discussões sobre os diversos caminhos encontrados para a solução. Essas discussões foram extremamente produtivas, abordando temas como funções, sequências numéricas, progressões aritméticas e equações do segundo grau., além de reflexões sobre como o problema poderia ser adaptado para abordar outros assuntos ou

Figura 16 – Anotações apresentadas pelo Aluno 02



Fonte: Autoria Própria

ser aplicado em séries distintas, desde a identificação de padrões em séries iniciais até a exploração de funções quadráticas e gráficos em séries mais avançadas. Essa flexibilidade do problema reforça a importância de um ensino integrado, que conecta diferentes áreas da Matemática e se adapta aos diversos níveis de aprendizagem.

O problema foi estruturado partindo da linguagem materna, passando pela visualização geométrica, forma tabular, além da representação algébrica, podendo além disso ser explorado graficamente. Essa diversidade de linguagens e representações permitiu que eles transitassem entre diferentes formas de pensar e resolver problemas.

As discussões também corroboraram com as etapas definidas por Polya (1978) citadas na seção 2.3, já que para a resolução do problema: os alunos começaram recolhendo dados e entendendo o contexto do problema, modelaram o problema utilizando tabelas, fórmulas ou representações geométricas, testaram diferentes estratégias, descartaram soluções inadequadas e, por fim, generalizaram e refletiram sobre suas abordagens.

Essa aplicação não apenas consolidou conceitos matemáticos, mas também promoveu discussões ricas e reflexões sobre a natureza da Matemática. A diversidade de abordagens utilizadas pelos alunos, desde a construção de tabelas até a generalização algébrica, evidenciou a importância de valorizar diferentes estratégias e de incentivar a transição entre o concreto e o abstrato. Essa experiência reforçou a importância de um ensino integrado de Aritmética, Álgebra e Geometria, mostrando como essas áreas se complementam e enriquecem a compreensão dos alunos.

4.2 O QUESTIONÁRIO E SUA APLICAÇÃO

4.2.1 Sobre o Questionário

A definição e elaboração de um instrumento de coleta de dados adequado são etapas cruciais no processo de pesquisa, pois determinam a qualidade e a confiabilidade das informações obtidas. Um instrumento bem estruturado deve estar alinhado aos objetivos do estudo, garantindo que os dados coletados sejam relevantes (MARCONI; LAKATOS, 2003).

Nesta pesquisa, optamos pela aplicação de um Questionário, composto por perguntas abertas e fechadas, que permitisse captar as percepções, experiências e opiniões dos licenciandos em Matemática sobre a integração entre Aritmética, Geometria e Álgebra em sua formação inicial. O formulário foi estruturado de modo a explorar tanto as vivências prévias dos participantes quanto suas perspectivas sobre a importância, os desafios e as potencialidades dessa integração no ensino e na aprendizagem da Matemática.

O conteúdo do Questionário foi organizado em torno de três eixos principais: as experiências dos licenciandos com a integração das áreas matemáticas durante sua formação básica e inicial, a compreensão sobre a relevância e os obstáculos da integração no ensino da Matemática; e as possibilidades de aplicação prática dessa abordagem em sala de aula. As perguntas foram elaboradas com o intuito de estimular reflexões, permitindo que os participantes compartilhassem não apenas suas opiniões, mas também exemplos concretos.

A primeira parte do Questionário buscou investigar as experiências prévias dos licenciandos, tanto na educação básica quanto na formação inicial, com atividades que integrassem Aritmética, Geometria e Álgebra. Questões como:

> *"Durante a sua formação na educação básica, você teve alguma experiência prática que envolvesse a integração dessas áreas? Se sim, como foi essa experiência?"*
> *"Até esta atividade que desenvolvemos, durante a sua formação inicial para professor de matemática, você teve alguma experiência prática que envolvesse a integração dessas áreas? Se sim, como foi essa experiência?"*

foram incluídas para mapear o contato dos participantes com a abordagem integrada e como essas vivências foram percebidas.

Em seguida o Questionário se concentra na compreensão dos licenciandos sobre a importância da integração entre as áreas matemáticas e os possíveis desafios enfrentados pelos professores ao implementar essa abordagem. Perguntas como:

> *"Como você entende a importância da integração entre álgebra, geometria e aritmética no processo de ensino da Matemática?"*
> *"Na sua opinião, quais podem ser os principais obstáculos que os professores*

> *podem enfrentar ao tentar desenvolver atividades de ensino e aprendizagem que busquem integrar álgebra, geometria e aritmética?”*

visaram captar as percepções sobre os benefícios e as dificuldades práticas dessa integração.

Por fim, buscamos explorar as possibilidades de aplicação da integração em sala de aula, bem como a visão dos licenciandos sobre o papel da resolução de problemas nesse processo. Questões como:

> *“De que maneira você acredita que a integração entre essas áreas pode contribuir para a compreensão dos alunos sobre os conceitos matemáticos?”*
> *“Como você enxerga o papel da resolução de problemas na promoção de atividades de integração entre álgebra, geometria e aritmética?”*

foram incluídas para incentivar os participantes a refletir sobre estratégias pedagógicas e metodologias que poderiam ser utilizadas para promover a integração. Além disso, a pergunta:

> *“Se coloque na situação em que você está planejando uma aula de Matemática (você está livre para a escolha da série e do conteúdo). Descreva uma proposta de atividade ou metodologia que poderia integrar álgebra, geometria e aritmética.”*

eve como objetivo estimular a criatividade e a aplicação prática dos conceitos discutidos.

No próximo tópico, serão apresentados e discutidos os resultados obtidos por meio da aplicação deste, buscando responder aos objetivos propostos e contribuir para a reflexão sobre a formação inicial de professores de Matemática.

4.2.2 Discussão e Análise da Aplicação do Questionário

Ao analisar as experiências prévias dos licenciandos com a integração entre Aritmética, Geometria e Álgebra, observou-se que apenas 20% dos participantes relataram experiências positivas durante a educação básica. O Participante 1 afirmou que teve contato com a integração e que essas experiências “são bastante enriquecedoras, pois abrem um 'leque' de opções para se abordar um problema”. O Participante 4 também descreveu sua experiência como “muito boa”. No entanto, a maioria não teve contato significativo com essa abordagem durante esse período do ensino. Essa fragmentação das áreas foi um ponto recorrente nos relatos, sugerindo que a integração entre as áreas não era uma prática comum nas escolas por onde passaram, como destacou o Participante 8:

> **P8** - “Experiências que envolvessem todas as três áreas, NÃO. Durante minha educação básica, foi-se trabalhada a Matemática separadamente, apenas em alguns poucos casos foi integrada a álgebra e a geometria em uma mesma atividade, como a área de um quadro de lado $(x + 2)$, onde o resultado da área é uma expressão algébrica, por exemplo.”

Já na formação inicial, as coisas parecem um pouco diferentes, porém ainda preocupantes. Apenas 60% dos licenciandos relataram já ter vivenciado experiências que integraram Aritmética, Geometria e Álgebra durante sua formação. Essas experiências foram descritas como "enriquecedoras", "muito boas" e "extremamente relevantes", especialmente no contexto das disciplinas de Prática de Laboratório de Ensino de Matemática e Prática de Ensino da Matemática.

Um dos participantes destacou que a integração entre as áreas foi "fantástica", pois permitiu relacionar conteúdos que, até o ensino médio, eram vistos como distintos. Ele mencionou ainda que essa distinção pode "atrapalhar o processo de ensino-aprendizagem", citando como exemplo o baixo desempenho dos participantes em avaliações que exigem a integração de conhecimentos matemáticos. Outro licenciando ressaltou a importância de atividades que integram as três áreas, afirmando que "pouco se pratica a integração em sala de aula", mas que a experiência vivida na disciplina de Prática de Ensino de Matemática II foi fundamental para pensar em como aplicar essa abordagem com futuros alunos.

Por outro lado, 40% dos participantes afirmaram não ter tido nenhuma experiência prática que envolvesse a integração entre Aritmética, Geometria e Álgebra durante sua formação. Além disso, é importante destacar que nenhum dos licenciandos mencionou disciplinas como Matemática para o Ensino Médio, Matemática para o Ensino Fundamental ou mesmo as disciplinas de Cálculo como contextos em que essas conexões foram exploradas. Essa ausência de menções levanta questionamentos sobre se os licenciandos não perceberam essas conexões nas disciplinas citadas ou se os professores responsáveis por ministrá-las não promoveram discussões sobre as possíveis conexões na Matemática.

As respostas dos licenciandos às perguntas sobre a importância, os benefícios e os impactos da integração entre Álgebra, Geometria e Aritmética revelam uma visão majoritariamente positiva em relação a essa abordagem. A maioria dos participantes reconhece a integração como essencial para o ensino da Matemática, tanto na formação de professores quanto na educação básica. Como destacou o Participante 1, "as três áreas são intrinsecamente ligadas, então é quase que sem sentido separar seus estudos". O Participante 8 reforçou essa ideia, afirmando que "a Matemática, apesar de suas ramificações, é uma ciência melhor entendível quando unimos suas partes". Além disso, os licenciandos ressaltaram que a integração facilita a compreensão dos conceitos matemáticos pelos alunos. O Participante 3 mencionou que essa abordagem "facilita a percepção dos alunos de identificar os conceitos e símbolos da Matemática", enquanto o Participante 5 destacou que a integração "abre portas para uma compreensão mais profunda e significativa do mundo ao nosso redor".

Quando questionados sobre como a integração pode contribuir para a compreensão dos alunos, os participante destacaram que essa abordagem promove uma aprendizagem mais significativa e contextualizada. O Participante 7 ressaltou que a integração "torna o aprendizado mais claro, conectando conceitos e facilitando a compreensão e a resolução de problemas". Outro ponto mencionado foi o potencial motivacional da integração. O Participante 6 observou que "ministrar aulas que ligam essas três áreas da Matemática torna o ensino mais interessante para os alunos", e o Participante 5 complementou que a integração pode criar "uma experiência de aprendizado mais rica, mais divertida e mais relevante para a vida real".

Em relação aos possíveis impactos das atividades integradoras na educação básica, a maioria dos licenciandos identificou benefícios significativos. O Participante 5 destacou que a integração "tem o poder de transformar a forma como os alunos aprendem e se desenvolvem", promovendo pensamento crítico, criatividade e motivação. O Aluno 7 acrescentou que atividades integradoras "ampliam a compreensão, estimulam o raciocínio lógico e tornam o aprendizado mais significativo e conectado à realidade". Alguns licenciandos também mencionaram que a integração pode reduzir a aversão à Matemática. O Participante 6 afirmou que, com essa abordagem, "os alunos não odiariam tanto a Matemática", enquanto o Participante 8 ressaltou que atividades integradoras podem "sanar barreiras trazidas desde muito antes", apresentando aos alunos uma metodologia mais completa e conectada. No entanto, apesar de reconhecerem a importância da integração entre essas áreas da Matemática, nem todos os licenciandos souberam especificar de forma clara os possíveis impactos dessa abordagem.

O questionário também abordou o papel da resolução de problemas na promoção de uma abordagem mais integradora da Matemática, onde 100% dos licenciandos reconheceram essa prática como uma ferramenta poderosa para promover uma aprendizagem mais dinâmica e concreta. O Participante 1 destacou que a proposta "promove um espaço mais criativo, onde os alunos poderão tentar diferentes abordagens para solucionar algo, não precisando se deter a um método rígido e formalista". Já o Participante 5 afirmou que a resolução de problemas é "a chave que abre a porta da integração", permitindo que os alunos conectem conceitos teóricos a situações práticas e desenvolvam habilidades como pensamento crítico e criatividade. O Participante 7 complementou essa visão, descrevendo a resolução de problemas como uma "ponte" que torna o aprendizado mais dinâmico e mostra a Matemática como algo útil no dia a dia.

No entanto, a necessidade de uma formação mais sólida e integrada para os futuros professores aliada à falta de tempo para planejamento e aplicação foi um dos obstáculos mais citados, já que a integração exige um esforço adicional para organizar atividades que conectem as áreas de forma coesa. Além disso, a resistência à mudança por parte dos professores foi mencionada como um desafio, uma vez que muitos educadores estão acostumados a métodos tradicionais e podem relutar em adotar práticas mais interdisciplinares. Por fim, a falta de recursos materiais e financeiros foi apontada como um impedimento prático, já que a implementação de atividades integradoras muitas vezes requer materiais específicos e apoio institucional.

Além disso, ao serem questionados sobre conceitos ou temas específicos que consideram mais difíceis de integrar, alguns licenciandos apontaram desafios. Um dos temas mais citados, com 30% das respostas, foi Logaritmos, seguido de Funções Trigonométricas, Polinômios e a própria Geometria Analítica. Em relação a Logaritmos, uma das possíveis abordagens é a apresentada por Lima et al. (2006) no livro *A Matemática do Ensino Médio*, onde o mesmo inicia a introdução dos logaritmos de uma forma que integra a representação geométrica com a abordagem algébrica.

Por fim, quando desafiados a planejar uma aula que integrasse as três áreas, os licenciandos apresentaram propostas criativas e interdisciplinares. O Participante 1 sugeriu uma atividade sobre razões e proporções, explorando a proporção áurea e a sequência de Fibonacci para conectar Aritmética, Álgebra e Geometria. O Participante 5 propôs um projeto de cidades sustentáveis, no qual os alunos usariam Geometria para projetar estruturas, Álgebra para calcular áreas e perímetros, e Aritmética para avaliar custos e impactos ambientais. O Participante 6 elaborou uma atividade sobre perímetro e área de figuras geométricas, integrando cálculos aritméticos, fórmulas algébricas e conceitos geométricos. Já o Participante 8 sugeriu trabalhar semelhança de triângulos, conectando Álgebra (manipulação de expressões), Geometria (Teorema de Tales) e Aritmética (razões e proporções).

Os resultados do questionário revelam que, embora a integração entre Álgebra, Geometria e Aritmética seja vista como uma abordagem essencial e benéfica para o ensino da Matemática, sua implementação enfrenta desafios significativos, tanto na formação inicial dos professores quanto na prática pedagógica. A maioria dos licenciandos reconhece que a integração promove uma aprendizagem mais dinâmica, significativa e contextualizada, facilitando a compreensão dos conceitos matemáticos e reduzindo a aversão dos alunos à disciplina. No entanto, as experiências prévias dos participantes mostram que essa abordagem ainda é pouco explorada, tanto na educação básica quanto em algumas disciplinas da graduação.

A resolução de problemas foi unanimemente apontada como uma ferramenta poderosa para promover a integração entre as áreas. Os licenciandos destacaram que essa prática estimula a criatividade, o pensamento crítico e a aplicação prática dos conceitos, tornando o aprendizado mais interessante e relevante para os alunos. No entanto, alguns temas, como Logaritmos, Funções Trigonométricas, Polinômios e Geometria Analítica, foram considerados desafiadores para integrar, devido à sua complexidade e à dificuldade de estabelecer conexões claras entre as áreas.

As propostas de atividades apresentadas pelos licenciandos refletem uma visão inovadora do ensino da Matemática, que valoriza a interdisciplinaridade e a aplicação prática dos conceitos. Atividades como a exploração da proporção áurea, a construção de cidades sustentáveis e o estudo de semelhança de triângulos demonstram como a integração pode ser aplicada de forma criativa e contextualizada, conectando Aritmética, Álgebra e Geometria de maneira significativa.

Por fim, os resultados também destacam a necessidade de uma formação mais sólida e integrada para os futuros professores. A falta de experiências práticas com a integração durante a educação básica e a ausência de menções a algumas disciplinas da graduação sugerem que há lacunas na formação que precisam ser superadas. Para que a integração entre as áreas se torne uma realidade nas salas de aula, é essencial que os professores sejam preparados para planejar e implementar atividades interdisciplinares, além de receberem apoio institucional e recursos adequados.

Em resumo, os resultados do questionário reforçam a importância da integração entre Álgebra, Geometria e Aritmética para o ensino da Matemática, mas também apontam para a necessidade de mudanças na formação inicial e na prática pedagógica. A resolução de problemas e a criação de atividades contextualizadas são estratégias promissoras para promover uma aprendizagem mais coesa e reflexiva, preparando os alunos para compreender a Matemática como uma disciplina integrada e aplicável ao mundo real.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A pesquisa desenvolvida neste trabalho evidencia a importância da investigação acadêmica na formação de professores, especialmente no campo da Educação Matemática. Ao refletir sobre a prática docente e a integração entre diferentes áreas da Matemática, como Aritmética, Álgebra e Geometria, este estudo contribui para a formação inicial e continuada de professores, oferecendo subsídios teóricos e práticos que podem ser aplicados em sala de aula. A pesquisa também reforça a necessidade de uma abordagem reflexiva sobre a práxis docente, permitindo que os educadores questionem suas metodologias, identifiquem lacunas e busquem melhorias contínuas em seu trabalho.

Ao assumir o papel de pesquisadora, pude perceber que a sala de aula de Matemática é um espaço rico para investigação, onde os desafios e as potencialidades do ensino podem ser explorados de forma crítica e criativa. A questão norteadora deste trabalho, que buscava compreender como os licenciandos percebem a integração entre Aritmética, Álgebra e Geometria na resolução de problemas e no ensino de seus conceitos, foi amplamente respondida ao longo da pesquisa. A análise das propostas pedagógicas e das percepções dos licenciandos demonstrou que a abordagem integradora é uma estratégia eficaz para promover uma visão mais coesa e significativa dos conceitos de Matemática. Os objetivos gerais e específicos foram alcançados, uma vez que foi possível analisar as percepções dos licenciandos sobre a integração das áreas, explorar estratégias didáticas que favorecem essa conexão e investigar como essa abordagem pode contribuir para uma compreensão mais ampla dos conceitos matemáticos.

A aplicação das propostas em um contexto real de formação docente permitiu observar que a integração entre as áreas não apenas facilita o aprendizado dos alunos, mas também prepara os futuros professores para um ensino mais dinâmico e contextualizado. Este trabalho, embora seja um ensaio introdutório à pesquisa em Educação Matemática, teve um impacto significativo na minha formação como professora e pesquisadora. A experiência de planejar, aplicar e refletir sobre as propostas pedagógicas me permitiu desenvolver habilidades essenciais para a prática docente, como a capacidade de integrar diferentes áreas do conhecimento, adaptar metodologias às necessidades dos alunos e promover uma aprendizagem mais profunda dos conceitos matemáticos.

Além disso, a pesquisa abriu caminhos para futuros desdobramentos, seja em uma monografia de especialização sobre o ensino de Matemática ou como tema de dissertação de mestrado. Um possível desdobramento desta pesquisa seria a aplicação direta em sala de aula, voltando para a educação básica, onde as propostas integradoras poderiam ser testadas e aprimoradas em um contexto real de ensino. Acredito que a continuidade deste estudo pode trazer contribuições ainda mais relevantes para a área, especialmente no que diz respeito à formação de professores e à implementação de práticas pedagógicas inovadoras.

A pesquisa realizada neste trabalho não apenas confirmou a relevância da integração entre Aritmética, Álgebra e Geometria no ensino da Matemática, mas também destacou a necessidade de uma abordagem mais holística e interdisciplinar na formação de professores. A fragmentação do ensino, que muitas vezes separa essas áreas, foi identificada como um dos principais obstáculos para a compreensão dos alunos. Ao integrar essas áreas, os alunos passam a ver a Matemática como um campo coeso, onde os conceitos se complementam e se reforçam mutuamente. Um dos pontos mais importantes observados durante a pesquisa foi o impacto positivo da resolução de problemas como estratégia pedagógica. Ao enfrentar desafios que exigem a aplicação de conhecimentos de diferentes áreas, os alunos desenvolvem habilidades como o pensamento crítico, a criatividade e a capacidade de resolver problemas de forma autônoma. Essa abordagem não apenas facilita a compreensão dos conceitos matemáticos, mas também prepara os alunos para aplicar esses conhecimentos em situações reais, tornando o aprendizado mais significativo e relevante.

Além disso, a pesquisa destacou a importância do uso de materiais didáticos manipulativos (MDM) no ensino da Matemática. Esses materiais permitem que os alunos visualizem e manipulem conceitos abstratos, facilitando a compreensão e a retenção do conhecimento. A experiência prática com MDM mostrou-se particularmente eficaz para conectar conceitos algébricos e geométricos, permitindo que os alunos percebam as relações entre diferentes áreas da Matemática de forma concreta e intuitiva. Outro aspecto relevante foi a constatação de que a formação inicial de professores ainda apresenta lacunas significativas no que diz respeito à integração das áreas da Matemática. Licenciandos relataram pouca ou nenhuma experiência com atividades que integrassem Aritmética, Álgebra e Geometria durante sua formação, o que pode limitar sua capacidade de implementar essa abordagem em sala de aula. Portanto, é fundamental que os cursos de licenciatura em Matemática incluam mais disciplinas e atividades práticas que promovam a integração entre essas áreas, preparando os futuros professores para um ensino mais dinâmico e contextualizado.

A pesquisa também apontou para a necessidade de uma maior reflexão sobre a prática docente. Os professores devem ser incentivados a questionar suas metodologias, identificar lacunas em seu ensino e buscar constantemente novas formas de engajar e motivar seus alunos. A abordagem integradora proposta neste trabalho pode ser um caminho promissor para transformar o ensino da Matemática, tornando-o mais acessível, interessante e relevante para os alunos. Por fim, este trabalho reforça a importância de se pensar a Matemática como uma disciplina viva, que vai além de fórmulas e regras. Ao integrar as suas áreas, os alunos passam a ver a Matemática como uma ferramenta poderosa para compreender e transformar o mundo ao seu redor. Acredito que, ao investir na formação de professores que valorizam essa abordagem integradora, estamos contribuindo para a construção de uma educação matemática mais humana, prática e conectada com as necessidades do mundo contemporâneo.

Por fim, este trabalho reforça a importância de se pensar a Matemática como um campo de conhecimento integrado, onde Aritmética, Álgebra e Geometria dialogam de forma harmoniosa. A resolução de problemas e o uso de materiais didáticos manipulativos são estratégias que, quando bem aplicadas, podem transformar o ensino da Matemática em uma experiência enriquecedora e transformadora para os alunos. Ao investir na formação de professores que valorizam essa abordagem integradora, estamos contribuindo para a construção de uma educação matemática mais humana, prática e conectada com as necessidades do mundo ao redor. A aplicação dessas propostas na educação básica seria um passo natural e necessário, permitindo que os alunos vivenciem a Matemática de forma mais conectada e contextualizada desde os primeiros anos de escolarização.

REFERÊNCIAS

BRASIL. Constituição (1934). *Constituição da República Federativa do Brasil*. Rio de Janeiro, RJ: Senado, 1934. Disponível em: <https://www.planalto.gov.br/ccivil_03/Constituicao/Constituicao34.htm>. Acesso em: 04 jan. 2025.

BRASIL. Base nacional comum curricular. *Brasília, DF: MEC/SEF*, 2018. Disponível em: <http://download.basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 19 fev. 2025.

BRASIL, M. Parâmetros curriculares nacionais. *Brasília, DF: MEC/SEF*, 1997.

D'AMBROSIO, U. Etnomatemática: Elo entre as tradições e a modernidade. *Belo Horizonte, MG: Autêntica*, 2001.

FIORENTINI, D.; LORENZATO, S. *Investigação em educação matemática percursos teóricos e metodológicos*. [S.l.]: Autores associados, 2006.

FLORES, C. R. Registros de representação semiótica em matemática: história, epistemologia, aprendizagem. *Boletim de Educação Matemática*, Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, v. 19, n. 26, p. 1–22, 2006.

GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2016.

GOMES, M. L. M. História do ensino da matemática: uma introdução. *Belo Horizonte: Caed-ufmg*, 2012.

LIMA, E. L. et al. *A Matemática do Ensino Médio Vol. 1*. [S.l.]: SBM, 2006.

LORENZATO, S. *Por que não ensinar Geometria? A educação matemática em revista. Geometria*. [S.l.]: Blumenau, 1995.

LORENZATO, S. *Para aprender matemática*. [S.l.]: Autores associados, 2006.

MARCONI, M. d. A.; LAKATOS, E. M. *Fundamentos de metodologia científica. Atlas*. 5. ed. São Paulo: Atlas, 2003.

OLIVEIRA, M. M. d. In: *Como fazer projetos, relatorios, monografias, dissertacoes e teses*. 5. ed. rev. Rio de Janeiro: Elsevier, 2011.

ONUCHIC, L. d. l. R.; ALLEVATO, N. S. G. Novas reflexões sobre o ensino-aprendizagem de matemática através da resolução de problemas. *Educação matemática: pesquisa em movimento. São Paulo: Cortez*, p. 213–231, 2004.

ONUCHIC, L. D. L. R.; ALLEVATO, N. S. G. Pesquisa em resolução de problemas: caminhos, avanços e novas perspectivas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, v. 25, n. 41, p. 73–98, 2011.

POLYA, G. A arte de resolver problemas. *Rio de Janeiro: interciência*, v. 2, p. 12, 1978.

PRODANOV, C. C.; FREITAS, E. C. D. *Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico-2ª Edição*. [S.l.]: Editora Feevale, 2013.

SÁ, A. C. d. S. d.; DOURADO, W. d. A. A prática docente através da resolução de problemas. In: BELLINI, W. *Resolução de Problemas na Prática de Ensino de Matemáticau*. Campo Mourão: Editora Fecilcam, 2021. p. 12–24.

SAVIANI, D. Formação de professores: aspectos históricos e teóricos do problema no contexto brasileiro. *Revista brasileira de educação*, SciELO Brasil, v. 14, p. 143–155, 2009.

SEVERINO, A. J. *Metodologia do trabalho científico*. 23. ed. rev. e atual. [S.l.]: Cortez, 2007.

VALENTE, W. R. A matemática moderna nas escolas do brasil: um tema para estudos históricos comparativos. *Revista Diálogo Educacional*, PUCPR, v. 6, n. 18, p. 19–34, 2006.

APÊNDICE A – QUESTIONÁRIO PARA COLETA DE DADOS

Formulário para coleta de dados com intuito na colaboração da pesquisa: **O ENSINO DE MATEMÁTICA SOB UMA PERSPECTIVA INTEGRADORA ENTRE A ÁLGEBRA, A GEOMETRIA E A ARITMÉTICA.**

Prezado(a) participante,

Você está sendo convidado(a) a colaborar com a pesquisa intitulada: "O ensino de matemática sob uma perspectiva integradora entre a álgebra a geometria e a Aritmética.". Este estudo tem como objetivo principal investigar

a visão dos licenciandos em Matemática sobre a integração entre Aritmética, Geometria e Álgebra no estudo de conceitos e na resolução de problemas durante sua formação inicial.
A pesquisa é desenvolvida pela discente Ana Letícia Araújo Falcão, sob a orientação do Professor Dr. Rômulo Alexandre Silva e do Professor Me. Joab dos Santos Silva.
Sua participação é voluntária, mas acreditamos que suas respostas serão de grande valia para o avanço deste estudo, que busca contribuir para a melhoria do ensino de Matemática, principalmente no que diz respeito à integração de diferentes campos da disciplina no processo educativo.
Sua colaboração é essencial para que possamos alcançar os objetivos propostos e gerar contribuições relevantes para a área, tendo em vista a significância desse tema para o processo de ensino de matemática, inclusive na formação de professores.
O instrumento utilizado para a coleta de dados é um questionário estruturado, composto por perguntas relacionadas ao tema central da pesquisa.
Ao aceitar participar, você autoriza a utilização dos resultados obtidos neste estudo para a elaboração do Trabalho de Conclusão de Curso, bem como para apresentações em eventos científicos e publicações em revistas especializadas, garantindo que sua identidade será preservada conforme as diretrizes éticas da pesquisa.
Caso decida não participar, saiba que sua decisão não trará qualquer prejuízo a você ou à instituição.
A pesquisadora e os orientadores estarão à disposição para esclarecer eventuais dúvidas ou fornecer informações adicionais sobre o estudo.
Para mais informações, entre em contato com a pesquisadora Ana Letícia Araújo Falcão através do e-mail: ana.falcao@academico.ifpb.br ou pelo telefone: (83) 999281738

Agradecemos desde já pela sua colaboração!

Atenciosamente, Ana Letícia Araújo Falcão
Pesquisadora responsável

* Indica uma pergunta obrigatória

1. E-mail *

2. **A partir das informações descritas acima você concorda em participar dessa pesquisa?** *

   Marque todas que se aplicam.

   - [ ] Sim, aceito participar.
   - [ ] Não, prefiro me abster de participar.

3. Durante a sua formação na educação básica, você teve alguma experiência prática que envolvesse a integração dessas áreas? Se sim, como foi essa experiência?

4. Até esta atividade que desenvolvemos, durante a sua formação inicial para professor de matemática, você teve alguma experiência prática que envolvesse a integração dessas áreas? Se sim, como foi essa experiência?

5. Como você entende a importância da integração entre álgebra, geometria e aritmética no processo de ensino da Matemática?

6. Na sua opinião, quais podem ser os principais obstáculos que os professores podem enfrentar ao tentar desenvolver atividades de ensino e aprendizagem que busquem integrar álgebra, geometria e aritmética?

7. De que maneira você acredita que a integração entre essas áreas pode contribuir para a compreensão dos alunos sobre os conceitos matemáticos?

8. Em sua concepção, quais os possíveis impactos de atividades integradoras na formação dos alunos da educação básica?

9. Como você enxerga o papel da resolução de problemas na promoção de atividades de integração entre álgebra, geometria e aritmética?

10. Com base em sua experiência, você aponta algum conceito ou tema específico dentro dessas áreas que você considera mais difícil de integrar, e por quê?

11. Escreva sua opinião sobre se a atual estrutura de formação inicial para professor de matemática oferece discussões e ferramentas para planejar e desenvolver aulas que integrem as três áreas?

12. Se coloque na situação em que você está planejando uma aula de Matemática (você está livre para a escolha da série e do conteúdo). Descreva uma proposta de atividade ou metodologia que poderia integrar álgebra, geometria e aritmética.

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
Campus Campina Grande - Código INEP: 25137409
R. Tranqüilino Coelho Lemos, 671, Dinamérica, CEP 58432-300, Campina Grande (PB)
CNPJ: 10.783.898/0003-37 - Telefone: (83) 2102.6200

Documento Digitalizado Ostensivo (Público)

Entrega de TCC

Assunto:	Entrega de TCC
Assinado por:	Ana Leticia
Tipo do Documento:	Anexo
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Ostensivo (Público)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples