



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
CAMPUS CAJAZEIRAS
CURSO DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA

GABRIEL ANGELIM PEEREIRA

**UM MODELO DE JOGO DIGITAL EM ROLE-PLAYING GAME PARA O ENSINO DE
NÚMEROS RACIONAIS ENVOLVENDO A CONVERSÃO ENTRE OS REGISTROS
GEOMÉTRICO BIDIMENSIONAL E SIMBÓLICO FRACIONÁRIO**

CAJAZEIRAS-PB

2025

GABRIEL ANGELIM PEREIRA

**UM MODELO DE JOGO DIGITAL EM ROLE-PLAYING GAME PARA O ENSINO DE
NÚMEROS RACIONAIS ENVOLVENDO A CONVERSÃO ENTRE OS REGISTROS
GEOMÉTRICO BIDIMENSIONAL E SIMBÓLICO FRACIONÁRIO**

Monografia apresentada junto ao **Curso de Especialização em Matemática** do Instituto Federal da Paraíba, como requisito à obtenção do título de **Especialista em Matemática**.

Orientador:

Prof. Dr. William de Souza Santos

Coorientadora:

Profa. Dra. Fernanda Andréa Fernandes Silva

CAJAZEIRAS-PB

2025

GABRIEL ANGELIM PEREIRA

**UM MODELO DE JOGO DIGITAL EM ROLE-PLAYING GAME PARA O ENSINO DE
NÚMEROS RACIONAIS ENVOLVENDO A CONVERSÃO ENTRE OS REGISTROS
GEOMÉTRICO BIDIMENSIONAL E SIMBÓLICO FRACIONÁRIO**

Monografia apresentada junto ao **Curso de Especialização em Matemática** do Instituto Federal da Paraíba, como requisito à obtenção do título de **Especialista em Matemática**.

Data de aprovação: 25/04/2025

Banca Examinadora:

Documento assinado digitalmente



WILLIAM DE SOUZA SANTOS
Data: 25/04/2025 13:18:35-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. William de Souza Santos
Instituto Federal da Paraíba – IFPB

Documento assinado digitalmente



FERNANDA ANDREA FERNANDES SILVA
Data: 27/04/2025 05:48:44-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof(a). Dr(a). Fernanda Andréa Fernandes Silva
Instituto Federal da Paraíba – IFPB

Documento assinado digitalmente



ANTONIO EUDES FERREIRA
Data: 25/04/2025 17:20:57-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Me. Antônio Eudes Ferreira
Instituto Federal da Paraíba – IFPB

Documento assinado digitalmente



ANDRE PEREIRA DA COSTA
Data: 28/04/2025 06:58:39-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. André Pereira da Costa
Universidade Federal de Campina Grande - UFCG

FICHA CATALOGRÁFICA

IFPB / Campus Cajazeiras

Coordenação de Biblioteca

Biblioteca Prof. Ribamar da Silva

Catalogação na fonte: Cícero Luciano Félix CRB-15/750

P436m Pereira, Gabriel Angelim.

Um modelo de jogo digital em role-playing game para o ensino de números racionais envolvendo a conversão entre os registros geométrico bidimensional e simbólico fracionário / Gabriel Angelim Pereira. – Cajazeiras, 2025.

63f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Especialização em Matemática) – Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, Cajazeiras, 2025.

Orientador: Prof. Dr. William de Souza Santos.

Coorientadora: Profa. Dra. Fernanda Andréa Fernandes Silva.

1. Ensino de matemática. 2. Números racionais. 3. Jogos digitais. 4. RPG.

I. Instituto Federal da Paraíba. II. Título.

IFPB/CZ

CDU: 51:37(043.2)

Dedico este trabalho a todos os professores que, apesar dos inúmeros desafios, se esforçam para transformar a sociedade através da educação, com perseverança e amor.

AGRADECIMENTOS

A formação continuada tem sido um grande desafio que jamais conseguiria enfrentar sem a ajuda de meus amigos Aryadne, Rony, Wilamara e Aldicelia, portanto agradeço a eles pelo apoio nos momentos difíceis. Agradeço também a todos os professores que me ajudaram a trilhar o caminho da educação, em especial a professora Rosinângela Cavalcanti e a professora Fernanda Andréa, que através de seus graciosos ensinamentos me encorajaram e me permitiram ver beleza no ato de ensinar, também ao professor William, que com sua sabedoria me conduziu a pesquisa científica, com muita competência e responsabilidade. Agradeço aos familiares que me ajudaram e me ajudam até hoje, em especial os meus pais, irmãos e avós. Por fim, agradeço a Deus, que de acordo com minha fé, me concedeu o dom da vida e acima de tudo a liberdade de viver.

RESUMO

Este trabalho teve como objetivo propor um modelo de jogo de RPG para a aprendizagem dos números racionais, visando explorar as possibilidades de conversão entre o registro simbólico fracionário e o geométrico bidimensional. A proposta se baseia na Teoria dos Registros de Representação Semiótica, tendo como eixo central os graus de não congruência semântica entre registros, conforme discutido por Silva (2018). O jogo, intitulado *“Recalculando o futuro: A missão temporal para salvar o planeta”*, é ambientado em um enredo de ficção científica com temática ambiental e desenvolvido em seis fases, cada uma correspondente a um grau de dificuldade na conversão entre registros. A abordagem metodológica é qualitativa, de natureza exploratória, fundamentada em pesquisa bibliográfica. O uso de jogos digitais no ensino de matemática, especialmente quando bem estruturado e alinhado aos objetivos pedagógicos, apresenta-se como uma ferramenta potente para o desenvolvimento do raciocínio lógico, da tomada de decisão e da aprendizagem significativa. Além disso, a proposta busca integrar práticas sustentáveis ao processo educacional, articulando os pressupostos da BNCC aos Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS), em especial os ODS 4 e 13. Assim, este trabalho contribui para a construção de recursos didáticos que tornam o ensino mais dinâmico, contextualizado e engajador para os estudantes.

Palavras-chave: números racionais; jogos digitais; representação semiótica; ensino de matemática; sustentabilidade.

ABSTRACT

This work aimed to propose an RPG game model for the learning of rational numbers, aiming to explore the possibilities of conversion between the symbolic fractional register and the two-dimensional geometric register. The proposal is based on the Theory of Registers of Semiotic Representation, having as its central axis the degrees of semantic incongruence between registers, as discussed by Silva (2018). The game, titled *“Recalculating the Future: The Temporal Mission to Save the Planet”*, is set in a science fiction narrative with an environmental theme and developed in six stages, each corresponding to a degree of difficulty in the conversion between registers. The methodological approach is qualitative, exploratory in nature, based on bibliographic research. The use of digital games in the teaching of mathematics, especially when well-structured and aligned with pedagogical objectives, presents itself as a powerful tool for the development of logical reasoning, decision-making, and meaningful learning. In addition, the proposal seeks to integrate sustainable practices into the educational process, articulating the assumptions of the BNCC with the Sustainable Development Goals (SDGs), especially SDGs 4 and 13. Thus, this work contributes to the construction of didactic resources that make teaching more dynamic, contextualized, and engaging for students.

Keywords: rational numbers; digital games; semiotic representation; mathematics education; sustainability.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Figuras Geométricas Bidimensionais demonstrativas do grau 1 e 2	35
Figura 2 – Figuras Geométricas Bidimensionais demonstrativas do grau 3.....	36
Figura 3 – Figuras Geométricas Bidimensionais demonstrativas do grau 4.....	37
Figura 4 – Figuras Geométricas Bidimensionais demonstrativas do grau 5.....	37
Figura 5 – Figuras Geométricas Bidimensionais demonstrativas do grau 6.....	38

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

IDEB – Índice de Desenvolvimento da Educação Básica.....	14
SAEB – Sistema de Avaliação da Educação Básica.....	14
IEDE – Interdisciplinaridade e Evidência no Debate Educacional.....	15
TRRS – Teoria do Registros de Representação Semiótica TRRS.....	16
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais.....	18
SAEP – Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco.....	20
RPG – Role-Playing Game.....	21
BNCC – Base Nacional Comum Curricular.....	21
ODS – Objetivos de Desenvolvimento Sustentável.....	22
ONU – Organização das Nações Unidas.....	22
CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior.....	23
ZPD – Zona de Desenvolvimento Proximal.....	39

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
2 ESTADO DA ARTE	23
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	31
3.1 Registros de representação semiótica	31
3.2 Jogos digitais no ensino de matemática	38
4 METODOLOGIA	41
5 DISCUSSÕES E RESULTADOS	43
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS	57
7 REFERÊNCIAS	59

1 INTRODUÇÃO

O Ministério da Educação divulgou, em setembro de 2022, os resultados do Índice de Desenvolvimento da Educação Básica (IDEB) de 2021. Em uma escala de 0 a 10, o Brasil obteve a nota de 5,8 para os anos iniciais do ensino fundamental, 5,1 para os anos finais e 4,2 para o ensino médio¹. Podemos observar o decaimento na avaliação quantitativa, que sugere que não há de fato um desenvolvimento da aprendizagem matemática. Segundo tais dados, à medida que os estudantes avançam nas etapas do ensino básico, seu conhecimento é avaliado com uma nota cada vez menor.

Para reforçar o fato do não desenvolvimento matemático dos estudantes brasileiros do ensino básico, o Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) divulgou, em 2021, para a modalidade de ensino regular e nível fundamental, que os anos iniciais obtiveram a nota de 216,92 em matemática. Em 2019, o mesmo índice avaliativo apresentava uma média de 227,88. Este sistema classifica as notas de acordo com a seguinte categorização: insuficiente, básico, proficiente e avançado. A nota registrada em 2021 faz parte da modalidade básica, que inclui os níveis 3 e 4, quando a média está entre 175 e 224. A média registrada no ano de 2019 estava classificada na modalidade proficiente, que inclui os níveis 5 e 6, quando a média varia de 225 a 274 pontos, o que reforça a ideia do não desenvolvimento do conhecimento matemático nos estudantes brasileiros.

Entre os anos de 2019 e 2021, a pandemia de COVID-19 interrompeu as atividades escolares na modalidade presencial, obrigando os estudantes a adotarem um regime de ensino on-line ou híbrido. Apesar das estratégias elaboradas para resolver os problemas do ensino remoto, não há garantia de que os estudantes foram aprovados com um nível adequado de aprendizagem. Aqui, faz-se necessário parar e analisar se podemos considerar a nota 5,8 como um indicativo de boa qualidade educacional, tendo em vista que essa é a maior nota alcançada por estudantes do ensino básico e que, surpreendentemente, é alcançada pelos indivíduos de menor idade, que se encontram na fase inicial de estudos matemáticos em comparação aos alunos dos anos finais e do ensino médio, que teoricamente deveriam apresentar maior nível de conhecimento e consequentemente melhores índices avaliativos.

¹ Segundo o ministério, esses dados servem para avaliar a qualidade da educação no país. Para a obtenção da nota, são considerados dados sobre o fluxo escolar e o desempenho dos estudantes no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB).

É importante refletirmos sobre isso, pois esses números, como o próprio nome sugere, são indicadores do nosso sistema educacional. No que diz respeito à matemática, observa-se que, à medida que os alunos avançam nas etapas da educação básica – dos anos iniciais do ensino fundamental para os anos finais e depois para o ensino médio – os resultados dos testes de avaliação educacional tendem a piorar. Isso é preocupante, pois espera-se que os alunos aprofundem seus conhecimentos no ensino médio, mas, na prática, muitos são aprovados sem garantir a consolidação dos conteúdos básicos de matemática.

Os impactos da pandemia são ainda mais severos no ensino de matemática, de acordo com uma pesquisa realizada pelo IEDE (Interdisciplinaridade e Evidência no Debate Educacional), no ano de 2022, baseada nos dados do SAEB de 2021, apenas 5 a cada 100 alunos das escolas públicas concluíram o ensino básico com aprendizagem adequada nessa disciplina. Isso significa que somente 5% dos estudantes avaliados conseguiram desenvolver o conhecimento necessário. Esse percentual deve ser considerado em sua escala de impactos, tendo em vista o potencial da matemática para solucionar problemas do cotidiano. Pode-se entender que muitos jovens concluem o ensino médio sem a capacidade de resolver problemas básicos aplicando as diversas teorias da matemática.

Dentre os mais diversos conteúdos, o conjunto dos números racionais é um exemplo da presença da matemática no cotidiano, seja em operações financeiras, trabalho com contagem, compras e vendas, por isso são essenciais para o pleno exercício da cidadania. Como um indivíduo pode ser considerado autônomo se não for capaz de identificar a quantidade a ser utilizada de um determinado ingrediente apresentado como $\frac{1}{3}$ de xícara? Ou quando não é capaz de conferir um troco quando a sobra não resulta em um inteiro? Estes são só alguns exemplos de situações básicas do dia a dia em que precisamos dos números racionais.

Mendonça e Rodrigues (2007) afirmam que os conceitos matemáticos estão inter-relacionados, e é essa relação que permite que o aluno desenvolva suas ideias e aprendizagens. Em outras palavras, os conteúdos estudados pela matemática nunca estão isolados. Tomando as operações com números racionais como exemplo, para aprender a somar números racionais com casas decimais, é preciso conhecer o sistema numérico e suas casas numerais, para que seja possível escrever os números a serem somados de modo que fique vírgula abaixo de vírgula.

Outro exemplo seriam as operações com números racionais na forma de fração. Para somar e subtrair frações com denominadores diferentes, é necessário que o estudante saiba multiplicar e dividir, tanto para resolução através de frações equivalentes, como para resolução por meio do mínimo múltiplo comum. Então, pode-se imaginar que cada conteúdo se conecta com diferentes conceitos e áreas do conhecimento, assim, pode-se dizer que para o desenvolvimento de novos conhecimentos, o estudante depende da compreensão de noções anteriores.

Além dessa ideia da relação de dependência entre diferentes conteúdos, quando analisamos um objeto matemático em sua individualidade, este apresenta diferentes representações. Conhecida como Teoria do Registros de Representação Semiótica, a TRRS, segundo Duval e Moretti (2012) teoriza que os objetos matemáticos são abstratos e não acessíveis diretamente, por isso dependem de suas diferentes representações. Além disso, os autores citados esclarecem que a compreensão dos objetos matemáticos depende do trabalho com mais de uma representação, caso contrário confunde-se a representação com o próprio objeto, ainda, a leitura destes pesquisadores sobre a dependência entre conteúdos é compreendida pela TRRS como representações parciais de um mesmo objeto matemático, e é necessário que estas representações sejam postas em correspondência para que não se confunda o objeto com as representações, essa ideia fica clara quando os autores afirmam que a distinção entre os objetos matemáticos e suas diversas representações é o segredo para a compreensão matemática.

No entanto, isso parece ser um grande problema para a maioria dos alunos, um exemplo disso é a dificuldade persistente que os discentes enfrentam até o final da educação básica em relação aos números racionais e suas diferentes representações. Muitos estudantes não compreendem que se trata de um único objeto matemático e não estabelecem a relação entre um número decimal e uma fração, por exemplo. Alguns sequer acreditam que a fração seja um número, visualizando-a apenas como uma notação diferente para a operação de divisão, levando Proença (2021) a se questionar o motivo de muitos alunos não conseguirem conectar as diferentes representações de um mesmo objeto matemático, principalmente se tratando dos números racionais.

De alguma forma, durante o processo de aprendizagem, os discentes não conseguem relacionar as diferentes representações dos números racionais, assim, pode-se dizer que não houve a construção das relações matemáticas essenciais para o domínio

desse conjunto numérico, o que resulta na não compreensão dos números racionais e suas propriedades. Não relacionar as diferentes representações dos objetos matemáticos não costuma ser um problema apenas para o conjunto dos números racionais, mas com este trabalho, pretende-se discutir a aprendizagem matemática a partir da conversão entre dois registros de representação dos números racionais: geométrico bidimensional (figuras geométricas planas) e simbólico fracionário. Portanto, os números racionais serão tratados como principal objeto deste estudo.

Podemos discutir diversos fatores que impedem a compreensão dos números racionais em suas diferentes representações. O professor, mesmo sem intenção, pode ser um dos agentes que contribuem para a persistência desse problema, pois, segundo Magina e Campos (2008), os professores brasileiros concentram a maior parte do ensino de frações na ideia de parte-todo, caracterizando as frações apenas como partes de um inteiro. Ensinar frações unicamente nessa perspectiva favorece a ideia de que os numeradores devem sempre ser menores que os denominadores. Outrossim, a representação simbólica fracionária dos números racionais costuma ser um grande desafio no processo de ensino, pois é utilizada para diversos fins, como determinar a relação entre duas grandezas (chamada razão) ou representar a relação entre o número de partes e o todo.

No caso da utilização de frações para representar partes de um inteiro, é comum que os professores utilizem frações específicas, como $\frac{1}{2}$, para representar metade, mesmo que todas as frações equivalentes também possam representar, como $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, além de ser possível representar a metade através dos números decimais, o 0,5. O problema de utilizar somente a fração $\frac{1}{2}$ para representar a metade de uma quantidade, é que a fração pode deixar de ser considerada um número e ser vista pelo aluno apenas como uma linguagem numérica que representa quantidades.

Nessa situação, sempre que se depara com a fração $\frac{1}{2}$, o estudante tende a pensar que a fração está apenas representando a metade de algo, e deixa de considerar que pode ser uma operação de divisão ou uma razão, por exemplo. Esse costume se origina da sequência de ensino dos conjuntos numéricos, já que os números racionais em sua representação fracionária costumam ser explorados após o estudo dos números naturais. Assim, os estudantes tendem a interpretar as frações como se fossem dois números naturais separados por um traço horizontal, quando pode ser uma operação, uma

linguagem para representar quantidades, uma razão entre duas grandezas, entre outras coisas.

Ao compreender frações como se fossem números naturais, os alunos frequentemente confundem as propriedades dos diferentes conjuntos numéricos, racionais e naturais. De acordo com os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), um dos principais obstáculos no estudo das frações em relação aos números naturais é que um mesmo número racional pode ser representado por diferentes frações. Por exemplo, 0,5 (metade) pode ser expresso na forma fracionária como $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{8}$, entre outras frações infinitas.

Outra dificuldade no aprendizado dos números racionais é a conversão entre frações e figuras geométricas na perspectiva da relação parte-todo, onde prioritariamente trabalha-se com figuras geométricas totalmente particionadas em áreas congruentes e de mesma forma, tendo como ponto de chegada o registro simbólico fracionário. Os livros costumam propor o estudo de figuras que não variam em sua forma ou propriedades, e de acordo com Jahn *et al.* (1995) essas figuras quase sempre deixam explícitas as divisões de suas partes, de maneira que leva o aluno a usar o mesmo recurso para determinar a fração que representa a imagem: a dupla contagem, na qual os estudantes podem limitar-se a contar o número de partes em que a figura foi dividida e depois contar quantas dessas partes foram destacadas.

A princípio pode não parecer um problema, mas de acordo com as autoras citadas anteriormente, os alunos apresentarão dificuldades em representar a fração, caso seja proposta uma figura geométrica diferente da configuração comum. O costume de ensinar através de figuras geométrica padronizadas omite conceitos importantes da relação parte-todo, como o esgotamento de um inteiro; a relação entre o número de partes e sua medida, considerando que quanto maior o número de partes, menor será sua medida; a identificação da unidade; etc. Assim, o estudante não atribui significado ao procedimento de contagem.

Eventualmente, quando o professor elabora exemplos mais complexos envolvendo as representações simbólica fracionária e geométrica bidimensional, propondo o uso de figuras nas quais as partes destacadas não estão organizadas sequencialmente, como fizeram Jahn *et al.* (1995) ao realizarem entrevistas e teste diagnóstico com estudantes que já haviam estudado frações, os alunos costumam relacionar as partes pintadas com as não pintadas, transformando a relação parte-todo em parte-parte, criando assim uma razão em vez de uma fração que represente a relação parte-todo.

Quando as partes do todo não têm a mesma forma, a dificuldade dos alunos em interpretar parece aumentar ainda mais, pois muitas vezes eles não conseguem identificar a semelhança entre as áreas ou reconfigurar a imagem, de acordo com Silva (2018). Entretanto, os estudantes não são os únicos a apresentarem falta de compreensão na relação parte-todo. Em pesquisa realizada por Silva, Vidal e Filho (2023) foi apresentado um elevado índice de erros por parte dos professores de matemática na resolução de questões envolvendo o grau 2 de não congruência semântica², onde as figuras são particionadas em áreas congruentes, mas são apresentados mais de um inteiro. Alguns destes profissionais da educação matemática estabeleceram uma fração para cada inteiro, como se fossem diferentes. Esse pensamento se assemelha ao dos estudantes.

A hipótese da dificuldade da compreensão das figuras com mais de um inteiro é reforçada por Oliveira (2022) quando analisa o desempenho de licenciandos em matemática em resolver questões relacionadas a conversão do registro geométrico bidimensional para o simbólico fracionário. Novamente o grau 2 de não congruência semântica apresenta um dos maiores percentuais de erros. Na resolução, os graduandos ignoram a presença de mais de um inteiro e utilizam a dupla contagem, desconsiderando conceitos importante como a unidade figural, o que corrobora para uma nova hipótese: tanto na educação básica como na formação de professores, a relação-parte todo dos números racionais é explorada através de figuras que não variam em suas características geométricas.

Em análise feita por Oliveira (2021) constata-se que a maioria das figuras utilizadas nos livros didáticos para o estudo da relação parte-todo são totalmente particionadas e não admitem tratamentos, incentivando o estudante a usar sempre a dupla contagem. Assim, a pesquisa acrescenta que o livro didático não deve ser o único recurso útil para o ensino da relação parte todo. Além disso, é possível citar o uso de mais de uma figura para representar uma única fração como um outro desafio de aprendizagem através de figuras, quando o registro simbólico fracionário se relaciona ao registro geométrico bidimensional com mais de um inteiro. Silva (2018) esclarece que a dupla contagem se torna uma técnica

² Os graus de não congruência semântica na conversão entre os registros geométrico bidimensional e simbólico fracionário dos números racionais foram discutidos por Silva (2018). O grau 2, em particular, ocorre quando o número racional é representado em seu registro geométrico bidimensional por uma figura com mais de um inteiro, exigindo maior esforço cognitivo para a conversão entre eles.

menos evidente quando se trata de determinar frações que representam mais de um inteiro, tendo em vista que o número de partes congruentes dos todos não será o denominador.

Afim de analisar as principais dificuldades dos estudantes na assertividade de questões sobre números racionais, propostas em avaliações educacionais em larga escala, Santos (2011) escreveu sua dissertação de mestrado onde afirma que os estudantes, mesmo após completarem o ensino fundamental, utilizam estratégias descontextualizadas dos problemas propostos em sua pesquisa e nas avaliações, sendo o registro de representação simbólico fracionário o de maior dificuldade, em muitos casos é comum os estudantes utilizarem a contagem parte-parte em situações que exigem outras estratégias. Além disso, o autor, ao analisar as respostas conferidas através da avaliação do Sistema de Avaliação Educacional de Pernambuco (SAEP), observou que em nenhuma das questões relacionadas aos números racionais houve um índice de acertos superior ou igual a 50%, reforçando a hipótese de que a maioria dos estudantes concluem o ensino fundamental sem a efetiva compreensão dos números racionais.

Diante do número de pesquisas que reforçam a importância de diversificar as propriedades das figuras geométricas que se deseja trabalhar no ensino dos números racionais, principalmente para conversão do registro geométrico bidimensional para o simbólico fracionário, surge a necessidade de produzir, modelar, estruturar e propor materiais de ensino e aprendizagem que possam contribuir significativamente no desenvolvimento do aprendizado dos números racionais. Pensando nisso e levando em consideração que o livro didático não deve ser o único recurso disponível no processo de aprendizagem, de acordo com Oliveira (2021), devemos refletir de que forma pode-se apresentar os números racionais aos estudantes no processo de conversão das representações discutidas de modo que desperte o interesse e a curiosidade nos discentes.

Analisando os atuais interesses de crianças e jovens em situações fora da escola, destacam-se os jogos digitais como ferramenta atrativa, utilizados principalmente para o lazer. De acordo com Luchesse e Ribeiro (2009) a Teoria dos Jogos apresenta o conceito de jogos como um conjunto de jogadores, funções de utilidade e estratégias. Crawford (1982) complementa ao afirmar que uma das funções dos jogos é educar, e que além da busca pelo divertimento, a vontade de aprender e conhecer são fatores determinantes para a prática de jogos. Sendo assim, podemos considerar os jogos digitais como uma potencial ferramenta no ensino dos números racionais e da relação parte-todo.

Diante dos desafios apresentados no ensino de matemática, especialmente no que se refere à compreensão dos números racionais e suas diversas representações, surge a necessidade de explorar novos recursos pedagógicos que possam aumentar o engajamento dos estudantes no processo de aprendizagem. Os jogos digitais, especialmente no formato de RPG (*Role-Playing Game*), têm se mostrado uma ferramenta promissora nesse contexto. Estudos recentes, como Abreu e Silva (2023), indicam que os jogos, quando utilizados como recursos didáticos, têm o potencial de modificar a forma como os alunos se relacionam com a matemática, tornando a aprendizagem mais atraente. Como destacam Savi e Ulbricht (2008, p. 09), "jogos educacionais bem projetados podem ser criados e utilizados para unir práticas educativas com recursos multimídia em ambientes lúdicos a fim de estimular e enriquecer as atividades de ensino e aprendizagem". Esta afirmação reflete o crescente reconhecimento do potencial dos jogos no processo educacional, particularmente em áreas como a matemática.

No caso dos números racionais, os alunos podem, por exemplo, explorar frações em um mundo virtual, resolver desafios envolvendo a conversão entre diferentes representações e aplicar essas habilidades em situações do cotidiano, de modo que as situações sejam contextualizadas com enredos significativos, que possam contribuir e acrescentar novos conhecimentos que ultrapassem a teoria matemática. Refletindo os possíveis contextos que podem ser introduzidos aos jogos digitais para garantir a transversalidade, a relação humana com o meio ambiente pode ser um caminho a ser seguido, tendo em vista o crescente debate sobre a destruição do meio ambiente.

Outrossim, deve-se saber que a Base Nacional Comum Curricular (BNCC), documento que rege as aprendizagens que devem ser desenvolvidas em todo o sistema básico educacional brasileiro, enumera oito competências específicas para o ensino de matemática no ensino fundamental, sendo duas delas argumentos considerados fundamentais na produção deste trabalho no que diz respeito a inclusão do contexto sustentável na criação do jogo.

A competência de número cinco³ proposta pela BNCC para o ensino fundamental determina que se deve utilizar ferramentas matemáticas, inclusive as tecnologias digitais, para resolver problemas cotidianos, sociais, utilizar processos e ferramentas matemáticas,

³ Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados.

inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados. e de outras áreas de conhecimento. A competência sete⁴ declara a necessidade de desenvolver projetos que discuta questões de urgência social, e nesse sentido entendemos que a sustentabilidade ambiental deve fazer parte dessa discussão. Portanto, a escolha de contextualizar o jogo no enredo ambiental é uma assertividade no que diz respeito ao potencial matemático de impulsionar o pensamento crítico, assim, é possível que o jogo, além de contribuir no desenvolvimento da aprendizagem dos números racionais, possa aproximar os indivíduos da consciência ambiental.

Evidenciando a inclusão do enredo no jogo, levamos em consideração os Objetivos de Desenvolvimento Sustentável (ODS), que são um conjunto de 17 metas globais estabelecidas pela Organização das Nações Unidas (ONU) para promover um mundo mais sustentável até 2030. Entre essas metas, estão a garantia de educação de qualidade e a proteção do meio ambiente. A modelagem do jogo proposto, voltado para o ensino de números racionais e suas representações, contribui especialmente para o ODS 4, que propõe uma educação de qualidade para todos. O uso da tecnologia e de estratégias interativas, como jogos digitais, pode ajudar os estudantes a aprenderem de forma mais envolvente e significativa, reduzindo as dificuldades comuns na aprendizagem de matemática.

Além disso, ao inserir temas relacionados a sustentabilidade no enredo do jogo, colaboramos com o ODS 13, que incentiva ações para combater as mudanças climáticas. Assim, o jogo vai além da matemática e ajuda os alunos a refletirem sobre questões importantes para o futuro do planeta. Essa abordagem faz com que os estudantes desenvolvam não apenas habilidades matemáticas, mas também consciência ambiental e pensamento crítico, ligando a aprendizagem escolar a desafios reais do dia a dia.

Assim, estabelecemos como pergunta norteadora deste trabalho: Quais elementos um jogo digital deve considerar para que possa contribuir para a aprendizagem dos números racionais a partir da conversão entre os seus registros geométrico bidimensional

⁴ Desenvolver e/ou discutir projetos que abordem, sobretudo, questões de urgência social, com base em princípios éticos, democráticos, sustentáveis e solidários, valorizando a diversidade de opiniões de indivíduos e de grupos sociais, sem preconceitos de qualquer natureza.

e simbólico fracionário, de forma a abordar questões de sustentabilidade e consciência ambiental?

Desta forma, temos como objetivo geral, modelar um jogo de RPG para a aprendizagem dos números racionais, visando explorar as possibilidades de conversão entre o registro simbólico fracionário e o geométrico bidimensional. E como objetivos específicos:

- Explorar os graus de não congruência semântica na conversão entre os registros geométrico bidimensional e simbólico fracionário dos números racionais
- Investigar como os jogos digitais podem contribuir para a aprendizagem matemática, em especial, a aprendizagem sobre os números racionais.
- Desenvolver a estrutura pedagógica e o enredo do jogo digital, integrando desafios matemáticos que envolvam a relação parte-todo, a conversão entre os registros geométrico bidimensional e simbólico fracionário dos números racionais e questões consciência ambiental e sustentabilidade.

2 ESTADO DA ARTE

No que se refere ao estado da arte, além do estudo das obras indicadas pelo orientador e pela coorientadora, foram selecionados textos relacionados a autores já conhecidos. Além disso, foram realizadas duas pesquisas bibliográficas no portal de periódicos da CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior), a primeira pesquisa, que ocorreu no mês de outubro de 2024, partiu da digitação dos seguintes termos de busca: “Teoria dos registros de representação semiótica e números racionais”. Foram encontrados 7 artigos científicos no período de 2017 a 2024, todos de acesso aberto. Seis dos artigos encontrados são de produção nacional, todos fazem parte da área de ciências humanas, cinco deles pertencem também a área de linguística, letras e artes, e um ainda foi classificado na área de ciências sociais aplicadas. No quadro 1, pode-se observar as principais informações dos resultados obtidos na primeira pesquisa no periódico CAPES:

Quadro 1 – Primeira pesquisa

Título da pesquisa	Ano de publicação	Área	Local de publicação
Ensino de matemática através de registros de representação semiótica: uma investigação docente no ensino fundamental.	2017	Ciências humanas e linguística, letras e artes.	Pesquisa em Foco
Diferentes representações dos números racionais: uma análise de livros didáticos de matemática.	2019	Ciências humanas e linguística, letras e artes.	Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica
Conversões entre representações dos números racionais: análise de aspectos matemáticos e cognitivos com uso de material manipulável.	2020	Ciências humanas e Ciências sociais aplicadas.	Revista de Educação Matemática
O material manipulável em conversões entre representações do número racional e suas implicações nos fenômenos de não congruência e heterogeneidade dos sentidos.	2020	Ciências humanas e linguística, letras e artes.	Intermaths
A relevância substancial da teoria dos registros de representação semiótica no aprendizado matemático dos números racionais na visão de Raymundo Duval.	2022	Ciências humanas e linguística, letras e artes.	Revista Brasileira de Desenvolvimento
Investigando os significados e representações semióticas dos números racionais trabalhados no livro didático do 6º ano do ensino fundamental.	2022	Ciências humanas e linguística, letras e artes.	Intermaths
Conceitos Matemáticos presentes em pesquisas brasileiras inspiradas na Teoria dos Registros de Representação Semiótica.	2024	Ciências humanas e linguística, letras e artes.	Revista Paranaense de Educação matemática

Fonte: Autoria Própria, 2024.

A segunda pesquisa, feita no mês de janeiro de 2025, concretizou-se com a busca pelos termos: “jogos; matemática; números racionais”, tendo como resultado onze publicações datadas de 2015 a 2024, sendo nove de acesso aberto. Nove dos artigos são de produção nacional, todos pertencentes a área de ciências humanas, oito também fazem parte da área de ciências sociais aplicadas e somente um pertence a área de ciências exatas e da terra. Além disso, é válido ressaltar que nem todas as obras foram consideradas para a elaboração deste trabalho, tanto as resultantes da primeira pesquisa, quanto as da segunda, e algumas, mesmo que tenha contribuído com o estudo do autor, não tiveram

citações extraídas e inseridas no texto presente. No quadro 2, pode-se observar as principais informações dos resultados obtidos na segunda pesquisa no periódico CAPES:

Quadro 2 – Segunda pesquisa

Título da pesquisa	Ano de publicação	Área	Local de publicação
Avaliação do jogo “Brinquedos Numéricos” para o ensino de conjuntos numéricos.	2015	Ciências humanas e Ciências sociais aplicadas.	<i>Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics</i>
Formalização do conjunto dos números racionais e alguns jogos com frações.	2015	Ciências humanas e Ciências exatas e da terra.	Repositório Institucional UNESP
Jogos: artifícios para melhorar a compreensão, a memorização e o raciocínio lógico.	2017	Ciências humanas e Ciências sociais aplicadas.	Cadernos Cajuína
Intervenção pedagógica no ensino de matemática numa perspectiva de construção de habilidades e competências.	2017	Ciências humanas.	Revista Práxis
As contribuições dos objetos de aprendizagem para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental.	2018	Ciências humanas e Ciências sociais aplicadas.	REMAT: Revista Eletrônica da Matemática
Diferentes representações dos Números Racionais: Um estudo no 6º ano com o bingo dos números racionais.	2018	Ciências humanas.	Perspectivas da Educação Matemática
Revista Baiana de Educação Matemática: Relatos de pesquisas e experiências que se desenvolveram em tempos de pandemia.	2021	Ciências humanas.	Revista Baiana de Educação Matemática
O uso do baralho para uma aprendizagem sobre números racionais.	2022	Ciências humanas e Ciências sociais aplicadas.	Revista Científica Multidisciplinar
Revista Baiana de Educação Matemática: Novas esperanças, novos sonhos e um novo recomeço.	2023	Ciências humanas e Ciências sociais aplicadas.	Revista Baiana de Educação Matemática
A utilização de jogos como recurso didático no ensino de números racionais na representação fracionária.	2023	Ciências humanas e Ciências sociais aplicadas.	Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática
Elaboração de jogos no powerpoint: reflexões acerca da criação de jogos matemáticos.	2023	Ciências humanas e Ciências sociais aplicadas.	<i>Cuadernos De Educación Y Desarrollo</i>

Fonte: Autoria Própria, 2025.

Após a primeira pesquisa, com os termos citados, foram descartados dois artigos de Wellington José de Arruda Melo e Rosinalda Aurora de Melo Teles, por se tratarem principalmente de materiais manipuláveis, objeto de estudo que não faz parte desta pesquisa. O artigo de Saulo Carvalho de Souza Timóteo, Raylson dos Santos Carneiro e Idemar Vizolli não foi considerado por se tratar de uma pesquisa quantitativa que mapeia os conceitos matemáticos relacionados a teoria de registros de representação semiótica

presentes em teses, dissertações e artigos, de modo que o trabalho prioriza determinar um consenso de interesse em determinados conceitos, não tratando os números racionais como prioridade. O artigo de Clarice de Almeida Miranda e Veridiana Rezende trata de uma análise de como as representações dos números racionais se destacam em livros didáticos e não foi considerado por terem sido propostas pela coorientadora deste trabalho outras leituras de análise de livros. As três obras resultantes da primeira pesquisa, que foram consideradas úteis para a escrita deste trabalho, são sintetizadas nos três parágrafos seguintes.

“A relevância substancial da teoria dos registros de representação semiótica no aprendizado matemático dos números racionais na visão de Raymundo Duval”, publicado em 2022 por Jaildo Assis da Silva e Márcia Cristina Araújo Lustosa Silva, discute a aplicação da teoria dos registros de representação semiótica no ensino de números racionais. Baseando-se nos pressupostos de Raymond Duval, o estudo explora como a articulação entre diferentes registros de representação, como gráficos, tabelas e expressões algébricas, pode contribuir para a superação de dificuldades comuns na aprendizagem matemática. Esse estudo é relevante pois reforça o papel da teoria de Duval na formulação de práticas pedagógicas. Ele demonstra como estratégias baseadas na multiplicidade de registros podem melhorar o desempenho cognitivo e facilitar a aprendizagem de conceitos abstratos em matemática.

O artigo "Ensino de Matemática através de Registros de Representação Semiótica", de Raimundo Luna Neres, investiga a aplicação da teoria de Raymond Duval no ensino de Matemática para o 6º ano. O estudo mostrou que os alunos tiveram melhor desempenho ao trabalhar com o tratamento de registros numéricos do que com a conversão entre diferentes registros, evidenciando a necessidade de integrar habilidades de leitura e interpretação ao ensino matemático. A relevância do artigo para este trabalho está na demonstração de que a Teoria dos Registros de Representação Semiótica pode ser uma ferramenta eficaz para a aprendizagem, principalmente quando evidencia a importância da conversão e tratamento de diferentes registros de representação.

O artigo "Investigando os significados e representações semióticas dos números racionais trabalhados no livro didático do 6º ano do ensino fundamental", de Maria das Dores Q. M. Leandro e Fernanda Andréa Fernandes Silva, analisa como os números racionais são apresentados nos livros didáticos dessa série, utilizando a Teoria dos

Registros de Representação Semiótica de Raymond Duval. O estudo avalia a diversidade de representações (fracionária, decimal, figural e linguagem natural) e a eficácia das conversões entre elas, identificando possíveis lacunas que possam dificultar a compreensão dos alunos. A relevância deste trabalho reside em fornecer subsídios para a melhoria das práticas pedagógicas, contribuindo para a escolha e utilização de materiais didáticos que favoreçam uma aprendizagem mais significativa dos números racionais no ensino fundamental.

Sobre os critérios de exclusão da segunda pesquisa, o artigo de Deivid Santos de Almeida, Matheus Melo Lima, Maria Madalena de Queiroz Alves e Kennedy Almeida Sampaio Vieira não foi considerado por discutir o ensino dos números racionais a partir de um jogo de cartas físico, distanciando-se dos jogos digitais. De maneira semelhante, o artigo de José Ivelton Siqueira Lustosa, Orminda Heloana Martins e Fabiana Dantas da Costa foi descartado por se tratar do estudo da realização de uma oficina que priorizou os jogos físicos e manipuláveis. O artigo de Américo Junior Nunes da Silva, André Ricardo Lucas Vieira, não foi utilizado por se tratar de um relato de pesquisas realizadas durante a pandemia, não discutindo profundamente nenhum dos termos presentes na busca, assim como o artigo de André Ricardo Lucas Vieira e Américo Junior Nunes da Silva, que não foi utilizado pelo mesmo motivo. O artigo de Maiara A. C. Valentim, Livia Maria Pierini e Andréa Cardoso foi desconsiderado, pois mesmo que trate do uso de jogos digitais no ensino de matemática, trabalha com mais de um objeto matemático, analisando todos os conjuntos numéricos, e este trabalho visa o ensino exclusivo dos números racionais. As seis obras resultantes da segunda pesquisa, que foram consideradas utilizadas para a escrita deste trabalho, são sintetizadas nos seis parágrafos seguintes.

O artigo "A utilização de jogos como recurso didático no ensino de números racionais na representação fracionária", publicado por Érica Edmajan de Abreu e Edilson Leite da Silva, analisa e investiga como os jogos contribuem ao serem utilizados como ferramentas didáticas e avaliativas para melhorar o processo de ensino e de aprendizagem de matemática na educação básica. A pesquisa foi realizada em uma turma do 6º ano do Ensino Fundamental em uma escola privada na cidade de Cajazeiras, Paraíba, onde foram utilizados jogos relacionados a números racionais na forma fracionária. Os resultados indicaram que a combinação dos métodos tradicionais e dos métodos de ensino pode trazer diversos benefícios que são consideráveis aos alunos. Concluiu-se no artigo que diferentes

jogos oferecem vantagens no contexto educacional e avaliativo, contribuindo para o ensino e aprendizagem dos estudantes.

A dissertação de mestrado intitulada "Formalização do conjunto dos números racionais e alguns jogos com frações", de José Carlos Aveiro (2015), apresenta uma construção formal do conjunto dos números racionais a partir dos números inteiros, elucidando os fundamentos de procedimentos e algoritmos utilizados no ensino desses números. Além disso, o autor propõe jogos educativos para abordar conceitos de frações, como formas de representação, equivalência, operações (adição, subtração, multiplicação, divisão) e comparação. A pesquisa destaca a importância de metodologias que envolvam os alunos na aprendizagem de frações, visando superar dificuldades comuns nesse tópico. Os jogos propostos buscam engajar os estudantes, tornando o aprendizado mais dinâmico e eficaz. Em suas conclusões, Aveiro enfatiza que a compreensão formal dos números racionais, aliada ao uso de atividades lúdicas, pode facilitar o entendimento dos alunos sobre frações, promovendo participação ativa.

O artigo "Elaboração de jogos no PowerPoint: reflexões acerca da criação de jogos matemáticos", escrito em 2023 por Laura da Penha Godoy e Giovana Pereira Sander, explora a utilização do Microsoft PowerPoint como uma ferramenta de criação de jogos educativos no ensino da matemática. As autoras discutem como é possível desenvolver atividades interativas com tecnologias acessíveis que tornam a aprendizagem mais dinâmica e envolvente. O estudo apresenta três exemplos de jogos criados no PowerPoint: Jogo de classificação geométrica, jogo da memória de números cardinais e quiz de álgebra. Esses jogos foram produzidos para abordar conceitos matemáticos desde a Educação Infantil até o Ensino Médio, incluindo temas como geometria, números naturais e racionais, e álgebra. As autoras concluem que professores podem desenvolver seus próprios jogos digitais, adaptando-os às necessidades de suas turmas, e sugerem que a criação desses jogos pode ser uma atividade realizada pelos próprios alunos, sob a orientação do professor.

O artigo "As contribuições dos objetos de aprendizagem para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental", publicado em 2018 por Tahieny Kelly de Carvalho, Geraldo Francisco Côrrea Alves de Lima e Fernando Alves Martins, analisa como os objetos de aprendizagem, especialmente jogos matemáticos, podem facilitar o ensino de números racionais. Os autores demonstram que esses recursos, ao tornarem a aprendizagem mais

lúdica e interativa, contribuem para a motivação dos alunos e para a superação de dificuldades comuns nesse conteúdo. A pesquisa também aponta que os jogos promovem uma compreensão mais sólida das operações com números racionais e incentivam o desenvolvimento do pensamento lógico e algébrico. Além disso, destaca-se a importância do professor como mediador do processo, garantindo que as atividades sejam bem conduzidas e alinhadas aos objetivos pedagógicos. Assim, o estudo reforça o papel dos objetos de aprendizagem como ferramentas eficazes para transformar o ensino da matemática em uma experiência mais atrativa e significativa.

O artigo "Jogos: Artifícios para Melhorar a Compreensão, a Memorização e o Raciocínio Lógico", de Maria Luzinete Ribeiro dos Santos e Maria de Jesus Ribeiro Soares (2017), apresenta uma pesquisa realizada com alunos do 7º ano para avaliar como jogos matemáticos, como "Bingo Matemático" e "Mico Matemático", podem melhorar a aprendizagem de conteúdos como operações básicas, números racionais e inteiros. O estudo mostrou que os jogos tornaram as aulas mais dinâmicas, estimularam a participação, cooperação e estratégia entre os alunos, e ajudaram a desenvolver habilidades como raciocínio lógico e interpretação. A conclusão destaca que os jogos são ferramentas eficazes para tornar a matemática mais envolvente e acessível.

O artigo "Diferentes Representações dos Números Racionais: Um estudo no 6º ano com o bingo dos números racionais", que se trata de um recorte de uma dissertação de mestrado, publicado em 2018 por Amanda Rodrigues Marques da Silva e Paula Moreira Baltar Bellemain, investiga como o jogo "bingo dos números racionais" pode ser utilizado para ensinar as múltiplas formas de representação dos números racionais de maneira mais acessível para alunos do 6º ano do Ensino Fundamental. O estudo aborda três representações principais: frações, números decimais e porcentagens.

As frações são trabalhadas como partes de um todo, ajudando na compreensão de conceitos como equivalência e proporção. Já os números decimais são apresentados em conexão com as frações, permitindo que os alunos entendam a relação entre essas formas de representação. Por fim, as porcentagens são exploradas para estabelecer vínculos com situações cotidianas, como cálculos de descontos ou aumentos. Durante o jogo, os alunos precisavam identificar e relacionar diferentes formas de um mesmo número racional. A aplicação do bingo revelou resultados positivos, tornando a aprendizagem mais participativa e interessante. A autora conclui que atividades lúdicas, como o bingo, são

estratégias eficazes para ensinar números racionais, ajudando os alunos a compreenderem as relações entre suas diferentes representações de forma significativa e prática.

Na tabela a seguir pode-se observar numericamente a relação entre as pesquisas analisadas e as pesquisas consideradas para a composição deste trabalho, reforçando a importância da pesquisa científica.

Tabela 1 – Número de publicações somando as duas pesquisas

Pesquisas realizadas	Número de publicações encontradas	Número de publicações consideradas
Teoria dos registros de representação semiótica e números racionais	7	3
jogos; matemática; números racionais	11	6

Fonte: Autoria Própria, 2025.

Os dados numéricos apresentados na tabela demonstram a necessidade de conhecer publicações que discutem a temática que se deseja explorar. Além disso, é importante analisar e propor critérios para determinar quais pesquisas podem contribuir para a escrita do trabalho, tendo em vista que tanto os jogos no ensino de matemática quanto o ensino dos números racionais geram discussões extensas e que podem se expandir em diversas perspectivas. No capítulo seguinte, que será dividido em duas seções, discutiremos a teoria dos registros de representação semiótica na perspectiva de diferentes autores, realizando uma síntese de pesquisas bibliográficas. Na segunda seção, serão apresentados estudos relacionados ao uso de jogos digitais no ensino de matemática.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Para concretização do objetivo de modelar um jogo para o ensino dos números racionais, explorando a conversão entre os registros geométrico bidimensional e simbólico fracionário, é importante considerar os estudos apresentados através de pesquisas científicas. A conversão entre registros de representação de um objeto matemático é uma habilidade essencial para a aprendizagem, e é defendida pela Teoria dos Registros de Representação Semiótica, que devemos conhecer e considerar. Além disso, ao modelar um jogo educacional, é necessário explorar seu objetivo e potencial, levando em consideração que toda metodologia de ensino deve ser bem elaborada para garantir bons resultados.

A primeira seção limita-se a discussão da Teoria dos Registros de Representação Semiótica no ensino de matemática e em especial, dos números racionais. Serão explicados os níveis de não congruência semântica para conversão de números racionais na forma de figuras geométricas bidimensionais para o registro simbólico fracionário, tendo em vista que o jogo foi modelado de forma que para cada nível foi criada uma questão. Na segunda seção discute-se como os jogos devem ser utilizados no ensino de matemática, exemplificando os benefícios de sua utilização, tanto para estudantes como para professores.

3.1 Registros de representação semiótica

A Teoria dos Registros⁵ de Representação Semiótica⁶, desenvolvida por Raymond Duval, investiga como os sistemas semióticos se relacionam com o raciocínio matemático. Essa perspectiva parte do princípio de que os objetos matemáticos não podem ser apreendidos diretamente por meio da percepção ou da intuição imediata, como acontece

⁵ Segundo Duval e Moretti (2012), os registros de representação são os sistemas organizados de representações com regras próprias de funcionamento e transformação. Cada registro tem uma forma particular de representar os objetos matemáticos e permite realizar certos tipos de tratamentos e conversões. Para ser considerado registro deve ser possível três atividades cognitivas fundamentais: A formação de uma representação identificável; O tratamento e a conversão.

⁶ De acordo com Duval e Moretti, “as representações semióticas são produções constituídas pelo emprego de signos pertencentes a um sistema de representações que tem inconvenientes próprios de significação e de funcionamento” (2012, p. 269).

com elementos do mundo físico. Por essa razão, é necessário representá-los para que possam ser processados e manipulados cognitivamente. Conforme afirma Duval e Moretti, “as representações semióticas desempenham um papel fundamental na atividade matemática” (2012, p. 268). Assim, a compreensão e o uso adequado dos registros de representação semiótica são indispensáveis para a aprendizagem e a construção do conhecimento matemático.

Um aspecto central dessa teoria é a distinção entre o objeto matemático e suas representações. Duval e Moretti ressaltam que “toda confusão acarreta, em mais ou menos longo termo, uma perda de compreensão” (2012, p. 268). Para evitar essa confusão, os alunos precisam ser capazes de reconhecer o objeto matemático em diferentes registros, como linguagem natural, representações algébricas, gráficos ou figuras geométricas. Essa habilidade é essencial para que as representações não permaneçam inertes, ou seja, incapazes de sugerir tratamentos e aplicações.

Outro ponto importante é o paradoxo cognitivo do pensamento matemático. De um lado, a compreensão dos objetos matemáticos é exclusivamente conceitual; de outro, é por meio das representações semióticas que as atividades matemáticas se tornam possíveis. Segundo Silva e Silva (2022) o estudo da matemática é fundamental para criar e desenvolver novas tecnologias e está presente em quase tudo ao nosso redor. No entanto, a compreensão e as dificuldades vêm deixando os alunos incapazes de pensar ou raciocinar de maneira assertiva e clara quanto ao entendimento dos números racionais e de outros conceitos matemáticos. Nesse contexto, a coordenação entre diferentes registros de representação é crucial para o desenvolvimento de uma apreensão conceitual dos objetos matemáticos. São necessárias estratégias pensadas a partir da diversidade de registros para aprimorar o processo de aprendizagem dos estudantes. Isso implica que o desenvolvimento de competências matemáticas exige que o aprendiz compreenda não apenas os conceitos, mas também como eles se manifestam em diferentes registros. Por exemplo, um conceito como o número racional pode ser representado por uma figura geométrica, uma fração, um número decimal, uma notação científica ou um percentual, e cada registro oferece informações específicas que complementam a compreensão global do conceito.

Outro aspecto relevante a ser considerado é a necessidade de promover a conversão entre registros semióticos como estratégia para potencializar a aprendizagem.

A simples exposição a diferentes representações não é suficiente; é fundamental que os alunos sejam incentivados a transitar entre os registros, estabelecendo relações entre eles. Essa conversão permite que o estudante perceba as múltiplas facetas de um mesmo conceito, favorecendo uma compreensão mais profunda e significativa. Como aponta Neres, “com a utilização de uma variedade de registros de representação, o aluno poderá conseguir visualizar mais facilmente os objetos matemáticos, visto que nem sempre esses objetos são passíveis de percepção” (2017, p. 197). No caso dos números racionais, por exemplo, a capacidade do estudante de converter uma figura geométrica bidimensional em uma fração possibilita uma visão mais ampla do objeto matemático em questão, reduzindo dificuldades e promovendo o raciocínio matemático.

A teoria também enfatiza que a aprendizagem da matemática requer a utilização de diversos registros semióticos simultaneamente. Cada registro apresenta sua própria estrutura, sendo que a aprendizagem se torna mais significativa quando os estudantes conseguem articular e converter informações entre esses registros, transitando de um para outro. Segundo Duval e Moretti (2012), “o recurso a muitos registros parece mesmo uma condição necessária para que os objetos matemáticos não sejam confundidos com suas representações” (p. 270). Isso significa que ser capaz de converter informações de um registro para outro é indispensável, pois permite uma compreensão mais ampla e flexível do conceito matemático em estudo.

Em síntese, a Teoria de Registros de Representação Semiótica destaca a importância de considerar as representações semióticas como elementos centrais no ensino e na aprendizagem da matemática. A capacidade de identificar, tratar e converter diferentes registros possibilita uma compreensão mais profunda dos conceitos matemáticos e evita confundir o objeto com suas representações. Assim, é essencial que as práticas pedagógicas valorizem essa abordagem, promovendo a coordenação de registros como um eixo estruturante do ensino matemático.

Cientes de que a conversão entre registros de representações semióticas desempenha um papel significativo na aprendizagem de números racionais, sendo essencial para a construção de conceitos matemáticos, Silva e Santos (2020) destacam que o registro geométrico bidimensional é comumente utilizado na escola para introduzir o significado parte-todo dos números racionais, sendo fundamental para o desenvolvimento conceitual e para a construção de uma linguagem no campo numérico. Os autores apontam

que a representação semiótica, nesse contexto, deve permitir ao aluno identificar os elementos que representam o todo, as partes e como estas se relacionam, de forma que se construa uma compreensão coerente do significado parte-todo. De acordo com os autores, "sendo então necessárias diferentes estruturas cognitivas para identificar a relação entre a área correspondente à parte hachurada e a área total da figura" (Silva; Santos, 2020, p. 69).

As dificuldades enfrentadas pelos alunos nas conversões entre os registros geométrico bidimensional e simbólico fracionário são amplamente influenciadas pelas características das figuras geométricas utilizadas. Segundo Silva (2018), os elementos básicos das figuras, chamados de unidades figurais, podem facilitar ou dificultar essas conversões, dependendo de sua organização e das apreensões geométricas que exigem. Os autores classificam os distratores visual-perceptuais em três categorias: consistentes, irrelevantes e inconsistentes. Enquanto os distratores consistentes possuem particionamento explícito que facilita a conversão, os inconsistentes exigem que os alunos ignorem ou desconsiderem totalmente o particionamento da figura. Nesse sentido, é ressaltado que "as informações visual-perceptuais podem favorecer ou dificultar as transformações entre o registro geométrico bidimensional e o simbólico fracionário dos números racionais" (Silva; Santos, 2020, p. 70).

Outro aspecto importante abordado pelos autores é a relação entre o nível de explicitação dos elementos figurais e os graus de não congruência semântica nas conversões entre os registros. Quanto mais ocultos estão os elementos figurais que relacionam a área correspondente à parte e ao todo, maior será a exigência cognitiva para identificá-los e utilizá-los na conversão. Nesse contexto, Silva (2018) propõem uma classificação com seis graus de não congruência semântica, baseada em categorias como unidades figurais, tipos de apreensões geométricas e critérios de congruência semântica. Posteriormente, em parceria com Santos, a autora afirma que "quanto menos 'transparecem' os elementos figurais, mais elementos deverão ser 'descobertos', levando a diferentes graus de não congruência semântica" (Silva; Santos, 2020, p. 71).

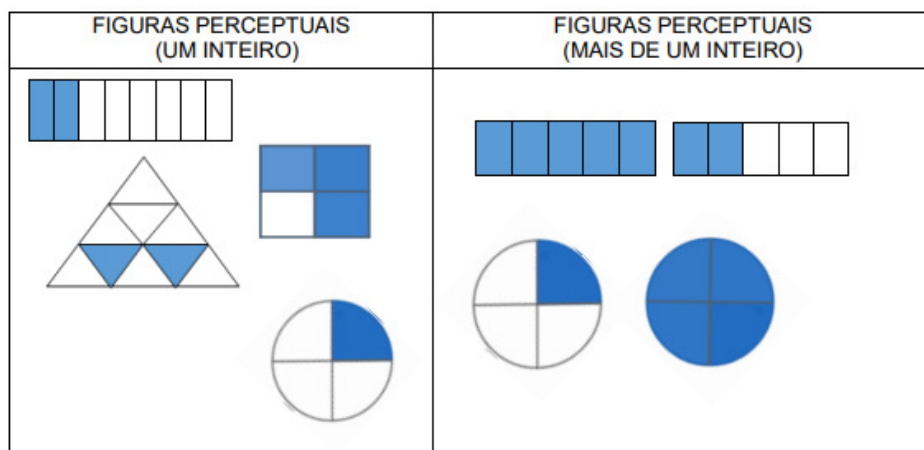
A análise das conversões entre registros realizada por Silva (2018) evidencia a complexidade envolvida no processo de compreensão dos números racionais. A autora sugere que os graus de não congruência semântica são influenciados por diversos fatores, como as características visuais das figuras e os requisitos cognitivos para sua

interpretação. Tais reflexões contribuem significativamente para o planejamento de práticas pedagógicas que minimizem as dificuldades enfrentadas pelos alunos. Ao compreender e lidar com os diferentes graus de não congruência semântica, é possível desenvolver atividades didáticas que promovam a construção de significados matemáticos sólidos e eficazes. Esses graus refletem o nível de complexidade das operações cognitivas envolvidas na identificação e interpretação dos elementos figurais das representações geométricas.

No grau 1, os elementos figurais necessários para a conversão são completamente explícitos e claramente indicados na figura geométrica, chamados de figuras perceptuais, conforme Figura 1. Além disso, nesse grau, trabalha-se somente com um inteiro. O aluno não precisa realizar inferências ou descobrir relações, pois tudo está evidente, facilitando a conversão. As figuras que são classificadas no grau 1 de não congruência semântica são as mais utilizadas nos livros didáticos, de acordo com Oliveira (2022).

O Grau 2 de não congruência semântica ocorre em conversões que envolvem figuras perceptuais representando mais de um inteiro como registro inicial. Essas conversões exigem do sujeito uma interação entre a apreensão perceptual e a discursiva, com foco nas unidades figurais dos registros em questão. No entanto, o procedimento de contagem dupla, necessário para a conversão ao registro simbólico fracionário, nesse caso, pode não ser imediatamente claro. Isso acontece porque a unidade simbólica do denominador exige uma associação discursiva entre ela e a unidade figural correspondente ao "inteiro", como mostra a Figura 1.

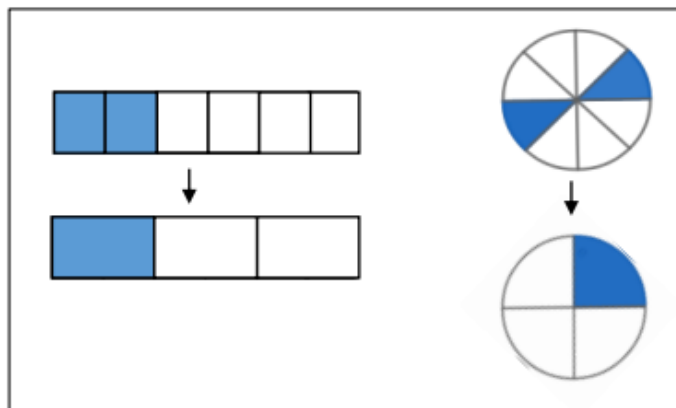
Figura 1 – Figuras Geométricas Bidimensionais demonstrativas do grau 1 e 2.



Fonte: Silva (2018, p. 79)

No Grau 3 de não congruência semântica, estão as conversões que utilizam figuras operatórias por inclusão das partes, como registro inicial. Essas figuras são polígonos ou círculos que representam um inteiro contínuo e particionado, com divisões internas explicitamente demarcadas em áreas congruentes e formas homogêneas justapostas. Algumas dessas partes podem estar pintadas ou hachuradas, conforme Figura 2.

Figura 2 - Figuras Geométricas Bidimensionais demonstrativas do grau 3.

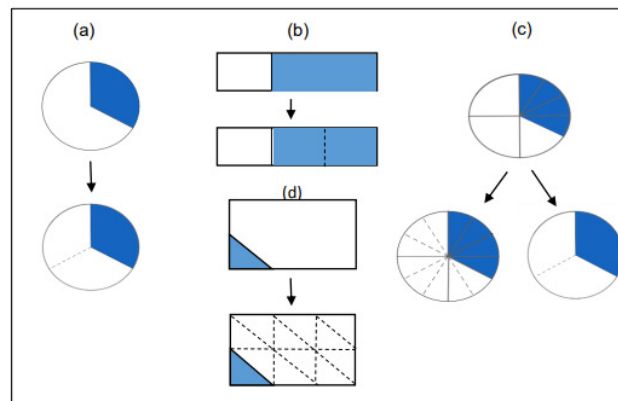


Fonte: Silva (2018, p. 80)

Nessa situação, o número de partes pintadas pode ser reorganizado como uma nova unidade de medida, permitindo uma reconfiguração das partes em que o todo foi dividido. Na Figura 2, o retângulo foi dividido inicialmente em seis partes de áreas congruentes e mesmas formas, tendo sido pintadas duas destas partes, representando a fração literal $\frac{2}{6}$ (em relação a parte pintada). Entretanto, pode ser a figura geométrica inicial pode ser reconfigurada de modo a contar com três partes, sendo uma delas pintada ($\frac{1}{3}$). Desta forma esses tipos de figuras permitem o trabalho com frações equivalentes

No Grau 4 de não congruência semântica, encontram-se as conversões que partem de figuras operatórias por divisão. Essas figuras representam polígonos ou círculos correspondentes a um inteiro contínuo e particionado, com algumas divisões internas implícitas. As áreas apresentadas são diferentes e formam figuras homogêneas justapostas, com algumas partes pintadas ou hachuradas, de acordo com a Figura 3.

Figura 3 - Figuras Geométricas Bidimensionais demonstrativas do grau 4.

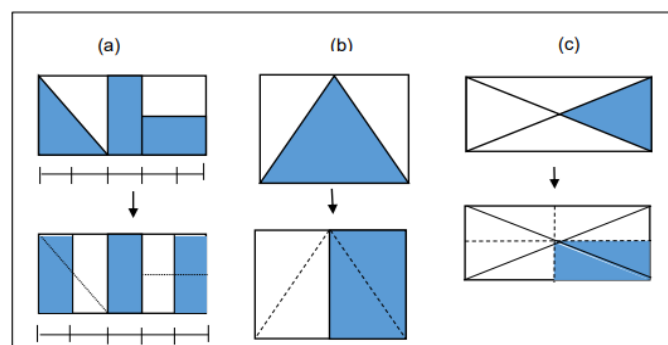


Fonte: Silva (2018, p. 82)

A dificuldade principal para estabelecer a fração a partir das figuras operatórias por divisão está na identificação da unidade-parte, pois é necessário um tratamento que identifique as divisões de áreas congruentes entre as subfiguras para compreender a relação entre as partes hachuradas e o todo.

No Grau 5 de não congruência semântica, as conversões envolvem figuras operatórias modificadas em suas formas como ponto de partida. Essas figuras tornam mais difícil perceber que as áreas particionadas são equivalentes, pois apresentam diferentes formas geométricas. São polígonos que representam um inteiro contínuo, dividido em partes com áreas iguais, mas formas variadas, dispostas lado a lado, com algumas pintadas ou hachuradas. Para identificar as áreas iguais e utilizá-las como unidade de medida, é necessário analisar e “desconstruir” as formas dessas partes, o que pode exigir mais esforço ou ser menos evidente.

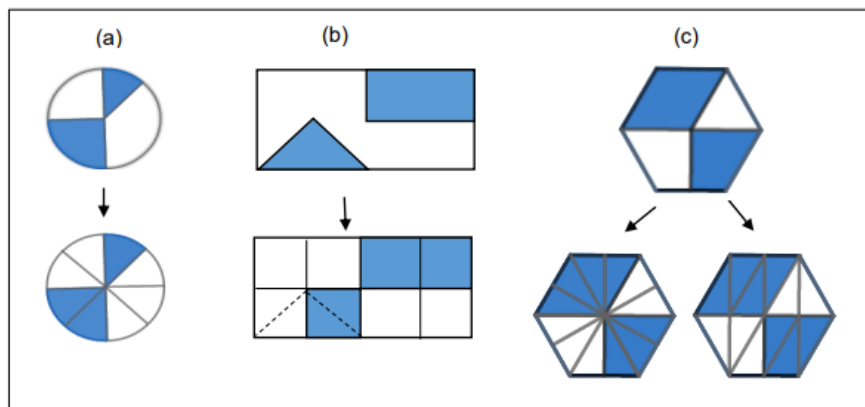
Figura 4 - Figuras Geométricas Bidimensionais demonstrativas do grau 5.



Fonte: Silva (2018, p. 83)

No Grau 6 de não congruência semântica, as conversões envolvem figuras operatórias modificadas tanto em suas formas quanto em suas áreas. Essas figuras apresentam partes ou subfiguras com áreas e formas geométricas explicitamente diferentes, o que torna mais difícil entender a relação entre as partes e o todo. Elas são polígonos ou círculos representando um inteiro contínuo, dividido em partes justapostas com áreas desiguais e formas variadas, algumas pintadas ou hachuradas. Para estabelecer a relação entre as partes não equivalentes e o todo, é necessário um tratamento cuidadoso, como analisar e reorganizar as formas e áreas das subfiguras em uma mesma unidade de medida.

Figura 5 - Figuras Geométricas Bidimensionais demonstrativas do grau 6.



Fonte: Silva (2018, p. 84)

3.2 Jogos digitais no ensino de matemática

A inserção das tecnologias digitais em nosso dia a dia tem transformado a maneira como diversos setores, incluindo a educação, se organizam. Dentre essas tecnologias, os jogos digitais destacam-se como uma tendência inovadora e com grande potencial, estes jogos apresentam variados estilos e níveis de dificuldade, podendo contribuir como uma forma de criar um desafio. Eles não mais se restringem a um público especializado, mas estão acessíveis a um variado grupo de usuários. Nesse sentido, a aprendizagem baseada em jogos digitais ganha espaço, diversificando-se e adaptando-se a diferentes contextos educacionais.

O uso de jogos digitais na educação apresenta múltiplas formas de abordagem, podem ser utilizados como uma atividade de estímulo a interação, ou uma atividade

avaliativa, podendo também ser proposto como um material de treinamento das habilidades de cálculo escrito e mental, como jogos pensados e criados especificamente para o ensino de conteúdos escolares. Esses jogos são instrumentos poderosos para estimular e promover a aprendizagem, pois incentivam a interação com o meio e a construção coletiva de conceitos e experiências, “os jogos trazem em si uma infinidade de conceitos que estimulam a aprendizagem, pois permitem a interação com o meio e a construção coletiva de conceitos e experiências” (Sena, 2016, p. 2).

A teoria de Lev Vygotsky é fundamental para compreender o potencial educativo dos jogos digitais, segundo Sena (2016). Intitulada Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), Vygotsky (2007) apresenta esta teoria como um conceito central que descreve a diferença entre o nível de desenvolvimento real do indivíduo e o nível de desenvolvimento potencial, ou seja, tudo que pode ser conquistado com a ajuda de um mediador mais experiente. Em um cenário de jogo digital educativo, a ZDP pode ser aplicada ao estruturar desafios progressivos que estejam além do que o jogador pode resolver sozinho, mas que se tornam acessíveis com o auxílio de instruções, dicas ou interação com outros jogadores. Por exemplo, um jogo de RPG (Role-Playing Game) educacional pode propor problemas matemáticos que incentivem o uso de números racionais, escalonando a dificuldade de forma que o jogador utilize gradualmente suas competências com o apoio do ambiente de jogo ou de colegas. Essa teoria embasa a ideia de que os jogos digitais, ao serem estruturados para desafios progressivos, podem atuar como mediadores, facilitando a aprendizagem.

Uma vertente promissora no campo dos jogos digitais para aprendizagem é representada pelos jogos epistêmicos, definidos por Sena (2016) como jogos que estimulam a aprendizagem por meio da interação e da resolução de desafios em um ambiente simulado. Seu objetivo é aprimorar habilidades cognitivas, como raciocínio lógico, pensamento crítico e tomada de decisão, proporcionando aos jogadores a oportunidade de assimilar conceitos complexos de forma dinâmica e experimental.

O uso de jogos digitais no ensino da matemática, especialmente no estudo de números racionais, pode ser potencializado por suas características interativas, permitindo que os alunos experimentem, errem de forma segura e recebam feedback imediato. Além de tornar as aulas mais dinâmicas e envolventes, “os jogos educativos podem ser utilizados para avaliar os alunos, provocando-lhes reflexões e colaborando para a dinamização das

práticas pedagógicas” (Abreu; Silva, 2023, p. 5). Dessa maneira, os jogos não apenas favorecem a participação ativa, mas também auxiliam os professores na identificação das principais dificuldades dos estudantes, possibilitando uma mediação pedagógica mais eficiente.

O papel dos jogos de RPG (*Role-Playing Games*) nesse contexto é particularmente relevante, pois eles promovem a imersão dos estudantes em cenários complexos que demandam resolução de problemas, análise do cenário e a tomada de decisões. Quando associados a conteúdos matemáticos, esses jogos podem facilitar a compreensão de conceitos como frações, contextualizando-as em situações significativas para os alunos.

O potencial dos jogos digitais, e mais especificamente dos jogos epistêmicos, para transformar o ensino de matemática é significativo, tendo em vista sua capacidade de engajar os estudantes, oferecer experiências autênticas e estimular o pensamento criativo. Contudo, é fundamental que a concepção desses jogos esteja alinhada aos objetivos pedagógicos e ao perfil dos estudantes, garantindo que a aprendizagem seja significativa e relevante. Os jogos digitais têm se consolidado como uma poderosa ferramenta educacional, especialmente no ensino de matemática, devido ao seu potencial de tornar a aprendizagem mais envolvente e significativa. Como destaca Santos e Alves (2018, p. 242), "os jogos digitais podem se tornar artefatos importantes para a melhoria do processo de ensino e aprendizagem da matemática para os alunos brasileiros". No contexto dos jogos de RPG digitais, os alunos são incentivados a enfrentar desafios e a explorar novas estratégias, como explica os autores:

Diante dos desafios que são apresentados, os jogadores são encorajados a correr riscos, a explorar, a tentar coisas novas. Assim, através de um jogo digital, o aluno pode errar sem riscos, e ter o feedback em tempo real dos seus acertos e erros, podendo retroalimentar esse processo e aprender com seus erros, vendo o erro como tentativa de acerto e como algo inerente ao processo de aprendizagem matemática (Santos e Alves, 2018, p. 242).

Essas características são especialmente relevantes no ensino de números racionais, pois permitem que os alunos desenvolvam o raciocínio lógico ao resolver problemas, testar hipóteses e refletir sobre suas estratégias. Além disso, os jogos digitais incentivam a análise e a tomada de decisões, proporcionando um ambiente no qual os estudantes podem explorar diferentes abordagens matemáticas de forma interativa. Como destaca Aveiro (2015, p. 31), “o trabalho com jogos nas aulas de matemática auxilia o desenvolvimento de

habilidades de observação, análise, levantamento de hipótese [...] e organização, todas elas relacionadas ao uso do raciocínio lógico”. Dessa maneira, ao integrar jogos digitais ao ensino da matemática, os alunos não apenas assimilam conceitos de forma mais envolvente, mas também aprimoram habilidades essenciais para a resolução de problemas e para a construção do conhecimento matemático de maneira estruturada e significativa.

Como ressaltam Santos e Soares (2017, p. 12), “os registros matemáticos têm um papel relevante na aprendizagem, pois permitem que o aluno relate o que aprendeu no momento do jogo e passe aos demais essas ideias”. Dessa forma, a experiência com jogos digitais não se limita à interação imediata, mas contribui para a construção do conhecimento ao estimular os alunos a refletirem e expressarem seus raciocínios, consolidando assim a aprendizagem matemática.

Por fim, embora o uso de jogos digitais na Educação Matemática no Brasil ainda esteja em processo de investigação, reconhece-se seu potencial para promover transformações significativas no ensino dos números racionais. A médio e longo prazo, os efeitos positivos e as melhorias decorrentes de intervenções com jogos digitais tendem a se tornar mais perceptíveis e evidentes. Para que tais avanços se concretizem, é fundamental que educadores e pesquisadores mantenham esforços contínuos no desenvolvimento e na avaliação desses recursos, assegurando sua adequação às demandas pedagógicas e sua contribuição para a aprendizagem (Santos, 2018).

4 METODOLOGIA

De acordo com Prodanov e Freitas (2013, p.126), “os métodos científicos que devemos utilizar na investigação científica constituem um conjunto de técnicas mentais que funcionam como a linha de raciocínio da pesquisa, seja para estudar a natureza do problema ou explicá-lo”. Com base nesta exposição conceitual, desenvolve-se a metodologia deste trabalho, visando alcançar os objetivos previamente estabelecidos.

Em relação à abordagem é do tipo qualitativa, definida por Muzacato (2018, p. 60) da seguinte forma: “Já a abordagem qualitativa não emprega instrumentos estatísticos como base para a análise. Ela é utilizada quando se busca descrever a complexidade de determinado problema”. Quanto aos procedimentos, este trabalho baseia-se na pesquisa bibliográfica, desenvolvida a partir do estudo de materiais já publicados, como artigos

científicos, dissertações de mestrado, teses de doutorado, relatos de experiência e pesquisas. Em relação aos objetivos do estudo, eles são de natureza exploratória, pois o trabalho busca investigar e propor soluções para as dificuldades enfrentadas no ensino dos números racionais, com foco em como as teorias e ferramentas pedagógicas podem ser aplicadas para superar esses desafios.

O jogo digital educacional que propõe este estudo é denominado, 'Recalculando o futuro: A missão temporal para salvar o planeta'. É proposto em duas dimensões, com gênero ficção científica e aventura e é direcionado para estudantes do 6º e 7º ano do ensino fundamental dos anos posteriores da educação básica que necessitem refazer o estudo dos números racionais, para correção da aprendizagem ou revisão.

O enredo do jogo trata de 'Victor', um cientista brilhante vindo de um futuro não tão distante, que volta no tempo para levar uma importante mensagem para seu eu mais jovem. Ele revela que, no futuro, os seres humanos destroem completamente a floresta amazônica. Árvores são derrubadas, espécies de animais que habitam o ecossistema são caçadas e os rios são poluídos. As consequências são graves: todo o planeta sofre com altas temperaturas, fortes tempestades e ar torna-se contaminado.

Por uma limitação de sua máquina do tempo, Victor é obrigado a voltar para seu presente, com a esperança de que seu eu mais jovem consiga mudar o futuro. Sem saber quanto tempo tem para resolver o problema, Victor inicia sua jornada em busca de maneiras de influenciar as ações das pessoas responsáveis pela destruição do meio ambiente.

Durante sua jornada, ele terá que correr contra o tempo para resolver desafios matemáticos que o ajudarão a alcançar seu objetivo. Victor enfrenta inúmeros obstáculos, mas está determinado a salvar a Amazônia e, conseqüentemente, o futuro do planeta.

A missão do jogo é desvendar a solução que ajudará a preservar o meio ambiente e impedir a destruição da vida no ecossistema. Ele é composto de seis fases, com cenários diferentes para cada uma delas. Cada fase possui um problema com quatro alternativas de respostas, sendo três delas distratores e o gabarito. Cada questão trabalha um grau de não congruência semântica nas conversões entre o registro geométrico bidimensional e o simbólico fracionário dos números racionais. Sendo na fase 1 abordado o grau 1, na fase 2 o grau 2 e assim por diante.

5 DISCUSSÃO E RESULTADOS

Ao modelar o jogo digital de RPG, foram pensadas seis fases, cada uma propõe um desafio que só pode ser solucionado ao resolver uma questão que exige a conversão de uma figura geométrica bidimensional para sua respectiva representação fracionária dos números racionais. Cada uma das seis questões está relacionada a um dos seis graus de não congruência semântica estabelecidos por Silva (2018) em sua tese de doutorado.

As questões serão comentadas, apresentando suas soluções e os possíveis erros que podem ser cometidos pelos estudantes/jogadores. Todas as alternativas, incluindo as erradas, foram pensadas de modo que garantam um feedback para o professor e o estudante que utilizar o jogo, pois para cada questão incorreta, é possível identificar o provável erro cometido pelo estudante, de modo que facilita ao professor a compreensão desses erros permitindo que este possa criar estratégias mais eficazes de recomposição do estudo dos números racionais. A seguir apresenta-se a descrição das seis fases do jogo, as questões criadas e a discussão de suas alternativas.

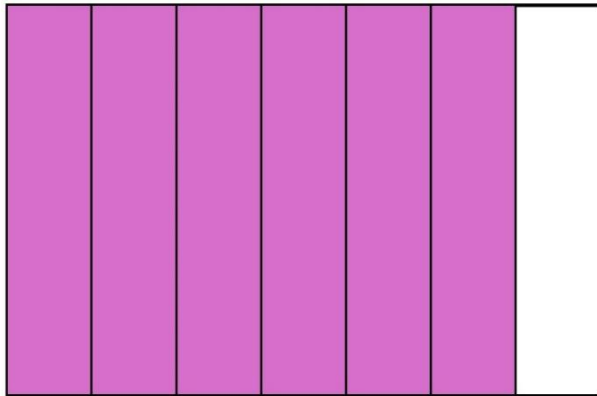
FASE 1

Enredo: O jogo se inicia na casa de Victor. O jogador poderá andar livremente pelo cenário, até encontrar sua versão do futuro que deve aparecer através de um portal. O jogador deve interagir com o personagem mais velho para que ele forneça as informações iniciais, esclarecendo o objetivo do jogo. O diálogo entre as duas versões do personagem se encerra quando o mais velho informa que há um limite em sua máquina do tempo e que por isso deve retornar para o futuro, deixando para o mais novo a primeira missão: descobrir onde se localiza a floresta que está sendo queimada por um grupo criminoso, que deseja destruir as árvores para construir plantações de pasto e vender para as empresas criadoras de gado, que alimentam esses animais e depois abatem para a produção de carne. Somente solucionando o desafio que relaciona frações a modelos geométricos bidimensionais o jogador poderá descobrir como chegar à floresta. Para descobrir a localização da floresta, o jogador deve acessar o computador no escritório da casa, para que possa usar o mapa online. Ao se aproximar do computador, o jogador deverá responder à questão proposta 01 para acessar a rede wi-fi. Após o acerto da questão, o jogador deve inserir a senha, então receberá a localização da floresta. Em seguida deve sair da casa e

aproximar-se do carro para que a troca de mapa de jogo seja feita e ele seja direcionado para a floresta.

Questão proposta 01

Bem-vindo, parece que você está tentando acessar uma rede wi-fi privada. Para continuar, você precisa inserir a senha de acesso que será solicitada logo após a pergunta. Analise a imagem abaixo e determine a fração que corresponde ao número de partes pintadas em relação ao todo. O campo da senha deve ser preenchido com a fração correta para liberar o acesso à rede.



- a) $\frac{7}{6}$
- b) $\frac{6}{1}$
- c) $\frac{6}{7}$
- d) $\frac{1}{7}$

A questão está relacionada ao grau um de não congruência semântica, onde a figura trata de um único inteiro, particionado em áreas congruentes e de mesma forma. A maioria está pintada, apenas uma não. Além disso, o procedimento de resolução acontece por meio do recurso a uma dupla contagem, sem necessariamente, o estudante reconhecer a congruência entre as áreas das partes, condição para que se tenha uma fração do inteiro.

O estudante deve contar o número de partes congruentes pintadas e atribuir ao numerador, em seguida deve continuar a contagem das partes para que tenha o número

total de divisões e atribuí-lo ao denominador. Por se tratar de números que não têm divisores em comum, só haverá uma fração que represente a relação parte-todo proposta na figura, não sendo possível utilizar frações equivalentes.

Considerando que o estudante realize corretamente o processo da dupla contagem, o gabarito será a letra c. Entretanto, a alternativa 'a' pode ser considerada pelo estudante, caso inverta o numerador com o denominador. Nessa alternativa, o número total de divisões foi atribuído ao numerador, enquanto o número de áreas pintadas está escrito no denominador da fração, o que sugere que o estudante conhece a relação parte-todo da figura e sabe que a relação deve ser estabelecida entre o número de partes pintadas e o número de partes totais. Entretanto, não consegue relacionar corretamente estas, respectivamente, com o numerador e denominador da fração.

Caso decida considerar correta a alternativa b, o estudante mostrará não conhecer a relação parte-todo, tendo em vista que essa fração é uma relação entre as partes não pintadas e as partes pintadas, de modo que será necessário um maior esforço para a compreensão da relação entre as partes congruentes pintadas e aquelas que foi dividido o inteiro, com base na 'unidade-parte' que é a medida tomada para esta divisão. Enquanto a última alternativa sugere que o estudante pode não ter compreendido no enunciado que a relação parte-todo a ser estabelecida é entre as partes pintadas e o inteiro, pois ele consegue estabelecer esta relação, mas entre as partes não pintadas e o todo.

Silva (2018) explica que as questões envolvendo conversões no grau 1 de não congruência semântica são as que apresentam maior índice de acertos. Em sua tese, afirma que obteve 59% de acerto aos itens propostos neste nível. Esta hipótese é reforçada por Oliveira (2022) que destaca altos percentuais de acertos em sua pesquisa. Uma das questões propostas pelo autor para serem solucionadas por licenciandos em matemática, relacionada ao grau 1 de não congruência semântica, apresentou um percentual de acerto superior a 90%.

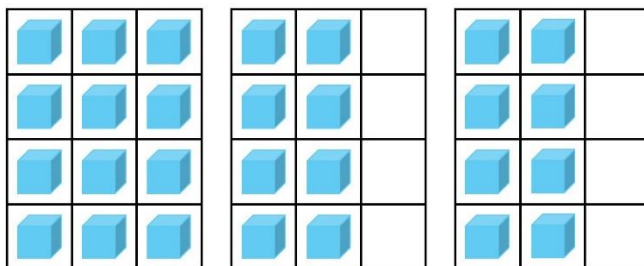
Esses altos índices de acertos relatados na literatura, nos levaram a propor o primeiro desafio do jogo neste grau para que o estudante se sinta motivado a continuar o jogo. Pois, segundo Santos (2018), um dos nove elementos considerados importantes nos jogos educativos é a proposição dos desafios em níveis, começando pelos mais fáceis e evoluindo para os médios e difíceis, respectivamente.

FASE 2

Enredo: No cenário da floresta, o jogador poderá explorá-la, com o objetivo de perceber a gravidade do incêndio. Após um tempo determinado, ele receberá uma mensagem através do seu celular, do Victor do futuro, contendo instruções do que pode ser feito para combater o fogo que se espalha. Victor do futuro - O fogo está queimando há muito tempo, podemos supor que boa parte da água do lago se transformou em vapor devido à alta temperatura. Este vapor atingiu altitudes elevadas. Se resfriarmos as nuvens, o vapor se transformará em água e a chuva deve apagar o fogo. Por sorte, no meu tempo, seu futuro, existem equipamentos que diminuem a temperatura na atmosfera. Acabo de enviar um deles através da minha máquina do tempo, mas você precisará carregar o equipamento com a quantidade ideal de gelo para que ele possa funcionar. Procure o equipamento, quando se aproximar dele, leia as instruções e saberá o que fazer. Quando encontrar o equipamento, o jogador poderá visualizar uma mensagem contendo a questão que ao ser solucionada corretamente, desbloqueará o efeito visual de chuva no jogo, após alguns segundos, o mapa será modificado de uma floresta com efeitos de fogo para uma floresta sem fogo, parcialmente queimada.

Questão proposta 02

Na imagem abaixo podemos observar como os 3 compartimentos do equipamento devem ser preenchidos com cubos de gelo para deixarmos a temperatura da atmosfera no nível ideal. Considerando que os 3 compartimentos são exatamente iguais, e que cada um comporta até 12 cubos de gelo, determine a fração de cubos de gelo necessária para solucionar o problema.



a) $\frac{28}{36}$

b) $\frac{8}{28}$

c) $\frac{28}{12}$

d) $\frac{36}{28}$

A segunda questão refere-se ao grau 2 de não congruência semântica, no qual o número racional é representado por mais de um inteiro, mesmo que ainda se trate de partições explícitas e de áreas congruente e de mesma forma. Nesse caso, é necessário que o estudante consiga visualizar a semelhança entre as três imagens e identificar que se trata de um mesmo inteiro e identificar a Unidade., ou seja, deve contar somente o total de repartições de uma imagem para determinar o denominador, e saber que o uso de mais de um inteiro foi necessário pelo número de partes destacadas superar o número de divisões. Sendo assim, deve contar o número de partes destacadas dos 3 inteiros e atribuir ao numerador, considerando a alternativa 'c' como correta.

Caso o estudante considere os 3 inteiros distintos como uma única unidade e realize a dupla contagem, provavelmente considerará correta a alternativa 'a', o que sugere que ele compreende a relação parte-todo somente para figuras com um único inteiro. Nesse caso é necessário ampliar o conceito da relação parte-todo nas aulas de matemática e demonstrar para o aluno que um número racional pode ser representado por mais de um inteiro. Entretanto, o estudante pode falhar ao não considerar a relação parte-todo, e assim, considerar correta a alternativa b, que relaciona as partes não pintadas com as partes pintadas, ainda considerando os inteiros como uma única unidade.

Ao escolher a última alternativa, o estudante demonstra que além de desconsiderar a unidade figural (que se trata de mais de um inteiro), ele não domina o significado da relação parte-todo e atribui ao numerador o número de partes totais dos três inteiros, e ao denominador o número de partes destacadas com os cubos de gelo.

O grau 2 de não congruência semântica apresenta, de acordo com Silva (2018), um dos menores percentuais de acertos, o que permite supor que as figuras geométricas relacionadas a esse grau transparecem menos a fração a ser estabelecida. De acordo com a tese de doutorado dessa mesma autora, houveram menos de 11% de acertos por parte dos estudantes da educação básica, sujeitos da pesquisa.

Quando a pesquisa foi realizada com licenciandos em matemática, como fez Oliveira (2022) em seu trabalho de conclusão de curso, menos de 5% das respostas foram consideradas completamente corretas, tendo em vista que os itens tinham mais de uma alternativa correta. Assim, deve-se considerar que a dificuldade do grau 2 de não congruência semântica alcança até mesmo os estudantes do ensino superior, que em tese deveriam compreender ativamente os conceitos de matemática básica.

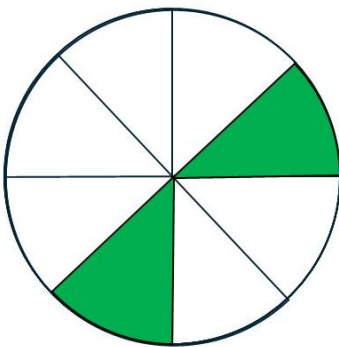
Dessa forma, compreendemos que apesar de ser o grau 2 de não congruência semântica, em que as figuras geométricas não precisam ser tratadas para que seja estabelecida a fração correspondente, este grau se constitui como um desafio considerável para os estudantes, por utilizar figuras geométricas com mais de um inteiro. Sendo assim, deixamos como sugestão para os professores a possibilidade de inverter a ordem desta questão no jogo, caso sintam necessidade.

FASE 3

Enredo: Após conseguir acabar com a queimada que estava ocorrendo na floresta, o personagem deve voltar para o início do mapa da floresta, onde o carro está, para que possa voltar para casa. No meio do caminho, na cidade, ele percebe que, apesar de seus esforços, o meio ambiente continua sendo destruído. A cidade sofre com grandes catástrofes, e então ele percebe que as queimadas não são o único causador do aquecimento global. A poluição nas ruas, a emissão de carbono proveniente das fábricas e dos automóveis também contribuem para a destruição ambiental. Para tentar diminuir a poluição urbana, é necessário que a energia utilizada na cidade seja 100% renovável. O personagem deve então desativar a usina nuclear que gera energia poluindo a atmosfera. Para isso, ele precisa acessar o sistema da usina. O código de acesso ao sistema é obtido através de uma pergunta. Respondendo corretamente a pergunta para a usina ser desativada e os efeitos visuais de destruição na cidade serem removidos. Ao retornar para o carro, o jogador é devolvido para casa.

Questão proposta 03

Para acessar o sistema operacional da usina nuclear e desativá-la, com o objetivo de encerrar a produção de energia não renovável, é necessário utilizar uma chave de acesso virtual, que funciona como uma senha para desbloquear o sistema. A chave de acesso é protegida por um bloqueio de inteligência artificial que exige do usuário a identificação da relação entre as partes pintadas de um círculo e as suas divisões. Para desbloquear a chave, analise a imagem abaixo e selecione a alternativa que determina a fração correspondente à parte pintada da figura.



- a) $\frac{8}{2}$
- b) $\frac{1}{4}$
- c) $\frac{2}{6}$
- d) $\frac{6}{2}$

A questão apresentada refere-se ao grau 3 de não congruência semântica.

Nesse caso, a figura geométrica tem como propriedade a divisão de suas partes em subfiguras de áreas congruentes, mas as partes pintadas não são sequenciadas, de modo que existem partes não pintadas entre elas. Além disso, o estudante não encontrará nenhuma alternativa se fizer uso somente da dupla contagem. É necessário que a figura geométrica seja reorganizada e que suas partes sejam divididas de maneira diferente da divisão apresentada inicialmente. O jogador deve realizar um tratamento de reconfiguração da figura geométrica, considerando uma nova 'unidade parte' que equivale a duas partes da figura geométrica inicial. Deste modo, esta passa a ter 4 partes congruentes, com uma destacada, sendo assim, a alternativa correta é a letra 'b'.

Caso o aluno não tenha conhecimento da necessidade de reconfiguração da figura geométrica, ele pode considerar a alternativa 'a' correta ao fazer a dupla contagem, mas teria que cometer o erro de atribuir as partes totais ao numerador da fração e as partes destacadas ao denominador, estabelecendo uma relação todo-parte.

Para escolher a alternativa 'c' o estudante precisa desconsiderar a relação parte-todo e até mesmo a relação todo-parte, tendo em vista que nessa alternativa o numerador refere-se as partes pintadas, enquanto o denominador representa as partes não pintadas. A alternativa 'd' também desconsidera a relação parte-todo e relaciona partes não pintadas com partes pintadas. No numerador tem-se a representação das partes não pintadas e no denominador das partes pintadas. Nas duas alternativas o estudante mostra que não compreende o papel da fração de representar a relação entre as partes destacadas e as partes totais da divisão da figura.

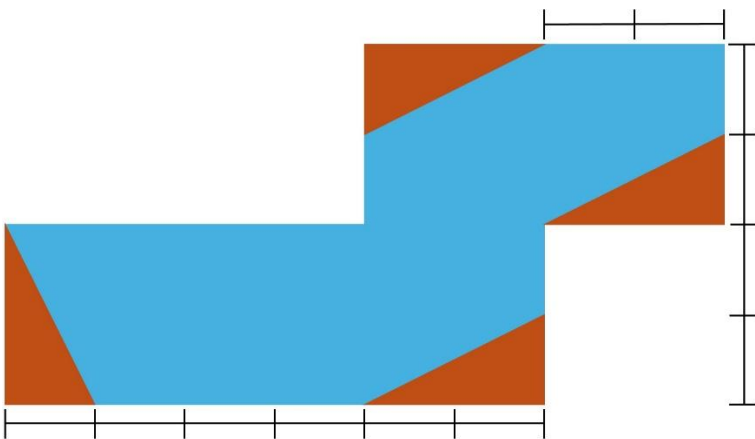
Ao analisar a compreensão dos professores de matemática sobre as características visuais de figuras geométricas para o estabelecimento da relação parte-todo dos números racionais, Silva, Vidal e Filho (2023) propuseram itens relacionados a este grau de não congruência semântica e todos os professores acertaram as questões. Ao considerar os resultados propostos por Oliveira (2022), em média, 50% dos licenciandos em matemática conseguiram acertar completamente as questões relacionadas a este grau.

FASE 4

Enredo: Em casa, o jogador receberá uma nova mensagem do personagem do futuro, alertando a necessidade de combater o descarte de lixo nos rios, pois o acesso a água potável se tornará um dos maiores problemas da humanidade. O personagem deve acessar mais uma vez o computador para entender como o rio se tornou poluído e o que fazer para reverter o problema. Finalizada a pesquisa, o jogador será direcionado para o cenário do rio poluído quando voltar a se aproximar do carro. Neste cenário, o jogador deve configurar uma máquina capaz de retirar o lixo espalhado pelo rio. A configuração exige que o jogador responda corretamente o problema matemático. Após a resolução da questão, o jogador poderá ver os itens no rio desaparecendo através de efeitos visuais.

Questão proposta 04

A máquina que você deseja utilizar tem um limite de tempo de funcionamento, por isso, não é possível que ela percorra toda a região do rio. É preciso determinar em suas configurações as regiões do rio com maior concentração de lixo, para que seja traçado o menor percurso possível. Na imagem abaixo temos uma representação da área do rio que é possível ver da sua posição. As partes pintadas de marrom são as regiões com a maior concentração de lixo. Determine a fração que corresponde ao número de partes mais poluídas em relação a área total do rio na imagem.



- a) $\frac{2}{10}$
- b) $\frac{4}{16}$
- c) $\frac{20}{4}$
- d) $\frac{4}{5}$

A questão acima faz referência ao grau 4 de não congruência semântica, pois sua imagem trata de uma figura geométrica com divisões implícitas. Nesse caso é necessário que o estudante se oriente pelas linhas de medidas e faça, ao menos implicitamente, a divisão completa da figura geométrica, por exemplo, em triângulos retângulos, percebendo que os quatro triângulos destacados na cor marrom são congruentes e podem ser considerados como a unidade de medida da figura. Deve visualizar que o retângulo superior equivale a oito triângulos e o inferior, 12. Sendo assim, a figura como um todo pode ser

dividida em 20 triângulos. Portanto, o gabarito da questão é a letra 'a', mas é necessário que o estudante realize, um tratamento na fração, $4/20$, encontrando, $2/10$. Ou ainda, considere como unidade-parte o retângulo que compreende dois triângulos retângulos destacados na figura geométrica para chegar ao gabarito.

Se optar pela alternativa 'b', pode-se admitir que o estudante também realiza o tratamento necessário, encontrando a unidade-parte, entretanto faz a relação parte-parte, partes pintadas com as partes não pintadas, contrariando o significado da relação parte-todo. Enquanto na opção 'c' o estudante é capaz de visualizar as divisões implícitas, reconhecer a unidade-parte da figura e realizar a dupla contagem das partes pintadas e do todo, entretanto atribui o número de partes pintadas ao denominador e o número de partes totais ao numerador.

Na alternativa 'd' o estudante comete o erro mais distante do gabarito, sendo incapaz de reconfigurar a imagem e de visualizar as divisões implícitas, ignorando a regra da congruência entre as áreas das subfiguras. Por isso, ele considera que a figura é dividida em 4 partes marrons, que atribui ao numerador e 5 partes totais, considerando a parte azul, atribuindo ao denominador. Desta forma, ele utiliza o procedimento da dupla contagem, com desprezo da congruência entre as áreas das partes.

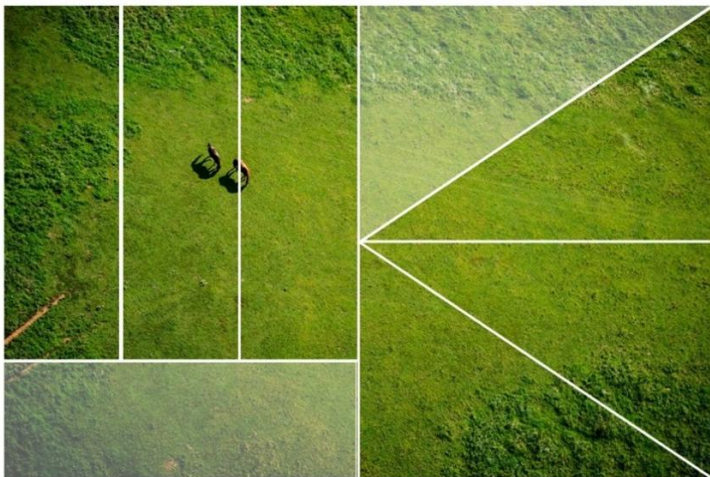
Silva (2018) mostra que o grau 4 de não congruência semântica apresenta um baixo percentual de acertos. Em uma das questões propostas aos estudantes do ensino básico, somente 18% conseguiram solucionar corretamente o item, e dos 367 que foram desafiados, 14 não conseguiram responder ou escolher nenhuma das alternativas. Entretanto, na mesma pesquisa, outra questão conseguiu atingir o percentual de 41% de acertos. Os percentuais mostram que apesar do significativo número de respostas erradas, a operação de inclusão das partes não é tão desafiadora como reconhecer mais de um inteiro, como ocorre no grau 2 de não congruência semântica. Na pesquisa de Oliveira (2022), os percentuais de acertos das questões envolvendo o grau 4 de não congruência semântica, por parte dos licenciandos em matemática, também estão abaixo de 50%, mostrando que o recurso para resolução de problemas relacionados a este grau ainda é um desafio para os estudantes do nível superior.

FASE 5

Enredo: Após conseguir retirar o lixo descartado no rio, o personagem receberá uma mensagem de texto no celular do Victor do futuro, alertando para a destruição da camada de ozônio. Para solucionar este problema, Victor precisa pensar em uma maneira de diminuir a quantidade de dióxido de carbono na atmosfera. Com o recebimento de novas mensagens de texto através do celular, o personagem será orientado a voltar para a floresta e plantar no solo atingido pelo fogo, pois quanto maior o número de árvores, maior o poder da floresta de absorver o gás citado. Devido as queimadas, algumas áreas da floresta terão maior fertilidade no solo. O personagem precisa determinar a fração que representa essas áreas para conseguir sucesso no reflorestamento.

Questão proposta 05

Para descobrir a quantidade de sementes necessária para o plantio das árvores é necessário definir a área total que será aproveitada para plantação. Na imagem abaixo podemos observar que a área total da floresta está particionada em áreas menores, algumas de formato triangular e outras de formato retangular. Sabendo que a área aproveitável corresponde as partes sombreadadas na cor branco, visto que apresentam o solo mais rico em nutrientes, analise e determine a fração que representa a área de solos férteis em relação a área total da floresta.



a) $\frac{8}{2}$

b) $\frac{2}{6}$

c) $\frac{6}{2}$

d) $\frac{2}{8}$

Na alternativa 'a', subtende-se que o estudante analisou e compreendeu que apesar da forma distinta, todas as partes têm a mesma medida de área, portanto, é possível solucionar a questão através do recurso de dupla contagem. Nesse caso, a fração representa uma relação todo-parte, o numerador apresenta o número de partes totais e o denominador o número de partes sombreadas, invertendo os números, tornando a resposta incorreta.

Se o estudante optar pela letra 'b', pode-se considerar que há um problema a mais, pois nesse caso, a fração representa uma relação entre as partes sombreadas através do numerador, e as partes não sombreadas no denominador. Dessa forma é possível identificar que há uma necessidade de compreensão do significado da relação parte-todo. O mesmo acontece para a letra 'c', que se diferencia apenas por inverter a representação das partes, atribuindo as áreas sombreadas ao denominador e as áreas não sombreadas ao numerador.

A alternativa 'd' corresponde ao gabarito, o estudante que escolher essa resposta demonstra que compreende que as áreas de todas as subfiguras têm medida congruente, ou está apenas utilizando o procedimento da dupla contagem, sem a devida compreensão da congruência entre as áreas. Além disso, entende que a fração deve representar a relação entre o número de partes destacadas e o número de partes totais em que a figura foi dividida.

Durante os estudos realizados por Silva, Vidal e Filho (2023), com professores de matemática, foram propostas duas questões envolvendo o grau 5 de não congruência semântica. Das 22 respostas obtidas, 19 foram consideradas corretas e 3 estavam erradas, indicando que mesmo após a formação docente pode haver dificuldades na conversão do registro geométrico bidimensional para o simbólico fracionário quando as partes resultantes da divisão da figura não têm a mesma forma.

Quando analisamos o desempenho de licenciandos em matemática, o percentual de acertos diminui significativamente. Oliveira (2022) mostra em seu trabalho que menos de

35% dos licenciandos em matemática foram capazes de responder completa e corretamente as questões relacionadas a esse grau, indicando dificuldades trazidas desde o ensino básico.

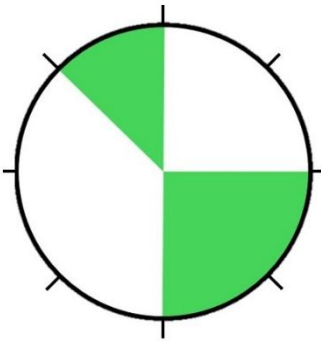
Silva (2018) chamou a atenção para este grau, pois a resposta correta, pode não indicar, necessariamente, que os estudantes da pesquisa visualizaram a congruência entre as áreas, mas apenas utilizaram o procedimento da dupla contagem, sendo desta forma, necessário um olhar mais atento do professor para as conversões que exploram estes tipos de figuras geométricas.

FASE 6

Enredo: Após a ação de reflorestamento, o personagem poderá voltar para casa utilizando o carro que continua no mapa. Quando o personagem retorna à sua residência, Victor do futuro estará lá. Ao se aproximar do personagem, haverá um diálogo, o jogador será parabenizado por responder corretamente todas as questões e receberá sua última missão. Ele será informado que as ações realizadas geraram um efeito positivo e que o planeta poderá se recuperar, mas é preciso que as pessoas parem de poluir o meio ambiente. Então, a missão final do jogador é transmitir uma mensagem para todas as pessoas através de um equipamento trazido por Victor do futuro. O jogador deve se aproximar do equipamento e digitar a mensagem que deseja enviar. Para concluir o processo, é necessário responder mais uma questão.

Questão proposta 06

Você deseja enviar uma mensagem para todos os seres humanos do planeta, para isso, é necessário calcular toda a área habitável por pessoas na superfície da terra. Analise a imagem abaixo, ela é uma representação bidimensional de toda a superfície da terra, as partes coloridas representam todas as áreas que são habitadas por humanos. Determine a fração que representa a área habitada em relação a área total da superfície.



- a) $\frac{3}{8}$
- b) $\frac{2}{2}$
- c) $\frac{2}{4}$
- d) $\frac{8}{3}$

A última questão trata do grau 6 de não congruência semântica. Nesse caso, além de divisões implícitas, as partes destacadas não são congruentes, apesar de serem proporcionais. Nessa questão, o estudante precisa reconhecer que a parte menor destacada equivale à metade da parte maior destacada. Além disso, o estudante precisa reconhecer o número de divisões congruentes da figura geométrica, neste caso, ele pode realizar um tratamento e perceber que a parte maior destacada equivale a $\frac{1}{4}$ da figura, e considerando a parte menor destacada como a unidade figural, verificar que são 8 o número de partes totais da figura, de modo que a única alternativa correta seria a letra 'a'.

Caso opte pela letra 'd' como gabarito da questão, podemos identificar que o estudante consegue reconhecer a unidade figural, as divisões implícitas da figura e a relação entre as partes pintadas e todo. Seu único erro seria atribuir o número de partes pintadas ao denominador e o número de partes totais ao numerador.

Na letra 'b' o estudante desconsidera a necessidade da congruência da medida de área entre as partes, ignorando a necessidade de determinar a unidade figural. É possível que ele visualize duas partes pintadas e duas partes não pintadas, atribuindo o número dois tanto ao numerador quanto ao denominador, dessa forma, pode-se concluir que o estudante não domina a relação parte-todo e representa a figura geométrica através da relação parte-parte.

Se no grau 5 de não congruência semântica as pesquisas de Silva (2018), Oliveira (2022), Silva, Vidal e Filho (2023) mostraram que há dificuldade dos estudantes, licenciandos e professores em reconhecer a congruência entre as áreas das partes quando estas não têm a mesma forma, podemos supor que no grau 6 a dificuldade em solucionar as questões é ainda maior, tendo em vista que além da diferença entre as formas das partes, suas áreas têm medidas não congruentes, exigindo a reconfiguração e o reconhecimento da unidade figural. De acordo com Silva (2018), que propôs duas questões relacionadas ao grau 6 de não congruência semântica para estudantes da educação básica, em nenhum caso foi obtido mais de 20% de acertos, se configurando em sua pesquisa, o segundo grau com o maior número de erros.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

A presente pesquisa teve como objetivo propor um modelo de jogo digital como recurso didático na aprendizagem de números racionais, tendo como base a Teoria dos Registros de Representação Semiótica de Duval e os graus de não congruência semântica identificados por Silva (2018). A proposta partiu da constatação das dificuldades enfrentadas por estudantes ao converterem entre registros distintos – especialmente do simbólico fracionário ao geométrico bidimensional – e da necessidade de promover práticas pedagógicas que articulem tecnologia e ludicidade no ensino de matemática. A construção do jogo digital “Recalculando o futuro: a missão temporal para salvar o planeta” buscou responder à pergunta norteadora: Quais elementos um jogo digital deve considerar para que possa contribuir para a aprendizagem dos números racionais a partir da conversão entre os seus registros geométrico bidimensional e simbólico fracionário, de forma a abordar questões de sustentabilidade e consciência ambiental?

Para que um jogo digital, contribua efetivamente para a aprendizagem dos números racionais a partir da conversão entre os seus registros geométrico bidimensional e simbólico fracionário, é essencial que ele seja estruturado com base em elementos teóricos, pedagógicos e temáticos bem definidos. Em primeiro lugar, deve contemplar os princípios da Teoria dos Registros de Representação Semiótica (TRRS), especialmente no que diz respeito à necessidade de promover situações que demandem a conversão entre registros.

Além disso, deve considerar os graus de não congruência semântica entre os registros envolvidos, conforme proposto por Silva (2018), organizando os desafios

progressivamente de modo a desenvolver, nos estudantes, maior flexibilidade cognitiva e compreensão conceitual. O jogo também precisa incorporar uma abordagem lúdica e narrativa que favoreça o engajamento dos alunos, contextualizando as atividades em um enredo significativo. Nesse sentido, a inserção de uma temática voltada à sustentabilidade e à consciência ambiental contribui não só para ampliar o alcance interdisciplinar da proposta, mas também para despertar nos estudantes uma postura crítica diante das problemáticas socioambientais atuais.

Portanto, os elementos centrais que o jogo deve considerar são: a mediação intencional das conversões entre os registros, a adaptação aos graus de não congruência semântica, a integração com os objetos do conhecimento preconizados pela BNCC e a inserção de narrativas que promovam valores ligados à educação ambiental. Os dados analisados reforçam a necessidade de novas metodologias ativas no ensino da matemática, que estimulem o pensamento crítico e a resolução de problemas contextualizados. Espera-se que este trabalho possa contribuir para futuras pesquisas e para a implementação de jogos educativos que unam a aprendizagem dos números racionais ao desenvolvimento de uma consciência ambiental, tornando o ensino mais interativo, acessível e significativo.

Como desdobramento futuro desta pesquisa, destaca-se a necessidade de aplicar o jogo em contextos reais de sala de aula com estudantes do 6º e 7º anos do Ensino Fundamental. Essa aplicação permitirá verificar, na prática, o potencial do jogo como recurso mediador da aprendizagem dos números racionais e, especialmente, da conversão entre registros. Além disso, será possível observar como os estudantes interagem com as fases organizadas de acordo com os graus de não congruência semântica, avaliando as estratégias cognitivas mobilizadas diante dos desafios propostos.

Adicionalmente, abrem-se possibilidades para a ampliação da proposta, a partir da inserção de novos registros de representação. Espera-se, ainda, que este trabalho contribua como base para futuras investigações que explorem a intersecção entre jogos digitais, teoria dos registros de representações semióticas e educação ambiental, promovendo práticas pedagógicas que considerem tanto o desenvolvimento cognitivo quanto a formação cidadã dos estudantes.

REFERÊNCIAS

- ABREU, Érica Edmajan de; SILVA, Edilson Leite da. A utilização de jogos como recurso didático no ensino de números racionais na representação fracionária. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, Brasília, v. 13, n. 2, p. 1–17, 2023. Disponível em: <https://www.sbembrasil.org.br/periodicos/index.php/ripec/article/view/3713>. Acesso em: 6 abr. 2025.
- ALMEIDA, Deivid Santos de; LIMA, Matheus Melo; ALVES, Maria Madalena de Queiroz; VIEIRA, Kennedy Almeida Sampaio. O uso do baralho para uma aprendizagem sobre números racionais. *RECIMA21 - Revista Científica Multidisciplinar* - ISSN 2675-6218 Disponível em: <https://recima21.com.br/index.php/recima21/article/view/1893>. Acesso em: 13 mar. 2025.
- AVEIRO, José Carlos. *Formalização do conjunto dos números racionais e alguns jogos com frações*. 2015. 54 f. Dissertação (mestrado) - Universidade Estadual Paulista Julio de Mesquita Filho, Instituto de Biociências, Letras e Ciências Exatas, 2015.
- BRASIL. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: Ministério da Educação, 2018. Disponível em: <http://basenacionalcomum.mec.gov.br/>. Acesso em: 30 nov. 2024.
- BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: Matemática* / Secretaria de Educação Fundamental. Brasília: MEC / SEF, 1998.
- BROFMAN, Paulo Roberto. A importância das publicações científicas. *Revista Telfract*, v. 1, n. 1, 2018.
- CAMPOS, T. et al. *Lógica das equivalências*. Relatório de pesquisa não publicado. São Paulo: PUC, 1995.
- CARVALHO, Tahieny Kelly de; LIMA, Geraldo Francisco Côrrea Alves de; MARTINS, Fernando Alves. As contribuições dos objetos de aprendizagem para o ensino de números racionais no Ensino Fundamental. *REMAT: Revista Eletrônica da Matemática*. Disponível em: <https://periodicos.ifrs.edu.br/index.php/REMAT/article/view/2680>. Acesso em: 13 mar. 2025.
- CRAWFORD, Chris. *The art of digital game design*. Washington State University, Vancouver, p. 1-5, 1982.
- Diferentes representações dos números racionais: uma análise de livros didáticos de matemática. *Revista Eletrônica Debates em Educação Científica e Tecnológica*, [S. l.], v. 7, n. 03, p. 46–68, 2019.
DOI: 10.36524/dect.v7i03.206. Disponível em:
<https://ojs.ifes.edu.br/index.php/dect/article/view/206>. Acesso em: 13 mar. 2025.
- DUVAL, Raymond; MORETTI, Trad Mércles Thadeu. Registros de representação semiótica e funcionamento cognitivo do pensamento: Registres de représentation

sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 7, n. 2, p. 266-297, 2012.

GODOY, Laura da Penha; SANDER, Giovana Pereira. Elaboração de jogos no PowerPoint: reflexões acerca da criação de jogos matemáticos. *Cuadernos de Educación y Desarrollo*, 2023. Disponível em: <https://ojs.cuadernoseducacion.com/ojs/index.php/ced/article/view/1741>. Acesso em: 13 mar. 2025.

LEANDRO, Maria das Dores Q; SILVA, Fernanda Andrea Fernandes. Investigando os significados e representações semióticas dos números racionais trabalhados no livro didático do 6º ano do ensino fundamental. *Intermaths*, v. 3, n. 1, p. 260-278, 2022.

LUCCHESI, Fabiano; RIBEIRO, Bruno. *Conceituação de jogos digitais*. São Paulo, p. 7, 2009.

LUSTOSA, José Ivelton Siqueira; MARTINS, Orminda Heloana; DA COSTA, Fabiana Dantas. Intervenção pedagógica no ensino de matemática numa perspectiva de construção de habilidades e competências. *Revista Práxis: saberes da extensão*, v. 5, n. 10, p. 22-27, 2017.

MAGINA, Sandra; CAMPOS, Tânia. A fração nas perspectivas do professor e do aluno dos dois primeiros ciclos do ensino fundamental. *Boletim de Educação Matemática*, v. 21, n. 31, p. 23-40, 2008.

MATT, Benson. *Vista aérea do campo de grama durante o dia*. [Fotografia]. Asheville, United States: Unsplash, 2015. Disponível em: <https://unsplash.com/pt-br/fotografias/vista-aerea-do-campo-de-grama-durante-o-dia-MKLRMeKctI4>. Acesso em: 18 jan. 2025.

MAZUCATO, Thiago (Org.); ZAMBELLO, Aline Vanessa; SOARES, Alessandra Guimarães; TAUIL, Carlos Eduardo; DONZELLI, Cleivaldo Aparecido; FONTANA, Felipe; CHOTOLLI, Wesley Piante. Metodologia da pesquisa e do trabalho científico. *Penápolis*: Editora FUNEPE, 2018. Disponível em: <https://www.funepe.edu.br/site/5/livros/>. Acesso em: 12 mar. 2025.

MELO, Wellington José de Arruda; TELES, Rosinalda Aurora de Melo. O material manipulável em conversões entre representações do número racional e suas implicações nos fenômenos de não congruência e heterogeneidade dos sentidos. *Intermaths*, v. 1, n. 1, p. 119-131, 2020.

MENDONÇA, Tânia Maria; RODRIGUES, Wilson Roberto. A ideia de unidade na construção do conceito do número racional. *REVEMAT-Revista Eletrônica de Matemática*, v. 2, n. 1, p. 68-93, 2007.

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. *Resultados*. 2022. Disponível em: <https://www.gov.br/inep/pt-br/areas-de-atuacao/pesquisas-estatisticas-e-indicadores/ideb/resultados>. Acesso em: 05 jan. 2023.

NERES, Raimundo Luna. Ensino de matemática através de registros de representação semiótica: uma investigação docente no ensino fundamental. *Pesquisa em foco*, v. 21, n. 2, 2016.

OLIVEIRA, Flaviano Abreu de. *Análise da compreensão de licenciandos em matemática sobre a relação parte-todo dos números racionais*. 2022. Trabalho de Conclusão de Curso.

OLIVEIRA, Francisco Márico de. LIVRO DIDÁTICO: *Análise das figuras geométricas empregadas para o estabelecimento da relação parte-todo dos números racionais à luz dos registros de representações semióticas*. 2021. Trabalho de Conclusão de Curso. Cajazeira – PB. 2021.

PORTAL IEDE. *Cultura: Iede evidencia defasagem do conhecimento em matemática na rede pública de educação*. 2022. Disponível em: <https://www.portaliiede.com.br/tv-cultura-iede-evidencia-defasagem-do-conhecimento-em-matematica-na-rede-publica-de-educacao/>. Acesso em: 05 jan. 2023.

PRODANOV, Cleber Cristiano; DE FREITAS, Ernani Cesar. *Metodologia do trabalho científico: métodos e técnicas da pesquisa e do trabalho acadêmico*. 2ª Edição. Editora Feevale, 2013.

PROENÇA, Laís Isabele. *A mobilização dos registros de representação semiótica na prática pedagógica do processo de ensino-aprendizagem dos números racionais*. 2021.

RIBEIRO, Maria Luzinete Ribeiro dos Santos; SOARES, Maria de Jesus Ribeiro. Jogos: artifícios para melhorar a compreensão, a memorização e o raciocínio lógico. *Cadernos Cajuína*, [S. l.], v. 2, n. 3, p. 8–16, 2017. DOI: 10.52641/cadcaj.v2i3.164. Disponível em: <https://old.cadernoscajuina.pro.br/index.php/cadcajuina/article/view/164>. Acesso em: 29 jan. 2025.

SANTOS, Maria Luzinete Ribeiro dos; SOARES, Maria de Jesus Ribeiro; SILVA, Gesivaldo dos Santos; SOUSA, Rejane Fontenele de. Jogos: Artifícios para Melhorar a Compreensão, a Memorização e o Raciocínio Lógico. *Cadernos Cajuína*. Disponível em: <https://v3.cadernoscajuina.pro.br/index.php/revista/article/view/540>. Acesso em: 13 mar. 2025.

SANTOS, Rosivaldo Severino dos; SANTOS, Marcelo Câmara dos. *Analisando as estratégias utilizadas pelos alunos da rede municipal do Recife na resolução de questões do Saepe sobre números racionais*. Dissertação (Mestrado). Programa de Pós-Graduação em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco, Recife, 2011.

SANTOS, William de Souza; ALVES, Lynn Rosalina Gama. Jogos Digitais: um level up para a Educação Matemática brasileira. *Educação, Ciência e Cultura*, v. 23, n. 2, p. 239-252, 2018.

SAVI, Rafael; ULBRICHT, Vânia Ribas. *Jogos digitais educacionais: benefícios e desafios*. RENOTE, Porto Alegre, v. 6, n. 1, 2008. DOI: 10.22456/1679-1916.14405. Disponível em: <https://seer.ufrgs.br/index.php/renote/article/view/14405>. Acesso em: 29 nov. 2024.

SENA, Samara et al. Aprendizagem baseada em jogos digitais: a contribuição dos jogos epistêmicos na geração de novos conhecimentos. *Revista Novas Tecnologias na Educação*, v. 14, n. 1, 2016.

SILVA, Amanda Rodrigues Marques da; BELLEMAIN, Paula Moreira Baltar. Diferentes representações dos Números Racionais: Um estudo no 6º ano com o bingo dos números racionais. *Perspectivas da Educação Matemática*, v. 11, n. 25, 5 jul. 2018.

SILVA, Américo Junior Nunes da; VIEIRA, André Ricardo Lucas. *Revista Baiana de Educação Matemática: Relatos de pesquisas e experiências que se desenvolveram em tempos de pandemia*. Disponível em: <https://www.revistas.uneb.br/index.php/baeducmatematica/article/view/13399>. Acesso em: 13 mar. 2025.

SILVA, Fernanda Andréa Fernandes. *Graus de não congruência semântica nas conversões entre os registros geométrico bidimensional e simbólico fracionário dos números racionais*. Dissertação (Doutorado em ensino de ciências e matemática). UFRP. Recife, 2018.

SILVA, Fernanda Andréa Fernandes; VIDAL, Francisco Aureliano; DE CARVALHO, Emilson Afonso Filho. Análise da compreensão de professores de Matemática sobre as características visuais de figuras geométricas para o estabelecimento da relação parte-todo dos números racionais. *Revista Internacional de Pesquisa em Educação Matemática*, v. 13, n. 2, p. 1-16, 2023.

SILVA, Jaildo Assis da; SILVA, Márcia Cristina Araújo Lustosa. *A relevância substancial da teoria dos registros de representação semiótica no aprendizado matemático dos números racionais na visão de Raymundo Duval*. *Revista Brasileira de Desenvolvimento*. Disponível em: <https://ojs.brazilianjournals.com.br/ojs/index.php/BRJD/article/view/52331>. Acesso em: 13 mar. 2025.

TIMÓTEO, Saulo Carvalho de Souza; CARNEIRO, Raylson dos Santos; VIZOLLI, Idemar. Conceitos Matemáticos presentes em pesquisas brasileiras inspiradas na Teoria dos Registros de Representação Semiótica. *Revista Paranaense de Educação Matemática, [S. l.]*, v. 13, n. 30, p. 378–395, 2024. DOI: 10.33871/22385800.2024.13.30.378-395. Disponível em: <https://periodicos.unespar.edu.br/rpem/article/view/8191>. Acesso em: 13 abr. 2025.

VALENTIM, Maiara AC; PIERINI, Livia Maria; CARDOSO, Andréa. Avaliação do jogo “Brinquedos Numéricos” para o ensino de conjuntos numéricos. *Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics*, v. 3, n. 1, 2015.

VIEIRA, André Ricardo Lucas; DA SILVA, Américo Junior Nunes. *Revista Baiana de Educação Matemática: Novas esperanças, novos sonhos e um novo recomeço*. v. 3, n. 01, p. e202200-e202200, 2022.

VIGOTSKY, Lev Semionovitch. *A formação social da mente: o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores*. 7^a. ed. São Paulo: Martins Fontes, 2007.

	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
	Campus Cajazeiras - Código INEP: 25008978
	Rua José Antônio da Silva, 300, Jardim Oásis, CEP 58.900-000, Cajazeiras (PB)
	CNPJ: 10.783.898/0005-07 - Telefone: (83) 3532-4100

Documento Digitalizado Ostensivo (Público)

TCC

Assunto:	TCC
Assinado por:	Gabriel Angelim
Tipo do Documento:	Dissertação
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Ostensivo (Público)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- Gabriel Angelim Pereira, DISCENTE (202312210007) DE ESPECIALIZAÇÃO EM MATEMÁTICA - CAJAZEIRAS, em 15/06/2025 19:12:04.

Este documento foi armazenado no SUAP em 15/06/2025. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 1522425
Código de Autenticação: 6200df1724

