



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO CIÊNCIAS E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

LÊDA LÚCIA DE ARAÚJO

MATEMÁTICA E MÚSICA: UMA HARMONIA DE ESTRUTURAS INVISÍVEIS

Campina Grande – PB

2025

LÊDA LÚCIA DE ARAÚJO

MATEMÁTICA E MÚSICA: UMA HARMONIA DE ESTRUTURAS INVISÍVEIS

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Paraíba - IFPB, como parte das atividades para obtenção do grau de Licenciatura em Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Luís Havelange Soares

Campina Grande – PB

2025

Catálogo na fonte:

Ficha catalográfica elaborada por Gustavo César Nogueira da Costa - CRB 15/479

A663m Araújo, Lêda Lúcia de

Matemática e música: uma harmonia de estruturas invisíveis / Lêda Lúcia de Araújo. - Campina Grande, 2025.
49 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Curso superior de Licenciatura em Matemática.) - Instituto Federal da Paraíba, 2025.

Orientador: Prof. Dr. Luís Havelange Soares.

1. Matemática. 2. Ensino de Matemática - Estratégias didáticas. 3. Música. I. Soares, Luís Havelange. II. Título.

CDU 51:37

LÊDA LÚCIA DE ARAÚJO

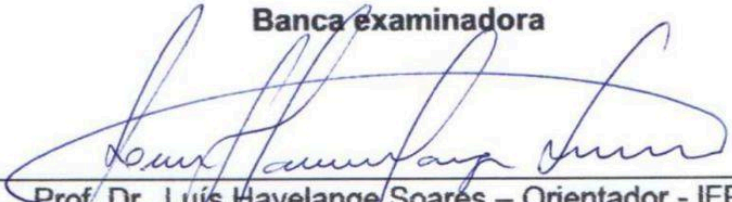
MATEMÁTICA E MÚSICA: UMA HARMONIA DE ESTRUTURAS INVISÍVEIS

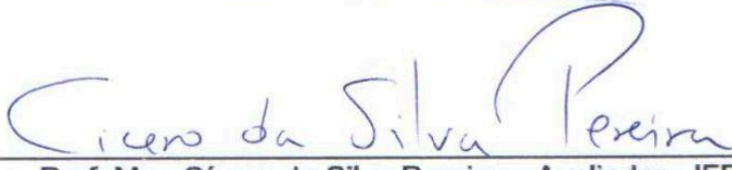
Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Instituto Federal de Educação, Ciências e Tecnologia da Paraíba - IFPB, como parte das atividades para obtenção do grau de Licenciatura em Matemática.

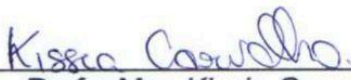
Orientador: Prof. Dr., Luís Havelange Soares

Aprovado em: 19/12/2025

Banca examinadora


Prof. Dr., Luís Havelange Soares – Orientador - IFPB


Prof. Me., Cícero da Silva Pereira – Avaliador - IFPB


Profa. Me., Kissia Carvalho – Avaliadora - IFPB

“A educação é a arma mais poderosa que você pode usar para mudar o mundo.”

— Nelson Mandela

AGRADECIMENTOS

A Krishna, minha infinita gratidão, foi sua força que me sustentou, sua luz que guiou cada passo e sua graça que me deu coragem nos momentos mais difíceis. Sem sua presença constante em minha vida, nada disso seria possível, não teria conseguido alcançar meu objetivo.

À minha amada filha, Kainara Alves e à minha mãe, Juraci Nóbrega, dedico todo o meu amor e gratidão. Vocês foram minha maior fonte de força, inspiração, motivação e felicidade. Cada palavra de incentivo e cada sorriso me deram a energia para continuar, este trabalho é tanto de vocês quanto meu.

Ao Professor Dr. Havelange Luís Soares, por sua orientação dedicada, minha sincera gratidão por cada orientação, cada conselho e pela confiança depositada em mim, seu compromisso e dedicação foram fundamentais para que este trabalho se tornasse realidade, sou eternamente grata por sua sabedoria e paciência ao longo do desenvolvimento deste TCC.

Aos professores Cícero da Silva Pereira e Kissia Carvalho, membros da banca examinadora, por aceitarem o convite para avaliação deste trabalho e pelas valiosas contribuições.

As minhas colegas de curso, em especial a Dyellen Fernandes, Aurília Tranquilino e Ivonete da Silva, que ao longo dessa jornada deixaram marcas profundas, cada apoio, cada ensinamento, e cada momento compartilhado comigo ajudou a construir quem sou hoje. Obrigada por acreditarem em mim e por me acompanhar nessa caminhada. Meu sincero obrigado pelas trocas de conhecimento, momentos de descontração e pela parceria durante toda a graduação.

A todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

RESUMO

O presente trabalho busca investigar a relação entre a matemática e a música e tem como objetivo analisar os aspectos dessa interconexão que apresentam potencialidades didáticas para o ensino de matemática. O trabalho justifica-se ao se constatar uma interdependência entre as disciplinas mencionadas, de forma a contribuir para desmistificar ambas as áreas, reforçando que a lógica que embasa a matemática e a criatividade inerente à música são elementos complementares. Adota-se como metodologia a revisão bibliográfica de natureza qualitativa, buscando investigar, sistematizar e analisar criticamente o conhecimento produzido sobre o tema e as suas implicações pedagógicas, com foco na melhoria do ensino da matemática básica. A pesquisa abrange fontes primárias e secundárias, sendo estruturada em três capítulos que apresentam sucintamente a evolução histórica e epistemológica da relação, demonstrando a contribuição de alguns matemáticos na formalização das estruturas musicais. Além disso, busca mostrar o uso da música como ferramenta para a compreensão de conceitos da matemática básica, como frações, razões e proporções. Os resultados apontam que a matemática provê os alicerces invisíveis e a estrutura lógica que governa a construção e a percepção da música. Observa-se ainda que a música possui um potencial significativo no âmbito educacional, pois materializa conceitos matemáticos abstratos de forma audível e sensorial. Ademais, alguns estudos indicam que o uso de canções e práticas musicais em sala de aula contribui para a melhor memorização de fórmulas e conceitos sequenciais, aumentando a motivação dos estudantes e reduzindo a ansiedade e o estresse associados à disciplina. Nesse aspecto, conclui-se que a integração entre música e matemática é uma estratégia didática potente e multifacetada, capaz de articular cognição, emoção e criatividade, promovendo um aprendizado mais completo e significativo para os alunos.

Palavras-chave: Matemática; Música; Proporções; Ensino; Educação.

ABSTRACT

This study investigates the relationship between mathematics and music, aiming to analyze aspects of this interconnection that offer didactic potential for mathematics education. The research is justified by the interdependence observed between these disciplines, contributing to the demystification of both fields by reinforcing that the logic underpinning mathematics and the creativity inherent in music are complementary elements. The methodology adopted is a qualitative bibliographic review, designed to investigate, systematize, and critically analyze the knowledge produced on the subject and its pedagogical implications, with a focus on improving the teaching of basic mathematics. The study draws on primary and secondary sources and is structured into three chapters that succinctly present the historical and epistemological evolution of this relationship, highlighting the contributions of various mathematicians to the formalization of musical structures. Furthermore, it demonstrates the use of music as a tool for understanding fundamental mathematical concepts, such as fractions, ratios, and proportions. The findings indicate that mathematics provides the invisible foundations and logical structures that govern the construction and perception of music. At the same time, music reveals significant potential within the educational context, as it materializes abstract mathematical concepts in an audible and sensory form. In addition, studies show that the use of songs and musical practices in the classroom enhances the memorization of formulas and sequential concepts, increases student motivation, and reduces the anxiety and stress often associated with mathematics. In this regard, the study concludes that the integration of music and mathematics constitutes a powerful and multifaceted didactic strategy, capable of articulating cognition, emotion, and creativity, thereby fostering a more comprehensive and meaningful learning experience for students.

Keywords: Mathematics; Music; Proportions; Teaching; Education.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 - Instrumento Harmônica.....	26
Figura 2 - Média harmônica.....	26
Figura 3 - Série harmônica.....	27
Figura 4 - Pitágoras de Samos.....	28
Figura 5 - O monocórdio.....	29
Figura 6 - Marin Mersenne.....	30
Figura 7 - Jean-Baptiste Joseph Fourier.....	31
Figura 8 - Transformada de Fourier.....	33
Figura 9 - Iánnis Xenakis.....	34
Figura 10 - Gráfico da qualidade musical e influência na redução da ansiedade.....	39
Figura 11 - Pratos de papel contendo as figuras musicais.....	42

LISTA DE QUADROS E TABELAS

Quadro 1 - Notas musicais e suas durações.....	41
--	----

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO.....	10
2 OBJETIVOS.....	14
2.1 Objetivo geral.....	14
2.2 Objetivos específicos.....	14
3 FUNDAMENTOS HISTÓRICOS E EPISTEMOLÓGICOS DA RELAÇÃO ENTRE A MATEMÁTICA E A MÚSICA.....	15
3.1 Idade Antiga.....	15
3.2 Idade média.....	17
3.3 Idade moderna.....	19
3.4 Idade contemporânea.....	21
4 CONTRIBUIÇÕES DE GRANDES MATEMÁTICOS PARA A RELAÇÃO DA MATEMÁTICA COM A MÚSICA.....	25
4.1 Pitágoras de Samos.....	27
4.2 Marin Mersenne.....	29
4.3 Jean-Baptiste Joseph Fourier.....	31
4.4 Iánnis Xenakis.....	33
5 BENEFÍCIOS DA RELAÇÃO DA MATEMÁTICA COM A MÚSICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA BÁSICA.....	36
5.1 Falar ou cantar.....	36
5.2 Emoção versus interesse.....	37
5.3 Música e estatística.....	38
5.4 Música e fração.....	41
6 CONSIDERAÇÕES FINAIS.....	45
7 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS.....	47
REFERÊNCIAS.....	48

1 INTRODUÇÃO

Desde a Antiguidade Clássica, pensadores e cientistas têm se encantado com a inerente relação entre a matemática e a música. Embora, à primeira vista, essas duas áreas do conhecimento pareçam distantes entre si, ambas compartilham fundamentos estruturais e conceituais que revelam uma conexão intrínseca. A melodia que ouvimos e a harmonia que nos emocionam são, em essência, expressões de padrões e proporções que refletem princípios matemáticos universais.

Neste contexto, o presente trabalho busca investigar de que forma conceitos matemáticos - como proporções, sequências numéricas e estruturas geométricas - se manifestam e influenciam a composição, a teoria e a percepção musical. A escolha do título “Matemática e Música: uma harmonia de estruturas invisíveis” decorre de um interesse particular e duradouro pela maneira como diferentes áreas do conhecimento podem dialogar entre si, complementando-se e enriquecendo-se mutuamente.

Esse interesse é potencializado a partir de dois caminhos traçados ao longo da minha história: um trilhado dentro do contexto da música e outro caminhando no âmbito do conhecimento matemático.

A minha relação com a música começou quando ganhei de presente um violão do meu querido avó, o mesmo era um excelente músico, lembro de ter ficado fascinada com sua agilidade ao executar melodias complicadas no violão, foi assim que comecei a observar o braço do violão e notar que as notas tinham distâncias fixas em relação a cada corda, mas neste momento não tive contato com a linguagem musical só com o violão, se passaram alguns anos até iniciar meu estudo de partitura através da flauta transversal e foi nesse período que comecei a ver a relação que a matemática tinha na leitura musical à primeira vista, em suma, a matemática fornecia a estrutura e a lógica subjacentes à notação musical que residia principalmente na estruturação rítmica e temporal (baseada em frações), então entendi que a música assim como a matemática era repleta de padrões e a leitura fluente à primeira vista não se baseava em ler nota por nota, mas em reconhecer células rítmicas e melódicas (escalas, arpejos) como unidades completas, o que era análogo ao reconhecimento de palavras inteiras em vez de soletrar letra por letra, notei que esse reconhecimento de padrões estruturais era uma capacidade

cognitiva que tinha raízes na percepção de sequências lógicas e matemáticas. Assim, cursei três anos de violão clássico e, posteriormente, ingressei também no curso de bacharelado em flauta transversal erudita, que, apesar de não concluído, ampliou mais ainda minha vivência com a música. Desde então, tenho atuado como professora de música e musicalização infantil com vasta experiência no ensino de música e na aplicação de metodologias de musicalização para diversas faixas etárias, minha atuação é caracterizada por um compromisso com o desenvolvimento musical integral dos alunos, incentivando a criatividade, o senso rítmico, a memória e a expressão individual através de práticas musicais, alfabetizando musicalmente em diversos instrumentos.

Paralelamente, meu interesse pela matemática surgiu de forma mais concreta quando comecei a desenvolver um projeto de criar um sintetizador que potencializasse o som, ou seja tentar misturar ele com um amplificador de áudio, logo notei que esse projeto exigia cálculos complexos, especialmente envolvendo limites e aproximações, assuntos que iam além do que o ensino básico propicia. Essa necessidade de aprofundamento teórico para levar adiante o projeto, fez com que eu decidisse iniciar a licenciatura em Matemática. Portanto, a formação matemática, se tornou não apenas uma nova área de estudo, mas também um caminho para aprimorar tecnicamente minha ideia, com a intenção de retomá-la concretamente no futuro, de forma precisa e confiável.

A motivação para o desenvolvimento deste trabalho fundamenta-se na convicção de que a compreensão da mutualidade entre a matemática e a música pode contribuir para desmistificar ambas as disciplinas, demonstrando que lógica e criatividade não são opostas, mas sim elementos complementares.

A possibilidade de oferecer outra perspectiva sobre a natureza do som e da estrutura musical, reforçando a ideia de que a arte e a ciência não são domínios isolados, mas profundamente interligados, nos faz compreender os fundamentos matemáticos da música, que podem não apenas ampliar o conhecimento teórico de músicos e matemáticos, mas também inspirar novas abordagens pedagógicas para o ensino dessas áreas.

A necessidade de sistematizar e analisar criticamente a vasta literatura existente sobre o tema, reunindo teorias e exemplos práticos que ilustram essa relação milenar entre correlações comprovadas e equívocos ou generalizações,

garante a precisão das informações e evita a propagação de mitos, como a ideia de que a música automaticamente melhora as habilidades matemáticas sem um trabalho pedagógico intencional.

Contudo, a relevância central da relação entre a matemática e a música reside em seu potencial de impacto educacional, pois diante dos desafios crônicos no ensino-aprendizagem da Matemática Básica, esta pesquisa é um estudo pioneiro e fundamental para a proposta de uma abordagem didática interdisciplinar que utiliza os benefícios cognitivos e estruturais da Música como ferramenta para tornar o aprendizado de conceitos matemáticos mais significativo, concreto e motivador. Assim a pesquisa oferece uma contribuição de duplo aspecto: teórico-epistemológico, ao aprofundar a natureza da estrutura invisível que une as disciplinas; e prático-pedagógico, ao apontar caminhos inovadores para a melhoria do ensino fundamental da matemática abordando questões profundas sobre como nossa percepção auditiva interage com as proporções numéricas que são o coração da relação Matemática – Música.

Nessa perspectiva, nossa questão diretriz da investigação foi : Como a análise matemática da harmonia musical revela e formaliza as estruturas subjacentes invisíveis que governam a construção e percepção da música?

Esta pesquisa se trata de revisão bibliográfica, buscando investigar, sistematizar e analisar criticamente o conhecimento já produzido e disponível sobre a relação entre a matemática e a música. Esse estudo tem natureza qualitativa, buscando analisar e interpretar os conceitos, teorias, estruturas, e implicações pedagógicas relativos ao tema. Sendo assim, o foco é compreender o como e o porquê da interconexão entre as duas áreas do conhecimento, especialmente as potencialidades didáticas para o ensino da matemática básica.

A revisão bibliográfica foi realizada através de fontes primárias e secundárias abrangendo livros, artigos científicos, teses e dissertações. A revisão foi dividida em 3 capítulos principais, sendo abordado em cada um deles:

- No capítulo 1 será realizada uma análise da evolução do pensamento sobre a inter-relação entre as duas áreas, partindo da Antiguidade Clássica (com a essencial contribuição de Pitágoras e a descoberta das proporções) e avançando até a era contemporânea. Serão abordadas as formas como a computação e estruturas matemáticas complexas foram integradas à prática musical moderna.

- No capítulo 2, é demonstrado a contribuição de grandes matemáticos como, por exemplo, Pitágoras, Marin Mersenne, Jean-Baptiste Joseph Fourier e Iannis Xenakis que influenciaram ou formalizaram as estruturas musicais. Assim, serão analisadas as aplicações matemáticas em conceitos como: proporções (para intervalos musicais por Pitágoras), frequência e vibração (Marin Mersenne em sua leis de cordas vibrantes) análise de ondas sonoras (com a Transformada de Fourier para a música digital) e probabilidades (para a música Estocástica de Iannis Xenakis).

- Finalmente, no capítulo 3, é feita uma sistematização dos achados que mostram como o estudo da música pode ser utilizado como ferramenta pedagógica a fim de possibilitar uma melhor compreensão de conceitos da matemática básica, como, por exemplo, frações, estatística e memorização de fórmulas.

2 OBJETIVOS

2.1 Objetivo geral

Investigar aspectos da relação entre a matemática e a música, que apresentem potencialidades didáticas para o ensino.

2.2 Objetivos específicos

- Estudar aspectos históricos e epistemológicos da relação entre a matemática e a música;
- Refletir sobre as estruturas abstratas nos contextos da matemática e da música;
- Apresentar as contribuições de grandes matemáticos e analisar os principais resultados de pesquisas sobre a relação entre matemática e música;
- Indicar possíveis benefícios da música para o ensino da matemática básica.

3 FUNDAMENTOS HISTÓRICOS E EPISTEMOLÓGICOS DA RELAÇÃO ENTRE A MATEMÁTICA E A MÚSICA

A compreensão da música como um fenômeno regido por leis e proporções exatas constitui um dos legados intelectuais mais duradouros da antiguidade, estabelecendo uma conexão profunda e inseparável com a matemática. Longe de ser uma mera coincidência estética, essa interligação forma um fundamento histórico e epistemológico que estruturou o conhecimento ocidental, desde a harmonização das cordas do monocórdio pitagórico até a complexa formalização da teoria musical contemporânea. O presente capítulo se propõe a rastrear essa evolução, demonstrando como as descobertas numéricas de Pitágoras forneceram a base para acústica e a teoria de escalas, e subsequentemente, como o rigor da lógica matemática foi essencial para epistemologia musical, transformando a música em um objeto passível de análise e descrição precisa. Ao longo das próximas sessões serão explorados os principais marcos dessa relação do *Quadrivium* medieval a teoria de conjuntos na análise musical moderna, estabelecendo o contexto teórico indispensável para a discussão central deste trabalho.

3.1 Idade Antiga

A relação epistemológica da matemática com a música está associada diretamente à escola pitagórica na Grécia Antiga, por volta do séc. VI a.c., Pitágoras compunha e tocava lira desde muito jovem e a relação entre o comprimento das cordas de uma lira e as notas musicais e a percepção que cordas mais curtas emitem sons mais agudos se tornaram ponto de partida para os estudos pitagóricos acerca da matemática da música, ao que tudo indica um dos principais interesse de Pitágoras era entender aquilo que hoje denominamos por harmonia, que é o estudo das combinações de sons tocados simultaneamente, em outras palavras Pitágoras estava engatado na descoberta das combinações de sons que eram agradáveis aos ouvidos.

[1], Pitágoras então descobriu com seus estudos que as notas musicais eram obtidas fazendo as cordas vibrarem em diferentes comprimentos, além disso Pitágoras percebeu que os intervalos musicais considerados consonantes (que soam agradáveis juntos) correspondiam a razões simples de números inteiros, ele

demonstrou que: dividindo a corda ao meio (1:2), obtinha-se uma oitava, com (2:3) a quinta justa e com (3:4) a quarta justa. Assim surgiu a harmonia numérica que regia o cosmos, a famosa “música das esferas”.

[2], A música das esferas representa a ideia de que o cosmos é um sistema ordenado e musical, onde os movimentos dos corpos celestes (planetas, sol, lua) produzem sons inaudíveis para o ouvido humano, mas que seguem proporções matemáticas perfeitas, semelhantes às encontradas nas consonâncias musicais, essa teoria não se trata de uma música que possamos realmente ouvir, mas sim de uma metáfora para a ordem universal onde os pitagóricos acreditavam que as distâncias entre os planetas e suas velocidades de órbita podiam ser expressas em razões numéricas que correspondiam aos intervalos musicais considerados harmoniosos (como a oitava, a quinta e a quarta).

[3], Para os pitagóricos, o cosmo era um sistema ordenado (cosmo divino e unificado) onde tudo se relacionava numericamente, e a matemática era a linguagem que expressava essa harmonia. A música servia como um veículo para unificar o homem com o restante do universo através dessa essência matemática, inicialmente, a teoria associava as sete esferas celestes (incluindo sol e lua, pois a terra era considerada o centro) a notas musicais específicas.

A divulgação da música das esferas pelos pitagóricos era feita de maneira profundamente filosófica, matemática e esotérica, destinada a mostrar que o cosmo era governado por uma Harmonia numérica perfeita, eles tinham em mente de mostrar a unidade fundamental entre a matemática, a música e a astronomia. [3], Os pitagóricos não divulgavam essa música como um som audível no sentido literal, mas como um princípio que organiza o universo.

O ponto de partida da divulgação foi a descoberta das proporções musicais, eles acreditavam que Pitágoras descobriu as relações matemáticas que governam os intervalos musicais utilizando um monocórdio (um instrumento de uma corda só) e martelos de peso variado. A divulgação dessas razões seriam a prova tangível de que a beleza e harmonia do som eram, na verdade, manifestações de números inteiros simples. Uma vez que provaram que a música era matemática, eles aplicaram essa mesma lógica ao universo.

[2], Acreditavam que os corpos celestes, presos em suas esferas, moviam-se em velocidade e distâncias que mantinham as mesmas proporções numéricas

encontradas nas notas musicais (as razões 2:1, 3:2, 4:3) e que o atrito dessas esferas em movimento geraria um som puro, a Música das Esferas ou Harmonia das Esferas. Essa doutrina era frequentemente ensinada a um círculo interno (os matemáticos), que tinham passado por um rigoroso período de estudo e silêncio, não era uma doutrina para ser mostrada à população em geral (os acusmáticos), mas sim o conhecimento esotérico que revelava a verdadeira natureza dos cosmos.

[4], Os pitagóricos tinham objetivos ao divulgar essa descoberta, a principal meta era provar que o universo não era caótico, mas sim um cosmo (do grego, ordem ou beleza) regido por princípios lógicos e eternos: os números. Ao mostrar que a música não era apenas uma arte, mas uma ciência que revelava a estrutura do universo e os movimentos planetários, definiam ambas manifestações como simples razões numéricas eles estabeleciam um número como princípio fundamental de toda a realidade, então para os pitagóricos a audição e a vida da alma humana poderia ser desafinada pela desarmonia da vida cotidiana, ao entender a perfeita harmonia cósmica e ao ouvir músicas baseado nas proporções corretas, a alma poderia ser purificada e realinhada com a ordem divina do universo, eles usavam a circularidade dos movimentos celestes para demonstrar perfeição divina, onde o círculo era a forma mais perfeita, e os planetas moviam-se em círculos, seus movimentos não era aleatórios, mas eternamente repetidos em proporções que geraram a mais pura harmonia, estabelecendo um modelo de perfeição e ordem a ser imitado na vida terrena.

A filosofia pitagórica influenciou profundamente as regras de composição musical por séculos, levando os músicos a buscarem harmonias que ressoasse com o cosmo, a teoria ditou, por exemplo, quais intervalos musicais eram permitidos ou proibidos no contraponto medieval e renascentista.

Mesmo a base pitagórica dominando, outros teóricos gregos, como Aristóteles (séc. IV. aC.) começaram a questionar a exclusividade das razões simples, surgindo o *Quadrivium* (currículo de estudos), conhecido como as quatro artes matemáticas, composto por aritmética, geometria, música e astronomia.

3.2 Idade média

[5], Boécio foi o principal responsável por transmitir à idade média a estrutura do *Quadrivium* (as quatro artes matemáticas), a música, no contexto do *Quadrivium*,

era classificada junto com a Aritmética, Geometria e Astronomia, e era vista como o estudo da quantidade em relação (quantidade relativa), enquanto a Aritmética era o estudo da quantidade absoluta.

Portanto a música não era definida pela performance (cantar ou tocar), mas sim pela especulação intelectual sobre as razões e proporções que regem o som.

Em resumo, a contribuição de Boécio foi impor a visão de que a música é primariamente uma disciplina da Matemática e da Filosofia (o estudo do número e da ordem cósmica), e não uma arte prática ou sensorial. Ele dividiu a música em três tipos, que se interconectam pela matemática e harmonia:

1. Música mundana (música do mundo): A harmonia matemática das esferas celestes, a ordem das estações e dos elementos.
2. Música humana: A harmonia matemática que equilibra o corpo e a alma de uma pessoa.
3. Música instrumental: A música audível (vocais e instrumentais), que só é considerada verdadeira quando reproduz as proporções perfeitas da música mundana e influencia beneficemente a música humana.

[5], A crença central era: a consonância é o reflexo de uma relação matemática simples. Boécio argumentou que o verdadeiro músico é o teórico capaz de julgar e compreender as razões matemáticas por trás dos sons, e não apenas o instrumentista ou o poeta.

Os escritos de Boécio (c.480-524 d.C.) juntamente com seus trabalhos sobre lógica e teologia, formaram a base do *Quadrivium*, ele não foi um inventor do *Quadrivium* (que já existia na filosofia grega), mas sim o principal transmissor, sistematizador e codificador dessas artes para o mundo medieval, atuando como uma ponte crucial entre a antiguidade clássica e a idade média, ele se propôs a traduzir e comentar as principais obras gregas de Platão e Aristóteles para o latim, onde a música não era vista apenas como uma arte performática, seu trabalho foi fundamental para a consolidação da filosofia e da matemática caracterizando o período da alta idade média sua maior contribuição foi preservar e transmitir o conhecimento para o ocidente latino e a matemática servia como a chave para ligar o som audível (o finito) à ordem divina e cósmica (o infinito), conferindo à música um profundo significado teológico e filosófico que ia muito além do mero entretenimento

ou performance artística. A matemática forneceu a estrutura lógica e justificação filosófica para a teoria musical da idade média, dominando a forma como a música era entendida no canto gregoriano.

[1], Ao final da idade média houve um movimento, ainda que lento, em direção a uma música que valorizasse a expressão emocional e a conexão humana, surgindo a transição da monofonia (uma única linha melódica, como o canto gregoriano) para a polifonia (múltiplas linhas melódicas independentes soando simultaneamente), preparando o terreno para mudanças humanistas radicais que ocorreriam na idade moderna.

3.3 Idade moderna

[1], A polifonia surgiu para resolver o problema das comas pitagórica, pois no sistema de afinação justos, criavam problemas insolúveis ao modular para tonalidades distantes, assim com a solução matemática, surgiu a divisão da oitava em 12 semitons iguais (a proporção 2:1), onde a razão de frequência de um semitom para o próximo é a raiz duodécima de 2 ($\sqrt[12]{2} \approx 1.05946$), surgindo o temperamento igual.

Com o surgimento da polifonia, a relação entre música e matemática evoluiu, da proporção simples à complexidade rítmica, enquanto a monofonia aplicava proporções matemáticas aos intervalos melódicos e à duração das notas, a polifonia exigiu um sistema mais complexo.

Os compositores medievais e, posteriormente, os renascentistas precisavam de um sistema matemático rigoroso para coordenar com precisão as diferentes linhas melódicas que se moviam independentemente no tempo, a polifonia levou ao desenvolvimento do contraponto (a arte de combinar múltiplas melodias) e, mais tarde de harmonia.

A matemática forneceu as regras lógicas e a estrutura para determinar quais combinações de notas soavam bem juntas (consonância) e quais criavam tensão (dissonância), e como alternar entre elas de forma controlada.

[6], O matemático Simon Stevin foi o responsável pelo método de que a razão de frequência para cada semitom sucessivo seria de $\sqrt[12]{2}$, um número irracional, aproximadamente 1,05946. Multiplicando a frequência de uma nota por essa constante doze vezes seguidas, chegava-se exatamente ao dobro da

frequência original, completando a oitava sem imperfeições tonais em nenhuma das 12 tonalidades, o método dele envolveu divisão geométrica, em vez de usar as razões de números inteiros da afinação pitagórica ou da entonação justa (que resultaram em intervalos imperfeitos, como a coma pitagórica ou o intervalo de lobo, que tornavam impossível tocar em todas as tonalidades), Stevin argumentou matematicamente que a oitava deveria ser dividida em doze partes iguais geometricamente, ele calculou os valores numéricos para cada um dos doze semitons com precisão de quatro casas decimais, o que era notável para a época.

Os cálculos de Simon Stevin favoreceram a música por fornecer a base matemática para o sistema de afinação de temperamento igual, isso resolveu o problema de afinação dos instrumentos, que existia desde a Grécia Antiga.

Em sistemas de afinação anteriores, certas notas soavam desafinadas quando a música mudava de tonalidade, o temperamento igual eliminou essas inconsistências. Com todas as tonalidades soando igualmente aceitáveis, os compositores ganharam a liberdade de modular (mudar de tonalidade dentro de uma peça) e transpor músicas para qualquer tom sem problemas de afinação.

[1], A padronização da afinação tornou os instrumentos musicais, especialmente os de teclado como o cravo e, mais tarde o piano, mais afinados, facilitando a escrita e a execução musical, surgindo a obra *O Cravo Temperado* de Johann Sebastian Bach que é um exemplo famoso de composição que explorou as possibilidades deste sistema, lembrando que isso só foi possível com a ajuda dos cálculos de Simon Stevin.

Embora o trabalho de Stevin não tenha sido imediatamente publicado ou universalmente adotado na época, ele forneceu o fundamento teórico crucial que permitiu a evolução da harmonia e da composição na música ocidental moderna, abrindo caminho para a música que conhecemos hoje.

[7], Marin Mersenne, realizou experimentos e formulou as leis que regem as frequências de vibração de uma corda, relacionando-a ao seu comprimento, tensão e densidade (as leis de Mersenne), ele buscou uma abordagem acústico-matemático para a pesquisa musical, posteriormente, matemáticos como Jean le Rond d'Alembert, Leonhard Euler e Daniel Bernoulli desenvolveram a equação da onda para descrever o movimento de uma corda vibrante, isso marcou a transição da

música como uma disciplina puramente matemática para um campo de estudo da física matemática, fornecendo a base para a acústica moderna.

[8], A notação musical evoluiu, com o uso de frações para representar as durações das notas e a estruturação rítmica em compassos, tornando a matemática do ritmo e da métrica mais sistemática e universal em suma, a notação musical na idade moderna passou de um sistema que exigia algum conhecimento prévio e interpretação (neumas adiaستمáticos medievais) para um sistema detalhado e padronizado que permitia a execução precisa de peças complexas por músicos que talvez nunca tivessem ouvido a música antes.

3.4 Idade contemporânea

Compositores começaram a buscar novas formas de organização sonora, e a matemática emergiu como um poderoso construtor de novas estruturas.

[8], O dodecafonismo (música de doze tons) que surgiu na idade contemporânea usou permutações (a série original pode ser transposta, invertida, retrógrada ou retrogradamente invertida), isso gera um conjunto de 48 séries possíveis a partir de uma única série original, todas relacionadas por transformações matemáticas, assim nenhuma nota é mais importante que outra, isso quebra a ideia de tônica ou dominante e cria uma sensação de atonalidade, onde todas as notas têm o mesmo peso o dodecafonismo e o atonalismo em geral levaram ao desenvolvimento da teoria dos conjuntos musicais que usa conceitos matemáticos (como conjuntos, relações, transformações) para analisar e descrever as relações entre as notas, os acordes e as estruturas musicais de forma mais abstrata, sem depender de um centro tonal.

Após a segunda guerra mundial, compositores usaram o serialismo além da altura das notas, aplicando princípios seriais (organização matemática em série), surgindo outros parâmetros musicais: duração em série das figuras musicais, dinâmica em níveis de volume e timbre.

[9], O serialismo é uma evolução do dodecafonismo, enquanto o dodecafonismo organiza apenas as alturas das notas em uma série, o serialismo expande o conceito de série para outros parâmetros musicais como: ritmo, dinâmica e timbre.

Com o desenvolvimento da tecnologia eletrônica e, posteriormente, dos computadores, abriu um novo rumo para a relação entre música e matemática. Síntese sonora foi uma criação de sons do zero em sintetizadores ou computadores dependendo diretamente da matemática das ondas sonoras, com as técnicas de análise de Fourier, síntese FM, música algorítmica e generativa, composição algorítmica, algoritmos de aprendizagem de máquina e IA.

A humanidade explorou a beleza do mundo sonoro, revelando a matemática não apenas como uma ferramenta para descrever o universo, mas também como peça principal para a criação artística.

A matemática provê os alicerces invisíveis sobre os quais muitas formas de arte são construídas. [10], Na música onde as relações matemáticas de frequência e proporções definem a harmonia e a melodia, é comum um músico que, ao dominar a teoria musical (matematicamente fundamentada), ganhe a capacidade de improvisar e compor com maior fluidez e originalidade.

[11], A sequência de Fibonacci está intimamente relacionada com a natureza, então ela aparece na forma numérica ou através da espiral de Fibonacci, essa sequência consiste numa sucessão infinita de números que obedecem um padrão em que cada elemento subsequente é a soma dos dois anteriores, compositores utilizaram essa sequência como design estrutural e estético, muitas vezes ligado à proporção áurea (aproximadamente 1,618), eles utilizaram-na para criar uma sensação de equilíbrio, harmonia e organicidade, inspirando-se nas suas ocorrências na natureza.

A sequência e a proporção áurea são usadas para determinar a duração de seções musicais, pontos culminantes ou a localização de modulações dentro de uma peça. A ideia é que essas proporções percebidas subconscientemente como naturais ou esteticamente agradáveis, criem uma composição equilibrada.

[11], Na música contemporânea, a sequência de Fibonacci serve como uma ponte entre a lógica matemática e a expressão artística intuitiva, permitindo aos compositores explorarem novas formas de organização sonora fora dos sistemas tonais tradicionais, em essência, a sequência de Fibonacci oferece aos músicos contemporâneos uma ferramenta matemática e uma inspiração estética para infundir em suas obras uma sensação de ordem natural e proporção divina.

[8], A série e a transformada de Fourier são de importância fundamental para a música na era contemporânea, pois possibilitaram a análise e processamento digital de áudio que caracterizam a produção musical moderna. A música digital, tal como a conhecemos hoje, não existiria sem essas ferramentas matemáticas, a transformada de Fourier permite decompor um sinal de áudio complexo, (como um som de um instrumento ou voz) do domínio do tempo para o domínio da frequência, revelando suas frequências componentes ou harmônicos. Isso é essencial para entender o timbre único de cada som, com base nessa análise, a síntese sonora utiliza a lógica de Fourier para construir sons complexos a partir de ondas senoidais simples, controlando com precisão o conteúdo harmônico para criar timbres desejados, a maioria dos efeitos e ferramentas de produção musical digital, como equalizadores, filtro, compressores e redutores de ruído, opera no domínio da frequência, tornando acessível pela transformada de Fourier, frequentemente implementada como a transformada rápida de Fourier, ou FFT.

[12], As séries de Fourier são apresentadas como decomposição de funções numa base ortogonal, formada por funções próprias de um operador autoadjunto, o teorema de Fourier, bem como suas generalizações e analogias, não apenas concretizou a acústica, como se transformou fundamento para análises de harmônicos, consonância e dissonância, batimentos dissonantes, assim como distintos conceitos musicais aparentemente dissociados da matemática.

Surgiu a música eletroacústica com a composição assistida por computador, onde utiliza-se a teoria das probabilidades e processos estocásticos (como os processos de Markov) para compor a música, controlando massas sonoras em vez de notas individuais, isso resulta em texturas sonoras complexas e inovadoras.

[1], O compositor e matemático Iannis Xenakis, usou a teoria dos conjuntos, aplicando à álgebra de conjuntos na estruturação musical, como pode ser visto em sua obra *Herna*, como arquiteto, ele ingressou conceitos espaciais e matemáticos em suas composições, sendo um pioneiro na música eletroacústica e na composição assistida por computador, ele usou de estruturas matemáticas como princípios de organização do som, na era contemporânea ele foi particularmente inovador ao usar matemática avançada para criar novas estruturas musicais.

A música digital e eletroacústica tornou-se possível do ponto de vista matemático devido à capacidade de converter o som (analógico) em dados

numéricos discretos (digitais) por meio de processos como a amostragem e a quantificação, e em seguida, manipular esses dados usando algoritmos complexos, os principais fundamentos matemáticos que permitiram essa transformação incluem: teoria da amostragem (teorema de Nyquist-Shannon), transformada rápida de Fourier, relações numéricas e proporções, algoritmos de síntese sonora.

Em resumo, a matemática permite que o som seja tratado como informação digital, abrindo um vasto campo de possibilidades para a criação e manipulação sonora que define a música digital e eletroacústica.

4 CONTRIBUIÇÕES DE GRANDES MATEMÁTICOS PARA A RELAÇÃO DA MATEMÁTICA COM A MÚSICA

[9], A música é uma arte da razão que, ao se manifestar em som, permite a expressão e a emoção. Matemáticos e cientistas garantiram que a música fosse uma arte racional ao provar que o som é governado por números e proporções, essa ordem numérica é o que dá à música sua estrutura, permitindo que os compositores a manipulem para criar a expressão e a emoção que experimentamos.

Para os grandes matemáticos a música manifesta a razão por que ela codifica a ordem universal em vibrações, a emoção e a beleza vêm de como o músico manipula essa estrutura subjacente, mas a coerência e a harmonia são garantidas pela precisão fria do número, significando que a beleza musical não é um acidente, mas um imperativo matemático.

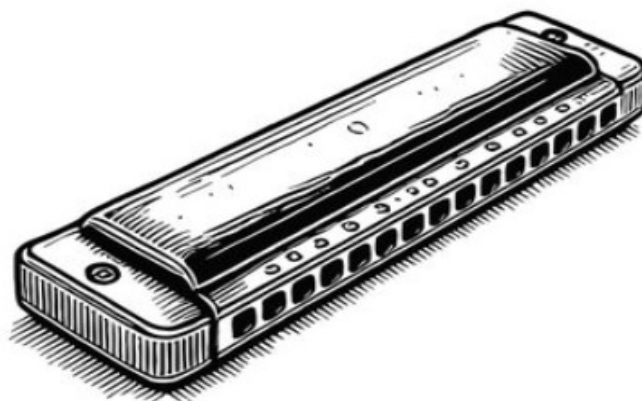
O compositor usa a tensão criada pela dissonância (que envolve razões numéricas mais complexas) e a resolve voltando à consonância (as razões simples), sendo a harmonia o porto seguro, a ordem numérica para onde a música deve, racionalmente, retornar.

A precisão fria dos números fornece a exatidão das proporções de números inteiros que definem os intervalos mais consonantes, ou seja, os que soam melhor, significa que um intervalo é harmônico se, e somente se, suas frequências de vibração simples é o resultado direto de uma razão numérica exata, então ela é garantida por essa precisão.

As leis da matemática são objetivas, então a relação 2:1 sempre produzirá uma oitava, seja na Grécia antiga, na China imperial ou em um sintetizador moderno, o contraste com a emoção e a expressão (o calor da música) surgem da manipulação dessa base fria.

[13], As duas áreas também usam o termo harmônica. Em música é um instrumento musical e em matemática é um adjetivo dado a uma média, uma série e uma razão, o termo harmônica no instrumento refere-se à produção de notas harmônicas baseadas em relações de números inteiros e a média harmônica é a ferramenta matemática clássica usada para descrever essas proporções harmônicas de Pitágoras.

Figura 1 - Instrumento Harmônica



Fonte: Wikipedia (versão em português, acesso em [9 de outubro de 2025]).

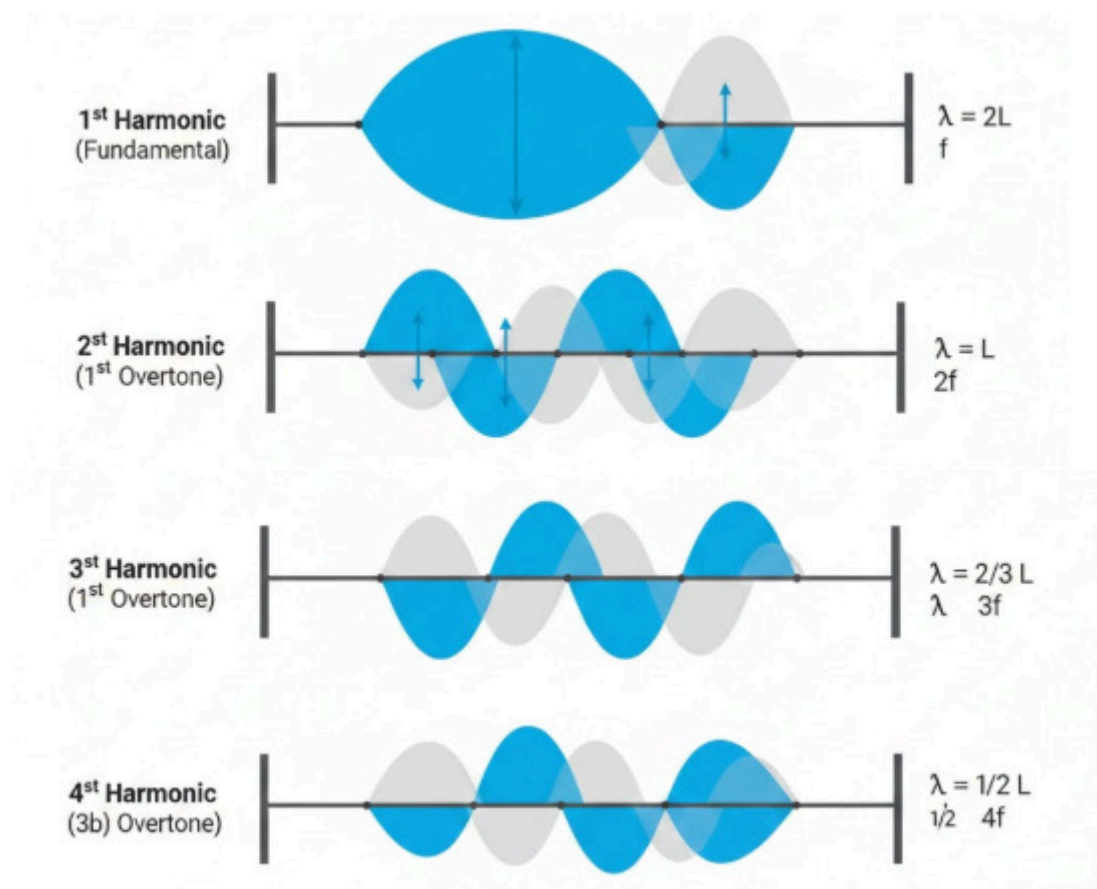
Figura 2 - Média harmônica

$$H = \frac{n}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{x_i}} = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots + \frac{1}{x_n}}$$

Fonte: Wikipedia (versão em português, acesso em [9 de outubro de 2025]).

Além disso, harmônica se refere também a algo que está nas duas áreas: frequência harmônica. A série harmônica é o conjunto de ondas composto pela frequência fundamental e de todos os múltiplos inteiros desta frequência, na teoria musical é a relação entre as várias frequências que a nota musical emite (série de frequências partindo da fundamental) (Figura 3).

Figura 3 - Série harmônica



Fonte: Wikipedia (versão em português, acesso em [9 de outubro de 2025]).

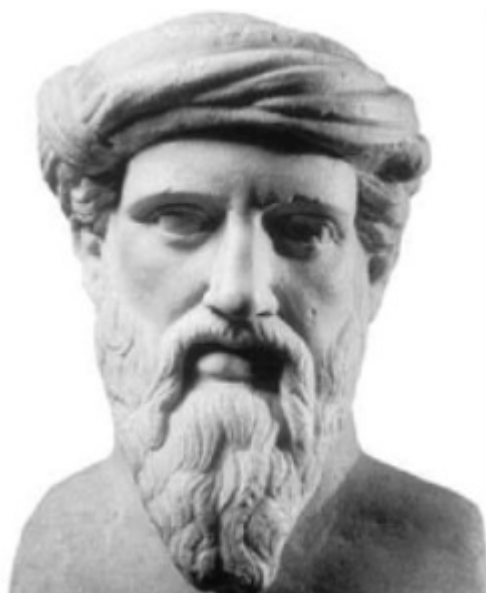
Há muitos outros assuntos que juntam as duas áreas e que foram tema de estudo para muitos matemáticos. Neste capítulo mostraremos as contribuições dos matemáticos: Pitágoras de Samos, Marin Mersenne, Jean Baptiste Joseph Fourier e Iannis Xenakis, para a relação da matemática com a música.

4.1 Pitágoras de Samos

[4], Pitágoras nasceu na ilha grega de Samos (Figura 4), na costa jônica, por volta de 570 a.C. Ele estudou matemática, astronomia, música, literatura e filosofia em sua cidade natal. Em Mileto foi orientado pelo filósofo pré-socrático Tales de Mileto. Pitágoras viajou extensivamente em busca de novos conhecimentos, passando por locais como: Egito onde morou por mais de 20 anos, estudando

geometria e, para conhecer melhor os mistérios da religião egípcia, chegou a se tornar sacerdote.

Figura 4 - Pitágoras de Samos



Fonte: Wikipédia

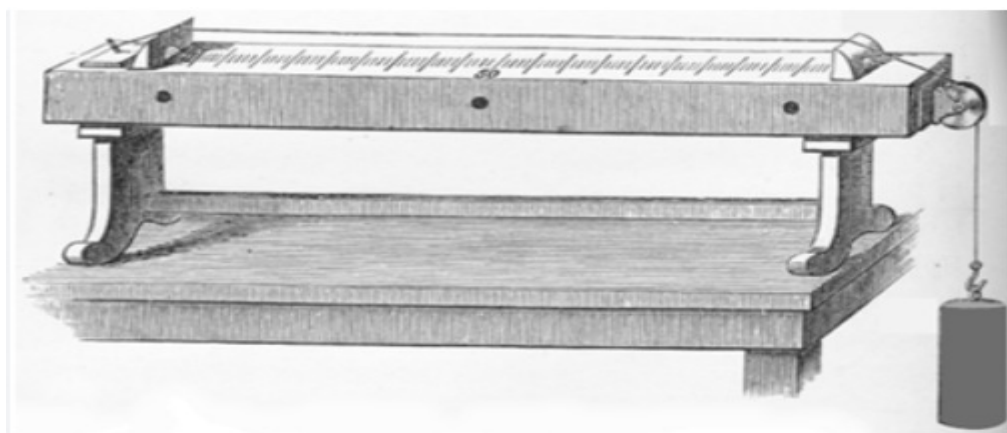
Foi levado para o cativeiro na Babilônia após a conquista do Egito, onde estudou e descobriu como as ciências eram desenvolvidas nessa região, outras viagens mencionadas incluem a Síria, Arábia, Pérsia e Índia, onde adquiriu e desenvolveu seus conhecimentos. Foi considerado amante da sabedoria, é o popularizador e possível formalizador da relação geométrica do teorema de Pitágoras, ele sistematizou e demonstrou essa relação matemática e trabalhou na classificação de números (pares, ímpares, primos, compostos, figurados e perfeitos).

[9], Pitágoras fundou uma escola filosófica e religiosa na cidade de Crotona, nessa escola, conhecida como escola pitagórica, os estudos de Aritmética, Geometria, Música e Astronomia eram essenciais para a purificação da mente.

A contribuição de Pitágoras para a relação da matemática com a música foi a descoberta de que os intervalos musicais que soam agradáveis (consonância) são o resultado de proporções de números inteiros pequenos e simples (2:1, 3:2, 4:3), Pitágoras criou um instrumento de uma corda só, o monocórdio, para isolar e medir as relações entre comprimento da corda e o tom produzido (Figura 5). Pitágoras as

chamava de consonâncias perfeitas e as usou para construir uma escala musical, a primeira tentativa que se conhece de organizar sons musicais em um sistema numérico ordenado. Ele descobriu que, começando com uma nota, crescendo uma quinta e depois uma quarta, se chegava a uma nota uma oitava acima da inicial. Assim surgiu a escala diatônica (Dó, Ré, Mi, Fá, Sol, Lá, Si), composta por sete notas obtidas em um processo de subir uma quinta e depois uma quarta.

Figura 5 - O monocórdio



Fonte: Clubes de matemática da OBMEP

[9], Em consequência a música foi elevada ao status de ciência matemática, a contribuição de Pitágoras forneceu a base para toda a teoria musical posterior sobre afinação, tonalidade e harmonia. Em suma, a descoberta de Pitágoras transformou a música de uma arte efêmera em um modelo matemático do universo, ditando o caminho da educação ocidental e influenciando diretamente a ciência, a filosofia e a estética por mais de dois milênios.

4.2 Marin Mersenne

Marin Mersenne (1588-1648), foi um padre mínimo, teólogo e, crucialmente, um matemático, físico e teórico musical francês do séc. XVII (Figura 6). Ele é considerado uma figura central da revolução científica, atuando como despachante e ponto focal de uma rede de correspondência entre os principais intelectuais da época, como René Descartes, Galileu, Fermat e Huygens, sem periódicos científicos, Mersenne funcionava como uma caixa postal da Europa, trocando cartas

com pensadores por toda a Europa, divulgando descobertas e conectando mentes, informá-lo sobre uma descoberta era como publicá-la. Criticava a astrologia, a alquimia e o misticismo, defendendo uma visão mais racional e quantitativa da natureza, apesar de ser um frade.

Figura 6 - Marin Mersenne



Fonte: Getty images

[7], Mersenne foi um dos grandes representantes do mecanicismo que é a visão de que a natureza pode ser explicada por princípios mecânicos, aplicou essa visão ao estudo do som, sua contribuição para a relação da Matemática com a música foi uma investigação da natureza do som e sua propagação, estabelecendo as propriedades físicas do som e as proporções matemáticas dos intervalos musicais. Ao contrário de algumas filosofias da época que se concentravam apenas nas causas metafísicas, Mersenne focou na mecânica do som, baseando-se em observações e experimentos.

A sua contribuição mais importante para a física do som e da música é a formulação da lei de Mersenne, que descreve a frequência de oscilação de uma corda vibrante, esta Lei formaliza e quantifica a relação entre o Tom e as propriedades físicas da corda, sendo essencial para a construção e afinação de instrumentos de corda.

A frequência (f) de uma corda vibrante é inversamente proporcional ao comprimento da corda, proporcional à raiz quadrada da tensão ($\sqrt{T}$) na corda e inversamente proporcional a raiz quadrada da massa por unidade de comprimento (L), ou seja, inversamente proporcional à raiz quadrada da massa vezes o

comprimento. Em termos matemáticos, a lei pode ser expressa (em sua forma moderna, derivada dos seus achados) pela relação que mostra como a frequência fundamental (f) depende do comprimento da corda (L), da tensão (T) e da densidade linear (u): $f \propto \frac{1}{L} \sqrt{\frac{T}{u}}$. Mersenne estabeleceu os alicerces da acústica como uma ciência físico-matemática, usando princípios experimentais e quantitativos, em contraste com a abordagem puramente aritmológica da tradição pitagórica. Ele explorou as propriedades das cordas e dos tubos sonoros, realizando experimentos que variam comprimento, tensão e diâmetro para sistematizar suas leis, buscou estabelecer relações claras e objetivas, baseadas na matemática, para fenômenos musicais como a consonância e a agradabilidade na música.

Marin Mersenne transformou a música em objeto de estudo da física e da matemática, ao fornecer as primeiras leis quantitativas que explicam como as características físicas de uma corda vibrante afetam o som que ela produz.

4.3 Jean-Baptiste Joseph Fourier

[12], Jean-Baptiste Joseph Fourier (1768-1830) nasceu em Auxerre, França, em 21 de março de 1768, e faleceu em Paris em 16 de maio de 1830. Ele é mais conhecido por seus estudos Pioneiros e a invenção da técnica matemática que levou o seu nome, análise de Fourier (Figura 7).

Figura 7 - Jean-Baptiste Joseph Fourier



Fonte: Unicentro

Jean- Baptiste Joseph Fourier estudou em escolas militares e também na *École Normale Supérieure* em Paris. Sua paixão pela matemática se destacou desde cedo, ele teve um papel ativo durante a Revolução Francesa e, mais tarde, acompanhou Napoleão Bonaparte em sua campanha no Egito, onde administrou projeto científicos, após seu retorno da França ele se dedicou à pesquisa científica tornando-se o secretário da academia francesa de ciências.

[13], Fourier criou uma ferramenta matemática conhecida como série de Fourier e em sua forma contínua, a transformada de Fourier. O seu Trabalho sobre a decomposição de funções periódicas forneceu o fundamento matemático para a compreensão, análise e manipulação digital do som.

A principal contribuição de Fourier para à música está na sua capacidade de decompor qualquer onda complexa como som musical em uma soma de ondas senoidais e cossenuais simples, chamadas de harmônicos ou parciais.

Ele resolveu o problema do som, onde uma nota musical tocada em um violino seria um som complexo e parecia muito diferente da mesma nota tocada em uma flauta um instrumento mais puro, mesmo que ambas tivessem a mesma frequência fundamental, ou seja, a altura, essa diferença era o timbre, então Fourier demonstrou que qualquer som superior complexo $f(t)$ poderia ser representado pela soma infinita de ondas senoidais simples, cada uma com sua própria amplitude e frequência.

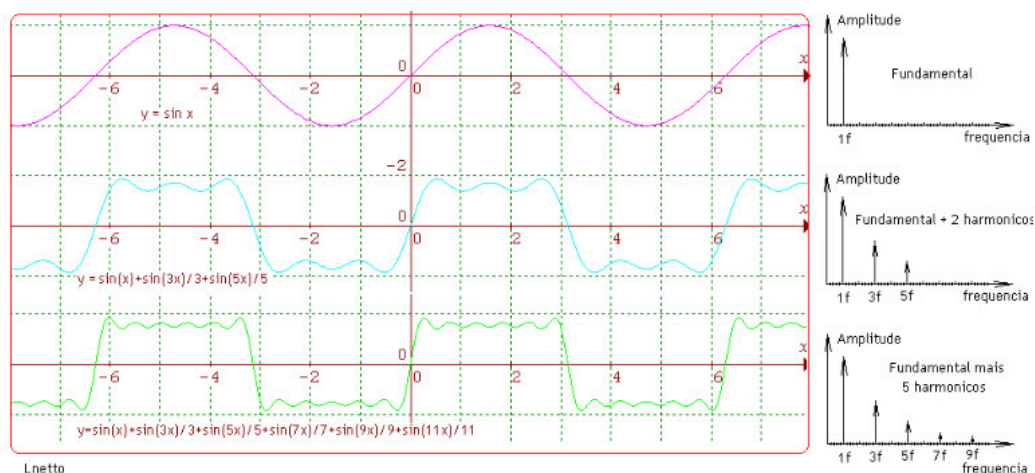
A série de Fourier permitiu que cientistas e engenheiros identificassem e quantificassem exatamente a quantidade de cada harmônico presente em um som. A transformada de Fourier permitiu criar um aspecto de frequência em um gráfico de FFT, que é o DNA do timbre do som, criando assim o estudo científico do timbre.

[12], A revolução digital na música seria impossível sem o trabalho de Fourier, para gravar e transmitir música digital, o áudio analógico contínuo é convertido em dados discretos, sendo a versão digital da transformada de Fourier usada para analisar os dados de áudio.

O ouvido humano é mais sensível a certas frequências do que a outras, a transformada de Fourier decompõe o som, e algoritmos de compressão (como usado em MP3) e podem identificar e descartar frequências (harmônicos) que são inaudíveis, reduzindo o tamanho do arquivo sem perda perceptível de qualidade. Todos os processadores de sinal de áudio digital, como equalizadores e filtros

dependem da transformada de Fourier, porque eles trabalham decompondo sinal em suas frequências componentes, ao aumentar os graves que são as frequências mais baixas ou os agudos que são as frequências mais altas, o equalizador na verdade está aumentando a amplitude de um grupo de harmônicos específicos, conforme calculado pela transformada. Assim permitem remover ruídos ou isolar instrumentos, a transformada permite que o filtro isole e elimine com precisão as frequências indesejadas, em suma a transformada de Fourier é o motor invisível por trás da ciência do som, e do modelo de instrumentos eletrônicos e de toda a tecnologia de gravação e reprodução de música digital moderna (Figura 8).

Figura 8 - Transformada de Fourier

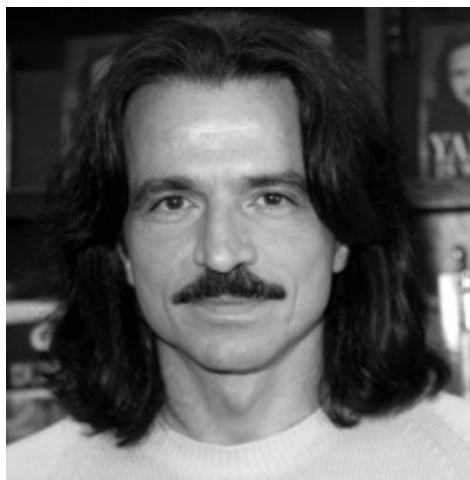


Fonte: Lnetto

4.4 Iannis Xenakis

Iannis Xenakis (1922-2001) foi um engenheiro, arquiteto, teórico musical e compositor grego-francês (Figura 9), nascido na Romênia, sua vida foi marcada por uma intensa atividade em múltiplas áreas e por um profundo envolvimento na resistência grega durante a segunda guerra mundial, onde foi ferido, perdendo um olho, estudou civil em Atenas, o que lhe deu base sólida em matemática. Estudou composição com grandes mestres como Olivier Messiaen, que o encorajou a usar seus conhecimentos em matemática e arquitetura para criar sua própria música.

Figura 9 - Iánnis Xenakis



Fonte: Getty images

[14], A sua principal e mais radical contribuição direta de modelos matemáticos complexos para a composição, revolucionando a noção de som musical e o papel do compositor, Xenakis é o pai da música Estocástica, um conceito que aplica a teoria das probabilidades (como as leis de Bernoulli e a distribuição de Poisson), a teoria dos jogos e processos aleatórios para compor, em vez de escrever nota por nota em uma melodia linear (como no serialismo, que ele criticava por sua complexidade auditiva), Xenakis usava a matemática para controlar o efeito macroscópico do som, ele controlava a densidade, a textura e as nuvens de som, formadas por massas de instrumentos, deixando os eventos micro musicais(as notas individuais) submetidos a regras de probabilidade. Ele argumentou que a música poderia ser tratada como um problema formalizado por teoremas matemáticos.

Ele se tornou pioneiro na música eletrônica e na arte digital, criou o centro de estudos Matemáticos e Automáticos Musicais (CEMAMu) para desenvolver a composição assistida por computador.

Criou obras eletroacústicas: Concret PH, composta para ser executada dentro do Pavilhão Philips, utilizando sons de carvão em brasa e espetáculos multimídia que integravam som, luz, laser e arquitetura, transformando espaços em ambientes sensoriais imersivos.

Iannis Xenakis levou a composição musical para além da intuição ou da rigidez serialista, inserindo-a no domínio das ciências exatas e da probabilidade, ele usou a matemática para liberar o som, explorando novas texturas orquestrais e eletrônicas que mudaram fundamentalmente a música contemporânea. Xenakis via a orquestra ou um conjunto de sons como um sistema composto por uma grande quantidade de eventos (notas, ataques, durações, glissandi). Individualmente, esses eventos parecem aleatórios, no entanto, em grande número, eles formam uma textura ou massa previsível, governada por leis da probabilidade, assim como o movimento das moléculas em um gás. Em vez de se preocupar se um violino faria um Dó ou um Ré, Xenakis se preocupava com a densidade de eventos musicais em um determinado trecho de tempo, por exemplo nessa seção de 15 segundos, haveria uma média de 100 sons distribuídos aleatoriamente entre os instrumentos de corda. Aos ouvidos, a música soa como um ruído organizado ou uma massa sonora em evolução (como o canto de milhares de cigarras ou o barulho de uma multidão), O compositor controla o grau de desordem (entropia) e a evolução dessa massa.

Ele usava a lei de Poisson para determinar a probabilidade de que um número específico de eventos sonoros ocorresse em uma pequena seção da música, ou para distribuir os instrumentos de forma que não parecessem estar em hierarquia, mas sim independentes.

Em essência, a matemática não lhe dizia quais notas escrever, mais sim quantas notas, onde e quão denso o som deveria ser, dando uma liberdade controlada e científica à sua criação, usando as cadeias de Markov que permitiam que a probabilidade de um evento futuro dependesse apenas do estado atual do sistema, e não de como ele chegou lá, ele criava uma matriz onde cada valor representa a probabilidade de transitar de um estado sonoro para outro.

5 BENEFÍCIOS DA RELAÇÃO DA MATEMÁTICA COM A MÚSICA PARA O ENSINO DA MATEMÁTICA BÁSICA

O maior poder da música é sua capacidade de materializar conceitos matemáticos de forma que possam ser ouvidos, sentidos e percebidos no tempo e no espaço, a matemática frequentemente percebida como um campo abstrato, frio e puramente lógico, representa um desafio pedagógico significativo: como torná-la acessível e relevante para estudante que se sente desconectado de seus axiomas e equações? A resposta reside, em grande parte, na música, que não é apenas um adorno curricular, mas uma ponte estrutural, sensorial e emocional que transforma a disciplina em uma experiência dinâmica, concreta e coletiva.

A música pode ser uma ótima ferramenta para melhorar o aprendizado e ajudar os alunos a se lembrarem de conceitos de matemática. Todos nós já tivemos a experiência de lembrarmos da letra de uma música mesmo depois de muito tempo sem ouvi-la. Isso nos mostra como a combinação de melodia e letra pode nos ajudar a memorizar palavras. Essa ideia já é explorada por muitos professores, que criam músicas sobre a tabela periódica ou sobre a tabela trigonométrica. Além disso, a música em sala de aula pode ajudar a atrair o interesse dos alunos. Matemática é uma disciplina da qual os alunos geralmente não gostam ou tem dificuldade, mas ao trazer para dentro da sala de aula algo que eles gostem, podemos tornar a matéria mais atrativa.

[15], São listados como possíveis benefícios a redução de estresse ou da ansiedade, a melhor memorização da matéria e o aumento da motivação ou do engajamento.

Ao longo deste capítulo daremos exemplos de como a música pode ser usada em sala de aula e trazer benefícios.

5.1 Falar ou cantar

O estudo de Sandra L. Calvert e Maureen [13], investigam os efeitos do uso de canções na memorização verbal de crianças em diferentes intervalos de tempo: curto. As autoras buscam compreender se o formato musical facilita a recordação literal das palavras quando comparado à forma falada tradicional. O experimento

envolveu estudantes de ensino médio e faculdade, expostas a materiais apresentados tanto em forma de canção quanto em forma verbal. Os resultados indicaram que os estudantes que ouviram as informações em forma de canção obtiveram melhor desempenho na gravação literal das palavras, especialmente quando houve repetição. No entanto, esse efeito positivo da música não se estendeu à compreensão do significado das palavras. Em outras palavras, os estudantes lembravam mais facilmente da forma sonora e do ritmo do texto, mas sem necessariamente entender o conteúdo semântico. Destaca-se que a canção parece ativar processos de memória superficiais, ligados ao som e à forma, o que pode favorecer a retenção literal, mas limitar a aprendizagem conceitual profunda.

Esses resultados sugerem que o uso da música em contextos educacionais é particularmente útil quando o objetivo é memorizar informações exatas ou sequenciais, como fórmulas, listas, ou estruturas verbais. Contudo, quando se pretende estimular o entendimento conceitual, é necessário complementar a música com estratégias de reflexão e explicação.

Assim, o estudo reforça que a música pode ser uma ferramenta pedagógica eficaz para consolidar memórias literais, mas seu uso isolado pode não garantir compreensão semântica. As autoras recomendam a combinação entre métodos musicais e práticas cognitivas ativas para promover uma aprendizagem mais completa e significativa.

5.2 Emoção versus interesse

O artigo *The Role of Affect in Student* [17] discute o papel central das emoções na forma como os estudantes se envolvem nas atividades escolares.

No ambiente escolar, o nível de ativação emocional influencia diretamente o engajamento do aluno. Por exemplo, emoções desagradáveis, mas ativadoras, como a raiva, podem levar a uma participação intensa, enquanto emoções desagradáveis e desativadoras, como o tédio, reduzem o envolvimento e o interesse pela tarefa. Dessa forma, o impacto da emoção sobre o aprendizado não depende apenas de ser positivo ou negativo, mas também do grau de ativação emocional envolvido.

No campo da motivação, a autora utiliza a *achievement goal theory* como estrutura principal para compreender como os alunos direcionam seus esforços de aprendizagem. Essa teoria diferencia entre metas de maestria, focadas no

desenvolvimento de competência e aprendizado, e metas de desempenho, voltadas à demonstração de competência e comparação social. Os alunos orientados para metas de maestria tendem a experimentar emoções agradáveis, como entusiasmo e satisfação, e a apresentar menor incidência de emoções desagradáveis, como ansiedade ou frustração. Por outro lado, os alunos focados em metas de desempenho demonstram padrões emocionais mais variáveis: podem sentir orgulho e euforia quando têm sucesso, mas também tensão e tristeza quando falham em se destacar em relação aos colegas. Além disso, o estado emocional influencia a adoção de metas: estudantes que estavam com humor desagradável eram menos propensos a adotar metas de maestria, enquanto o humor agradável favorecia a orientação para objetivos de aproximação. Por outro lado, estudantes que receberam instruções para adotar metas de desempenho relataram mais emoções desagradáveis, como tensão e ansiedade, do que aqueles orientados para metas de maestria.

Emoções agradáveis e ativadoras (como entusiasmo, curiosidade e interesse) estão associadas a maiores níveis de esforço e à adoção de estratégias de autorregulação. Em contrapartida, emoções desagradáveis e desativadoras (como desânimo e apatia) reduzem a participação e comprometem o aprendizado.

Conclui-se que o emocional exerce papel central na aprendizagem, atuando tanto como resultado da motivação quanto como condição que a influencia. Dessa forma, promover estados emocionais positivos e estimulantes em sala de aula pode favorecer o engajamento e a aprendizagem significativa.

5.3 Música e estatística

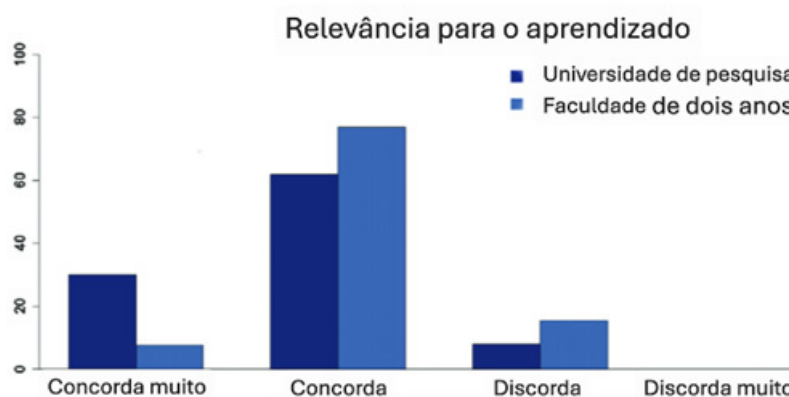
No artigo *Developing Interactive Educational Songs for Introductory Statistics*, [18] é descrito de 28 músicas interativas que abordam assuntos de introdução à estatística. As músicas são interativas na medida em que o site solicita contribuições do aluno, como conceitos ou exemplos, e, em seguida, reproduz a música com as respostas dadas pelo aluno.

O processo de criação das músicas envolveu uma equipe multidisciplinar de estatísticos, educadores e músicos profissionais. As etapas principais deste processo foram:

1. Identificação dos principais conceitos de introdução à estatística (como variância, média, amostragem, probabilidade e inferência).
2. Criação das letras e melodias baseadas em estruturas musicais familiares aos estudantes.
3. Implementação do site, com um sistema que permite ao aluno inserir respostas e gerar versões personalizadas da canção.
4. Testes com turmas de universidades dos Estados Unidos para avaliar o impacto das músicas na aprendizagem e coletar *feedback*.

Os estudantes avaliaram o site em quesitos como utilidade, clareza da interface do site, qualidade musical e influência na redução da ansiedade (Figura 10)

Figura 10 - Gráfico da qualidade musical e influência na redução da ansiedade



Fonte: Retirado do estudo [15]

No gráfico acima estão representadas as porcentagens de alunos que deram como resposta que “Concorda muito”, “Concorda”, “Discorda”, “Discorda muito” da afirmação “As atividades interativas de música que fizemos na aula foram relevantes para a minha aprendizagem dos tópicos de estatísticas”. Foram entrevistados 77 alunos de *research university* (universidade de pesquisa, foco em pesquisa, graduação e pós-graduação) e de *two-year college* (faculdade de dois anos, ensino mais curto, prático, acessível, normalmente de dois anos).

As respostas abertas de estudantes e docentes apontam para três temas principais: memorização aprimorada (as melodias ajudaram a fixar fórmulas e conceitos), maior motivação (as aulas se tornaram mais leves e divertidas) e redução da ansiedade (especialmente entre alunos com histórico de dificuldade em

matemática). Alguns professores também relataram aumento na participação em sala e maior interesse nas atividades práticas.

Exemplo de uma das músicas do site :

Uma Abordagem Radical

Para o desvio, você precisa da raiz
 Não permuta
 Pegue a raiz
 Crescimento de amostra é uma coisa
 Isso é absoluto
 Seu erro padrão fica atrasa, ele encolhe como –
 Erro padrão atrasa, ele encolhe como –
 Erro padrão atrasa, ele encolhe como –
 A raiz.
 A raiz quadrada!

O objetivo da criação desse site foi ajudar professores e alunos a criarem músicas sobre estatísticas mesmo não tendo conhecimento musical.

Criando músicas matemáticas:

No artigo *Mathematical lyrics: noteworthy endeavours in education* [19], se discute o uso de letras de músicas relacionadas à matemática como ferramenta pedagógica no ensino de matemática e estatística. O autor define letras matemáticas como letras de canções inspiradas em conceitos matemáticos e explora como elas podem promover engajamento, memorização e compreensão conceitual entre estudantes de diferentes níveis. Na música popular há exemplos de referências matemáticas, por exemplo *Möbius strip*, *infinity* e *fractals*, mas o foco do artigo é a criação de suas próprias paródias musicais para abordar conteúdos matemáticos.

Algumas estratégias para a criação de letras matemáticas incluem parodiar músicas conhecidas, compor raps e adaptar estruturas simples. As canções podem ajudar na memorização de fórmulas e conceitos, introduzir novos conceitos, reforçar processos de raciocínio, conectar a matemática à história e ao mundo real,

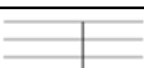
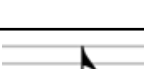
humanizar a matemática, reduzindo a ansiedade e aumentando o engajamento dos estudantes.

Há duas experiências com música em sala de aula citadas no artigo. A primeira foi como docente em uma disciplina de estatística na Universidade do Texas em El Paso, utilizando a paródia “Mean” (inspirada em Taylor Swift) para ensinar medidas de tendência central e discutir a inadequação da média em distribuições assimétricas. Observações e entrevistas qualitativas mostraram que as músicas aumentaram o interesse e diminuíram o estresse em sala de aula. A segunda experiência foi realizada com 147 estudantes e comparou grupos expostos e não expostos a canções matemáticas. O grupo que ouviu as músicas apresentou melhor desempenho médio nas questões relacionadas.

5.4 Música e fração

O ensino de matemática na África do Sul enfrenta diversos desafios, com níveis de desempenho dos alunos frequentemente abaixo do esperado. O estudo de frações, em particular, é uma área de muita dificuldade para os alunos. A pesquisa realizada no artigo *Enriching the teaching of fractions through integrating mathematics and music* [20], buscou explorar como a integração da música, especificamente os valores das notas musicais, pode enriquecer o ensino de frações no ensino fundamental.

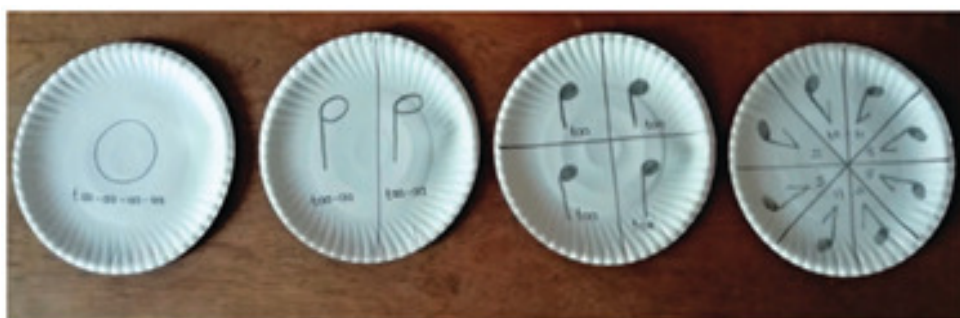
Quadro 1 - Notas musicais e suas durações

Nome da nota	Duração	Representação da nota
Semibreve	1	
Mínima	$\frac{1}{2}$	
Semínima	$\frac{1}{4}$	
Colcheia	$\frac{1}{8}$	

Fonte das imagens: Wikipedia (versão em português, acesso em 23 de outubro de 2025).

Os autores do artigo notaram que a integração entre matemática e música pode ser benéfica para as duas áreas. As atividades musicais mostraram como diferentes abordagens podem ser realizadas no ensino de frações. Foram usados instrumentos musicais, pratos de papéis, apresentações de slides e massinhas. Eles permitiram que os valores dos tempos das notas fossem vinculados às frações. Os alunos gostaram de brincar com esses objetos, aumentando a motivação em aprender e a participação na prática. Através de testes, o professor que aplicou essas aulas constatou que estas atividades tiveram um efeito positivo sobre o ensino de frações.

Figura 11 - Pratos de papel contendo as figuras musicais



Fonte: Retirada do artigo [17].

O estudo mostra que integrar música ao ensino de matemática oferece uma alternativa às representações tradicionais de frações, como pizzas e barras de chocolate, amplamente usadas no ensino fundamental. Os autores ressaltam que o objetivo da pesquisa não foi obter resultados generalizáveis, mas sim inspirar outros professores a reconhecer o valor da integração curricular e adaptá-la a seus contextos. Porém um dos autores possuía conhecimento musical, o que facilitou o desenvolvimento das aulas integradas. Considerando isso, é questionado se a atividade conseguiria ser dada por alguém sem conhecimento musical. Assim, os autores incentivam novas pesquisas para investigar se docentes sem esse conhecimento poderiam utilizar estratégias semelhantes, talvez simplificando os conteúdos musicais, por exemplo, usando menos valores de notas musicais ou frações com números menores, adaptadas para turmas de séries iniciais.

O uso da música como recurso pedagógico na sala de aula de Matemática constitui uma estratégia potente e multifacetada para promover a aprendizagem, a

motivação e o engajamento dos estudantes. A integração entre música e matemática, longe de representar uma mera atividade lúdica, revela-se um instrumento didático capaz de articular cognição, emoção e criatividade, ampliando as formas de representar conceitos e favorecer a construção do conhecimento.

Muitos estudos, além dos já citados, demonstram que o uso de canções educativas pode contribuir para a retenção de conteúdos abstratos e para o desenvolvimento de uma postura mais positiva diante da disciplina, tradicionalmente percebida pelos alunos como difícil ou distante da realidade cotidiana. A música, ao ativar processos emocionais e afetivos, facilita a memorização, a atenção e o raciocínio.

Além dos benefícios cognitivos, o uso da música em aulas de Matemática promove um ambiente de aprendizagem mais inclusivo e participativo, estimulando o trabalho colaborativo, a expressão individual e a autoconfiança dos estudantes. Essa abordagem interdisciplinar reforça os princípios de uma educação integral, que reconhece a importância das dimensões emocionais e sociais no processo de aprendizagem.

No entanto, reconhece-se que a aplicação dessa metodologia pode ser difícil, uma vez que nem todos os professores possuem familiaridade com conceitos musicais. Nesse sentido, a colaboração entre docentes de Matemática e de Música pode ser muito produtiva e importante para o desenvolvimento de práticas integradas e contextualizadas, adaptadas às diferentes faixas etárias e realidades escolares.

Durante a realização desta pesquisa, não encontramos um grande banco brasileiro de músicas educativas voltadas especificamente para o ensino de Matemática. Em contrapartida, observa-se que as redes sociais têm desempenhado um papel fundamental como espaços alternativos de compartilhamento e circulação de músicas de Matemática. Plataformas como YouTube, TikTok, Instagram e Facebook tornaram-se ambientes férteis para a difusão de conteúdos criativos, produzidos por professores, estudantes e divulgadores científicos. Nessas redes, é possível encontrar paródias, raps, canções autorais e vídeos didáticos que abordam temas como frações, funções, álgebra, geometria e estatística, muitas vezes com linguagem acessível e próxima da realidade dos alunos. Esses conteúdos, embora não integrem bancos formais ou repositórios acadêmicos, contribuem

significativamente para o ensino e a popularização da Matemática, pois associam ritmo, humor e emoção ao aprendizado, favorecendo a memorização e o engajamento estudantil. Além disso, podem ser fontes de letras de músicas para os professores usarem diretamente em sala de aula ou se inspirarem e criarem suas próprias músicas.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Conforme apresentado ao longo do texto, é possível pensar em uma conexão entre a matemática e a música, visto que ambas apresentam uma profunda e milenar relação, remontando à Antiguidade Clássica, em que a escola pitagórica estabeleceu que a harmonia e as consonâncias musicais são governadas por razões simples de números inteiros, elevando a música ao *status* de ciência matemática.

Mostrou-se ainda que a matemática provê os alicerces invisíveis e a estrutura lógica sobre os quais a música é construída. As contribuições de matemáticos, como a aplicação da divisão geométrica por Simon Stevin para o temperamento igual, solucionaram problemas de afinação de séculos e abriram caminho para a harmonia moderna. De forma mais contemporânea, o trabalho de Jean-Baptiste Joseph Fourier, com a série e a transformada que levam seu nome, forneceu o fundamento matemático essencial para a acústica moderna, a análise de timbres e toda a tecnologia de gravação e reprodução digital de áudio. Sendo assim, a coerência e a harmonia musical são garantidas pela precisão objetiva dos números.

No âmbito pedagógico, este trabalho reforçou que a integração entre música e matemática constitui uma estratégia potente e multifacetada, capaz de materializar conceitos matemáticos abstratos de forma audível e sensorial. O uso da música em sala de aula serve como um instrumento didático para articular a cognição, a emoção e a criatividade. Conforme mostrado, estudos indicam que canções e paródias musicais são particularmente eficazes para a retenção literal e a memorização de conteúdos sequenciais, como fórmulas e conceitos, embora devam ser complementadas por estratégias de reflexão para garantir a compreensão conceitual profunda.

Além dos benefícios cognitivos diretos (como a melhor memorização), a música promove um ambiente de aprendizagem mais positivo, aumentando o engajamento e a motivação dos estudantes. Ressalta-se ainda que o aspecto afetivo é crucial, pois a música contribui significativamente para a redução do estresse e da ansiedade, especialmente entre os alunos com dificuldades prévias em matemática. Exemplos práticos, como o uso dos valores das notas musicais para ensinar frações, oferecem representações concretas e alternativas às metodologias tradicionais, enriquecendo a prática do ensino fundamental.

Apesar de apresentar um grande potencial, reconhece-se que a plena aplicação desta metodologia pode enfrentar desafios, principalmente a falta de familiaridade de alguns professores de Matemática com os conceitos musicais. Nesse sentido, a colaboração entre docentes de Matemática e de Música pode se tornar proveitosa para o desenvolvimento de práticas integradas e contextualizadas. Observa-se também que, na ausência de grandes bancos formais brasileiros de músicas educativas, plataformas digitais e redes sociais têm se consolidado como espaços alternativos importantes para o compartilhamento de conteúdos criativos, ajudando na popularização da Matemática e no engajamento estudantil.

Conclui-se, portanto, que o presente trabalho alcançou seu objetivo ao sistematizar o potencial didático da música, reforçando a ideia de que o raciocínio lógico-matemático e a criatividade não são opostas, mas elementos complementares. Sendo assim, a adoção da música nas aulas de Matemática contribui para os princípios de uma educação integral, que valoriza as dimensões emocionais e sociais no processo de construção do conhecimento.

7 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Embora o tema não tenha sido exaustivamente explorado, ele tem grande potencial para aprofundamento em pesquisas futuras. Uma possibilidade é investigar como os docentes sem conhecimento musical formal poderiam utilizar estratégias musicais simplificadas para o ensino de Matemática, ou ainda, explorar modelos de formação continuada que promovam a colaboração interdisciplinar entre professores de Matemática e Música. Além disso, futuras pesquisas podem se concentrar na avaliação da eficácia pedagógica dos conteúdos de Matemática disponíveis em plataformas de mídia social.

REFERÊNCIAS

- [1] CAMPOS, H. N. Polifonia na Paris do século XIII: gêneros e notação em Notre-Dame. **Revista Científica do Conservatório de Música de Sergipe**, Aracaju, SE, v. 4, n. 1, p. 11-20, 2018.
- [2] ANDRÉ, João Paulo; FIOLEAIS, Carlos. **A Harmonia das Esferas**: Música, Ciência e os Mistérios do Universo. Lisboa: Gradativa, 2025.
- [3] BESSADA, D. A Gênese de Harmonia das Esferas no Antigo Pitagorismo. **Revista Música**, São Paulo, v. 14, n. 1, p. 85-114, maio 2014. DOI: \$10.11606/rm.v14i1.115248\$. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/678307994/A-Genese-da-Harmonia-das-Esferas-no-Antigo-Pitagor> . Acesso em: 9 dez. 2025.
- [4] SABOYA, M. C. P. Pitágoras: todas as coisas são números. **Revista Educação, Gestão e Sociedade**, Jandira, v. 5, n. 19, p. 1-14, 2015. Disponível em: https://uniesp.edu.br/sites/_biblioteca/revistas/20170509162118.pdf.
- [5] CASTANHEIRA, C. P. **De institutione música, de Boécio - Livro I**: tradução e comentários. 2009. 154 f. Dissertação (Mestrado em Letras: Estudos Literários) - Faculdade de Letras, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 2009. Disponível em: <https://repositorio.ufmg.br/server/api/core/bitstreams/b2648739-aed3-40b6-bfd4-099526fc8ab2/content>. Acesso em: 01. Dez. 2025
- [6] DEVREESE, J. T.; BERGHE, G. V. (ed.). **Magic is No Magic**: The Wonderful World of Simon Stevin. Leiden: Brill, 2008. 488 p.
- [7] SILVA, P. T. A harmonia mecanicista em Mersenne. **Discurso**, n. 37, p. 75-101, 2007. Disponível em: <https://revistas.usp.br/discurso/article/view/62919/65711>. Acesso em: 01. Dez. 2025.
- [8] MÁRQUEZ, R. G.; VAIANO, A. Z.; OLIVEIRA, R. de. A Matemática no Universo da Música. **Revista EIXO**, v. 3, n. 2, p. 104-112, 2014. DOI: <https://doi.org/10.19123/eixo.v3i1.147>. Disponível em: <https://arquivorevistaeixo.ifb.edu.br/index.php/RevistaEixo/article/view/147>. Acesso em: 9 dez. 2025.
- [9] ABDOUNUR, O. J. **Matemática e Música**: A construção de um olhar. São Paulo: Escrituras Editora, 2006.
- [10] ABDOUNUR, O. J. **Matemática e Música**: o pensamento analógico na construção de significados. 3. ed. São Paulo: Escrituras Editora, 2003.
- [11] PISANO, Leonardo (Fibonacci). **Liber Abaci**. Edição de Baldassarre Boncompagni, 1857.
- [12] JEAN BAPTISTE JOSEPH FOURIER. *In*: Wikipédia, a enciclopédia livre.

Disponível em: https://pt.wikipedia.org/wiki/Jean_Baptiste_Joseph_Fourier. Acesso em: 08 dez. 2025.

[13] PERROTA, R. C; PERROTTA, S. G. M. Articulação entre matemática, música e física. **Dialogia**, São Paulo, v. 3, p. 65-74, out. 2004.

[14] XENAKIS, I. **Formalized Music**: Thought and Mathematics in Composition. 2. ed. Nova York: Pendragon Press, 1992.

[15] CROWTHER, G. J., MCFADDEN, T., FLEMING, J. S., & DAVIS, K. Leveraging the power of music to improve science education. **International Journal of Science Education**, v. 38, n. 1, p. 73-95, 2016. DOI: \$10.1080/09500693.2015.1126001\$. Disponível em: <https://doi.org/10.1080/09500693.2015.1126001>. Acesso em: 9 dez. 2025.

[16] CALVERT, S. L.; TART, M. Song versus verbal forms for students' very-long-term, long-term, and short-term verbatim recall. **Journal of Applied Developmental Psychology**, v. 14, p. 245–260, 1993. Disponível em: <https://cdmc.georgetown.edu/wp-content/uploads/2015/03/Calvert-Tart-1993.pdf>. Acesso em: 7 dez. 2025.

[17] LINNENBRINK, E. A. The role of affect in student learning: A multi-dimensional approach to considering the interaction of affect, motivation, and engagement. *In*: SCHUTZ, P. A.; PEKRUN, R. (Ed.). Emotion in education. **Academic Press**, 2007. p. 107-124. Disponível em: <https://www.sciencedirect.com/science/chapter/edited-volume/abs/pii/B97801237254>

[18] LESSER, L. M.; Pearl, D. K.; Weber III, J. J., Sousa; D. M., Carey, R. P.; Haddad, S. A. Developing Interactive Educational Songs for Introductory Statistics. **Journal of Statistics Education**, v. 27, n. 3, p. 238-252, 2019. DOI: \$10.1080/10691898.2019.1677533\$. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/10691898.2019.1677533#d1e287>. Acesso em: 9 dez. 2025.

[19] LESSER, L. M. Mathematical lyrics: noteworthy endeavours in education. **Journal of Mathematics and the Arts**, v. 8, n. 1–2, p. 46–53, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1080/17513472.2014.950833>. Disponível em: <https://www.tandfonline.com/doi/abs/10.1080/17513472.2014.950833>. Acesso em: 1 dez. 2025.

[20] LOVEMORE, T. S.; ROBERTSON, S.-A.; GRAVEN, M. Enriching the teaching of fractions through integrating mathematics and music. **South African Journal of Childhood Education**, [S. l.], v. 11, n. 1, a899, 2021. DOI: <https://doi.org/10.4102/sajce.v11i1.899>. Disponível em: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1288482.pdf>. Acesso em: 8 dez. 2025.

	INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
	Campus Campina Grande - Código INEP: 25137409
	R. Tranquilino Coelho Lemos, 671, Dinamérica, CEP 58432-300, Campina Grande (PB)
	CNPJ: 10.783.898/0003-37 - Telefone: (83) 2102.6200

Documento Digitalizado Ostensivo (Público)

entrega de TCC

Assunto:	entrega de TCC
Assinado por:	Leda Lucia
Tipo do Documento:	Certificado
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Ostensivo (Público)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- Leda Lucia de Araujo, DISCENTE (202111230039) DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - CAMPINA GRANDE, em 23/02/2026 12:51:30.

Este documento foi armazenado no SUAP em 23/02/2026. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 1774560
Código de Autenticação: 341dac0dd7

