



INSTITUTO FEDERAL
Paraíba
Campus Campina Grande

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
CURSO SUPERIOR DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA

AURILIA TRANQUILINO MOUSINHO

**O MODELO MATEMÁTICO DA ESCALA DE pH COMO ESTRATÉGIA PARA A
DESMISTIFICAÇÃO E O ENSINO DE LOGARITMOS: UMA SEQUÊNCIA
DIDÁTICA INTERDISCIPLINAR.**

CAMPINA GRANDE - PB

2026

AURILIA TRANQUILINO MOUSINHO

**O MODELO MATEMÁTICO DA ESCALA DE pH COMO ESTRATÉGIA PARA A
DESMISTIFICAÇÃO E O ENSINO DE LOGARITMOS: UMA SEQUÊNCIA
DIDÁTICA INTERDISCIPLINAR.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado no Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), como requisito parcial para obtenção do título de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Ma. Kíssia Carvalho

AURILIA TRANQUILINO MOUSINHO

**O MODELO MATEMÁTICO DA ESCALA DE pH COMO ESTRATÉGIA PARA A
DESMISTIFICAÇÃO E O ENSINO DE LOGARITMOS: UMA SEQUÊNCIA
DIDÁTICA INTERDISCIPLINAR.**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado
no Curso Superior de Licenciatura em Mate-
mática do Instituto Federal de Educação, Ci-
ência e Tecnologia da Paraíba (IFPB), como
requisito parcial para obtenção do título
de Licenciado em Matemática.

Orientadora: Profa. Ma. Kíssia Car-
valho

Aprovado em: 27/07/2026

BANCA EXAMINADORA

Documento assinado digitalmente
 **KÍSSIA CARVALHO**
Data: 04/08/2026 09:51:57-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Ma. Kíssia Carvalho
Orientadora
Instituto Federal da Paraíba - Campus CG

Documento assinado digitalmente
 **ERIKA CARLA ALVES CANUTO DA COSTA**
Data: 04/08/2026 18:22:59-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Profa. Ma. Érika Carla A. Canuto da Costa
Instituto Federal da Paraíba - Campus CG

Documento assinado digitalmente
 **LUIS HAVELANGE SOARES**
Data: 04/08/2026 15:53:10-0300
Verifique em <https://validar.iti.gov.br>

Prof. Dr. Luís Havelange Soares
Instituto Federal da Paraíba - Campus CG

Catálogo na fonte:

Ficha catalográfica elaborada por Gustavo César Nogueira da Costa - CRB 15/479

M932m Mousinho, Aurilia Tranquilino.

O modelo matemático da escala de pH como estratégia para a desmistificação e o ensino de logaritmos: uma sequência didática interdisciplinar / Aurilia Tranquilino Mousinho. – Campina Grande, 2026.

71 f. : il.

Trabalho de Conclusão de Curso (Curso de Licenciatura em Matemática.) - Instituto Federal da Paraíba, 2026.

Orientadora: Profa. Ma. Kíssia Carvalho

1. Matemática - ensino de matemática. 2. Logaritmos - escala de pH 3. Modelagem matemática. I. Carvalho, Kíssia. II. Título.

CDU 51:37.016

Este trabalho é dedicado exclusivamente à Deus, que foi o meu sustento, a minha força e a minha sabedoria em cada etapa desta longa jornada. Olho para trás e posso declarar com toda a certeza do meu coração: “Ebenézer; até aqui nos ajudou o Senhor.” (1 Samuel 7:12).

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, pela força, saúde e discernimento concedidos ao longo de toda esta jornada acadêmica, permitindo-me superar as dificuldades e concluir esta importante etapa da minha vida.

À minha orientadora, Profa. Ma. Kíssia Carvalho, pela paciência, dedicação, incentivo e pelas valiosas correções e direcionamentos que tornaram possível a realização deste trabalho. A sua competência e rigor científico foram fundamentais para o meu crescimento como pesquisadora e futura docente.

À minha família, em especial à minha mãe Josefa Tranquilino da Silva e à minha irmã Alzenir Mousinho Gomes, por me incentivarem a terminar o curso.

Aos professores do Curso Superior de Licenciatura em Matemática do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB) – Campus Campina Grande, pelos conhecimentos partilhados, pelas exigências que me fizeram evoluir e pelo exemplo de profissionalismo.

Agradeço profundamente aos membros da banca examinadora, o Professor Dr. Luís Havelange Soares e a Professora Ma. Érika Carla A. Canuto da Costa, pela generosidade em aceitarem o convite para avaliar este trabalho. Agradeço pelo tempo dedicado à leitura atenta e minuciosa, bem como pelas valiosas contribuições, críticas e sugestões que foram fundamentais para o aperfeiçoamento desta pesquisa e para o meu crescimento acadêmico e profissional.

Aos meus colegas de turma, especialmente Dyellen Fernandes dos Santos, Ivonete da Silva, Josenildo Barbosa da Silva e Lêda Lúcia de Araújo, que sempre me incentivaram a continuar no curso, o meu muito obrigada pela paciência e por sempre acreditarem no meu potencial, quando eu mesma estava cansada e sem forças para continuar.

Por fim, a todos que, mesmo sem citar nomes, torceram pelo meu sucesso e contribuíram para a minha formação humana e profissional. A todos, o meu muito obrigada.

“A ciência e a vida não são para serem temidas, mas compreendidas. Assim como uma equação logarítmica permite que observemos o invisível e o distante, o pioneirismo de nós, mulheres, amplia os horizontes do conhecimento humano”
([S. l.: s. n.], [s.d.]. Disponível em: [pensador.com](https://www.pensador.com). Acesso em: 19 jun. 2026.)

RESUMO

O ensino de logaritmos no Ensino Médio apresenta desafios relacionados à elevada abstração dos conceitos, à predominância da memorização de fórmulas e à dificuldade dos estudantes em compreender suas aplicações práticas. Diante desse contexto, esta pesquisa buscou responder à seguinte questão: **De que forma o modelo matemático da escala de pH pode contribuir para a compreensão do conceito de logaritmo no Ensino Médio?** Sendo assim o objetivo dessa pesquisa é propor uma sequência didática interdisciplinar, utilizando o modelo matemático da escala de pH como cenário investigativo, para a introdução e desmistificação dos conceitos de logaritmos com estudantes do Ensino Médio. Para alcançar esse objetivo, realizou-se uma pesquisa bibliográfica, de natureza aplicada e abordagem qualitativa, baseada em autores que discutem o ensino de logaritmos, interdisciplinaridade e sequências didáticas. Inicialmente, foram analisadas as dificuldades presentes no ensino de logaritmos e modelo matemático e a interdisciplinaridade como estratégia para o ensino. Em seguida, foi apresentada o modelo da escala de pH, evidenciando a relação entre os conceitos matemáticos e químicos envolvidos. Como resultado, foi elaborada uma sequência didática baseada nas ideias de Zabala (1998) e na sequência de Sousa et al. (2013), produzindo atividades contextualizadas e no uso de materiais de fácil acesso presentes no cotidiano dos estudantes, visando tornar a aprendizagem dos logaritmos mais significativa e próxima da realidade dos alunos. Associado à sequência didática, foi apresentado o KitLog-pH, que é um kit pedagógico com material concreto para o ensino de logaritmos. Conclui-se que a modelagem matemática da escala de pH constitui uma alternativa promissora para o ensino de logaritmos, favorecendo a contextualização, a interdisciplinaridade e a construção de aprendizagens mais significativas, além de oferecer aos professores da Educação Básica uma proposta metodológica que pode ser adaptada e utilizada em diferentes contextos educacionais.

Palavras-chave: Ensino de Logaritmos. Escala de pH. Interdisciplinaridade. Sequência Didática. Kit Pedagógico.

ABSTRACT

The teaching of logarithms in secondary education presents challenges related to the high level of abstraction of the concepts, the predominance of formula memorization, and students' difficulty in understanding their practical applications. In this context, this study sought to answer the following research question: HOW CAN THE MATHEMATICAL MODEL OF pH SCALE CONTRIBUTE TO THE UNDERSTANDING OF THE CONCEPT OF LOGARITHMS IN SECONDARY EDUCATION? Accordingly, the objective of this study was to propose an interdisciplinary didactic sequence, using the mathematical model of the pH scale as an investigative context to introduce and demystify the concepts of logarithms for secondary school students. To achieve this objective, an applied qualitative bibliographic study was conducted, based on authors who discuss the teaching of logarithms, interdisciplinarity, and didactic sequences. Initially, the study examined the challenges involved in teaching logarithms, mathematical modeling, and interdisciplinarity as a teaching strategy. Subsequently, the mathematical model of the pH scale was presented, highlighting the relationship between the mathematical and chemical concepts involved. As a result, a didactic sequence was developed based on the proposals of Zabala (1998) and Sousa et al. (2013), comprising contextualized activities and the use of easily accessible materials from students' daily lives, with the aim of making the learning of logarithms more meaningful and closely connected to their reality. In addition, the KitLog-pH was developed and presented as a pedagogical kit consisting of hands-on teaching materials designed to support the teaching and learning of logarithms. It is concluded that the mathematical modeling of the pH scale constitutes a promising alternative for teaching logarithms, as it promotes contextualization, interdisciplinarity, and the development of more meaningful learning experiences. Furthermore, it provides Basic Education teachers with a methodological proposal that can be adapted and implemented in different educational contexts.

Keywords: Teaching of Logarithms; pH Scale; Interdisciplinarity; Didactic Sequence; Pedagogical Kit.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

Figura 1 – (a)John Napier (1550–1617) ; (b) Henry Briggs (1561–1630); (c) Leonhard Euler (1707–1783)	27
Figura 2 – Representação geométrica da função logarítmica crescente ($a > 1$) e sua simetria com a função exponencial.	33
Figura 3 – Representação geométrica da função logarítmica decrescente ($0 < a < 1$) e sua simetria com a função exponencial.	34
Figura 4 – Escala de pH	39
Figura 5 – Tabela comparativa entre substâncias, pH , concentração molar e potências de base 10.	41
Figura 6 – Gráfico representativo do pH em escala logarítmica.	42
Figura 7 – Gráfico representativo do pH em escala linear.	43
Figura 8 – Capa do KiLog-ph	58
Figura 9 – Frente do KiLog-ph	58
Figura 10 – Descrição dos materiais KiLog-ph	59
Figura 11 – Material do Kit	60
Figura 12 – Folhetos explicativos KiLog-ph	60
Figura 13 – Cartão 1 do KiLog-ph	63
Figura 14 – Cartão 2 do KiLog-ph	64
Figura 15 – Cartão 3 do KiLog-ph	65
Figura 16 – Cartões dentro do KiLog-ph	65

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Escala de cores do indicador de repolho roxo correlacionada ao pH e à	
concentração hidrogeniônica.	62

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BNCC	Base Nacional Comum Curricular
CAPES	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CE	Conselho Estadual
CNE	Conselho Nacional de Educação
CPB	Casa Publicadora Brasileira
FNDE	Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IDEB	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IFPB - CG	Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia da Paraíba - Campus Campina Grande
INEP	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
KiLog-pH	Kit Interdisciplinar de Logaritmos e pH (Variações: KILog-pH, KitLogPH)
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PCN+	Ministério da Educação Parâmetros Curriculares Nacionais
pH	Potencial Hidrogeniônico
pOH	Potencial Hidroxiliônico
PNDL	Programa Nacional do Livro e do Material Didático
TDIC	Programa Nacional do Livro e do Material Didático
TDS	Teoria das Situações Didáticas
SD	Sequência Didática
ZDP	Zona de Desenvolvimento Proximal

LISTA DE SÍMBOLOS

$[E$	$]$ Colchetes - Indicam a concentração em mol/L de uma substância química E.
H^+	Íon de Hidrogênio
OH^-	Íon Hidróxido (ou Hidroxila)
log	Logaritmo na base 10
H^3O^+	Íon Hidrônio
C°	Graus Celsius (Unidade de medida de temperatura)

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	14
1.1 Delimitação do Tema	15
1.2 Problematização	15
1.3 Objetivos	15
1.4 Justificativa	16
1.5 Metodologia	17
2 LOGARITMOS: MODELAGEM E INTERDISCIPLINARIDADE COMO RE- CURSOS DIDÁTICOS	20
2.1 O Ensino de Logaritmo: Contexto e Dificuldades	20
2.2 O Modelo Matemático como Ferramenta de Ensino	22
2.3 A Interdisciplinaridade no Ensino de Matemática	23
3 O MODELO MATEMÁTICO DA ESCALA DE PH	26
3.1 O logaritmo e a função $f(x) = \log_b(x)$	26
3.1.1 O Logaritmo	27
3.1.1.1 Propriedades dos logaritmos	29
3.1.1.2 Mudança de Base	30
3.1.1.3 Função logarítmica: Definição e Propriedades	31
3.1.1.4 Equações Logarítmicas: Tipologias e Métodos de Resolução	33
3.2 Fundamentos Químicos: O Equilíbrio Iônico da Água e o Conceito de pH	35
3.2.1 Equilíbrio iônico da água	35
3.3 Definição de ácidos, bases e pH	36
3.4 Análise da Escala Inversa: Por que o pH diminui quando a acidez aumenta?	37
3.5 Estudo da Variação de Magnitude: A diferença entre variação linear e exponencial na concentração de íons	41
4 PROPOSTA DIDÁTICA: INVESTIGANDO O COTIDIANO	45
4.1 Sequência didática, o que é?	45
4.1.1 A Sequência Didática como Instrumento de Pesquisa e Ensino	48
4.2 Estrutura da Sequência didática (Público-alvo, tempo e materiais)	48
4.3 Atividade 1: “Choque Logarítmico” entre o Limão e a Maçã	50
4.3.1 Descrição da Atividade	50
4.4 Atividade 2: Analisando o pH de Shampoos e Refrigerantes (Interpretação de Rótulos)	51
4.4.1 Descrição da Atividade	52
4.5 Atividade 3: A Alcalinidade da Clara de Ovo e o Conceito de pOH	53
4.5.1 Descrição da Atividade	54

4.6	Análise das atividades propostas de acordo com a Teoria das Sequencias	
	didáticas	55
4.7	Construção do Kit-pedagógico “KILog-pH”	57
4.7.1	Identidade visual e encarte interno	58
4.7.2	Dentro do Box	59
4.7.3	O que torna KILog-pH Inovador?	66
5	Considerações Finais	67
	REFERÊNCIAS	69

1 INTRODUÇÃO

O ensino de Matemática no Ensino Médio enfrenta desafios complexos, especialmente no que se refere à compreensão de conteúdos tradicionalmente rotulados como abstratos, como as funções logarítmicas. Atualmente, nota-se um avanço significativo no mercado editorial, que já disponibiliza livros didáticos amplamente alinhados a propostas contextualizadas e interdisciplinares. Contudo, a presença desse material de apoio não tem sido suficiente para transformar a realidade da sala de aula; muitas vezes, observa-se uma lacuna decorrente da falta de engajamento prático com essas metodologias inovadoras. É preciso destacar, no entanto, que essa postura frequentemente decorre de barreiras estruturais impostas ao docente.

O professor de Matemática esbarra corriqueiramente na falta de apoio da gestão escolar e em sistemas de ensino rígidos que o obrigam a manter uma postura tradicionalista, focada no cumprimento mecânico de extensos cronogramas voltados para avaliações padronizadas (BALL; MAGUIRE; BRAUN, 2016). Muitas vezes a carga horária excessiva e o acúmulo de aulas reduzem drasticamente o tempo disponível para que este profissional possa planejar e construir pontes interdisciplinares complexas por conta própria. Esse cenário de isolamento pedagógico muitas vezes drena o próprio engajamento da comunidade docente, tornando a reprodução do modelo tradicional a única saída viável no cotidiano (FIORENTINI, 2008). Somado a isso, há uma crônica escassez de investimentos por parte das esferas governamentais, que negligenciam a manutenção e a aquisição de infraestrutura básica para práticas diferenciadas. Diante disso, limitados por tais entraves e pressionados pelo sistema, muitos estudantes continuam encontrando sérias dificuldades em atribuir significado a esses conceitos, reproduzindo apenas regras algébricas (D'AMBRÓSIO, 1996). Nesse cenário, evidencia-se a necessidade de propor sequências didáticas aplicáveis e adaptáveis, que sirvam como ferramentas de suporte para o professor romper com o formalismo mesmo diante de cenários estruturais adversos (ZABALA, 1998).

Como alternativa viável a essa realidade, a integração com as Ciências da Natureza surge como um caminho promissor. Embora a literatura científica utilize diferentes métricas estruturadas por funções logarítmicas — como a escala Richter ¹ na Geofísica e a escala de pH na Química —, esta pesquisa defende que a abordagem do potencial hidrogeniônico (pH) ² possui um apelo pedagógico mais imediato e potente para a realidade

¹ A Escala Richter é uma ferramenta matemática quantitativa utilizada para medir a magnitude (o tamanho e a força) de um terremoto, baseando-se na quantidade de energia liberada em seu ponto de origem. (<https://brasilecola.uol.com.br/geografia/escala-richter.htm>)

² A escala de pH (Potencial Hidrogeniônico) é uma régua numérica utilizada para medir o grau de acidez, neutralidade ou alcalinidade (basicidade) de uma solução aquosa. Ela mensura diretamente a concentração de íons de hidrogênio (H^+ ou H_3O^+) livres em uma substância (abordada no capítulo 3).

do Ensino Médio brasileiro. O modelo do pH permite humanizar o conteúdo matemático, transformando a função logarítmica em uma ferramenta palpável para interpretar fenômenos reais e visíveis do dia a dia, em vez de limitá-la a eventos distantes da vivência escolar.

1.1 DELIMITAÇÃO DO TEMA

O presente trabalho delimita-se ao estudo de estratégias didáticas para utilizar a função do potencial hidrogeniônico (pH) como ponto de partida na introdução dos conceitos de logaritmos. A pesquisa circunscreve-se à área da Educação Matemática com viés interdisciplinar entre Matemática e Química, direcionada especificamente para o contexto do Ensino Médio, e busca explorar como a utilização de fenômenos do cotidiano pode contribuir para a compreensão dessas estruturas algébricas abstratas.

Para tanto, o escopo deste estudo restringe-se ao desenvolvimento de uma sequência didática estruturada como um guia metodológico facilitador, cujo objetivo é fornecer aos professores um roteiro prático, dinâmico e de fácil aplicabilidade. Ao organizar as atividades passo a passo em torno do modelo da escala de potencial hidrogeniônico (pH) em situações reais, essa proposta visa otimizar o tempo de planejamento do docente e sugerir alternativas pedagógicas viáveis que contornem a falta de infraestrutura escolar, amparando o professor na transição do modelo tradicionalista para uma construção conceitual com real significado prático.

1.2 PROBLEMATIZAÇÃO

O ensino de logaritmos é frequentemente marcado por dificuldades de aprendizagem, principalmente devido ao seu caráter abstrato e à ausência de contextualização. Muitos estudantes não conseguem compreender o significado da função logarítmica, restringindo-se à memorização de fórmulas e propriedades. Diante desse cenário, levanta-se o seguinte problema de pesquisa: **De que forma o modelo matemático da escala de pH pode contribuir para a compreensão do conceito de logaritmo?** Essa questão orienta a investigação, buscando alternativas que tornem o ensino mais acessível, significativo e conectado à realidade dos alunos.

1.3 OBJETIVOS

Propor uma sequência didática interdisciplinar, utilizando o modelo matemático da escala de *pH* como cenário investigativo, para a introdução e desmistificação dos conceitos de logaritmos com estudantes do Ensino Médio.

Objetivos Específicos

- Analisar a interdisciplinaridade podem ser articuladas no processo de ensino e aprendizagem de conteúdos matemáticos abstratos.
- Articular os fundamentos matemáticos da função logarítmica em paralelo com os conceitos químicos do equilíbrio iônico da água e da escala de Potencial Hidrogeniônico (pH).
- Desenvolver uma sequência didática dividida em atividades experimentais e reflexivas voltadas ao Ensino Médio a partir de elementos do cotidiano.

1.4 JUSTIFICATIVA

A escolha do tema deste Trabalho de Conclusão de Curso (TCC) fundamenta-se, inicialmente, em uma inquietação prática vivenciada durante o período de estágio supervisionado. Por já possuir formação em Licenciatura em Química, trazia comigo o desejo de enxergar a ciência de forma integrada e aplicada. No entanto, ao realizar a regência na disciplina de Matemática, o professor orientador da escola direcionou a conduta pedagógica para que o conteúdo de logaritmos focasse estritamente na aplicação mecânica de fórmulas e na construção técnica de gráficos.

Ao seguir essa instrução, percebi que esse formato tradicional, excessivamente robusto na teoria e focado na memorização de propriedades abstratas, acabou por esvaziar o sentido do assunto para os estudantes. Sem uma contextualização que fizesse ligação com o universo palpável do aluno, os logaritmos foram recebidos apenas como regras complexas, distantes e sem utilidade prática. O incômodo de testemunhar os estudantes decorando processos instrumentalizados, somado à percepção de que a minha bagagem na Química oferecia ferramentas ricas de aplicação, tornou-se o combustível essencial para esta pesquisa.

Ao observar as produções científicas contemporâneas voltadas ao ensino de logaritmos, nota-se uma forte tendência em propor o uso de tecnologias digitais (como softwares de geometria dinâmica ou simuladores virtuais). No entanto, há uma evidente escassez de propostas que utilizem materiais concretos, tácticos e manipuláveis para este conteúdo específico. Essa lacuna torna-se ainda mais crítica ao considerarmos a realidade de escolas públicas brasileiras que enfrentam exclusão digital ou falta de laboratórios de informática funcionais. Assim, propor uma sequência baseada em elementos físicos e palpáveis do cotidiano preenche esse vazio metodológico.

Na literatura científica, é comum encontrar diferentes métricas estruturadas por funções logarítmicas, destacando-se o pH e a escala Richter. Embora ambos os conceitos demonstrem como variações numéricas pequenas expressam grandes diferenças físicas por meio de ordens de magnitude (HALLIDAY; RESNICK; WALKER, 2016), eles possuem

apelos pedagógicos drasticamente distintos dentro do cenário nacional. A escala Richter é frequentemente utilizada em livros didáticos como o exemplo clássico de logaritmo, funcionando a partir da medição da amplitude das ondas que se movem pela terra para quantificar a magnitude de abalos sísmicos. Contudo, essa abordagem afasta-se da vivência prática do alunado local, visto que o território brasileiro não sofre com terremotos de grandes proporções.

Em contrapartida, no ensino médio brasileiro, a interdisciplinaridade por meio do pH mostra-se significativamente mais relevante e contextualizada. O potencial hidrogeniônico determina o grau de acidez de soluções e funciona de forma inversa e multiplicada por dez a cada unidade alterada na escala. Essa dinâmica permite ao docente trabalhar com elementos diretos do dia a dia dos estudantes, como a acidez de alimentos, produtos de limpeza, o sangue humano ou a água da chuva.

Portanto, a relevância desta pesquisa reside na urgência de romper com o modelo engessado e puramente algébrico experimentado na regência. Ao unir as duas áreas de formação, este trabalho justifica-se ao propor o uso da afinidade química do pH não apenas como um exemplo posterior, mas como o ponto de partida metodológico para introduzir os conceitos matemáticos. Essa estratégia humaniza o conteúdo, transformando a função logarítmica em uma ferramenta interpretativa de fenômenos reais e visíveis, gerando um aprendizado que de fato faça sentido para o aluno e ampare o professor na transição para uma prática docente transformadora.

1.5 METODOLOGIA

A presente pesquisa insere-se no campo da Educação Matemática e caracteriza-se, quanto à sua natureza, como um estudo de caráter aplicado. Conforme os pressupostos de Gil (2022), a pesquisa aplicada se propõe a gerar conhecimentos voltados à aplicação prática e dirigidos à solução de problemas específicos. No caso deste estudo, essa aplicação se materializa na busca por caminhos metodológicos que superem as barreiras do formalismo clássico no ensino de funções logarítmicas. Quanto aos seus objetivos, a investigação assume um viés descritivo, nível de pesquisa que, segundo Gil (2022), busca detalhar as características de um determinado fenômeno ou estabelecer relações conceituais. Essa opção justifica-se pela necessidade de investigar, sob uma abordagem predominantemente qualitativa, as nuances associadas aos processos de ensino e aprendizagem de conceitos abstratos, distanciando-se de análises meramente estatísticas para focar na construção de significados cognitivos no ambiente escolar.

Sob o ponto de vista dos procedimentos técnicos, o delineamento desta investigação configura-se primordialmente como uma pesquisa bibliográfica associada a um estudo teórico-propositivo. De acordo com Gil (2022), a pesquisa bibliográfica é essencial por ser construída a partir de material já elaborado, constituído principalmente de livros e artigos

científicos, o que garante o amparo teórico necessário para cobrir uma gama de fenômenos muito mais ampla do que aquela que poderia ser pesquisada diretamente. A partir desse arcabouço, estruturou-se o planejamento de uma intervenção pedagógica voltada ao Ensino Médio. O percurso metodológico desdobra-se em quatro etapas integradas, desenhadas em estrita de acordo com o encadeamento dos capítulos que compõem este Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), tendo como foco a modelagem matemática da escala de pH como estratégia interdisciplinar.

A primeira etapa, que serviu de sustentação teórica e metodológica para o Capítulo 2, consistiu na realização de uma pesquisa bibliográfica detalhada. Para mapear o panorama do ensino de logaritmos, suas dificuldades inerentes e as potencialidades da interdisciplinaridade, recorreu-se ao acervo físico da biblioteca do Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba (IFPB) Campus Campina Grande, bem como a acervos digitais pessoais. Complementarmente, realizou-se uma revisão integrativa da literatura científica no portal Google Acadêmico e no portal Periódicos da CAPES, delimitando o horizonte temporal de busca entre os anos de 2020 e 2026. Foram utilizados livros consolidados e artigos clássicos indexados que discutem as matrizes conceituais e as barreiras cognitivas na transição do pensamento aritmético para o exponencial no Ensino Médio.

A segunda etapa metodológica subsidiou a fundamentação científica expressa no Capítulo 3. Esta fase caracterizou-se por uma revisão bibliográfica de natureza estritamente conceitual e histórica. Foram consultadas obras clássicas de Química Geral e Físico-Química para fundamentar os conceitos de equilíbrio iônico da água e potencial hidrogeniônico (pH), cruzando-os com livros consolidados de Matemática Elementar voltados ao estudo analítico da função logarítmica e de suas propriedades algébricas. Adicionalmente, buscou-se suporte em literatura especializada de História da Matemática para reconstruir a evolução cronológica dos logaritmos a partir dos trabalhos pioneiros de John Napier, Henry Briggs e Euler. As ilustrações e representações visuais utilizadas para enriquecer a narrativa histórica desse capítulo foram coletadas em plataformas de divulgação científica e no repositório digital ResearchGate, sendo adaptadas com fins estritamente didáticos.

A terceira etapa traduz-se no núcleo propositivo do trabalho, correspondente ao Capítulo 4, espaço onde se concentra a principal contribuição autoral deste TCC. Esta etapa consistiu no desenvolvimento de um estudo teórico-propositivo para o planejamento e estruturação de uma Sequência Didática (SD) inédita voltada ao Ensino Médio. A elaboração das atividades práticas foi diretamente fundamentada a partir da leitura e do aprofundamento em artigos clássicos sobre teorias de sequências de ensino, conferindo-se ênfase especial à Compreensão Pedagógica de Antoni Zabala, que preza pelo encadeamento articulado e progressivo de saberes, e à Compreensão Matemática expressa pela metodologia da Sequência Fedathi, desenvolvida por Hermínio Borges Neto, que posiciona o educando no papel ativo de um investigador científico. A partir desses pressupostos teóricos, a sequência foi desenhada em três encontros de 100 minutos cada, empregando

substâncias de fácil acesso no cotidiano para promover a ruptura com a aprendizagem puramente mecânica.

Por fim, a quarta e última etapa metodológica consistiu em uma análise reflexiva e a priori das atividades propostas. Sob a luz das diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC) e dos conceitos da Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose, confrontaram-se as potencialidades da intervenção projetada com as metas de superação do “paradigma do exercício” abstrato. Avaliou-se como a transposição dos dados experimentais (álgebra do pH) para a representação gráfica das funções e a identificação do comportamento assintótico das curvas no plano cartesiano podem conduzir o aluno à construção de uma literacia matemática crítica e interdisciplinar.

Durante o processo de redação deste trabalho, utilizou-se a ferramenta de Inteligência Artificial Google Gemini para auxiliar na revisão ortográfica, gramatical e no aprimoramento da fluidez textual. Esclarece-se que a tecnologia foi empregada exclusivamente para a correção linguística do material pré-existente, sem interferência na geração de novas ideias ou na criação do conteúdo intelectual. Após a aplicação da ferramenta, os textos passaram por uma leitura crítica minuciosa pela autora e orientadora, que assumem total responsabilidade pela integridade, veracidade e originalidade do conteúdo publicado.

Com o intuito de facilitar a compreensão macroestrutural da pesquisa, a organização e o encadeamento textual deste TCC encontram-se estruturados em quatro capítulos fundamentais, descritos a seguir:

Capítulo 1 – Introdução: Apresenta a delimitação do tema, a problematização acerca da abstração das funções logarítmicas, o problema de pesquisa, as justificativas acadêmica e pessoal, os objetivos do estudo e esta seção metodológica.

Capítulo 2 – Logaritmos: Interdisciplinaridade como Recursos Didáticos: Mapeia os desafios contemporâneos do ensino desse conteúdo, os conceitos e taxonomia da Modelagem Matemática (ênfatisando os modelos educacionais), as etapas de implementação em sala de aula e as contribuições do diálogo interdisciplinar com as Ciências da Natureza.

Capítulo 3 – O Modelo Matemático da Escala de pH: Reúne a fundamentação histórica e algébrica rigorosa dos logaritmos, suas propriedades e sistemas (decimais e neperianos), integrando-os analiticamente aos fundamentos químicos do potencial hidrogeniônico e ao estudo da variação exponencial de magnitude iônica.

Capítulo 4 – Proposta Didática: Investigando o Cotidiano: Constitui o espaço central de contribuição da pesquisa, onde se detalha a estrutura da Sequência Didática proposta (público-alvo, tempo e materiais manipuláveis de laboratório), descrevendo as três atividades construídas (“Choque Logarítmico”, “Interpretação de Rótulos” e “Conceito de pOH/Comportamento Assintótico”) e tecendo as considerações analíticas sob as lentes de Zabala, da Sequência Fedathi e de Skovsmose.

2 LOGARITMOS: MODELAGEM E INTERDISCIPLINARIDADE COMO RECURSOS DIDÁTICOS

A consolidação do conhecimento matemático no Ensino Médio enfrenta o persistente desafio histórico de superar práticas pedagógicas reducionistas, fortemente ancoradas na memorização mecânica e na reprodução de algoritmos destituídos de significação prática. No cenário educacional contemporâneo, balizado pelas diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC), evoca-se uma imperativa mudança de paradigma que priorize a contextualização, a investigação ativa e a competência de decodificar a realidade por meio do instrumental das ciências exatas. Segundo [D'Ambrósio \(1996\)](#), "a matemática deixará de parecer um corpo de conhecimentos rígidos, estáticos, sem vida", se for ensinada a partir de sua utilidade social e histórica. Sob essa perspectiva, o estudo dos logaritmos e de suas respectivas funções sobressai-se de forma ambivalente: se, por um lado, possui um vasto potencial de aplicação em ecossistemas interdisciplinares, por outro, concentra elevados índices de rejeição e severas barreiras de transição cognitiva por parte dos estudantes.

Diante dessa problemática, este capítulo propõe uma imersão teórica e metodológica nas nuances que permeiam o processo de ensino-aprendizagem desse constructo matemático. Para fundamentar essa reflexão, a discussão organiza-se em três eixos estruturais e complementares. Inicialmente, diagnostica-se o panorama atual do ensino de logaritmos na escola básica, mapeando os principais entraves cognitivos e as rupturas nos registros de representação semiótica que obstaculizam a apropriação conceitual e a autonomia intelectual dos discentes. Em seguida, vamos explorar a Modelagem Matemática não meramente como um método utilitário de resolução de problemas, mas como uma alternativa epistemológica e heurística capaz de estreitar a distância entre o formalismo abstrato e a realidade empírica dos sujeitos. Por fim, problematiza-se a relevância da Interdisciplinaridade na articulação curricular, evidenciando como o diálogo sinérgico entre a Matemática e as Ciências da Natureza atua para mitigar a fragmentação do saber. Afinal, conforme aponta [\(FAZENDA, 2001, p.39\)](#), a interdisciplinaridade "não se ensina, não se aprende: vive-se, exerce-se", exigindo uma nova postura diante do conhecimento para converter modelos outrora herméticos em ferramentas funcionais de leitura e intervenção social, ambiental e científica.

2.1 O ENSINO DE LOGARITMO: CONTEXTO E DIFICULDADES.

De acordo com a Base Nacional Comum Curricular [\(BRASIL. Ministério da Educação, 2018\)](#), o ensino de logaritmos e funções logarítmicas está previsto para o Ensino Médio. Embora a BNCC não distribua o conteúdo estritamente por série, a organização curricular

comumente situa este tópico no 1º (primeiro) Ano do Ensino Médio, integrando o estudo de funções exponenciais e suas inversas. Essa abordagem permite a análise de fenômenos de crescimento e decréscimo, como por exemplo, dos juros compostos. As principais habilidades relacionadas, conforme o documento BRASIL. Ministério da Educação (2018, p. 536-544), são:

(EM13MAT303) Interpretar e comparar situações que envolvam juros compostos, destacando o crescimento exponencial e a consequente necessidade dos logaritmos.

(EM13MAT305) Resolver e elaborar problemas com funções logarítmicas em contextos como pH, abalos sísmicos e matemática financeira.

(EM13MAT403) Analisar relações entre funções exponenciais e logarítmicas por meio de tabelas e gráficos.

A abordagem da BNCC privilegia a resolução de problemas e a modelagem de fenômenos em detrimento da memorização de fórmulas. No entanto, persistem dificuldades em tornar esses conceitos significativos, visto que o tema é inerentemente abstrato e apresenta escassez de materiais manipuláveis que auxiliem a compreensão discente. Segundo (D'AMBRÓSIO, 1996), o ensino da matemática desvinculado do contexto do aluno dificulta a construção de significados, favorecendo práticas baseadas na repetição mecânica de procedimentos.

No caso específico dos logaritmos — que historicamente surgiram para simplificar cálculos astronômicos ao converter produtos em somas —, observa-se uma inversão pedagógica. Muitos estudantes limitam-se à aplicação de regras sem compreender sua utilidade real. Essa dificuldade ocorre, em grande parte, porque o logaritmo exige uma mudança de “registro de representação semiótica”¹. O aluno precisa transitar do pensamento aditivo/multiplicativo linear para o exponencial; ao falhar nessa transição, tenta aplicar regras aritméticas comuns onde elas não se aplicam, resultando na aprendizagem mecânica.

Conforme destaca Ausubel (2003), a aprendizagem só é efetiva quando o novo conhecimento se ancora em conceitos previamente existentes na estrutura cognitiva do aluno. Sob essa ótica, os principais entraves pedagógicos identificados são (D'Ambrósio (1996); Ausubel (2003)):

- Caráter Abstrato: O alto nível de abstração exigido sem o devido suporte cognitivo.
- Ausência de Contextualização: A falta de exemplos concretos que comprometem a percepção de utilidade.

¹ Conceito desenvolvido por Raymond Duval, refere-se aos sistemas de signos (linguagem natural, álgebra, gráficos) usados para representar objetos matemáticos. A aprendizagem efetiva ocorre na capacidade de conversão entre esses diferentes registros.

- Aprendizagem Mecânica: O predomínio da memorização sobre a compreensão conceitual.

Ao analisar coleções aprovadas pelo Programa Nacional do Livro e do Material Didático (PNLD), como Matemática: Contexto & Aplicações (DANTE, 2020) e Multiversos Matemática (SOUZA, 2020), percebe-se um esforço em apresentar o logaritmo como ferramenta de modelagem. Contudo, a prática pedagógica ainda esbarra na fragmentação: as aplicações interdisciplinares são frequentemente negligenciadas em favor do cumprimento de cronogramas ou pela falta de articulação entre as áreas do conhecimento.

Uma revisão integrativa no Google Acadêmico (2020-2026), utilizando o descritor “Ensino de Logaritmos”, revela uma predominância de trabalhos voltados ao uso de softwares (como o GeoGebra), Tecnologias Digitais (TDIC), História da Matemática e Resolução de Problemas. Embora essa tendência indique uma modernização, termos como “sequência didática” ou “introdução didática”, surgem com menor frequência. Essa análise permite observar a escassez de propostas baseadas em materiais manipuláveis concretos para laboratórios de matemática.

Enquanto a tecnologia supre a visualização, a ausência de objetos físicos que auxiliem na transição da aritmética para a abstração logarítmica corrobora com a visão de D’Ambrósio (1996). O problema central reside na forma de apresentação: sem conexão tátil ou contextual com a realidade, o aprendizado permanece superficial. Portanto, a contextualização surge como elemento essencial para transformar o aprendizado mecânico em aprendizagem significativa. Diante desse cenário, a Modelagem Matemática apresenta-se como uma alternativa viável para ressignificar o ensino de logaritmos, conforme discutido na seção a seguir.

2.2 O MODELO MATEMÁTICO COMO FERRAMENTA DE ENSINO.

A modelagem matemática tem sido amplamente discutida na literatura contemporânea como uma importante metodologia de ensino e pesquisa, uma vez que viabiliza a representação de fenômenos reais por meio de conceitos e estruturas formais. Sob a perspectiva pedagógica, essa abordagem permite que os estudantes compreendam como a matemática é instrumentalizada para interpretar, traduzir e explicar situações complexas presentes na natureza e na sociedade.

No contexto educacional, essa metodologia desempenha um papel na transposição didática de conteúdo. Ao relacionar esses pensamentos teóricos com fenômenos empiricamente observáveis, o processo de ensino-aprendizagem torna-se mais significativo, orgânico e motivador. Endossando essa perspectiva, Barbosa (2001) destaca que a modelagem no ensino insere os discentes em investigações ativas que simulam situações do cotidiano, favorecendo uma aprendizagem contextualizada.

A modelagem matemática, além da construção de modelos, fundamenta-se no uso de estruturas prontas como instrumento didático, onde o foco reside na manipulação, interpretação e validação do modelo pelo aluno. Conforme aponta Biembengut (2016, p. 189), essa abordagem permite focar na compreensão de conceitos programáticos, invertendo a lógica tradicional ao estudar como equações prontas regem fenômenos, conferindo materialidade a conceitos abstratos. Essa prática insere-se em níveis de modelagem onde o discente atua como analista crítico, explorando limites e simulando cenários sem a necessidade de modelar a situação inicialmente. Ao atuar como ancoragem cognitiva, o modelo pronto facilita a investigação de padrões, conectando símbolos matemáticos a fenômenos reais.

Ainda segundo (BIEMBENGUT, 2016) O processo de ensino-aprendizagem é transformado por meio de etapas fundamentais que conectam a teoria à realidade:

- Transposição didática: Transforma conceitos abstratos em ferramentas práticas e compreensíveis.
- Investigação ativa: Estimula a autonomia do estudante por meio da simulação de situações do cotidiano.
- Ancoragem cognitiva: Facilita a fixação do conteúdo programático ao dar materialidade a símbolos e equações

Quando o foco do ensino se baseia em um modelo matemático já pronto, o estudante deixa de focar no desenvolvimento algébrico inicial e passa a concentrar seus esforços em, manipulação alterando as variáveis para observar o comportamento do sistema. E assim compreende o significado real por trás de cada termo e coeficiente da equação, testando os limites do modelo e verificando se os resultados correspondem ao fenômeno observado na natureza ou na sociedade.

Assim, é possível entender que a utilização de modelos matemáticos preexistentes no ambiente educacional redefine a dinâmica da sala de aula, deslocando o foco do mero cálculo mecânico para a análise reflexiva e interpretativa. Ao atuar como uma potente ancoragem cognitiva, essa abordagem consolida a transposição didática e a investigação ativa, capacitando os estudantes a enxergarem a matemática como uma linguagem viva e instrumental para decodificar a realidade. Assim, valida-se o argumento de Biembengut (2016) sobre a importância de conferir materialidade a conceitos abstratos, consolidando um aprendizado em que o aluno não apenas manipula variáveis, mas desenvolve um senso crítico essencial para a leitura do mundo contemporâneo.

2.3 A INTERDISCIPLINARIDADE NO ENSINO DE MATEMÁTICA.

O papel social da escola consolida-se por meio de práticas permanentes pautadas nos quatro pilares educativos estabelecidos pela UNESCO (SOBE, 2021): aprender a ser,

a fazer, a conhecer e a viver juntos. Mais do que transmitir conteúdos curriculares, a instituição de ensino atua como agente indispensável na preparação do educando para os desafios da vida cidadã.

A Base Nacional Comum Curricular (BRASIL. Ministério da Educação, 2018) estabelece que o ensino deve promover a articulação entre diferentes áreas do conhecimento, incentivando a interdisciplinaridade como forma de desenvolver competências e habilidades nos estudantes. Segundo o documento, a integração entre disciplinas possibilita uma compreensão mais ampla dos fenômenos, favorecendo a construção de conhecimentos significativos e contextualizados.

A interdisciplinaridade surge como uma resposta à fragmentação do conhecimento herdada do modelo cartesiano de educação. Em termos gerais, ela não significa apenas a justaposição de conteúdos de disciplinas diferentes, mas uma mudança de atitude em relação ao saber. Conforme Japiassu (1976), a interdisciplinaridade caracteriza-se pela intensidade das trocas entre os especialistas e pelo grau de integração real das disciplinas no interior de um mesmo projeto de pesquisa. Na mesma linha, Fazenda (2001) destaca que a interdisciplinaridade é, primordialmente, uma atitude de parceria, reciprocidade e abertura diante do conhecimento, exigindo uma postura engajada do educador para romper com as fronteiras rígidas das matérias isoladas.

Avançando nessa discussão para o cenário educacional contemporâneo, Thiesen (2011) traz que a abordagem interdisciplinar institui uma nova postura diante do conhecimento, substituindo a concepção de fragmentação por uma visão de totalidade e complexidade. Sob a ótica de Libâneo (2013), as práticas interdisciplinares são cruciais no Ensino Médio, pois conectam as bases científicas à vida prática dos estudantes, convertendo os conteúdos escolares em ferramentas de leitura social e científica da realidade circundante.

Quando transposta para a Educação Matemática, a interdisciplinaridade ganha contornos de contextualização prática. Tradicionalmente vista como uma ciência puramente abstrata, a Matemática passa a ser compreendida como uma linguagem universal para decodificar outras áreas. Tomaz e David (2008), em seus estudos sobre a matemática escolar, apontam que a abordagem interdisciplinar permite ao aluno perceber a Matemática não como um fim em si mesma, mas como uma ferramenta indispensável para modelar, compreender e intervir em problemas das Ciências da Natureza, da Geografia e da própria realidade social. Assim, o estudo de funções deixa de ser uma mera manipulação algébrica e passa a ser a chave de leitura para fenômenos químicos e biológicos.

Já Kato e Cavalcanti (2017) destacam que o diálogo entre a Matemática e as demais Ciências da Natureza cria um ambiente de investigação onde os conceitos matemáticos deixam de ser decorados e passam a ser operados funcionalmente. Os autores ressaltam que, ao aproximar a estrutura algébrica de uma função de problemas autênticos da Química, o estudante atribui um sentido empírico à linguagem abstrata das equações. Santos e Ferreira (2021) corroboram essa tese ao afirmarem que a integração curricular

entre conceitos químicos de acidez e modelos matemáticos rompe com o “mecanicismo pedagógico”, conferindo às fórmulas uma utilidade prática e imediata.

Essa perspectiva encontra respaldo direto na BNCC, que organiza o Ensino Médio por Áreas do Conhecimento para incentivar o diálogo permanente entre disciplinas. O documento nacional afirma que a contextualização e a interdisciplinaridade são ferramentas essenciais para que o estudante consiga “atribuir significado ao que aprende, estabelecer relações entre teoria e prática e desenvolver uma visão sistêmica da realidade” (BRASIL. Ministério da Educação, 2018, p.467)

Essa necessidade de conexão prática ganha ainda mais força quando olhamos para as salas de aula de hoje. Estudos recentes de Silva e Santos (2022) mostram que, quando os alunos resolvem problemas do mundo real combinando Matemática e Química, o desinteresse crônico pelas fórmulas diminui drasticamente. Em vez de decorar regras, os estudantes começam a entender a utilidade do que estão aprendendo, percebendo que a ciência serve para explicar situações cotidianas importantes, como os índices de poluição ou os rótulos de alimentos.

Além disso, com a consolidação do Novo Ensino Médio, a abordagem por eixos temáticos virou peça-chave no planejamento escolar. De acordo com Oliveira e Souza (2024), criar projetos dinâmicos que usem ferramentas digitais (como simuladores virtuais de laboratório e softwares gráficos) ajuda a materializar essa integração. Quando o estudante usa a tecnologia para modelar um experimento químico usando equações matemáticas, o aprendizado deixa de acontecer de forma isolada em cadernos diferentes e passa a fazer sentido em um ecossistema integrado.

Por fim, o grande desafio atual não está apenas em criar materiais didáticos integrados, mas em transformar a mentalidade dos próprios professores e gestores. Como apontam Costa e Lima (2025), a interdisciplinaridade exige momentos reais de planejamento coletivo entre os docentes de diferentes áreas. Só quando os professores das ciências exatas e das ciências biológicas conseguem sentar juntos para desenhar uma aula é que a escola cumpre, de verdade, o seu papel social: formar cidadãos capazes de ler o mundo de maneira crítica, sistêmica e completa.

3 O MODELO MATEMÁTICO DA ESCALA DE PH

Este capítulo destina-se ao desenvolvimento conceitual, histórico e analítico que sustenta a conexão entre a álgebra dos logaritmos e a química das soluções. Inicialmente, reconstrói-se a evolução histórica do conceito de logaritmo a partir das contribuições pioneiras de seus idealizadores e formalizadores, seguida pela consolidação das propriedades algébricas e dos sistemas de bases decimais e neperianos. Na sequência, realiza-se a modelagem matemática rigorosa da escala de potencial hidrogeniônico (pH), articulando o equilíbrio iônico da água e a variação exponencial iônica à sua representação funcional e analítica

3.1 O LOGARITMO E A FUNÇÃO $f(x) = \log_b(x)$

O surgimento dos logaritmos vincula-se de forma direta às demandas empíricas da ciência moderna nascente entre os séculos XVI e XVII, que era caracterizada por profundas transformações na astronomia, na engenharia e na arte da navegação (ROQUE, 2012). Sob esse panorama, a execução manual de cálculos aritméticos complexos envolvendo multiplicações, divisões e extrações de raízes demandava um esforço desmedido de astrônomos e geômetras, atuando como um gargalo para a expansão do conhecimento científico da época (BOYER; MERZBACH, 2012; EVES, 2004).

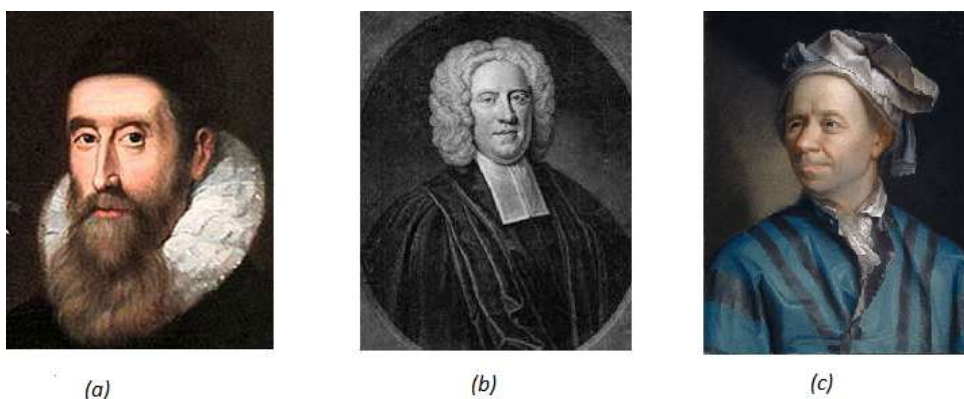
Diante dessa necessidade prática, o matemático escocês John Napier (1550–1617) (veja Figura 1(a)) concebeu uma ferramenta analítica revolucionária capaz de converter multiplicações em adições e divisões em subtrações. A formalização inicial desse método ocorreu com a publicação da obra *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio*, em 1614. Paralelamente a Napier, o relojoeiro e matemático suíço Joost Bürgi desenvolveu uma abordagem logarítmica independente, embora sua publicação tardia tenha limitado seu impacto histórico imediato. A introdução dessas tabelas numéricas operou uma transformação profunda na pesquisa observacional, permitindo, por exemplo, que Johannes Kepler consolidasse suas leis do movimento planetário (BOYER; MERZBACH, 2012).

Em continuidade ao legado napieriano, o matemático inglês Henry Briggs (1561–1630) (veja Figura 1(b)) promoveu uma modificação estrutural decisiva ao sugerir a adoção da base 10, consolidando o sistema de logaritmos decimais (EVES, 2004). Essa reestruturação, materializada na obra *Arithmetica Logarithmica*, otimizou a aplicabilidade do instrumental matemático para fins práticos de engenheiros e navegadores, que passaram a dispor de extensas tabelas computacionais que serviram como pilares do cálculo numérico por séculos.

Posteriormente, o escopo dos logaritmos transcendeu a mera facilitação aritmética para se estabelecer como um dos eixos centrais da análise matemática através dos tra-

balhos de Leonhard Euler (1707–1783) (veja Figura 1(c)). Em seu tratado *Introductio in Analysin Infinitorum*, Euler unificou os logaritmos às funções exponenciais, definindo-os formalmente como operações inversas. Ao estabelecer o número irracional e como a base fundamental dos logaritmos naturais, o matemático suíço inseriu o conceito definitivamente no campo do cálculo infinitesimal, expandindo permanentemente suas fronteiras teóricas e científicas (ROQUE, 2012).

Figura 1 – (a) John Napier (1550–1617) ; (b) Henry Briggs (1561–1630); (c) Leonhard Euler (1707–1783)



Fonte: Wikipédia e ResearchGate. Adaptado pela autora (2026).

Dessa forma, observa-se que os logaritmos evoluíram de um instrumento prático de cálculo para um conceito matemático fundamental, desempenhando papel central em áreas como Física, Química, Economia e Engenharia. Essa trajetória ressalta a importância histórica e científica do tema, justificando sua relevância tanto no currículo da Educação Básica quanto no ensino superior.

3.1.1 O Logaritmo

O conceito de logaritmo está diretamente relacionado à operação de potenciação, sendo sua operação inversa. De acordo (Iezzi e Murakami (2013)). autores do livro Fundamentos de Matemática Elementar – Volume 2: Logaritmos, o logaritmo pode ser entendido como o expoente ao qual se deve elevar uma base para obter um determinado número. E é baseado nestes autores que foi escrita essa subseção que apresenta o logaritmo.

Definição: Sejam a e b números reais e positivos, com $a \neq 1$, chama-se logaritmo de b na base a o expoente que se deve dar a base a de modo que a potência obtida seja igual a b .

Em símbolos:

Se $a, b \in \mathcal{R}$, $0 < a \neq 1$ e $b > 0$, então:

$$\log_a(b) = x \Leftrightarrow a^x = b$$

Por tanto em $\log_a(b) = x$, usa-se a terminologia: a é base do logaritmo, b é o logaritmando e x é o logaritmo.

Por exemplo, $\log_3(81) = 4 \Leftrightarrow 3^4 = 81$, ou seja, o logaritmo indica que devemos elevar a base 3 ao expoente 4 para obter 81. Portanto, 3 é a base, 81 é o logaritmando e 4 é o logaritmo.

De acordo com as restrições impostas ($a, b \in \mathcal{R}, 0 < a \neq 1$ e $b > 0$), dados a e b , existe um único x tal que $x = \log_a(b)$. A operação pela qual se obtém o logaritmo de b ($b \in \mathcal{R}$ com $b > 0$) numa dada base a ($a \in \mathcal{R}$ com $0 < a \neq 1$) é chamada logaritmação e o resultado dessa operação é o logaritmo.

A partir da definição podemos observar, algumas consequências:

- 1 O logaritmo da unidade em qualquer base é igual a 0, $\log_a(1) = 0 \Leftrightarrow a^0 = 1$.
- 2 O logaritmo da base em qualquer base é igual a 1, $\log_a(a) = 1 \Leftrightarrow a^1 = a$
- 3 A potência de base a elevada ao expoente $\log_a(b)$ é igual a b . Assim

$$a^{\log_a(b)} = b$$

A justificativa dessa propriedade está no fato de que o logaritmo de b na base a é o expoente que se deve dar à base a para a potência obtida ficar igual a b .

- 4 Dois logaritmos em uma mesma base são iguais se, e somente se, os logaritmandos forem iguais.

$$\log_a(b) = \log_a(c) \iff b = c$$

Sistemas de Logaritmo

Chamamos de sistema de logaritmos de base a ao conjunto de todos os logaritmos dos números reais positivos em uma base a ($0 < a \neq 1$). Por exemplo, o conjunto formado por todos os logaritmos de base 2 dos números reais e positivos é o sistema de logaritmos na base 2.

Entre a infinidade de valores que pode assumir a base a , portanto, entre a infinidade de sistemas de logaritmos, existem dois sistemas de logaritmos particularmente importantes [Iezzi e Murakami \(2013\)](#):

- a) Sistema de logaritmos decimais: é o sistema de base 10, também chamado sistema de logaritmos vulgares ou de Briggs, referência a Henry Briggs, que primeiro destacou a vantagem dos logaritmos de base 10, tendo publicado a primeira tábua (tabela) dos logaritmos de 1 a 1000 em 1617. Indicaremos o logaritmo decimal pela notação $\log_{10}(x)$ ou simplesmente $\log(x)$.

- b) Sistema de logaritmos neperianos: é o sistema de base e ($e = 2,71828\dots$, número irracional), também chamado de sistema de logaritmos naturais. O nome neperiano vem de John Napier, autor do primeiro trabalho publicado sobre a teoria dos logaritmos. O nome "natural" se deve ao fato de que no estudo dos fenômenos naturais geralmente aparece uma lei exponencial de base e . Indicaremos o logaritmo neperiano pelas notações $\log_e(x)$ ou $\ln(x)$. Em algumas publicações também encontramos as notações $lg(x)$ ou $L(x)$.

3.1.1.1 Propriedades dos logaritmos

De acordo com [Iezzi e Murakami \(2013\)](#), destacam-se as seguintes propriedades:

Produto: $\log_a(xy) = \log_a(x) + \log_a(y)$

Quociente: $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a(x) - \log_a(y)$

Potência: $\log_a(x^k) = k \log_a(x)$

Logaritmo do Produto

Em qualquer base a ($0 < a \neq 1$), o logaritmo do produto de dois fatores reais positivos é igual à soma dos logaritmos dos fatores. Em símbolos:

Se $0 < a \neq 1$, $b, c > 0$, então $\log_a(b \cdot c) = \log_a(b) + \log_a(c)$

Exemplos:

1) $\log_5(3 \cdot 4) = \log_5(3) + \log_5(4)$;

2) Se $x > 0$, então $\log_2(x \cdot (x + 2)) = \log_2(x) + \log_2(x + 2)$;

3) $\log_8(3 \cdot (-4) \cdot (-5)) = \log_8(3) + \log_8(|-4|) + \log_8(|-5|)$;

Logaritmo do Quociente

Em qualquer base a ($0 < a \neq 1$), o logaritmo do quociente de dois números reais positivos é igual à diferença entre o logaritmo do dividendo e o logaritmo do divisor. Em símbolos:

Se $0 < a \neq 1$, $b, c > 0$, então $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$

Exemplos:

1) $\log_5\left(\frac{4}{5}\right) = \log_5(4) - \log_5(5)$;

2) Se $x > 0$, então $\log_2\left(\frac{x}{x+2}\right) = \log_2(x) - \log_2(x+2)$;

Observações:

I) Fazendo $b = 1$, escrevemos:

$$\log_a\left(\frac{1}{c}\right) = \log_a(1) - \log_a(c) = 0 - \log_a(c) = -\log_a(c)$$

II) Se $b > 0$ e $c > 0$ então $\frac{b}{c} > 0$ vale a identidade:

$$\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a(b) - \log_a(c)$$

com $0 < a \neq 1$ e $\frac{b}{c} > 0$

Mas, se soubermos apenas que $\frac{b}{c} > 0$, então teremos:

$$\log_a \left(\frac{b}{c} \right) = \log_a(|b|) - \log_a(|c|)$$

com $0 < a \neq 1$

Logaritmo da Potência

Em qualquer base a ($0 < a \neq 1$), o logaritmo de uma potência de base real positiva e expoente real é igual ao produto do expoente pelo logaritmo da base da potência. Em símbolos:

Se $0 < a \neq 1$, $b > 0$ e $k \in \mathcal{R}$, então $\log_a(b^k) = k \log_a(b)$

Exemplos:

1) $\log_5(4^3) = 3 \log_5(4)$;

2) Se $x > 0$, então $\log_2((x+2)^{-1}) = -\log_2(x+2)$;

3.1.1.2 Mudança de Base

A mudança de base constitui uma propriedade fundamental dos logaritmos, permitindo reescrever uma expressão em qualquer base arbitrária em função de um novo sistema de referência conhecido. Segundo [Iezzi e Murakami \(2013\)](#), dados os valores reais positivos a, b, c , com $a \neq 1$ e $c \neq 1$, estabelece-se a relação descrita pela Equação [3.1](#):

$$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a} \quad (3.1)$$

Essa formulação viabiliza o cálculo de logaritmos em bases atípicas ao convertê-los para sistemas operacionalmente convenientes, como a base decimal (10) ou a base neperiana (e). Na prática científica, essa transposição é indispensável para a resolução analítica de equações e para a inserção de dados em ferramentas computacionais ou calculadoras.

Consequências da Mudança de Base

A flexibilidade matemática decorrente da mudança de base otimiza a manipulação algorítmica, simplifica a comparação entre valores e enriquece a análise de funções em modelos científicos e tecnológicos. Sejam a e b números reais positivos e unitários ($a \neq 1$ e $b \neq 1$). A partir do teorema fundamental da mudança de base, deduzem-se corolários fundamentais que agilizam tanto as resoluções numéricas em sistemas físico-químicos

— a exemplo da escala de pH — quanto a interpretação de dinâmicas de crescimento exponencial.

PRIMEIRA CONSEQUÊNCIA (PROPRIEDADE DA RECIPROCIDADE):

O primeiro corolário direto da mudança de base estabelece que:

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a} \quad (3.2)$$

Essa propriedade demonstra que a inversão posicional entre a base e o logaritmando resulta no inverso multiplicativo do valor do logaritmo original, consolidando uma relação de reciprocidade matemática entre $\log_a b$ e $\log_b a$.

Para ilustrar essa dinâmica, o cálculo de $\log_2 8$, fundamentado no conhecimento prévio de que $\log_8 2 = \frac{1}{3}$, desenvolve-se por meio da aplicação direta dessa reciprocidade:

$$\begin{aligned} \log_2 8 &= \frac{1}{\log_8 2} \\ \log_2 8 &= \frac{1}{\frac{1}{3}} = 3 \end{aligned}$$

SEGUNDA CONSEQUÊNCIA (POTÊNCIA NA BASE);

Considere a e b reais positivos com $a \neq 1$. Caso a base esteja elevada a um expoente real não nulo β , a igualdade é dada por:

$$\log_{a^\beta} b = \frac{1}{\beta} \cdot \log_a b \quad (3.3)$$

Desse modo, constata-se que o expoente da base atua de forma inversamente proporcional ao valor do logaritmo, operando como um fator multiplicativo recíproco ($\frac{1}{\beta}$), o que simplifica expressões algébricas com bases compostas.

Exemplos de Aplicação:

1º) Redução de base por potência inteira:

$$\log_8 3 = \log_{2^3} 3 = \frac{1}{3} \cdot \log_2 3$$

2º) Redução de base fracionária por potência negativa:

$$\log_{\frac{1}{5}} 6 = \log_{5^{-1}} 6 = \frac{1}{-1} \cdot \log_5 6 = -\log_5 6$$

3.1.1.3 Função logarítmica: Definição e Propriedades

A caracterização formal de um sistema logarítmico pressupõe o estabelecimento de restrições para a sua base, garantindo a consistência geométrica e analítica da função. Define-se como função logarítmica de base a a aplicação matemática $f : \mathbb{R}_+^* \rightarrow \mathbb{R}$ que

associa a cada número real positivo x o seu respectivo logaritmo, conforme expresso na Equação 3.4:

$$f(x) = \log_a x \quad \text{com} \quad a \in \mathbb{R}, \quad a > 0 \text{ e } a \neq 1 \quad (3.4)$$

Dentre os modelos mais recorrentes na modelagem matemática de fenômenos naturais e computacionais, destacam-se os seguintes exemplos de funções logarítmicas:

- $f(x) = \log_2 x$ (Função logarítmica de base binária);
- $g(x) = \log_{\frac{1}{2}} x$ (Função logarítmica de base fracionária);
- $h(x) = \log x$ (Função logarítmica decimal, cuja base 10 é omitida por convenção);
- $p(x) = \ln x$ (Função logarítmica natural, cuja base corresponde ao número de Euler, $e \approx 2,71828$).

O comportamento analítico dessas funções é regido por princípios algébricos que estabelecem relações intrínsecas com os modelos exponenciais:

1. **Relação de Inversibilidade:** Para qualquer base que satisfaça a condição $0 < a \neq 1$, a função logarítmica $f(x) = \log_a x$ e a função exponencial $g(x) = a^x$ são inversas recíprocas entre si, o que implica a identidade $f(g(x)) = g(f(x)) = x$.
2. **Monotonicidade Funcional:** A taxa de variação de uma função logarítmica é determinada estritamente pelo valor de sua base. Desse modo, o modelo é estritamente crescente se, e somente se, $a > 1$, e estritamente decrescente se, e somente se, $0 < a < 1$.

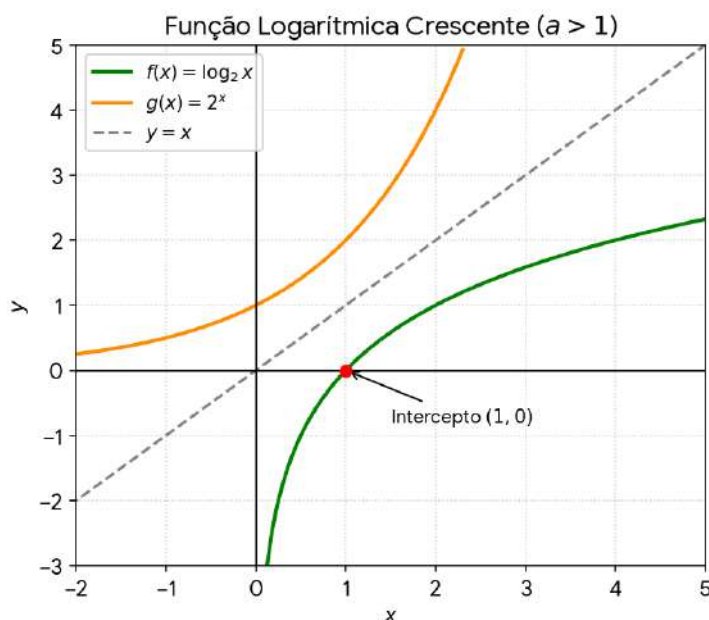
Domínio, Imagem e Aspectos Geométricos

Em termos de conjuntos numéricos, a função logarítmica restringe seu domínio ao conjunto dos números reais estritamente positivos ($\text{Dom}(f) = \mathbb{R}_+^*$), enquanto o seu conjunto imagem estende-se por toda a reta real ($\text{Im}(f) = \mathbb{R}$). Esta configuração reflete-se em propriedades gráficas bem delimitadas no plano cartesiano:

- **Restrição do Semiplano:** O gráfico situa-se inteiramente nos quadrantes I e IV, uma vez que não existem correspondentes funcionais para valores de $x \leq 0$. O eixo das ordenadas (y) atua como uma assíntota vertical da curva.
- **Intercepto Horizontal:** A curva intercepta o eixo das abscissas obrigatoriamente na coordenada $(1, 0)$, dado que $\log_a 1 = 0$ para qualquer base válida.
- **Simetria Axial:** Devido à relação de inversibilidade, o gráfico de $f(x) = \log_a x$ é perfeitamente simétrico ao gráfico da função exponencial $g(x) = a^x$ em relação à bissetriz dos quadrantes ímpares, definida pela reta identidade $y = x$.

As Figuras 2 e 3 ilustram o comportamento geométrico da função logarítmica para os cenários crescente e decrescente, respectivamente, evidenciando seus elementos notáveis e a simetria com o modelo exponencial.

Figura 2 – Representação geométrica da função logarítmica crescente ($a > 1$) e sua simetria com a função exponencial.



Fonte: Produzido por IA (Gemini) via comandos da Autora.

3.1.1.4 Equações Logarítmicas: Tipologias e Métodos de Resolução

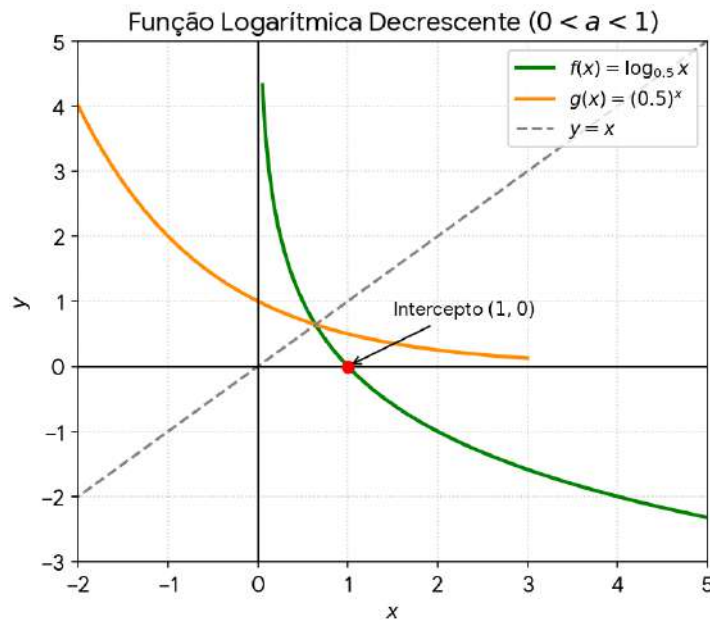
As equações logarítmicas constituem uma vertente analítica essencial no estudo das ciências exatas, estabelecendo uma correspondência biunívoca entre os modelos logarítmicos e as funções exponenciais. Segundo [Iezzi e Murakami \(2013\)](#), a operacionalização e a resolução dessas sentenças matemáticas demandam não apenas a aplicação sistemática de propriedades operatórias, mas também uma verificação rigorosa das condições de existência do logaritmando e da base. Esse arcabouço matemático fundamenta modelos teóricos em disciplinas correlatas, destacando-se na determinação da acidez em sistemas químicos (escala de pH), na quantificação da intensidade acústica em física (escala de decibéis) e na modelagem de regimes de capitalização composta em matemática financeira.

A classificação dessas sentenças é estruturada a partir de sua configuração algébrica, dividindo-se em três categorias fundamentais:

1º TIPO: IGUALDADE ENTRE LOGARITMOS DE MESMA BASE

Esta classe engloba as equações que se apresentam na forma elementar de uma igualdade entre dois logaritmos que compartilham a mesma base a , ou que são passíveis de redução a essa estrutura. Matematicamente, dada a restrição paramétrica $0 < a \neq 1$, o

Figura 3 – Representação geométrica da função logarítmica decrescente ($0 < a < 1$) e sua simetria com a função exponencial.



Fonte: Produzido por IA (Gemini) via comandos da Autora.

princípio da injetividade da função logarítmica permite estabelecer a implicação descrita na Equação 3.5:

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \implies f(x) = g(x) \quad (3.5)$$

A validade dessa equivalência condiciona-se estritamente ao domínio de definição das funções polinomiais envolvidas. Desse modo, impõe-se a restrição simultânea em que ambos os logaritmandos sejam estritamente positivos, configurando o sistema de inequações:

$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 \end{cases} \quad (3.6)$$

2º TIPO: IGUALDADE ENTRE UM LOGARITMO E UM ESCALAR

As equações classificadas neste domínio caracterizam-se pela igualdade direta entre um termo logarítmico e um número real constante α , assumindo o formato geral $\log_a f(x) = \alpha$. A resolução desse modelo fundamenta-se na própria definição de logaritmo, amplamente documentada por Iezzi e Murakami (2013), que postula a seguinte equivalência teórica:

$$\log_a b = c \iff a^c = b \quad (3.7)$$

Por conseguinte, a expressão original pode ser mapeada e transposta para uma equação exponencial correlata, conforme ilustrado pela Equação 3.8:

$$f(x) = a^\alpha \quad (3.8)$$

O conjunto solução obtido por meio desse procedimento deve, de maneira compulsória, ser submetido à validação da restrição de existência da função, confirmando se o valor numérico preserva a condição fundamental de que $f(x) > 0$.

3º TIPO: RESOLUÇÃO VIA MÉTODO DA INCÓGNITA AUXILIAR

Determinadas configurações algébricas exibem estruturas complexas — frequentemente sob a forma de polinômios de graus superiores ou potências de termos logarítmicos —, o que obstaculiza a aplicação direta de propriedades elementares. Para contornar essa limitação analítica, recorre-se ao método da substituição por uma variável ou incógnita auxiliar.

Conforme preconiza [Iezzi e Murakami \(2013\)](#), esse artifício algébrico visa reduzir temporariamente o grau de complexidade da sentença, transpondo uma equação logarítmica intrincada para uma estrutura polinomial canônica e de resolução trivial (como uma equação do segundo grau). Uma vez determinados os valores da variável temporária, efetua-se a mudança reversa para recuperar a incógnita original x , validando o resultado final perante o domínio de existência estipulado inicialmente.

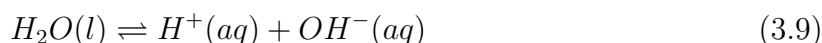
3.2 FUNDAMENTOS QUÍMICOS: O EQUILÍBRIO IÔNICO DA ÁGUA E O CONCEITO DE PH

Nesta etapa, abordaremos o equilíbrio iônico da água e os conceitos fundamentais de ácidos e bases. O foco central será a compreensão da escala de pH, explorando a razão matemática pela qual o pH diminui com o aumento da acidez e as vantagens da escala logarítmica frente à linear. Além disso, examinaremos a mistura de soluções sob uma ótica que integra o comportamento químico à estrutura matemática dos logaritmos.

3.2.1 Equilíbrio iônico da água

O equilíbrio iônico da água constitui um caso particular de equilíbrio químico, sendo fundamental para a compreensão das propriedades ácido-base das soluções aquosas. Mesmo sendo uma substância considerada estável, a água sofre um processo de autoionização, no qual uma pequena fração de suas moléculas se dissocia em íons hidrogênio (H^+) e hidroxila (OH^-).

De acordo com [Chang \(2010\)](#), a autoionização da água pode ser representada pela seguinte equação de equilíbrio:



Essa reação evidencia o caráter anfótero da água, ou seja, sua capacidade de atuar tanto como ácido quanto como base. Em condições padrão ($25^\circ C$), as concentrações dos íons H^+ e OH^- na água pura são iguais, sendo ambas da ordem de $1,0 \times 10^{-7} mol/L$.

Segundo [Atkins e Paula \(2012\)](#), o equilíbrio da autoionização da água é descrito quantitativamente pelo produto iônico da água (K_w), definido como:

$$K_w = [H^+] \cdot [OH^-] \quad (3.10)$$

A $25^\circ C$, o valor de K_w é igual a $1,0 \times 10^{-14}$, sendo uma constante dependente da temperatura. Essa relação demonstra que as concentrações de H^+ e OH^- estão intrinsecamente ligadas, de modo que o aumento de uma implica a diminuição da outra, mantendo o produto constante.

Os autores [\(KOTZ; TREICHEL; TOWNSEND, 2014\)](#) destacam que, em soluções aquosas, qualquer adição de ácido ou base provoca uma perturbação nesse equilíbrio, deslocando-o conforme o princípio de Le Chatelier. Assim, a introdução de um ácido aumenta a concentração de H^+ e reduz a de OH^- , enquanto a adição de uma base produz o efeito inverso. Esse equilíbrio é diretamente relacionado ao conceito de pH, uma vez que a concentração de íons hidrogênio determina a acidez da solução. Em água pura, como $[H^+] = 1,0 \times 10^{-7} mol/L$, o pH é igual a 7, caracterizando um meio neutro.

Portanto, o equilíbrio iônico da água fornece a base teórica para o estudo das soluções ácido-base, sendo essencial para a compreensão do comportamento químico em sistemas aquosos e para a aplicação do conceito de pH em diferentes áreas da ciência.

3.3 DEFINIÇÃO DE ÁCIDOS, BASES E PH

O estudo das substâncias ácidas e básicas constitui um dos eixos fundamentais da Química, sendo indispensável para a compreensão de fenômenos que ocorrem em sistemas naturais, biológicos e industriais. A caracterização dessas espécies químicas está diretamente relacionada ao comportamento de soluções aquosas, especialmente no que diz respeito à presença e à interação de íons em equilíbrio.

De acordo com [\(CHANG, 2010\)](#), ácidos são substâncias que, em solução aquosa, aumentam a concentração de íons hidrogênio (H^+), enquanto bases são substâncias que aumentam a concentração de íons hidroxila (OH^-). Essa definição segue a concepção de Arrhenius e é amplamente utilizada para a compreensão inicial de sistemas ácido-base.

Em uma abordagem mais abrangente, [\(ATKINS; PAULA, 2012\)](#) definem ácidos como doadores de prótons (H^+) e bases como receptores de prótons, conforme a teoria de Brønsted-Lowry. Essa formulação permite a análise de equilíbrios ácido-base em diferentes meios e amplia a interpretação das reações químicas.

Além disso, segundo [\(KOTZ; TREICHEL; TOWNSEND, 2014\)](#), a teoria ácido-base pode ser compreendida também sob a perspectiva eletrônica, em que interações químicas envolvem transferência de prótons e reorganização de cargas, sendo fundamentais para o entendimento de reações em solução.

No que se refere ao potencial hidrogeniônico, Chang (2010) define o pH como o logaritmo decimal negativo da concentração de íons hidrogênio em solução:

$$pH = -\log[H^+]$$

Essa definição é reforçada por Atkins e Paula (2012), que destacam o caráter logarítmico da escala de pH, evidenciando que variações unitárias correspondem a mudanças de uma ordem de grandeza na concentração de H^+ . Tal propriedade confere ao pH elevada sensibilidade na determinação da acidez e basicidade das soluções.

3.4 ANÁLISE DA ESCALA INVERSA: POR QUE O PH DIMINUI QUANDO A ACIDEZ AUMENTA?

Uma das principais dificuldades conceituais enfrentadas pelos estudantes no estudo da escala de pH está relacionada ao seu caráter inverso. Intuitivamente, espera-se que valores maiores representem maior intensidade, porém, no caso do pH, ocorre o contrário: quanto maior a acidez de uma solução, menor é o valor do pH . Essa característica pode ser compreendida a partir da definição matemática do pH , que é dado pelo logaritmo negativo da concentração de íons hidrogênio presentes em uma solução aquosa:

$$pH = -\log[H^+]$$

De acordo com Atkins e Paula (2012), o pH é definido como o logaritmo negativo da concentração de íons hidrogênio, sendo essa uma forma eficiente de representar variações muito grandes de concentração em uma escala reduzida. A presença do sinal negativo é o elemento central para explicar esse comportamento inverso, pois transforma valores logarítmicos negativos em valores positivos na escala de pH .

Além disso, conforme destacado por (FELTRE, 2004), a escala de pH é logarítmica, o que significa que cada variação de uma unidade corresponde a uma mudança de dez vezes na concentração de íons hidrogênio. Isso evidencia que pequenas variações numéricas representam grandes diferenças químicas.

Para ilustrar esse comportamento, considere dois exemplos:

- Uma solução com concentração de íons hidrogênio igual a 10^{-7} mol/L (água pura):

$$pH = -\log(10^{-7}) = 7$$

- Uma solução com concentração de 10^{-2} mol/L (como o suco de limão):

$$pH = -\log(10^{-2}) = 2$$

Observa-se que a segunda solução possui uma concentração de íons hidrogênio 100.000 vezes maior que a primeira, no entanto, seu valor de pH é menor. Isso evidencia que a escala de *pH* não é linear, mas sim logarítmica. Esse comportamento também pode ser interpretado como uma consequência da natureza exponencial da concentração de íons. Cada variação de uma unidade no *pH* corresponde a uma mudança de 10 vezes na concentração de íons hidrogênio. Assim, pequenas variações no valor do pH indicam grandes diferenças na acidez da solução.

Do ponto de vista didático, essa inversão representa um obstáculo importante na aprendizagem, pois contraria a intuição dos estudantes. No entanto, ao compreender a relação matemática envolvida, especialmente o papel do logaritmo negativo, torna-se possível interpretar corretamente o fenômeno. Portanto, a escala de *pH* pode ser entendida como uma ferramenta matemática que “comprime” grandes variações de concentração em uma escala numérica reduzida, facilitando a análise de fenômenos químicos e evidenciando a importância dos logaritmos na modelagem de situações reais.

A Limitação da Escala Linear

Um dos principais argumentos matemáticos deste trabalho consiste em demonstrar que uma escala linear tradicional não seria adequada para representar a acidez das substâncias.

Se tentássemos representar diretamente as concentrações de íons H^+ em uma linha reta, observaríamos valores que variam de, 10^{-1} até 10^{-14}

Essa diferença corresponde a 13 ordens de magnitude, tornando praticamente impossível representar todos esses valores de maneira clara em um gráfico linear. Por exemplo, entre o suco de limão 10^{-2} e a água pura 10^{-7} existe uma diferença de 100.000 vezes na concentração. Em uma escala linear proporcional, essa distância seria extremamente grande, dificultando a interpretação dos dados.

Nesse contexto, o logaritmo funciona como um compressor matemático, transformando essas grandes variações em intervalos mais simples de serem analisados. Assim, valores que diferem em fatores de dez passam a ser representados por diferenças de apenas uma unidade na escala de *pH*. A Figura 4 mostra alguns exemplos de substâncias que são ácidas e base com seus respectivos *pH*.

Mistura de Soluções Ácidas: Fundamentação Matemática e Química do Comportamento Logarítmico do pH

Ao considerar a mistura de duas soluções ácidas, é fundamental compreender que a grandeza fisicamente aditiva é a concentração de íons hidrogênio, e não o valor do pH. Dessa forma, ao combinar duas soluções, deve-se inicialmente somar suas concentrações, conforme a relação:

$$[H^+]_t = [H_1^+] + [H_2^+]$$

Somente após essa etapa é possível determinar o novo valor do *pH* da solução resul-

Figura 4 – Escala de pH



Fonte: Mundo da Educação ¹ (2024).

tante, aplicando-se a definição logarítmica:

$$pH = -\log([H_1^+] + [H_2^+])$$

Essa abordagem é consistente com os fundamentos da matemática dos logaritmos. De acordo com [Iezzi e Murakami \(2013\)](#), uma das propriedades fundamentais dos logaritmos estabelece que o logaritmo de uma soma não pode ser decomposto em uma soma de logaritmos, ou seja:

$$\log(a + b) \neq \log(a) + \log(b)$$

Tal propriedade é essencial para compreender por que não é possível somar diretamente valores de pH . Vejamos exemplos de mistura de substâncias de acordo com o pH da [Figura 4](#).

1º: Análise de Mistura com Mesma Acidez

Considere duas soluções ácidas com pH igual a 3. Nesse caso, a concentração de íons hidrogênio em cada solução é:

$$[H^+] = 10^{-3}$$

Ao misturá-las, obtém-se:

$$[H^+]_t = 10^{-3} + 10^{-3} = 2 \times 10^{-3}$$

Aplicando a definição de pH e utilizando as propriedades dos logaritmos:

$$pH = \log(2 \times 10^{-3}) = \log(2) + \log(10^{-3})$$

$$pH = (0.3 - 3)$$

$$pH \approx 2.7$$

Observa-se que a duplicação da concentração de íons hidrogênio não resulta em uma variação proporcional do pH . Isso ocorre porque o logaritmo atua como um “compressor matemático”, transformando variações exponenciais em variações lineares reduzidas. Esse comportamento reforça a natureza não linear da escala de pH .

2º: Análise de Mistura com Diferentes Níveis de Acidez

Considere agora duas soluções com pH s distintos:

Solução 1: $pH = 3 \Rightarrow [H^+] = 10^{-3}$

Solução 2: $pH = 5 \Rightarrow [H^+] = 10^{-5}$

A concentração total será:

$$[H^+]_t = 10^{-3} + 10^{-5} = 10^{-3}(1 + 10^{-2}) = 1.01 \times 10^{-3}$$

Calculando o pH :

$$pH = \log(1.01 \times 10^{-3}) = \log(1.01) + \log(10^{-3})$$

$$pH = (0.004 - 3)$$

$$pH = 2.997 \approx 3$$

Nesse caso, verifica-se que o valor do pH final permanece praticamente inalterado em relação à solução mais ácida. Isso ocorre porque a concentração 10^{-3} é significativamente maior que 10^{-5} , tornando a contribuição da solução menos ácida desprezível. Segundo [Feltre \(2004\)](#), esse tipo de comportamento é característico de escalas logarítmicas, nas quais diferenças de ordens de magnitude impactam significativamente os resultados.

A análise apresentada permite evidenciar três aspectos fundamentais: O pH não é uma grandeza aditiva direta, tipo $(a + b)$, pois depende de uma função logarítmica; A soma deve ser realizada nas concentrações químicas, que são grandezas físicas mensuráveis; a escala de pH apresenta comportamento não linear, sendo regida pelas propriedades dos logaritmos.

Segundo [Atkins e Paula \(2012\)](#), a utilização de escalas logarítmicas é fundamental para representar fenômenos químicos que envolvem grandes variações de concentração. Do ponto de vista matemático, conforme [Iezzi e Murakami \(2013\)](#), a impossibilidade de decompor o logaritmo de uma soma reforça a necessidade de um tratamento adequado dessas grandezas.

Do ponto de vista educacional, a análise da mistura de soluções ácidas constitui uma ferramenta eficaz para a compreensão dos logaritmos, pois permite relacionar um conceito

matemático abstrato a um fenômeno químico concreto. Essa abordagem contribui para a superação de dificuldades de aprendizagem, especialmente no que se refere à interpretação de funções logarítmicas. Assim, a modelagem da escala de pH representa uma estratégia pedagógica relevante, ao possibilitar a integração entre Matemática e Química e favorecer uma aprendizagem mais significativa.

3.5 ESTUDO DA VARIAÇÃO DE MAGNITUDE: A DIFERENÇA ENTRE VARIAÇÃO LINEAR E EXPONENCIAL NA CONCENTRAÇÃO DE ÍONS

Para analisar matematicamente a relação entre o pH e a função logarítmica, elaborou-se a tabela de modelagem apresentada na Figura 5, fundamentada em valores de pH e concentrações de íons hidrogênio $[H^+]$ obtidos na literatura científica. Os dados demonstram que a variação de uma unidade na escala de pH corresponde a uma alteração de uma ordem de magnitude (fator de dez) na concentração de íons H^+ , o que justifica a aplicação de um modelo logarítmico na base 10.

Figura 5 – Tabela comparativa entre substâncias, pH , concentração molar e potências de base 10.

Substância	pH	Concentração ($[H^+]$)	Potência de 10
Suco Gástrico	1,0	0,1	10^{-1}
Suco de Limão	2,0	0,01	10^{-2}
Suco de Uva / Refrigerante	3,0	0,001	10^{-3}
Suco de Tomate	4,0	0,0001	10^{-4}
Café	5,0	0,00001	10^{-5}
Leite	6,0	0,000001	10^{-6}
Água Pura	7,0	0,0000001	10^{-7}
Sangue Humano	7,4	0,0000000398	$10^{-7,4}$
Água do Mar	8,0	0,00000001	10^{-8}
Pasta de Dente	9,0	0,000000001	10^{-9}
Leite de Magnésia	10,5	0,00000000000316	$10^{-10,5}$
Água Sanitária	11,0	0,00000000001	10^{-11}
Água e Sabão	12,0	0,000000000001	10^{-12}
Limpa Forno	13,0	0,0000000000001	10^{-13}
Soda Cáustica	14,0	0,00000000000001	10^{-14}

Fonte: Construída pela autora via consulta a [Atkins e Paula \(2012\)](#) e [Chang \(2010\)](#).

A partir dos dados tabulados, realizou-se a modelagem geométrica da função logarítmica por meio do software GeoGebra. O gráfico gerado ilustra a relação de dependência funcional entre a concentração de íons hidrogênio $[H^+]$, representada no eixo das abscissas (x), e o valor correspondente do pH , alocado no eixo das ordenadas (y). Academicamente, o pH é definido pelo logaritmo decimal negativo da atividade iônica do hidrogênio, expresso pela Equação 3.11:

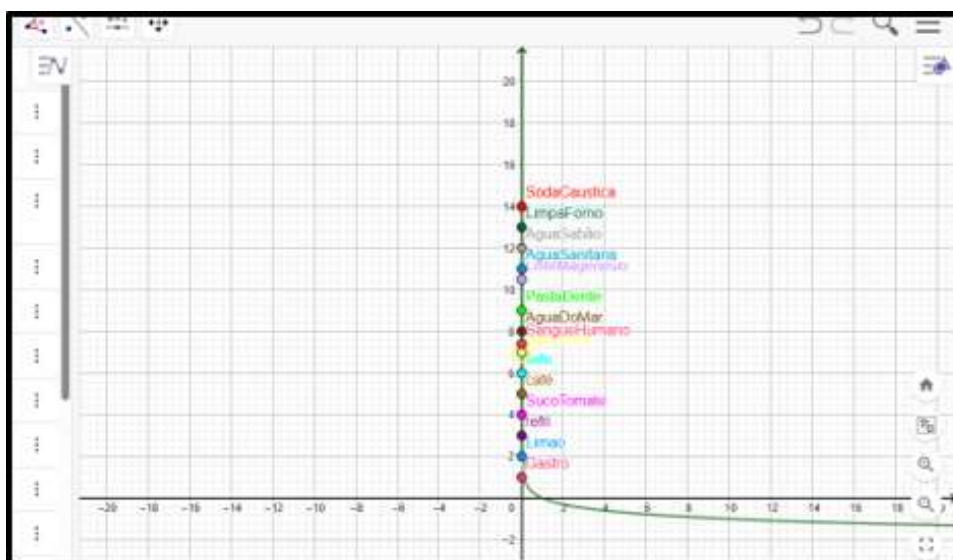
$$pH = -\log([H^+]) \quad (3.11)$$

No ambiente computacional, inseriu-se a função real correspondente dada por:

$$f(x) = -\log(x) \quad (3.12)$$

A curva resultante apresenta um comportamento decrescente acentuado nas proximidades do eixo y , interceptando o eixo x na coordenada $(1, 0)$. Com o propósito de posicionar as substâncias analisadas diretamente sobre o lugar geométrico da função, inseriram-se pares ordenados no formato $(\text{concentração}, pH)$, conforme as constantes físico-químicas de cada amostra, a saber: Suco Gástrico $(10^{-1}, 1)$; Limão $(10^{-2}, 2)$; Suco de Uva e Refrigerante $(10^{-3}, 3)$; Suco de Tomate $(10^{-4}, 4)$; Café $(10^{-5}, 5)$; Leite $(10^{-6}, 6)$; Água Pura $(10^{-7}, 7)$; Sangue Humano $(10^{-7,4}, 7, 4)$; Água do Mar $(10^{-8}, 8)$; Pasta de Dente $(10^{-9}, 9)$; Leite de Magnésia $(10^{-10,5}, 10, 5)$; Água Sanitária $(10^{-11}, 11)$; Água com Sabão $(10^{-12}, 12)$; Limpa-Forno $(10^{-13}, 13)$ e Soda Cáustica $(10^{-14}, 14)$.

Figura 6 – Gráfico representativo do pH em escala logarítmica.



Fonte: Construído pela autora no software GeoGebra.

O comportamento gráfico derivado da aplicação do operador logarítmico revela uma progressão visualmente linearizada em relação aos valores inteiros de pH. Esse fenômeno ocorre porque a função logarítmica extrai o expoente da concentração e inverte o seu sinal. Conforme os dados consolidados na Figura 5, cada incremento unitário na escala de pH equivale a uma redução de dez vezes na concentração real de íons $[H^+]$. Essa propriedade fundamenta a compreensão da sensibilidade química: o suco de limão ($pH = 2, 0$) possui acidez cem vezes superior à do suco de tomate ($pH = 4, 0$), embora a distância geométrica na escala represente apenas duas unidades. Constata-se, portanto, que pequenas variações na variável dependente equivalem a transformações de grande magnitude na composição química do meio.

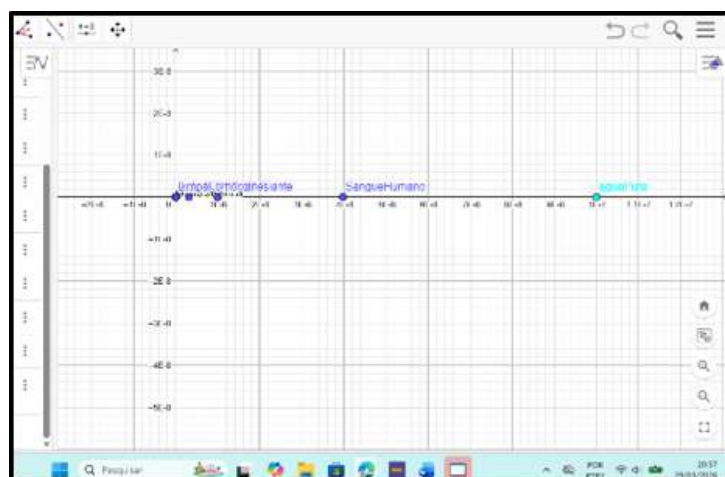
Ademais, a análise da Figura 6 evidencia o caráter inverso da escala, no qual menores valores numéricos representam acidez mais pronunciada, dividindo os sistemas químicos em duas categorias principais:

- **Domínio Ácido (pH de 1,0 a 3,0):** Caracteriza-se por uma elevada concentração de íons hidrogênio $[H^+]$. O suco gástrico exemplifica esse domínio devido ao seu acentuado potencial de dissociação iônica em meio aquoso.
- **Domínio Alcalino ou Básico (pH de 12,0 a 14,0):** Configura-se por concentrações infinitesimais de íons $[H^+]$, com predominância de íons hidroxila $[OH^-]$. A soda cáustica situa-se no limite superior deste intervalo em decorrência de suas propriedades fortemente básicas.

A linearização geométrica promovida pelo operador matemático obsta que a representação gráfica demande dimensões infraestruturais impraticáveis para a visualização concomitante de extremos analíticos, permitindo a inclusão do suco gástrico e da água pura em um mesmo plano cartesiano.

Para fins comparativos, a Figura 7 expõe a plotagem das mesmas substâncias sob uma perspectiva estritamente linear, mapeando as concentrações hidrogênicas em formato decimal puro. Sob essas condições, a identificação visual direta das coordenadas torna-se inviabilizada devido à disparidade de ordens de grandeza entre os componentes.

Figura 7 – Gráfico representativo do pH em escala linear.



Fonte: Construído pela autora no software GeoGebra.

Ao plotar as concentrações em sua forma decimal pura (de 0,1 a 10^{-14}), a curva resultante apresenta um acentuado decaimento exponencial. Visualmente, observa-se que, a partir do suco de tomate ($pH = 4,0$), os valores se aproximam do eixo das abscissas de forma tão extrema que a distinção entre as amostras torna-se imperceptível ao olho humano em uma escala linear.

Em decorrência da magnitude infinitesimal desses valores, faz-se necessário aplicar sucessivos ajustes de ampliação vertical (*zoom*) no *software* GeoGebra para viabilizar a localização das demais substâncias, conforme ilustrado na Figura 7. Essa constatação empírica converge com as asserções de Atkins e Paula (2012), que descrevem a limitação operacional da representação geométrica da concentração molar sem o auxílio do logaritmo: em um gráfico com eixo vertical de 10 centímetros, se o valor correspondente a $pH = 1$ ocupasse a totalidade da altura, a ordenada relativa ao $pH = 7$ (Água Pura) seria representada por um ponto invisível de apenas 0,0001 mm.

Essa análise demonstra que o logaritmo transcende a operação matemática abstrata, configurando-se como uma ferramenta fundamental para a representação de fenômenos naturais. Ao transpor variações exponenciais para uma escala linear compacta, ele permite uma interpretação mais clara dos dados químicos. No contexto educacional, a interdisciplinaridade entre Matemática e Química contribui significativamente para o processo de ensino-aprendizagem, pois aproxima o aparato matemático da realidade observável. Desse modo, a modelagem aqui desenvolvida constitui uma estratégia eficaz para desmistificar as funções logarítmicas no Ensino Médio.

A escala de pH exibe uma característica que, à primeira vista, pode parecer contrainintuitiva: a relação inversamente proporcional entre o indicador numérico e a acidez da solução. Conforme explica Feltre (2004), essa inversão decorre diretamente da definição matemática de Sørensen, que aplica o logaritmo negativo à concentração molar de íons hidrogênio ($[H^+]$), caracterizando uma função decrescente.

Segundo Atkins e Paula (2012), a inserção do sinal negativo na fórmula do pH cumpre o papel prático de converter expoentes negativos — típicos de concentrações diluídas — em coeficientes inteiros positivos. Entretanto, na aritmética das potências, quanto maior a concentração de íons (maior acidez), menor é o expoente negativo (por exemplo: 10^{-1} é estatisticamente superior a 10^{-14} , o que resulta em um valor de pH numericamente menor).

No ambiente virtual do GeoGebra, essa inversão reflete-se diretamente no comportamento da curva logarítmica. Ao mapear os pontos experimentais, nota-se que o suco gástrico, detentor da maior concentração analisada (0,1 mol/L), resulta na menor ordenada ($y = 1$), enquanto a soda cáustica, com a menor concentração (10^{-14} mol/L), atinge o valor máximo ($y = 14$). Esse comportamento gráfico evidencia que a escala de pH funciona, essencialmente, como uma métrica de ordem de magnitude, indicando o quão distante do zero a concentração se posiciona em termos de potência de base 10.

4 PROPOSTA DIDÁTICA: INVESTIGANDO O COTIDIANO

Diante dos desafios no ensino de logaritmos, torna-se necessário adotar estratégias pedagógicas que promovam uma aprendizagem conectada à realidade dos alunos. Nesse contexto, a interdisciplinaridade entre Matemática e Química apresenta-se como uma alternativa viável, pois permite relacionar conceitos abstratos a fenômenos concretos. A utilização de escalas científicas constitui um exemplo clássico dessa integração, como ocorre com a escala de pH na Química e a escala Richter na Geofísica. Essas ferramentas utilizam o conceito logarítmico para representar grandezas que variam em ordens de magnitude. Conforme destacam [Halliday, Resnick e Walker \(2016\)](#), pequenas variações numéricas nessas escalas correspondem a grandes diferenças físicas, evidenciando o comportamento exponencial de tais fenômenos.

Dessa forma, a modelagem de situações reais, como o cálculo do pH, possibilita a compreensão de conceitos matemáticos de maneira aplicada. Essa abordagem contribui diretamente para superar o formalismo e a ausência de contextualização criticados por [D'Ambrosio \(2001\)](#) e [Ausubel \(2003\)](#), favorecendo uma aprendizagem significativa e o desenvolvimento do pensamento crítico.

Sob essa ótica, este capítulo apresenta uma proposta de sequência didática fundamentada nos princípios da Modelagem Matemática e da interdisciplinaridade. A partir da relação direta entre a função logarítmica e o potencial hidrogeniônico (pH), estruturou-se uma metodologia que integra os conhecimentos de ambas as áreas, alinhando-se às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC). O documento nacional destaca a importância de contextualizar o estudo de funções e a interpretação de fenômenos científicos. Ao articular o logaritmo e o pH de forma simultânea, busca-se romper com o modelo de currículo fragmentado em “gavetas” isoladas, assumindo uma postura integradora no Ensino Médio. Para a execução desta proposta, a sequência didática foi construída com base nas sequências Fedathi e de Zabala, estruturada em 3 atividades principais, planejadas para serem desenvolvidas em três encontros de 100 minutos cada, mediante a organização dos estudantes em grupos colaborativos de 4 a 5 integrantes.

4.1 SEQUÊNCIA DIDÁTICA, O QUE É?

A Teoria das Situações Didáticas (TSD), formulada por Guy Brousseau em 1986, foca na modelagem do ensino e da aprendizagem da matemática escolar. Ao contrário de abordagens centradas exclusivamente no sujeito, a TSD toma a própria situação didática como objeto de estudo. Sob essa perspectiva, o docente planeja as atividades controlando variáveis e prevendo obstáculos para guiar o estudante. O aluno atua de forma semelhante a um cientista: formula hipóteses, testa conjecturas, constrói modelos e valida conceitos.

Assim, o papel do professor transcende a mera transmissão de conteúdos, consistindo na devolução de uma situação-problema desafiadora ao estudante.

Uma situação didática é definida por Brousseau como segue:

Uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo (o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição (...). O trabalho do aluno deveria, pelo menos, em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes (Brousseau, 1986 apud [FREITAS, 2012](#), p. 80)).

Fica claro que a convergência entre o planejamento de uma Sequência Didática e a TSD exige uma transposição didática intencional. Esse processo transforma a sala de aula em um espaço de investigação ativa, onde o erro é visto como obstáculo epistemológico superável e o conhecimento matemático é construído com significado real para o aluno.

No ensino da Matemática a utilização de Sequências Didáticas (SD) tem se consolidado como uma estratégia fundamental para a organização do trabalho pedagógico. Conforme apontam [Costa e Gonçalves \(2022\)](#), a SD supera a mera listagem de exercícios lineares; trata-se de um conjunto de atividades integradas e estruturadas intencionalmente para atingir objetivos de aprendizagem específicos.

No cenário da Educação Matemática, o conceito de Sequência Didática (SD) não é universal e único. Costa e Gonçalves (2022) realizaram uma ampla investigação teórica e categorizaram seis abordagens predominantes para o termo, as quais se diferenciam pelo foco metodológico, epistemológico ou psicológico que adotam:

Compreensão Didática (Engenharia Didática): Baseada nas proposições francesas de Artigue (1988), a SD funciona como sinônimo de “sequência de ensino” dentro de um esquema experimental rigoroso, estruturado em análise a priori, experimentação e análise a posteriori.

Compreensão Pedagógica (Zabala): Ancorada em Antoni Zabala, define a SD como um conjunto de atividades ordenadas e articuladas voltadas a objetivos educacionais amplos, priorizando a prática reflexiva e a avaliação processual ([ZABALA, 1998](#)).

Compreensão Linguística (Dolz e colaboradores): Desenvolvida por Dolz, Noverraz e Schneuwly (2011) no campo da linguística aplicada, foca na apropriação de gêneros textuais (orais ou escritos) por meio de módulos sistemáticos projetados a partir das dificuldades diagnosticadas nos estudantes.

Compreensão Matemática (Sequência Fedathi): Metodologia genuinamente brasileira criada por Hermínio Borges Neto (UFC), cujo escopo é posicionar o estudante de forma análoga à de um matemático profissional em produção científica, dividida nas etapas de Tomada de Posição, Maturação, Solução e Prova (SOUSA et al., 2013).

Compreensão Didática e Pedagógica (SD Interativa): Proposta Oliveira (2011), desdobra-se da Metodologia Interativa e utiliza o Círculo Hermenêutico-Dialético para integrar a construção e reconstrução de conceitos à luz de teorias complexas de aprendizagem.

Compreensão Psicológica (UARC's): Idealizada por Cabral (2017) sob o conceito de Unidades Articuláveis de Reconstrução Conceitual, fundamenta-se na vertente Histórico-Cultural de Vygotsky para mediar a aprendizagem matemática por meio de intervenções estruturantes que impulsionam a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP)

A Sequência Fedathi parte do simples — a Tomada de Posição diante de uma situação-problema — e ascende gradativamente em direção à complexidade da formalização e da generalização matemática, culminando na etapa da Prova. Esse movimento metodológico redefine o nível de controle e a intencionalidade do professor, que deixa de ser um transmissor direto para se tornar um mediador da investigação. Paralelamente, identifica-se uma profunda complementaridade entre essa postura ativa e a Compreensão Pedagógica de Zabala. Ambas as perspectivas rejeitam veementemente o ensino mecânico baseado em listas de exercícios lineares e descontextualizados. Zabala fornece o arcabouço macro-estrutural desse processo ao defender que as atividades precisam ser encadeadas de forma intencional, permitindo que o aluno mobilize seus conhecimentos prévios rumo a saberes progressivamente mais elaborados.

No contexto desta pesquisa — que investiga a modelagem da escala de pH —, a articulação teórica adotada adquire um caráter híbrido. A proposta beneficia-se da contextualização macro da realidade defendida por Zabala, mas exige, simultaneamente, a postura investigativa ativa da Sequência Fedathi. Essa convergência metodológica estimula o estudante a atuar analogamente a um cientista, aproximando a abstração da função logarítmica da concretude química do potencial hidrogeniônico.

Para este trabalho, destacam-se as seguintes características identificadas pelos autores:

1. Contextualização: A necessidade de situar o conteúdo dentro de uma realidade ou problema.
2. Explicitação de Fases: Uma SD bem estruturada deve possuir etapas claras (momentos de diagnóstico, desenvolvimento e síntese).
3. Justificativa da Compreensão: O professor deve entender o porquê de cada atividade estar naquela ordem específica.

4.1.1 A Sequência Didática como Instrumento de Pesquisa e Ensino

Um ponto relevante trazido pelo artigo é que a Sequência Didática (SD) serve tanto para o ensino quanto para a pesquisa. Ela permite que o pesquisador observe a evolução do aluno desde o primeiro contato com o tema — como a história de Napier — até a aplicação prática em cálculos de pH. Ao estruturar essa proposta para o ensino de logaritmos, o docente-pesquisador utiliza cada etapa do circuito para coletar dados sobre as dificuldades e os avanços dos discentes. Portanto, o procedimento funciona como o elo que une a teoria histórica discutida anteriormente à prática pedagógica.

Essa dinâmica converge com a perspectiva de Zabala (1998), que define a sequência didática como um encadeamento de situações de ensino articuladas. Esse arranjo permite ao aluno construir conhecimentos de maneira significativa, partindo de saberes prévios até alcançar níveis mais elaborados de compreensão. No contexto deste trabalho, a estratégia é utilizada para ensinar logaritmos por meio da modelagem da escala de pH, permitindo que os estudantes compreendam a função logarítmica a partir de situações reais e experimentais.

4.2 ESTRUTURA DA SEQUÊNCIA DIDÁTICA (PÚBLICO-ALVO, TEMPO E MATERIAIS)

A elaboração de uma Sequência Didática (SD) exige do docente um esforço que ultrapassa a mera seleção de conteúdos curriculares. Essa ferramenta pedagógica constitui-se como um elemento-chave para a organização do processo de ensino e aprendizagem, permitindo ao professor planejar ações de forma articulada, sistemática e contextualizada. Segundo Antoni Zabala, o procedimento pode ser compreendido como “um conjunto de atividades ordenadas, estruturadas e articuladas para a realização de determinados objetivos educacionais” (ZABALA, 1998, p. 18). Dessa forma, seu desenho metodológico deve considerar componentes essenciais para a efetivação do aprendizado, tais como o público-alvo, o tempo de execução e os recursos utilizados.

Conforme discutem Costa e Gonçalves (2022), essa metodologia apresenta diferentes abordagens na Educação Matemática, mas preserva como característica comum a divisão do trabalho pedagógico em etapas que favorecem a participação ativa do estudante na construção do próprio conhecimento. Nesse sentido, o planejamento minucioso dessa estrutura torna-se fundamental para o êxito das práticas em sala de aula.

Público-alvo

O público-alvo corresponde ao grupo de estudantes para o qual a proposta é projetada. Nessa etapa de planejamento, o professor deve mapear fatores como faixa etária, nível de escolaridade, conhecimentos prévios, dificuldades recorrentes e o contexto social dos discentes. O diagnóstico desses elementos permite adequar os conteúdos, as escolhas metodológicas e as tarefas às reais necessidades da turma.

De acordo com Zabala (1998), o ponto de partida do ensino deve considerar as experiências e saberes dos alunos, estimulando-os a agir ativamente na edificação do saber. Assim, um itinerário voltado para o Ensino Médio, por exemplo, exige linguagem, problemas e abordagens compatíveis com a maturidade e a realidade dos jovens dessa etapa escolar.

Na Educação Matemática, a caracterização dos estudantes influencia diretamente a seleção dos recursos. Enquanto em turmas do Ensino Fundamental o aprendizado pode ser impulsionado por jogos, materiais manipuláveis e dinâmicas lúdicas, o Ensino Médio comporta a exploração de situações-problema complexas, tecnologias digitais e aplicações modeladas da matemática no cotidiano.

Tempo

O tempo refere-se ao período cronológico necessário para o desenvolvimento integral das atividades previstas. Essa gestão temporal precisa sopesar a quantidade de horas-aula disponíveis, a densidade do conteúdo e o ritmo próprio de aprendizagem da turma. Uma divisão equilibrada do cronograma assegura que todas as fases da SD sejam cumpridas sem atropelos que possam comprometer a absorção do conhecimento.

Segundo Oliveira (2011), o sucesso desse modelo didático atrela-se a um planejamento prévio rigoroso, que delimite o papel de cada tarefa ao longo do processo de ensino-aprendizagem. Sob essa ótica, o docente deve distribuir as ações de modo a contemplar, harmonicamente, os momentos de introdução, desenvolvimento, sistematização e avaliação dos tópicos curriculares.

Vale ressaltar que a extensão cronológica varia conforme os objetivos pretendidos: algumas propostas esgotam-se em poucas aulas, ao passo que outras demandam projetos de várias semanas. Por essa razão, recomenda-se que o cronograma seja flexível, abrindo margem para ajustes baseados nos ritmos, dificuldades ou avanços manifestados pelos estudantes durante a execução.

Materiais

Os materiais didáticos correspondem aos suportes textuais, visuais ou tecnológicos mobilizados para subsidiar o desenvolvimento das tarefas. Esses recursos devem ser selecionados em estrita consonância com os objetivos pedagógicos estabelecidos e o perfil do público-alvo.

Entre as ferramentas recorrentes na literatura e na prática docente figuram livros, projetores multimídia, slides, vídeos e textos de apoio. Oliveira (2011) destaca que o professor deve se valer desse ecossistema de mídias — incluindo imagens e documentários — para conferir robustez teórica e metodológica às intervenções propostas.

No campo da Educação Matemática, o uso de aportes concretos e digitais atua como um facilitador na transição dos conceitos abstratos para o plano compreensível, tornando a aula mais dinâmica. Recursos como o software GeoGebra, o geoplano, calculadoras e jogos matemáticos promovem uma interação direta entre o estudante e o objeto de estudo.

Ademais, esses insumos devem fomentar o protagonismo discente, estimulando o raciocínio lógico, a investigação e a resolução de problemas. O professor assume, portanto, o papel de mediador e designer desse ambiente, organizando os recursos para disparar processos significativos de aprendizagem.

4.3 ATIVIDADE 1: “CHOQUE LOGARÍTMICO” ENTRE O LIMÃO E A MAÇÃ

Público-Alvo: Alunos do primeiro ano do Ensino Médio. A atividade é proposta para uma turma de aproximadamente 30 a 35 estudantes, organizados em grupos de 4 a 5 integrantes.

Conhecimentos Prévios:

- **Química:** Noções básicas de acidez e alcalinidade presentes no cotidiano.
- **Matemática:** Operações com potências de base 10 e aplicação de propriedades de potenciação.

Tempo Estimado: Um encontro composto por duas aulas geminadas de 50 minutos (totalizando 100 minutos).

Materiais Necessários:

- **Providos pelo docente:** 6 limões, 6 maçãs, facas plásticas descartáveis, 12 béqueres de plástico (ou copos transparentes), fitas indicadoras de pH (ou extrato de repolho roxo como indicador caseiro), quadro e pincel.
- **Providos pelos discentes:** Caderno para anotações e calculadora simples (opcional).

Objetivo da Atividade: Medir experimentalmente o pH do suco de limão e do extrato de maçã, confrontando os valores obtidos com as concentrações reais de íons hidrogênio ($[H^+]$) presentes em cada solução.

Objetivo Pedagógico: Ao final da aula, espera-se que o estudante compreenda o caráter não linear da escala de pH, identificando que uma variação unitária nessa escala geométrica corresponde a uma alteração de base decimal (dez vezes maior ou menor) na concentração iônica, superando o obstáculo epistemológico da proporcionalidade linear.

4.3.1 Descrição da Atividade

1. Problematização e Tomada de Posição (30 minutos):

Inicialmente, o professor apresenta os frutos reais à sala e lança o questionamento desencadeador: “Qual dessas substâncias é mais ácida: o limão ou a maçã? E geometricamente, quão mais ácido o limão é em relação à maçã?”.

Os estudantes realizam o procedimento experimental de medição: espremem o limão em um béquer e maceram a maçã no outro, utilizando a fita indicadora para aferir os valores aproximados de $pH \approx 2$ para o limão e $pH \approx 3$ para a maçã. O professor convida os grupos a compararem numericamente esses valores brutos. Pela intuição linear decorrente do senso comum, a tendência imediata dos discentes é responder que o limão é “apenas uma unidade” ou “uma vez” mais ácido que a maçã.

2. Exploração Matemática e Maturação (40 minutos):

A partir dessa tomada de posição, o professor conduz a discussão para o plano microscópico da Química, apresentando a definição formal da concentração de íons hidrogênio em função do pH medido:

$$[H^+] = 10^{-pH} \quad (4.1)$$

Dessa forma, os alunos são orientados a modelar matematicamente a concentração de ambas as frutas em seus respectivos cadernos:

$$[H^+]_{\text{limão}} = 10^{-2} \text{ mol/L} \quad (4.2)$$

$$[H^+]_{\text{maçã}} = 10^{-3} \text{ mol/L} \quad (4.3)$$

Em seguida, propõe-se o cálculo da razão entre as duas concentrações para determinar a magnitude real da diferença:

$$\frac{[H^+]_{\text{limão}}}{[H^+]_{\text{maçã}}} = \frac{10^{-2}}{10^{-3}} = 10^{(-2)-(-3)} = 10^1 = 10 \quad (4.4)$$

3. Institucionalização do “Choque Conceitual” (30 minutos):

O professor retoma o controle da mediação para formalizar o fechamento da atividade. Os alunos são levados a perceber o paradoxo: apesar de a diferença aritmética na escala de pH ser de apenas 1 unidade ($3 - 2 = 1$), a acidez real do limão é 10 vezes maior que a da maçã.

Contribuição Didática

Esta ruptura cognitiva provoca o chamado “**choque conceitual**”, desconstruindo a expectativa de uma variação linear e introduzindo a necessidade do pensamento logarítmico para comprimir grandes intervalos de dados químicos em uma escala numérica manejável e de uso cotidiano.

4.4 ATIVIDADE 2: ANALISANDO O PH DE SHAMPOOS E REFRIGERANTES (INTERPRETAÇÃO DE RÓTULOS)

Público-Alvo: Alunos do primeiro ano do Ensino Médio. A atividade é proposta para uma turma de aproximadamente 30 a 35 estudantes, organizados nos mesmos grupos de

4 a 5 integrantes da etapa anterior.

Conhecimentos Prévios:

- Compreensão do caráter não linear da escala de pH (construído na Atividade 1).
- Definição e manipulação elementar de logaritmos na base 10.

Tempo Estimado: Um encontro composto por duas aulas geminadas de 50 minutos (totalizando 100 minutos).

Materiais Necessários:

- **Providos pelo docente:** Quadro, pincel e tabela de apoio impressa contendo os valores médios de referência de pH para produtos de consumo frequente.
- **Providos pelos discentes (em grupo):** 3 a 4 embalagens vazias e higienizadas de produtos de higiene e consumo (ex: shampoos, condicionadores, refrigerantes de cola, sabonetes líquidos ou águas minerais).

Objetivo da Atividade: Investigar a acidez e a alcalinidade de produtos comerciais por meio da leitura crítica de rótulos, convertendo os índices de pH identificados em concentrações molares exatas de íons hidrogênio ($[H^+]$).

Objetivo Pedagógico: Ao final da aula, espera-se que o estudante seja capaz de interpretar dados científicos expressos em rótulos de consumo cotidiano e aplicar de forma autônoma a função logarítmica inversa, desenvolvendo o pensamento crítico e consolidando a transição do pensamento aritmético para o pensamento logarítmico na análise de fenômenos químicos.

4.4.1 Descrição da Atividade

1. Problematização e Nova Tomada de Posição (25 minutos):

O professor solicita que os grupos coloquem sobre as bancadas as embalagens trazidas. Lança-se o questionamento norteador: “O pH do shampoo que você utiliza na pele ou o do refrigerante que você consome são parecidos? Qual deles exige maior acidez para cumprir sua função e o que essa diferença numérica nos diz sobre a segurança do produto?”.

Os estudantes realizam uma varredura visual nos rótulos à procura do valor do pH. Caso a embalagem seja omissa, os grupos utilizam a tabela de apoio fornecida pelo docente para coletar os valores médios de referência (ex: refrigerante de cola com $pH \approx 2,5$ e shampoo neutro com $pH \approx 5,5$).

2. Exploração Matemática, Maturação e Prova (45 minutos): Nesta etapa, o aprofundamento algébrico ocorre por meio da introdução formal da função logarítmica:

$$pH = -\log_{10}[H^+] \quad (4.5)$$

Os estudantes enfrentam o desafio de manipular a equação para isolar a concentração iônica diante de valores decimais de pH. Os grupos realizam a modelagem matemática para os produtos analisados:

- **Modelagem para o Refrigerante ($pH = 2,5$):**

$$2,5 = -\log_{10}[H^+] \implies \log_{10}[H^+] = -2,5 \implies [H^+] = 10^{-2,5} \approx 3,16 \times 10^{-3} \text{ mol/L} \quad (4.6)$$

- **Modelagem para o Shampoo ($pH = 5,5$):**

$$5,5 = -\log_{10}[H^+] \implies [H^+] = 10^{-5,5} \approx 3,16 \times 10^{-6} \text{ mol/L} \quad (4.7)$$

Os grupos efetuam a razão entre as potências de expoentes fracionários, aplicando a etapa de Prova da Sequência Fedathi para validar suas conclusões sobre a magnitude real da diferença (o refrigerante é $10^3 = 1000$ vezes mais ácido que o shampoo).

3. Institucionalização e Debate Crítico (30 minutos):

O professor retoma o controle da mediação para formalizar o fechamento da atividade, correlacionando os resultados matemáticos com as implicações biológicas do cotidiano. Debate-se a necessidade do rigoroso controle químico do pH de cosméticos para evitar danos dermatológicos, em contraste com a extrema acidez tolerável no sistema digestório para os refrigerantes.

Contribuição Didática

O estudante avança do choque intuitivo inicial para o uso autônomo do ferramental logarítmico, capacitando-se a decodificar, contextualizar e avaliar criticamente os riscos e propriedades de produtos inseridos em seu ambiente social.

4.5 ATIVIDADE 3: A ALCALINIDADE DA CLARA DE OVO E O CONCEITO DE POH

Público-Alvo: Alunos do primeiro ano do Ensino Médio. A atividade é proposta para uma turma de aproximadamente 30 a 35 estudantes, organizados nos mesmos grupos de 4 a 5 integrantes das etapas anteriores.

Conhecimentos Prévios:

- Modelagem matemática da acidez via equações logarítmicas de base decimal e fracionária (adquiridos nas Atividades 1 e 2).
- Conceito elementar de plano cartesiano e representação de pares ordenados (x, y) .

Tempo Estimado: Um encontro composto por duas aulas geminadas de 50 minutos (totalizando 100 minutos).

Materiais Necessários:

- **Providos pelo docente:** Quadro, pincel, folhas de papel milimetrado (um bloco por grupo), réguas e dispositivos computacionais com acesso ao software Geogebra (opcional).
- **Providos pelos discentes (em grupo):** Uma clara de ovo crua acondicionada em um recipiente plástico transparente, fita indicadora de pH e calculadora simples.

Objetivo da Atividade: Explorar a natureza das soluções básicas (alcalinas) através da relação complementar entre pH e pOH, realizando a transposição dos dados numéricos para a representação gráfica da função para analisar o seu comportamento assintótico.

Objetivo Pedagógico: Ao final da aula, espera-se que o estudante compreenda a totalidade da escala de pH (0 a 14) e a complementaridade iônica do meio aquoso, sendo capaz de transpor dados tabelados para o plano cartesiano. O estudante deve reconhecer criticamente o comportamento assintótico da função exponencial/logarítmica, percebendo que a concentração de íons se aproxima de zero nas extremidades da escala, mas nunca a toca teoricamente.

4.5.1 Descrição da Atividade

1. Problematização e Tomada de Posição (20 minutos):

O professor introduz a clara de ovo e solicita que os grupos realizem a medição experimental do seu pH utilizando a fita indicadora, registrando o valor de $pH \approx 8$. Lança-se o desafio norteador: “Até agora estudamos substâncias com pH menor que 7, que são ácidas. O que significa obter um pH maior que 7? Se a acidez diminuiu, o que aumentou nessa solução do ponto de vista químico e matemático?”.

Os estudantes realizam a **Tomada de Posição** confrontando a alcalinidade da clara de ovo com os insumos fortemente ácidos das aulas anteriores. O professor formaliza a existência dos íons hidróxido (OH^-), responsáveis pela basicidade, e apresenta a equação da complementaridade iônica da água:

$$pH + pOH = 14 \quad (4.8)$$

2. Exploração Matemática e Maturação (45 minutos):

Os grupos entram na fase de *Maturação*, calculando o potencial hidroxiliônico (pOH) e a respectiva concentração molar de $[OH^-]$ para o insumo analisado:

$$pOH = 14 - 8 = 6 \implies [OH^-] = 10^{-6} \text{ mol/L} \quad (4.9)$$

Avançando para a transposição geométrica, o professor propõe que os alunos construam o gráfico da função que rege a concentração de íons em relação ao pH de uma solução,

definida por $f(x) = 10^{-x}$, mapeando os pontos obtidos ao longo de toda a sequência didática:

- Ponto *A* (Limão): (2; 0, 01)
- Ponto *B* (Refrigerante): (2, 5; 0, 00316)
- Ponto *C* (Shampoo): (5, 5; 0, 00000316)
- Ponto *D* (Clara de Ovo): (8; 0, 00000001)

Utilizando o papel milimetrado ou o Geogebra, os estudantes plotam a curva decrescente. Os grupos debatem o comportamento visual e geométrico da linha à medida que o pH avança para a extremidade oposta da escala.

3. Prova, Institucionalização e Comportamento Assintótico (35 minutos):

Na etapa de *Prova*, os discentes debatem se a curva do gráfico cortará o eixo das abscissas (eixo x , representante do pH) caso o valor alcance o limite alcalino. O professor retoma a mediação para formalizar o conceito de **assíntota horizontal**.

Demonstra-se que, por mais básica que seja a solução (como o hidróxido de sódio, $pH \approx 14$), a concentração de íons $[H^+]$ torna-se infinitesimal (10^{-14} mol/L), mas matematicamente converge para zero sem nunca igualá-lo ($10^{-x} \neq 0$). Portanto, o eixo horizontal funciona como uma linha assintótica que a função se aproxima indefinidamente sem jamais interceptá-la.

Contribuição Didática

Esta atividade promove a síntese visual e conceitual da sequência didática, o estudante fecha o ciclo evolutivo de aprendizagem, conectando a álgebra abstrata dos logaritmos e exponenciais ao comportamento geométrico de curvas cartesianas, aplicando conceitos complexos de limites e assíntotas a substâncias biológicas do cotidiano.

4.6 ANÁLISE DAS ATIVIDADES PROPOSTAS DE ACORDO COM A TEORIA DAS SEQUÊNCIAS DIDÁTICAS

A articulação metodológica da Atividade 1 materializa-se na convergência entre as duas matrizes teóricas adotadas: o procedimento experimental com os frutos funciona como a Tomada de Posição da Sequência Fedathi, mobilizando os conhecimentos prévios e as hipóteses lineares dos estudantes diante da situação-problema. O choque conceitual decorrente do cálculo da razão de acidez quebra essa intuição inicial, permitindo que o professor intervenha e conduza o encadeamento das atividades rumo à formalização matemática e à institucionalização do conceito logarítmico, cumprindo o objetivo macro-estrutural de Zabala (1998) ao transformar saberes cotidianos em construções cognitivas progressivamente mais elaboradas.

A análise da Atividade 2 revela o amadurecimento metodológico da sequência, sustentada pelo entrelaçamento harmônico das perspectivas de Zabala e da Sequência Fedathi.

O preceito macroestrutural de Zabala consolida-se por meio do encadeamento progressivo de saberes: o estudante avança do choque intuitivo provocado na primeira aula (pautado em bases inteiras) para um nível superior de abstração, manipulando de forma autônoma expoentes fracionários e equações logarítmicas em um novo contexto. Sob a ótica da Sequência Fedathi, a análise direta das embalagens trazidas pelos próprios alunos atua como uma nova Tomada de Posição, impulsionando a fase de Maturação no momento em que os grupos decodificam os expoentes fracionários ($10^{-2,5}$ e $10^{-5,5}$). O processo culmina na etapa de Prova (ou validação), em que os discentes realizam a operação de divisão de potências e testam empiricamente suas hipóteses sobre a magnitude da acidez em produtos de seu consumo direto.

Além dessa dinâmica procedural, a atividade amplia seu horizonte pedagógico ao incorporar os pressupostos da Educação Matemática Crítica de Ole Skovsmose (SKOVSMOSE, 2014). Ao retirar os logaritmos do tradicional “paradigma do exercício” abstrato e transportá-los para um cenário de investigação focado na rotulagem comercial, a aula estimula o desenvolvimento da literacia matemática. A matemática deixa de ser um mero algoritmo de cálculo e passa a operar como uma ferramenta de leitura política e social do mundo. Desse modo, ao calcular as discrepâncias de acidez e discutir o controle químico necessário para a formulação de cosméticos e bebidas industrializadas, os estudantes são instigados a questionar o papel regulador da ciência e os impactos dessas substâncias na saúde humana, promovendo a formação de cidadãos conscientes, reflexivos e atuantes em sua realidade democrática.

Quanto a atividade 3 sob a perspectiva macroestrutural de Zabala (1998), esta atividade funciona como o momento culminante do encadeamento progressivo e da síntese de saberes. O autor defende que a aprendizagem significativa ocorre quando o estudante mobiliza esquemas de conhecimento previamente construídos para interpretar novas situações. Aqui, o aluno não recebe uma teoria abstrata de assíntotas; ele utiliza os dados empíricos acumulados nas atividades anteriores (limão, refrigerante, shampoo) e adiciona a clara de ovo para estruturar um panorama global. A passagem da álgebra (cálculo de pOH) para a geometria (plotagem cartesianas) fecha o ciclo de diferenciação progressiva, permitindo que o estudante ressignifique a escala de pH em sua totalidade (de 0 a 14) e mude seu patamar cognitivo em relação ao conceito de função.

Na engrenagem metodológica da Sequência Fedathi, a Atividade 3 percorre as etapas finais e mais complexas de maturação científica do estudante:

Tomada de Posição: Ocorre no momento da problematização da clara de ovo ($pH \approx 8$). Os alunos são forçados a quebrar o paradigma de que o pH serve apenas para medir a "acidez", sendo desafiados a entender o que matematicamente acontece quando cruzamos a fronteira neutra do número 7.

Maturação: Manifesta-se no trabalho autônomo dos grupos ao plotarem os pontos no papel milimetrado ou no GeoGebra. Os discentes debatem entre si como conectar

pontos com ordens de grandeza tão discrepantes (10^{-2} até 10^{-8}), tateando a visualização do achatamento da curva.

Prova: É deflagrada pelo questionamento se a curva tocará ou cruzará o eixo x no pH 14. Os alunos precisam formular argumentos matemáticos que validem ou refutem a existência do "zero" na concentração de íons. Institucionalização: O professor intervém para formalizar o conceito de assíntota horizontal e o comportamento limite da função exponencial/logarítmica. O saber matemático é finalmente validado e conectado à química do equilíbrio iônico.

4.7 CONSTRUÇÃO DO KIT-PEDAGÓGICO “KILOG-PH”

Nome do Kit: **KILog-pH**: O Potencial dos Logaritmos no Cotidiano.

O KILog-pH (Kit Interdisciplinar de Logaritmos e pH) é um material didático manipulável desenvolvido para transformar o aprendizado de funções logarítmicas e exponenciais no Ensino Médio. Rompendo com o modelo tradicional de currículo fragmentado em “gavetas isoladas”, este kit une a Matemática e a Química em uma jornada de investigação científica ativa e contextualizada, totalmente alinhada às diretrizes da Base Nacional Comum Curricular (BNCC).

Fundamentado nos princípios da Modelagem Matemática, da Teoria das Situações Didáticas (Brousseau) e na estrutura metodológica da Sequência Fedathi, o kit desafia os estudantes a assumirem o papel de cientistas. A partir de elementos concretos do dia a dia — como o limão, a maçã, cosméticos e a clara de ovo —, os alunos investigam o potencial hidrogeniônico (pH) e confrontam suas intuições lineares com a realidade da escala decimal.

O kit é o coração de uma sequência didática estruturada em três momentos principais de investigação coletiva:

1. O Choque Logarítmico (Limão vs. Maçã): Os estudantes usam os béqueres e os indicadores químicos para descobrir que uma variação aritmética simples na escala de pH representa, na verdade, uma variação exponencial (10 vezes maior ou menor) na concentração de íons.
2. A Leitura do Mundo (Rótulos Comerciais): Através da análise de produtos reais trazidos de casa, como shampoos e refrigerantes, os grupos aplicam de forma autônoma a função logarítmica inversa para decodificar dados científicos do mercado consumidor.
3. A Geometria do Limite (A Clara de Ovo): Ao explorar soluções alcalinas e plotar os dados no plano cartesiano, os alunos visualizam o comportamento assintótico da função exponencial/logarítmica, compreendendo graficamente que a concentração iônica se aproxima de zero, mas matematicamente nunca o toca.

4.7.1 Identidade visual e encarte interno

A identidade visual foi desenvolvida por IA (Nano Banana 2) com o seguinte comando.

Desenvolva um encarte que represente uma identidade visual para as sequencias didáticas em anexo (as sequencias didáticas desenvolvidas foram colocadas em um documento a ser anexado a IA) a ser impressa em decalque para adesivar uma caixa de madeira, com cores associada ao degradê real da escala de pH, que agrade ao publico do ensino médio, contendo o nome do KitLOg-PH.

A partir da primeira sugestão foram feitas pequenas modificações gerando a Figura 8.

Figura 8 – Capa do KiLOg-ph



Fonte: Gerada por IA com instruções da autora

A caixa contendo os materiais são apresentados nas Figuras 9 e 10.

Figura 9 – Frente do KiLog-ph



Fonte: A autora

Na parte interna tampa da caixa deve conter uma descrição dos materiais e dos espaços correspondentes

Figura 10 – Descrição dos materiais KiLog-ph



Fonte: A autora

4.7.2 Dentro do Box

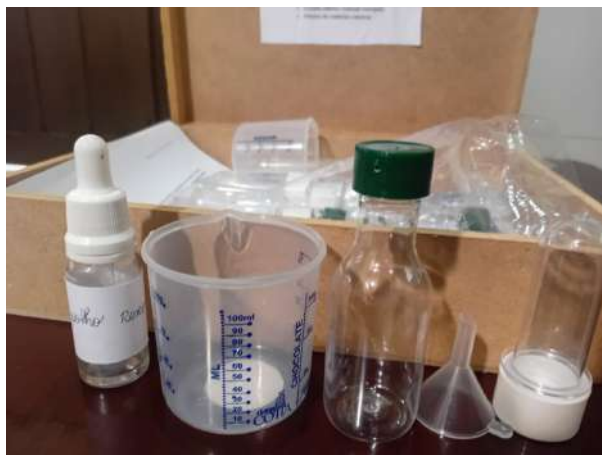
I - Itens Permanentes e Consumíveis (Fornecidos no Kit)

1. Béqueres plásticos: 12 copos transparentes de 100ml.
2. Fitas indicadoras: 2 rolos de fita universal de pH com escala de cores.
3. Facas descartáveis: 6 unidades plásticas para corte seguro .
4. Tubos de ensaios : 6 unidades plásticas
5. Tabelas de apoio: 6 guias plastificados com pH de produtos comerciais
6. Papel milimetrado: 1 bloco para plotagem dos gráficos de funções
7. Régua plásticas: 6 unidades de 30cm para traçar as assíntotas
8. Guia do Professor: Encarte com os passos das três etapas Sequência didática
9. Caso seja adotado o repolho roxo como descrito a seguir, deve ter um encarte para descrever como preparar o líquido.

Alguns dos materiais e folhetos são apresentados nas Figuras 11 e 12.

10. Cartões avaliativos

Figura 11 – Material do Kit



Fonte: A autora

Figura 12 – Folhetos explicativos KiLOg-ph



Fonte: A autora

II - Espaço dos Alunos (O que eles trazem de casa)

Nicho dos Frutos: Espaço para 6 limões e 6 maçãs frescos

Nicho dos Cosméticos: Divisória para as embalagens vazias de shampoo e refrigerante. (por não ser perecível material pode estar nos materiais permanentes, entretanto seria interessante os alunos trazerem o que usam no cotidiano.)

Nicho Biológico: Suporte seguro para o copinho com a clara de ovo crua

Nicho Tecnológico: Espaço para acomodar os cadernos e as calculadoras simples. (por não ser perecível material pode estar nos materiais permanentes, com blocos e calculadoras fornecidas pela escola)

Uma alternativa a fita importada, é os alunos utilizarem uma solução líquida que reage visualmente e de forma instantânea às propriedades de acidez ou alcalinidade do meio. O repolho roxo contém pigmentos chamados antocianinas, que são responsáveis por

sua cor escura. Na química, essa substância funciona como um indicador porque muda de estrutura molecular e, conseqüentemente, de cor ao entrar em contato com diferentes concentrações de íons de hidrogênio ($[H^+]$).

O preparo do indicador pode ser feito previamente pelo professor ou de forma colaborativa com a turma no laboratório de química da escola:

- **Picar:** Corte cerca de 2 folhas de repolho roxo em pedaços bem pequenos.
- **Extrair:** Coloque o repolho em um recipiente com 200 mL de água fervente e deixe descansar por 10 a 15 minutos até a água ficar com um tom roxo bem escuro. (Alternativa rápida: bater o repolho com água em temperatura ambiente no liquidificador e coar).
- **Filtrar:** Passe o líquido por um filtro de café ou peneira fina.
- **Armazenar:** Coloque o líquido em um frasco escuro e guarde na geladeira. (adicionar uma colher de álcool de farmácia ajuda a preservar o extrato por mais semanas sem estragar).

Na atividade prática com o kit KILog-pH, os alunos vão pingar de 5 a 10 gotas do extrato de repolho roxo nos béqueres que contêm as amostras diluídas em água. A escala de cores substituta segue o padrão abaixo, correlacionada diretamente com a matemática dos logaritmos como é mostrado na Tabela 1:

Tabela 1 – Escala de cores do indicador de repolho roxo correlacionada ao pH e à concentração hidrogeniônica.

Substância Testada	Cor Resultante	Classificação	pH	Concentração de $[H^+]$ (mol/L)
Suco de Limão	Vermelho / Rosa Vivo	Muito Ácido	2	10^{-2}
Refrigerante / Vinagre	Rosa Claro	Ácido	3	10^{-3}
Shampoo Neutro	Roxo / Violeta	Próximo ao Neutro	6	10^{-6}
Água Pura	Azul-Escuro	Neutro	7	10^{-7}
Clara de Ovo	Azul-Verde	Levemente Alcalino	8	10^{-8}
Bicarbonato de Sódio	Verde / Amarelo	Muito Alcalino	9 a 11	10^{-9} a 10^{-11}

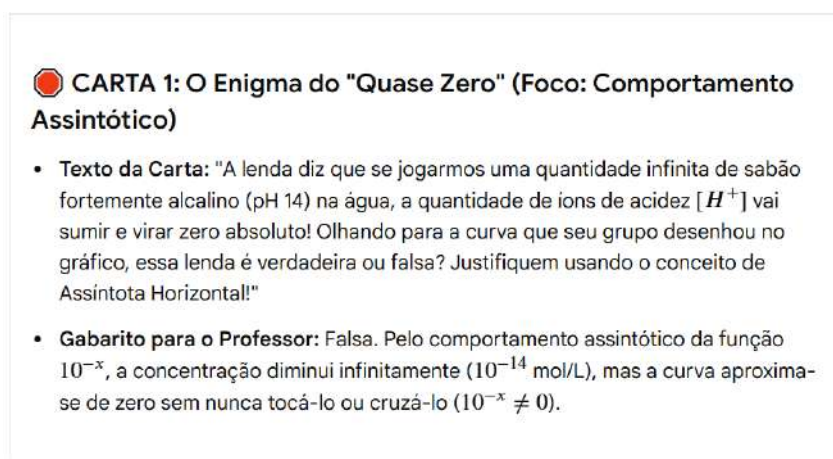
Fonte: As mil cores do repolho roxo (MARTINS et al. 2013) .

Cartões para atividades avaliativas

Os **KiLog-pH** deve conter cartões avaliativos para terceira etapa, nas Figuras 13, 14, 15 são apresentados três cartões de avaliação, mas outros cartões podem ser acrescentados conforme a realidade da escola.

As imagens dos cartões foram geradas por IA (Gimini) para que quando impressa ficassem com formato de cartões. Para isso, foram colocadas as perguntas e o gabarito e a IA foi instruída a gerar em formato de cartão.

Figura 13 – Cartão 1 do KiLOg-ph



Fonte: Gerada por IA com instruções da autora

Na mente do estudante do 1º ano do Ensino Médio, existe uma tendência natural em achar que todo processo de decrescimento é linear e possui um fim determinado (um ponto de parada). O cartão 1 ataca esse obstáculo ao introduzir a noção de decréscimo infinitesimal. Ela mostra que, na escala logarítmica/exponencial, a aproximação ocorre por divisões sucessivas por 10 (ex: de 10^1 para 10^2 , depois $10^{-3} \dots$ até 10^1), o que gera infinitos termos que se aproximam de zero sem nunca alcançá-lo.

O cartão 1 exige que o aluno faça uma conversão de registros de representação semiótica (teoria de Raymond Duval). Ele precisa ler o problema em linguagem materna (o texto sobre o sabão), fazer o cálculo mental/algébrico da concentração e olhar para a curva geométrica no papel milimetrado. O fechamento da cartão 1 ocorre quando o aluno percebe que o fenômeno químico da diluição extrema possui uma tradução geométrica exata no comportamento da curva.

Na dinâmica da Sequência Fedathi, o cartão 1 tira o professor do papel de detentor da resposta correta. Quando o grupo debate o enigma do "quase zero", ocorre a fase de validação: os próprios alunos utilizam o material concreto do kit e o gráfico construído para provar a sua tese aos demais colegas. O professor intervém apenas no final (fase de Sistematização) para dar o nome formal ao que eles descobriram: a Assíntota Horizontal.

O cartão apresentado na Figura 14 se baseia na ideia que o senso comum, os estudantes tendem a categorizar substâncias de forma binária: ou algo é ácido ou é básico. O

Figura 14 – Cartão 2 do KiLOg-ph

 **CARTA 2: O Tabuleiro da Balança Perfeita (Foco: Relação pH + pOH = 14)**

- **Texto da Carta:** "O pH e o pOH vivem em uma gangorra matemática perfeita onde a soma dos dois lados nunca muda. Se a fita indicadora (ou o repolho roxo) revelou que a clara de ovo tem pH = 8, qual é o valor do pOH? Quem está ganhando essa batalha química no ovo: os íons de acidez [H^+] ou os de alcalinidade [OH^-]? Provem calculando as duas concentrações!"
- **Gabarito para o Professor:** Como $pH + pOH = 14$, o $pOH = 6$. A alcalinidade ganha, pois a concentração de [OH^-] = 10^{-6} mol/L é maior do que a de [H^+] = 10^{-8} mol/L.

Fonte: Gerada por IA com instruções da autora

objetivo cognitivo deste cartão é desconstruir a ideia de que substâncias alcalinas não possuem acidez. Ao calcular que a clara de ovo (pH = 8) possui [H^+] = 10^{-8} mol/L e [OH^-] = 10^{-6} mol/L, o aluno compreende que ambos os íons coexistem no meio, mudando apenas a relação de dominância através de potências de base 10.

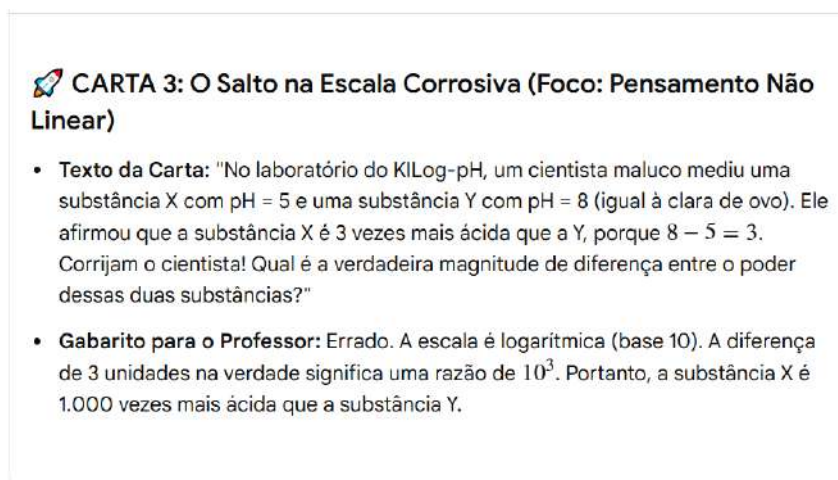
Graficamente, enquanto a curva de concentração de [H^+] decresce de forma assintótica, a curva de [OH^-] cresce de forma simétrica. A carta exige que o aluno execute a conversão do registro numérico/químico para o registro algébrico. O estudante aplica a propriedade dos logaritmos em que o produto das concentrações iônicas da água (K_w) é constante (10^1), transformando uma multiplicação de potências em uma soma linear de expoentes ($8 + 6 = 14$).

Na dinâmica de bancada, a carta exige a Etapa de Formulação. Os alunos precisam criar uma metáfora para explicar aos demais grupos como o aumento de uma unidade na escala de acidez provoca, matematicamente, a redução rigorosa de uma unidade na escala de alcalinidade, mantendo o sistema em equilíbrio permanente.

Já o cartão 3 confronta diretamente o erro do “cientista maluco” que tenta aplicar propriedades aritméticas e lineares a uma escala estritamente logarítmica. Este é o erro mais persistente no Ensino Médio: a aplicação inconsciente da proporcionalidade direta em fenômenos não lineares. O estudante avalia que a distância entre o pH = 5 e o pH = 8 é de 3 unidades ($8 - 5 = 3$), inferindo que uma substância é "3 vezes" mais ácida. A carta funciona como uma Situação-Problema de Desestabilização, forçando o grupo a lembrar que a escala do pH é construída sobre o logaritmo negativo na base 10 ($pH = -\log_{10}[H^+]$).

Para resolver o desafio, o grupo precisa operar no registro da compreensão conceitual da base. Eles devem demonstrar que cada unidade inteira que se reduz na escala de pH representa uma multiplicação por 10 na acidez. Portanto, a diferença de 3 unidades se traduz na razão exponencial:

Figura 15 – Cartão 3 do KiLOg-ph

 CARTA 3: O Salto na Escala Corrosiva (Foco: Pensamento Não Linear)

- **Texto da Carta:** "No laboratório do KiLog-ph, um cientista maluco mediu uma substância X com pH = 5 e uma substância Y com pH = 8 (igual à clara de ovo). Ele afirmou que a substância X é 3 vezes mais ácida que a Y, porque $8 - 5 = 3$. Corrijam o cientista! Qual é a verdadeira magnitude de diferença entre o poder dessas duas substâncias?"
- **Gabarito para o Professor:** Errado. A escala é logarítmica (base 10). A diferença de 3 unidades na verdade significa uma razão de 10^3 . Portanto, a substância X é 1.000 vezes mais ácida que a substância Y.

Fonte: Gerada por IA com instruções da autora

$$\frac{10^{-5}}{10^{-8}} = 10^3 = 1000$$

A visualização concreta do kit (o fato de o limão precisar ser diluído milhares de vezes com água para alterar poucos níveis de cor no repolho roxo) serve como âncora visual para essa validação matemática.

Este cartão oferece o gancho perfeito para a etapa final da Sequência Fedathi conduzida pelo professor. Após o grupo provar matematicamente o erro do cientista da ficção, o docente realiza a Institucionalização. Ele amarra o experimento prático à definição formal de logaritmo, demonstrando como essa ferramenta matemática foi historicamente criada para "comprimir" números extremamente grandes ou pequenos (como 0,00001 e 0,00000001) em uma escala humana e utilizável de 0 a 14.

Os cartões foram plastificados e inseridos no KiLOg-ph (Figura 16)

Figura 16 – Cartões dentro do KiLOg-ph



Fonte: A autora

4.7.3 O que torna KILog-pH Inovador?

Ensino Concreto e Visual: Transpõe a álgebra abstrata dos logaritmos para a geometria palpável de gráficos e reações químicas visíveis (seja com fitas ou com o extrato de repolho roxo).

Protagonismo Ativo: Estimula a formulação de hipóteses, a maturação em equipes, o debate crítico e a validação de conjecturas diretamente na bancada.

Avaliação Gamificada: Substitui testes mecânicos por cartões de desafios que avaliam o raciocínio processual, a literacia matemática e o pensamento crítico dos estudantes diante de problemas reais.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho teve como objetivo investigar de que forma a modelagem matemática da escala de pH pode contribuir para a compreensão do conceito de logaritmo no Ensino Médio, por meio da elaboração de uma sequência didática fundamentada na no Modelo Matemático do pH e na Interdisciplinaridade. A pesquisa foi motivada pelas dificuldades frequentemente encontradas no ensino desse conteúdo, especialmente em razão da abstração dos conceitos, da predominância da memorização de fórmulas e da dificuldade dos estudantes em relacionar a matemática com situações do cotidiano.

A partir dos estudos realizados, considera-se que a questão norteadora da pesquisa foi respondida de forma satisfatória. A revisão bibliográfica permitiu compreender a Interdisciplinaridade é uma estratégia capaz de tornar o ensino mais significativo, favorecendo a participação ativa dos estudantes e aproximando os conteúdos da realidade vivenciada por eles. Nesse contexto, a escala de pH mostrou-se uma ferramenta adequada para estabelecer conexões entre a Matemática e a Química, evidenciando aplicações concretas dos logaritmos.

Os resultados obtidos ao longo da pesquisa reforçam a importância da contextualização no processo de ensino e aprendizagem. Verificou-se que a utilização de exemplos práticos possibilita uma melhor compreensão dos conceitos, contribuindo para a construção de significados e para a superação das barreiras frequentemente associadas ao estudo das funções logarítmicas. Além disso, o uso de materiais simples e de fácil acesso — como limão, vinagre, refrigerantes e outros produtos presentes na rotina dos alunos — demonstra que é possível desenvolver práticas pedagógicas contextualizadas mesmo em escolas com recursos limitados.

Como resposta a essa busca por recursos práticos, o trabalho culminou na concepção e construção do KitLog-pH, um kit pedagógico desenvolvido com materiais concretos e de baixo custo. A elaboração desse dispositivo visual e tátil teve como propósito materializar os conceitos abstratos da função logarítmica e da variação de pH, permitindo que os estudantes manipulem e visualizem as relações matemáticas de forma direta. A criação do kit consolida a proposta metodológica deste estudo, unindo a fundamentação teórica da modelagem a uma ferramenta física e replicável para o trabalho docente.

Em relação aos aspectos metodológicos, a pesquisa foi desenvolvida por meio de um estudo bibliográfico, permitindo a análise de diferentes contribuições teóricas sobre o tema, a Modelagem Matemática, a Interdisciplinaridade e a aprendizagem significativa. Contudo, uma limitação deste trabalho foi a impossibilidade de aplicar a sequência didática elaborada. O curto período disponível para a realização do Trabalho de Conclusão de Curso (TCC), de aproximadamente três meses, aliado ao encerramento das atividades letivas e ao início das férias escolares no mês de junho, inviabilizou a implementação da

proposta em sala de aula.

Apesar dessa limitação, acredita-se que a sequência didática elaborada representa uma importante contribuição deste estudo, oferecendo uma proposta organizada e fundamentada teoricamente. Esse material pode servir de apoio para professores da Educação Básica que desejem abordar os logaritmos de forma mais contextualizada, interdisciplinar e investigativa. Dessa maneira, o produto pedagógico desenvolvido pode auxiliar docentes no planejamento de aulas e na construção de estratégias que promovam uma aprendizagem significativa.

Por fim, espera-se que esta pesquisa contribua para as discussões sobre o ensino de Matemática e incentive o desenvolvimento de novas práticas voltadas para a contextualização dos conteúdos.

Para pesquisas futuras, recomenda-se:

- A aplicação prática da sequência didática proposta no Ensino Médio para a avaliação de seus impactos reais;
- A realização de estudos comparativos entre o uso da modelagem e os métodos tradicionais de ensino;
- A expansão dessa metodologia para outras aplicações logarítmicas, como a escala Richter, a medição de decibéis e a Matemática Financeira.

Almeja-se que este estudo inspire novos docentes e pesquisadores a buscarem práticas pedagógicas mais investigativas, reflexivas e comprometidas com uma formação verdadeiramente cidadã.

REFERÊNCIAS

- ATKINS, P.; PAULA, J. D. *Físico-Química*. 9. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2012. Citado 5 vezes nas páginas 36, 37, 40, 41 e 44.
- AUSUBEL, D. P. *Aquisição e retenção de conhecimentos: uma perspectiva cognitiva*. Lisboa: Plátano Editora, 2003. Citado 2 vezes nas páginas 21 e 45.
- BALL, S. J.; MAGUIRE, M.; BRAUN, A. *Como as escolas fazem as políticas: atuação política nas escolas secundárias*. Ponta Grossa: Editora UEPG, 2016. Citado na página 14.
- BARBOSA, J. C. *Modelagem matemática na educação matemática: contribuições para a construção da identidade profissional dos professores*. Tese (Tese (Doutorado em Educação Matemática)) — Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, 2001. Citado na página 22.
- BIEMBENGUT, M. S. *Modelagem na educação matemática e na ciência*. São Paulo: Livraria da Física, 2016. Citado na página 23.
- BOYER, C. B.; MERZBACH, U. C. *História da Matemática*. 3. ed. São Paulo: Blucher, 2012. Citado na página 26.
- BRASIL. Ministério da Educação. *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, 2018. Citado 4 vezes nas páginas 20, 21, 24 e 25.
- CHANG, R. *Química*. 10. ed. Porto Alegre: AMGH, 2010. Citado 4 vezes nas páginas 35, 36, 37 e 41.
- COSTA, A.; GONÇALVES, M. O uso da sequência didática no ensino. *Revista Brasileira de Educação*, v. 27, p. 350–370, 2022. Página da citação: 365. Citado 2 vezes nas páginas 46 e 48.
- COSTA, R. A.; LIMA, M. F. Desafios da docência coletiva: planejamento e prática interdisciplinar no novo ensino médio. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, v. 106, p. e-54321, 2025. Citado na página 25.
- D'AMBRÓSIO, U. *Educação Matemática: da teoria à prática*. Campinas: Papirus, 1996. Citado 4 vezes nas páginas 14, 20, 21 e 22.
- D'AMBROSIO, U. *Etnomatemática: elo entre as tradições e a modernidade*. Belo Horizonte: Autêntica, 2001. Citado na página 45.
- DANTE, L. R. *Matemática: contexto & aplicações*. 5. ed. São Paulo: Ática, 2020. v. 1. Citado na página 22.
- EVES, H. *Introdução à História da Matemática*. Campinas: Editora da Unicamp, 2004. Citado na página 26.
- FAZENDA, I. C. A. *Dicionário em construção: interdisciplinaridade*. São Paulo: Cortez, 2001. Citado 2 vezes nas páginas 20 e 24.

- FELTRE, R. *Química Orgânica*. São Paulo: Moderna, 2004. v. 3. Citado 3 vezes nas páginas [37](#), [40](#) e [44](#).
- FIORENTINI, D. Mapeamento e leitura crítica das pesquisas sobre o professor que ensina matemática. *Bolema*, v. 21, n. 31, p. 113–144, 2008. Citado na página [14](#).
- FREITAS, J. L. M. Teoria das situações didáticas. In: MACHADO, S. D. A. (Ed.). *Educação Matemática: uma (nova) introdução*. 3. ed. São Paulo: EDUC, 2012. p. 77–111. ISBN 9788528304362. Citado na página [46](#).
- GIL, A. C. *Como elaborar projetos de pesquisa*. 7. ed. São Paulo: Atlas, 2022. ISBN 9786559771585. Citado na página [17](#).
- HALLIDAY, D.; RESNICK, R.; WALKER, J. *Fundamentos de Física: Mecânica*. 10. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2016. v. 1. Citado 2 vezes nas páginas [16](#) e [45](#).
- IEZZI, G.; MURAKAMI, C. *Fundamentos de Matemática Elementar 1: Conjuntos, Funções*. 9. ed. São Paulo: Atual, 2013. v. 1. Citado 9 vezes nas páginas [27](#), [28](#), [29](#), [30](#), [33](#), [34](#), [35](#), [39](#) e [40](#).
- JAPIASSU, H. *Interdisciplinaridade e patologia do saber*. Rio de Janeiro: Imago, 1976. Citado na página [24](#).
- KATO, L. A.; CAVALCANTI, M. R. A modelagem matemática e a interdisciplinaridade no ensino médio. *Educação Matemática Pesquisa*, São Paulo, v. 19, n. 2, 2017. Citado na página [24](#).
- KOTZ, J. C.; TREICHEL, P. M.; TOWNSEND, J. *Química Geral e Reações Químicas*. 6. ed. São Paulo: Cengage Learning, 2014. Citado na página [36](#).
- LIBÂNEO, J. C. *Didática*. 2. ed. São Paulo: Cortez, 2013. Citado na página [24](#).
- MARTINS, B. R. et al. *As mil cores do repolho roxo*. 2013. Núcleo de Educação em Epistemologia da Pesquisa (NUEPE), UFPR. Acesso em: 23 jun. 2026. Disponível em: <https://ufpr.br>. Citado na página [62](#).
- OLIVEIRA, M. M. d. Círculo hermenêutico-dialético como sequência didática interativa. *Interfaces Brasil/Canadá*, v. 11, n. 1, 2011. Disponível em: Periódicos UFPEL. Citado 2 vezes nas páginas [47](#) e [49](#).
- OLIVEIRA, T. M.; SOUZA, L. F. Tecnologias digitais e modelagem: pontes entre a matemática e as ciências da natureza. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, v. 15, n. 1, p. 112–130, 2024. Citado na página [25](#).
- ROQUE, T. *História da Matemática: uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas*. Rio de Janeiro: Zahar, 2012. Citado 2 vezes nas páginas [26](#) e [27](#).
- SANTOS, A. L.; FERREIRA, J. S. O estudo de funções por meio da escala de ph: uma proposta interdisciplinar entre matemática e química. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, v. 16, p. 1–18, 2021. Citado na página [24](#).
- SILVA, J. P.; SANTOS, M. R. Contextualização e interdisciplinaridade: percepções de estudantes do ensino médio sobre a integração matemática-química. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, v. 15, n. 3, p. 245–256, 2022. Citado na página [25](#).

SKOVSMOSE, O. *Um convite à educação matemática crítica*. Campinas: Papirus, 2014. ISBN 9788530811129. Citado na página 56.

SOBE, N. W. *Reworking Four Pillars of Education to Sustain the Commons*. 2021. Disponível em: <<https://www.unesco.org/en/articles/reworking-four-pillars-education-sustain-commons>>. Acesso em: 4 jun. 2026. Citado na página 23.

SOUSA, F. E. E. d. et al. *Sequência Fedathi: uma proposta para o ensino de matemática e ciências*. Fortaleza: Edições UFC, 2013. ISBN 978-85-7282-573-3. Disponível em: <<https://repositorio.ufc.br/handle/riufc/47513>>. Acesso em: 21 mai. 2026. Citado 3 vezes nas páginas 6, 7 e 47.

SOUZA, J. R. de. *Multiversos Matemática: Funções e suas aplicações*. 1. ed. São Paulo: Editora FTD, 2020. Citado na página 22.

THIESEN, J. d. S. A interdisciplinaridade como um movimento articulador no processo de ensino-aprendizagem. *Revista Brasileira de Educação*, v. 16, n. 46, 2011. Citado na página 24.

TOMAZ, V. S.; DAVID, M. M. M. S. *Interdisciplinaridade e cooperação na matemática escolar*. Belo Horizonte: Autêntica, 2008. Citado na página 24.

ZABALA, A. *A prática educativa: como ensinar*. Porto Alegre: ArtMed, 1998. ISBN 978-85-7307-426-0. Citado 6 vezes nas páginas 6, 7, 14, 46, 48 e 49.



INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAÍBA
Campus Campina Grande - Código INEP: 25137409
R. Tranquilino Coelho Lemos, 671, Dinamérica, CEP 58432-300, Campina Grande (PB)
CNPJ: 10.783.898/0003-37 - Telefone: (83) 2102.6200

Documento Digitalizado Ostensivo (Público)

Entrega de Trabalho de Conclusão de Curso

Assunto:	Entrega de Trabalho de Conclusão de Curso
Assinado por:	Aurilia Mousinho
Tipo do Documento:	Anexo
Situação:	Finalizado
Nível de Acesso:	Ostensivo (Público)
Tipo do Conferência:	Cópia Simples

Documento assinado eletronicamente por:

- **Aurilia Tranquilino Mousinho, ALUNO (201911230040) DE LICENCIATURA EM MATEMÁTICA - CAMPINA GRANDE**, em 11/08/2026 09:10:39.

Este documento foi armazenado no SUAP em 11/08/2026. Para comprovar sua integridade, faça a leitura do QRCode ao lado ou acesse <https://suap.ifpb.edu.br/verificar-documento-externo/> e forneça os dados abaixo:

Código Verificador: 1944912

Código de Autenticação: 97e32a006a

